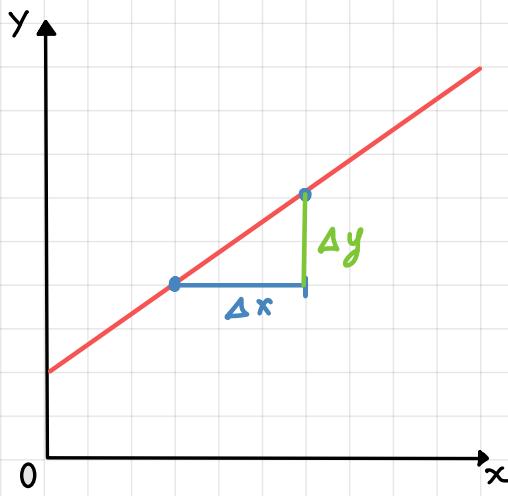


Derivate



Derivate - Concetto



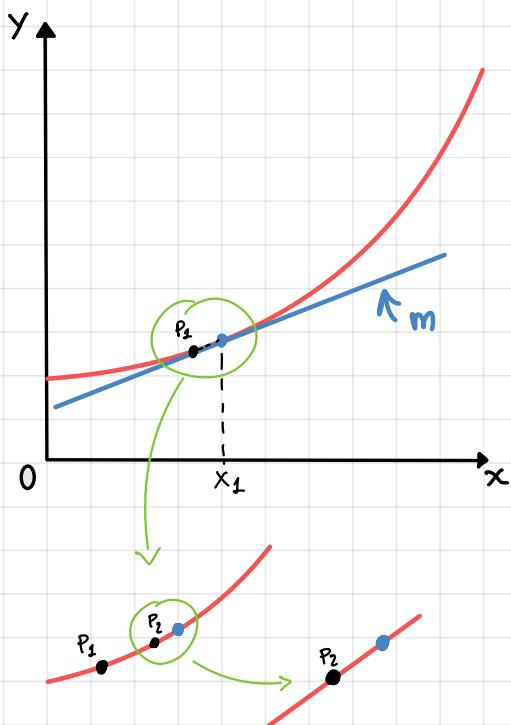
Conosciamo bene il concetto di pendenza di una retta, anche nota come "m".

Quello che m fa, e' descrivere il ratio del cambiamento della variabile y rispetto ad x.

Per trovare la pendenza di una linea ci basta prendere 2 punti della retta, calcolare Δx e Δy e fare il rapporto tra i due:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Ogni linea e' associata ad una m, perche' il rapporto rimane costante.



Quando, pero', abbiamo non piu' una retta, ma una curva, non possiamo piu' calcolare m allo stesso modo.

Se prendiamo due punti e calcoliamo la m della retta passante tra i due punti, calcoliamo la m media tra un intervallo.

A noi interessa calcolare l'm istantanea, che e' dato dalla m della retta passante per quel punto, la tangente.

Se la distanza tra i due punti che prendiamo in causa e' prossima allo zero, la retta che passa tra i due punti, e' proprio la tangente al punto di partenza, e quindi la retta che rappresenta la nostra m.

Indichiamo quindi la derivate come

$$\frac{dy}{dx} = f'(x_i) = y$$

Concetti fondamentali

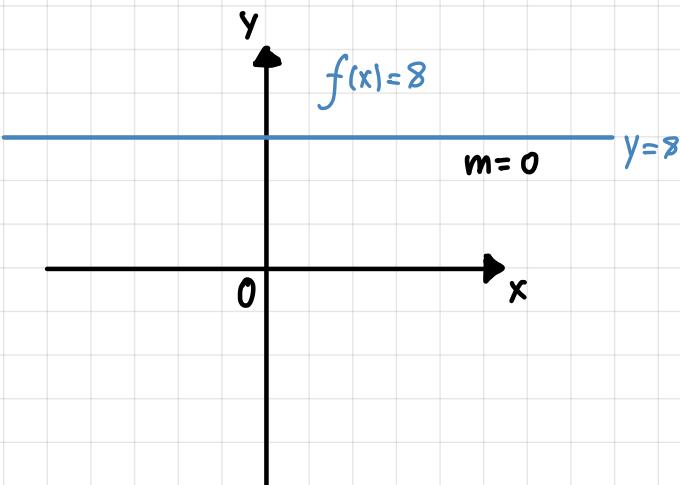
La derivata di una qualsiasi costante e' zero

$$\boxed{\frac{d}{dx}[c] = 0}$$

quindi: $\frac{d}{dx} 5 = 0$

$$\frac{d}{dx} 7 = 0$$

Perche'?



