TIPO 1: $\nu = 2$ con soli due poli e CANCELLAZIONE di quello STABILE

Questo tipo di esercizio è il più semplice perché abbiamo due asintoti a +-90° ed un solo punto di incontro (break away). Se uno dei due poli è instabile (sicuramente lo è) dobbiamo attirarlo verso il semipiano sinistro. Il modo più semplice per fare ciò è cancellare il polo stabile in modo che la nuova L(s) sia con NI=1 e quindi basta solo il guadagno per renderla stabile.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s^2+6s-7}$$

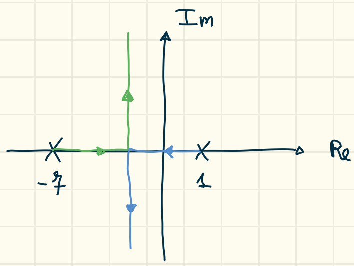
e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 1,33s;
- errore di posizione inferiore al 25%.

$$G(s) = \frac{1}{s^2+6s-7}$$

$$s_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-4(-7)}}{2} = -3 \pm 4 \begin{cases} -7 \\ +1 \,! \end{cases} \Rightarrow (s^2+6s-7) = (s+7)(s-1)$$

A. InST a C.A.



• SPECIFICA DINAMICA

Vogliamo $T_{a_1} < 1.33s \Rightarrow \frac{4.3}{\sigma} < 1.33 \Rightarrow |\sigma| > \frac{4.3}{1.33} = 3.23$

• Dove si incontrano?

centroide: $\frac{1}{\nu}\sum P = \frac{1}{2}\left(-7+1\right) = -\frac{6}{2} = -3$ Non abbastanza

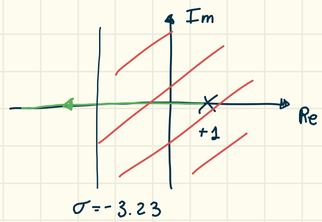
$\Rightarrow$ Dobbiamo portare il polo dominante a sx di $\sigma = -3.23$ $\Rightarrow$ Cancello il polo in -7

$$\Rightarrow C(s) = K(s+7) \rightarrow L'(s) = \frac{K\cancel{(s+7)}}{\cancel{(s+7)}(s-1)} = \frac{K}{s-1}$$

$s^* = -3$

$$|K| = \left|\frac{D(s^*)}{N(s^*)}\right| = |-3-1| = 4$$

un gain $K > 4$ assicura la specifica



• SPECIFICA STATICA

Vogliamo $e_p < 25\%$

Siccome $L'(s)$ è di tipo zero $\quad e_p = \left|\frac{1}{1+\mu}\right|$ con $\mu = -K \Rightarrow \left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.25$

Da Scartare

$$\begin{cases} \text{Se } 1-K>0 \rightarrow K<1 \rightarrow \frac{1}{1-K} < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{4-1+K}{4-4K} < 0 \rightarrow \cancel{\begin{cases} K>3 \\ K>1 \end{cases}} \\ \text{Se } 1-K<0 \rightarrow K>1 \rightarrow -\frac{1}{1-K} < \frac{1}{4} \rightarrow \frac{4+1-K}{(1-K)4} < 0 \rightarrow \begin{cases} K>5 \\ K>1 \end{cases} \end{cases}$$

UNISCO

$$\begin{cases} K>4 \\ K>5 \end{cases} \Rightarrow \text{prendo } K=6 \Rightarrow C(s) = 5(s+7) \quad \text{ma } \nu < 0 \Rightarrow \text{Non realizzabile}$$

$\rightarrow$ Aggiungo un polo in alta freq: $z = 7 \Rightarrow \frac{5(s+7)}{1+sT}$ con $T = \frac{1}{10 \cdot z} = \frac{1}{70} \Rightarrow$

Ans

$$C(s) = \frac{5(s+7)}{1+\frac{s}{70}}$$

TIPO 2: $\nu = 1$ ma il controllore Aggiunge un polo ed uno zero SENZA CANCELLAZIONI

In questo caso che è un po' più difficile, abbiamo una specifica statica che richiede l'aggiunta di un integratore che destabilizza il sistema. Dobbiamo quindi aggiungere un ulteriore zero che rende il luogo delle radici leggermente più complicato.
Dobbiamo portare il polo dominante (ma entrambi) a sinistra di un certo valore in modo da rispettare la specifica dinamica (tempo assestamento). Siccome NI=1 abbiamo un solo asintoto a 180°; essendoci uno zero, uno dei poli andrà verso lo zero (seguendo l'asintoto una volta tornato sull'asse reale) mentre l'altro polo a verso sinistra.

