

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Рязанский государственный радиотехнический университет
Имени В. Ф. Уткина»

Факультет вычислительной техники
Кафедра вычислительной и прикладной математики

Отчёт по практической работе №8

по дисциплине:
«Моделирование»

по теме:
«Тактическое планирование эксперимента»

Выполнил: студент гр. 242

Фокин А.М.

Проверил: Анастасьев А. А.

Рязань 2025

Цель работы:

Каждое задание предполагает разработку программной имитационной модели случайного блуждания, с помощью которой могут быть получены необходимые результаты по двум частям лабораторной работы. В первой части работы выполняется планирование и получение результатов эксперимента по оценке среднего значения указанного параметра с заданной точностью при заданной достоверности. Во второй части выполняется планирование и получение результатов эксперимента для оценки с заданной точностью при заданной достоверности выборочной дисперсии указанного параметра. В процессе проведения пробного эксперимента при планировании строится статистическое распределение исследуемого параметра и определяется целесообразность аппроксимации этого распределения нормальным законом. В зависимости от этого выбирается подход для определения объема эксперимента. Варианты заданий берутся из практического занятия №7.

Модель падения дождевой капли. При воздействии случайных порывов легкого ветра падение дождевой капли можно моделировать случайным блужданием на квадратной решетке. Движение начинается с узла, расположенного на расстоянии h над горизонтальной линией (поверхностью земли). Вероятность p_{\downarrow} шага «вниз» больше вероятности p_{\uparrow} шага «вверх». Вероятности скачков целесообразно выбирать равными $p_{\downarrow}=0,5$; $p_{\uparrow}=0,1$; $p_{\leftarrow}=p_{\rightarrow}=0,2$. Определите время τ , за которое капля достигает горизонтальной прямой, и функциональную зависимость τ от h (4..6 значений)

Программа реализует следующие операции:

- **Моделирование случайного блуждания дождевой капли:** каждый шаг выбирается случайно с вероятностями p_{down} , p_{up} , p_{left} , p_{right} в функции `one_walk(h)`; подсчитывается число шагов до касания земли `steps += 1`.
- **Планирование объёма эксперимента для оценки среднего и дисперсии:** по пробной выборке рассчитываются среднее, стандартное отклонение и доверительный интервал (`conf_interval_mean`, `conf_interval_var`), далее вычисляется необходимое количество опытов для заданной относительной точности и доверительной вероятности.
- **Формирование статистического распределения времени падения:** массив `data_mean` или `data_var` собирается из результатов многократных симуляций; затем строится **гистограмма**: `plt.hist(data_mean, bins=40, density=True)`.

