

The background of the slide is a repeating pattern of teardrop shapes. Each teardrop has a light green outline and contains several small, brown, oval-shaped seeds. The teardrops are arranged in a staggered grid across the entire slide.

# Lezione 15

ES:  $iz^2 - 2z + 3i = 0$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - ac}}{a} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 3i}}{i} = \frac{1 \pm 2}{i} \begin{cases} \frac{3}{i} = -3i \\ -\frac{1}{i} = i \end{cases}$$

Formula ridotta

Si applica quando b e' pari, se b e' divisibile per 4, si applica la ridottissima.

ES:  $z^4 - (1+i)z^2 + i = 0$  pongo  $t = z^2 \Rightarrow t^2 - (1+i)t + i = 0$   $t = \frac{(1+i) \pm \sqrt{(1+i)^2 - 4i}}{2}$

$$= (1+i) \pm \sqrt{1 + 2i + i^2 - 4i} = 1 + i - 2i = \sqrt{(1-i)^2} \Rightarrow \frac{1+i \pm 1-i}{2} = \begin{cases} 1 \\ i \end{cases}$$

$z^2 = t = 1 \Rightarrow z = \pm 1$

$z^2 = t = i \Rightarrow \varphi = 1 \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

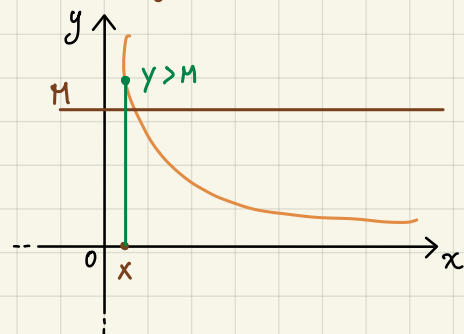
$z_0 = 1 [\cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2})] = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$

$z_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

## Varie definizioni di limite

I)  $x_0$  e e finiti  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = e \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta / \text{per ogni volta che } |x - x_0| < \delta, |f(x) - e| < \varepsilon$  (discusso gia' prima)

II)  $x_0$  finito e  $\ell = +\infty$ :  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall M > 0 \exists \delta / |x - x_0| < \delta, f(x) > M$

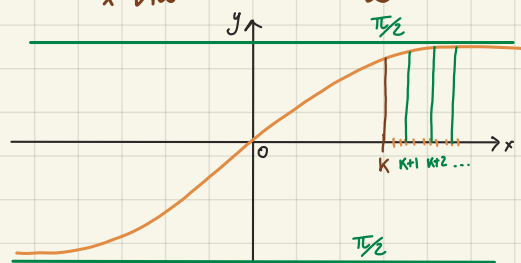


• Ogni volta che fisso un  $M > 0$ , quando  $x \rightarrow x_0$  (in questo caso 0) Trovo  $f(x)$  che si trova al di sopra  $M$ , ovvero devo trovare sempre un intorno di 0

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty \Leftrightarrow \forall M > 0 \exists \delta / |x - x_0| < \delta, f(x) < -M$

III)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e \Rightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists K > 0 / \text{ogni volta che } x > K, |f(x) - e| < \varepsilon$    
  $\uparrow$    
 f e' vicina ad e

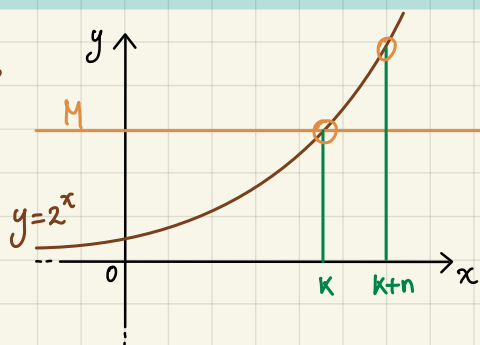
ES:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctg x = \frac{\pi}{2}$



$f(x)$  Dista da  $e$  ( $\frac{\pi}{2}$ ) per meno di  $\varepsilon$ , ovvero si avvicina ad  $e$  non meno che aumenta  $K$ .

