

Controlli Automatici 12 gennaio 2021 <i>SIMONA</i>	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile ha un margine di  $180^\circ$  se:

- (a) il diagramma di Nyquist parte dal punto  $(-1,0)$  ed immediatamente esce dalla circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla
- ~~(b)~~ il diagramma di Nyquist parte dal punto  $(1,0)$  ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla
- (c) il diagramma di Nyquist parte dal punto  $(-1,0)$  ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla
- (d) il diagramma di Nyquist è tutto strettamente contenuto all'interno della circonferenza di raggio unitario
- (e) il diagramma di Nyquist è tutto completamente all'esterno della circonferenza di raggio unitario

2. (1 punto) Quali sono i vantaggi del controllo a ciclo aperto?

- ~~(a)~~ È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso
- (b) Consente di velocizzare la risposta del processo
- (c) Consente di controllare processi non perfettamente noti
- (d) Consente di stabilizzare processi instabili
- (e) È più difficile da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso

3. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{96}{(s+16)(s+2)(s+3)}$ . Si determini il margine di fase.

- (a) 0
- ~~(b)~~  $180^\circ$
- (c)  $32^\circ$
- (d)  $\infty$
- (e)  $-32^\circ$

$$M = |L(j\omega)| = \frac{96}{(6 \cdot 2 \cdot 3)} = \frac{96}{36} = 2$$

$$M = 180^\circ$$

4. (2 punti) Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 4}{s^3 + 3s^2 + 7s + 4}$$

- (a)  $-1,25$
- (b)  $-1$
- ~~(c)~~  $1,25$
- (d)  $1$
- (e)  $\infty$

Applico Routh per le stabilità (ricordo che è ~~no~~ ordine)

$$3 \cdot 7 > 4 \quad \text{stabile}$$

$$\begin{cases} d_0 = \beta_0 \\ \dots \\ d_1 + \beta_1 \end{cases} \quad c_j = \left| \frac{\beta_1 - \alpha_1}{\alpha_0} \right|$$

$$= \left| \frac{2 - 7}{4} \right| = 1,25$$

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è

$$L(s) = \frac{11}{(s+16)(s+4)(s+5)}. \text{ Si determini il margine di fase.}$$

- (a)  $180^\circ$
- (b)  $32^\circ$
- (c)  $-32^\circ$
- (d)  $\infty$
- (e) 0

$$M = L(0) = \frac{11}{16 \cdot 4 \cdot 5} = 0.036 < 1$$

$$\gamma_m = \infty$$

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

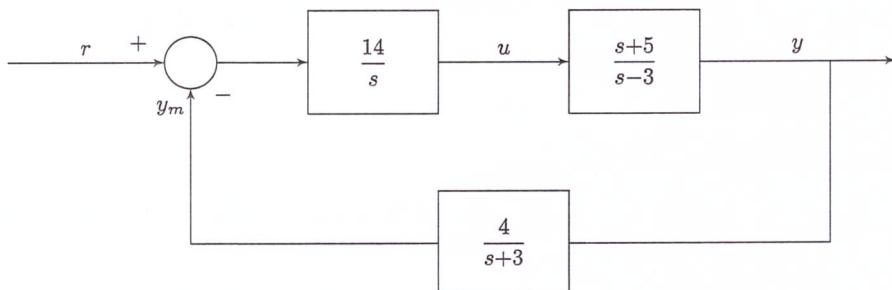
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\infty}, \quad e_v = \boxed{\infty}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

Controlli Automatici 12 gennaio 2021	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

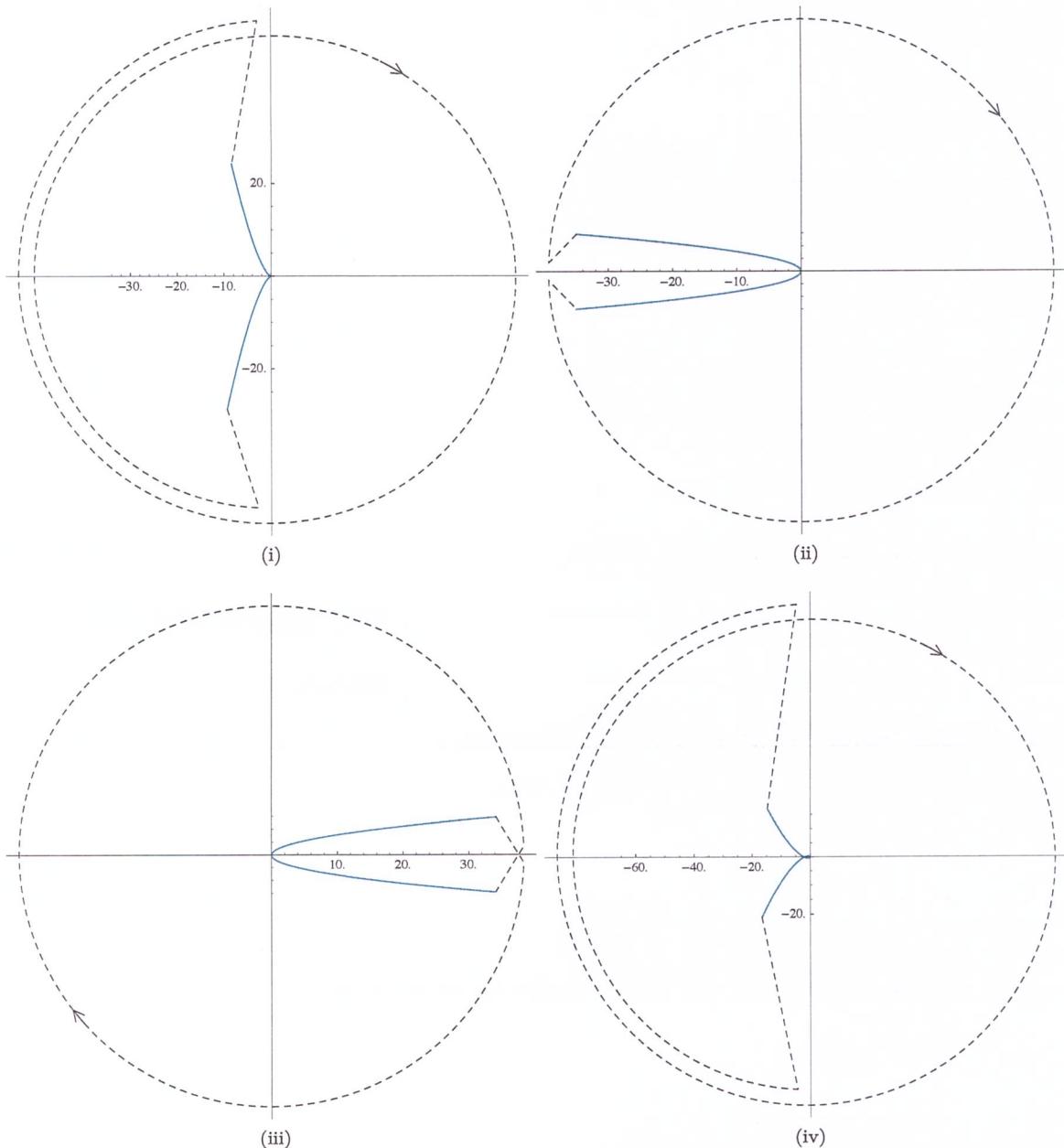
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s - 8}{s(s+8)}$$

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di fase pari a  $70^\circ$ .

  
 5 punti



**ESERCIZIO 2.**

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



$$L(s) = \frac{(s+1)^2}{s^3}$$

(A) Fig. (i)

5 punti

$$L(s) = \frac{s+1}{s^2}$$

(B) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{s+1}{s^3}$$

(C) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s-1}{s^2}$$

(D) Fig. (iii)

$$G(s) = \frac{\frac{14}{s} \left( \frac{s+5}{s-3} \right)}{s + \frac{14}{s} \left( \frac{s+5}{s-3} \right) \left( \frac{4}{s+3} \right)} =$$

$$s + \frac{14}{s} \left( \frac{s+5}{s-3} \right) \left( \frac{4}{s+3} \right)$$

$$\frac{14}{s} \left( \frac{s+5}{s-3} \right) \cdot \frac{s(s-3)(s+3)}{s(s-3)(s+3) + 14(s+5)(4)}$$

$$\frac{14s + 70}{s} \cdot \frac{s(s+3)}{s^3 - 3s^2 + 3s^2 + 9s + 56s + 280}$$

$$\frac{14s^2 + 70s + 62s + 210}{s^3 + 47s + 280} = \frac{14s^2 + 112s + 210}{s^3 + 47s + 280}$$

Stabilität : Routh (~~ND~~ ordne)

$$0 \cdot 47 > 280 \quad \text{no unstable}$$

$$e_p = \infty \quad e_v = \infty$$

risposta delle reazioni

$$G(s) = \frac{1}{s-s}$$

$$T_o \leq 0.2 s$$

$$\epsilon_r < 5\% \Rightarrow \epsilon_r < 0.05$$

Calcolo il polo dominante

$$T_o = \frac{4.6}{|G|} < 0.2 \Rightarrow |G| > \frac{4.6}{0.2} \quad \text{(circondato)}$$

$$|G| > 23 \Rightarrow \begin{cases} G > 23 \\ G < -23 \end{cases}$$

$$C(s) = \frac{k(s+z)}{s}$$

dove ho aggiunto un polo in alto  
dato che per avere un ev dovrà avere  
un ep nullo, le z sono un valore

$$\text{che soddisfi } |G| > 23 \Rightarrow z = 25$$

$$C(s) = G(s) C(s) = \frac{1}{(s-s)} \cdot \frac{k(s+2s)}{s} = \frac{k(s+2s)}{s(s-s)}$$

Punto minimo ( $k=1$   $s=x$ )

$$f(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{-x(x-s)}{k(x+2s)} = -\frac{-x(x-s)}{x+2s} = \frac{-x^2 + 5x}{x+2s}$$

$$f'(x) = \frac{(-2x+5)(x+2s) + x^2 - 5x^2}{(x+2s)^2} = \frac{-2x^2 + 8x - 50x + 10s + x^2 - 5x}{x^2 + 50x + 625} =$$

$$= \frac{-x^2 - 50x + 125}{x^2 + 50x + 625} \quad -x^2 - 50x + 125 = 0$$

$$x \quad 2.38$$

-52.38 punto di minimo

Sai che il punto di minimo è  $-52.38$  allora  $s^* = -52.38$  (3)

$$K > k \text{ dove } k = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-52.38(-52.38 - s)}{-52.38 + 2s} \right| = 109.77$$

$$k = 109.77$$

$K$  deve rispettare anche che  $\text{ev} < 0.05$

$$\text{ev} = \left| \frac{1}{M} \right| < 0.05$$

$$M = \lim_{s \rightarrow 0} s L(s) = \frac{25k}{-5} = -5k$$

$$\left| \frac{1}{-5k} \right| < 0.05 \quad 5k > \frac{1}{0.05} \quad k > 4$$

$$\begin{cases} k > 109.77 \\ k > 4 \end{cases} \quad k > 109.77 \Rightarrow k = 120$$

Quindi

$$C(s) = \frac{110(s + 25)}{s}$$

Progetto in frequenza

(a)

$B_8 \leftarrow$

$$G(s) = k \frac{s-8}{s(s+8)} \quad \varphi_m = 70^\circ$$

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_C| = 70^\circ \Rightarrow \cancel{\varphi_C = 110^\circ} \quad \varphi_C = \pm 110^\circ$$

Considero quella a parte reale negativa e convertito in rad:

~~$\varphi_C = -110^\circ = -\frac{11}{18}\pi$~~

Cerco  $\omega_c$

$$\angle G(j\omega_c) = \varphi_c$$

$$\arctg\left(-\frac{\omega_c}{8}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{11}{18}\pi \Rightarrow -2\arctg\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{11}{18}\pi +$$

$$-\arctg\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{1}{9}\pi \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{\omega_c}{8} = \tan\left(\frac{\pi}{18}\right) \quad \omega_c = 8 \cdot 0.176 = 1.41$$

$$\omega_c = 1.41$$

Pongo  $|G(j\omega)| = 1$

~~$$\frac{(k)\sqrt{\omega_c^2 + 8^2}}{\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 8^2}} = 1$$~~

$$(k) = \omega_c$$

$$m = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot G(s) = -k$$

$$-k > 0 \quad k < 0$$

$$\boxed{k = -1.41}$$

Controlli Automatici 21 dicembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento  $\xi$  positivo ed inferiore ad un valore  $\bar{\xi} < 1$  (cioè  $0 < \xi < \bar{\xi} < 1$ ) è:

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

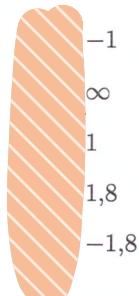
Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

L'area esterna ad un cerchio centrato nell'origine

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

2. (2 punti) Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s - 5}{s^3 + 3s^2 + 7s + 5}$$



3. (1 punto) Qual è il comportamento desiderato della funzione di sensitività complementare in uno schema a retroazione negativa unitaria?

Vogliamo la sensitività complementare più piccola possibile a frequenze dove il rumore di misura ha contenuto frequenziale significativo

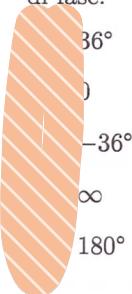
Vogliamo la sensitività complementare identicamente pari a zero

Vogliamo la sensitività complementare più piccola possibile a frequenze dove il disturbo sull'uscita ha contenuto frequenziale significativo

Vogliamo la sensitività complementare più piccola possibile a frequenze dove il segnale di riferimento ha contenuto frequenziale significativo

Vogliamo la sensitività complementare più alta possibile a frequenze dove il segnale di riferimento ha contenuto frequenziale significativo

4. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{22}{(s+18)(s+4)(s+5)}$ . Si determini il margine di fase.



5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-2)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 18\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

$$\left\{ \begin{array}{l} G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-2)} \\ C(s) = \frac{18(s+z)}{s} \end{array} \right. \Rightarrow L(s) = C(s) \cdot G(s) = \frac{18(s+z)}{s(s+3)(s-2)} \Rightarrow P_c(s) = N_c(s) + D_c(s) = 18s^3 + 18z^2 + s^3 - 2s^2 + 3s^2 - 6s$$

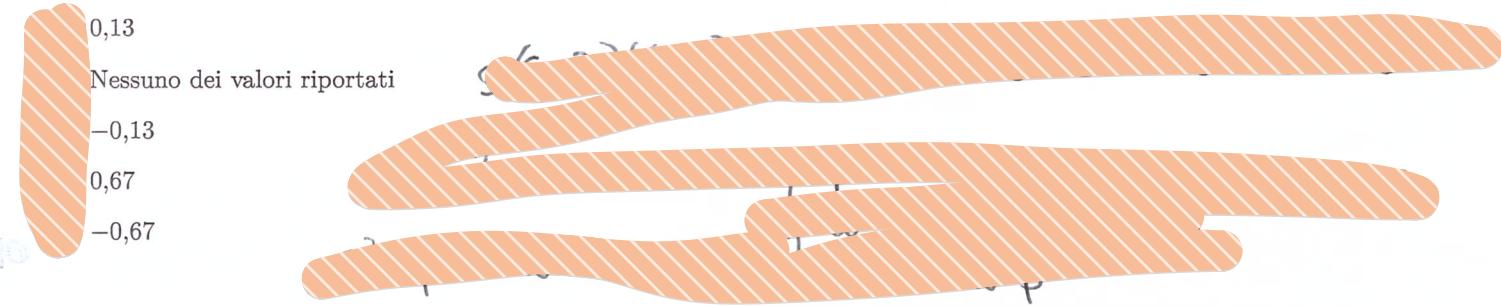
$$\Rightarrow P_c(s) = s^3 + s^2 + 12s + 18z \quad \text{è nella forma} \quad s^3 - ps^2 + ws^2 - wp$$

Con

$$\left\{ \begin{array}{l} p = -1 \\ w^2 = 12 \Rightarrow w = 2\sqrt{3} \\ w^2 p = -18z \end{array} \right. \Rightarrow w^2 p = -18z \Rightarrow z = -\frac{w^2 p}{18} = -\frac{12 \cdot (-1)}{18} = 0.67 \quad \text{ANS}$$



~~5.~~ (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-2)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 18\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

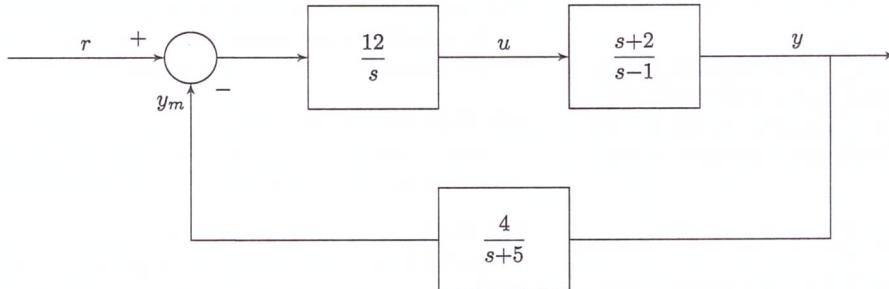
### Precisione statica

~~ESERCIZIO 1.~~

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{0.25}, \quad e_v = \boxed{10}$$

### Luogo delle radici

~~ESERCIZIO 1.~~

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

Controlli Automatici 21 dicembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

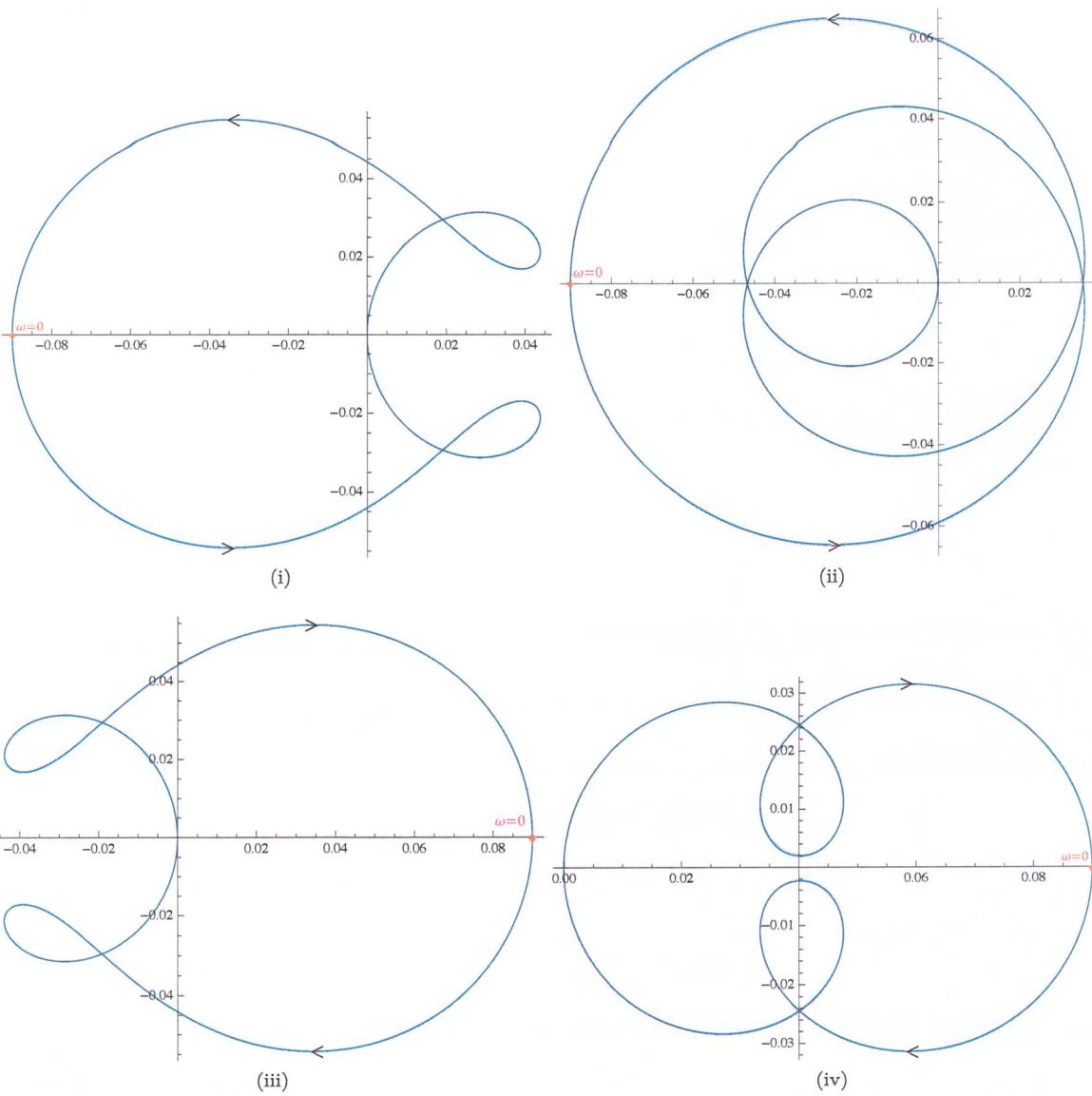
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s - 9}{s(s+9)}$$

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di fase pari a  $40^\circ$ .

5 punti



### ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s - 1)(s - 10)^2}$$

$$L(s) = \frac{s^2 - 4s + 9}{(s + 1)(s - 10)^2}$$

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s + 1)(s + 10)^2}$$

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s - 1)(s + 10)^2}$$



(A) Fig. (iii)

(B) Fig. (i)

(C) Fig. (ii)

(D) Fig. (iv)

5 punti

Precisione statica

$$G(s) = \frac{12}{s+5} \cdot \frac{s+2}{s-1}$$

$$= 1 + \frac{9}{s+5} \cdot \frac{12}{s} \cdot \frac{s+2}{s-1}$$

$$= \frac{12}{s} \cdot \frac{s+2}{s-1} \cdot \frac{s(s+5)(s-1)}{s(s+5)(s-1) + 48(s+2)}$$

$$\frac{12(s+2)(s+5)}{s^3 + 5s^2 - s^2 - 5s + 48s + 96} = \frac{12s^2 + 24s + 60s + 120}{s^3 + 9s^2 + 43s + 96}$$

Stabilität  $4 \cdot 43 > 96$   $\Rightarrow$  stabil

$$\alpha_0 \neq \beta_0 \quad \text{ev} = \infty$$

$$\epsilon_P = \left| \frac{120 - 96}{96} \right| = 0.25$$

Die Systeme sind  
durchwegs instabil  
und zeigen den  
typischen Verlauf  
des Dämpfungsverlustes.

Lusgo delle medie

(2)

$$G(s) = \frac{1}{s-5} \quad T_{\text{ar}} < 0.4 \quad \text{ev} < 10\% \quad \text{ev} < 0.1$$

Polo dominante

$$T_{\text{ar}} = \frac{4.6}{|G|} = 0.4 \Rightarrow |G| = \frac{4.6}{0.4} \quad G = \begin{pmatrix} +11.5 \\ -11.5 \end{pmatrix}$$

$$C(s) = \frac{K(s+2)}{s} \quad z = 12 \quad C(s) = \frac{K(s+12)}{s}$$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K(s+12)}{s(s-5)}$$

Punto multiplo ( $K=1$ )

$$y(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{x(x-5)}{x+1} = \frac{-x^2+5x}{x+12}$$

$$y'(x) = \frac{(-2x+5)(x+12) + x^2 - 5x}{(x+12)^2} = \frac{-2x^2 + 5x - 24x + 60 + x^2}{(x+12)^2} = \frac{-x^2 - 19x + 60}{(x+12)^2}$$

$$-x^2 - 26x + 60 = 0 \quad x = \begin{cases} 2.28 \\ -26.28 \end{cases} \quad \text{punto di minimo}$$

$$s^* = -26.28$$

$$K \geq \bar{K} \quad \bar{K} = \frac{|D(s^*)|}{|N(s^*)|} = \left| \frac{-26.28^2 + s(-26.28)}{-26.28 + 12} \right| = 57.56$$

$$K \geq 69.43$$

aggiungo la condizione di  $\text{ev} < 0.1$

$$\text{ev} = \left| \frac{1}{\mu} \right| < 0.1 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot L(s) = -K \cdot 2.4 \Rightarrow \frac{1}{2.4K} < 0.1 \quad K > \frac{1}{2.4 \cdot 0.1}$$

$$\therefore K > 5.45 \quad \boxed{K > 6.16}$$

progetto della CSG im frequenz

$$G(s) = K \cdot \frac{s-g}{s(s+g)}$$

$$\varphi_m = 40^\circ$$

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_C| = 40^\circ \Rightarrow |\varphi_C| = 140^\circ \quad \varphi_C = \begin{pmatrix} 140^\circ \\ -140^\circ \end{pmatrix}$$

$$\varphi_C = -140^\circ = -\frac{7}{9}\pi$$

Celco We  $\underline{\quad G(j\omega_c) = \varphi_c}$

$$\arctg\left(-\frac{\omega_c}{g}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega_c}{g}\right) = -\frac{7}{9}\pi$$

$$-2\arctg\left(\frac{\omega_c}{g}\right) = \left(-\frac{7}{9}\pi\right)$$

$$\frac{\omega_c}{g} = \tan\left[\frac{1}{2}\left(\frac{-K+g}{18}\right)\pi\right]$$

$$\underline{\omega_c} = g \cdot \tan \frac{\frac{1}{2}(K+g)}{18}\pi \Rightarrow \omega_c = +9.19$$

Pongo  $|G(j\omega)| = 1 \Rightarrow \frac{|K|\sqrt{\omega_c^2 + g^2}}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2 + g^2}} = 1 \Rightarrow |K| = \omega_c$

$$K = \begin{cases} 9.19 \\ -9.19 \end{cases}$$

$\mu$  deve essere positivo

$$\mu = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = \frac{K(s-g)}{(s+g)} = -K \quad -K > 0 \quad \boxed{K < 0}$$

Quindi  $\boxed{K = -9.19}$

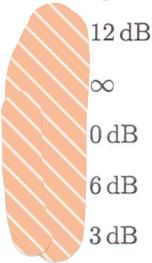
Controllo Automatici 14 luglio 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{16(s+8)}{(s+15)(s+4)(s+5)}$ . Si determini il margine di ampiezza.



2. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento  $\xi$  superiore ad un valore  $\bar{\xi} > 0$  (cioè  $1 > \xi > \bar{\xi} > 0$ ) è:

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

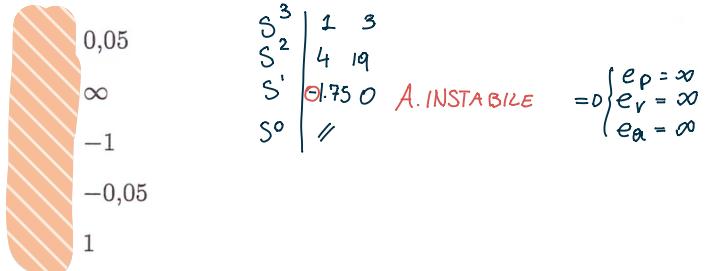
Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Un cerchio centrato nell'origine

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

- X. (2 punti) Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 19}{s^3 + 4s^2 + 3s + 19}$$



4. (1 punto) Quando possiamo dire di aver risolto un problema di controllo?

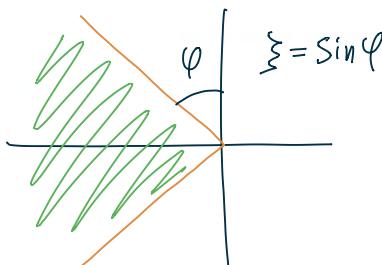
Quando la variabile di interesse è all'incirca pari alla variabile di riferimento

Quando la variabile misurata è costante

Quando la variabile misurata è identica alla variabile di riferimento

Quando la variabile di interesse è identicamente nulla

Quando la variabile misurata è all'incirca pari alla variabile di riferimento



5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{24(s+12)}{(s+19)(s+2)(s+4)}$ . Si determini il margine di ampiezza.

6 dB  
3 dB  
 $\infty$   
12 dB  
0 dB

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

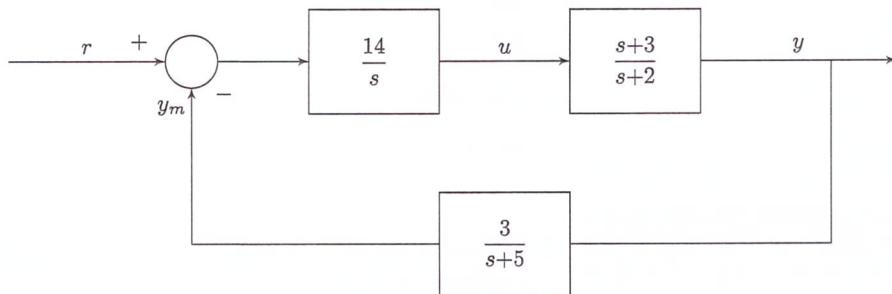
### Precisione statica

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{[diagramma]}}, \quad e_v = \boxed{\text{[diagramma]}}$$

### Luogo delle radici

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s - 5}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 2s;
- errore di posizione inferiore al 38%.