– **Наложение теоретических плотностей и эмпирической функции**

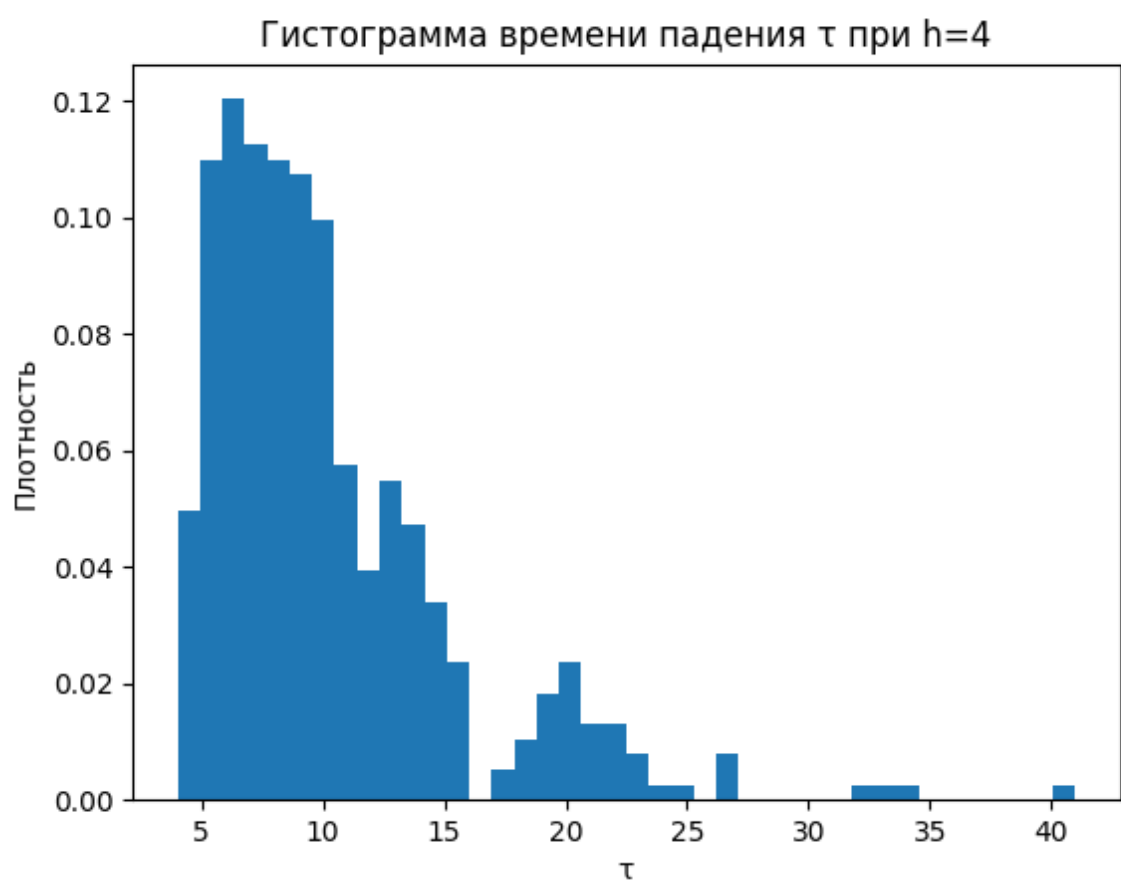
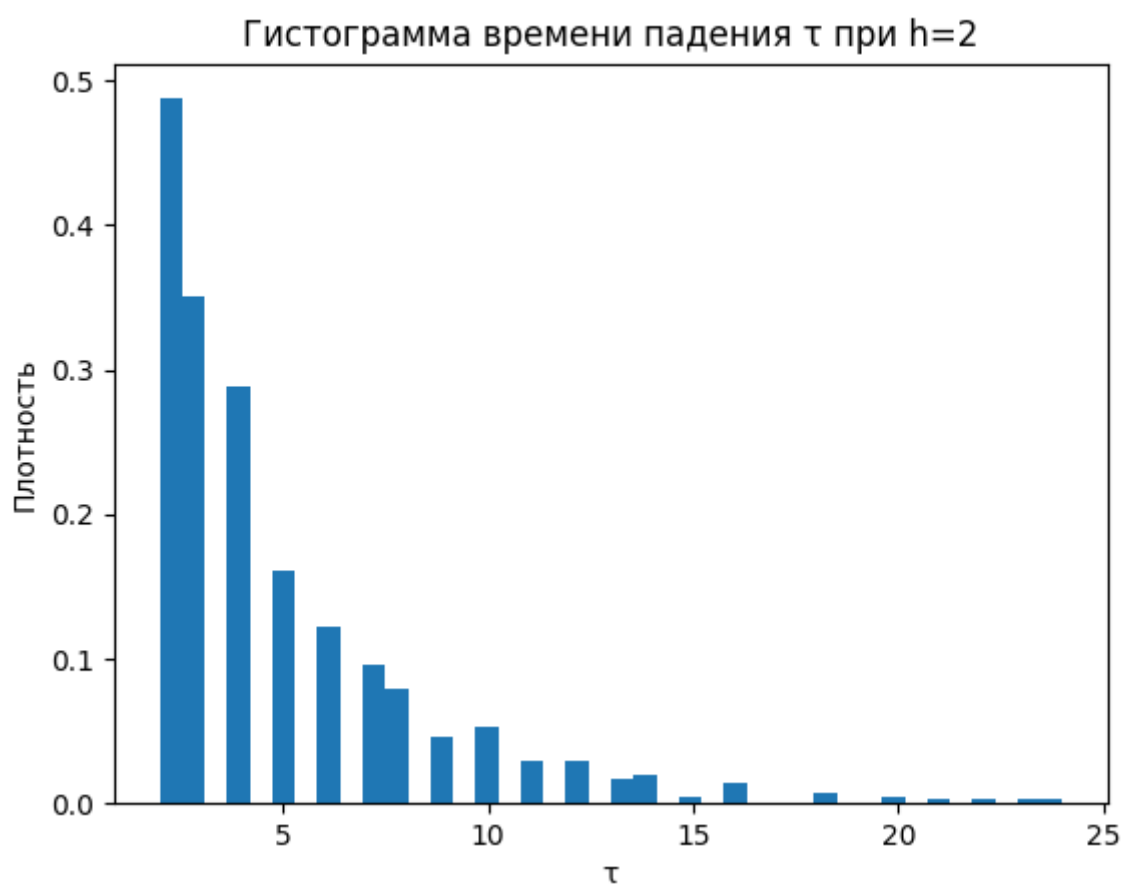
распределения: для проверки аппроксимации нормальным законом можно строить нормальную плотность и эмпирическую ФР:

`norm_pdf = (1/(std*sqrt(2*pi))) * exp(-0.5*((xs-mean)/std)**2)`

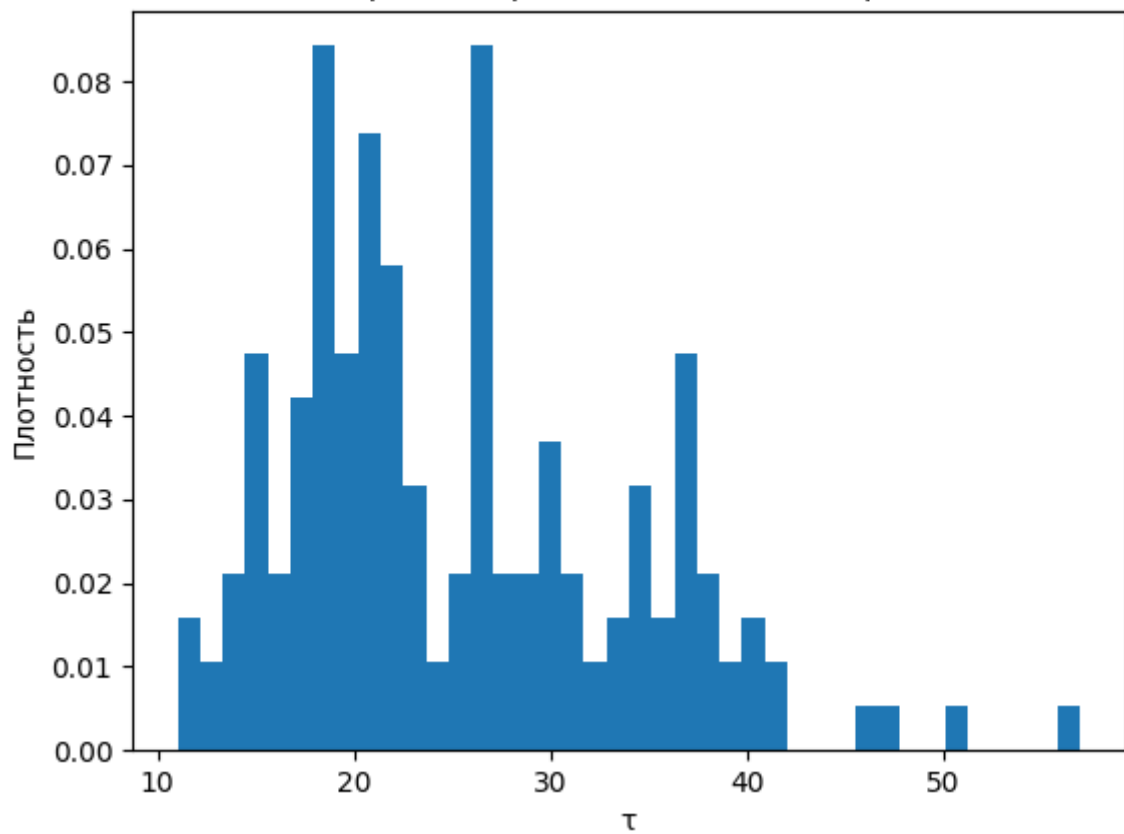
`plt.step(s, y, where='post')` — эмпирическая ФР.

