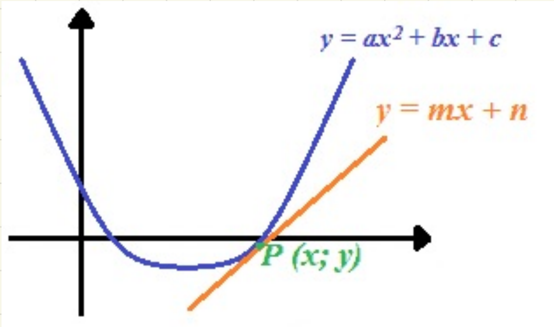
Intersezione funzione con Retta

Sappiamo che l'equazione di una parabola è del tipo: $y = ax^2+bx+c$, mentre quella di una retta è del tipo: $y = mx+q$; Come facciamo a capire se le due si intersecano?



Per trovare il punto di intersezione ci basta trovare la soluzione al sistema delle due equazioni:

$$\begin{cases} y = ax^2+bx+c \\ y = mx+q \end{cases}$$

Possiamo applicare diversi metodi di risoluzione, tra cui il metodo del confronto:

$$\Rightarrow ax^2+bx+c = mx+q$$

ES: troviamo l'intersezione tra:

$y = 2x^2+x+2$ e $y = 4x+1$

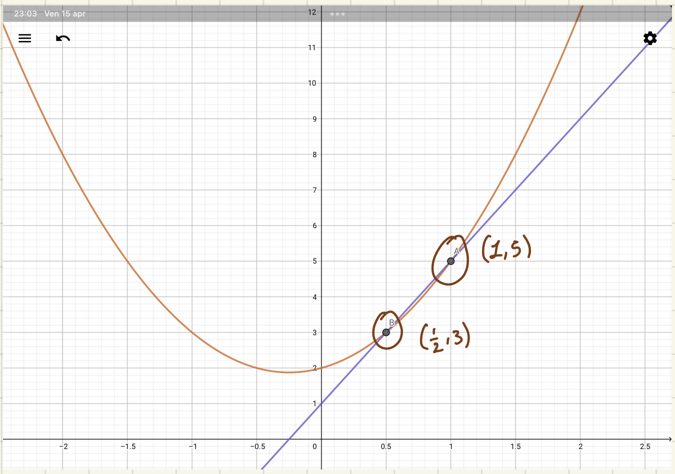
$$2x^2+x+2 = 4x+1 \Rightarrow 2x^2-3x+1=0 \Rightarrow 2x^2-2x-x+1 = -2x(-x+1)+(-x+1) = (-x+1)(-2x+1)=0$$

$$\begin{cases} -x+1=0 \\ -2x+1=0 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

Queste sono le due x dei due punti di inters.

$\Rightarrow y(1) = 2+1+2 = 5 \Rightarrow (1,5)$

$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2 = 3 \Rightarrow \left(\frac{1}{2},3\right)$



Intersezioni con assi

Il gioco non cambia:

Asse y $\Rightarrow$ $x=0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} y = 2x^2+x+2 \\ x=0 \end{cases}$ ci basta calcolare $f(0)$:

$f(0) = 0+0+2 = 2 \Rightarrow (0,2)$ Intersezione con y

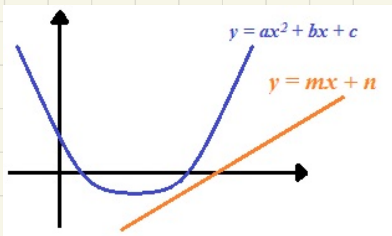
Asse x $\Rightarrow$ $y=0$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} y = 2x^2+x+2 \\ y=0 \end{cases}$

$\Rightarrow 2x^2+x+2=0$; $\Delta = 1-4\cdot2\cdot2 = -15<0$

$\Rightarrow$ No intersezioni!

Punti importanti

- $\Delta<0$ $\Rightarrow$ No intersezioni
- $\Delta>0$ $\Rightarrow$ 2 intersezioni
- $\Delta=0$ $\Rightarrow$ 1 punto di intersezione $\rightarrow$ tangente a f



Formula quadratica - Dimostrazione

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ Da dove viene?

Partiamo dalla formula di una parabola: $f(x) = ax^2 + bx + c$; Il problema di questa formula è che la x compare due volte, → difficile da risolvere.
L'obbiettivo è avere una forma del tipo $x^2 + 2dx + d$ che si semplifica in $(x+d)^2$:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

A questo punto aggiungiamo $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ ad entrambi i lati:

$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Questo termine ci serve solo per creare un quadrato di binomio a sinistra:

$$\underset{a^2}{x^2} + \underset{2ab}{\frac{b}{a}} + \underset{b^2}{\left(\frac{b}{2a}\right)^2} \Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

Ora la x appare solo una volta!

$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

Ora risolviamo per x

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}} \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow x = \left(-\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}}\right)\frac{2\cancel{a}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{-\frac{c}{\cancel{a}} \cdot (2\cancel{a}) + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \cdot 2a}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{-2c + \frac{b^2}{2\cancel{4}a^{\cancel{2}}} \cdot \cancel{2a}}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{-2c + \frac{b^2}{2a}}}{2a}$$

$$= \frac{-b \pm \sqrt{-2c + \frac{b^2}{2a}}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\frac{-4ac + b^2}{2a}}}{2a} = \boxed{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

?

Sto provando questa Stampa in modo da poter scrivere con un minimo di inclinazione per il momento sembra essere abbastanza comoda come soluzione! Apicello!