<b>Controlli Automatici</b> 14 luglio 2020	<b>Prof. L. Iannelli</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

### Progetto in frequenza

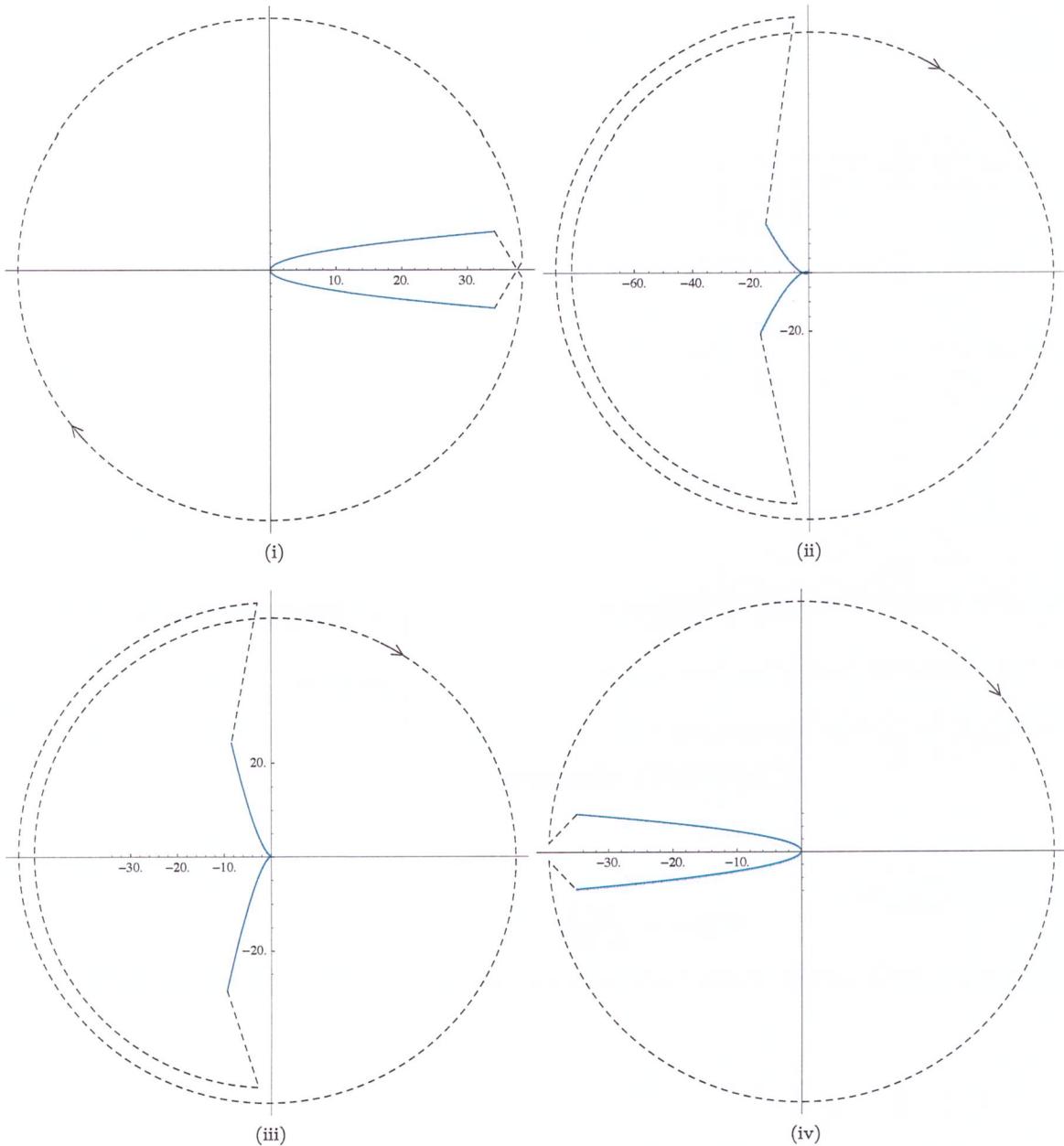
**ESERCIZIO 1.**

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+5)^2}.$$

Si scelga il valore del guadagno  $k \in \mathbb{R}$  e del parametro  $z \in \mathbb{R}$  in maniera che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

  
 5 punti



**ESERCIZIO 2.**

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



$$L(s) = \frac{s+1}{s^3}$$

(A) Fig. (iii)

5 punti



$$L(s) = \frac{s+1}{s^2}$$

(B) Fig. (i)



$$L(s) = \frac{s-1}{s^2}$$

(C) Fig. (ii)



$$L(s) = \frac{(s+1)^2}{s^3}$$

(D) Fig. (iv)

# Precisione statica

(5)

$$G(s) = \frac{\frac{16}{s} \cdot \frac{s+3}{s+2}}{1 + \frac{16}{s} \cdot \frac{s+3}{s+2} \cdot \frac{3}{s+5}} = \frac{\frac{16(s+3)}{s(s+2)}}{s(s+2)(s+5) + 48(s+3)}$$

$$\frac{16s^2 + 48s + 70s + 210}{s^3 + 2s^2 + 5s^2 + 10s + 42s + 126} = \frac{16s^2 + 112s + 210}{s^3 + 7s^2 + 52s + 126}$$

$$7 \cdot 52 > 126 \quad \text{stabile}$$

$$\alpha_0 \neq \beta_0$$



$$\ell_V = \infty$$

$$\ell_P / \left| \frac{210 - 126}{126} \right| = 0.1$$

Stabilität bestimmen  
aus der Stabilitätsbedingung  
der Regelstrecke  
die Regelstrecke ist stabil  
da die Regelstrecke stabil ist

(2)

luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s + 5}$$

~~Tan<sup>2</sup>~~

$$\text{ep} < 38\% = 0.38$$

~~polo~~

$$= \frac{1}{(s-1)(s+5)}$$

polo dominante

$$T_{A_1} = \frac{4 \cdot 6}{151} \approx 2.3 \quad 161 > 2.3 \quad 6 \nearrow 2.3 \quad 4.3 \leftarrow \text{polo dominante}$$

calcolo del baricentro  $x_B$ 

$$x_B = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum (-p_i) \quad \text{dove } \sqrt{2} = \text{numero poli} - \text{numero zeri} = 2 - 0 = 2$$

$$x_B = \frac{1}{2} (-s + 1) = -2$$

Semplifico il polo  $-s$  con uno zero  $C(s) = K(s+2)$  con  $\tau = s$ 

$$L(s) = \cancel{G(s)} G(s) = \frac{K}{s-1} \quad K > \bar{K} \quad \bar{R} \text{ si calcola al revverso le regole delle punteggiate}$$

$$\bar{K} = |x + p|_{x=0} = |-2.3 - 1| = 3.3 \quad K > 3.3$$

Impongo la condizione  $\text{ep} < 0.38$ 

$$\text{ep} = \left| \frac{1}{1 + M_{ac}} \right| < 0.38 \quad M_{ac} = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = -K$$

$$\left| \frac{1}{1 - K} \right| < 0.38 \Rightarrow \frac{1}{K-1} < 0.38 \Rightarrow K-1 > \frac{1}{0.38} \Rightarrow K > 3.63$$

Metto a sistema

$$\begin{cases} K > 3.63 \\ K > 3.3 \end{cases} \leftarrow$$

Quindi  $K = 4$  dato che deve essere maggiore di entrambi

Aggiungo un polo ad alta frequenza a  $C(s)$  per degli sensi fisici ③

$$C(s) = \frac{K(s+z)}{s+s} = \frac{K(s+5)}{s+s}$$

$$T = \frac{1}{z \cdot 10} = \frac{1}{50}$$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K \frac{s+z}{(s+s)^2} \quad \text{Ma} = 6 \text{dB} \quad z = -5$$

$$G(s) = K \frac{(s-5)}{(s+s)^2} \quad Ma = 6 \text{dB} = 10^{6/20} = 2$$

Se guadagna deve essere maggiore di zero ~~Ma < 0~~

$$M = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = -\frac{s}{2s} K \Rightarrow \text{Ma} < 0$$

Cerco  $\omega_c$

$$\angle G(j\omega) = -\pi \quad \left| \frac{K(j\omega - s)}{j(\omega + s)} \right| = 1$$

$$\arctg\left(-\frac{\omega}{5}\right) - 2\arctg\left(\frac{\omega}{5}\right) = -\pi$$

$$\arctg\left(\frac{\omega}{5}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\omega}{5} = \tan\frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega_c = 5 \cdot \tan\frac{\pi}{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\omega_c = 5\sqrt{3}$$

(4)

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_0 \quad |G(j\omega)| = \frac{|K| \sqrt{\omega_c^2 + s^2}}{\omega_c^2 + s^2} = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2 + s^2}}$$

$$\frac{1}{\frac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2 + 2s}}} = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{\omega_c^2 + 2s}}{|K|} = 2$$

$$|K| = \frac{\sqrt{\omega_c^2 + 2s}}{2} = \frac{\sqrt{25 \cdot 3 + 2s}}{2} = 5$$

$$K = -5$$

$$K = 5$$

ma  $K$  deve essere  $< 0$  per il generatore

$$\text{quindi } K = -5$$

~~Si ricorda che si ha  
una soluzione spettrale  
per la linea di  
stabilità se e solo se  
la funzione di trasferimento~~

Controlli Automatici 06 luglio 2016	A	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:		Nome:	Matricola:

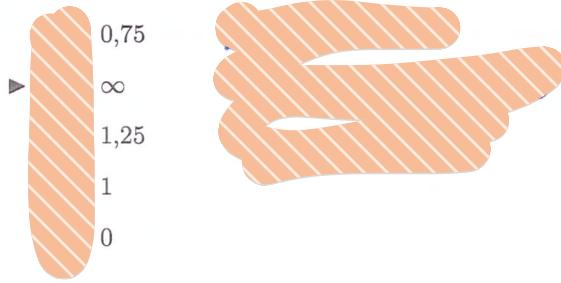
## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 16}{s^3 + 2s^2 + 3s + 16}$$



2. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$$G(s) = \frac{1}{(s+15)(s+3)} \text{ ed il controllore è un PI con f.d.t. } C(s) = 12 \frac{s+z}{s}.$$

Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



3. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento superiore ad un valore  $\xi > 0$  è:

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

Un cerchio centrato nell'origine

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

4. (1 punto) Quali sono gli effetti del controllo a ciclo chiuso?

Sposta gli zeri del sistema da controllare

Garantisce un errore di velocità sempre nullo

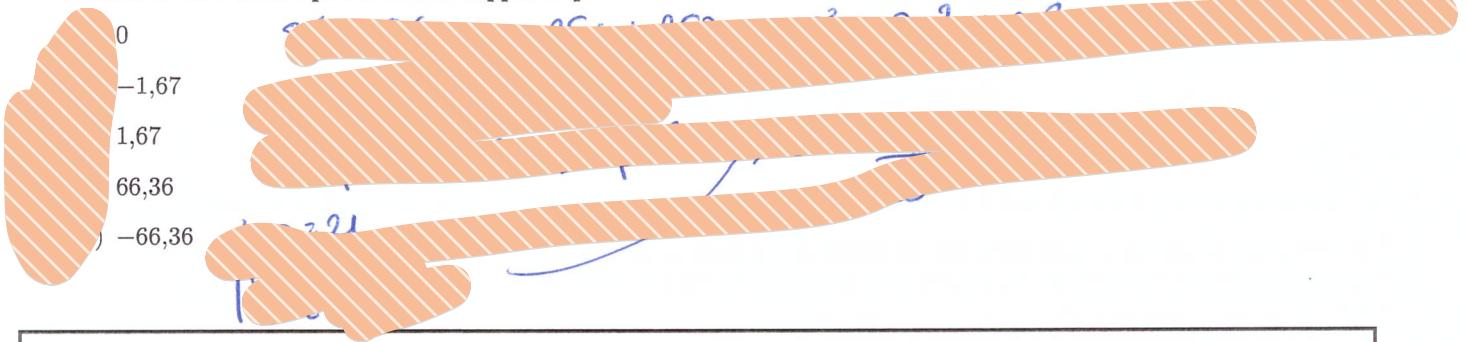
Le prestazioni sono indipendenti dal sensore utilizzato

Sposta i poli del sistema da controllare

Mantiene la posizione dei poli del sistema da controllare

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$G(s) = \frac{1}{(s+18)(s+3)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 25\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

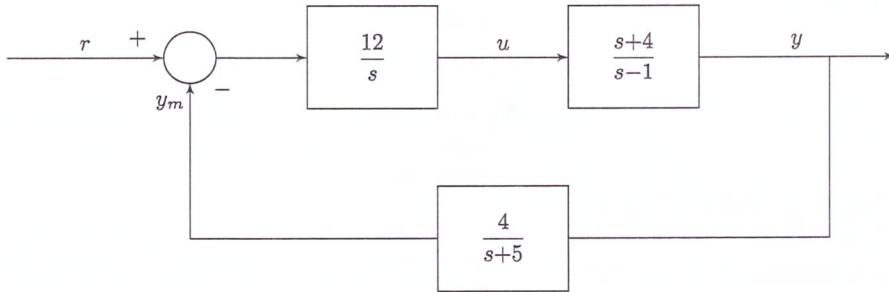
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{diagram of a hatched circle}}, \quad e_v = \boxed{\text{diagram of a hatched circle}}$$

Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{12(s+4)}{s(s-1)}}{1 + \frac{12 \cdot 4(s+4)}{s(s-1)(s+5)}} = \frac{12(s+4)(s+5)}{s^3 + 4s^2 + 43s + 192}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è

$s^3$	1	43
$s^2$	4	192
$s$	-5	0
1	192	

La f.d.t. non è asintoticamente stabile per cui gli errori di posizione e di velocità sono infiniti.

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 6s - 7}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indicale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 1,33s;
- errore di posizione inferiore al 25%.

*Soluzione:* L'impianto ha un polo in  $-7$  ed un polo in  $+1$ . Se cancelliamo il polo in  $-7$  possiamo poi scegliere un guadagno del controllore sufficientemente elevato da stabilizzare il sistema e soddisfare le altre due specifiche. Il controllore sarà pertanto del tipo

$$C(s) = k(s + 7).$$

Ovviamente, siccome il grado relativo del controllore è negativo, aggiungeremo poi un polo in alta frequenza per la fisica realizzabilità. La specifica sul tempo di assestamento richiede  $\sigma > 3,45$  e, tramite la regola della punteggiatura, ciò impone  $k > 4,45$ . Invece la specifica statica richiede  $\left| \frac{1}{1 - k} \right| < 0,25$ , i.e.,  $k > 5$ . Pertanto il controllore finale sarà, ad esempio,

$$C(s) = 5 \frac{s + 7}{1 + \frac{s}{70}}.$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

#### ESERCIZIO 1.

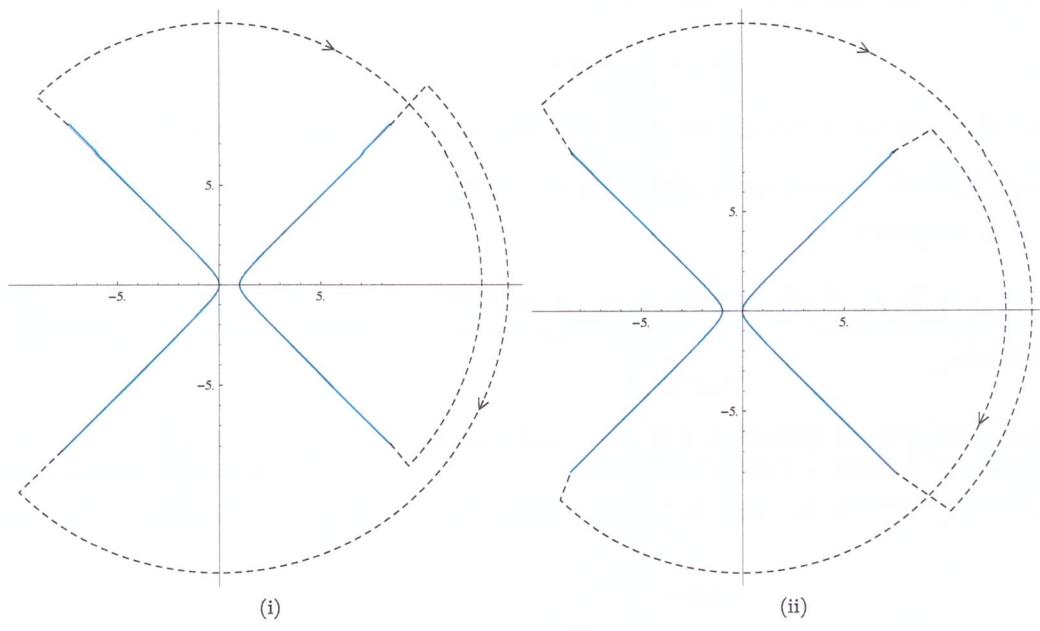
Si consideri la funzione di trasferimento di anello

$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+8)}$$

5 punti

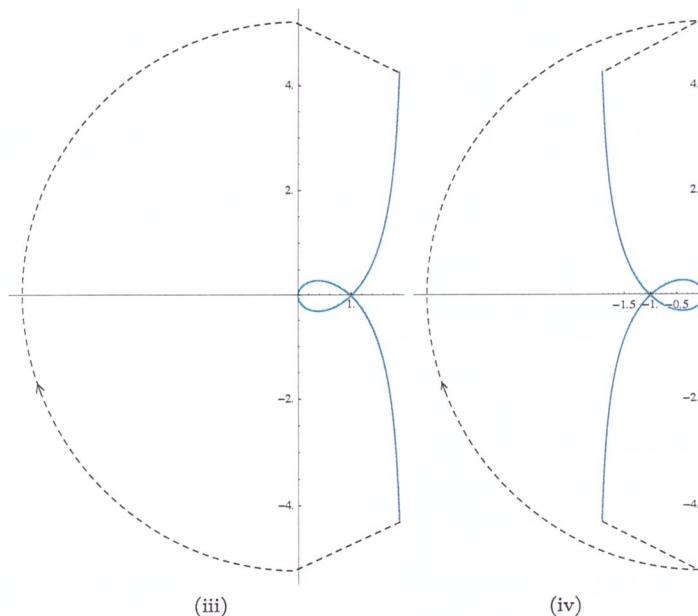
chiusa in retroazione negativa unitaria. Si determini il massimo valore del ritardo  $\tau$  che consenta di mantenere l'asintotica stabilità a ciclo chiuso.

*Soluzione:* Per determinare il margine di fase occorre individuare la pulsazione di attraversamento  $\omega_c$  |  $|G(j\omega_c)| = 1$ . In particolare  $\omega_c = 0,12\text{rad/s}$  ed il margine di fase corrispondente sarà pari a  $89,38^\circ$ . Quindi il massimo ritardo ammissibile sarà pari a  $12,48\text{s}$ .



(i)

(ii)



(iii)

(iv)

**ESERCIZIO 2.**

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



$$L(s) = \frac{s - 1}{s^2 + 1}$$

(A) Fig. (ii)

--

$$L(s) = \frac{(s + 1)}{s(s - 1)}$$

(B) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{s - 1}{s(s + 1)}$$

(C) Fig. (i)

$$L(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 1}$$

(D) Fig. (iii)

5 punti
---------

precisione statica

(1)

$$G(s) = \frac{\frac{12}{s} \cdot \frac{s+4}{s-1}}{1 + \frac{4}{s+5} \cdot \frac{12}{s} \cdot \frac{s+4}{s-1}} = \frac{\cancel{12(s+4)}}{\cancel{s(s-1)}} \cdot \frac{(s+5)(s+8)(s-1)}{s(s+5)(s-1) + 48(s+4)}$$

$$\frac{12(s+4)(s+5)}{s^3 + 5s^2 - s^2 - 5s + 48s + 192}$$

$$s^3 + 4s^2 + 43s + 192$$

$$\text{Routh : } 4 \times 43 > 192 \quad 172 > 192 \quad \text{no}$$

instabile  $\Rightarrow \epsilon_p = \epsilon_V = \infty$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 6s + 7} \quad T_{\text{ar}} = 1.33s \quad \epsilon_p = 25\% = 0.25$$

$$= \frac{1}{(s+7)(s-1)}$$

$$\text{Trovò il polo dominante } \frac{4 \cdot 6}{181} < 1.33 \rightarrow |s| > \frac{4 \cdot 6}{1.33} \quad f > 3.45$$

$$j < -3.45$$

$$\text{Calcolo il baricentro } \frac{1}{2}(1-7) = -\frac{6}{2} = -3$$

Semplifica il polo  $-7$  con una  $z_0$  per la realizzazione di un controllore del tipo  $C(s) = K(s+z) = K(s+7)$

$$L(s) = G(s) C(s) = \frac{1}{(s+7)(s-1)} \cdot K(s+7) = \frac{K}{s-1}$$

$K > \bar{K}$  Calcola  $\bar{K}$  con il metodo delle punteggiate

$$K = |s + p|_{s=8} = |-3.45 - 1| = 4.45 \quad K > 4.45$$

Aggiungo l'altra specifica imposta dalla traccia

$$e_p = \left| \frac{1}{1+M_{CG}} \right| < 0.25 \quad M_{CG} = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = -K$$

$$e_p = \left| \frac{1}{1-K} \right| < 0.25 \quad \cancel{\frac{1}{K-1}} < 0.25 \Rightarrow K-1 > \frac{1}{0.25}$$

$$K > S \quad \begin{cases} K > S \\ K > 4.45 \end{cases} \quad K > 5$$

Quindi  $K = 6$

Aggiungo ~~un~~ un polo ad altre frequenze

$$C(s) = \frac{K(s+z)}{1+sT} \quad \text{con } T = \frac{1}{z \cdot 10}$$

$$C(s) = \frac{6(s+7)}{1 + \frac{s}{70}}$$

È stato utilizzato  
un polo finto per  
avere una maggiore  
stabilità nelle altezze  
della modellazione di domanda

(3)

Prog. im Frequenzraum

$$L(s) = \frac{e^{-st}}{s(s+8)}$$

$$L(s) = e^{-st} \cdot \underbrace{\frac{1}{s(s+8)}}_{G^1(j\omega)}$$

Per essere a.s.  $T < \frac{\gamma_m}{\omega_c}$   $\rightarrow$  calcolo  $|G^1(j\omega)| = 1$

$$\frac{1}{\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 8^2}} = 1 \Rightarrow 1 = \omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 8^2}$$

$$1 = \omega_c^2 (\omega_c^2 + 8^2) \Rightarrow \cancel{\omega_c^4 + 64\omega_c^2 - 1 = 0}$$

$$\omega_c = \begin{cases} 0.1249 \\ -0.1249 \\ 8j \\ -8j \end{cases} \leftarrow \text{considero questa soluzione}$$

$$y_C = \underline{G^1(j\omega_c)} = -\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega_c}{8}\right)$$

$$= -\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{0.12}{8}\right) = -1.585$$

$$\gamma_m = \pi - |y_C| = \pi - 1.585 = 1.55$$

$$T < \cancel{\omega_c} = \frac{1.55}{0.12} = 12.91 \text{ s}$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di  $\varphi_m > \frac{\pi}{2}$  se:

il diagramma di Nyquist ~~interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto  $x_A > -1$~~

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sotto di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario nel terzo quadrante

il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto  $x_A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sopra di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

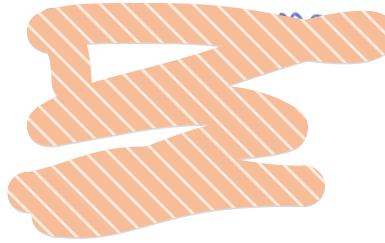
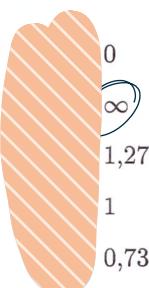
2. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$$G(s) = \frac{1}{(s+18)(s+4)}$$

ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 18 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

3. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s+15}{s^3+2s^2+3s+15} \quad \begin{matrix} 1 & 3 \\ 2 & 15 \end{matrix}$$



4. (1 punto) Quando possiamo dire di aver risolto un problema di controllo?

Quando la variabile misurata è all'incirca pari alla variabile di riferimento

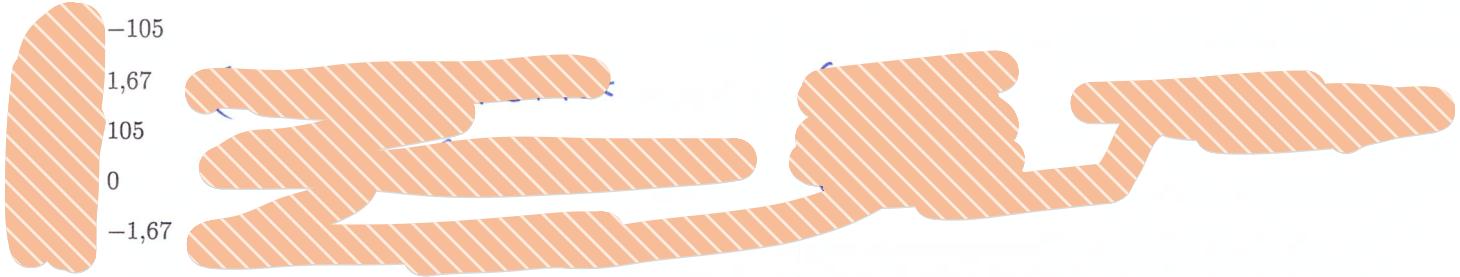
Quando la variabile misurata è costante

Quando la variabile di interesse è identicamente nulla

Quando la variabile di interesse è all'incirca pari alla variabile di riferimento

Quando la variabile misurata è identica alla variabile di riferimento

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+17)(s+3)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 12\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

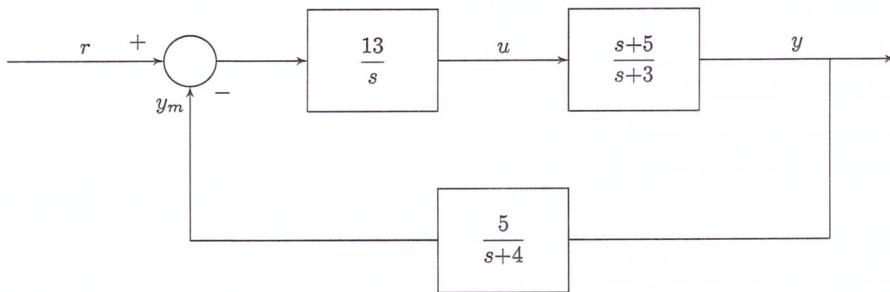
### Precisione statica

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{diagram of a shaded oval}}, \quad e_v = \boxed{\text{diagram of a shaded oval}}$$

Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{13(s+5)}{s(s+3)}}{1 + \frac{13 \cdot 5(s+5)}{s(s+3)(s+4)}} = \frac{13(s+5)(s+4)}{s^3 + 7s^2 + 77s + 325}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è

$s^3$	1	77
$s^2$	7	325
$s$	30,57	0
1	325	

La f.d.t. è asintoticamente stabile per cui possiamo valutare errore di posizione ed errore di velocità. Avremo  $e_p = 0.2$  (20%), and  $e_v = \infty$ .

### Luogo delle radici

#### ESERCIZIO 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_d$  all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

*Soluzione:* La specifica statica richiede di inserire un polo nell'origine per cui proviamo a risolvere il problema con un controllore di tipo PI, ossia  $C(s) = k \frac{s+z}{s}$ . La specifica dinamica richiede un'ascissa di convergenza tale che  $|\sigma| > 11,5$ .

Proviamo pertanto a fissare  $z = 13$ . Il punto multiplo si avrà in  $-27,42$  quando  $k = 57,84$ . In corrispondenza di tale valore di  $k$  l'errore di velocità sarà pari a 0,4% e quindi tutte le specifiche saranno soddisfatte.

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

#### ESERCIZIO 1.

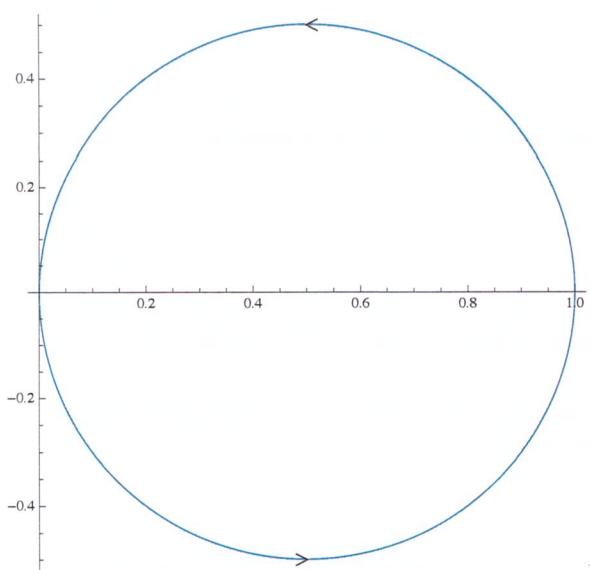
Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-10}{s(s+10)}$$

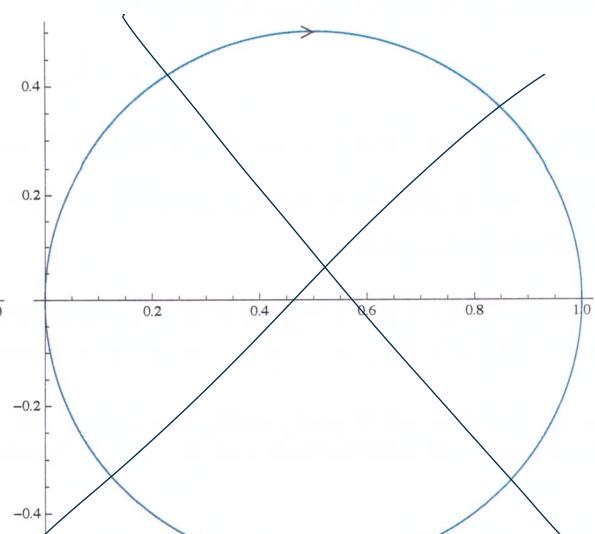
5 punti

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.