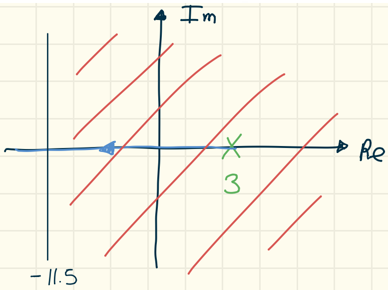
Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

$$G(s) = \frac{1}{s-3} = -\frac{1}{3-s} \qquad \mu = -1 < 0$$



Q: $T_{a_1} < 0.4\ s$, $e_v < 10\%$

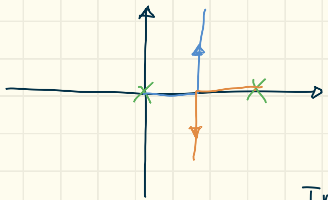
- Specifica dinamica

Polo dominante

$$\frac{4.6}{\sigma} < 0.4 \rightarrow |\sigma| > \frac{4.6}{0.4} = 11.5 \quad \sigma$$

Siccome mi serve $e_r < 10\% \Rightarrow$ ho bisogno di $L(s)$ di tipo 1 (almeno) e mi basta un guadagno

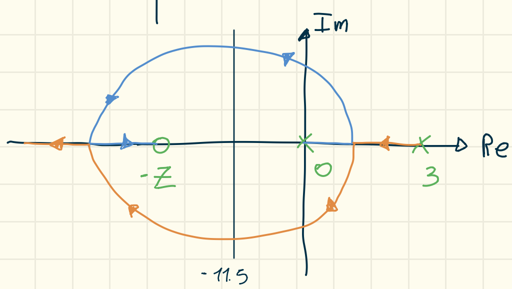
$$\Rightarrow C(s) = \frac{K}{s} \text{ Integrale} \rightarrow L'(s) = \frac{K}{s(s-3)}$$



Così facendo destabilizzo il syst

$\Rightarrow$ Mi serve uno zero

$$C(s) = \frac{K(s+z)}{s} \rightarrow L'(s) = \frac{K(s+z)}{s(s-3)}$$



Fisso $z = 13$ visto che $\sigma = -12.5$

$\nu = 1$ Con 2Poli 1Zero

$$\Rightarrow L'(s) = \frac{K(s+13)}{s(s-3)} = \frac{Ks+13K}{s^2-3s}$$

$$P_c(s) = s^2 - 3s + Ks + 13 \cdot K = s^2 + s(K-3) + 13K$$

s^2	1	13K
s	K-3	0
s^0	13K	

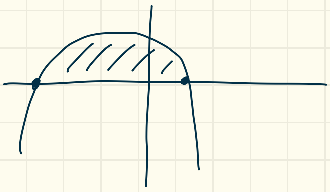
$$\begin{cases} K-3 > 0 & \text{per } K > 3 \\ 13K > 0 & \text{per } K > 0 \end{cases}$$

$$\gamma(x) = -\frac{x^2-3x}{(s+13)} \rightarrow \gamma'(x) = \frac{-(2x-3)(x+13) + (x^2-3x)}{(x+13)^2} > 0$$

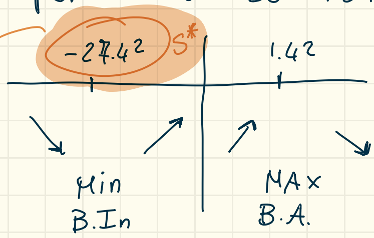
per $-2x^2-26x+\cancel{3x}+39+x^2-\cancel{3x}>0$ per $-x^2-26x+39>0$

$x_1 \cong 1.42$

$x_2 \cong -27.42$



$\gamma'(x)>0$ per $-27.42<x<1.42$



$\Rightarrow |K| = \dfrac{(s^*)^2-3s^*}{s^*+13} = |-57.84| = 57.84$ K

Scelgo $K=58$ per essere sicuro

Quindi $\boxed{C(s)=\dfrac{58(s+13)}{s}}$ Ans

• Specifica statica

$L'(s)=\dfrac{58(s+13)}{s(s-3)} \Rightarrow \mu = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\cdot\dfrac{58(s+13)}{\cancel{s}(s-3)} \to \dfrac{58\cdot 13}{-3} = -251$

$e_p=\emptyset \quad e_r = \left|\dfrac{1}{\mu}\right| = \left|\dfrac{1}{-251}\right| = 3.9\times 10^{-3} = 0{,}004 < 4\% \Rightarrow$ Specifica Rispettata