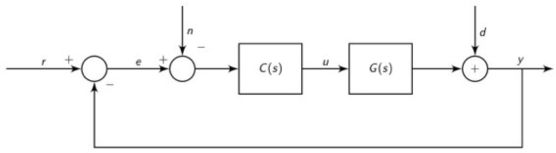
RECAP

Schema a blocchi controllo in retroazione negativa unitaria



- Sensitività (diretta): $S(s) = \dfrac{1}{1 + C(s)G(s)}$
- Sensitività complementare: $F(s) = \dfrac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}$
- Sensitività del controllo: $Q(s) = \dfrac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}$

Sensitività complementare

$$F(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$

1. f.d.t. tra riferimento r e uscita y
2. f.d.t. (cambiata di segno) tra rumore di misura n e uscita y
3. f.d.t. tra rumore di misura n ed errore di controllo e

1) Vorremmo che questa funzione di trasferimento sia 1. Ricordiamo che la sensitività diretta era 0, quindi il complementare di 0 è proprio 1. Per garantire buone prestazioni di controllo, ovvero seguire il riferimento, possiamo portare la sensitività complementare ad 1 (o quella diretta a 0).

2) se non ci fosse il rumore di misura, ci basterebbe il punto 1. Ma se la fdt è 1 allora tutto il rumore di misura si riverserebbe sull'errore di misura. Non riusciamo a seguire bene il riferimento senza tenere conto del rumore di misura.

Il problema è che il rumore di misura si riversa in ingresso ed andiamo quindi a seguire il rumore invece che il riferimento.
Una soluzione sarebbe quella di utilizzare un trasduttore migliore (spendendo più soldi) per migliorare le prestazioni.

Avere $F(s) \equiv 1$ è positivo per inseguire il riferimento (punto 1) ma negativo per l'effetto del rumore di misura (punti 2 e 3).
Si noti che è impossibile avere $F(s) \equiv 1 \quad \forall s$.

Disaccoppiamento frequenziale delle sensitività

Si noti il vincolo

$$\underbrace{S(s) + F(s)}_{\text{COMPLEMENTARI}} = 1 \quad \forall s$$

Nel progetto del sistema di controllo è opportuno avere:

- $|F(j\omega)| \simeq 1 \Rightarrow |S(j\omega)| \simeq 0$ nella banda di frequenze in cui occorre inseguire il riferimento (tipicamente per $\omega \leq \omega_c$)
- $|F(j\omega)| \simeq 0 \Rightarrow |S(j\omega)| \simeq 1$ nella banda di frequenze in cui è concentrato il rumore di misura (tipicamente per $\omega > \omega_c$).

Essenzialmente diciamo che a seconda che siamo prima o dopo di Wc la sensitività complementare sia 1 oppure 0, per limitare il rumore

* Recap Impo

L'ideale con questo sistema è avere un disturbo in alta frequenza (che non usiamo).
Se abbiamo un errore (nel caso peggiore) a bassissima frequenza (0) avremmo un errore anche in continua. Andiamo quindi a sbagliare praticamente sempre

$$|Q(j\omega)| = |C(j\omega)S(j\omega)| = |F(j\omega)G(j\omega)^{-1}| = \begin{cases} \dfrac{1}{|G(j\omega)|}, & \omega \leq \omega_c \\ |C(j\omega)|, & \omega > \omega_c. \end{cases}$$

*

Analisi sensitività complementare

Data

$$L(s) = \frac{\mu \prod_i (1+\tau_i s) \prod_i (1 + 2\zeta_i s/\alpha_{ni} + s^2/\alpha_{ni}^2)}{s^g \prod_i (1+T_i s) \prod_i (1 + 2\xi_i s/\omega_{ni} + s^2/\omega_{ni}^2)}$$

allora la risposta al gradino a regime assumerà il valore

$$y^{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{L(s)}{1+L(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{\mu}{s^g + \mu} = \begin{cases} 0, & g < 0 \quad \text{INT RETR} \\ \dfrac{\mu}{1+\mu}, & g = 0, \ (\mu \neq -1) \\ 1, & g > 0 \quad \text{INT ANELLO} \end{cases}$$

Analisi sensitività del controllo

Uscita del controllore a regime

$$Q(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)} = C(s)S(s) = F(s)G(s)^{-1}$$

Nell'ipotesi di una funzione di anello di tipo 0 (non ci sono né azioni integrali né derivative nel controllore e/o nell'impianto):

$$u^{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{C(s)}{1+L(s)} = \frac{\mu_C}{1+\mu} = \frac{\mu}{1+\mu}\frac{1}{\mu_G},$$

dove $\mu_C = C(0)$ e $\mu_G = G(0)$.