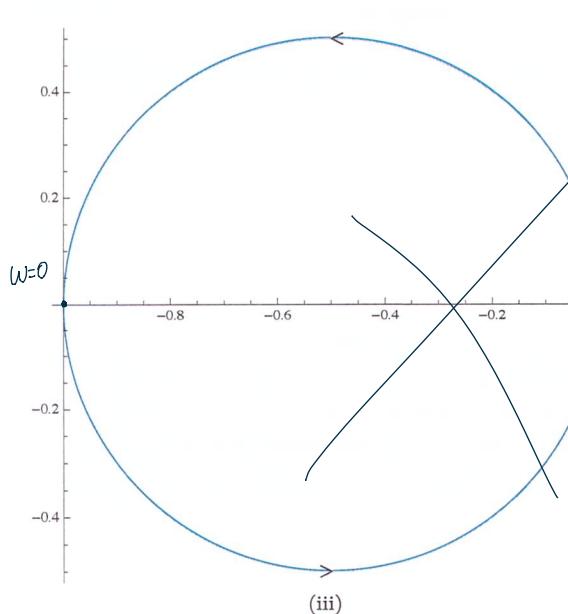
*Soluzione:* Il margine di ampiezza è dato dal valore di  $|G(j\omega_\pi)|$  dove  $\omega_\pi$  è la pulsazione in corrispondenza della quale  $\angle G(j\omega_\pi) = -180^\circ$ . La  $G(s)$  ha un polo a parte reale negativa ed uno zero a parte reale positiva, con guadagno pari a  $-k$ . Pertanto, se  $k < 0$  il guadagno sarà positivo e la fase partirà dal valore di  $-90^\circ$  per poi decrescere sempre fino alla fase  $-270^\circ$ . Quindi  $\angle G(j\omega_\pi) = -90^\circ - 2 \arctan \frac{\omega_\pi}{10} = -180^\circ \Rightarrow \omega_\pi = 10 \text{ rad/s}$ . Inoltre, poiché  $|G(j\omega_\pi)| = \left| \frac{k}{\omega_\pi} \right|$ , per avere un margine di ampiezza pari a 3 dB occorre  $k = -7,08$ .



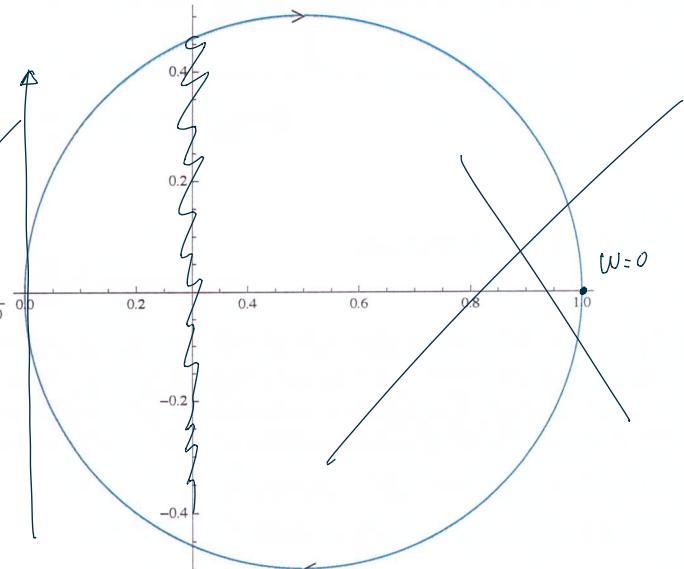
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

## ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



$$\text{I} \quad L(s) = \frac{s}{s-1} \quad -1$$



(A) Fig. (ii)

$$\text{II} \quad L(s) = \frac{s}{s+1} \quad 1$$



(B) Fig. (iv)

$$\text{III} \quad L(s) = \frac{1}{s-1} \quad -45^\circ$$



(C) Fig. (iii)

$$\text{IV} \quad L(s) = \frac{1}{s+1} \quad +45^\circ$$



(D) Fig. (i)

--

5 punti

Precisione statica

$$G(s) = \frac{\frac{13}{s} \left( \frac{s+s}{s+3} \right)}{1 + \frac{13}{s} \cdot \frac{s+s}{s+3} \cdot \frac{s}{s+4}} = \frac{\frac{13}{s} \cdot \frac{s+s}{s+3}}{s(s+3)(s+4) + 6s(s+5)} = \frac{s(s+3)(s+4)}{s^3 + 3s^2 + 4s^2 + 12s + 65s + 325}$$

$$\int s^3 + 7s^2 + 77s + 325$$

$$7 \cdot 77 > 325 \quad \text{stable}$$

$$\frac{13s^2 + 65s + 52s + 260}{s^3 + 7s^2 + 77s + 325} = \frac{13s^2 + 117s + 260}{s^3 + 7s^2 + 77s + 325} \left( \frac{p_m}{d_m} \right)$$

$$d_0 \neq p_0 \Rightarrow \frac{e_V = 10}{e_P = \left| \frac{p_0 - d_0}{\alpha_0} \right|} = \left| \frac{260 - 325}{325} \right| = 0.2$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s-3} \quad T_{d1} \approx 0.6s \quad e_V = 10\% \approx 0.1$$

$$\text{Polo dominante} \quad T_{d1} = \frac{4.6}{181} \approx 0.6 \quad |s| > \frac{4.6}{0.6} \quad \begin{array}{l} s > 11.5 \\ s < -11.5 \end{array}$$

$$C(s) = \frac{k(s+\Xi)}{s} \quad \text{z: } f > 11.5 \Rightarrow \Xi \approx 18$$

$$L(s) = C(s) \cdot G(s) = \frac{k(s+13)}{s(s-3)}$$

Punto multiplo ( $k=1$ )

$$\gamma(x) = \frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{x(x+3)}{x+13} = \frac{-x^2 - 3x}{x+13}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x-3)(x+13) + x^2 - 3x}{(x+13)^2} = \frac{-2x^2 - 26x - 39 + x^2 - 3x}{(x+13)^2}$$

(2)

$$-x^2 - 26x + 39 = 0 \quad x = \begin{cases} -27.42 \\ -27.42 \in \text{punto di minimo} \end{cases}$$

$$s^* = -27.42$$

$$K > \bar{K} \quad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-27.42 - 3 \cdot 27.42}{-27.42 + 13} \right| = 57.84$$

$$K > 57.84$$

$$\text{Ma } M = \left| \frac{1}{M} \right| < 0.1 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} s L(s) = -\frac{13}{3} K$$

$$\left| -\frac{1}{\frac{13}{3} K} \right| < 0.1 \quad \left| -\frac{3}{13} K \right| < 0.1$$

$$\frac{3}{13} K < 0.1 \Rightarrow K > \frac{3}{13 \cdot 0.1} \Rightarrow 2.30$$

$$K = 58$$

$$C(s) = \frac{58(s+10)}{s}$$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K \cdot \frac{s+10}{s(s+10)} \quad M_a = 3 \text{dB} = 10^{\frac{3 \text{dB}}{20}} = 1.61$$

$$M > 0 \Rightarrow M = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = -K \quad K < 0$$

$$\text{Calcolo } \omega_c \rightarrow \underline{G(j\omega) = -1} \Rightarrow -\cancel{\arctg} \left( -\frac{\omega}{10} \right) - \frac{\pi}{2} - \arctg \left( \frac{\omega}{10} \right) = \pi$$

$$-2 \arctg \left( \frac{\omega}{10} \right) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\arctg \left( \frac{\omega}{10} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{\omega}{10} = \tan \frac{\pi}{4} \quad \omega_c = 10$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = 100 \quad |G(j\omega)| = \sqrt{\frac{K(j\omega - 10)}{j\omega(j\omega + 10)}} = \frac{|K|}{\omega_c}$$

(3)

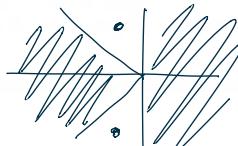
$$\frac{\omega_c}{|K|} = 1.41 \Rightarrow |K| = \frac{10}{1.41} = 7.09$$

$$K_2 = -7.09$$

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.



**1. (1 punto)** Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento superiore ad un valore  $\xi > 0$  è:

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

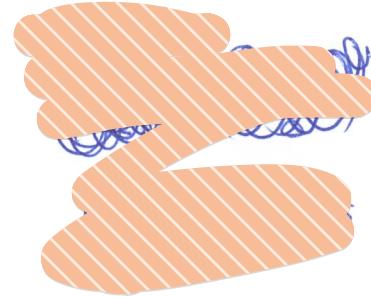
Un cerchio centrato nell'origine

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

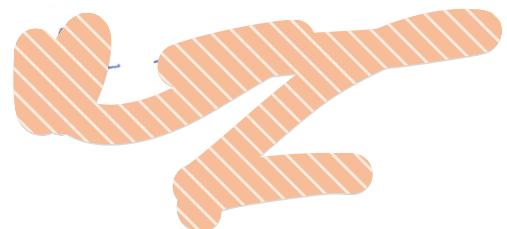
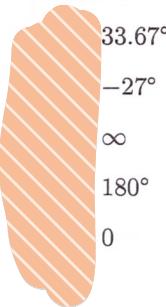
Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

**3. (2 punti)** Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s - 4}{s^3 + 4s^2 + 4s + 8}$$



**4. (2 punti)** Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{12}{(s+17)(s+2)(s+5)}$ . Si determini il margine di fase.



**2. (1 punto)** Quali sono gli effetti del controllo a ciclo chiuso?

Garantisce un errore di velocità sempre nullo

Le prestazioni sono indipendenti dal sensore utilizzato

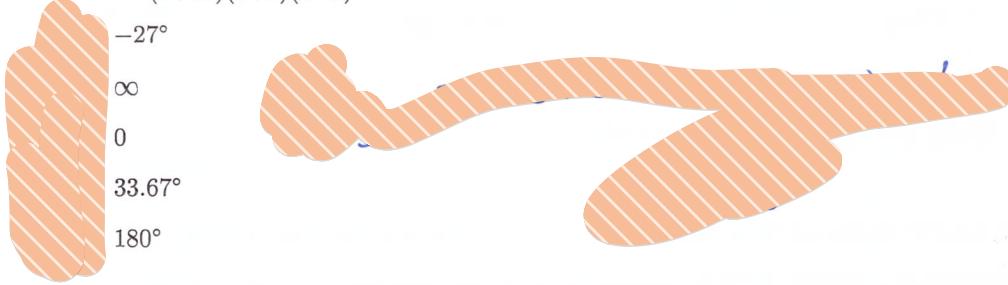
Sposta i poli del sistema da controllare

Sposta gli zeri del sistema da controllare

Mantiene la posizione dei poli del sistema da controllare

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è

$$L(s) = \frac{10}{(s+19)(s+5)(s-3)}. \text{ Si determini il margine di fase.}$$



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

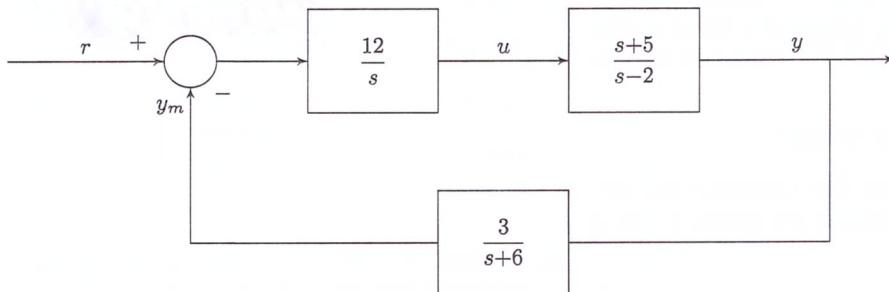
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{[diagramma]}}, \quad e_v = \boxed{\text{[diagramma]}}$$

*Soluzione:* La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{12(s+5)}{s(s-2)}}{1 + \frac{12 \cdot 3(s+5)}{s(s-2)(s+6)}} = \frac{12(s+5)(s+6)}{s^3 + 4s^2 + 24s + 180}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è

$s^3$	1	24
$s^2$	4	180
$s$	-21	0
1	180	

La f.d.t. non è asintoticamente stabile per cui gli errori di posizione e di velocità sono infiniti.

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 8s - 9}$$

5 punti

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 1s;
- errore di posizione inferiore al 19%.

*Soluzione:* L'impianto ha un polo in  $-9$  ed un polo in  $+1$ . Se cancelliamo il polo in  $-9$  possiamo poi scegliere un guadagno del controllore sufficientemente elevato da stabilizzare il sistema e soddisfare le altre due specifiche. Il controllore sarà pertanto del tipo

$$C(s) = k(s + 9).$$

Ovviamente, siccome il grado relativo del controllore è negativo, aggiungeremo poi un polo in alta frequenza per la fisica realizzabilità. La specifica sul tempo di assestamento richiede  $\sigma > 4,6$  e, tramite la regola della punteggiatura, ciò impone  $k > 5,6$ . Invece la specifica statica richiede  $\left| \frac{1}{1 - k} \right| < 0,19$ , i.e.,  $k > 6,26$ . Pertanto il controllore finale sarà, ad esempio,

$$C(s) = 6 \frac{s + 9}{1 + \frac{s}{90}}.$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s - 7}{s(s+7)}$$

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di fase pari a  $50^\circ$ .

*Soluzione:* Il margine di fase è dato dal valore di  $|G(j\omega_c)|$  dove  $\omega_c$  è la pulsazione in corrispondenza della quale  $|G(j\omega_c)| = 1$ . La  $G(s)$  ha un polo a parte reale negativa ed uno zero a parte reale positiva, con guadagno pari a  $-k$ . Pertanto, se  $k < 0$  il guadagno sarà positivo e la fase partirà dal valore di  $-90^\circ$  per poi decrescere sempre fino alla fase  $-270^\circ$ . Pertanto occorre scegliere  $k$  in maniera tale che  $\angle G(j\omega_c) = -90^\circ - 2 \arctan \frac{\omega_c}{7} = -130^\circ \Rightarrow \omega_c = 2.55 \text{ rad/s}$ .

Inoltre, poiché  $|G(j\omega_c)| = \left| \frac{k}{\omega_c} \right|$ , per avere un margine di fase pari a  $50^\circ$  occorre  $k = -2.55$ .

--

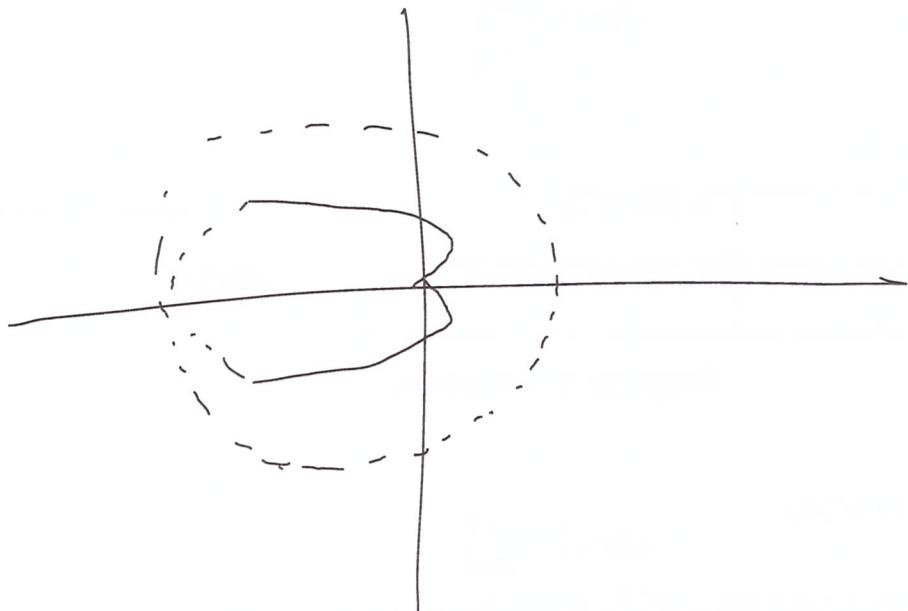
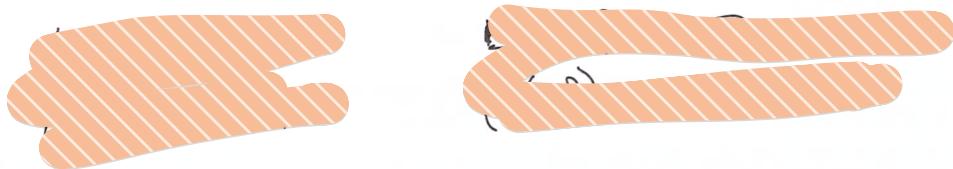
5 punti

ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = 5 \frac{s+3}{s^2(s+1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.



$$s^2(s+1) + 5s + 15$$

$$s^3 + s^2 + 5s + 15 \quad \Delta \cdot S > 15 \text{ NO INSTABILITY}$$

$$G(s) = \frac{\frac{12}{s} \cdot \frac{s+5}{s-2}}{1 + \frac{3}{s+6} \cdot \frac{12}{s} \cdot \frac{s+5}{s-2}}$$

$$= \frac{\frac{12}{s} \cdot \frac{s+5}{s-2}}{\frac{12(s+5)(s+6)}{s^3 + 6s^2 - 2s^2 - 12s + 36s + 180}}$$

$$= \frac{\frac{12}{s} \cdot \frac{s+5}{s-2}}{\frac{s^3 + 4s^2 + 24s + 180}{s^3 + 6s^2 - 2s^2 - 12s + 36s + 180}}$$

(1)

$$s_6 = 180 \text{ ms}$$

instabile

$$\omega_v = \omega_p = \infty$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 8s + 9}$$

$$s^2 + 8s + 9 < 0$$

$$s^2 + 8s + 16 < 7$$

$$(s-4)^2 < 7$$

$$\text{Trovare il polo dominante } T_{\text{dom}} = \frac{4.6}{15} < 1 \Rightarrow |s| \geq 4.6$$

$$s < -4.6 \quad \begin{matrix} \text{polo} \\ \text{dom.} \end{matrix}$$

Calcolo il buonamico

$$x_B = \frac{1}{2}(1+9) = -4$$

Semplifica il polo -9 come uno zero  $C(s) = K(s+z)$  con  $z = 9$

$$C(s) = G(s) C(s) = \frac{K}{s-1} \quad K > \bar{K} \quad \text{ottenuto con la regola delle punteggiate}$$

$$\bar{K} = |x + p| \Big|_{x=8} = |-4.6 - 1| = 5.6 \quad K > 5.6$$

②

$$\text{Stability Margin} = \left| \frac{1}{1+M_{\text{char}}} \right| < 0.19$$

$$M = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = \frac{K}{s-1} = -K$$

$$\left| \frac{1}{s-K} \right| < 0.19, \quad \frac{1}{K-1} < 0.19 \quad K-1 > \frac{1}{0.19} \quad K > 6.26$$

$$(K=7)$$

$$T = \frac{1}{2 \cdot 10} = \frac{1}{90}$$

$$C(s) = 7 \frac{(s+9)}{\left( s + \frac{9}{90} \right)}$$

$$G(s) = K \cdot \frac{s+7}{s(s+7)} \quad \gamma_m = 50^\circ$$

$$\gamma_m = 180 - |\gamma_c| = 50^\circ \quad |\gamma_c| = 130 \quad \gamma_c = -130$$

$$\gamma_c = -\frac{13}{18}\pi$$

$$\omega_c \quad \underline{G(j\omega_c)} = \gamma_c$$

$$\arctg\left(-\frac{\omega_c}{7}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega_c}{7}\right) = -\frac{13}{18}\pi$$

$$-2\arctg\left(\frac{\omega_c}{7}\right) = -\frac{2}{9}\pi$$

$$\arctg\left(\frac{\omega_c}{7}\right) = \frac{1}{9}\pi \quad \frac{\omega_c}{7} = \tan\left(\frac{1}{9}\pi\right) \Rightarrow \omega_c = 2.54$$

ponto 0

$$|G(j\omega)| = 1 \rightarrow \frac{|K| \cancel{\sqrt{s^2 + 7^2}}}{\omega_c \cancel{\sqrt{s^2 + 7^2}}} \approx 1 \quad |K| = \omega_c$$

$$M \text{ deve ser } > 0 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = -K \Rightarrow K < 0$$

$$K = -2.54$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$$G(s) = \frac{1}{(s+20)(s+4)} \text{ ed il controllore è un PI con}$$

f.d.t.  $C(s) = 13 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- (a) -171,69     $s(s+20)(s+4) + 13s + 13z$   
 ► (b) 0     $s^3 + 20s^2 + 4s^2 + 80s + 13s + 13z$   
 ► (c) 0,17  
 (d) -1,67     $s^3 + 24s^2 + 93s + 13z$   
 (e) 1,67     $z = \frac{24 \cdot 93}{13} = 171,69$

2. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con sovraelongazione inferiore ad un valore  $\bar{S}_\% = 100$  è:

- (a) Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- (b) Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante
- (c) Un cerchio centrato nell'origine
- (d) Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- (e) Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

3. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s - 5}{s^3 + 4s^2 + 5s + 6} \quad 20 > 6$$

- (a) 0  
 ► (b) 1,83  
 (c) 0,17  
 (d) 1  
 (e)  $\infty$

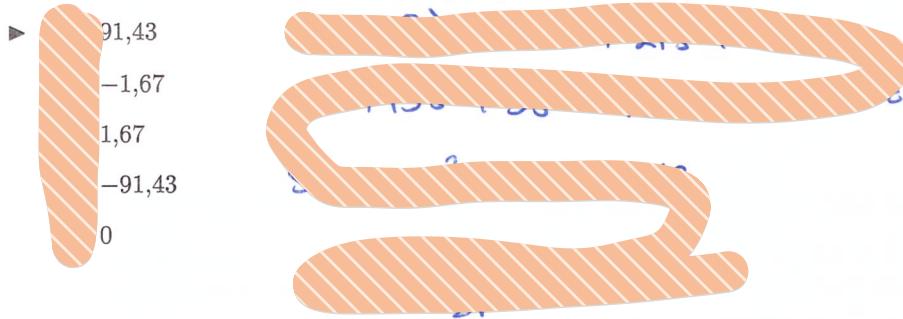
$$\left| \frac{-s-6}{6} \right|_{s=0} = 1.83$$

4. (1 punto) Quando è possibile impiegare il controllo a ciclo aperto in sostituzione di quello in retroazione?

- (a) Quando il processo da controllare ha sensori precisi
- (b) Quando il processo da controllare presenta un attuatore veloce
- (c) Quando il processo da controllare è perfettamente noto
- (d) Quando il processo da controllare è stabile
- (e) Quando il processo da controllare non è perfettamente noto

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$G(s) = \frac{1}{(s+15)(s+5)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 21 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

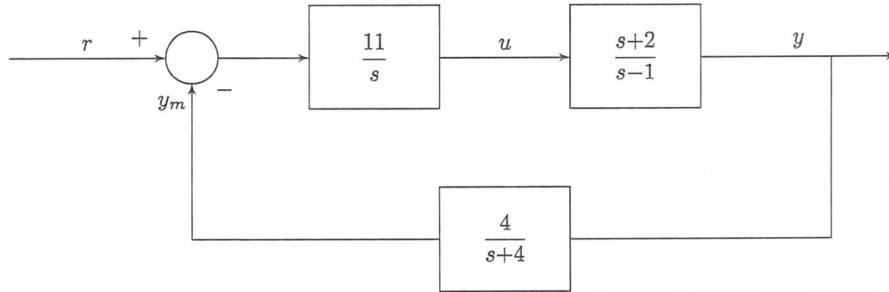
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{[diagramma]}}, \quad e_v = \boxed{\text{[diagramma]}}$$

Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{11(s+2)}{s(s-1)}}{1 + \frac{11 \cdot 4(s+2)}{s(s-1)(s+4)}} = \frac{11(s+2)(s+4)}{s^3 + 3s^2 + 40s + 88}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è

$s^3$	1	40
$s^2$	3	88
$s$	10,67	0
1	88	

La f.d.t. è asintoticamente stabile per cui possiamo valutare errore di posizione ed errore di velocità. Avremo  $e_p = 0$  (0%), and  $e_v = 0.3$  (30%).

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

*Soluzione:* La specifica statica richiede di inserire un polo nell'origine per cui proviamo a risolvere il problema con un controllore di tipo PI, ossia  $C(s) = k \frac{s+z}{s}$ . La specifica dinamica richiede un'ascissa di convergenza tale che  $|\sigma| > 23$ .

Proviamo pertanto a fissare  $z = 25$ . Il punto multiplo si avrà in  $-51.46$  quando  $k = 105,92$ . In corrispondenza di tale valore di  $k$  l'errore di velocità sarà pari a 0,1% e quindi tutte le specifiche saranno soddisfatte.

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

#### ESERCIZIO 1.

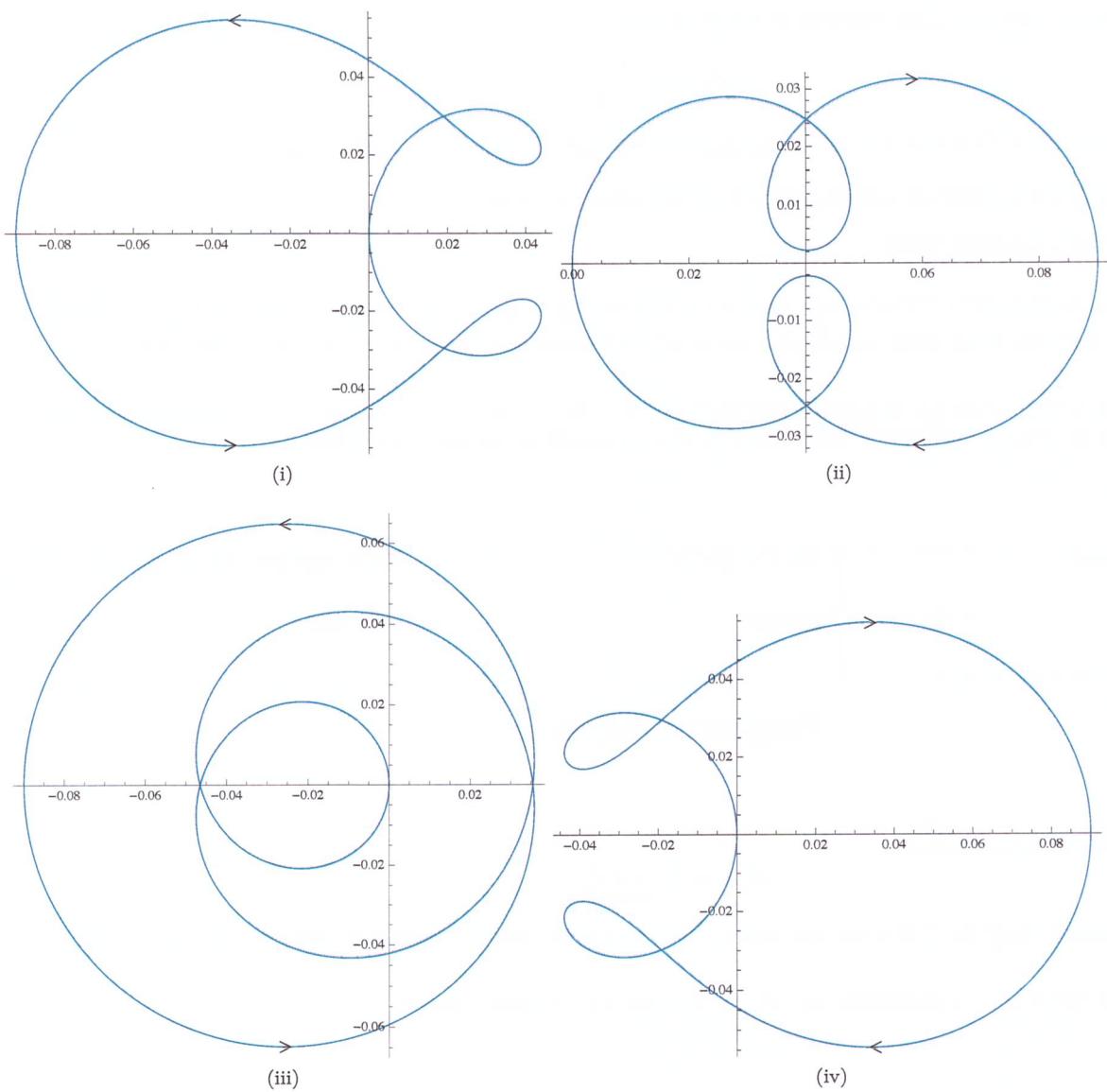
Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+2)^2}.$$

Si scelga il valore del guadagno  $k \in \mathbb{R}$  e del parametro  $z \in \mathbb{R}$  in maniera che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

*Soluzione:* Se scegliamo  $z = -2$  otteniamo  $\omega_n = 2\sqrt{3}$ . Occorre un  $k$  negativo pari a  $-2$ .