полный код программы приведен в приложении 1

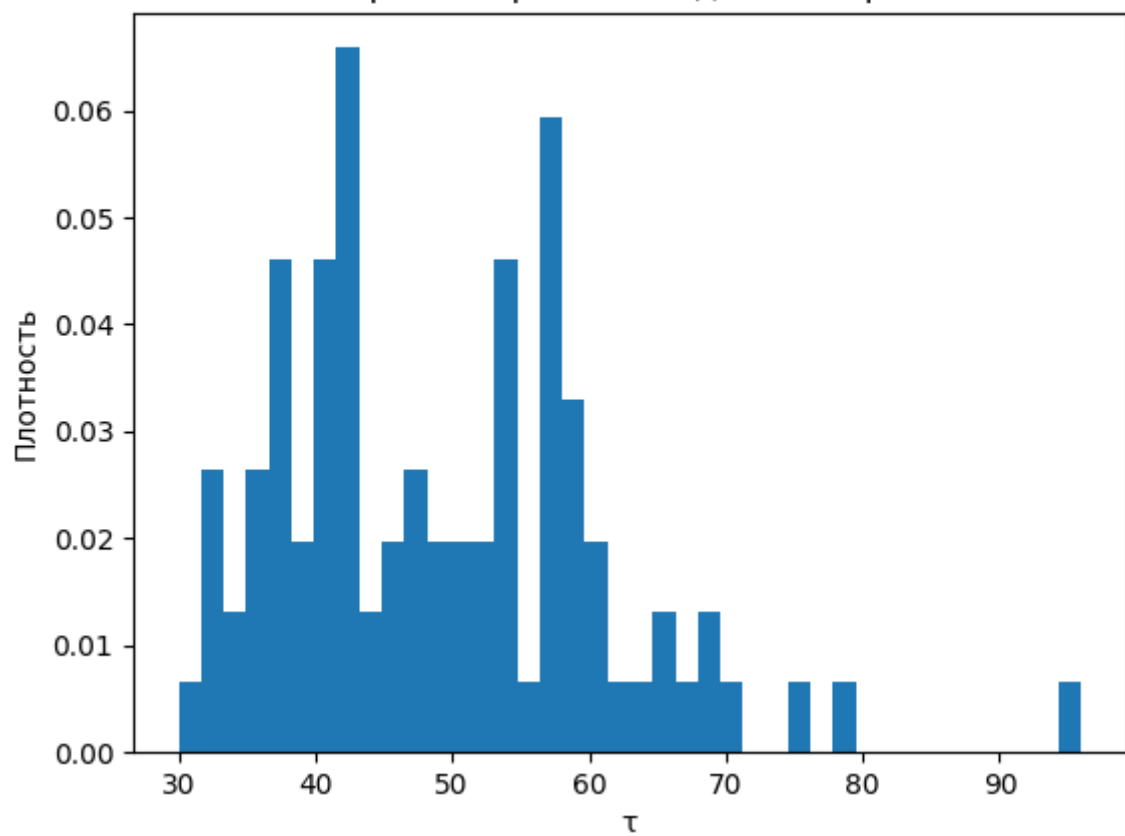
Результат работы программы:



