

# Programma del Corso di MATEMATICA

CdL. Ing. Elettronica per l'Automazione e le Telecomunicazioni e Ing. Informatica

Prof. G. Cardone (a.a. 2019/2020)

- 1. I NUMERI.** Cenni di teoria degli insiemi: insiemi e sottoinsiemi, unione, intersezione e differenza. Prodotto cartesiano. Massimo e minimo di un insieme. Numeri naturali, interi, razionali, reali. Rappresentazione decimale dei numeri reali. Densità di  $\mathbf{Q}$  in  $\mathbf{R}$ . Irrazionalità di  $\sqrt{2}$ . Il numero  $\pi$ . Grandezze incommensurabili. Valore assoluto di un numero reale. Disuguaglianza triangolare.
- 2. ELEMENTI DI CALCOLO COMBINATORIO.** Fattoriale. Disposizioni. Permutazioni. Combinazioni. Coefficiente binomiale. Binomio di Newton. Triangolo di Tartaglia.
- 3. FUNZIONI.** Definizione di funzione. Grafico di una funzione. Dominio e codominio. Restrizioni. Funzione inversa. Funzioni monotone. Funzioni pari e dispari. Funzioni periodiche. Funzioni composte. Funzioni elementari in  $\mathbf{R}$  e loro inverse. Equazioni e disequazioni di I e II grado. Sistemi. Equazioni e disequazioni prodotto e quoziente, con funzioni potenza, irrazionali, con valore assoluto, esponenziali e logaritmiche, trigonometriche e trigonometriche inverse.
- 4. NUMERI COMPLESSI.** Forma algebrica e trigonometrica di un numero complesso. Piano complesso. Operazioni con i numeri complessi. Formula di De Moivre. Radice  $n$ -ma di un numero complesso. Equazioni nel campo complesso.
- 5. LIMITI DI SUCCESSIONI REALI.** Definizioni. Teorema di unicità del limite, della permanenza del segno, del confronto, dei carabinieri (dim). Successioni convergenti e successioni limitate. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Limiti notevoli. Numero di Nepero. Teorema sulle successioni monotone. Limite del prodotto di una successione limitata per una infinitesima. Infiniti di ordine crescente: confronti e stime asintotiche.
- 6. LIMITI DI FUNZIONI REALI.** Intorni. Punti di accumulazione. Definizione sequenziale e definizione topologica di limite di una funzione. Teorema ponte sul legame tra le due definizioni. Limite destro e sinistro. Teorema di unicità del limite, della permanenza del segno, del confronto. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Teorema sul limite di funzioni composte. Teorema sul limite di funzioni monotone. Limiti notevoli. Infinitesimi e infiniti: teoremi di sostituzione (dim). Confronti e stime asintotiche. Asintoti. Funzioni continue. Teorema di continuità delle funzioni elementari. Tipi di discontinuità. Teorema di esistenza degli zeri. Calcolo approssimato di zeri di una funzione. Teorema di Weierstrass. Teoremi di esistenza dei valori intermedi (dim). Criterio di invertibilità. Criterio di continuità per le funzioni monotone.
- 7. CALCOLO DIFFERENZIALE PER FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE.** Definizione di derivata. Significato geometrico e fisico della derivata. Equazione della retta tangente a una curva. Derivabilità e continuità (dim). Derivata destra e sinistra. Punti angolosi, cuspidi. Differenziale di una funzione e suo significato geometrico. Derivate delle funzioni elementari. Operazioni con le derivate. Teorema di derivazione delle funzioni composte. Teorema di derivazione delle funzioni inverse.
- 8. APPLICAZIONI DEL CALCOLO DIFFERENZIALE.** Estremi relativi. Teorema di Fermat, di Rolle, di Lagrange. Funzioni crescenti e decrescenti. Criterio di monotonia (dim). Teorema di caratterizzazione delle funzioni costanti. Funzioni convesse e concave: definizioni. Criterio di convessità e concavità. Teorema di L'Hôpital. Studio del grafico di una funzione. Funzione gaussiana. Formula di Taylor. Criterio per i punti di estremo relativo. Formula di Taylor con il resto nella forma di Peano e di Lagrange. Stima del resto. Tabulazione di funzioni.
- 9. CALCOLO INTEGRALE PER FUNZIONI REALI DI UNA VARIABILE REALE.** Primitive di una funzione. Caratterizzazione delle primitive (dim). Integrali indefiniti. Integrazione per decomposizione in somma, per parti (dim.), per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali. Integrazione secondo Riemann. Criterio di integrabilità. Additività dell'integrale rispetto all'intervallo. Linearità dell'integrale. Confronto tra integrali. Classi di funzioni integrabili. Teorema della media (dim). Funzioni integrali. Teorema fondamentale del calcolo integrale (dim). Formula fondamentale del calcolo integrale (dim). Calcolo di aree di figure piane. Calcolo di volumi. Integrali impropri. Funzioni sommabili. Criteri di sommabilità.
- 10. SERIE NUMERICHE.** Condizione necessaria di convergenza (dim). Serie a termini non negativi (dim). Serie geometrica (dim). Serie armonica generalizzata. Criteri di convergenza: confronto, infinitesimi, rapporto e radice. Serie alternate: criterio di Leibnitz.
- 11. SERIE DI POTENZE, SERIE DI TAYLOR.** Serie di potenze. Teorema di Cauchy-Hadamard. Teorema di D'Alembert. Raggio di convergenza. Convergenza totale delle serie di potenze. Serie di Taylor. Criterio di sviluppabilità in serie di Taylor. Sviluppi di Taylor notevoli.
- 12. EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE.** Equazioni differenziali in forma normale. Problema di Cauchy. Risoluzione di alcuni tipi di equazioni differenziali non lineari del 1° ordine in forma normale: equazioni a variabili separabili. Equazioni differenziali lineari di I e II ordine. Teorema di esistenza e unicità per equazioni differenziali lineari. Determinante Wronskiano. Teorema sul Wronskiano. Indipendenza delle soluzioni di un'equazione lineare omogenea. Teorema sull'integrale generale di equazioni lineari omogenee e non omogenee del II ordine. Integrale generale di equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti omogenee e non omogenee con termini noti di tipo particolare. Metodo della variazione delle costanti per equazioni lineari del II ordine.