5 punti



### ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s - 1)(s - 10)^2}$$

(A) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s + 1)(s + 10)^2}$$

(B) Fig. (iii)

$$L(s) = \frac{s^2 - 4s + 9}{(s + 1)(s - 10)^2}$$

(C) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s - 1)(s + 10)^2}$$

(D) Fig. (i)

# Precisione statica

1

$$\frac{\frac{M}{S} \cdot \frac{S+2}{S-1}}{1 + \frac{Y}{S+4} \cdot \frac{M}{S} \cdot \frac{S+2}{S-1}} = \frac{M(S+2)}{S(S-1)} \cdot \frac{S(S-1)(S+4)}{S(S-1)(S+4) + 44(S+2)}$$

$$\frac{(11S+22)(S+4)}{S^3 + 3S^2 + 40S + 88}$$

$$s^3 + 3s^2 + 40s + 88$$

$$3 \cdot 40 > 88 \quad s_1$$

o.s. stabile

$$\frac{11s^2 + 22s + 64s + 88}{s^3 + 3s^2 + 40s + 88} \quad f_p = 0$$

$$\epsilon_r = \left| \frac{64 - 40}{88} \right| = 0.30$$

Cuogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s-3} \quad T_{d1} \leq 0.2s \quad \epsilon_r \leq 5\% \quad \epsilon_u < 0.05$$

$$T_{d1} = \frac{4.6}{101} < 0.2 \quad |s| > \frac{4.6}{0.2} \quad \begin{array}{l} \delta > 23 \\ \delta < -23 \end{array} \quad \text{pol dominante}$$

$$G(s) = \frac{k(s+2)}{s} \quad z = 2s$$

$$L(s) = G(s)CCS = \frac{k(s+2s)}{s(s-3)}$$

punto multiplo  $k=1$

$$f(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{-x(x-3)}{x+2s} = \frac{-x^2+3x}{x+2s}$$

$$f'(x) = \frac{(-2x+3)(x+2s) + x^2 - 3x}{(x+2s)^2} = \frac{-2x^2 + 3x - 50x + 7s + x^2 - 3x}{(x+2s)^2} =$$

$$= \frac{-x^2 - 50x + 7s}{(x+2s)^2} = \frac{x^2 + 4s}{-s^2 - 4s}$$

(2)

$$s^* = -51.45$$

$$K > \bar{K} \quad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-51.45(-51.45 - 3)}{-51.45 + 2s} \right| = \frac{\cancel{302250}}{105.87}$$

$$K > \cancel{302250} 105.87$$

$$\epsilon_U = \left| \frac{1}{M} \right| < 0.05 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} S_L(s) = -\frac{2s}{3} K$$

~~(2)~~ 
$$\left| -\frac{3}{2sK} \right| < 0.05 \quad \frac{3}{2sK} < 0.05 \quad K > \cancel{3000} \cdot \frac{3}{2s \cdot 0.05} = 2.4$$

$$K = \cancel{3000} 110$$

Projekt im Frequenzraum

$$G(s) = R \cdot \frac{s+2}{(s+2)^2} \quad M_0 = 6 \text{ dB} = 10^{6/20} = 2$$

$$\text{Pole } z = -2 \quad G(s) = k \cdot \frac{(s+2)}{(s+2)^2}$$

$$M = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = -\frac{2k}{4} \quad \boxed{k < 0}$$

$$\omega_c \quad \underline{G(j\omega)} = -R$$

$$\arctg\left(-\frac{\omega_c}{2}\right) - 2\arcc\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = -\pi$$

$$-3\arctg\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = -\pi$$

$$\frac{\omega_c}{2} = \tan \frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega_c = \cancel{0} \cancel{0} 2\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_0 \quad |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}}$$

$$\frac{\sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}}{|k|} = 2 \quad |k| = \frac{\sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}}{2} = 2$$

$$\boxed{k = -2}$$

Controlli Automatici 15 settembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di  $\bar{\varphi}_m < \frac{\pi}{2}$  e comunque minore di  $\frac{\pi}{2}$  se:

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante (in corrispondenza di  $\bar{\varphi}_m$ ) e il semiasse negativo delle ordinate

il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto  $c_A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto  $c_A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel terzo quadrante (in corrispondenza di  $\bar{\varphi}_m$ ) e il semiasse negativo delle ordinate

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel terzo quadrante (in corrispondenza di  $\bar{\varphi}_m$ ) e il semiasse reale negativo delle ascisse

2. (1 punto) Quando possiamo dire di aver risolto un problema di controllo?

Quando la variabile di interesse è identicamente nulla

Quando la variabile misurata è costante

Quando la variabile misurata è identica alla variabile di riferimento

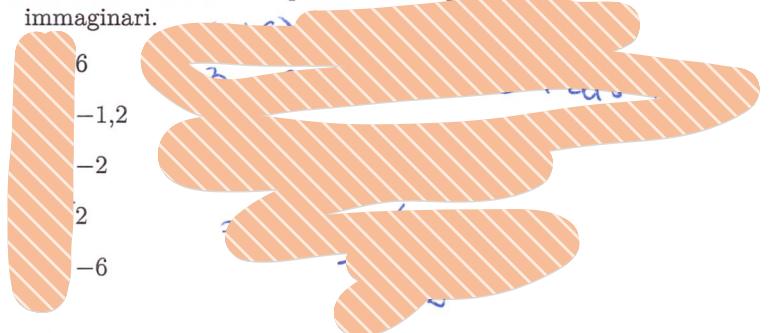
Quando la variabile di interesse è all'incirca pari alla variabile di riferimento

Quando la variabile misurata è all'incirca pari alla variabile di riferimento

3. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

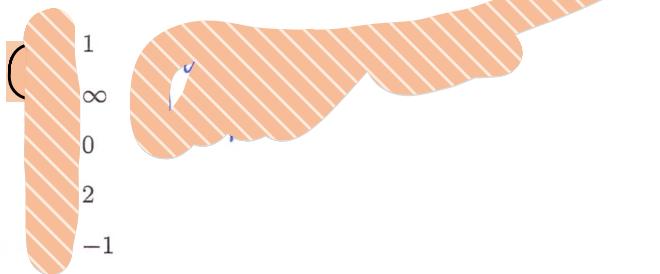
$$G(s) = \frac{1}{(s+6)(s-2)}$$

ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 24 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

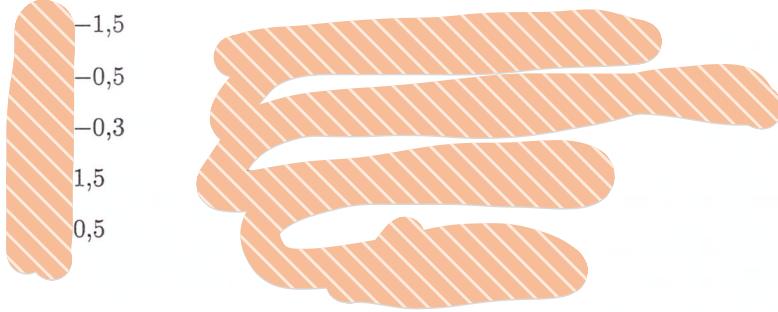


4. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 4}{s^3 + 5s^2 + 8s + 4}$$



5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-2)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 12\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

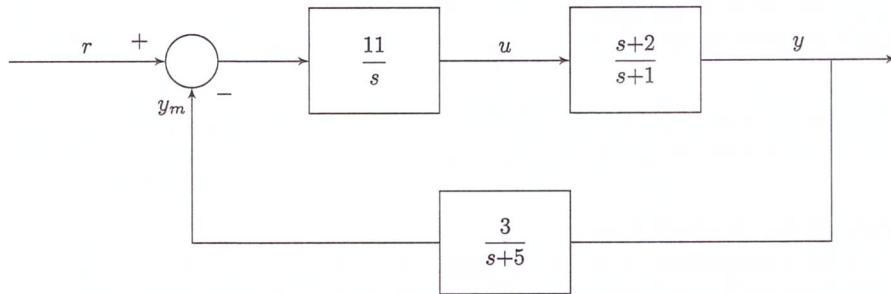
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{diagram}} , \quad e_v = \boxed{\text{diagram}}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 6s - 7}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 1,33s;
- errore di posizione inferiore al 25%.

<b>Controlli Automatici</b> <b>15 settembre 2020</b>	<b>Prof. L. Iannelli</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

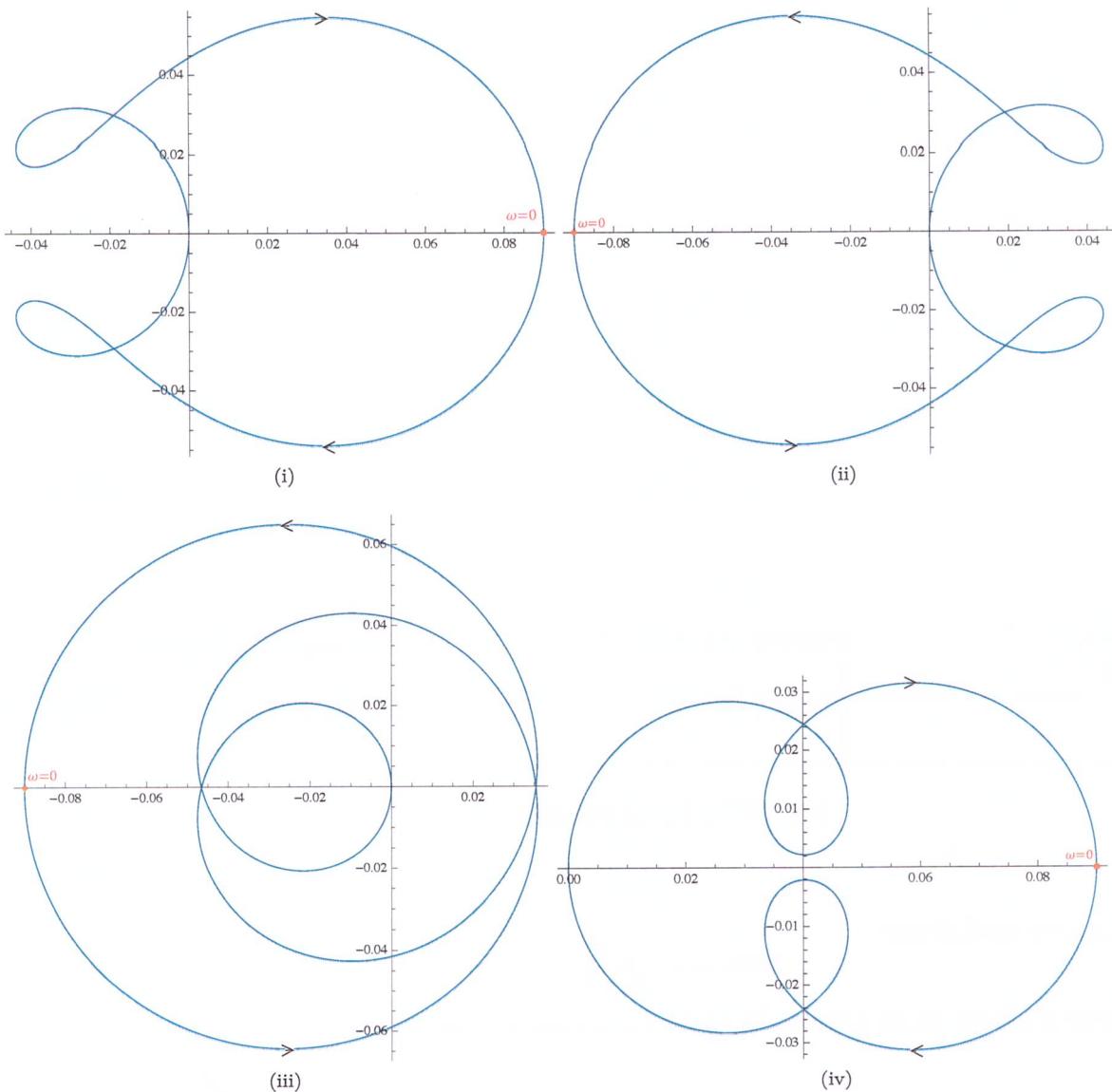
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-7}{s(s+7)}$$

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.

  
 5 punti



### ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s+1)(s+10)^2}$$

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s-1)(s+10)^2}$$

$$L(s) = \frac{s^2 - 4s + 9}{(s+1)(s-10)^2}$$

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s-1)(s-10)^2}$$



(A) Fig. (i)

(B) Fig. (iv)

(C) Fig. (ii)

(D) Fig. (iii)

5 punti

(1)

## Precisione statica

$$G(s) = \frac{11}{s} \cdot \frac{s+2}{s+1}$$

$$= 1 + \frac{11}{s} \cdot \frac{s+2}{s+1} \cdot \frac{3}{s+5}$$

$$= \frac{11(s+2)(s+5)}{s^3 + s^2 + 5s^2 + 5s + 33s + 66}$$

$$\frac{11(s+2)}{s(s+1)} \cdot \frac{s(s+1)(s+5)}{s(s+1)(s+5) + 33(s+2)} =$$

$$s^3 + 6s^2 + 38s + 66$$

$$6 \cdot 38 > 66 \quad \text{sv}$$

as stable

$$\frac{11s^2 + 22s + 55s + 110}{s^3 + 6s^2 + 38s + 66}$$

$$\alpha_0 \neq 0$$

$$\epsilon_p = \left| \frac{110 - 66}{66} \right| = 0.67$$

$$\epsilon_N = 10$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 6s + 7}$$

$$T_{\alpha_1} = 1.33s$$

$$\epsilon_p < 25\%$$

$$\epsilon_p = 0.25$$

$$= \frac{1}{(s-1)(s+7)}$$

$$T_{\alpha_1} = \frac{4.6}{181} < 1.33$$

$$|\delta| > \frac{4.6}{1.33}$$

$$\delta > 3.45$$

$$\delta < -3.45$$

$$C(s) = K(s+2) = K(s+7)$$

$$L(s) = C(s)G(s) = \frac{K}{s-1}$$

$$K > \bar{K} \quad \bar{K} = |x + p|_{\substack{x=8 \\ p=1}} = |-3 \cdot 6 - 1| = 4 \cdot 6 \quad (2)$$

$$K > 4 \cdot 6$$

$$\epsilon_p = \left| \frac{1}{1+M} \right| < 0.25 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = \frac{K}{0-1} = -K$$

$$\left| \frac{1}{1-K} \right| < 0.25 \quad \frac{1}{K-1} < 0.25 \quad K-1 > \frac{1}{0.25} \quad K > 5$$

$$\begin{cases} K > 5 \\ K > 4 \cdot 6 \end{cases}$$

$$T = \frac{1}{2 \cdot 10} = \frac{1}{70}$$

$$C(s) = \frac{6(s+7)}{1 + \frac{s}{70}}$$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K \frac{s+7}{s(s+7)} \quad M_a = 3 \text{dB} = 10^{\frac{3}{20}} = 1.61$$

$$\mu > 0 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} s(G(s)) = -K \quad K < 0$$

$$\omega_c \quad \underline{\angle G(j\omega_c)} = -\pi \quad \arctg\left(-\frac{\omega}{7}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\pi$$

$$-2\arctg\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\omega}{7} = \tan \frac{\pi}{4} \quad \omega_c = 7$$

③

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \quad |G(j\omega)|_1 = \frac{|K| \sqrt{\omega^2 + f^2}}{\omega_c \sqrt{\omega^2 + f^2}} = \frac{|K|}{\omega_c}$$

$$\frac{1}{|K|} = \frac{1.61}{\cancel{2000}} \quad \omega_c = \frac{1.61}{\cancel{2000} |K|} \quad |K| = \frac{f}{\cancel{2000}} = 4.96$$

$$\underline{K = -4.96}$$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

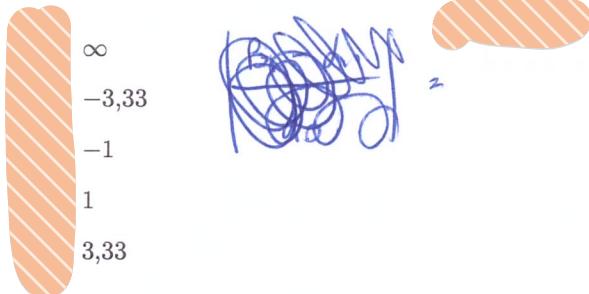
- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Quali sono i vantaggi del controllo a ciclo aperto?

- È più difficile da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso
- Consente di controllare processi non perfettamente noti
- Consente di stabilizzare processi instabili
- È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso
- Consente di velocizzare la risposta del processo

2. (2 punti) Si calcoli l'errore di velocità quando si vuol far inseguire una rampa al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s + 6}{s^3 + 3s^2 + 8s + 3}$$



3. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi con sovraelongazione inferiore ad un valore  $\bar{S}\%$  è:

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Un cerchio centrato nell'origine

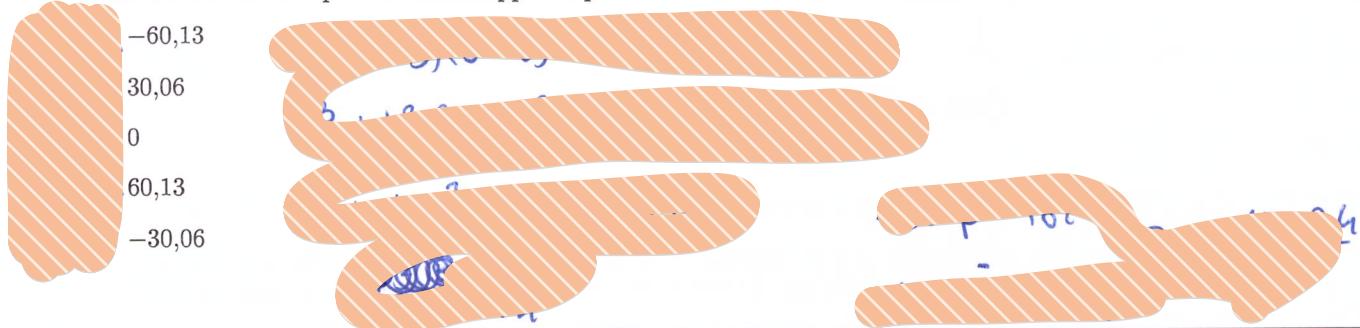
Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

4. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{20(s+10)}{(s+20)(s+2)(s+3)}$ . Si determini il margine di ampiezza.

- 3 dB
- 12 dB
- 6 dB
- $\infty$
- 0 dB

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$G(s) = \frac{1}{(s+18)(s-5)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 16\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

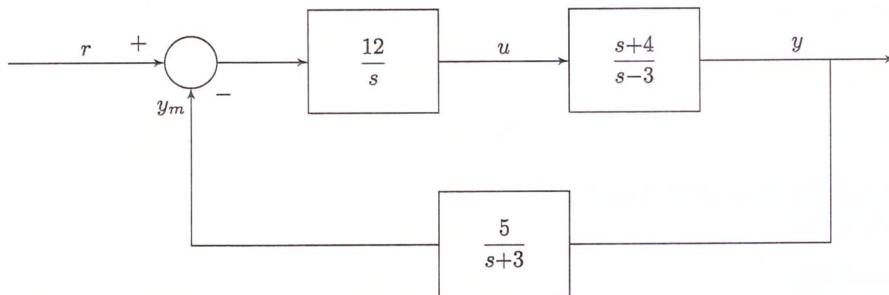
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\quad}, \quad e_v = \boxed{\quad}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s - 10}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

<b>Controlli Automatici</b> <b>10 novembre 2016</b>	<b>Prof. L. Iannelli</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

### Progetto in frequenza

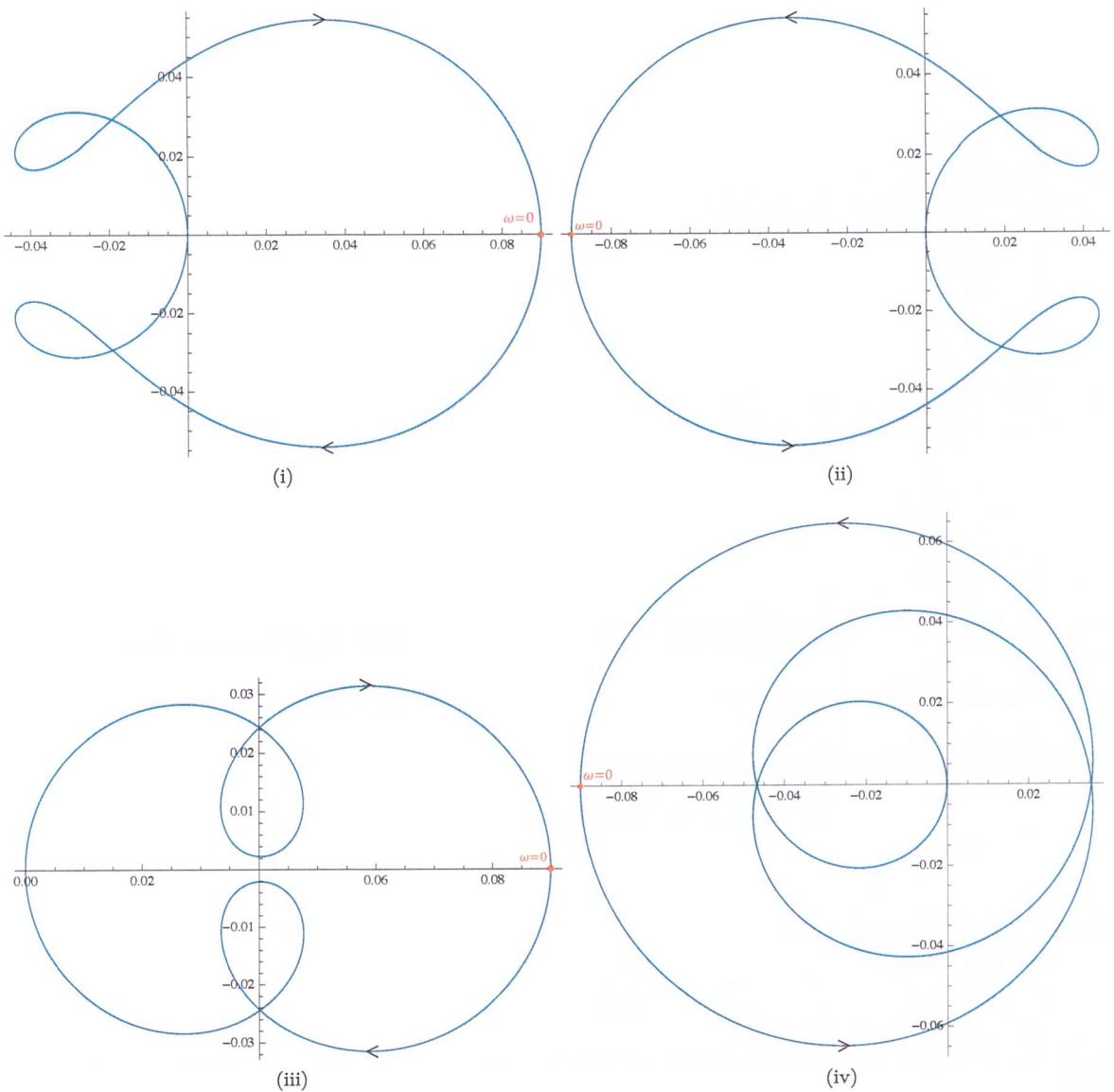
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento di anello

$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+4)}$$

*5 punti*

chiusa in retroazione negativa unitaria. Si determini il massimo valore del ritardo  $\tau$  che consenta di mantenere l'asintotica stabilità a ciclo chiuso.



### ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

	<i>5 punti</i>
--	----------------

(A) Fig. (iii)

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s - 1)(s + 10)^2}$$

(B) Fig. (i)

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s + 1)(s + 10)^2}$$

(C) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{s^2 - 4s + 9}{(s + 1)(s - 10)^2}$$

(D) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s - 1)(s - 10)^2}$$

# Precisione statica

(1)

$$\frac{12}{s} \cdot \frac{s+4}{s-3} = \frac{12(s+4)}{s(s-3)} \cdot \frac{s(s-3)(s+3)}{s(s-3)(s+3) + 60(s+4)}$$

$$1 + \frac{12}{s} \cdot \frac{s+4}{s-3} \cdot \frac{s}{s+3}$$

$$\frac{12(s+4)}{s^3 + 3s^2 - 9s + 60s + 240}$$

è instabile

quindi  $\text{en} = \text{ep} = \infty$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s + 10} \quad T_{\text{ar1}} < 0.89s \quad \text{ep} < 17\% \quad \varphi < 0.17$$

$$= \frac{1}{(s-1)(s+10)} \quad T_{\text{ar1}} = \frac{10}{1+6} < 0.89 \quad s > 5.16$$

$$s < -5.16$$

Semplifica il polo -10 con uno zero  $C(s) = K(s+10)$

$$L(s) = \frac{K}{s-1} \quad K > \bar{K} \quad \bar{K} = |x + pl| < \delta \quad K > 6.16$$

$$\text{ep} < \left| \frac{1}{1+M} \right| < 0.17 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = -K$$

$$\left| \frac{1}{1-K} \right| < 0.17 \quad K > \frac{1}{0.17} + 1 \quad K > 6.16$$

$$K = 7 \quad C(s) = \frac{7}{\left( \frac{1+s}{100} + 1 \right)}$$

$$T = \frac{1}{100}$$

(2)

Progetto in frequenza

$$L(s) = \frac{e^{-sT}}{s(s+G)} \quad G(s) = e^{-sT} \cdot G(s)$$

$$G'(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega + G)}$$

$$T < \frac{y_m}{w_c} \rightarrow |G(j\omega)| = 1$$

$$\frac{1}{w_c \sqrt{w_c^2 + 16}} = 1 \rightarrow w_c \sqrt{w_c^2 + 16} = 1 \Rightarrow w_c^2 (w_c^2 + 16) = 1$$

$$w_c^4 + 16w_c^2 - 1 = 0$$

$$w_c = \begin{cases} 0.249s \\ -0.249 \\ 0.077j \\ -0.077j \end{cases} \quad w_c = 0.25$$

$$y_c = \angle G'(jw_c) = -\frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{w_c}{16}\right) = -\frac{\pi}{2} - 0.06 = -1.63$$

~~$$y_m = n - 1.63 = 1.51$$~~

$$T < \frac{1.51}{0.25} = 6.04 \quad T < 6.04$$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

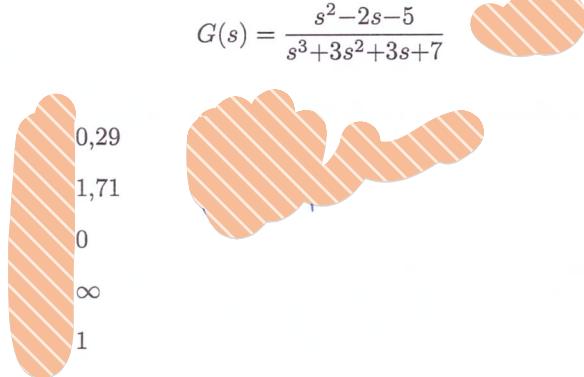
## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s - 5}{s^3 + 3s^2 + 3s + 7}$$



2. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$$G(s) = \frac{1}{(s+20)(s-4)} \quad \text{ed il controllore è un PI con f.d.t. } C(s) = 20 \frac{s+z}{s}.$$

Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



3. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di  $\varphi_m > \frac{\pi}{2}$  se:

il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto  $A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sotto di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario nel terzo quadrante

il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto  $x_A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sopra di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

4. (1 punto) In un schema di controllo con retroazione negativa unitaria, quale tra i seguenti è un controllore statico?