La pendenza di una retta parallela ad x sara' sempre 0.

Regola della potenza

$$\boxed{\frac{d}{dx}(x^n) = n x^{n-1}}$$

$$\text{quindi } \frac{d}{dx}(x^2) = 2x$$

$$\frac{d}{dx}(x^5) = 5x^4$$

Derivate di una costante per una funzione

$$\frac{d}{dx}[c \cdot F(x)] = c \cdot \frac{d}{dx}[F(x)]$$

La derivata di una costante per una funzione e' la costante moltiplicata per la derivata della funzione.

$$\text{Quindi: } \bullet \frac{d}{dx}(4x^7) = 4 \cdot \frac{d}{dx}(x^7) \\ \stackrel{!}{=} 4 \cdot (7x^6) = \underline{28x^6}$$

$$\bullet \frac{d}{dx}(8x^4) = 32x^3$$

$$\bullet \frac{d}{dx}(9x^5) = 45x^4$$

$$\bullet \frac{d}{dx}(5x^6) = 30x^5$$

$$\bullet \frac{d}{dx}(6x^7) = 42x^6$$

Perche' la derivata funziona?

$$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \quad \text{perche'}$$

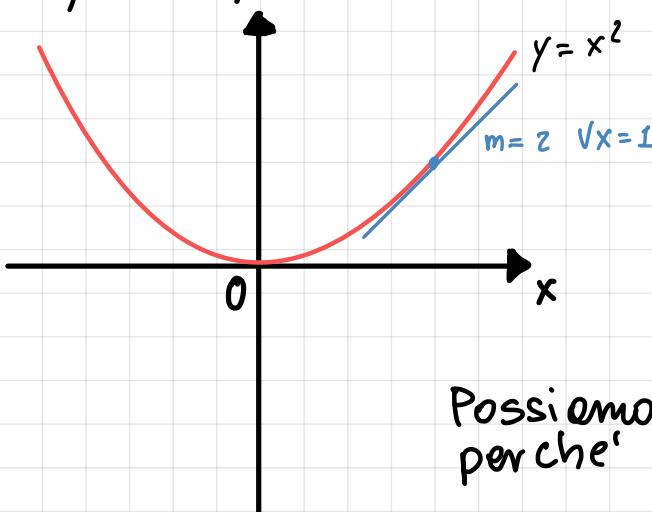
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Derivata espresso
in limite

Trovare la derivata di una funzione in un punto preciso

$$f(x) = x^2 \quad \text{in } x=1$$

$$f'(x) \underset{\text{in } x=1}{=} 2x \Rightarrow f'(1) = \underline{2}$$



Possiamo
perche'

Seguiamo il ragionamento di prendere due numeri sempre piu' vicini che abbiamo visto prima, possiamo prendere due numeri la quale media ci dica proprio il punto $x=1$:

$$\text{prendere } x_1 = 0.9 \quad x_2 = 1.1 \\ \frac{0.9 + 1.1}{2} = 1$$

Per essere piu' precisi possiamo usare $x_1 = 0.99$ e $x_2 = 1.01$, visto che la m della retta secante passante per x_1, x_2 , sara' molto piu' vicina a quella della curva in $x=1$:

Per calcolare la m di una retta usiamo $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$\Rightarrow M_{sec} = \frac{1.1^2 - 0.9^2}{1.1 - 0.9} = \frac{1.21 - 0.81}{0.2} = \frac{0.4}{0.2} = \underline{\underline{2}}$$

