Esercizi

Dominio delle funzioni - esercizi

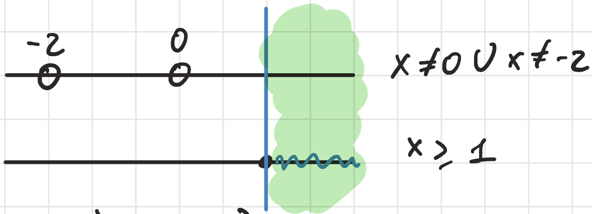
1) $f = \dfrac{\sqrt{x^3-1}}{x^2+2x}$ $\mathbb{D} = x^2+2x \neq 0$ per $x(x+2) \neq 0$

$$\begin{cases} x \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

Radice

$\Rightarrow x^3-1 \geq 0$ per $x^3 \geq 1 \Rightarrow x \geq 1$

Intersezione



Quindi: $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} \setminus x \geq 1\}$

2) $f = \left| \dfrac{\log_3 (x^2+9)}{e^x(2\sin x - 1)} \right|$

a) Denominatori

$e^x(2\sin x - 1) \neq 0$

Non si annulla mai $\Rightarrow 2\sin x - 1 \neq 0$

per $\sin x \neq \frac{1}{2} \Rightarrow x_1 \neq \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

$x_2 \neq \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$

b) logaritmi

L'argomento e' x^2+9, quindi sempre positivo

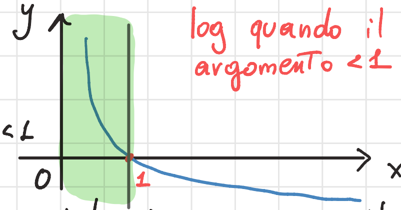
$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$

c) Il valore assoluto non crea problemi!

Quindi: $\mathbb{D} = \{x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{\pi}{6} + 2k\pi \wedge x \neq \frac{5}{6}\pi + 2k\pi\}$

3) $f = \log_2 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) \cdot e^{\sin(2x)}$

log quando il suo argomento < 1

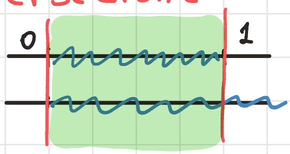


quindi è > 0 quando il suo argomento $0 < x < 1$

a) Logaritmi

$$\begin{cases} i) \quad \log_{\frac{1}{2}} x > 0 \text{ per } 0<x<1 \\ ii) \quad x > 0 \end{cases}$$

Intersezione



Quindi $\mathbb{D} = \{ x \in \mathbb{R} \setminus 0 < x < 1$

Funzioni pari e dispari Esercizi

1)
$$f = \underbrace{\sin x}_{\text{Dispari}} + \underbrace{\frac{1}{4\sin x}}_{\text{Dispari}}$$

Dispari + Dispari = Dispari

Per capire se e' pari o dispari calcoliamo $f(-x)$

$$f(-x) = -\sin x - \frac{1}{4\sin x} = -f(x) \Rightarrow$$ funzione Dispari, simm ad O

Periodica? Anche in questo caso possiamo fare il ragionamento che periodica + periodica = periodica.

Dim:

$$f(x+2\pi) = \sin(x+2\pi) + \frac{1}{4\sin(x+2\pi)}$$

Sappiamo che $\sin x$ e' periodica con $T = 2\pi$

$$\Rightarrow \sin x + \frac{1}{4\sin x} = f(x) \Rightarrow$$ Periodica

2) Per quali valori a e b $f = a e^{x^2+bx}$ e' pari tale che $f(0) = \sqrt{\pi}$

a) pari $f(-x) = f(x) \Rightarrow \cancel{a} e^{x^2-bx} = \cancel{a} e^{x^2+bx}$

esponenti: $\cancel{x^2} - bx = \cancel{x^2} + bx \Rightarrow -bx = bx \Rightarrow 2bx = 0$ per $b = 0$

b) $f(0) = \sqrt{\pi} \Rightarrow a e^{0} = \sqrt{\pi}$ ($e^0 = 1$) $\Rightarrow a = \sqrt{\pi}$