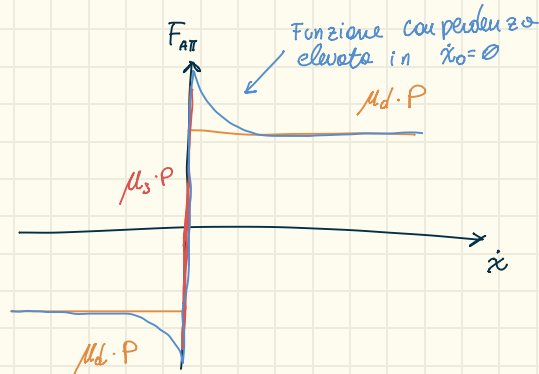


## Derivatore Digitale

implementabile come il rapporto  
tra due campioni consecutivi  
ed il tempo di campionamento

## CRUISE CONTROL

$$m \ddot{x} = U - b \dot{x}$$



Quando la velocità è zero la forza di attrito statico non ha un valore preciso, ma è un qualsiasi valore sull'asse delle ordinate.

Non riusciamo quindi a dare un valore: non è una funzione ma relazione o *set valued function*.

Quindi Se usiamo l'attrito statico nell'equazione differenziale, non riusciamo più a risolverla al "solito modo".

Vogliamo la velocità:  $m \ddot{x} = U - b \dot{x} \rightarrow m \dot{v} = U - b \cdot v \rightarrow \dot{v} = \frac{U}{m} - \frac{b}{m} v$

Con questa operazione andiamo a vedere come si comporta il sistema in un **punto di equilibrio**.

In un ipotetico equilibrio in cui  $v = v_{ref}$ , come deve essere  $u$  per rimanere a velocità Costante? La risposta

$$\frac{1}{m} (U - b \cdot v) = \dot{v} \rightarrow U = \frac{b}{m} v + \dot{v}$$

$$\Rightarrow U_{ref} = b \cdot v_{ref}$$

$$\dot{v} = \frac{U}{m} - \frac{b}{m} v \rightarrow \text{omogenea Ass} \rightarrow \lambda + \frac{b}{m} = 0$$

Coefficiente A

Il valore di regime può essere calcolato annullando i termini con derivata in modo da trovare il valore di regime.

$$s V(s) = \frac{U}{m} - \frac{b}{m} V \rightarrow V \left[ s + \frac{b}{m} \right] = \frac{U}{m} \rightarrow V = \frac{U}{s m + b} \rightarrow \bar{s} = -\frac{b}{m} \text{ Polo}$$

$$\frac{\frac{1}{m}}{s + \frac{b}{m}} \Rightarrow G_{statico} = \frac{1}{b} \Rightarrow \text{Valore a regime} = \bar{v} \cdot \frac{1}{b}$$

Segue in ingresso

$$V(s) = \frac{1/m}{s + b/m} U(s).$$

Legge di controllo open loop:

$$u(t) = b v^{ref}$$

$$v(t) \rightarrow v^{ref}$$

Cosa accade se ad un certo punto  $b$  si dimezza?

$$V(s) = \frac{1/m}{s + b/(2m)} U(s)$$

$$u(t) = b v^{ref}$$

$$v(t) \rightarrow 2 v^{ref}$$

$$G = \frac{2}{b} \Rightarrow \text{Valore finale} = \frac{2}{b} \cdot b v^{ref} = 2 \cdot v^{ref}$$

INCERTEZZA DEL 100% CONOSCENZA

ERRORE DEL 100% USCITA

Il controllo a ciclo aperto non è **robusto** alle **variazioni parametriche** dell'impianto.

\*IMPO

# CONTROLLO A ANELLO CHIUSO

$$u(t) = k(v^{\text{ref}} - v)$$

ERRORE DI CONTROLLO

Il controllo è di tipo proporzionale.  
Se  $k$  è positivo sto accelerando, se l'errore di controllo è negativo dobbiamo decelerare.

Pongo questo nuovo ingresso all'equazione differenziale vista prima

$$\dot{v} = \frac{kv^{\text{ref}} - kv}{m} - \frac{b}{m}v = \frac{kv^{\text{ref}}}{m} - \frac{k+b}{m}v$$

Nuovo Polo

$$\Rightarrow \tau = \frac{m}{k+b} \leftarrow \text{dipende dal guadagno}$$

$K$  ha come effetto quello di velocizzare la risposta e di stabilizzarla

A regime  $\dot{v}=0 \Rightarrow v = \frac{kv^{\text{ref}}}{k+b} = v^{\text{ref}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{b}{k}}$

Il controllo a ciclo chiuso è più **robusto** alle variazioni parametriche dell'impianto.

$k=10b \Rightarrow$  sbaglino del 10%  
 $k=100b \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{b}{100}} \approx 1\%$

$$m\dot{v} = u - bv$$

$$V(s) = \frac{1/m}{s + b/m} U(s)$$

Se  $u(t) = k(v^{\text{ref}} - v)$ :

$$m\dot{v} = kv^{\text{ref}} - (b+k)v$$

$$V(s) = \frac{k/m}{s + (b+k)/m} v^{\text{ref}}(s)$$

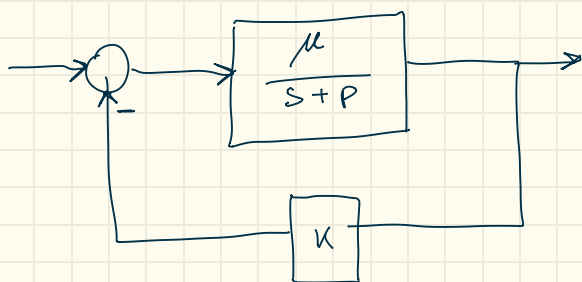
Valori parametri:  $m = 1580 \text{ kg}$ ,  $b = 26 \text{ N s/m}$ .

$$\tau = \frac{m}{b+k} \leftarrow \text{Arrivo a regime più velocemente}$$

$$\bar{s} = -\frac{b+k}{m} \leftarrow \text{frequenza di taglio}$$

Nuova funzione di trasferimento

La retroazione rende il sistema più robusto alle variazioni parametriche (se dovesse cambiare qualche parametro del sistema, ad esempio la massa) e aumenta la banda passante.



#DomandeEsameControlli

**NON CANCELLARE MAI  
UN POLO A R.P.  
!! POSITIVA !!**

## Effetti dinamici del controllo a ciclo chiuso

- Stabilità (dall'esempio precedente aumenta il "margine")
- Allargamento banda passante
- Si comprende che possono esserci effetti benefici sulla sovrallungazione (sistemi del secondo ordine)

Domanda: è possibile ottenere tali effetti a ciclo aperto?