CHAPITRE

5

Opérations arithmétiques

I- Les opérations arithmétiques en binaire

1. Addition binaire
2. multiplication binaire
3. Division binaire
4. Soustraction binaire

II- Les opérations arithmétiques en Hexadécimal

1. Addition des nombres en Hexadécimal
2. Soustraction des nombres en Hexadécimal

I- Les opérations arithmétiques en binaire :

1. Addition binaire :

L'addition binaire se base sur les trois opérations élémentaires suivantes :

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1

1 + 1 = 0 avec une retenue = 1

Exemple1 :

Dans la base décimale :

51 + 23 = 74

Dans la base binaire sur 8 bits :

51 = (00110011)

23 = (00010111)

La somme est :

```
              1
   0 0   1 1 0 0   1 1
+
   0 0   0 1 0 1   1 1
_______________________
=  0 1   0 0 1 0   1 0      Retenue de 1
```

$2^7\ 2^6\ 2^5\ 2^4\ 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$

(01001010) = $2^6 + 2^3 + 2^1 = 74$

Exemple2 :

Effectuer les opérations suivantes en binaire :

63 + 35 = 00111111 + 00100011 = 01100010

19 + 40 = 010011 + 101000 = 111011

2. Multiplication binaire :

La multiplication binaire se base sur les opérations élémentaires suivantes :

0 * 0 = 0

0 * 1 = 0

1 * 1 = 0

Elle est identique à la multiplication des nombres décimaux.

Exemple1 :

Dans la base décimale :

15 * 6 = 90

Dans la base binaire sur 8 bits :

15 = (00001111) 1 1 1 1

6 = (00000110) → * 1 1 0

```
      1 1 1 1
*
        1 1 0
  -----------
      0 0 0 0
+   1 1 1 1
  1 1 1 1
  -----------
= 1 0 1 1 0 1 0
```

= 1 0 1 1 0 1 0 → $2^6 + 2^4 + 2^3 + 2^1 = 90$

Exemple2 :

Effectuer les opérations suivantes en binaire :

$(43)_{10}$ * $(3)_{10}$ = 101011 * 11 = 10000001

$(F1)_{16}$ * $(10)_{16}$ = 11110001 * 00010000 = 111100010000

3. Division binaire :

La division binaire est identique à la division des nombres décimaux.

Exemple :

On considère la division entière suivante dans la base décimale :

92 / 5 = 18 avec un reste =2

Dans la base binaire, on obtient :

92 = (1011100)

5 = (101)

101 1 10 0	1 0 1
101	
000 **1 1**0	10010
1 01	
0 01 **0**	

Le quotient =10010 = $(18)_{10}$
Le reste = 10 = $(2)_{10}$

4. *Soustraction binaire :*

La soustraction binaire se ramène à une addition de la première opérande avec le complément de la deuxième opérande .D'ou l'écriture suivante :

Soit X et Y deux entiers, l'opération X-Y est équivalente à X +(-Y) . Il suffit de trouver donc le complément de Y.

Considérant ***la soustraction en complément à 2,*** qui se base sur ces principes :

- Représenter les opérandes sur le même nombre de bits.
- Représenter l'opérande négative en complément à 2
- Faire la somme des nombres obtenus
- Ignorer la retenue finale si elle existe
- Interpréter le résultat

Exemple :

Effectuer la soustraction décimale suivante (9 – 6) en complément à 2, sur 5 bits :

9 = 01001

6 = 00110

Le complément à 2 de 6 : $C_2(6) = C_1(6) +1$

C_1 (6)= 11001

C_2 (6) = 11001 + 1 = 11010

La soustraction devient : 9 + C_2 (6) = 01001 + 11010 = 100011 ⟶ $(3)_{10}$

Retenue à ignorer

II- Les opérations arithmétiques en Hexadécimal :

5. Addition des nombres en Hexadécimal :

Un nombre hexadécimal signé exprimé sur un nombre n de bits est jugé positif, si le chiffre de plus fort poids est inférieure ou égale à 7. Il sera négatif si ce chiffre est supérieur à 8.

Exemple :

6A0 > 0 011010100000 > 0

FD3 < 0 111111010011 < 0

L'addition de deux nombres hexadécimales se ramène à une simple addition par niveau, en convertissant chaque chiffre en son équivalent décimale et en effectuant l'addition, si le résultat obtenu par niveau est inférieure ou égale à 15, alors on le convertit en hexadécimal, sinon on retranche la valeur de 16 du résultat puis on fait la conversion du reste en hexa, en passant une retenue au niveau suivant.

Exemple :

$(82)_{16} = (10000010)_2$

$(98)_{16} = (10011000)_2$

$$\longrightarrow \begin{array}{r} 8\,2 \\ +\quad \\ 9\,8 \\ \hline =\ 11\,A \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 10000010 \\ +\quad \\ 10011000 \\ \hline =1\ 00011010 \end{array}$$

6. Soustraction des nombres en Hexadécimal :

Dans une soustraction hexadécimale, on peut procéder de deux manières :

Soit on convertit les opérandes en binaires et on effectue la soustraction binaire déjà présentée, soit on travaille avec le complément à 16.

Définition du complément à 16 :

On appelle complément à 16 d'un nombre hexa n1, le nombre hexa n2 vérifiant

n2 = complément à 15 de n1 + 1

Le complément à 15 d'un nombre n est le nombre n' vérifiant : n + n' = FF….F avec la taille du résultat = sup(n,n').

Exemple :

Effectuer la soustraction décimale suivante en hexadécimal : 10 -19

$10 = (0A)_{16}$

$19 = (13)_{16}$

Le résulta décimal = (-9)

Le complément à 15 de $(13)_{16}$ est EC, vue que

$$\begin{array}{r} 1\,3 \\ +\quad \\ E\,C \\ \hline F\,F \end{array}$$

Le complément à 16 de $(13)_{16}$ est EC +1 = ED
D'où :

$$10 - 19 = (0A)_{16} + (ED)_{16} = (F7)_{16}$$

On remarque que F7 est un nombre négatif. Pour trouver sa valeur, il faut récupérer sa valeur absolue en lui appliquant le complément à 16.

On a:

$$\begin{array}{r} F\,7 \\ +\quad \\ 0\,8 \\ \hline = \quad F\,F \end{array} \longrightarrow C_{15}(F7) = (08) \longrightarrow C_{16}(F7) = (09)$$

En conclusion, F7 représente la valeur **-9** trouvé en décimal**.**