

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
**«Рязанский государственный радиотехнический университет
Имени В. Ф. Уткина»**

Факультет вычислительной техники
Кафедра вычислительной и прикладной математики

Отчёт по практической работе №6

по дисциплине:
“Моделирование”

по теме:
“Моделирование методом Монте-Карло”

Выполнил: студент гр. 242
Фокин А.М.

Проверил: Анастасьев А. А.

Рязань 2025

Цель работы:

Составить программу решения задачи, определенной в соответствии с вариантом задания, с помощью машинного моделирования (метод Монте-Карло). Построить доверительный интервал для полученных оценок, накрывающий точное значение оцениваемых вероятностей с надежностью $\beta=0,95$. Правильность результатов проверить аналитическим решением задачи.

19. Завод изготавливает изделия, каждое из которых с вероятностью r (независимо от других) оказывается дефектным. При осмотре дефект, если он имеется, обнаруживается с вероятностью p . Для контроля из продукции завода выбирается n изделий. Оценить вероятность следующих событий:
- А – ни в одном из изделий не будет обнаружено дефекта;
 - В – среди n изделий ровно в двух будет обнаружен дефект;
 - С – среди n изделий не менее чем в двух будет обнаружен дефект.

Программа реализует следующие операции:

- **Моделирование методом Монте-Карло:** для каждого испытания создаются случайные изделия, где вероятность брака и его обнаружения задаются как

```
defects = np.random.rand(n) < r  
detected = defects & (np.random.rand(n) < p)
```

- **Подсчёт количества обнаруженных дефектов и классификация событий:**

```
k = np.sum(detected)
```

(при $k == 0$ — событие А, $k == 2$ — событие В, $k \geq 2$ — событие С)

- **Оценка вероятностей по результатам моделирования:**

```
prob_A = results_A / N
```

```
prob_B = results_B / N
```

```
prob_C = results_C / N
```

- **Построение доверительных интервалов для оценок вероятностей:**

```
d = 1.96 * math.sqrt(prob * (1 - prob) / N)
```

(интервал: $prob \pm d$ при доверии $\beta = 0.95$)

- **Проверка правильности результатов аналитическим решением:**

используются биномиальные формулы:

```
true_A = (1 - p_detect) ** n
```

```
true_B = math.comb(n, 2) * (p_detect ** 2) * ((1 - p_detect) ** (n - 2))
```

```
true_C = 1 - (...)
```

полный код программы приведен в приложении 1

Результат работы программы:

```
===== RESTART: D:/мусорка/учеба/моделирования/lab6-Fokin-242.py =====
Оценка вероятности события A: 0.43402
Доверительный интервал: 0.4309480687984798 0.43709193120152023
Оценка вероятности события B: 0.14996
Доверительный интервал: 0.1477470914409912 0.1521729085590088
Оценка вероятности события C: 0.1908
Доверительный интервал: 0.18836458378305473 0.19323541621694526
Аналитическое значение A: 0.4343884542236318
Аналитическое значение B: 0.14780703546361773
Аналитическое значение C: 0.18788245514712304
|
Оценка вероятности события A: 0.43402
Доверительный интервал: 0.4309480687984798 0.43709193120152023
Оценка вероятности события B: 0.14996
Доверительный интервал: 0.1477470914409912 0.1521729085590088
Оценка вероятности события C: 0.1908
Доверительный интервал: 0.18836458378305473 0.19323541621694526
Аналитическое значение A: 0.4343884542236318
Аналитическое значение B: 0.14780703546361773
Аналитическое значение C: 0.18788245514712304
```

Ответ на вопрос

8. Какие события называются зависимыми? Как их моделировать?

Случайные события А и В называются зависимыми, если появление одного из них изменяет вероятность появления другого события – В

Difference between

The diagram is titled "Difference between" at the top center. Below it, two main categories are shown: "Dependent Events" on the left and "& Independent Events" on the right, separated by a vertical line. Under "Dependent Events", there are three bullet points: "Events where the outcome of one event affects the probability of the other.", "Ex - Drawing cards without replacement.", and a formula box containing " $P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B|A)$ ". Under "Independent Events", there are two bullet points: "Events where the outcome of one event does not affect the probability of the other." and "Ex - Tossing a coin and rolling a die.". A formula box for independent events contains " $P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B)$ ". In the top right corner of the slide, there is a small logo consisting of two overlapping circles.

- ▶ Events where the outcome of one event affects the probability of the other.
- ▶ Ex - Drawing cards without replacement.
- ▶
$$\boxed{\text{Formula : } P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B|A)}$$

- ▶ Events where the outcome of one event does not affect the probability of the other.
- ▶ Ex - Tossing a coin and rolling a die.
- ▶
$$\boxed{\text{Formula : } P(A \text{ and } B) = P(A) \times P(B)}$$

Источник:

<https://www.geeksforgeeks.org/mathematics-dependent-and-independent-events-probability/>

Приложение 1 - код программы

```
import numpy as np
import math

r = 0.1
p = 0.8
n = 10
N = 100000
beta = 0.95

results_A = 0
results_B = 0
results_C = 0

for _ in range(N):
    defects = np.random.rand(n) < r
    detected = defects & (np.random.rand(n) < p)
    k = np.sum(detected)
    if k == 0:
        results_A += 1
    if k == 2:
        results_B += 1
    if k >= 2:
        results_C += 1

prob_A = results_A / N
prob_B = results_B / N
prob_C = results_C / N

def conf_interval(prob):
    z = 1.96
    d = z * math.sqrt(prob * (1 - prob) / N)
    return prob - d, prob + d

a_low, a_high = conf_interval(prob_A)
b_low, b_high = conf_interval(prob_B)
c_low, c_high = conf_interval(prob_C)

print("Оценка вероятности события А:", prob_A)
print("Доверительный интервал:", a_low, a_high)
print("Оценка вероятности события В:", prob_B)
print("Доверительный интервал:", b_low, b_high)
print("Оценка вероятности события С:", prob_C)
```

```
print("Доверительный интервал:", c_low, c_high)

p_detect = r * p
true_A = (1 - p_detect) ** n
true_B = math.comb(n, 2) * (p_detect ** 2) * ((1 - p_detect) ** (n - 2))
true_C = 1 - ((1 - p_detect) ** n) - n * p_detect * ((1 - p_detect) ** (n - 1))

print("Аналитическое значение A:", true_A)
print("Аналитическое значение B:", true_B)
print("Аналитическое значение C:", true_C)
```