

Név:.....NEPTUN:..... Pontszám:

Jegy:

Számításelmélet (B) - Vizsgadolgozat

2025.01.29.

Osztályzat: 0-23.5 pont \rightarrow 1, 24-32.5 pont \rightarrow 2, 33-41.5 pont \rightarrow 3, 42-50.5 pont \rightarrow 4, 51-60 pont \rightarrow 5.

1. Döntse el mely állítások igazak és melyek hamisak! Válaszát a megfelelő négyzetbe tett jellel (X) jelezze! (15x1 pont)

Igaz Hamis

☐
☐

Epsilon-mentesítés után minden szabály jobboldalán található legalább egy terminális vagy nemterminális szimbólum.

☐
☐

Minden környezetfüggő nyelv generálható hossz-nemcsökkentő grammatikával.

☐
☐

A $G = (\{S, A, B, C\}, \{x, y, z\}, S, \{S \rightarrow AB|x, A \rightarrow BC|y, CB \rightarrow CS, SA \rightarrow AA\})$ grammatika Kuroda normálformájú.

☐
☐

Az $x \vee y \wedge z \rightarrow \neg x \rightarrow \neg y$ formula helyes zárójelezése:
 $((x \vee (y \wedge z)) \rightarrow (\neg x \rightarrow \neg y)).$

☐
☐

Legyenek $f, g, h : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ függvények úgy, hogy $f \in \mathcal{O}(g)$ és $h \in \Omega(g)$.
 Ekkor $f \in \mathcal{O}(h)$.

☐
☐

Egy $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_i, q_n)$ egy szalagos, determinisztikus TG átmenetfüggvénye egy $(Q \setminus \{q_i, q_n\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, S, R\}$ függvény.

☐
☐

Minden M k-szalagos, $f(n) \in \Omega(n)$ időkorlátos DTG-hez megadható egy vele ekvivalens M' egyszalagos, $\mathcal{O}(f(n)^3)$ időkorlátos DTG.

☐
☐

Az $\{a \prec b\}$ rendezett ábécé feletti szavak halmazának shortlex rendezés szerinti első négy eleme: a, b, aa, ab .

☐
☐

$|\mathbb{N}| = |\mathbb{N} \times \mathbb{N}| = |\mathbb{Q}|$.

☐
☐

RE zárt a komplementer-képzésre.

☐
☐

Tudjuk, hogy $R \subset \mathcal{L}_1$.

☐
☐

Tudjuk, hogy $P \neq NP$.

☐
☐

Tudjuk, hogy 2-színezés nem NP-beli.

☐
☐

Tudjuk, hogy Gráfizomorfizmus NP-köztes.

☐
☐

Tudjuk, hogy $ELÉR \in SPACE(\log(n))$.

2. Válassza ki, hogy az alábbi kérdésekre melyik válasz a helyes! Minden kérdésre csak egy helyes válasz van. Válaszanak betűjelét karikázza be! (10x1.5 pont)

Az alábbi szabályhalmazok közül melyik esetén lesz a $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, R)$ grammatika Chomsky normálformájú?

- a) $R = \{S \rightarrow AB, A \rightarrow BB|a, B \rightarrow AS|b\}$
- b) $R = \{S \rightarrow AB|\varepsilon, A \rightarrow BB|a, B \rightarrow AA|b\}$
- c) $R = \{S \rightarrow BA, A \rightarrow SB|a, B \rightarrow AS|b\}$
- d) mindhárom esetben

A CYK algoritmus milyen típusú grammatikák szóproblémájának eldöntésére **nem** alkalmas?

- a) 3-típusú
- b) 2-típusú
- c) 1-típusú
- d) a fentiek mindegyikére alkalmas

Az alábbiak közül melyik klózpár rezolvense az $x \vee y$ klóz?

- a) $\{x \vee y \vee z, x \vee y\}$
- b) $\{x \vee y \vee z, x \vee \neg z\}$
- c) $\{w \vee x \vee y \vee z, \neg w \vee \neg z\}$
- d) mindháromnak

Mi az asszimptotikus nagyságrendje az $f(n) = \log(n^3) + \log(n)$ függvénynek?