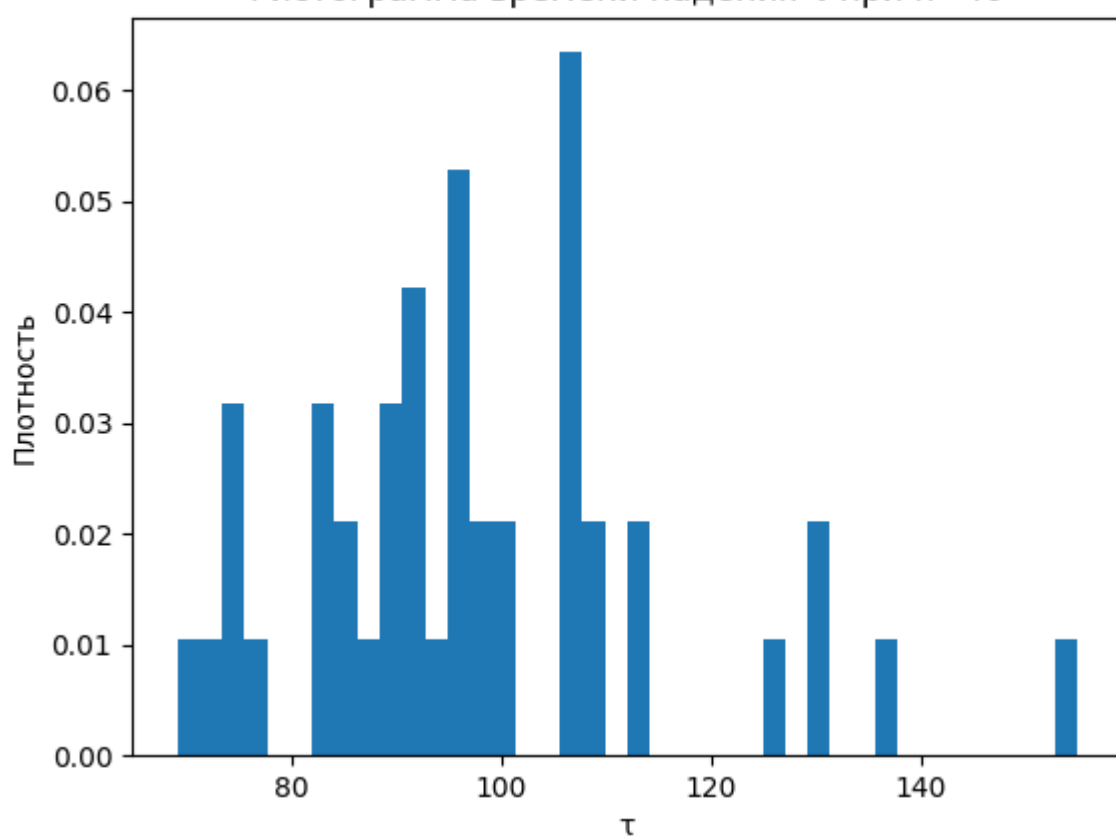
Гистограмма времени падения τ при $h=10$



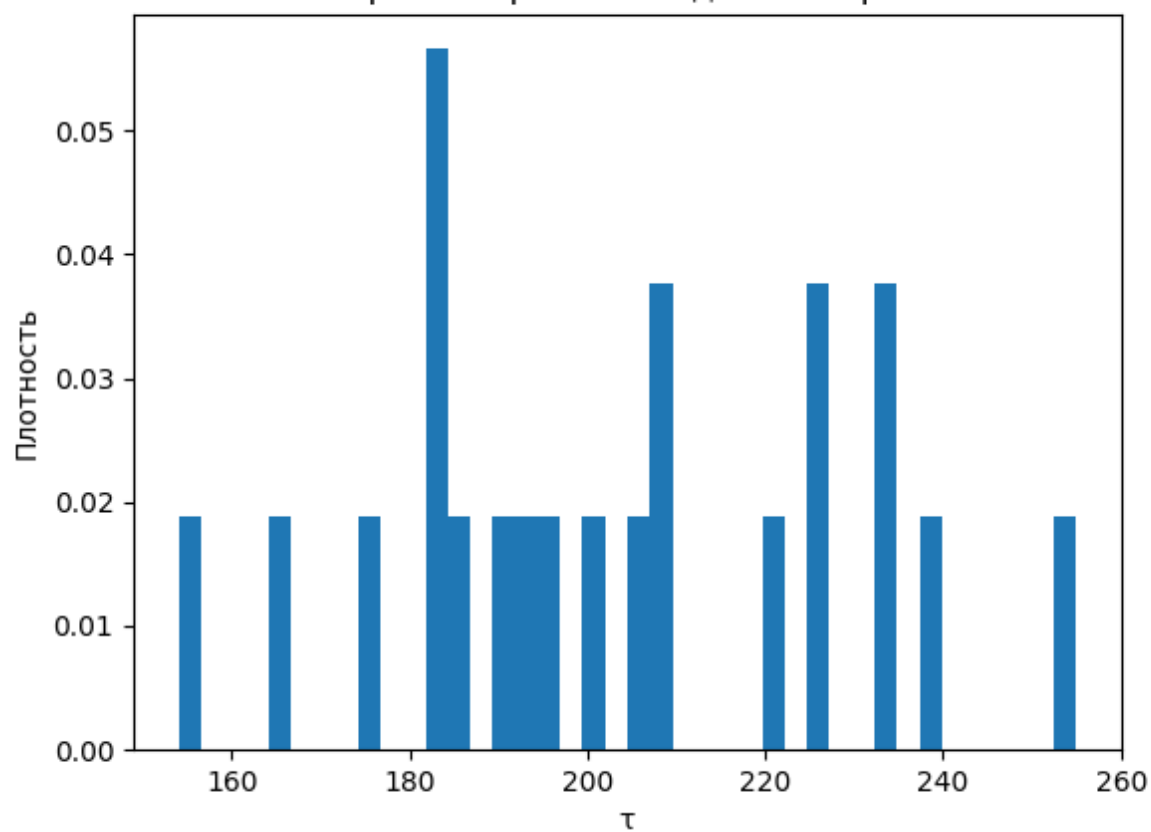
Гистограмма времени падения τ при $h=20$