Andamento frequenziale delle sensitività

L guadagno di anello

Abbiamo i requisiti:

1. $|S(j\omega)| = \dfrac{1}{|1+L(j\omega)|} \simeq 0, \quad \omega \le \omega_c$ $\quad L \gg 1$
2. $|S(j\omega)| = \dfrac{1}{|1+L(j\omega)|} \simeq 1, \quad \omega > \omega_c$ $\quad \to L \ll 1$

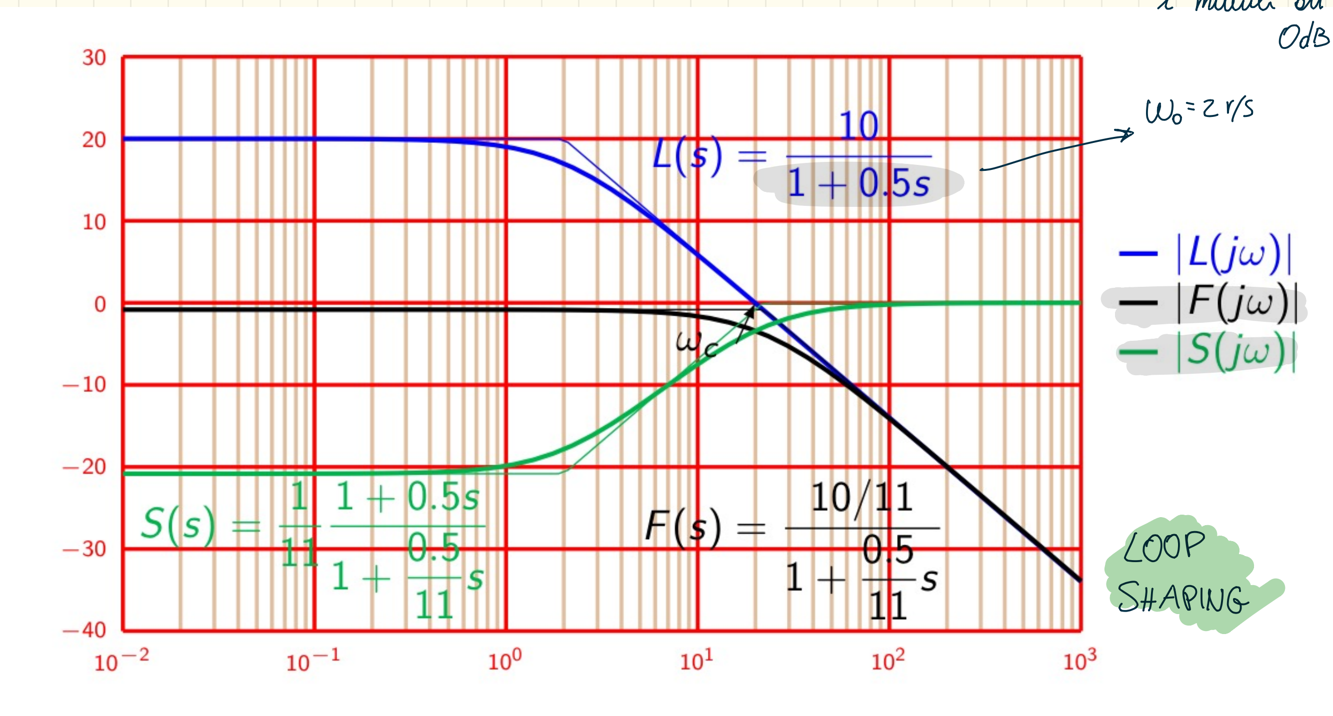
Tipo 1: $L(s) = \frac{1}{s} \to L(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \underset{\omega \to 0}{=} \to \infty$

Possiamo soddisfarli progettando una $L(j\omega)$ tale che

1. $|L(j\omega)| \gg 1, \quad \omega \le \omega_c$ $\quad L(j\omega) \to \infty$
2. $|L(j\omega)| \ll 1, \quad \omega > \omega_c$

* $\dfrac{s}{s^2 + \omega_0^2}$ Risposta in ω_0?

