

Név: NEPTUN: Pontszám: Jegy:

Számításelmélet/Bevezetés a számításelméletbe - Elővizsga - A csoport

2024.12.11.

Osztályzat: 0-35.5 pont \rightarrow nincs jegy, 36-43 pont \rightarrow 3, 43.5-50.5 pont \rightarrow 4, 51-60 pont \rightarrow 5.

1. Döntse el mely állítások igazak és melyek hamisak! Válaszát a megfelelő négyzetbe tett jellel (X) jelezze! (15x1 pont)

Igaz Hamis

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Minden Chomsky normálformájú grammatika egyben hossz-nemcsökkentő grammatika is. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Egy Kuroda normálformájú grammatika minden szabálya $A \rightarrow a, A \rightarrow BC, AB \rightarrow AC$ vagy $AB \rightarrow CB$ alakú (A, B, C nemterminálisok, a terminális). |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Az $(x \wedge \neg y \wedge z) \vee (\neg x \wedge y \wedge z)$ ítéletlogikai formula 3KNF. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Zérusrendű logikában legyenek \mathcal{F} egy formulahalmaz és φ egy formula. Ekkor $\mathcal{F} \models_0 \varphi$ akkor és csak akkor, ha $\mathcal{F} \cup \{\neg\varphi\}$ kielégíthetetlen. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Minden kétszalagos Turing géphez létezik vele ekvivalens egyszalagos Turing gép. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Létezik olyan probléma, amit nem lehet eldönteni determinisztikus Turing géppel, de nemdeterminisztikussal el lehet. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Az $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_i, q_n)$ egyszalagos nemdeterminisztikus Turing gép esetén ha $u \in \Sigma^*$ -ra $q_0 u \sqcup \vdash_M^* x q_n y$ fennáll valamilyen $x, y \in \Gamma^+$ -ra, akkor $u \notin L(M)$. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Minden lineárisan korlátolt automata reguláris nyelvet ismer fel. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | A 0. típusú grammatikák szóproblémája algoritmikusan eldönthetetlen. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | L_{PMP} NP-teljes. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ha egy G egyszerű, 8 csúcsú, összefüggő gráfban van 3 csúcsból álló klikk, akkor a G gráf komplementerében van 5 csúcsból álló klikk. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Tudjuk, hogy $RE \setminus R = \emptyset$ igaz-e. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | $2SAT \in PSPACE$. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | $NL \subseteq coNL$. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Az $ELÉR$ probléma determinisztikus tárcomplexitása $\mathcal{O}(\log(n))$. |

Név: NEPTUN:

2. Válassza ki, hogy az alábbi kérdésekre melyik válasz a helyes! Minden kérdésre csak egy helyes válasz van. Válaszanak betűjelét karikázza be! (10x1.5 pont)

Melyik Chomsky-féle nyelvosztályokkal kapcsolatos tartalmazási reláció igaz?

- a) $\mathcal{L}_2 \subseteq \mathcal{L}_3$
- b) $\mathcal{L}_2 \subset \mathcal{L}_1$
- c) $\mathcal{L}_0 \subset \mathcal{L}_1$
- d) $\mathcal{L}_1 \subseteq \mathcal{L}_3$

Legyen $G = (\{S, A, B, C\}, \{x, y, z\}, S, R)$ egy Chomsky normálformájú grammatika. Melyik szabályhalmaz lehet R ?

- a) $\{S \rightarrow ABC|x, A \rightarrow AB|y, B \rightarrow CC|z, C \rightarrow x|y|z\}$
- b) $\{S \rightarrow AB|x, AB \rightarrow y|z, B \rightarrow CA, C \rightarrow AS\}$
- c) $\{S \rightarrow AB|x|\varepsilon, A \rightarrow CC|y\}$
- d) $\{S \rightarrow A, A \rightarrow B|x, B \rightarrow C|y, C \rightarrow z\}$

Az alábbiak közül mely klózpár rezolvense az $x \vee \neg y$ klóz?

