Derivate fondamentali:

Molto importante

Importante

$$Dx^\alpha = \alpha x^{\alpha-1}; \quad D\log_a x = \frac{1}{x\log a}; \quad Da^x = a^x \log a;$$

$$D\operatorname{sen} x = \cos x; \quad D\cos x = -\operatorname{sen} x;$$

$$D\operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad D\operatorname{cotg} x = -\frac{1}{\operatorname{sen}^2 x};$$

$$D\operatorname{arcsen} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad D\arccos x = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$D\operatorname{arctg} x = \frac{1}{1+x^2}$$

Inoltre...

$$D\log x = \frac{1}{x}; \quad De^x = e^x.$$

Regole di derivazione

(1) $D(f+g)(x) = Df(x) + Dg(x)$

(2) $D(f\cdot g)(x) = Df(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot Dg(x)$

(3) $D\,\frac{f}{g}(x) = \dfrac{Df(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot Dg(x)}{(g(x))^2}$

Regole funzioni composte

(4) $Df(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$

(5) $Df^{-1}(y) = 1/f'(f^{-1}(y))$

$$D[f(x)]^{g(x)}$$

$$[f(x)]^{g(x)} = e^{g(x)\ln(f(x))} \Rightarrow D[f(g(x))] = f'(g(x))\cdot g'(x)$$

$$\Rightarrow D\left[e^{g(x)\ln(f(x))}\right] = \underbrace{e^{g(x)\ln(f(x))}\cdot \overset{1}{\ln(e)}}_{D[e^{f(x)}]}\cdot$$

$$\cdot\left\{ g'(x)\ln(f(x)) + g(x)\left[\frac{1}{f(x)}\cdot f'(x)\right]\right\}$$

Quindi...

$$D[f(x)]^{g(x)} = [f(x)]^{g(x)}\cdot[g'(x)\log f(x) + g(x)\frac{f'(x)}{f(x)}]\ ]$$

Retta tangente in x_0

[Ricordiamo che se f è derivabile in x_0 la retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$ ha equazione

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0);$$

Applicazione delle derivate nei limiti

Teorema di L'HÔPITAL

TEOREMA DI L'HÔPITAL. - *Sia I un intorno di x_0 e siano $f(x)$, $g(x)$ funzioni derivabili in $I - \{x_0\}$. Supponiamo che*

(I) $\lim_{x \to x_0} f(x) = \lim_{x \to x_0} g(x) = 0$, *oppure* $= \pm\infty$;

(II) $g'(x) \neq 0$ *per ogni* $x \in I - \{x_0\}$;

(III) *esista (finito o infinito) il limite* $\lim_{x \to x_0} f'(x)/g'(x)$.

Allora anche il rapporto $f(x)/g(x)$ ammette limite per $x \to x_0$ e si ha

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$