Гистограмма времени падения τ при $h=40$



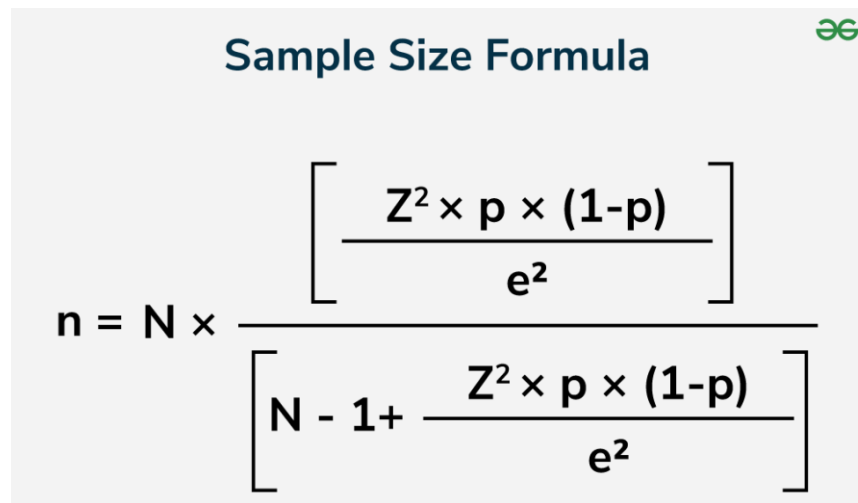
Гистограмма времени падения τ при $h=80$



```
===== RESTART: D:\мусорка\учеба\моделирования\lab8-Fokin-242.py =====  
h = 2  
Планируемое число опытов для оценки среднего: 757  
Среднее  $\tau$  = 4.87, доверительный интервал: [4.63, 5.12]  
Планируемое число опытов для оценки дисперсии: 769  
Дисперсия  $\tau$  = 12.50  
  
h = 4  
Планируемое число опытов для оценки среднего: 413  
Среднее  $\tau$  = 10.19, доверительный интервал: [9.67, 10.70]  
Планируемое число опытов для оценки дисперсии: 769  
Дисперсия  $\tau$  = 29.37  
  
h = 10  
Планируемое число опытов для оценки среднего: 165  
Среднее  $\tau$  = 25.35, доверительный интервал: [24.03, 26.66]  
Планируемое число опытов для оценки дисперсии: 769  
Дисперсия  $\tau$  = 69.20  
  
h = 20  
Планируемое число опытов для оценки среднего: 92  
Среднее  $\tau$  = 49.28, доверительный интервал: [46.85, 51.71]  
Планируемое число опытов для оценки дисперсии: 769  
Дисперсия  $\tau$  = 130.07  
  
h = 40  
Планируемое число опытов для оценки среднего: 44  
Среднее  $\tau$  = 98.05, доверительный интервал: [92.75, 103.35]  
Планируемое число опытов для оценки дисперсии: 769  
Дисперсия  $\tau$  = 261.09  
  
h = 80  
Планируемое число опытов для оценки среднего: 21  
Среднее  $\tau$  = 203.05, доверительный интервал: [191.88, 214.22]  
Планируемое число опытов для оценки дисперсии: 769  
Дисперсия  $\tau$  = 577.87
```

Ответ на вопрос

7. Каким образом можно определить объем выборки при оценивании вероятности наступления события с заданной точностью?