- a) $\Theta(\log(n))$
- b) $\Theta(n)$
- c) $\Theta(n^3)$
- d) $\Theta(3^n)$

Mi az $M = (Q, \{0, 1\}, \{0, 1, \sqcup\}, \delta, q_0, q_i, q_n)$ egy szalagos *nemdeterminisztikus* TG 01 input szóhoz tartozó kezdőkonfigurációja?

- a) q_001
- b) $0q_01$
- c) $01q_0\sqcup$
- d) a fentiek mindegyike egy lehetséges kezdőkonfiguráció

Melyik igaz az $\overline{L_{\text{Átló}}} = \{\langle M \rangle \mid \langle M \rangle \in L(M)\}$ nyelvre?

- a) $\overline{L_{\text{Átló}}} \notin RE$
- b) $\overline{L_{\text{Átló}}} \in RE \setminus R$
- c) $\overline{L_{\text{Átló}}} \in R \setminus RE$
- d) $\overline{L_{\text{Átló}}} \in R$

Melyik igaz biztosan, ha $L_1 \leq_p L_2$?

- a) $L_2 \leq_p L_1$
- b) $\bar{L}_2 \leq_p \bar{L}_1$
- c) $\bar{L}_1 \leq_p \bar{L}_2$
- d) $\bar{L}_2 \leq_p L_1$

Ha egy egyszerű, irányítatlan, 8 csúcsú G gráfban van 3 csúcsból álló **klikk**, akkor ...?

- a) G komplementerében van 5 csúcsból álló **klikk**
- b) G -ben van 5 csúcsból álló **klikk**
- c) G -ben van 3 csúcsból álló **lefogó pont-halmaz**
- d) G komplementerében van 3 csúcsból álló **független pont-halmaz**

A *Hátizsák* (1) és *Ládapakolás* (2) problémák közül melyik vezethető vissza a másakra **poli-nom** időben?

- a) csak az 1 a 2-re
- b) csak a 2 az 1-re
- c) mindkettő
- d) egyik se

Mi a tartalmazási viszony $PSPACE$ és $NPSPACE$ között?

- a) $PSPACE = NPSPACE$
- b) $PSPACE \subset NPSPACE$
- c) $NPSPACE \subset PSPACE$
- d) nincs köztük tartalmazási viszony

3. **a)** Egy $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_i, q_n)$ egyszalagos, nemdeterminisztikus Turing gép $\vdash_M \subseteq C_M \times C_M$ egylépéses konfigurációátmenet relációját adottnak tekintve definiálja a gép $\vdash_M^* \subseteq C_M \times C_M$ *többlépéses konfigurációátmenet relációját!* **b)** Definiálja az M Turing gép által elfogadott nyelvet! **c)** Igaz-e, hogy $q_0 u \sqcup \vdash_M^* x q_n y (x, y \in \Gamma^*, y \neq \varepsilon)$ esetén $u \notin L(M)$? **d)** Miért? (5 pont)
4. **a)** Definiálja mit értünk egy Σ ábécé feletti dominókészlet alatt! **b)** Definiálja mit értünk a dominókészlet egy megoldása alatt! **c)** Melyik a legszűkebb nyelvosztály, amibe az L_{PMP} nyelv biztosan tartozik? (5 pont)
5. **a)** Definiálja a $TIME(f(n))$, $NTIME(f(n))$, P és NP időbonyolultsági osztályokat! **b)** Mi az ismert tartalmazási viszony P és NP között? **c)** Miért igaz ez a tartalmazás? (5 pont)
6. **a)** Definiálja az *Irányítatlan Hamilton-út* problémát! **b)** Mondja ki a problémáról tanult bonyolultsági tételt! **c)** Adjon meg egy legalább 4 csúcsból álló irányított gráfot, amiben nincs Hamilton-**kör**, de ha elhagynánk az élek irányítását, akkor lenne! (5 pont)

Név: NEPTUN:

7. **a)** Mikor nevezzük egy G irányítatlan gráfot k -színezhetőnek ($k \geq 1$)? **b)** Definiálja a k -Színezés formális nyelvet! **c)** Mondja ki és bizonyítsa be a 3-Színezés nyelvre vonatkozó bonyolultsági tételt! (10 pont)