IV)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \forall M > 0 \exists K > 0 / x > K, f(x) > M$

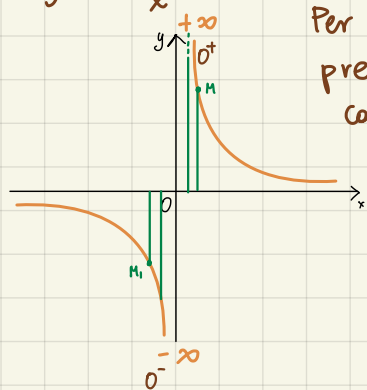
ES:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2^x = +\infty$



ogni volta che  $x > K, f(x) > M$  "sta sopra".

# Casi di non esistenza del limite

1)  $f(x) = \frac{1}{x}$

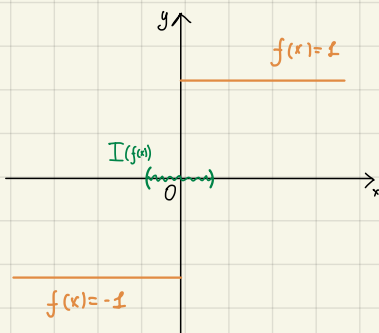


Per definizione, dobbiamo poter trovare un intorno di  $x_0=0$  / ogni volta che prendiamo un  $x$  nell'intorno,  $f(x) > M$ .

con Tutte le  $x$  che prendiamo nell'intorno e  $> 0$ , rispettiamo la definizione, ma per  $x < 0 \in I(x_0)$ ,  $f(x) \rightarrow -\infty$ !

Di conseguenza il limite non esiste!

2)  $f(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} \text{per } x \geq 0 = \frac{x}{x} = 1 \\ \text{per } x < 0 = \frac{-x}{x} = -1 \end{cases}$

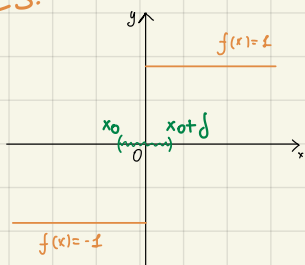


Qualsiasi intorno di  $x_0=0$  io prenda Troviamo sia valori che valgono 1 che -1. Siccome il  $\lim_{x \rightarrow 0^-}$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^+}$  sono diversi, il limite non esiste.

## Limite destro e sinistro

Si dice che  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 / x_0 < x < x_0 + \delta \Rightarrow x \in (x_0, x_0 + \delta), |f(x) - l| < \varepsilon$

ES:



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$$

Da Destra

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = -1$$

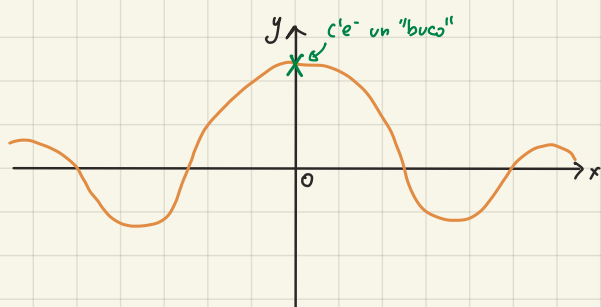
Da Sinistra

Osservazione: Il limite

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ esiste } \iff$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) &= l \\ \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) &= l \end{aligned} \right\} \text{I due limiti coincidono}$$

ES:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  esiste ed e' 1



Non vediamo il "buco" perché  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} = 1 \Rightarrow$  I  $\lim_{x \rightarrow 0^+}$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^-}$  coincidono.

\* In questi casi notiamo che  $D(f(x)) = x \in \mathbb{R} - \{0\}$   
 $\Rightarrow$  In  $x=0$  c'e' un buco, analizziamo a calcolare i limiti  $\lim_{x \rightarrow 0^+}$  e  $\lim_{x \rightarrow 0^-}$