$u(t) = \text{sgn}(e(t))$

$u(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau$

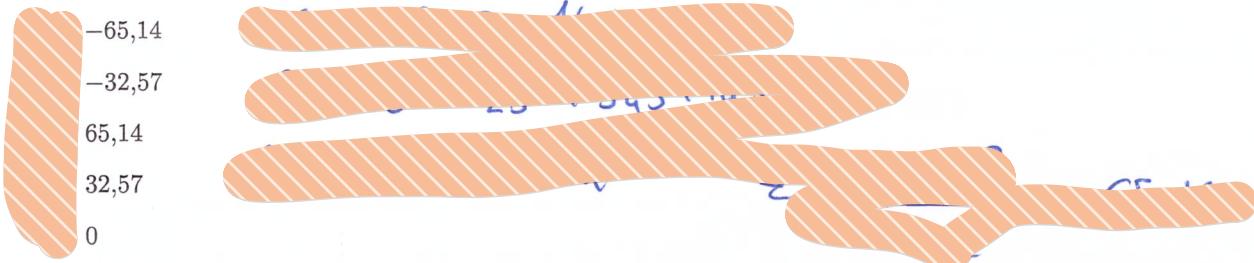
$u(t) = \frac{de(t)}{dt}$

Un controllore PD

Un controllore PI

8 punti

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+17)(s+2)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 14\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

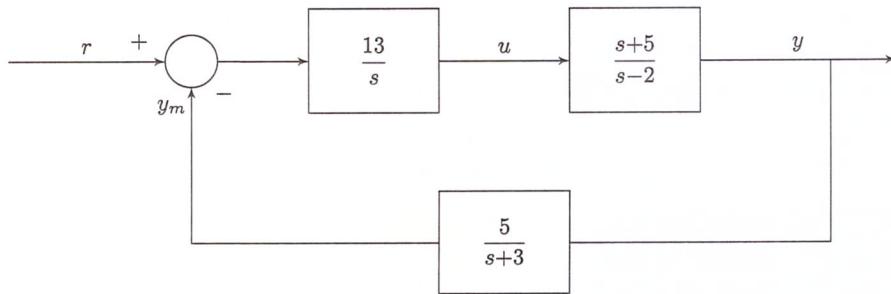
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\phantom{000}}, \quad e_v = \boxed{\phantom{000}}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s-2}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+4)^2}.$$

Si scelga il valore del guadagno  $k \in \mathbb{R}$  e del parametro  $z \in \mathbb{R}$  in maniera che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

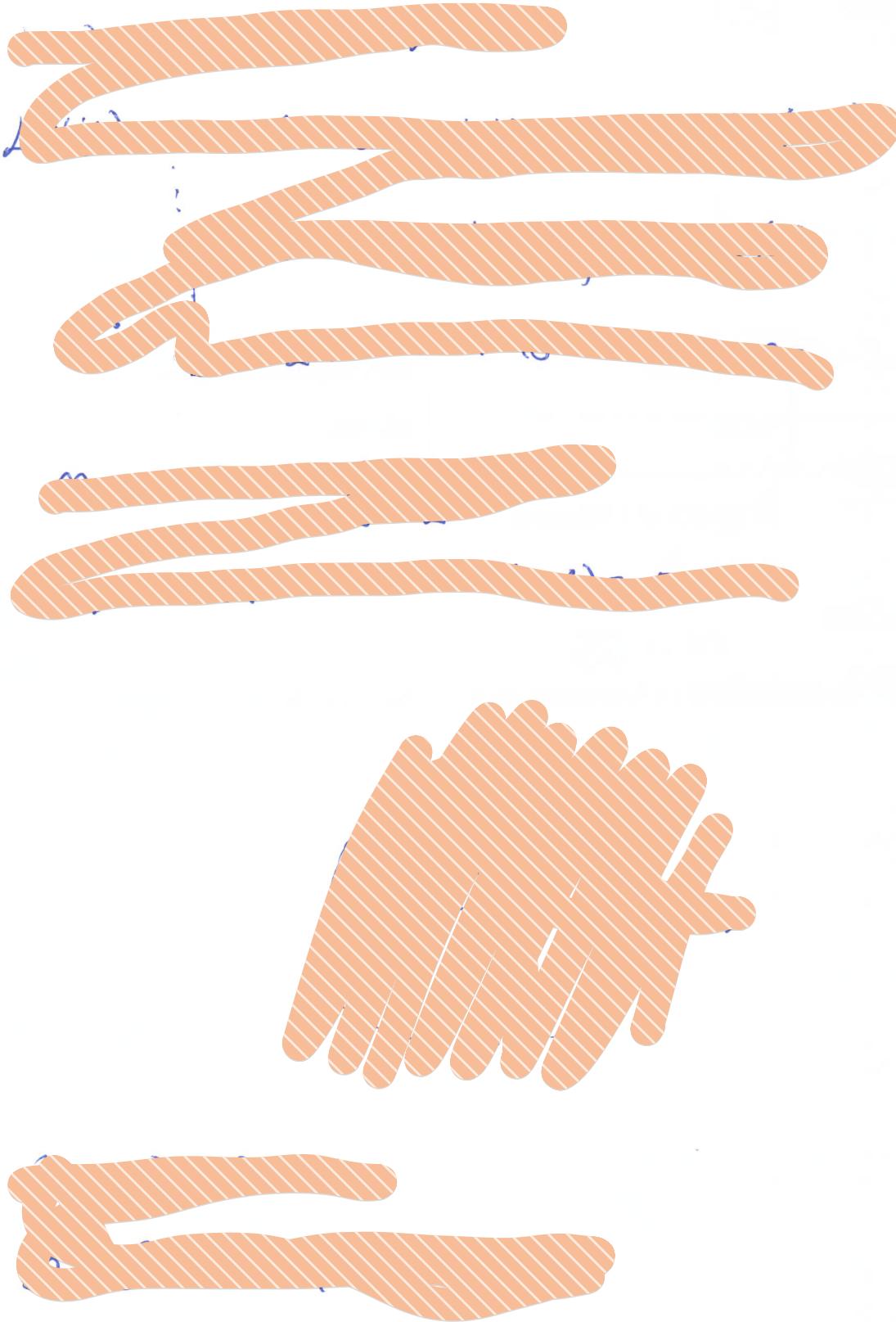
  
 5 punti

ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = -2 \frac{s+2}{s^2(s-1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.



(1)

Precisione start

$$G(s) = \frac{\frac{13}{s} \cdot \frac{s+s}{s-2}}{1 + \frac{13}{s} \cdot \frac{s+s}{s-2} \cdot \frac{5}{s+3}} = \frac{\frac{13}{s} \cdot \frac{s+s}{s-2}}{\frac{13(s+s)(s+3)}{s^3 - 2s^2 + 3s^2 - 6s + 6ss + 32s}} = \frac{\frac{13}{s} \cdot \frac{s+s}{s-2}}{\frac{s^3 + s^2 + 6ss + 32s}{s^3 - 2s^2 + 3s^2 - 6s + 6ss + 32s}}$$

$s^3 + s^2 + 6ss + 32s < 32s$  amst.

$\epsilon_p = \epsilon_n = \infty$

Uso di delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s-2} \quad T_{\text{am}} = 0.4s \quad \epsilon_n < 0.1$$

$$|s| > \frac{4.6}{0.4} \quad \delta > 11.5$$

$$\underline{\delta < 11.5}$$

$$\text{Considero } z = 12 \quad C(s) = \frac{K(s+12)}{s}$$

$$C(s) = G(s)C(s) = \frac{K(s+12)}{s(s-2)}$$

Punto multiplo ( $K=1$ )

$$Y(x) = -\frac{D(s)}{H(s)} = -\frac{x(x-2)}{x+12} = \frac{-x^2 + 2x}{x+12}$$

$$Y'(x) = \frac{-(-2x+2)(x+12) + x^2 - 2x}{(x+12)^2}$$

$$-2x^2 + 2x - 2x^2 + 24 + x^2 - 2x = 0$$

$$-x^2 - 24x + 24 = 0 \quad x_{1,2} \begin{cases} 0.96 \\ -24.96 \end{cases} \leftarrow$$

$$s^* = -0.1 \text{ ac}$$

$$K > \bar{K} \quad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-24.96(-24.96 - 2)}{-24.96 + 12} \right| = +51.92$$

$$R > 51.92$$

$$C(s) = 52 \frac{s+12}{s}$$

Projekt im Frequenzraum

$$G(s) = K \cdot \frac{s+2}{(s+4)^2} \quad z = -4 \quad M_a = 6 \text{dB} = 10^{6/20} = 2$$

$$M > 0 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = -K \quad K < 0$$

$$\angle G(j\omega) = -\pi$$

$$\arctg\left(-\frac{\omega}{a}\right) - 2\arctg\left(\frac{\omega}{a}\right) = -\pi$$

$$\arctg\left(\frac{\omega}{a}\right) = \frac{\pi}{3} \quad \omega_c = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \quad |G(j\omega)| = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c + 16}}$$

$$\frac{\sqrt{\omega_c + 16}}{|K|} = 2 \quad |K| = \frac{8}{2} = \pm 4$$

$$K = -4$$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

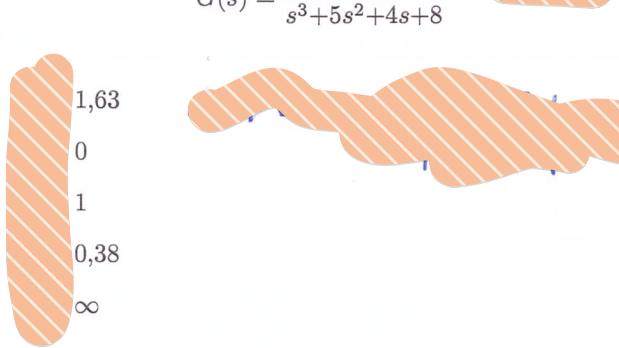
## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s - 5}{s^3 + 5s^2 + 4s + 8}$$



3. (1 punto) Quando è possibile impiegare il controllo a ciclo aperto in sostituzione di quello in retroazione?

Quando il processo da controllare è perfettamente noto

Quando il processo da controllare presenta un attuatore veloce

Quando il processo da controllare non è perfettamente noto

Quando il processo da controllare ha sensori precisi

Quando il processo da controllare è stabile

8 punti

2. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi con sovraelongazione inferiore ad un valore  $\bar{S}\%$  è:

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

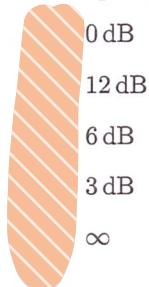
Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Un cerchio centrato nell'origine

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

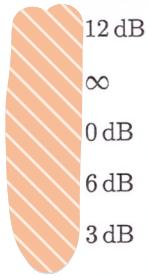
Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

4. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{14(s+8)}{(s+17)(s+4)(s+3)}$ . Si determini il margine di ampiezza.



5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è

$$L(s) = \frac{12(s+7)}{(s+18)(s+2)(s+3)}. \text{ Si determini il margine di ampiezza.}$$



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

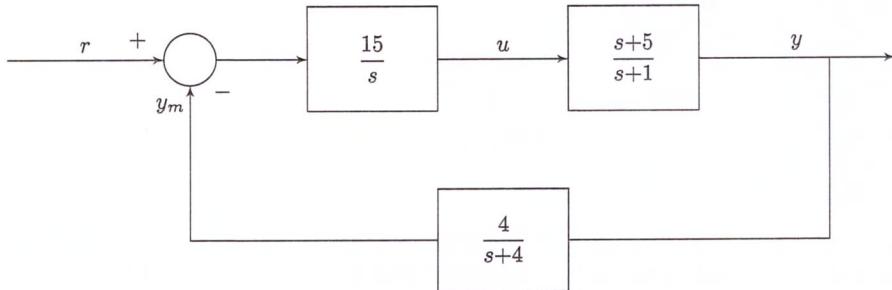
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{diagram with diagonal stripes}}, \quad e_v = \boxed{\text{diagram with diagonal stripes}}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s - 10}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

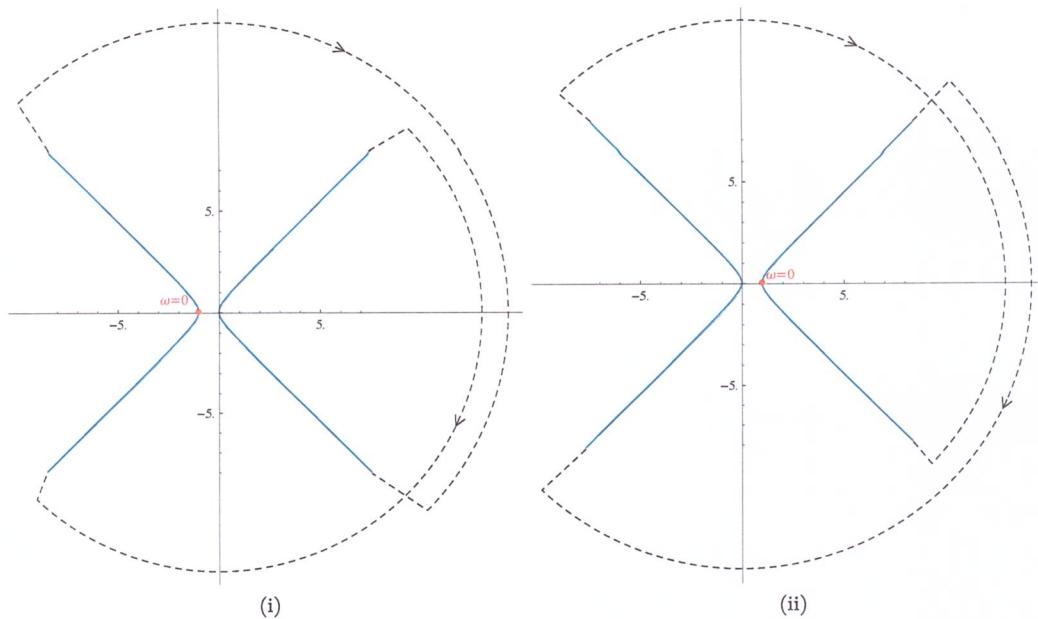
ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{10 - s}{s(s+10)}$$

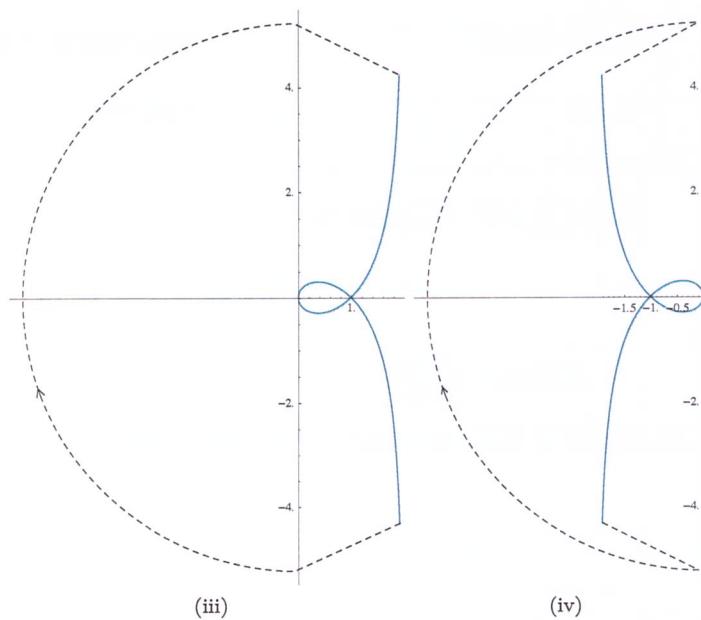
e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

  
*5 punti*



(i)

(ii)



(iii)

(iv)

## ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



$$L(s) = \frac{s+1}{s^2+1}$$

(A) Fig. (iii)

--

$$L(s) = \frac{(s+1)}{s(s-1)}$$

(B) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s-1}{s^2+1}$$

(C) Fig. (i)

$$L(s) = \frac{s-1}{s(s+1)}$$

(D) Fig. (iv)

$$G(s) = \frac{15}{s} \cdot \frac{s+s}{s+1}$$

$$= \frac{15}{s} \cdot \frac{s+s}{s+1} \cdot \frac{s(s+4)}{s(s+1)(s+4)+60(s+s)}$$

$$= 1 + \frac{15}{s} \cdot \frac{s+s}{s+1} \cdot \frac{4}{s+4}$$

$$\frac{15(s+s)(s+4)}{s^3+s^2+4s^2+4s+60s+300}$$

$$s^3 + 5s^2 + 64s + 300$$

$$64 \cdot 5 > 300 \quad \text{as. stabile}$$

$$15s^2 + 75s + 60s + 300$$

$$\frac{15s^2 + 135s + 300}{s^3 + 5s^2 + 64s + 300}$$

$$\begin{cases} d_0 = B_0 \\ d_1 = B_1 \end{cases} \quad e_p = 0 \quad \epsilon_V = \left| \frac{B_1 - d_1}{d_0} \right| = \left| \frac{135 - 64}{300} \right| = 0.24$$

L'uso delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s + 10}$$

$$= \frac{1}{\cancel{(s-1)}(s+10)}$$

$$\delta > 5,17$$

$$\delta < -5,17 \leftarrow \text{dominante}$$

Semplifico -10 con uno zero

$$C(s) = k(s+z) = k(s+10)$$

$$L(s) = C(s)G(s) = \frac{k}{s-1}$$

$k > \bar{k}$  → metodo punteggiato

$$K = |x + p|_{x=8} = |-5.17 - 1| = 6.17 \quad K > 6.17 \quad (2)$$

$$ep = \left| \frac{1}{1+M} \right| < 0.17 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = -K$$

$$ep = \left| \frac{1}{1-K} \right| < 0.17 \quad \frac{1}{K-1} < 0.17 \quad K > \frac{1}{0.17} + 1 \\ K > 6.88$$

$$\begin{cases} K > 6.17 \\ K > 6.88 \end{cases}$$

$$K = 7$$

$$C(s) = \frac{7(s+10)}{1+sT}$$

$$T = \frac{1}{10 \cdot 10} = \frac{1}{100}$$

Progetto in frequenza

$$G(s) = R \frac{10-s}{s(s+10)} \quad H_a = 6 \text{dB} = 10^{\frac{6}{20}} = 2$$

$$M > 0 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = K \quad K > 0$$

$$\omega_c \quad \underline{LG(j\omega)} = -R \Rightarrow \cancel{\text{arctg}} \left( \omega - \frac{\omega_c}{10} \right) - \frac{\pi}{2} - \text{arctg} \left( \frac{\omega}{10} \right) -$$

$$= -2 \text{arctg} \left( \frac{\omega}{10} \right) = -\frac{M}{2}$$

$$\text{arctg} \left( \frac{\omega}{10} \right) = \frac{M}{2} \quad \frac{\omega}{10} = 1 \quad \omega = 10$$

$$\left| \frac{1}{G(j\omega)} \right| = M_a \quad |G(j\omega)| = \frac{|K| \sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}}{\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 10^2}} = \frac{|K|}{10}$$

$$\frac{10}{|K|} = 2 \quad |K| = 5$$

$$\boxed{K = 5}$$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

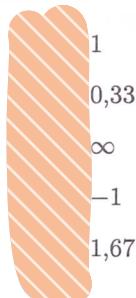
## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

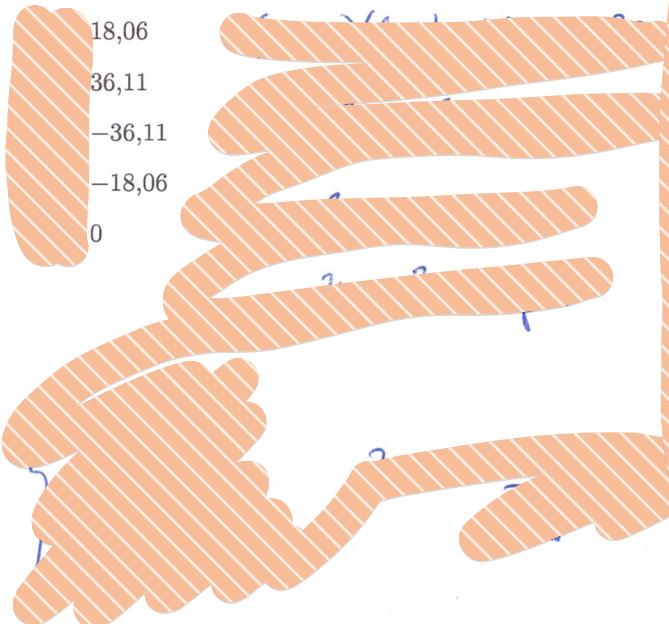
1. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+2}{s^3+5s^2+8s+3}$$



2. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$G(s) = \frac{1}{(s+17)(s-4)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 18\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



3. (1 punto) Si individui la f.d.t. di tipo  $-1$  con costante di trasferimento 2, uno zero a fase non minima e la costante di tempo dominante 2s:

$$G(s) = 2 \frac{s-1}{(s+1)(1+2s)}$$

$$G(s) = 2 \frac{s(s-1)}{(s+1)(1+2s)}$$

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{\left(\frac{s}{4}+1\right)(1+2s)}$$

$$G(s) = 12 \frac{s(s-1)}{(3s+1)(1+2s)}$$

$$G(s) = 2 \frac{s(s+1)}{(s+1)(1+2s)}$$

4. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi con sovraelongazione inferiore ad un valore  $S\%$  è:

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Un cerchio centrato nell'origine

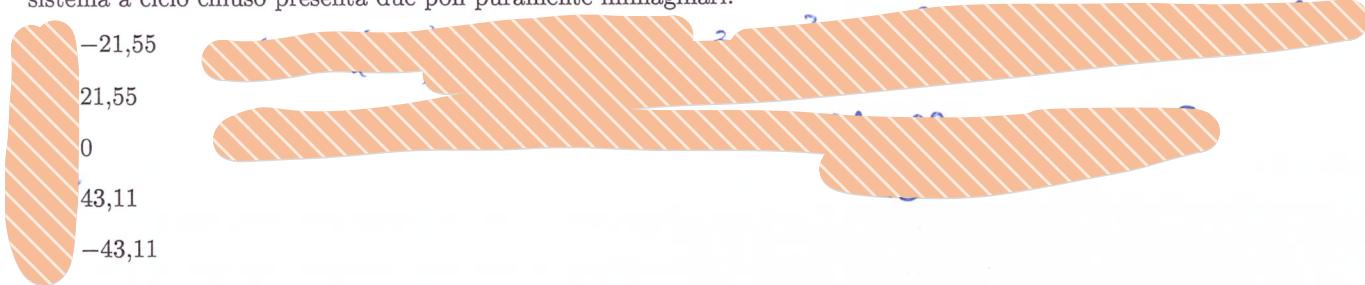
Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

8 punti

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+20)(s+1)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 19\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

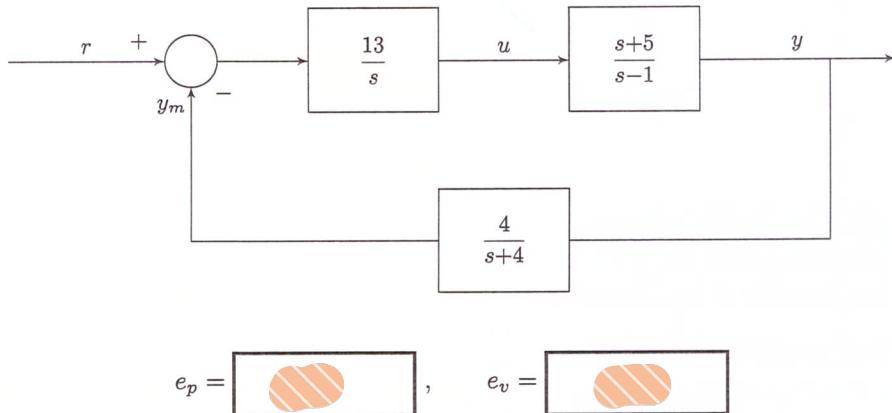
### Precisione statica

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



### Luogo delle radici

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

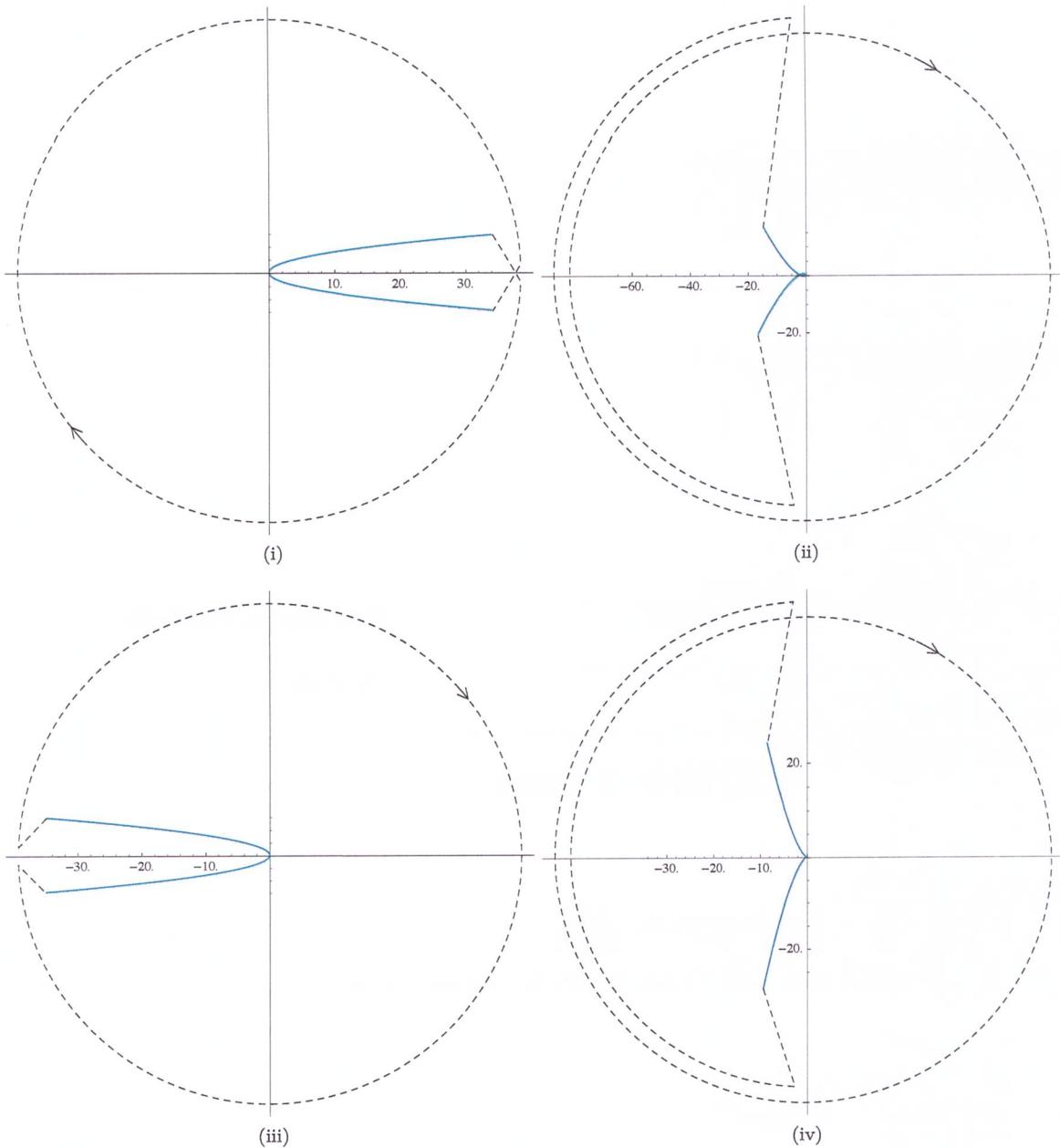
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-7}{s(s+7)}$$

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

5 punti



### ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



$$L(s) = \frac{s-1}{s^2}$$

(A) Fig. (iv)

--

5 punti

$$L(s) = \frac{(s+1)^2}{s^3}$$

(B) Fig. (iii)

$$L(s) = \frac{s+1}{s^3}$$

(C) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s+1}{s^2}$$

(D) Fig. (i)

(1)

## Precision statica

$$\frac{13}{s} \cdot \frac{s+5}{s-1} = \cancel{\frac{13(s+5)}{s(s-1)}} \cdot \frac{s(s-1)(s+6)}{s(s-1)(s+6) + 52(s+5)}$$

$$1 + \frac{13}{s} \cdot \frac{s+5}{s-1} \cdot \frac{6}{s+6}$$

$$\frac{(13s+65)(s+6)}{s^3 - s^2 + 4s^2 - 4s + 52s + 260}$$

$$\begin{cases} s^3 + 3s^2 + 68s + 260 \\ 3 \cdot 68 = 260 \text{ no instabile} \\ \omega_p = \omega_r = \infty \end{cases}$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s-2} \quad T_{ai} < 0.2s \quad ev < 0.05$$

$$|\delta| = \frac{1.6}{0.2} = \delta > 23$$

$\delta < 23$  polo dominante

$$C(s) = \frac{k(s+z)}{s} \quad z = 25 \quad C(s) = \frac{k(s+25)}{s}$$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{k(s+25)}{s(s-2)}$$

Punto multiplo ( $k=1$ )

$$\gamma(x) = \frac{-D(s)}{N(s)} = \frac{-x(x-2)}{x+25} = \frac{-x^2+2x}{x+25}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x+2)(x+25) + x^2 - 2x}{(x+25)^2} = 0$$

$$-2x^2 + 2x - 50x + 50 + x^2 - 2x = 0$$

$$-x^2 - 50x + 50 = 0 \quad x \begin{cases} 0.98 \\ -50.98 \end{cases}$$

$$x^* = -50.98$$

$$K > \bar{K} \quad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-20.98(-50.98-2)}{-50.98+25} \right| \approx 104 \quad (2)$$

$$K > 104$$

$$\text{ev} = \left| \frac{1}{M} \right| < 0.05 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = -\frac{2s}{2} K$$

$$\frac{2}{25K} < 0.05 \quad K > \frac{2}{25 \cdot 0.05} = 1.6$$

$$K = 105 \quad C(s) = \frac{105(s+25)}{s}$$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K \cdot \frac{s+7}{s(s+7)} \quad M_a = 6 \text{dB} = 10^{6/20} = 2$$

$$M > 0 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} s(G(s)) = -K \quad |K < 0|$$

$$\text{Calcolo } \omega_c \quad (\underline{G(j\omega)} = j\omega) \quad \arctan\left(-\frac{\omega}{7}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\pi$$

$$-2\arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = +\frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \omega_c^2 = 7 \cdot 1 = 7$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \quad |G(j\omega)| = \frac{|K| \sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}}{\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}} = \frac{|K|}{\omega_c}$$

$$\frac{7}{|K|} = 2 \quad \Rightarrow \quad |K| = \frac{7}{2} = 3.5 \quad K = -3.5$$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Si individui la f.d.t. di tipo  $-1$  con costante di trasferimento 2, uno zero a fase non minima e la costante di tempo dominante 2 s:

$G(s) = 2 \frac{s - 1}{(s + 1)(1 + 2s)}$

$G(s) = 2 \frac{s(s + 1)}{(s + 1)(1 + 2s)}$

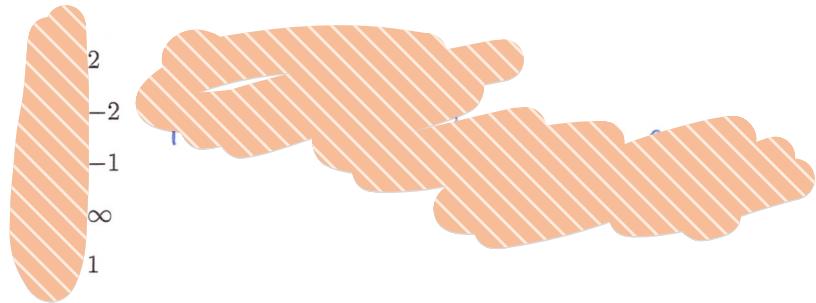
$G(s) = 2 \frac{s(s - 1)}{(s + 1)(1 + 2s)}$

$G(s) = 12 \frac{s(s - 1)}{(3s + 1)(1 + 2s)}$

$G(s) = \frac{s(s - 1)}{\left(\frac{s}{4} + 1\right)(1 + 2s)}$

3. (2 punti) Si calcoli l'errore di velocità quando si vuol far inseguire una rampa al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{s^3 + 3s^2 + 8s + 3}$$



8 punti

2. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad un polo con tempo di assestamento (all'un per cento) inferiore a  $\bar{T}_{a1}$  è:

Il semipiano a sinistra di una retta parallela all'asse immaginario e giacente nel primo e quarto quadrante

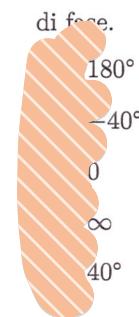
L'area interna ad un cerchio centrato nell'origine

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Il semipiano a sinistra di una retta parallela all'asse immaginario e giacente nel secondo e terzo quadrante

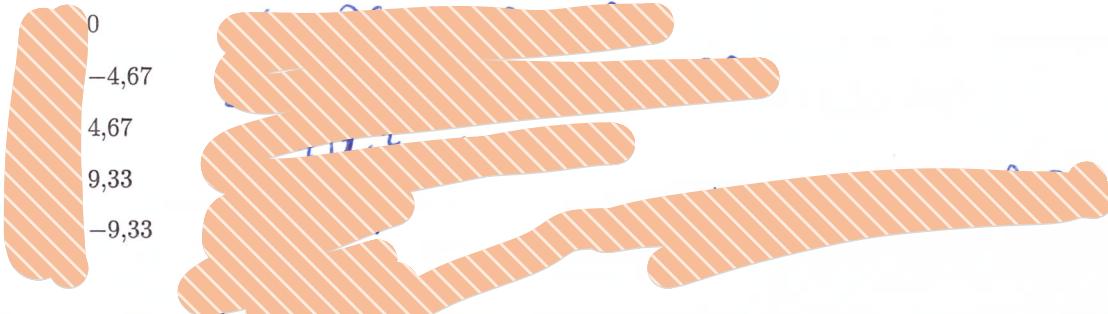
L'area esterna ad un cerchio centrato nell'origine

4. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{19}{(s+20)(s+2)(s+4)}$ . Si determini il margine di fase.



