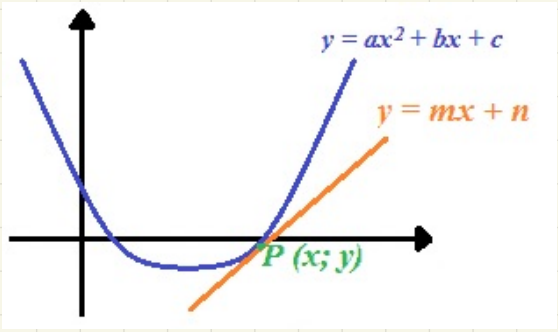




Intersezione funzione con Retta

Sappiamo che l'equazione di una parabola è del tipo: $y = ax^2 + bx + c$, mentre quella di una retta è del tipo: $y = mx + q$; Come facciamo a capire se le due si intersecano?



Per trovare il punto di intersezione ci basta trovare la soluzione al sistema delle due equazioni:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + q \end{cases}$$

Possiamo applicare diversi metodi di risoluzione, tra cui il **metodo del confronto**:

$$\Rightarrow ax^2 + bx + c = mx + q$$

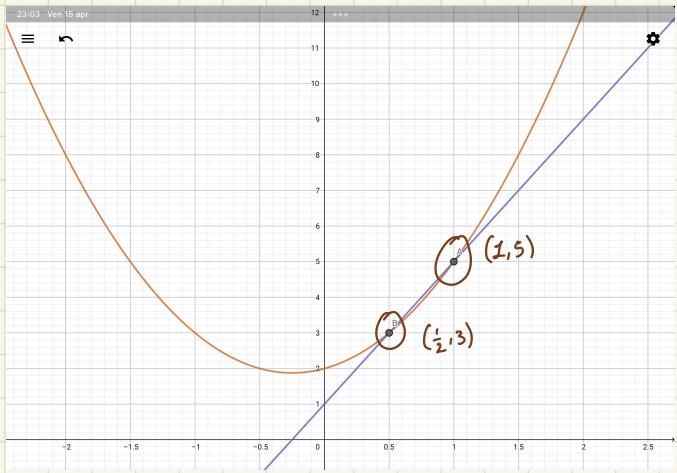
ES: troviamo l'intersezione tra:
 $y = 2x^2 + x + 2$ e $y = 4x + 1$

$$2x^2 + x + 2 = 4x + 1 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x - x + 1 = -2x(-x+1) + (-x+1) = (-x+1)(-2x+1) = 0$$

$$\Rightarrow y(1) = 2 + 1 + 2 = 5 \Rightarrow (1, 5)$$
$$y(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 3 \Rightarrow (\frac{1}{2}, 3)$$

$$\begin{cases} -x+1=0 \\ -2x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Queste sono le due x dei due punti di inters.



Intersezioni con assi

Il gioco non cambia:

Asse y $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 2x^2 + x + 2 \\ x = 0 \end{cases}$ ci basta calcolare $f(0)$:

$$f(0) = 0 + 0 + 2 = 2 \Rightarrow (0, 2) \text{ Intersezione con y}$$

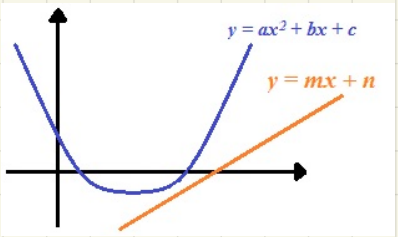
Asse x $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 2x^2 + x + 2 \\ y = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow 2x^2 + x + 2 = 0 ; \Delta = 1 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -15 < 0$$

\Rightarrow No intersezioni!

Punti importanti

- $\Delta < 0 \Rightarrow$ No intersezioni
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ 2 intersezioni
- $\Delta = 0 \Rightarrow$ 1 punto di intersezione \rightarrow tangente a f



Formula quadratica - Dimostrazione

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Da dove viene?

Partiamo dalla formula di una parabola: $f(x) = ax^2 + bx + c$; Il problema di questa formula è che la x compare due volte, \rightarrow difficile da risolvere.

L'obiettivo è avere una forma del tipo $x^2 + 2dx + d$ che si semplifica in $(x+d)^2$:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

A questo punto aggiungiamo $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ ad entrambi i lati:

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Questo termine ci serve solo per creare un quadrato di binomio a sinistra:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

Ora la x appare solo una volta!

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

Ora risolviamo per x

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow x = \left(-\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}\right) \frac{2a}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\frac{b^2}{a} - \frac{c}{a} \cdot 2a}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{-2c + \frac{b^2}{2a}}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{-2c + \frac{b^2}{2a}}}{2a}$$

$$= \frac{-b \pm \sqrt{-2c + \frac{b^2}{2a}}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\frac{-2ac + b^2}{2a}}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sto provando questa Stampa in modo da poter scrivere con un minimo di inclinazione per il momento sembra essere abbastanza comoda come soluzione! Apicello!