Non era necessario usare 0.99 e 1.01

Altro esempio

$$f(x) = x^3 \quad \text{in } x=2$$

$$f'(x) = 3x^2 \quad f'(2) = 3 \cdot 2^2 = \underline{12} = m$$

Proviamo ad approssimare m con la secante

$$x_1 = 1.9 \quad x_2 = 2.1$$

$$m = \frac{2.1^3 - 1.9^3}{2.1 - 1.9} = \frac{9.26 - 6.85}{0.2} = \underline{\underline{12.05}}$$

Derivate di una Funzione composta da monomi

$$f(x) = x^3 + 7x^2 - 8x + 6$$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \text{Derivare ogni monomio separatamente} \\
 &= 3x^2 + 14x - 8
 \end{aligned}$$

$$f(x) = 4x^5 + 3x^4 + 9x - 7$$

$$f(x) = 20x^4 + 12x^3 + 9$$

Derivata in un punto $f(x) = 2x^5 + 5x^3 + 3x^2 + 4$ in $x=2$

$$f'(x) = 10x^4 + 15x^2 + 6x ; \quad f'(2) = \frac{1}{1} 10 \cdot 2^4 + 15 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 \\ = 160 + 60 + 12 = 232$$

Derivate di un inverso (frazionale)

$$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow x^{-1} \Rightarrow f'(x) = -1x^{-2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$ES \quad f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2} \Rightarrow f'(x) = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

$$\text{ES} \quad f(x) = \frac{8}{x^4} = 8x^{-4} \Rightarrow f'(x) = -32x^{-5} = \boxed{-\frac{32}{x^5}}$$

Derivate di radici

$$f(x) = \sqrt[2]{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} x^{\frac{1-2}{2}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \boxed{\frac{1}{2\sqrt{x}}}$$

$$ES \quad f(x) = \sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}} \quad f'(x) = \frac{5}{3} x^{\frac{5}{3}-1} = \frac{5}{3} x^{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{x^{\frac{3}{3}}}{3} = \frac{x^2}{3}$$

Razionalizzazione dei radicali

Per raz. del denominatore di una frazione, si intende il procedimento che consente di eliminare dal denominatore quantità irrazionali (radicali).

Il risultato è quello di ottenere una forma priva di radici al denominatore.

1) Se il denominatore è la radice quadrata di una certa quantità, è sufficiente **moltiplicare sia numeratore che denominatore per la radice**:

$$\text{ES} \quad \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Formula generale: $\frac{3a}{\sqrt{a}} = \frac{3a}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{3a\sqrt{a}}{a} = 3\sqrt{a}$

$$\text{ES: } \frac{2}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{2}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{2\sqrt{x^2+1}}{x^2+1}$$

$\downarrow \frac{n}{n} = 1$

2) Se il denominatore è del tipo $\sqrt[n]{a^m}$, con $m < n$, ci conviene moltipicare numeratore e denominatore per $\sqrt[n]{a^{n-m}}$.

$$\text{ES: } \frac{3}{\sqrt[4]{2^2}} = \frac{3}{\sqrt[4]{2}} \cdot \frac{\sqrt[4]{2^5}}{\sqrt[4]{2^5}} = \frac{3\sqrt[4]{2^5}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{3}{2}\sqrt[4]{2^5}$$

$$\text{ES: } \frac{10}{\sqrt[3]{5}} = \frac{10}{\sqrt[3]{5}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{10\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{10}{5}\sqrt[3]{5^2} = 2\sqrt[3]{5^2}$$

$\downarrow 5$

3) Se il denom è la somma o differenza di 2 radicali quadratici, per razionalizzare usiamo il **prodotto notevole**

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

$$\text{ES} \quad \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\text{ES} \quad \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{5-3} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

Rimane sempre il meno per via del prodotto notevole

ES 1

$$f(x) = x^2(x^3 + 4) = x^5 + 4x^2 = 5x^4 + 14x = x(5x^3 + 14)$$

ES 2

$$f(x) = (2x - 3)^2 = 4x^2 + 9 + 2 \cdot 2x \cdot (-3) = 4x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 8x - 12$$

ES 3 $f(x) = \frac{x^5 + 6x^4 + 5x^3}{x^2}$

Strategia 1: Dividiamo ogni monomio per x^2

$$\frac{x^5}{x^2} + \frac{6x^4}{x^2} + \frac{5x^3}{x^2} = x^3 + 6x^2 + 5x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 12x + 5$$