5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$G(s) = \frac{1}{(s+15)(s-1)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 9\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

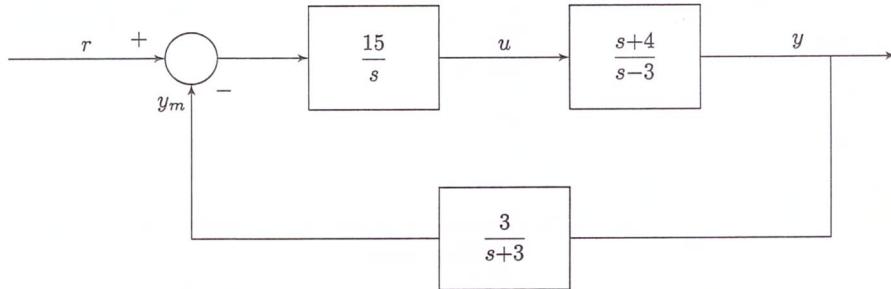
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{[orange shaded box]}}, \quad e_v = \boxed{\text{[orange shaded box]}}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s - 5}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 2s;
- errore di posizione inferiore al 38%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+8)^2}.$$

Si scelga il valore del guadagno  $k \in \mathbb{R}$  e del parametro  $z \in \mathbb{R}$  in maniera che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

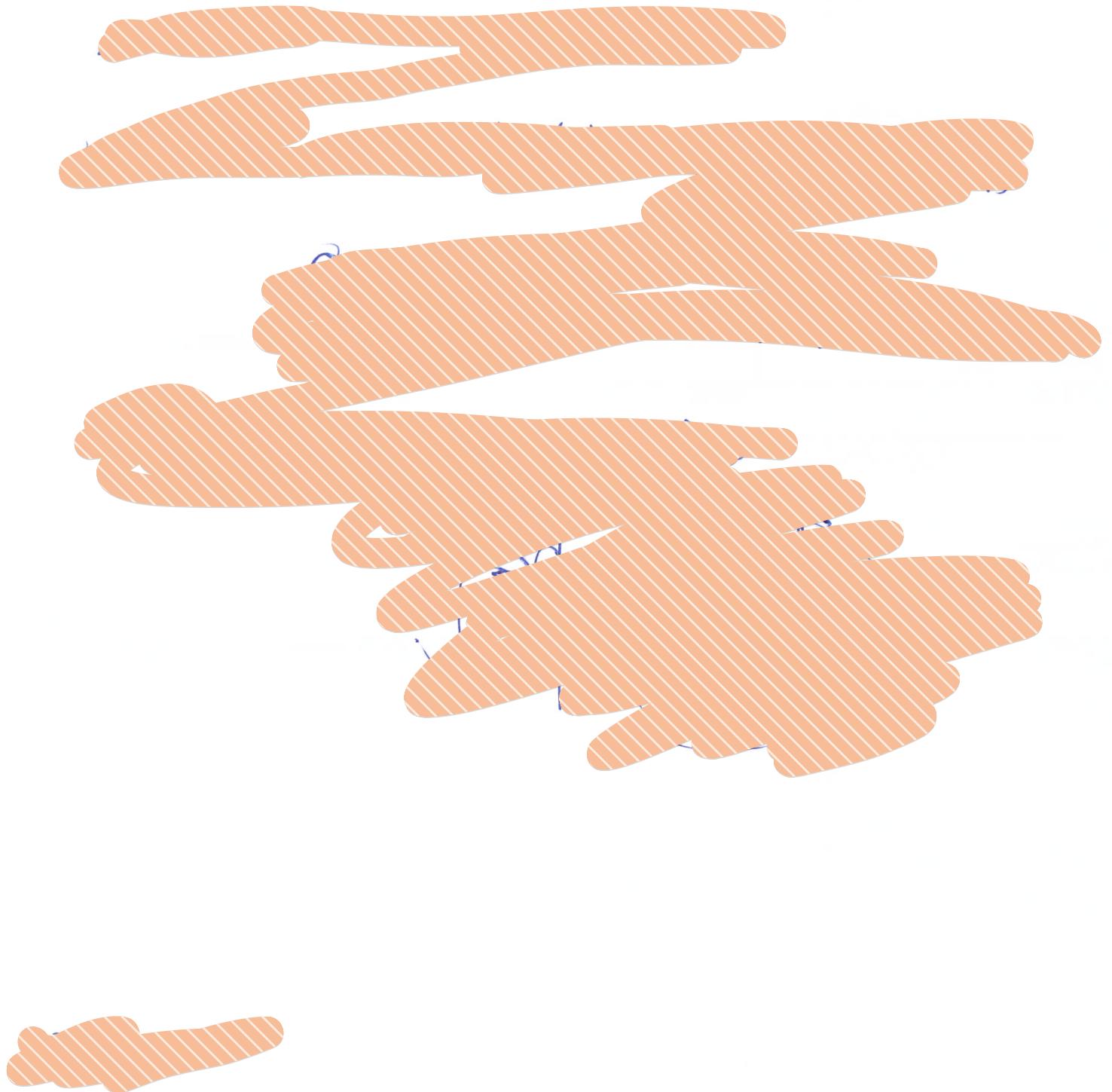
  
 5 punti

ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = -4 \frac{s+2}{s^2(s-1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.



# Precisione statica

1

$$G(s) = \frac{\cancel{15}}{s} \cdot \frac{s+4}{s-3} + \frac{15(s+4)}{s(s-3)} \cdot \frac{s(s-3)(s+3)}{s(s-3)(s+3) + 4s(s+4)}$$

$$= 1 + \frac{15}{s} \cdot \frac{s+4}{s-3} \cdot \frac{3}{s+3}$$

$$\frac{15(s+4)(s+3)}{s^3 - 3s^2 + 2s^2 - 9s + 4s^2 + 180} \quad \text{instabile} \quad \epsilon_p = \omega^2 \propto$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s - 5}$$

$$\epsilon_p < 0.38$$

$$T_{0.1} < 2s$$

$$= \frac{1}{(s-1)(s+5)}$$

$$(s) = \frac{4.6}{2} \quad s < -2.3 \quad \text{polo dominante}$$

$$s > 2.3$$

$$\text{semplicito il polo} - s \text{ con uno zero} \quad C(s) = k(s+5)$$

$$L(s) = C(s) G(s) = \frac{k \cdot K}{s-1} \quad K > E$$

$$K \text{ con pungiglione: } R = 1 + \rho i \times 2g \quad (-2.3 - 11 = 3.3)$$

$$\rho = -1$$

$$K > 3.3$$

$$\epsilon_p = \left| \frac{1}{1 + M_{\infty}} \right| < 0.38 \quad M_{\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = -K$$

$$\left| \frac{1}{1-K} \right| < 0.38 \quad \frac{1}{K-1} < 0.38 \quad K-1 > \frac{1}{0.38} \quad K > 3.63$$

$$K = 4 \quad C(s) = \frac{4(s+5)}{(s+1)(s+5)} \quad T = \frac{1}{2 \cdot 10} = \frac{1}{50}$$

(2)

Progetto in frequenza

$$G(s) = \frac{k(s+2)}{(s+8)^2} = \frac{k(s-8)}{(s+8)^2} \quad \zeta^2 = 8 \quad M_a = 6 \text{dB} = 10^{6/20} = 2$$

$$M > 0 \quad \lim_{s \rightarrow \infty} sG(s) = -k \quad k < 0$$

$$\omega_c : \angle G(j\omega) = -\pi \quad \arctg\left(-\frac{\omega_c}{8}\right) - 2\arctg\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\pi$$

$$\arctg\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = \frac{\pi}{3} \quad \omega_c = 8\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \quad |G(j\omega)| = \frac{|k| \sqrt{\omega_c + 64}}{\omega_c + 64} = \frac{|k|}{\sqrt{\omega_c + 64}}$$

$$\frac{\sqrt{\omega_c + 64}}{|k|} = 2 \quad |k| = \frac{16}{2} = 8 \quad |k| = 8$$

Controlli Automatici 09 novembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome: <b>TARINTI</b>	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) In uno schema di controllo con retroazione negativa unitaria, quale tra i seguenti è un controllore statico?

$u(t) = \operatorname{sgn}(e(t))$

$u(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau$

Un controllore PI

Un controllore PD

$u(t) = \frac{de(t)}{dt}$

2. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile ha un margine di  $180^\circ$  se:

il diagramma di Nyquist è tutto completamente all'esterno della circonferenza di raggio unitario

il diagramma di Nyquist parte dal punto  $(1,0)$  ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

il diagramma di Nyquist parte dal punto  $(-1,0)$  ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

il diagramma di Nyquist è tutto strettamente contenuto all'interno della circonferenza di raggio unitario

il diagramma di Nyquist parte dal punto  $(-1,0)$  ed immediatamente esce dalla circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

3. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$$G(s) = \frac{1}{(s+4)(s-3)}$$

Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

Nessuno dei valori riportati

1

0

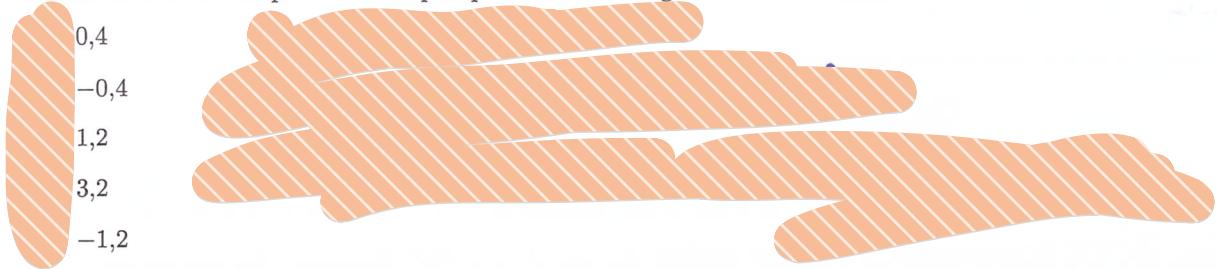
-1

4. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s + 3}{s^3 + 3s^2 + 7s + 4}$$

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$G(s) = \frac{1}{(s+4)(s-2)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 20 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

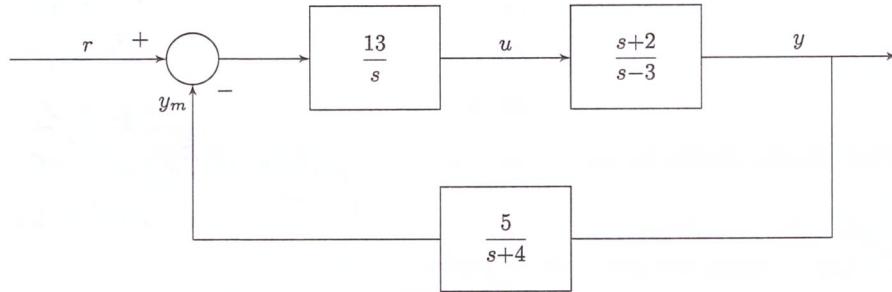
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{[diagramma]}}, \quad e_v = \boxed{\text{[diagramma]}}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s-1}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

Controlli Automatici  
09 novembre 2020

Controlli Automatici 09 novembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+5)^2}.$$

Si scelga il valore del guadagno  $k \in \mathbb{R}$  e del parametro  $z \in \mathbb{R}$  in maniera che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 12dB.

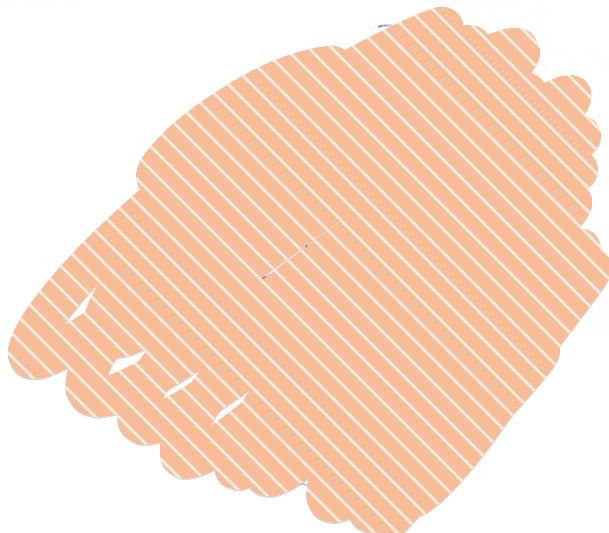
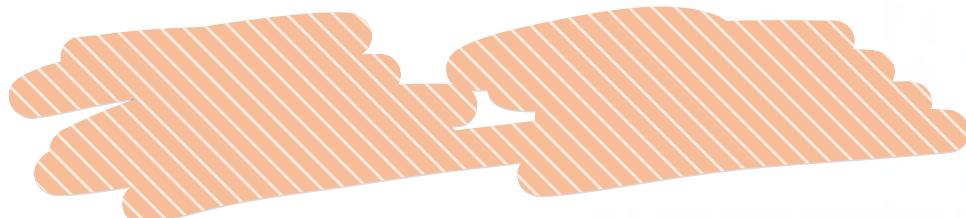
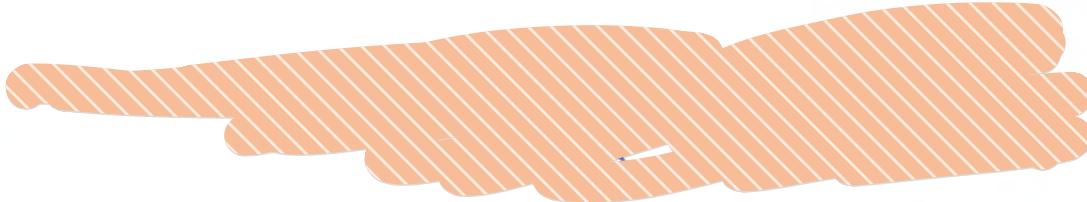
5 punti

ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = -5 \frac{s-3}{s^2(s-1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.



1

## Precisione statica

$$G(s) = \frac{13(s+2)}{s(s-3)}$$

$$\frac{13(s+2)}{s(s-3)} \cdot \frac{s(s-3)(s+4)}{s(s-3)(s+4) + 6s(s+2)}$$

$$= 1 + \frac{13}{s} \cdot \frac{s+2}{s-3} \cdot \frac{s}{s+4}$$

$$\frac{13(s+2)(s+4)}{s^3 - 3s^2 + 6s^2 - 12s + 6ss + 13s} \text{ instabile} \quad \omega_n = \omega_p = \infty$$

Luogo delle radici

$$F(s) = \frac{1}{s-1} \quad T_{\text{ar}} < 0.4 \quad \omega_n < 0.1$$

$$|\delta| = \frac{4.6}{0.4} \quad \begin{array}{l} \delta > 11.5 \\ \delta < -11.5 \end{array} \quad \text{polo dominante}$$

$$C(s) = \frac{K(s+7)}{s} \quad z = 15$$

$$C(s) = \frac{K(s+15)}{s}$$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K(s+15)}{s(s-1)}$$

punto multipla ( $K=1$ )

$$Y(s) = -\frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{x(x-1)}{x+15} = \frac{-x^2+x}{x+15}$$

$$Y'(s) = \frac{(-2x+1)(x+15) + x^2 - x}{(x+15)^2} = \frac{-2x^2 + x - 30x + 15 + x}{(x+15)^2} = \frac{-2x^2 - 28x + 15}{(x+15)^2}$$

$$-x^2 - 28x + 15 = 0$$

$$x = \begin{cases} 0.49 \\ -30.49 \end{cases} \quad s^* = -30.49$$

$$K > \bar{K} \quad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-30 \cdot 49 (-30 \cdot 49 - 1)}{-30 \cdot 49 + 15} \right| = +61.98 \quad (2)$$

$$K > 61.98$$

$$L_V = \left| \frac{1}{\mu} \right| < 0.1 \quad \mu = \lim_{s \rightarrow 0} s L(s) = \cancel{\dots} - 15K$$

$$\left| \frac{L}{-15K} \right| < 0.1 \quad 15K > \frac{1}{0.1} \quad K > 0.667$$

$$K = \cancel{\dots} 62 \quad C(s) = 62 \cdot \frac{s+15}{s}$$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K \cdot \frac{s+7}{(s+5)^2} \quad M_a = 12 \text{ dB} = 10^{\frac{M_a}{20}} = 4$$

$$\left| \overline{z^2 - 5} \right| \quad G(s) = K \cdot \frac{s-5}{(s+5)^2}$$

$$M > 0 \quad \mu = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = -\frac{K}{5} \quad K < 0$$

$$\omega_c \hat{=} \angle G(j\omega_c) = -\pi \quad \Rightarrow \quad \arctg\left(-\frac{\omega_c}{5}\right) - 2 \arctg\left(\frac{\omega_c}{5}\right) = -\pi$$

$$\arctg\left(\frac{\omega_c}{5}\right) = \frac{\pi}{3} \quad \omega_c = 5\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \quad |G(j\omega)| = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2 + 25}}$$

$$\sqrt{\frac{25+3+25}{|K|}} = a \quad |K| = \frac{10}{a} \quad \boxed{|K| = 2.5}$$

## Quiz sui sistemi di controllo

## • ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

-0,5

1. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.

$$G(s) = \frac{1}{(s+4)(s-2)}$$

$C(s) = 6 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

-0,67

1,33

Nessuno dei valori riportati

0,67

-1,33

A

2. (1 punto) Quali sono i vantaggi del controllo in retroazione?

Con un'azione proporzionale è sempre possibile stabilizzare un processo

Consente di controllare processi non perfettamente noti

Consente di risparmiare sui costi di implementazione

È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo aperto

Aumentando il guadagno del controllo si stabilizza il processo

3. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+4}{s^3+4s^2+7s+5}$$



-0,25

4. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile ha un margine di  $180^\circ$  se:

il diagramma di Nyquist parte dal punto (1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

il diagramma di Nyquist è tutto completamente all'esterno della circonferenza di raggio unitario

il diagramma di Nyquist parte dal punto (-1,0) ed immediatamente esce dalla circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

il diagramma di Nyquist parte dal punto (-1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

il diagramma di Nyquist è tutto strettamente contenuto all'interno della circonferenza di raggio unitario

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impennaggio è  $G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-1)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 12 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



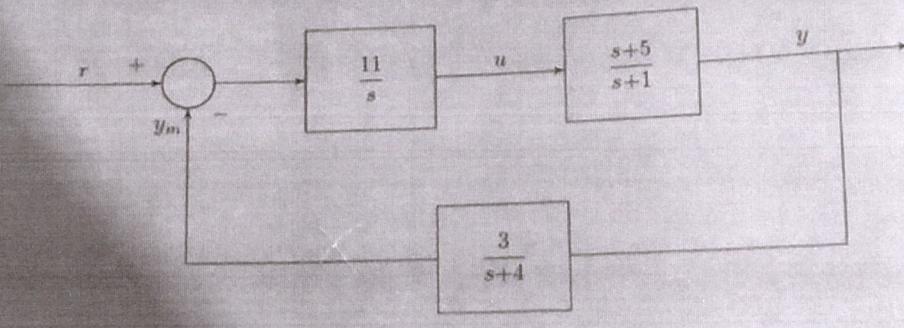
Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

### Precisione statica

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .



$$e_p = \boxed{\text{[diagonal striped box]}}, \quad e_v = \boxed{\text{[diagonal striped box]}}$$

### Luogo delle radici

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in presenza di retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  ab 1% inferiore a 0,01 s;
- errore di velocità inferiore al 1%.

rcizio è

✓✓

Controlli Automatici 15 febbraio 2021	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente <i>Ivan Barrasso</i>
Cognome: <b>BARRASSO</b>	Nome: <b>IVANO</b>	Matricola: <b>862000680</b>

### Progetto in frequenza

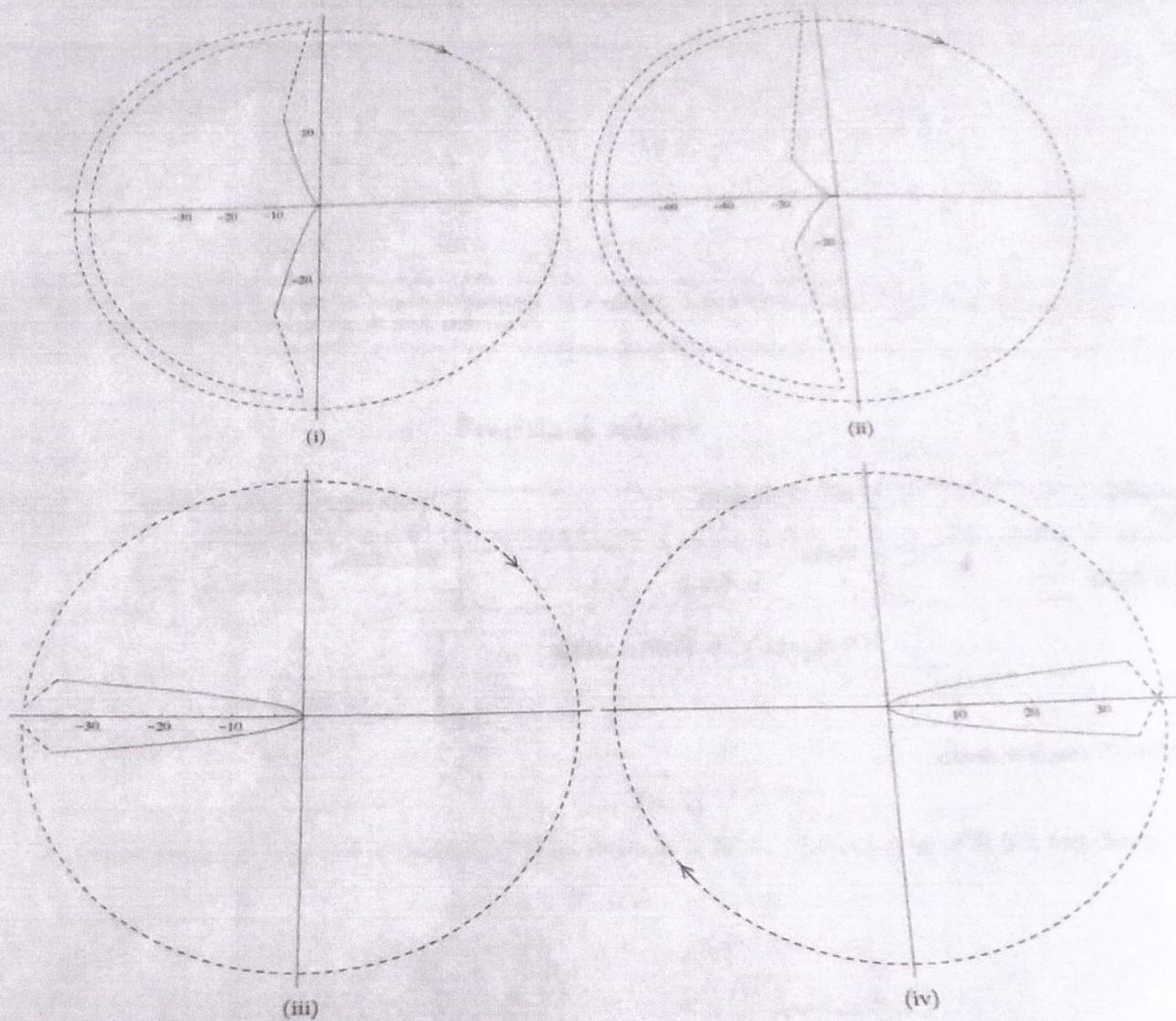
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s + z}{(s+6)^2}.$$

Si scelga il valore del guadagno  $k \in \mathbb{R}$  e del parametro  $z \in \mathbb{R}$  in maniera che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza 12dB.

