Luogo delle radici

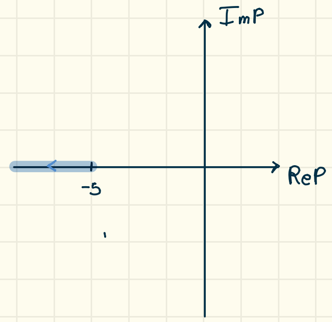
Esercizio 1.
Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-5}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

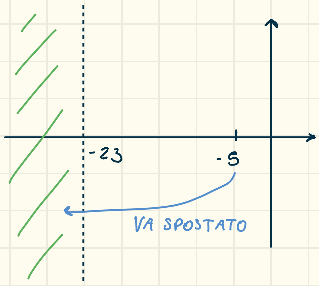
$$G(S) = \frac{1}{S-5}$$



Voglio $\begin{cases} e_r < 5\% = 0.05 \\ T_{a_1} < 0.2\ s \end{cases}$

Il polo dominante deve essere almeno in...

$$T_{a_1} = \frac{4.6}{\sigma} \leq 0.2 \Rightarrow \sigma \geq \frac{4.6}{0.2} = \frac{46}{2} \Rightarrow \sigma \geq 23$$



Per avere $e_r \neq \infty$ mi serve un $L(S)$ almeno di tipo 1

$\Rightarrow$ mi serve un integratore ed uno zero in $z_0 \geq \bar{\sigma} \Rightarrow z_0 \geq 23$ ad esempio $z_0 = 25$

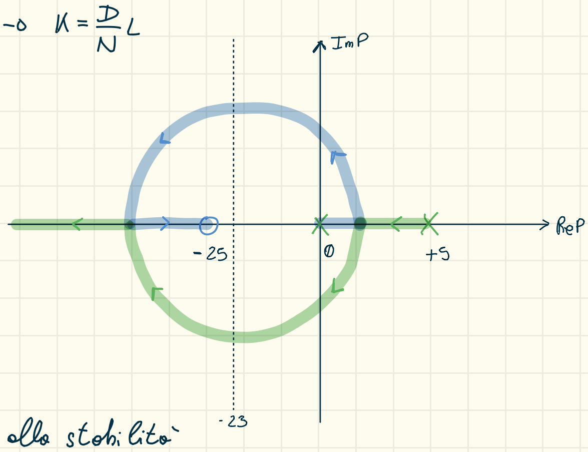
MA Per aggiungere uno zero ~~devo aggiungere un polo in alta frequenza ad almeno una decade prima di z_0 $\Rightarrow$ $P_0 = 250$ $\rightsquigarrow P_0: \left(1+\frac{S}{250}\right)$~~ e z_0: $(S+25)$ ed integratore $1/S$

! NON E' VERO HO L'INTEGRATORE !

$$\Rightarrow C(S) = \frac{K(S+25)}{S} \Rightarrow \boxed{L(S) = \frac{K(S+25)}{S(S-5)}} \qquad |L| = \frac{KN}{D} \rightarrow K = \frac{D}{N}L$$

Questa è una situazione interessante perché abbiamo due poli ed uno zero, quindi *ni*=1. Ma non c'è nessuno zero adiacente ad uno dei poli, quindi questi devono **fare un salto** uscendo dall'asse reale in modo da **saltare** la parte di asse che non appartiene al luogo diretto per poi tornare sull'asse reale nella porzione appartenente al luogo diretto.

Inoltre avendo ni=1 vuol dire che c'è un solo asintoto di 180°, ovvero verso il semipiano sinistro. Quindi quando si ricongiungono, un polo torna verso lo zero mentre l'altro va verso sinistra.



Con $K=\rho$ abbastanza alto riusciamo a portare il sistema alla stabilità e rispettando le specifiche

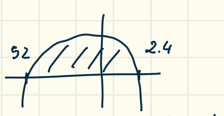
- Dove si incontrano i poli? $K=1$

$$\gamma(x) = -\frac{D(x)}{N(x)} = \frac{-x(x-5)}{x+25} = \frac{-x^2+5x}{x+25} \Rightarrow \gamma'(x) = \frac{(-2x+5)(x+25)-(-x^2+5x)}{(//)^2} > 0 \rightarrow -2x^2-50x+\cancel{5x}+125+x^2+\cancel{5x}$$

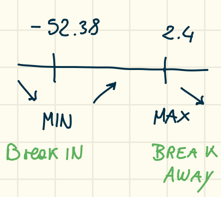
$$-x^2-50x+125 \geq 0$$

$$\text{Per} \quad x_{1,2} = \frac{50 \pm \sqrt{400-4\cdot(-1)(125)}}{-2} \begin{matrix} \nearrow -52.38 \\ \searrow 2.4 \end{matrix}$$

$a < 0$



$\gamma'(x) > 0$ per $-14 < x < 4$



- Specifica dinamica: $\sigma < -25$

#ToDoControlli

Chiedi bene al prof questa cosa

Perché si sceglie s* proprio uguale a -52.38? Questo valore corrisponde al break in che accade nel semipiano sinistro. Se scegliessimo un valore pari a 25 otterremo un gain infinito, visto che uno dei poli va a "morire" proprio in corrispondenza dello zero, che si trova proprio a -25.