ω_c corrisponde a quando i moduli attraversano 0dB



$\omega_0 = 2$ r/s

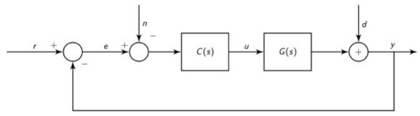
ω_c PULSAZIONE DI ATTRAVERSAMENTO

* TARARE

LOOP SHAPING

Schema a blocchi controllo in retroazione negativa unitaria

*



- Sensitività (diretta): $S(s) = \dfrac{1}{1 + C(s)G(s)} = \dfrac{1}{1 + L(s)}$
- Sensitività complementare: $F(s) = \dfrac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \dfrac{L(s)}{1 + L(s)}$
- Sensitività del controllo: $Q(s) = \dfrac{C(s)}{1 + C(s)G(s)} = \dfrac{C(s)}{1 + L(s)}$

Poli e zeri

Data $L(s) = \dfrac{N_L(s)}{D_L(s)}$ quali sono i poli e gli zeri delle sensitività?

$$F(s) = \frac{\dfrac{N_L(s)}{D_L(s)}}{1 + \dfrac{N_L(s)}{D_L(s)}} = \frac{N_L(s)}{D_L(s) + N_L(s)}$$

COMPLEMENTARE

$$S(s) = \frac{1}{1 + \dfrac{N_L(s)}{D_L(s)}} = \frac{D_L(s)}{D_L(s) + N_L(s)}$$

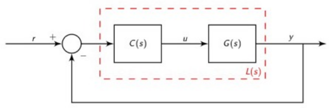
DIRETTA

* Posizionare zeri per annullare errore

La retroazione sposta tutti i poli.
I poli a ciclo aperto sono sempre diversi dai poli a ciclo chiuso (con retroazione). Solo gli zeri rimangono fissi

I poli della funzione di anello diventano zeri della sensitività diretta
Gli zeri della funzione di anello rimangono zeri della sensitività complementare
La stabilità a ciclo chiuso è determinata dalle radici del polinomio $D_L(s) + N_L(s)$

Schema a blocchi controllo in retroazione negativa unitaria



- Funzione di anello: $L(s) = C(s)G(s) = \dfrac{N_L(s)}{D_L(s)}$
- Equazione caratteristica: $D_L(s) + N_L(s) = 0 \iff 1 + L(s) = 0$

Esempio

$$C(s) = k, \quad G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

Come è possibile analizzare la stabilità del sistema a ciclo chiuso al variare del guadagno k del controllore?

Possibili soluzioni:

- Criterio di Routh $K > 0$
- Calcolare i poli del sistema a ciclo chiuso

Equazione caratteristica:

$$\Delta(s) = 1 + k\underbrace{\frac{1}{s(s+2)}}_{L(s)} = 0$$

$$\Rightarrow s^2 + 2s + k = 0 \Rightarrow s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1-k}.$$

POLI

$K < 0$ i poli si allontanano ed uno diventa Positivo $\Rightarrow$ INSTABILE

$K = 0 \Rightarrow$ NO CONTROLLORE $\Rightarrow -1 \pm 1 \to -2, \; 0$

K

$K > 1$ la parte imm Aumenta ReP $= -1$ Cost

$K = 1$ COINCIDENTI

$0 < K < 1$ REALI NEGATIVI

Posizione dei poli al variare del parametro

Il problema consiste nel trovare le radici dell'equazione

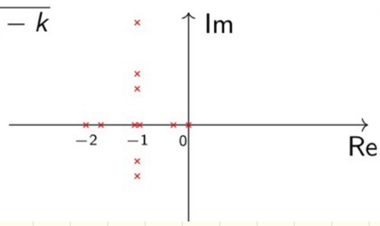
$$1 + k\frac{N(s)}{D(s)} = 0$$

al variare del parametro ρ.

Nell'esempio precedente

$$N_L(s) = kN(s) = k, \quad D(s) = D_L(s) = s(s+2), \quad D_L(s^*) + kN(s^*) = 0$$

$$s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1-k}$$



I poli si muovono