Strategia 2: messa in evidenza

$$\frac{x^2(x^3 + 6x^2 + 5x)}{x^2} = x^3 + 6x^2 + 5x$$

Derivate di funzioni trigonometriche

$$\bullet \frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

$$\bullet \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

$$\bullet \frac{d}{dx} \sec x = \sec x \cdot \tan x$$

$$\bullet \frac{d}{dx} \csc x = -\csc x \cdot \cot x$$

$$\bullet \frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$$

$$\bullet \frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$$

$$\frac{1}{\cos^2 x}$$

Derivative Fundamentals

$$\bullet \ln x = \frac{1}{x}$$

Derivative	Value	Integral	Value
$\frac{d}{dx}(c)$	0	$\int c dx$	cx
$\frac{d}{dx}(x)$	1	$\int 1 dx$	x
$\frac{d}{dx}(x^n)$	nx^{n-1}	$\int x^n dx$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
$\frac{d}{dx}(g(u))$	$\frac{d}{du}g(u)\frac{du}{dx}$	$\int \frac{dx}{ax+b}$	$\frac{1}{a}\log ax+b $
$\frac{d}{dx}(u(x) + v(x))$	$\frac{d}{dx}u(x) + \frac{d}{dx}v(x)$	$\int (u(x) \pm v(x)) dx$	$\int u(x) dx \pm \int v(x) dx$
$\frac{d}{dx}(u(x) \times v(x))$	$u(x)\frac{d}{dx}v(x) + v(x)\frac{d}{dx}u(x)$	$\int u(x)v(x) dx$	$u(x)v(x) - \int v(x) du(x)$
$\frac{d}{dx}(\frac{u(x)}{v(x)})$	$\frac{v(x)\frac{d}{dx}u(x) - u(x)\frac{d}{dx}v(x)}{v(x)^2}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$
$\frac{d}{dx}(\sin x)$	$\cos x$	$\int \cos x dx$	$\sin x$
$\frac{d}{dx}(\cos x)$	$-\sin x$	$\int \sin x dx$	$-\cos x$
$\frac{d}{dx}(\tan x)$	$\sec^2 x$	$\int \tan x dx$	$-\log \cos x$
$\frac{d}{dx}(\cot x)$	$-\operatorname{cosec}^2 x$	$\int \cot x dx$	$\log \sin x$
$\frac{d}{dx}(\sec x)$	$\sec x \tan x$	$\int \sin^2 x dx$	$(-\frac{1}{4}) \sin(2x) + \frac{1}{2}x$
$\frac{d}{dx}(\csc x)$	$-\csc x \cot x$	$\int \cos^2 x dx$	$\frac{1}{4} \sin(2x) + \frac{1}{2}x$
$\frac{d}{dx}(e^x)$	e^x	$\int e^x dx$	e^x
$\frac{d}{dx}(\log x)$	$\frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x} dx$	$\log x$
$\frac{d}{dx}(a^x)$	$a^x \log a$	$\int a^x dx$	$\frac{a^x}{\log a}$
$\frac{d}{dx}(\operatorname{asinx})$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{b^2-x^2}}$	$\operatorname{asin} \frac{x}{b}$
$\frac{d}{dx}(\operatorname{acosx})$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-b^2}}$	$\operatorname{acosh} \frac{x}{b} = \log(x + \sqrt{x^2-b^2})$
$\frac{d}{dx}(\operatorname{atanx})$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\int \frac{dx}{b^2+x^2}$	$\frac{1}{b} \operatorname{atan} \frac{x}{b}$
$\frac{d}{dx}(\operatorname{acotx})$	$\frac{-1}{1+x^2}$	$\int \frac{dx}{b^2-x^2}$	$\frac{1}{b} \operatorname{atanh} \frac{x}{b} = \frac{-1}{2b} \log \frac{(x-b)}{(x+b)}$
$\frac{d}{dx}(\operatorname{asecx})$	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\int \frac{dx}{x^2-b^2}$	$-\frac{1}{b} \operatorname{acoth} \frac{x}{b} = \frac{1}{2b} \log \frac{(x-b)}{(x+b)}$
$\frac{d}{dx}(\operatorname{acscx})$	$\frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$	$\frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \operatorname{atan} \frac{(2ax+b)}{\sqrt{4ac-b^2}}$
$\frac{d}{dx}(\log \sin x)$	$\cot x$	$\int e^{ax} \sin bx dx$	$\frac{(\operatorname{asin} bx - b \cos bx)}{a^2+b^2} e^{ax}$
$\frac{d}{dx}(\log \cos x)$	$-\tan x$	$\int e^{ax} \cos(bx) dx$	$\frac{(\operatorname{acos}(bx) + b \sin(bx))}{a^2+b^2} e^{ax}$
$\frac{d}{dx}(\log \tan x)$	$\frac{2}{\sin 2x}$	$\int \frac{1}{\sin x} dx$	$\log \tan \frac{x}{2}$
$\frac{d}{dx}(\log \cot x)$	$\frac{-2}{\sin 2x}$	$\int \frac{1}{\cos x} dx$	$\log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$
$\frac{d}{dx}(\sqrt{x})$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\int \frac{1}{1+\cos x} dx$	$\tan \frac{x}{2}$
$\frac{d}{dx}(\log_{10} x)$	$\frac{\log_{10} e}{x}$	$\int \log x dx$	$x \log x - x$

