CRITERIO DI ROUTH - HURWITZ

$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

$\Rightarrow D(s) = 0 \leadsto a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0$ ci dà n POLI

Ma se il grado dell'equazione caratteristica è troppo alto, potrebbe essere difficile trovare le radici, e quindi i poli per scoprire se la funzione di trasferimento è stabile o meno.

Il criterio di Hurwitz ci permette di scoprire se una fdt è stabile senza trovare nemmeno un polo.

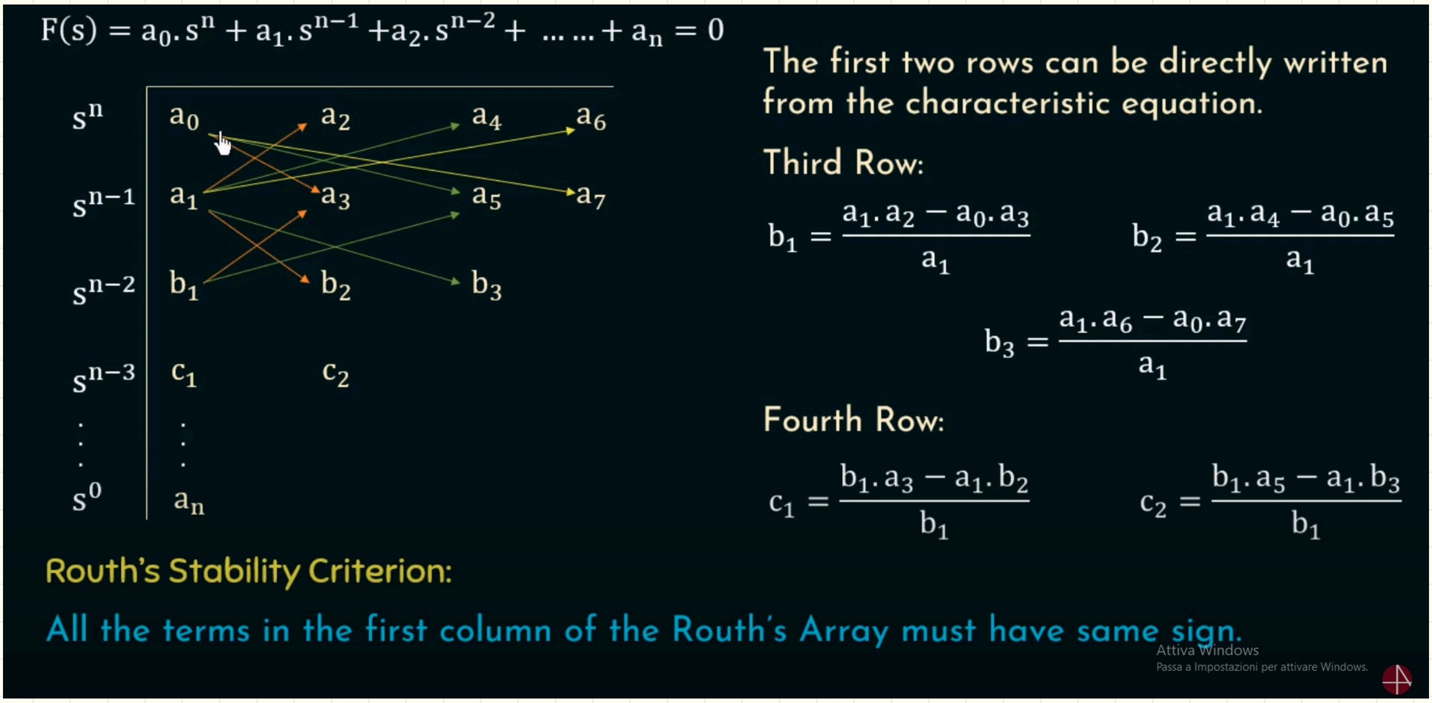
Condizioni **necessarie e non sufficienti** affinché il polinomio di hurwitz (e quindi stabile):
- tutti i coefficienti del polinomio devono avere lo stesso segno.
- tutte le potenze di s (a partire da quella maggiore n) devono essere presenti (fino al termine noto n=0).

Se il polinomio non rispetta le due condizioni a sinistra, possiamo direttamente dire che il sistema non è stabile.

ARRAY DI ROUTH

$F(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0$

Dal canale YouTube NesoAcademy



È importante che l'ordine del polinomio caratteristico sia decrescente e siano presenti tutte le potenze come già detto.
Dopodiché formiamo la tabella di Routh andando a porre nelle prime due righe i coefficienti stando attenti a:
- Porre i coefficienti di ordine pari lungo la prima riga
- Porre i coefficienti di ordine dispari lungo la seconda riga

Dopodiché andiamo a calcolare i coefficienti delle righe successive come il determinante dei coefficienti precedenti. E' molto più semplice vedere la foto sopra che cercare di spiegarlo a parole. Diciamo solo che la prima colonna rimane costante e cambiamo colonna per ogni coefficiente.