- 13. FUNZIONI REALI DI DUE VARIABILI.** Spazi vettoriali  $\mathbf{R}^2$  e  $\mathbf{R}^3$ . Prodotto scalare in  $\mathbf{R}^2$  e  $\mathbf{R}^3$ . Norma e distanza in  $\mathbf{R}^2$  e  $\mathbf{R}^3$ . Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Richiami di topologia in  $\mathbf{R}^2$  e  $\mathbf{R}^3$ . Insiemi aperti, chiusi. Dominio di una funzione di due variabili. Curve di livello. Limiti e continuità. Condizione necessarie e sufficienti per l'esistenza di limiti di funzioni di più variabili. Teoremi di Weierstrass, Cantor, valori intermedi. Derivate parziali. Gradiente. Derivate successive. Teorema di Schwarz. Matrice Hessiana. Differenziabilità e approssimazione lineare. Piano tangente. Differenziabilità e continuità (dim). Teorema del differenziale. Teorema di derivazione delle funzioni composte. Massimi e minimi relativi per funzioni di due variabili. Teorema di Fermat. Condizioni sufficienti del 2° ordine per estremi relativi.
- 14. CURVE E INTEGRALI CURVILINEI.** Curve nel piano e nello spazio. Curve regolari, semplici, chiuse. Equazioni parametriche, cartesiane e polari di una curva. Curve orientate. Versore tangente e normale a una curva. Lunghezza di una curva. Lunghezza della curva data in coordinate cartesiane e polari. Ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di una funzione.
- 15. INTEGRALI DOPPI.** Definizione di Integrale doppio. Domini normali nel piano. Misura di un dominio normale. Integrali doppi su domini normali. Interpretazione geometrica dell'integrale doppio. Formule di riduzione per integrali doppi. Calcolo di aree di domini piani. Baricentro di un dominio. Jacobiano di una trasformazione. Teorema di cambiamento di variabili per integrali doppi. Cambiamento di variabili in coordinate polari.

**Testi consigliati:**

**N.B.** (dim) = con dimostrazione

1. Marcellini-Sbordone, *Elementi di Analisi Matematica Uno*, Liguori.
2. Fusco-Marcellini-Sbordone, *Elementi di Analisi Matematica Due*, Liguori.
3. Bramanti-Pagani-Salsa, *Matematica*, Zanichelli.
4. Marcellini-Sbordone, *Esercitazioni di Matematica*, Zanichelli (Vol. 1, Parte I e II; Vol. 2, Parte I e II).
5. Alvino-Carbone-Trombetti, *Esercitazioni di Matematica*, Liguori (Vol. 1, Parte I e II).