Derivate di funzioni composte - Regola del prodotto

$$[f \cdot g]' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

ES $f(x) = x^2 \sin x \Rightarrow f'(x) = 2x \cdot \sin x + x^2 \cos x$

ES $f(x) = (3x^4 + 7) \cdot (x^3 - 5x)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 12x^3 \cdot (x^3 - 5x) + (3x^4 + 7) \cdot (3x^2 - 5) \\ &= 12x^6 - 60x^4 + 9x^6 - 35 \\ &= 21x^6 - 60x^4 - 35 \end{aligned}$$

ES $f(x) = \underbrace{x^3}_1 \underbrace{(\tan x)}_2 \underbrace{(3x^2 - 9)}_3 \quad f(x) = a \cdot b \cdot c$

$$\Rightarrow f'(x) = a'b'c + ab'c + abc'$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3x^2 (\tan x) (3x^2 - 9) + \\ &\quad x^3 \cdot \sec^2 x \cdot (3x^2 - 9) + \\ &\quad x^3 (\tan x) 6x \end{aligned}$$

Derivate di funzioni fratte - regola del quoziente

$$\frac{d}{dx} \frac{f}{g} = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$\begin{aligned} \text{ES } f(x) &= \frac{5x+6}{3x-7} \quad f'(x) = \frac{[5 \cdot (3x-7)] - [(5x+6) \cdot 3]}{(3x-7)^2} \\ &= \frac{15x-35 - 15x - 18}{(3x-7)^2} \\ &= \frac{9x^2 - 49 - 42x}{9x^2 - 42x - 49} \\ &= -\frac{53}{9x^2 - 42x - 49} \end{aligned}$$

Derivate di funzione composta del tipo $f(g(x))$

La derivata di una f composta è il prodotto tra la derivata della funzione esterna, avente come argomento la funzione interna, e la derivata della funzione interna:

$$D[f(g(x))] = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

Derivata funzione composta

ES $f(x) = \sin x^2$

$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = x^2$$

$$f'(x) = \cos(x^2) \quad g'(x) = 2x$$

$$\Rightarrow f'(x) = \cos x^2 \cdot 2x$$

ES $f(x) = \ln(\sin x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x$

ES $f(x) = e^{x^{2013}} = e^{x^{2013}} \cdot 2013 \cdot x^{2012}$

ES $f(x) = \sin(x \cdot \operatorname{tg} x)$ calcoliamo prima $f(x) = x \operatorname{tg} x$

$$1) f'(x \operatorname{tg} x) = \operatorname{tg} x + x \operatorname{sec}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$2) f'(x) = \cos(x \operatorname{tg} x) \cdot \tan x + x \operatorname{sec}^2 x$$

ES: più funzioni composte:

$$f(x) = \sin(e^{x^2}) \quad f'(x) = \cos(e^{x^2}) \cdot e^{x^2} \cdot 2x$$

$f'(x) \quad f'(e^{x^2}) \quad f'(x^2)$

Quindi

Ci basta quindi derivare la funzione più esterna avendo come argomento quelle più interne; successivamente, moltiplichiamo la derivata dell'argomento della precedente.