A graphic titled "Sample Size Formula" with a green infinity symbol in the top right corner. It displays the formula for sample size n based on population size N, confidence level Z, probability p, and margin of error e.
$$n = N \times \frac{\left[\frac{Z^2 \times p \times (1-p)}{e^2} \right]}{\left[N - 1 + \frac{Z^2 \times p \times (1-p)}{e^2} \right]}$$

Для выборки меньшего размера... формула для оценки среднего значения генеральной совокупности с определенным уровнем достоверности:

$$n = [(Z \cdot \sigma) / E]^2$$

- n — объём выборки, который нужно определить;
- Z — квантиль нормального распределения, соответствующий доверительной вероятности;
- σ — стандартное отклонение (или для вероятности события $\sqrt{p(1-p)}$);
- E — допустимая погрешность.

То есть, сначала задаётся доверительная вероятность и допустимая ошибка, затем с помощью формулы вычисляется необходимое количество испытаний n .

Источник:

<https://www.geeksforgeeks.org/maths/sample-size-formula/>

Приложение 1 - код программы

```
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt

p_down = 0.5
p_up = 0.1
p_left = 0.2
p_right = 0.2
N = 10000
beta = 0.95
z = 1.96
h_values = [2, 4, 10, 20, 40, 80]
np.random.seed(0)

def one_walk(h):
    x = 0
    y = h
    steps = 0
    while y > 0:
        r = np.random.rand()
        if r < p_down:
            y -= 1
        elif r < p_down + p_up:
            y += 1
        elif r < p_down + p_up + p_left:
            x -= 1
        else:
            x += 1
        steps += 1
    return steps

def conf_interval_mean(data):
    mean = np.mean(data)
    std = np.std(data, ddof=1)
    d = z * std / math.sqrt(len(data))
    return mean, std, mean - d, mean + d

def conf_interval_var(data):
    var = np.var(data, ddof=1)
    n = len(data)
    chi2_low = (n - 1) * var / (0.5 * (1 + beta))
    chi2_high = (n - 1) * var / (0.5 * (1 - beta))
```

```

    return var, chi2_low, chi2_high

def plan_experiment_mean(h, eps_rel):
    sample = np.array([one_walk(h) for _ in range(1000)])
    mean, std, _, _ = conf_interval_mean(sample)
    n = math.ceil((z * std / (eps_rel * mean)) ** 2)
    return n

def plan_experiment_var(h, eps_rel):
    sample = np.array([one_walk(h) for _ in range(1000)])
    var = np.var(sample, ddof=1)
    n = math.ceil(2 * (z / eps_rel) ** 2)
    return n

for h in h_values:
    n_mean = plan_experiment_mean(h, 0.05)
    n_var = plan_experiment_var(h, 0.1)
    data_mean = np.array([one_walk(h) for _ in range(n_mean)])
    data_var = np.array([one_walk(h) for _ in range(n_var)])
    mean, std, low_m, high_m = conf_interval_mean(data_mean)
    var, low_v, high_v = conf_interval_var(data_var)
    print(f"h = {h}")
    print(f"Планируемое число опытов для оценки среднего:
{n_mean}")
    print(f"Среднее  $\tau$  = {mean:.2f}, доверительный интервал:
[{low_m:.2f}, {high_m:.2f}]")
    print(f"Планируемое число опытов для оценки дисперсии:
{n_var}")
    print(f"Дисперсия  $\tau$  = {var:.2f}")
    print()
    plt.hist(data_mean, bins=40, density=True)
    plt.title(f"Гистограмма времени падения  $\tau$  при h={h}")
    plt.xlabel(" $\tau$ ")
    plt.ylabel("Плотность")
    plt.show()

```