✓✓



**EERCIZIO 2.**

abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

$$L(s) = \frac{s - 1}{s^2}$$

(A) Fig. (i)

$$L(s) = \frac{(s + 1)^2}{s^3}$$

(B) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{s + 1}{s^2}$$

(C) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s + 1}{s^3}$$

(D) Fig. (iii)

Quiz

1.  $s(s+4)(s-2) + 6s + 6z$

$$s^3 + 4s^2 - 2s^2 - 8s + 6s + 6z$$

$$s^3 + 2s^2 - 2s + 6z$$

$\omega^2$  negativo  $\neq z$  Risposta b

2. b

3.  $\frac{s^2 + 2s + 4}{s^3 + 4s^2 + 7s + 5}$   $a \cdot f > b$  si as. stabile

$$d_0 \neq B_0 \quad ep = \left| \frac{B_0 - d_0}{d_0} \right| = \left| \frac{4-5}{5} \right| = \frac{1}{5} = 0.2$$

Risposta b

4. a

5.  $s(s+3)(s-1) + 12s + 12z$

$$s^3 + 3s^2 - s^2 - 3s + 12s + 12z \quad z = \frac{2 \cdot 8}{12 \cdot 2} = 1.5$$

$$s^3 + 2s^2 + 9s + 12z$$

Risposta c

## Precisione statica

$$F(s) = \frac{\frac{11}{s} \cdot \frac{s+5}{s+1}}{1 + \frac{11}{s} \cdot \frac{s+5}{s+1} \cdot \frac{2}{s+4}} = \frac{\frac{11(s+5)}{s(s+1)}}{\cancel{s(s+1)}} \cdot \frac{\cancel{s(s+1)}(s+4)}{s(s+1)(s+4) + 33(s+5)} =$$

$$\frac{(11s+55)(s+4)}{s^3 + s^2 + 4s^2 + 4s + 33s + 165} \quad \left| \begin{array}{l} s^3 + 5s^2 + 37s + 165 \\ 5 \cdot 37 > 165 \quad 185 > 165 \\ \text{as. stabile} \end{array} \right.$$

$$11s^2 + 55s + 44s + 220 = 11s^2 + 99s + 220$$

$$\frac{11s^2 + 99s + 220}{s^3 + 5s^2 + 37s + 165} \quad \alpha_0 \neq \beta_0 \quad \epsilon_p = \left| \frac{220 - 165}{165} \right| = 0.33$$

$\epsilon_V = 10$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s-3} \quad T_{\alpha_1} < 0.04s \quad \epsilon_V < 0.01$$

$$|\delta| = \frac{4.6}{0.04} \quad \delta > 115$$

$\delta < -115$  dominante

$$C(s) = \frac{R(s+z)}{s} \quad z = 120 \quad C(s) = \frac{R(s+120)}{s}$$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{R(s+120)}{s(s-3)}$$

$R=1$  punto multiplo

$$P(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = \frac{-x(x-3)}{x+120} = \frac{-x^2 + 3x}{x+120}$$

$$r(x) = \frac{(-2x+3)(x+120) + x^2 - 3x}{(x+120)^2} \quad -8x^2 - 240x + 360 = 0$$

$x < 1.49$

$$s^* = -241.4$$

$$K > \bar{K} \quad \text{com } K = \frac{|D(s^*)|}{|N(s^*)|} = \left| \frac{-241.4(-241.4 - 3)}{-241.4 + 520} \right| = 485.98$$

$$K > 485.98$$

~~10~~ ~~0.001~~  $\epsilon_N = \left| \frac{1}{M} \right| < 0.001 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} s L(s) = -40K$

$$\left| \frac{1}{-40K} \right| < 0.01 \quad \frac{1}{40K} < 0.01 \quad K > \frac{1}{40 \cdot 0.01} = 2.5$$

Considero  $K = 500$

$$G(s) = \frac{500(s+120)}{s}$$

progetto in frequenza

$$G(s) = K \frac{s+2}{(s+6)^2} \quad M_a = 12dB = 10^{\frac{12}{20}} = 4$$

$$\boxed{z = -6} \quad G(s) = \frac{K(s-6)}{(s+6)^2}$$

$$M > 0 \quad \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = -\frac{K}{6} \quad K < 0$$

$$w_c \quad \angle G(jw_c) = -\pi \quad \rightarrow \quad \arctg\left(\frac{-w_c}{6}\right) - 2\arctg\left(\frac{w_c}{6}\right) = -\pi$$

$$\arctg\left(\frac{w_c}{6}\right) = \frac{\pi}{3} \quad w_c = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(jw)|} = M_a \quad |G(jw)| = \frac{|K|}{\sqrt{w_c^2 + 36}} \quad \frac{\sqrt{108 + 36}}{|K|} = 4 \quad \boxed{K = -3}$$

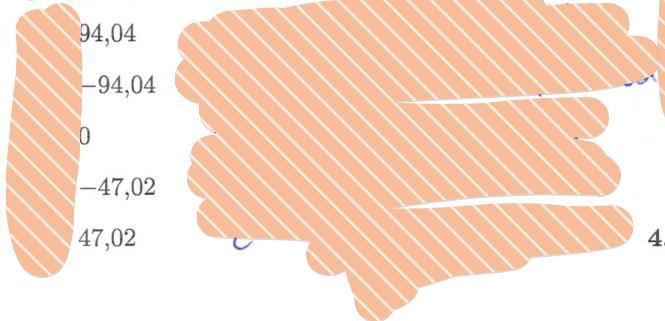
Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

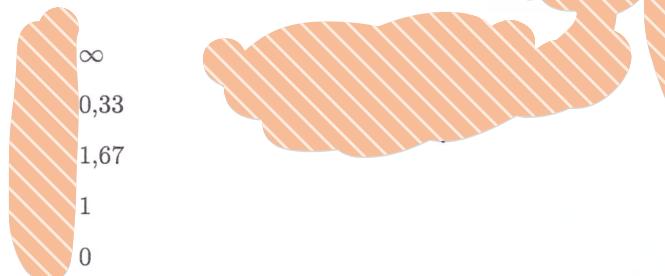
- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  
 $G(s) = \frac{1}{(s+16)(s+5)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 23\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



2. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s - 4}{s^3 + 5s^2 + 4s + 6}$$



3. (1 punto) In uno schema di controllo con retroazione negativa unitaria, quale tra i seguenti è un controllore statico?

Un controllore PD

$$u(t) = \operatorname{sgn}(e(t))$$

$$u(t) = \frac{de(t)}{dt}$$

$$u(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Un controllore PI

8 punti

4. (1 punto) Un polinomio caratteristico del secondo ordine con coefficiente di smorzamento  $\xi < -1$  presenta:

Due poli complessi e coniugati a parte reale negativa

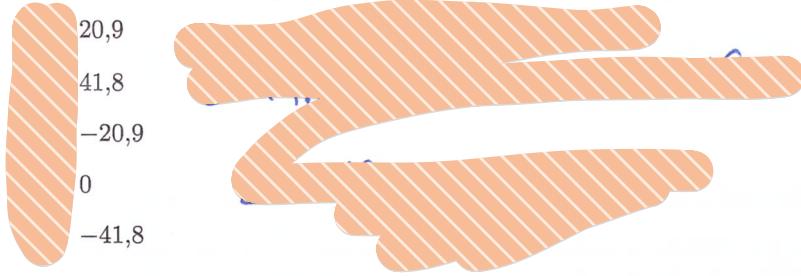
Due poli reali e distinti entrambi negativi

Due poli reali coincidenti

Due poli reali e distinti entrambi positivi

Due poli complessi e coniugati a parte reale positiva

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+18)(s+1)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 15\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

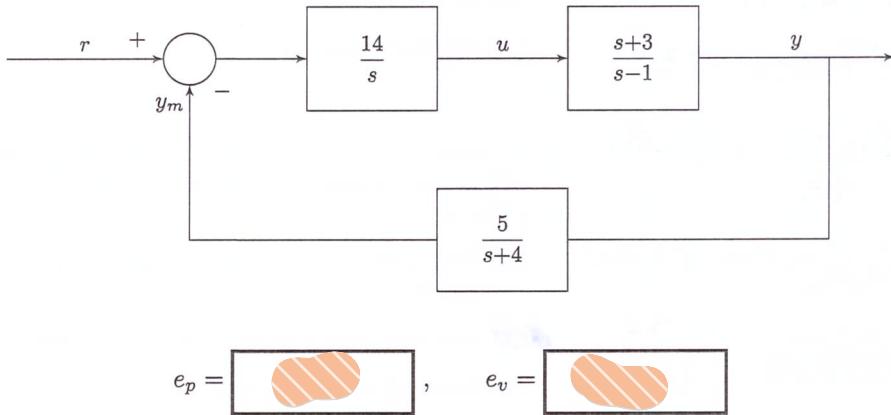
### Precisione statica

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



### Luogo delle radici

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-10}{s(s+10)}$$

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.

  
 5 punti

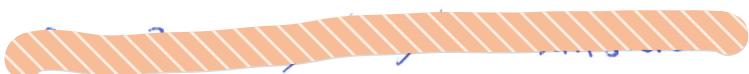
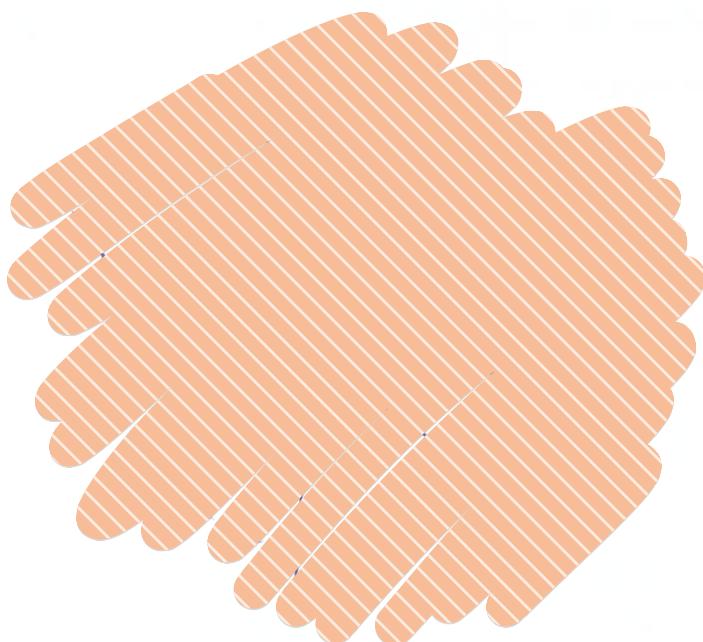
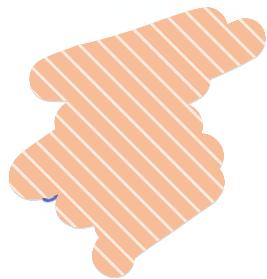
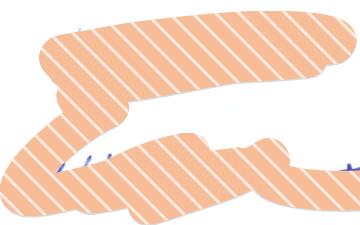
ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = \frac{-3}{(s+3)(s^2 + 1)}.$$



5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.



Precisione statica

(2)

$$\frac{\frac{14}{s} \cdot \frac{s+3}{s-1}}{1 + \frac{14}{s} \cdot \frac{s+3}{s-1} \cdot \frac{s}{s+6}} = \frac{\frac{14(s+3)}{s(s-1)}}{s(s-1)(s+4) + 70(s+3)}$$

$$s^3 + 3s^2 + 66s + 210 \\ s^3 - s^2 + 4s^2 - 4s + 70s + 210$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s-3} \quad T_{\text{rel}} < 0.25 \quad \epsilon_V < 0.05$$

$$|\delta| = \frac{4.6}{0.2} \quad s > 23 \\ s < -23$$

$$C(s) = \frac{K(s+2)}{s} = \frac{K(s+2u)}{s} \quad L(s) = \frac{K(s+2u)}{s(s-3)}$$

punto multiplo ( $K=2$ )

$$r(x) = \frac{-D(s)}{N(s)} = \frac{-x(x-3)}{x+2u} = \frac{-x^2 + 3x}{x+2u}$$

$$r'(x) = \frac{(-2x+3)(x+2u) + x^2 - 3x}{(x+2u)^2} \quad -8x^2 - 48x + 70 = 0$$

$$x^* = -49.61$$

$$K = \frac{|D(s^*)|}{|N(s^*)|} = \left| \frac{-49.61(-49.61-3)}{-49.61+2u} \right| = 101.91$$

$$K = 101.91$$

$$\epsilon_V = \left| \frac{1}{u} \right| < 0.05$$

$$\frac{1}{8K} < 0.05$$

$$\mu = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = -8K$$

$$K > \frac{1}{8 \cdot 0.05} \Rightarrow K > 2.5$$

$s^3 + 3s^2 + 66s + 210$   
deg > no instabile

$$x \begin{cases} 1.42 \\ -49.61 \end{cases} \text{ p.t.o minima}$$

$$C(s) = \frac{102(s+2u)}{s}$$

(2)

$$G(s) = K \cdot \frac{s-10}{s(s+10)} \quad M_A = 2dB = 10^{\frac{M}{20}} = 2.41$$

$$M > 0 \quad \lim_{s \rightarrow 0} S(r(s)) = -K \quad K < 0$$

$$\omega_c \rightarrow \angle G(j\omega) = -\pi \quad \Rightarrow \quad -\arctan\left(\frac{\omega}{10}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{10}\right) = -\pi$$

$$-2\arctan\left(\frac{\omega}{10}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\omega}{10} = 1 \quad \omega_c = 10$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_A \quad |G(j\omega)| = \frac{|K|}{\omega_c}$$

$$\frac{\omega_c}{|K|} = 1.61 \quad |K| = \frac{10}{1.61} \quad K = -7.09$$

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi asintoticamente stabili con sovraelongazione superiore ad un valore  $\bar{S}\%$  è:

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

L'area esterna ad un cerchio centrato nell'origine

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

2. (1 punto) La f.d.t.  $G(s) = 2 \frac{s - 1}{s(s - 4)}$  ha

tipo -1

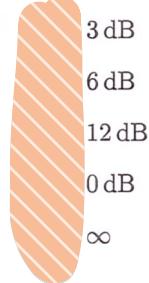
guadagno 2

guadagno generalizzato 1/2

guadagno generalizzato -1/2

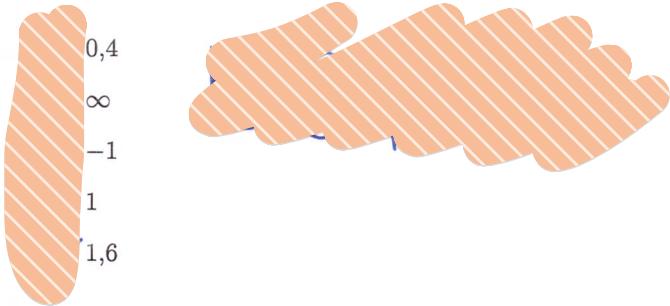
costante di trasferimento -2

3. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{14(s+12)}{(s+18)(s+2)(s+3)}$ . Si determini il margine di ampiezza.



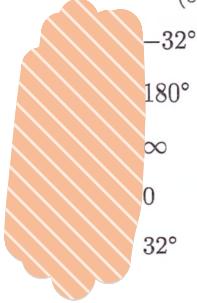
4. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s + 3}{s^3 + 4s^2 + 8s + 5}$$



5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è

$$L(s) = \frac{14}{(s+16)(s+2)(s+5)}. \text{ Si determini il margine di fase.}$$



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

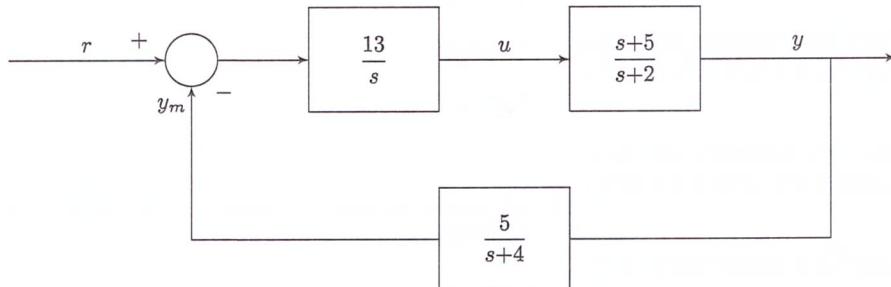
## Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{diagram with orange striped pattern}}, \quad e_v = \boxed{\text{diagram with orange striped pattern}}$$

## Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s - 10}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

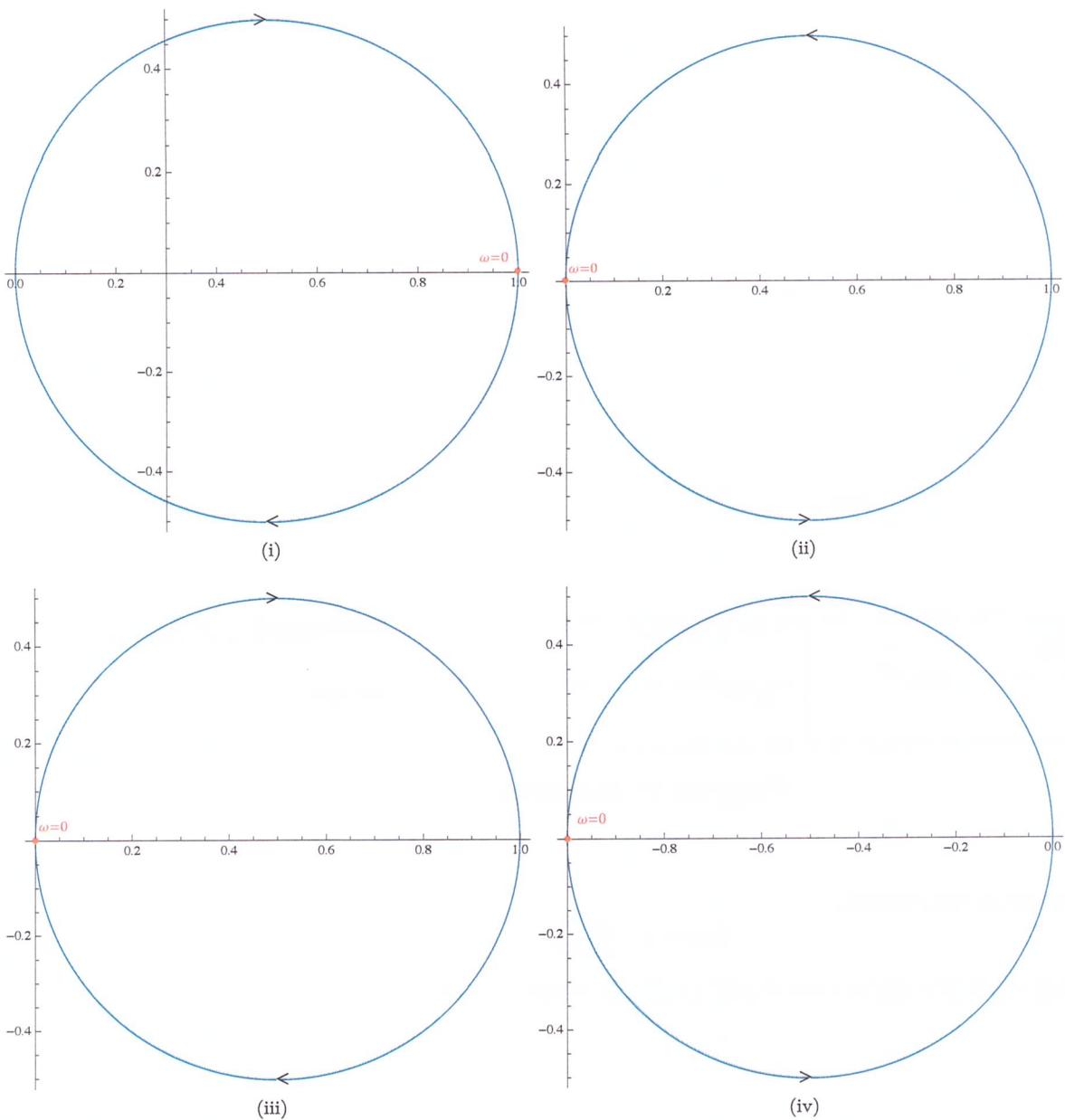
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s - 3}{s(s+3)}$$

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di fase pari a  $70^\circ$ .

5 punti



### ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

 $L(s) = \frac{1}{s+1}$  $L(s) = \frac{1}{s-1}$  $L(s) = \frac{s}{s-1}$  $L(s) = \frac{s}{s+1}$
--

(A) Fig. (ii)

(B) Fig. (iv)

(C) Fig. (iii)

(D) Fig. (i)

5 punti

$$\frac{13}{s} \cdot \frac{s+5}{s+2} = \frac{13(s+5)}{s(s+2)} \cdot \frac{s(s+2)(s+4)}{s(s+2)(s+4) + 6s(s+5)} \quad \textcircled{A}$$

$$= 1 + \frac{13}{s} \cdot \frac{s+5}{s+2} \cdot \frac{5}{s+4}$$

$$= \frac{(13s+65)(s+4)}{s^3 + 2s^2 + 4s^2 + 8s + 6s + 32s}$$

$$13s^2 + 65s + 52s + 260$$

$$13s^2 + 117s + 260$$

$$\frac{13s^2 + 117s + 260}{s^3 + 6s^2 + 73s + 32s}$$

$$ep = \left| \frac{260 - 32s}{32s} \right| = 0.2$$

$$er = \infty$$

luogo delle radici

$$T_{ar} < 0.89 \quad ep < 0.17$$

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s + 10}$$

$$|G| = \frac{4.6}{0.89} \quad s > -5.16$$

$$s < -8.16$$

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+10)}$$

semplifico il polo -10 con uno zero

$$C(s) = K(s+10) \quad L(s) = \frac{K}{s-1}$$

$$K \geq K \quad |z| = |-5.16 - 1| = 6.16 \quad K > 6.16$$

$$ep = \left| \frac{1}{K+\mu} \right| < 0.17 \quad \mu = K \quad \left| \frac{\frac{1}{1-K}}{1-K} \right| < 0.17 \quad \frac{1}{K-1} < 0.17$$

$$K > \frac{1}{\mu} + 1 \quad K > 6.89$$

$$K \geq 7 \quad \left| C(s) = \frac{7(s+10)}{s + \frac{5}{100}} \right|$$

(2)

Fragestellung im Frequenzbereich

$$G(s) = \frac{k \cdot s - 3}{s(s+3)} \quad y_m = 70 \quad |M| = 180 - 70 = 110$$

$$u_c = -110$$

$$y_c = -\frac{11}{18} \pi$$

$$\omega_c \rightarrow G(j\omega) = u_c$$

$$\arctg\left(-\frac{\omega}{3}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{3}\right) = -\frac{11}{18} \pi$$

$$\arctg\frac{\omega}{3} = \frac{1}{18} \pi \quad \omega_c = 3 \tan\frac{\pi}{18} \approx 0.53$$

für mögliche  $|G(j\omega)| = 1 \Rightarrow \frac{|k|}{\omega_c} = 1 \quad |k| = \omega_c$

$$\mu > 0 \quad \mu = -k \quad k < 0$$

$$\boxed{k = -0.53}$$

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

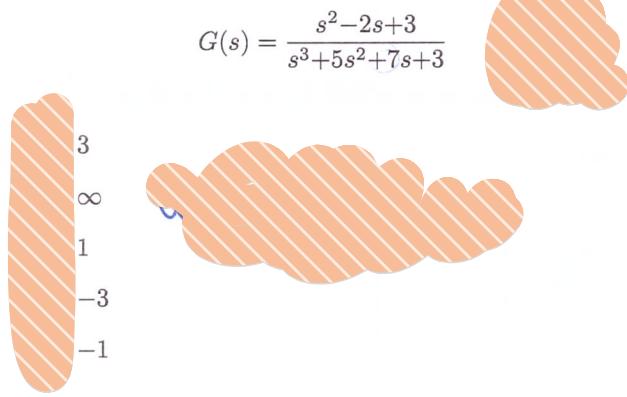
## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s + 3}{s^3 + 5s^2 + 7s + 3}$$



2. (1 punto) Si individui la f.d.t. di tipo  $-1$  con costante di trasferimento  $2$ , uno zero a fase non minima e la costante di tempo dominante  $2\text{ s}$ :

$$G(s) = 2 \frac{s - 1}{(s + 1)(1 + 2s)}$$

$$G(s) = 12 \frac{s(s - 1)}{(3s + 1)(1 + 2s)}$$

$$G(s) = \frac{s(s - 1)}{\left(\frac{s}{4} + 1\right)(1 + 2s)}$$

$$G(s) = 2 \frac{s(s - 1)}{(s + 1)(1 + 2s)}$$

$$G(s) = 2 \frac{s(s + 1)}{(s + 1)(1 + 2s)}$$

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Un cerchio centrale nell'origine

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

3. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi con sovraelongazione inferiore ad un valore  $\bar{S}\%$  è:

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

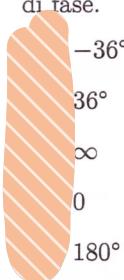
Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Un cerchio centrale nell'origine

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

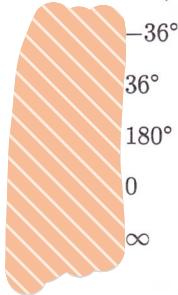
4. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{16}{(s+18)(s+5)(s+1)}$ . Si determini il margine di fase.




8 punti

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è

$$L(s) = \frac{270}{(s+18)(s+5)(s+3)}. \text{ Si determini il margine di fase.}$$



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

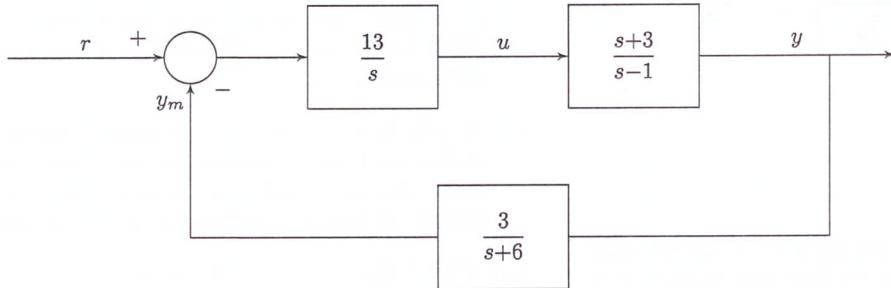
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\quad}, \quad e_v = \boxed{\quad}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s - 10}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

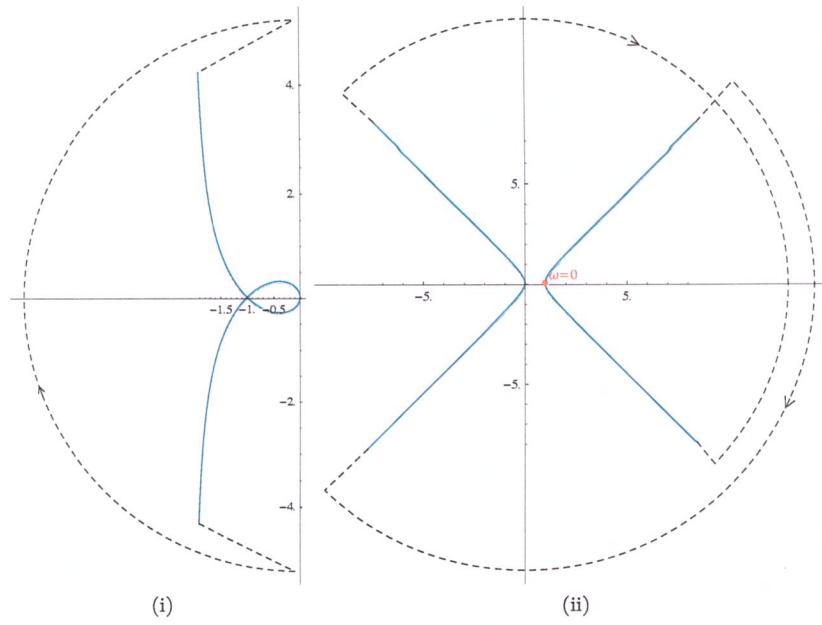
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento di anello

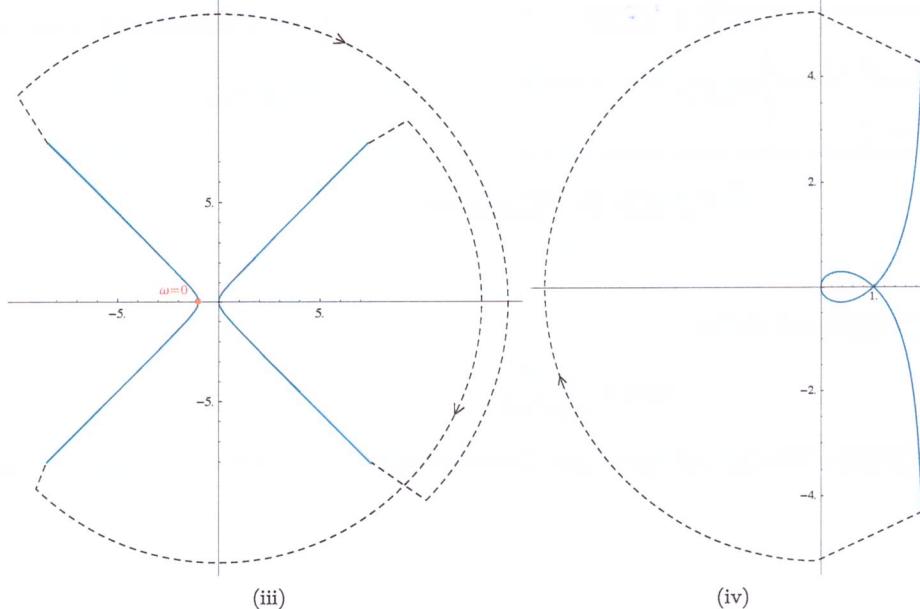
$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+10)}$$

5 punti

chiusa in retroazione negativa unitaria. Si determini il massimo valore del ritardo  $\tau$  che consenta di mantenere l'asintotica stabilità a ciclo chiuso.