Derivata di $[f(x)]^{g(x)}$

ES $f(x) = x^x$

$$\Rightarrow x^x = e^{\ln(x^x)} = e^{x \ln x}$$

Regole generali

Dobbiamo ricordare di riscrivere x^x come $e^{\ln(x^x)}$, questo perché esponenziale e logaritmo sono funzioni inverse tra loro, quindi non cambia nulla.

Infine, possiamo portare la x davanti al \ln : $x \ln(x^x) \Rightarrow x \ln x$
e quindi possiamo dire che: $[x^x]' = [e^{x \ln x}]'$

$$\Rightarrow f'(x) = e^{x \ln x} \cdot \ln x + x \frac{1}{x} = e^{x \ln x} \cdot \ln x + 1$$

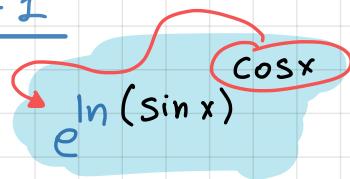
$$\text{Ma siccome } e^{\ln x} = x^x \Rightarrow f'(x) = x^x \ln x + 1$$

ES $f(x) = \sin x^{\cos x}$

$$\Rightarrow \sin x^{\cos x} = e^{\cos x \ln(\sin x)}$$

la riscriviamo come

$\underbrace{\cos x \ln(\sin x)}_{\text{composto}}$



Quindi $f'(x) = e^{\cos x \ln \sin x} \cdot -\sin x \cdot \ln(\sin x) + \cos x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x$

$$\begin{aligned} & \text{Derivata di} \\ & \ln(\sin x) \text{ ovvero come argomento sin x} \end{aligned}$$

Come comportarsi

Ogni volta che ci troviamo in una situazione del tipo $[f(x)]^{g(x)}$, ci basta usare l'uguaglianza:

$$\begin{aligned} x^x &= e^{\ln x^x} = e^{x \ln x} \\ a^b &= e^{\ln a^b} = e^{b \ln a} \end{aligned}$$

Derivate destre e sinistre

Prendiamo in esame la funzione: $y = |x^2 - 4|$ in $x = 2$
 Siccome $x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x \leq -2 \vee x \geq 2$ possiamo scrivere la funzione nella forma:

$$\begin{cases} x^2 - 4 & \text{se } x \leq -2 \vee x \geq 2 \\ -x^2 + 4 & \text{se } -2 < x < 2 \end{cases}$$

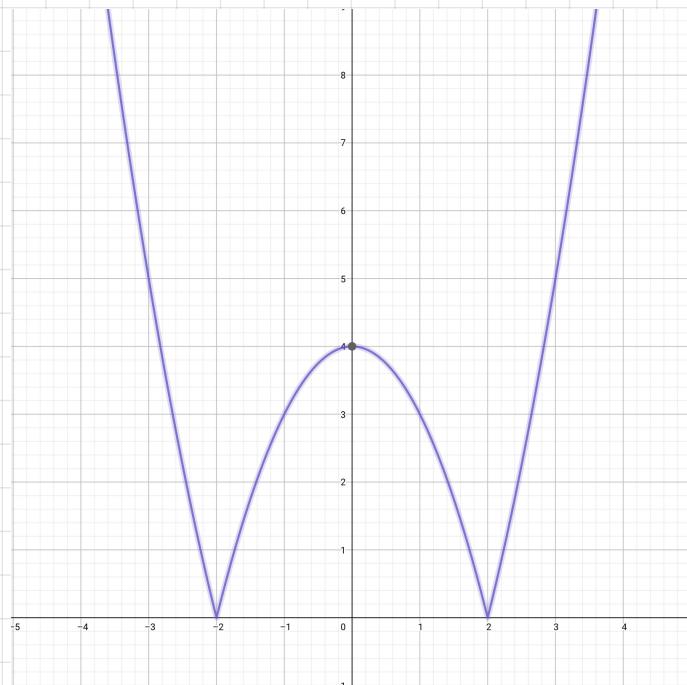
A sinistra ed a destra di 2 la funzione ha due espressioni diverse