Infine **possiamo dire che il sistema è stabile se tutti i coefficienti della prima colonna hanno lo stesso segno.**

ESEMPI

$s^3 + 6s^2 + 11s + 6 = 0$

Condizioni necessarie: Tutti i coeff sono dello stesso segno; tutte le pow di s sono presenti

s^3	1	11	0
s^2	6	6	0
s^1	$b=10$	$c=0$	
s^0	$d=6$		

↑ POSITIVI $\Rightarrow$ A. STABILE

$b = \frac{6 \cdot 11 - 1 \cdot 6}{6} = \frac{66-6}{6} = 10$

$c = \frac{6 \cdot 0 - 0 \cdot 1}{6} = 0$

$d = \frac{10 \cdot 6 - 0 \cdot 6}{10} = 6$

Notiamo che l'ultimo coefficiente calcolato è il termine noto del polinomio caratteristico

Protocollo per determinare se un sistema è stabile o instabile
1. Considera il polinomio caratteristico (denominatore posto a zero).
2. Vedi se tutti i coefficienti hanno lo stesso segno. Se c'è anche un solo coefficiente di segno opposto il sistema è instabile.
3. Vedi se tutte le potenze di s sono presenti. Se ne manca anche solo una (da N a 0) il sistema è instabile.
4. Applica il teorema di RH e determina se il sistema è stabile (prima colonna segni uguali) o instabile (prima colonna segni diversi)

QUANTI POLI POSITIVI CI SONO?

ES:

s^4	1	3	8
s^3	2	10	0
s^2	-2	8	0
s^1	18	0	
s^0	8		

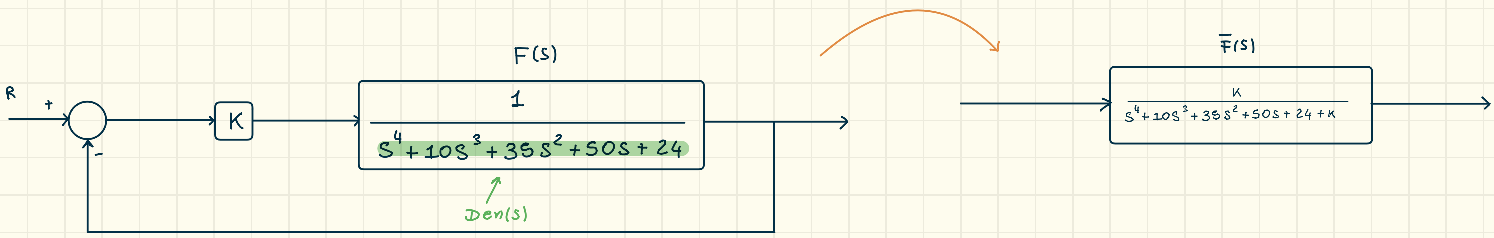
1 +
2 +
} 1 Polo Positivo
-2 −
} 1 Polo Positivo
18 +
8 +

Per ogni cambio di segno abbiamo un polo a parte reale positiva

* VEDI CASI PARTICOLARI

Valore del guadagno che destabilizza il sistema

Supponiamo di avere il sistema in Feed Back unitario:



$$\bar{F}(s) = \frac{\frac{K}{Den(s)}}{1+\frac{K}{Den(s)}} = \frac{\frac{K}{\cancel{Den(s)}}}{\frac{Den(s)+K}{\cancel{Den(s)}}} = \frac{K}{Den(s)+K} = \frac{K}{s^4+10s^3+35s^2+50s+24+K}$$

Nuovo Polinomio Caratteristico P(S)

Quando $\bar{F}(s)$ e' Stabile?

$$P(s) = s^4+10s^3+35s^2+50s+24+K = \emptyset$$

s^4	1	35	24+K
s^3	10	50	0
s^2	30	(24+K)	0
s^1	$42-\frac{K}{3}$	0	
s^0	$\left[\frac{-\frac{K^2}{3}+34K+1008}{\frac{K}{3}-42}\right]$		

Positivi Per K...?

$$\frac{10\cdot 35-50}{10} = \frac{300}{10} = 30$$

$$\frac{[10\cdot(24+K)]}{10} = 24+K$$

$$\frac{30\cdot 50-(24+K)10}{30} = \frac{1500-240-10K}{30} = \frac{1260-10K}{30} = 42-\frac{K}{3}$$

$$\begin{cases} 42-\frac{K}{3}>0 \implies \bar{K}_1<126 \\ \bar{K}_2 = \text{qualcosa} >126 \end{cases}$$

$\implies$ Il sistema e' Stabile per $K<126$