(ii)



(iv)

**ESERCIZIO 2.**

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

$$L(s) = \frac{s - 1}{s(s + 1)}$$

(A) Fig. (ii)

5 punti

$$L(s) = \frac{(s + 1)}{s(s - 1)}$$

(B) Fig. (i)

$$L(s) = \frac{s - 1}{s^2 + 1}$$

(C) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 1}$$

(D) Fig. (iii)

# Precisione statica

①

$$\frac{\frac{13}{s} \cdot \frac{s+3}{s-1}}{s+1 + \frac{13}{s} \cdot \frac{s+3}{s-1} \cdot \frac{3}{s+6}} = \frac{\frac{13}{s} \cdot \frac{s+3}{s-1}}{s+1 + \frac{s(s-1)(s+6)}{s(s-1)(s+6) + 39(s+3)}}$$

$$s^3 + 5s^2 + 33s + 117$$

$$\begin{aligned} s \cdot 33 &= 117 \\ 165 &\text{ as. stabile} \end{aligned}$$

$$\cancel{\frac{(13s+39)(s+6)}{s^3 - s^2 + 6s^2 - 6s + 39s + 117}}$$

$$13s^2 + 39s + 78s + 234$$

$$e_p = \left| \frac{234 - 117}{117} \right| = 1$$

$$eu = \infty$$

$$\cancel{\frac{13s^2 + 117s + 234}{s^3 + 5s^2 + 33s + 117}}$$

Lusso delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s - 10} =$$

uguali o versione 1

②

Progetto in frequenza

$$L(s) = \frac{e^{-sT}}{s(s+so)} \quad L(s) = e^{-sT} \cdot G^1(s)$$

$$G^1(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega + 10)} \quad T < \frac{\varphi_m}{\omega_c} \text{ per essere as. stabile}$$

$$\text{calcolo } |G(j\omega)| = 1$$

$$\frac{1}{\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 100}} = 1 \rightarrow 1 = \omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 100}$$

$$1 = \omega_c^2 (\omega_c^2 + 100) \quad \omega_c^4 + 100\omega_c^2 - 1 = 0$$

$$\omega_c = \begin{cases} 0.09 \\ -0.09 \\ 10i \\ -10i \end{cases} \leftarrow \omega_c = 0.09$$

$$\varphi_C = \underline{LG^1(j\omega)} = -\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = -1.57$$

$$\varphi_m = \pi - |\varphi_C| = 3.14 - 1.57 = 1.57$$

$$T < \frac{1.57}{0.09} = 17.44$$

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Il segnale  $u(t) = t \cdot 1(t)$  è applicato al sistema  $G(s) = \frac{s+3}{s^2(s+2)}$ . L'uscita

- tende al valore 1,5  
 tende ad una rampa di pendenza unitaria  
 tende all'infinito  
 tende a zero  
 tende al valore -1,5

2. (1 punto) Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento  $\xi$  superiore ad un valore  $\bar{\xi} > 0$  (cioè  $1 > \xi > \bar{\xi} > 0$ ) è:

- Un cerchio centrato nell'origine

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

3. (1 punto) Si individui la f.d.t. di tipo -1 con costante di trasferimento 2, uno zero a fase non minima e la costante di tempo dominante 2 s:

$$G(s) = \frac{s(s-1)}{\left(\frac{s}{4} + 1\right)(1+2s)}$$

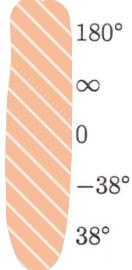
$$G(s) = 2 \frac{s-1}{(s+1)(1+2s)}$$

$$G(s) = 2 \frac{s(s-1)}{(s+1)(1+2s)}$$

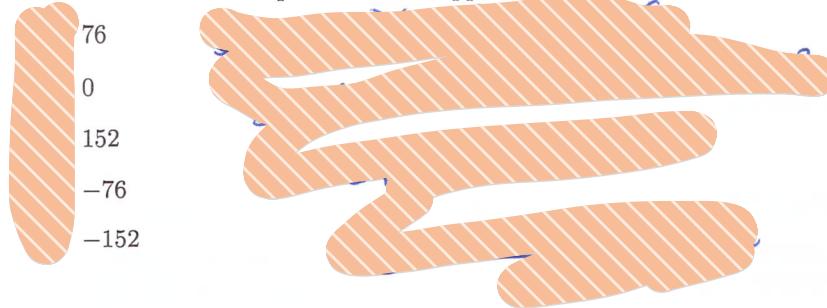
$$G(s) = 2 \frac{s(s+1)}{(s+1)(1+2s)}$$

$$G(s) = 12 \frac{s(s-1)}{(3s+1)(1+2s)}$$

4. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è  $L(s) = \frac{285}{(s+19)(s+3)(s+5)}$ . Si determini il margine di fase.



5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+20)(s+4)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 15\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

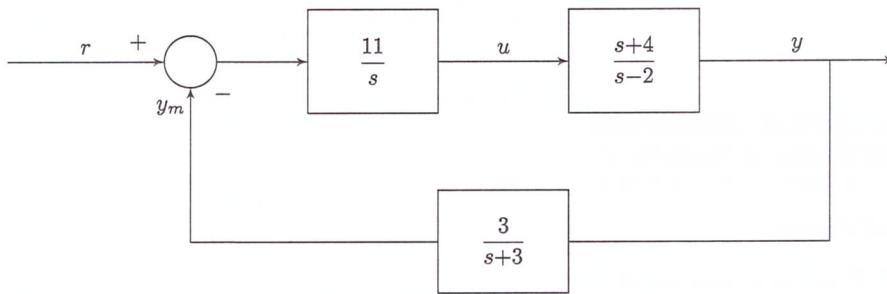
### Precisione statica

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{ }}, \quad e_v = \boxed{\text{ }}$$

### Luogo delle radici

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.6s;
- errore di velocità inferiore al 15%.

<b>Controlli Automatici</b> <b>21 settembre 2018</b>	<b>Prof. L. Iannelli</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

### Progetto in frequenza

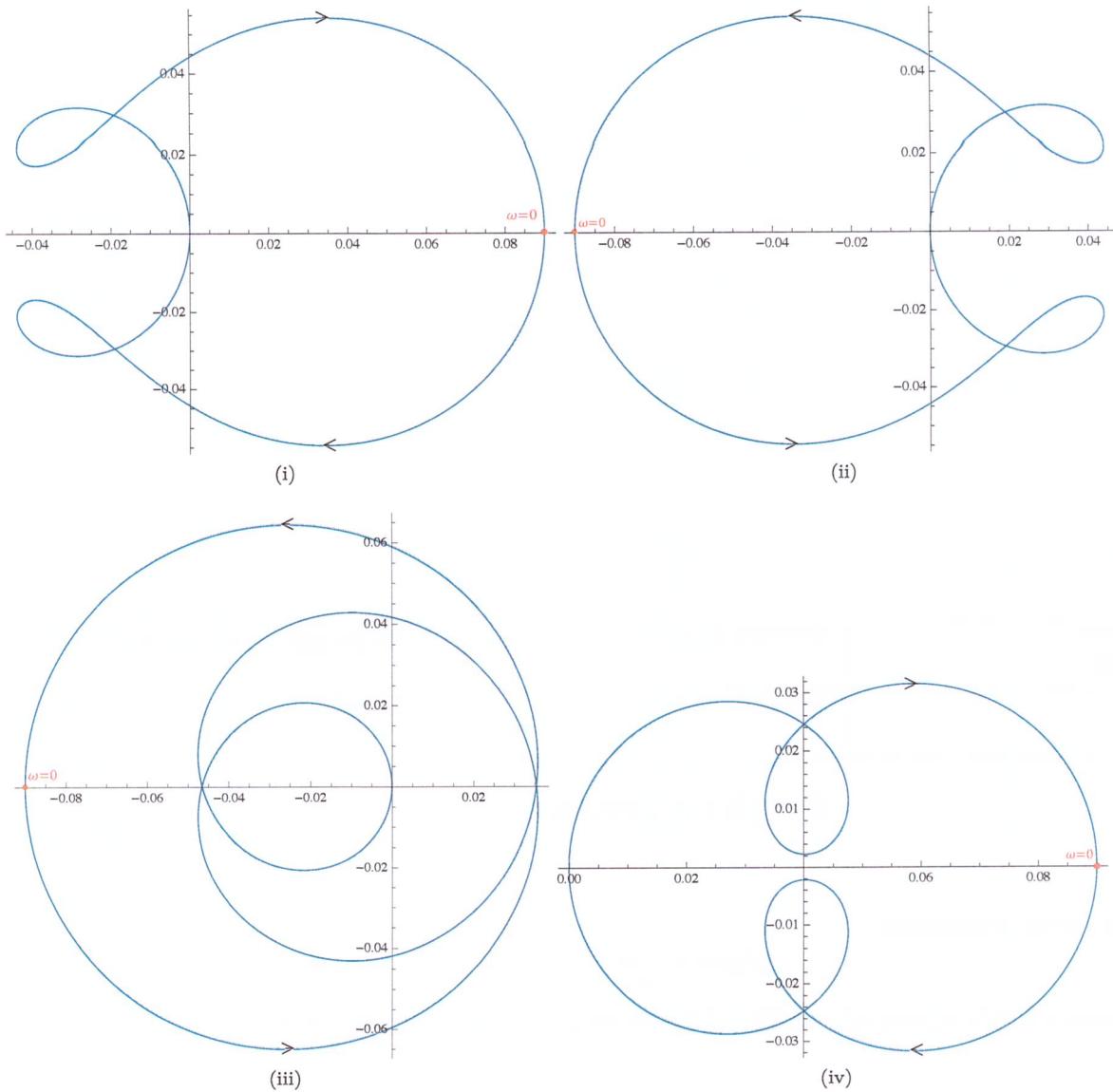
#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{5-s}{s(s+5)}$$

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.

  
 5 punti



### ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

	5 punti
--	---------

- 
- (A)  $L(s) = \frac{s^2 - 4s + 9}{(s + 1)(s - 10)^2}$  
  - (B)  $L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s - 1)(s + 10)^2}$  
  - (C)  $L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s + 1)(s + 10)^2}$  
  - (D)  $L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s - 1)(s - 10)^2}$  

(A) Fig. (iii)

(B) Fig. (ii)

(C) Fig. (i)

(D) Fig. (iv)

(1)

Precisione statica

$$G(s) = \frac{11}{s} \cdot \frac{s+4}{s-2}$$

$$\frac{11(s+6)}{s(s-2)} \cdot \frac{s(s-2)(s+3)}{s(s-2)(s+3) + 33(s+6)}$$

$$1 + \frac{11}{s} \cdot \frac{s+6}{s-2} \cdot \frac{3}{s+3}$$

$$\frac{(11s+66)(s+3)}{s^3 - 2s^2 + 3s^2 - 6s + 33s + 132}$$

$$s^3 + s^2 + 27s + 132$$

$\Delta \cdot 27 > 132$  mo instabile

$$\omega_p = \omega_n = 10$$

Luogo delle radici:

$$G(s) = \frac{1}{s-5} \quad \text{Im}\omega_1 < 0.6^\circ \quad \text{Im}\omega < 0.15$$

$$|\delta| = \frac{4.6}{0.6} \quad \delta > 7.6 \\ \delta < -7.6 \quad \text{dominante}$$

$$C(s) = \frac{K(s+z)}{s} \quad z > \delta \rightarrow z = 10 \quad C(s) = \frac{K(s+10)}{s}$$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K(s+10)}{s(s-5)}$$

Punto multiplo ( $K=1$ )

$$Y(+)=\frac{-D(s)}{N(s)}=\frac{-x(x-5)}{x+10}=\frac{-x^2+5x}{x+10}$$

$$Y'(+) = \frac{(-2x+5)(+10)+x^2-5x}{(x+10)^2} = \frac{-2x^2+5x-20x+50+x^2-5x}{(x+10)^2} = \frac{-x^2-20x+50}{(x+10)^2}$$

$$-x^2-20x+50=0 \quad \left. \begin{array}{l} 2.24 \\ -22.24 \end{array} \right\} \quad s^* = -22.24$$

$$K > \bar{K} \quad K = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-22.24(-22.24-5)}{-22.24+10} \right| = 49.49 \quad \bar{K} > 49.49$$

$$\omega_n = \left| \frac{1}{M} \right| < 0.15 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} sL(s) = -\frac{10}{s} \frac{K}{2K} \quad \frac{1}{2K} < 0.15 \quad \bar{K} > \frac{1}{2 \cdot 0.15} \\ \bar{K} > 3.3 \quad \boxed{C(s) = 50(s+10)}$$

$$\text{Progrado 1m frequente} \quad M_A = 3 \text{dB} = 10^{\frac{3}{20}} = 1.41 \quad (2)$$

$$G(s) = K \cdot \frac{s - s_0}{s(s + s_0)}$$

$$M > 0 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} s G(s) = K \quad K > 0$$

$$\omega_c \rightarrow \underline{\angle G(j\omega_c)} = -\pi = +\arctg\left(-\frac{\omega_c}{5}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega_c}{s}\right) = -\pi$$

$$\arctg\left(\frac{\omega_c}{s}\right) = \frac{\pi}{4} \quad \boxed{\omega_c = 5}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_A \Rightarrow |G(j\omega)| = \frac{|K|}{\omega_c}$$

$$\frac{\omega_c}{|K|} = M_A \quad |K| = \frac{\omega_c}{M_A} = \frac{5}{1.41} = 3.54 \quad K = 3.54$$

$$K = 3.54$$

$$K = -3.54$$

$$\underline{K = 3.54}$$

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase minore di  $\bar{\varphi}_m < \frac{\pi}{2}$  se:

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel terzo quadrante e il semiasse reale negativo delle ascisse

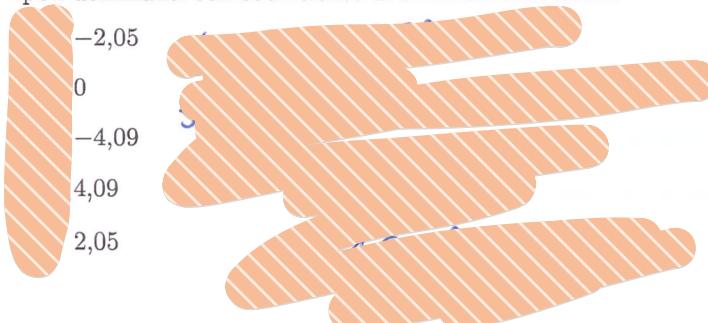
il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto  $x_A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto  $x_A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel terzo quadrante e il semiasse negativo delle ordinate

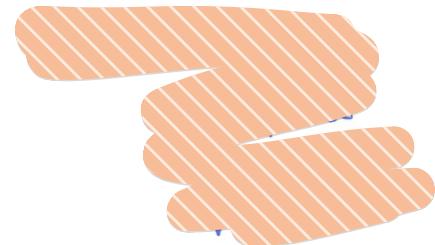
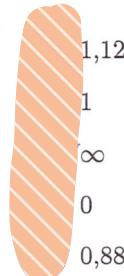
il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante e il semiasse negativo delle ordinate

2. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+16)(s-1)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 22\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



3. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 17}{s^3 + 3s^2 + 3s + 17}$$



4. (1 punto) Quali sono i vantaggi del controllo in retroazione?

È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo aperto

Aumentando il guadagno del controllo si stabilizza il processo

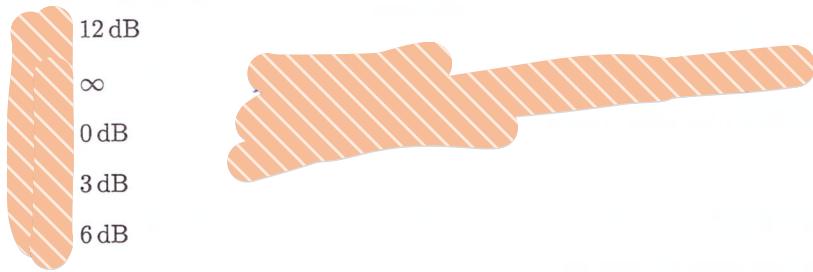
Consente di controllare processi non perfettamente noti

Con un'azione proporzionale è sempre possibile stabilizzare un processo

Consente di risparmiare sui costi di implementazione

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è

$$L(s) = \frac{12(s+14)}{(s+17)(s+5)(s+4)}. \text{ Si determini il margine di ampiezza.}$$



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

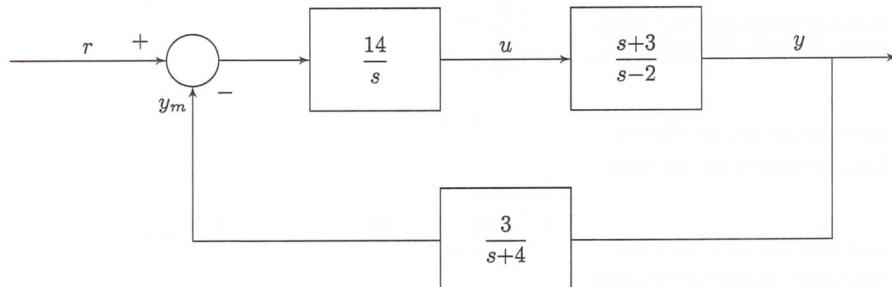
### Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{diagram}} , \quad e_v = \boxed{\text{diagram}}$$

### Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s - 10}$$

e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

<b>Controlli Automatici</b> <b>21 settembre 2018</b>	<b>Prof. L. Iannelli</b>	<b>Firma leggibile dello studente</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

### Progetto in frequenza

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+7)^2}.$$

Si scelga il valore del guadagno  $k \in \mathbb{R}$  e del parametro  $z \in \mathbb{R}$  in maniera che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

  
*5 punti*

ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = 5 \frac{s-2}{s^2(s+1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.



(1)

Precisione statica

$$\frac{14}{s} \cdot \frac{s+3}{s-2} = \frac{14(s+3)}{\cancel{s(s-2)}} \cdot \frac{\cancel{s(s-2)}(s+4)}{s(s-2)(s+4) + 42(s+3)}$$

$$1 + \frac{14}{s} \cdot \frac{s+3}{s-2} \cdot \frac{3}{s+4}$$

$$\frac{(14s + 42)(s+4)}{s^3 - 2s^2 + 4s^2 - 8s + 42s + 126}$$

$$s^3 + 2s^2 + 34s + 126$$

$2 \cdot 34 = 126$  ne instabilis

$$\ell_U = \ell_P = \infty$$

Anago delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 9s - 10} = \frac{1}{(s-1)(s+10)}$$

$$T_{01} \approx 0.89$$

$$\ell_P \approx 0.17$$

$$T_{01} \leq \frac{4.6}{|8|} \quad |8| \geq \frac{4.6}{0.89} \quad s > 5.16$$

$$s < -5.16$$

← dominate

Semplifica il polo in  $-10$  con uno zero per ora km controllati  
della tipo  $C(s) = \frac{K}{s+10} = \frac{K}{s+20}$  quindi  $\approx 10$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K}{s-1} \quad K > \bar{K} \quad \text{È con il metodo della funeggiatura}$$

$$R = |X+P| \approx 8 \quad = |-5.16 - 1| = 6.16 \quad K > 6.16$$

$$P = 7$$

$K$  deve rispettare anche le condizioni di  $\ell_P$

$$\ell_P \leq \left| \frac{1}{s+\mu} \right| < 0.17 \quad \mu = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = \frac{K}{-1} = -K$$

$$\frac{1}{0.17} + 1 < K \quad K > 6.88$$

$$\left| \frac{1}{s-K} \right| < 0.17 \quad K-1 < 0.17$$

$$\begin{cases} K > 6.16 \\ K > 6.88 \end{cases} \quad K = 7$$

$$C(s) = \frac{7(s+10)}{s+7s}$$

$$T = \frac{10}{10 \cdot 7} = \frac{1}{100}$$

(2)

progetto in frequenza

$$G(s) = K \frac{s+7}{(s+7)^2} \quad M_a = 6 \text{dB} = 10^{\frac{6}{20}} = 2$$

$$\boxed{z = -7} \quad G(s) = \frac{K(s+7)}{(s+7)^2}$$

Il guadagno generalizzato deve essere positivo

$$\mu > 0 \quad \mu = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = -\frac{1}{7}K \quad \underline{K < 0}$$

$$\text{Calcolo } \omega_c \rightarrow \underline{G(j\omega)} = -\mu \rightarrow \arctg\left(-\frac{\omega}{7}\right) - 2\arctg\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\mu$$

$$\arctg\frac{\omega}{7} = \frac{\mu}{3} \quad \omega = 7 \tan\left(\frac{\mu}{3}\right) = 7\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \quad |G(j\omega)| = \frac{|K| \sqrt{\omega_c^2 + \alpha^2}}{\omega_c^2 + \alpha^2} = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2 + \alpha^2}}$$

$$\frac{\sqrt{\omega_c^2 + \alpha^2}}{|K|} = M_a \quad |K| = \frac{\sqrt{\omega_c^2 + \alpha^2}}{M_a} = \frac{\sqrt{196}}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\begin{cases} K = 7 \\ K = -7 \end{cases} \quad \leftarrow$$

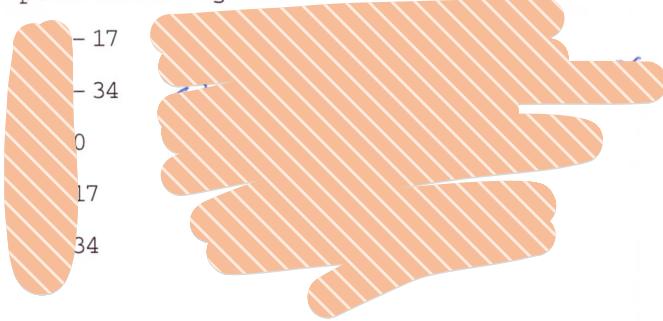
Controlli Automatici 15 giugno 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzia la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  
 $G(s) = \frac{1}{(s+16)(s+1)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 16 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.



2. (1 punto) Un sistema LTI è descritto dalla f.d.t.  
 $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s-1}{s+1} e^{-s}$ . Qual è il legame tra ingresso  $u(t)$  e uscita  $y(t)$ ?

- $y(t) + y(t) = u(t-1) - u(t)$   
  $y(t) - y(t) = u(t-1) + u(t-1)$   
  $y(t) + y(t) = u(t) + u(t-1)$   
  $y(t) + y(t) = u(t-1) - u(t-1)$   
  $y(t) + y(t) = u(t) - u(t-1)$

3. (1 punto) Una f.d.t. asintomatica stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di  $\gamma_m > \frac{\pi}{2}$  se:

il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto  $x_A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sopra di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

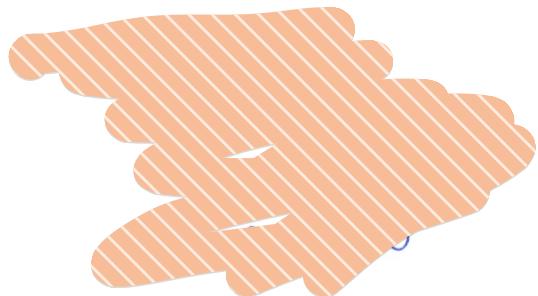
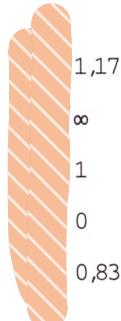
il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto  $x_A > -1$

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario nel terzo quadrante

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sotto di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

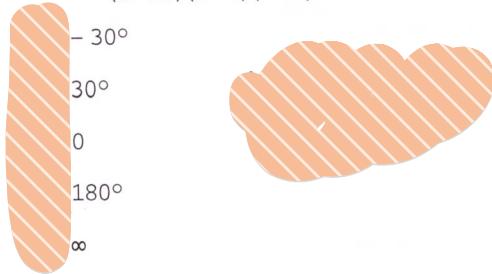
4. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s + 18}{s^3 + 4s^2 + 2s + 18}$$



5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è

$$L(s) = \frac{30}{(s+15)(s+2)(s+1)}. Si determini il margine di fase.$$



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

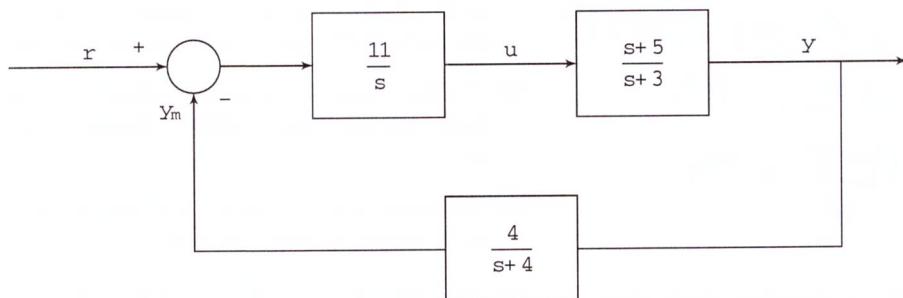
### Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p = |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v = |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



$$e_p = \boxed{\text{shaded circle}} , \quad e_v = \boxed{\text{shaded oval}}$$

### Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 4s - 5}$$

e si progetti un controllore C(s) tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assennamento  $T_a$  all'1% inferiore a 2s;
- errore di posizione inferiore al 38% .

Controlli Automatici 15 giugno 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

### Progetto in frequenza

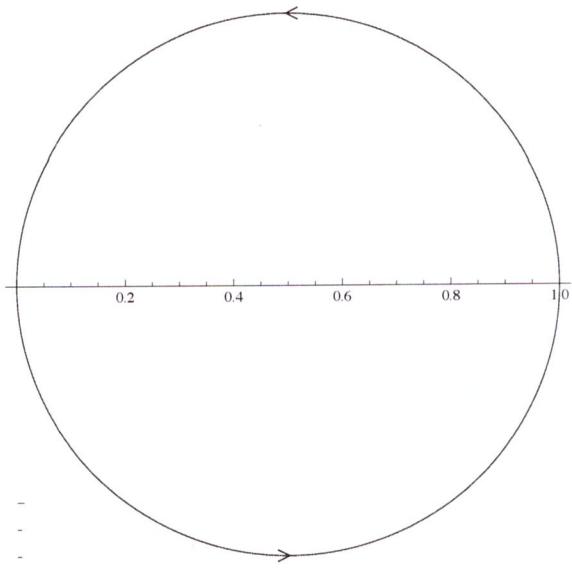
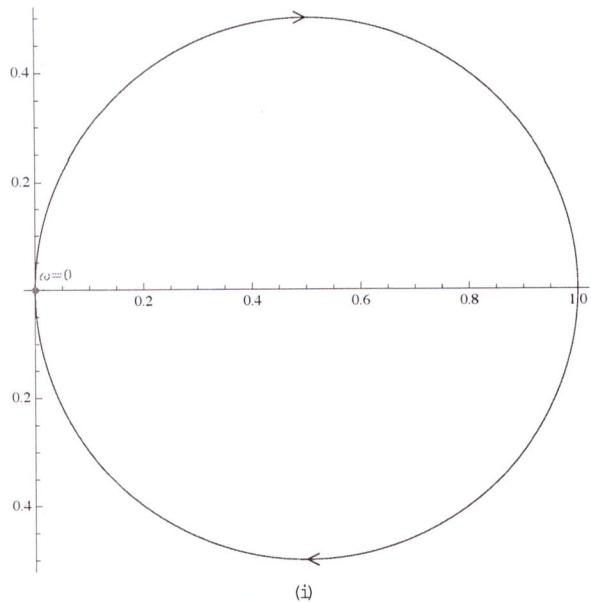
Esercizio 1.

Si consideri la funzione di trasferimento di anello

$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+7)}$$

5 punti

chiusa in retroazione negativa unitaria. Si determini il massimo valore del ritardo  $\tau$  che consenta di mantenere l'asintotica stabilità a ciclo chiuso.



(i)

(1)

frazioni statiche

$$\frac{\frac{M}{S} \cdot \frac{S+5}{S+3}}{\frac{M(S+S)}{S(S+3)}} = \frac{\cancel{M(S+S)}}{\cancel{S(S+3)}} \cdot \frac{S(S+3)(S+6)}{S(S+3)(S+6) + 6h(S+S)}$$

$$1 + \frac{M}{S} \cdot \frac{S+5}{S+3} \cdot \frac{6}{S+6}$$

$$\frac{(11S+55)(S+6)}{S^3 + 3S^2 + 6S^2 + 12S + 6hS + 220}$$

$$11S^2 + 55S + 6hS + 220 = 11S^2 + 99S + 220$$

$$S^3 + 7S^2 + 56S + 220$$

$$7 \cdot 56 > 220$$

si

as. stabile

$$\frac{11S^2 + 99S + 220}{S^3 + 7S^2 + 56S + 220}$$

$$\begin{cases} k_0 = B_0 \\ k_1 \neq B_1 \end{cases} \quad e_p = 0 \quad \text{ew} = \left| \frac{99 - 56}{220} \right| = 0.2$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{S^2 + 7S + 5} = \frac{1}{(S-1)(S+5)}$$

$$T_{d1} < 2s$$

$$e_p < 0.38$$

$$T_{d1} = \frac{4.6}{18} < 2 \quad |18| > \frac{4.6}{2}$$

$$S > 2.3$$

$$S < -2.3 \text{ dominante}$$

Semplifico il polo -5 con una zero affinché  $C(s) = K(s+2) = K(s+5)$ 

$$\text{Quindi } z = 5 \quad L(s) = G(s)C(s) = \frac{K}{s-1} \quad K > \bar{K} \quad \text{metodo puntoeggiatore}$$

$$\bar{K} = |x + p| \Big|_{\substack{x=8 \\ p=1}} = |-2.3 - 1| = +3.3$$

$$\underline{K > 3.3}$$

Verifco che

$$e_p = \left| \frac{1}{s+5} \right| < 0.38 \quad M = \lim_{s \rightarrow 0} L(s) = -K$$

$$\left| \frac{1}{1-K} \right| < 0.38 \quad \frac{1}{K-1} < 0.38 \quad K > \frac{1}{0.38} + 1 \quad K > 3.63$$

$$K = 4$$

$$C(s) = \frac{4(s+5)}{1+sT}$$

$$T = \frac{1}{2 \cdot 10} = \frac{1}{50}$$

(2)

$$L(s) = \frac{e^{-sT}}{s(s+7)} = e^{-sT} \cdot \underbrace{\frac{1}{s(s+7)}}_{G'(s)}$$

$$G'(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega+7)}$$

per la stabilità  $T \leq \frac{1}{\omega_c}$

$$\text{Calcolo } |G'(j\omega)| = 1$$

$$\frac{1}{\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 49}} = 1$$

$$\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 49} = 1$$

$$\omega_c^2 (\omega_c^2 + 49) = 1$$

$$\omega_c^4 + 49\omega_c^2 - 1 = 0$$

$$\omega_c = \begin{cases} 0.142 & \leftarrow \\ -0.142 \\ \pm 7j \end{cases}$$

$$\omega_c = 0.142$$

$$\varphi_c = \underline{G'(j\omega)} = -\frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega_c}{7}\right) = -15^\circ$$

$$\varphi_M = \pi - |\varphi_c| = 1.55$$

$$T \leq \frac{1.55}{0.142}$$

$$T \leq 10.91$$