Per $h < 0 \rightarrow$ sx di 2

$$\begin{aligned} f(2+h) &= -(2+h)^2 + 4 \\ &= -4 - h^2 - 4h + 4 \\ &= -h^2 - 4h \end{aligned}$$

Per $h > 0 \rightarrow$ dx di 2

$$\begin{aligned} f(2+h) &= (2+h)^2 - 4 \\ &= h^2 + 4 + 4h - 4 = h^2 + 4h \end{aligned}$$



Definizione

Una funzione di eq $y = f(x)$, definita in un intorno di x_0 , si dice derivabile a Sx in x_0 se il limite del rapporto incrementale con $h \rightarrow 0^-$ esiste ed è finito.

$$\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\overbrace{f(x_0+h)}^a - \overbrace{f(x_0)}^b}{h}$$

ESISTE ED
E' FINITO

ESEMPIO

$$f(x) = |x - 1| \quad \text{in } x_0 = 1$$

I) Derivate Dx Quando h tende a 0 da destra $\Rightarrow h \rightarrow 0^+$

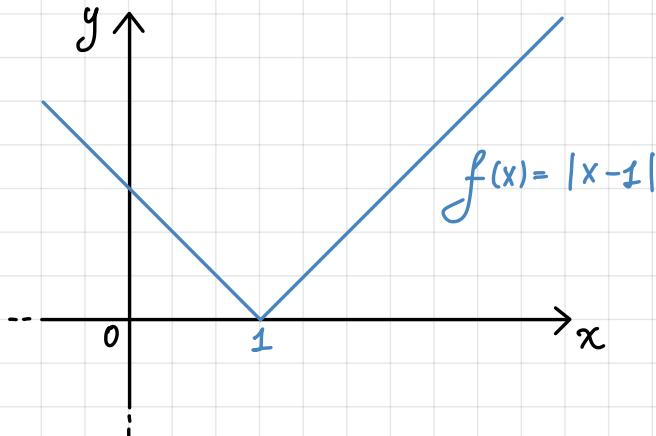
$$\begin{aligned} a) f(x_0+h) &= f(1+h) & b) f(x_0) &= f(1) \\ &= |1+h-1| = |h| & \Rightarrow |1-1| &= 0 \end{aligned}$$

Sostituendo ottieniamo $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} 1 = 1$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f'_+(1)}}$$

2) Derivata Sx

$$\dots = \lim_{h \rightarrow 0^-} -\frac{|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} -1 = -1 \Rightarrow \underline{f'_-(-1)}$$



! I risultati dei due limiti sono finiti ed esistenti, ma non sono uguali tra loro: $+1 \neq -1$

\Rightarrow La funzione f non è derivabile in $x_0 = 1$ infatti non esiste.

\Rightarrow Non è definita la retta tangente al grafico di $f(x)$ in $x_0 = 1$

$\Rightarrow f(x)$ è però derivabile a Dx e Sx di x_0 !

Osservazione:

Se abbiamo una f definita SOLO in un intorno destro di x_0 , la funzione si dirà derivabile in x_0 se è derivabile a Destra in x_0 . La stessa cosa accade per l'intorno Sx

Osservazione

Una f è derivabile in un intervallo chiuso e limitato $[a, b]$ se:

- 1) la funzione è derivabile $\forall x \in (a, b)$
- 2) la f è derivabile a Dx in $x = a$
- 3) la f è derivabile a Sx in $x = b$

Tornando all'esempio...

Premettiamo come intervallo $i = [1, 3]$, possiamo affermare che f è derivabile in $i = [1, 3]$ perché:

- 1) f derivabile $\forall x \in]1, 3[$
- 2) f deriv a Sx in 3
- 3) f deriv a Dx in 1