- a) $\{x \vee y, \neg y\}$
- b) $\{x \vee z, \neg y \vee \neg z\}$
- c) $\{x \vee z \vee w, \neg y \vee \neg z \vee \neg w\}$
- d) $\{x, \neg y\}$

Ha egy Turing gép átmenetfüggvénye szerint $\delta(q, a) = (r, b, L)$, akkor mi lesz az $aqaa$ konfiguráció rákövetkezője?

- a) $raba$
- b) $arba$
- c) $rabb$
- d) $arbLa$

Melyik halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen az alábbiak közül?

- a) \mathbb{R}
- b) $\{L | L \subseteq \{0, 1\}^*\}$
- c) $\{n \in \mathbb{N} : n = n^2\}$
- d) $\{a, b, c\}^*$

Melyik állítás igaz? (DTG/NTG: determinisztikus/nemdeterminisztikus Turing gép)

- a) Minden $f(n)$ időkorlátos DTG-hez megadható vele ekvivalens $\mathcal{O}(f(n)^{1/2})$ időkorlátos NTG.
- b) Létezik olyan nyelv, ami nem ismerhető fel DTG-vel, de felismerhető NTG-vel.
- c) Minden 3 szalagos NTG-hez megadható vele ekvivalens 1 szalagos DTG.
- d) Minden nyelv felismerhető NTG-vel.

Melyik eldöntéskérdés vezethető vissza a másikkra? $L_U = \{\langle M, w \rangle | w \in L(M)\}$, $L_{Halt} = \{\langle M, w \rangle | M \text{ megáll } w \text{ inputtal indítva}\}$

- a) csak L_U L_{Halt} -ra
- b) csak L_{Halt} L_U -ra
- c) egyik se
- d) mindkettő

Legyenek L és L' NP-beli problémák. Mikor jelenthetjük ki biztosan, hogy L' NP-teljes?

- a) L NP-teljes és $L \leq_P L'$
- b) L NP-teljes és $L \leq L'$
- c) L NP-teljes és $L' \leq_P L$
- d) L NP-teljes és $L' \leq L$

Melyik, bonyolultsági osztályok közötti összefüggés igaz biztosan?

- a) $TIME(f(n)) \subseteq SPACE(f(n))$
- b) $SPACE(f(n)) \subseteq TIME(f(n))$
- c) $NTIME(f(n)) \subseteq TIME(f(n))$
- d) $NSPACE(f(n)) \subseteq SPACE(f(n))$

Melyik páros eleme a *Részletösszeg* nyelvnek?

- a) $\langle \{1, 2, 4, 8, 16\}, 29 \rangle$
- b) $\langle \{1, 3, 9, 27, 81\}, 29 \rangle$
- c) $\langle \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, 29 \rangle$
- d) $\langle \{2, 3, 5, 7, 11\}, 29 \rangle$

Név: NEPTUN:

3. a) Az egylépéses (közvetlen) konfigurációátmenet fogalmát adottnak tekintve definiálja a többlépéses konfigurációátmenet fogalmát (Turing gépek esetén)! b) Definiálja a nemdeterminisztikus TG által elfogadott nyelvet! (5 pont)
4. a) Mikor mondjuk azt, hogy egy A halmaz számossága nagyobb, mint egy B halmazé? b) Mondja ki a Cantor-Bernstein-Schröder tételt! (5 pont)
5. a) Mit értünk az alatt, hogy egy Turing gép kiszámít egy $f : \Sigma^* \rightarrow \Delta^*$ szófüggvényt? b) Adja meg a visszavezethetőség definícióját! (5 pont)
6. a) Mondja ki Savitch tételét! b) Mi a tétel következménye a polinomiális tárkölséggel eldönthető problémákra nézve? (5 pont)

Név: NEPTUN:

7. a) Definiálja mit értünk k KNF alatt ($k \geq 1$)! b) Definiálja a k SAT nyelvet! c) Mondja ki és bizonyítsa be a 3SAT problémára vonatkozó bonyolultsági tételt! (10 pont)