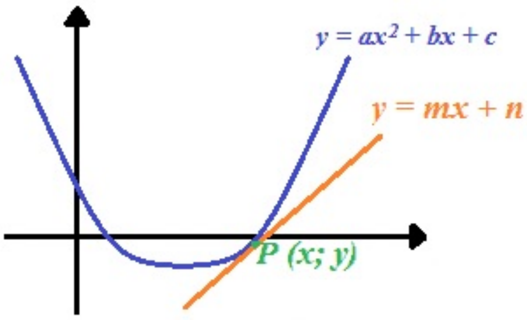
Intersezione funzione con Retta

Sappiamo che l'equazione di una parabola e' del tipo: $y = ax^2+bx+c$, mentre quella di una retta e' del tipo: $y = mx+q$; Come facciamo a capire se le due si intersecano?



Per trovare il punto di intersezione ci basta trovare la soluzione al sistema delle due equazioni:

$$\begin{cases} y = ax^2+bx+c \\ y = mx+q \end{cases}$$

Possiamo applicare diversi metodi di risoluzione, tra cui il metodo del confronto:

$$\Rightarrow \quad ax^2+bx+c = mx+q$$

ES: troviamo l'intersezione tra:

$y = 2x^2+x+2$ e $y = 4x+1$

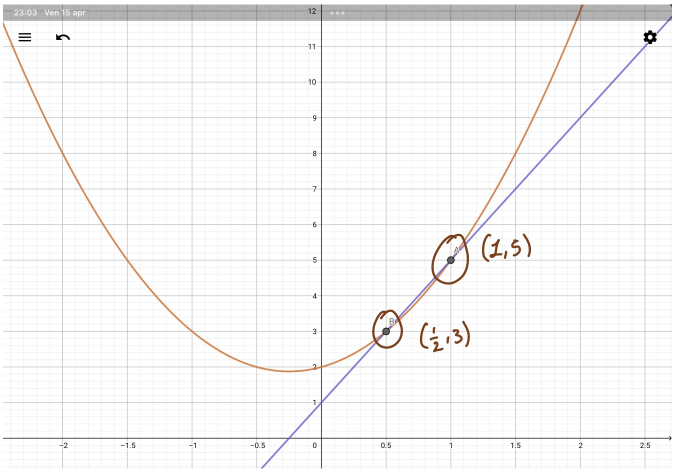
$$2x^2+x+2 = 4x+1 \Rightarrow 2x^2-3x+1 = 0 \Rightarrow 2x^2-2x-x+1 = -2x(-x+1)+(-x+1) = (-x+1)(-2x+1) = 0$$

$$\begin{cases} -x+1 = 0 \\ -2x+1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Queste Sono le due x dei due punti di inters.

$$\Rightarrow y(1) = 2+1+2 = 5 \Rightarrow (1,5)$$

$$y\left(\tfrac{1}{2}\right) = \tfrac{1}{2}+\tfrac{1}{2}+2 = 3 \Rightarrow \left(\tfrac{1}{2},3\right)$$



Intersezioni con assi

Il gioco non cambia:

Asse y $\Rightarrow$ $x = 0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} y = 2x^2+x+2 \\ x = 0 \end{cases}$ ci basta calcolare $f(0)$:

$f(0) = 0+0+2 = 2 \Rightarrow (0,2)$ Intersezione con y

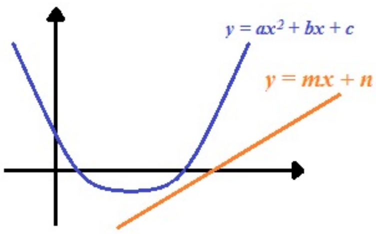
Asse x $\Rightarrow$ $y = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 2x^2+x+2 \\ y = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow 2x^2+x+2 = 0$; $\Delta = 1-4\cdot2\cdot2 = -15 < 0$

$\Rightarrow$ No intersezioni!

Punti importanti

- $\Delta < 0 \Rightarrow$ No intersezioni
- $\Delta > 0 \Rightarrow$ 2 intersezioni
- $\Delta = 0 \Rightarrow$ 1 punto di intersezione $\rightarrow$ tangente a f



Formula quadratica - Dimostrazione

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$ Da dove viene?

Partiamo dalla formula di una parabola: $f(x) = ax^2+bx+c$; Il problema di questa formula è che la x compare due volte, → difficile da risolvere.
L'obbiettivo è avere una forma del tipo $x^2+2dx+d$ che si semplifica in $(x+d)^2$:

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

A questo punto aggiungiamo $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ ad entrambi i lati:

$$\Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Questo termine ci serve solo per creare un quadrato di binomio a sinistra:

$$\overset{a^2}{x^2}+\overset{2ab}{\frac{b}{a}}+\overset{b^2}{\left(\frac{b}{2a}\right)^2} \Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

Ora la x appare solo una volta!

Ora risolviamo per x

$$\sqrt{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}} \Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}} \Rightarrow x=-\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow x=\left(-\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}\right)\frac{2\cancel{a}}{2a} = \frac{-b\pm\sqrt{-\frac{c}{\cancel{a}}\cdot(2\cancel{a})+\left(\frac{b}{2a}\right)^2\cdot 2a}}{2a} = \frac{-b\pm\sqrt{-2c+\frac{b^2}{2\cancel{4}a^2}\cdot\cancel{2a}}}{2a} = \frac{-b\pm\sqrt{-2c+\frac{b^2}{2a}}}{2a}$$

$$= \frac{-b\pm\sqrt{-2c+\frac{b^2}{2a}}}{2a} = \frac{-b\pm\sqrt{\frac{-4ac+b^2}{2a}}}{2a} = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

?

Sto provando questa Stampa in modo da poter scrivere con un minimo di inclinazione per il momento sembra essere abbastanza comoda come soluzione! A picello!