Trovo $|\rho| = \dfrac{|D(s^*)|}{|N(s^*)|} \underset{s^* = -52.38}{=} \left| \dfrac{s^*(s^*-5)}{(s^*+25)} \right| = 109.77$

- Errore di Velocità

Per avere $e_r \neq \infty$ mi serve un sistema di almeno tipo 1 (che ho!)

$\Rightarrow e_r = \left|\dfrac{1}{\mu}\right|$ con $\mu = \lim_{s \to 0} s^1 \cdot L(s) = \cancel{s} \cdot \dfrac{K(s+25)}{\cancel{s}(s-5)} \Rightarrow \mu = -5K \Rightarrow e_r = \left|\dfrac{1}{-5K}\right| < 0.05 \Rightarrow$

$\Rightarrow K > \dfrac{1}{0.05 \cdot 5} = \dfrac{100}{25} = 4$ $\quad K > 4 \cup K > 109.77 \Rightarrow$ posso prendere $K = 110$ e stare sicuro

$\Rightarrow \boxed{L(s) = \dfrac{110(s+25)}{s(s-5)}}$ ANS

Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.
Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-5}$$

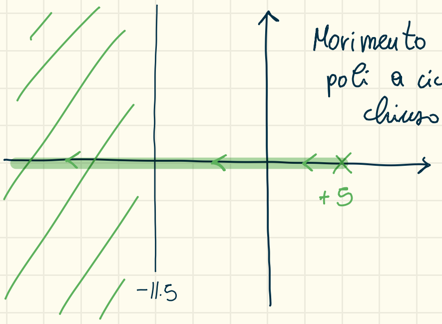
e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

$G(S) = \frac{1}{S-5} \rightsquigarrow C(S) = ?$ per avere $\begin{cases} T_{a1} < 0.4S \\ e_r < 10\% \end{cases} \rightsquigarrow$ $\underbrace{\text{Mi serve un integratore}}$

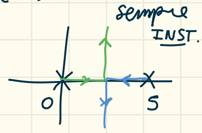
Serve anche uno zero per attirare il polo a sx visto che aggiungo un polo (integratore)

$T_{a1} = \frac{4.6}{\sigma} \leq \bar{T}_{a1} \Rightarrow \bar{\sigma} > \frac{4.6}{\bar{T}_{a1}} = \frac{4.6}{0.4S} = \overset{\bar{\sigma}}{11.5}$



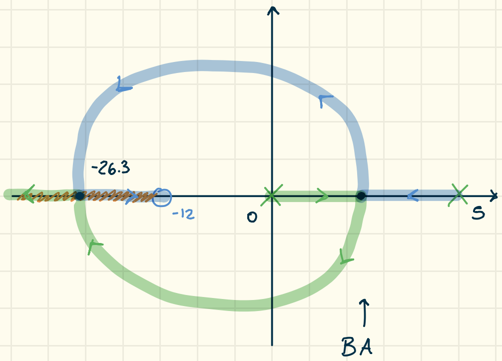
Movimento dei poli a ciclo chiuso se $L(S)=G(S)$

Se non aggiungessi lo zero avrei una situazione del genere:



$\Rightarrow C(S) = \frac{K(S+z)}{S} \overset{z=12}{=} \frac{K(S+z)}{S} \Rightarrow L(S) = G(S)\cdot C(S) = \boxed{\frac{K\,(S+12)}{S(S-5)}}$ $L(S)$

$\hookrightarrow$ Trovo il luogo

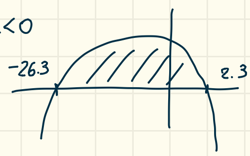


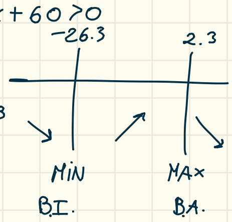
$\gamma(x) = -\frac{D(x)}{N(x)} = \frac{-x(x-5)}{K(x+12)} = \frac{-x^2+5x}{K(x+12)} \rightsquigarrow \gamma'(x) \overset{K=1}{=} \frac{(-2x+5)(x+12)-(-x^2+5x)}{(x+12)^2}$

$= -2x^2-24x+\cancel{5x}+60+x^2-\cancel{5x} > 0$ per $-x^2-24x+60>0$

$x_{1/2} = \begin{cases} 2.3 \\ -26.3 \end{cases}$

$a<0$





Pongo $S^* = -26.3$ per trovare il valore di $K \Rightarrow |\rho| = |K| = \frac{|D(S^*)|}{|N(S^*)|} = \frac{(S^*)^2 - 5S^*}{S^*+12} = 57.56$

Valore di $K=\rho$ per soddisfare la specifica del tempo di ass T_{a1}

• Specifica di errore

$L(S) = \frac{K\,(S+12)}{S\,(S-5)}$ TIPO 1 $\Rightarrow e_p = \emptyset$, $e_r = \left|\frac{1}{\mu}\right|$ con $\mu = \lim_{S\to 0} \cancel{S}\,\frac{K\,(S+12)}{\cancel{S}(S-5)} = -\frac{K12}{5}$

$\Rightarrow e_r = \left|-\frac{5}{K\cdot 12}\right| < \underset{\uparrow \frac{1}{10}}{0.1} \Rightarrow K > \frac{5\cdot 10}{12} = 24$ $\cup$ $K > 57.56$ $\Rightarrow$ fisso $K=58$ e sono sicuro di soddisfare entrambe.

$\Rightarrow \boxed{C(S) = \frac{58(S+12)}{S}}$ ANS