Controlli Automatici 20 marzo 2023	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile ha un margine di 180° se:

(a) ~~il diagramma di Nyquist parte dal punto $(-1{,}0)$ ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla~~

(b) ~~il diagramma di Nyquist è tutto completamente all'esterno della circonferenza di raggio unitario~~

(c) ~~il diagramma di Nyquist è tutto strettamente contenuto all'interno della circonferenza di raggio unitario~~

(d) ~~il diagramma di Nyquist parte dal punto $(-1{,}0)$ ed immediatamente esce dalla circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla~~

(e) il diagramma di Nyquist parte dal punto $(1{,}0)$ ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

2. *(1 punto)* Se il diagramma di Nyquist è ben definito e soddisfa il corrispondente criterio, allora

(a) la funzione di anello è asintoticamente stabile

(b) ~~il numero di zeri a parte reale positiva della sensitività diretta è pari a zero~~

(c) ~~il numero di poli della funzione di anello a parte reale positiva è pari a zero~~

(d) ~~il numero di zeri a parte reale positiva della sensitività complementare è pari a zero~~

(e) ~~il numero di poli a parte reale positiva della sensitività complementare è pari a zero~~

3. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+4)(s-2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 14\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

8 punti

(a) $-0{,}86$

(b) $-0{,}74$

(c) $2{,}86$

(d) $0{,}86$

(e) $0{,}74$

$L(s) = \dfrac{14(S+Z)}{S\,(S+4)(S-2)} = \dfrac{14(S+Z)}{S^3-2S^2+4S^2-8S} \Rightarrow P_c = S^3+2S^2-8S+14S+14Z \stackrel{!}{=} S^3+2S^2+6S+14Z$

$(S+\alpha)(S^2+\omega^2) = S^3+\omega^2 S+\alpha S^2+\alpha\omega^2 = 0$

$\omega^2 = 6$
$\alpha = 2$
$\omega^2\alpha = 14Z \Rightarrow Z = \dfrac{12}{14} \simeq 0.86$

4. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s+2}{s^3+5s^2+6s+4}$$

(a) ∞

(b) 1

(c) -1

(d) -2

(e) 2

$\beta_0 \neq \alpha_0 \Rightarrow e_r = \infty \quad e_p = \left|\dfrac{2-4}{4}\right| = 1/2$

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+4)(s-2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 20\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

(a) −0,4

(b) −1,2

(c) −3,2

~~(d)~~ 1,2

(e) 3,2

$L(s) = \dfrac{20(s+z)}{s(s+4)(s-2)} \rightarrow P_c = s^3 - 2s^2 + 4s^2 - 8s + 20s + 20z = s^3 + 2s^2 + 12s + 20z = s^3 + \alpha s^2 + \omega^2 s + \alpha\omega^2 \rightarrow$

$\alpha = 2$

$\omega^2 = 12$

$\alpha\omega^2 = 20z \rightarrow z = \dfrac{24}{20} = 1.2$

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

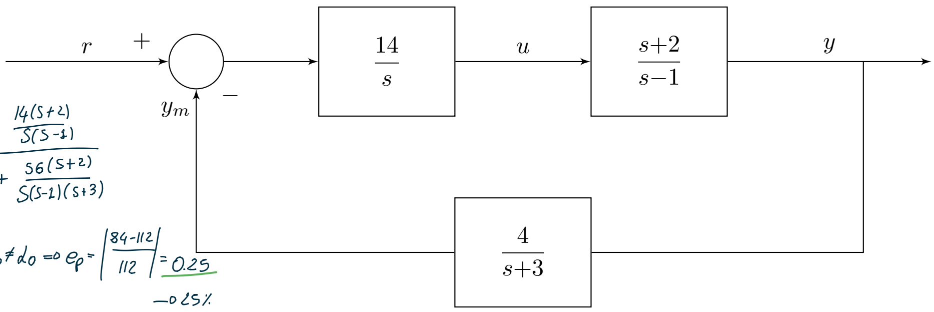
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$L(s) = \dfrac{14(s+2)}{s(s-1)} \rightarrow T_{r\cdot y} = \dfrac{\frac{14(s+2)}{s(s-1)}}{1 + \frac{56(s+2)}{s(s-1)(s+3)}}$

$H(s) = \dfrac{4}{s+3}$

$= \dfrac{14(s+2)(s+3)}{s(s-1)(s+3) + 56s + 112} =$ 84

$\beta_0 \neq \alpha_0 \Rightarrow e_p = \left|\dfrac{84-112}{112}\right| = 0.25$

$\rightarrow 25\%$

$e_v = \infty$

$e_p =$ 0.25 ≡ 25% , $e_v =$ ∞

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{5-s}$$

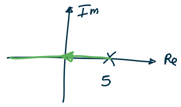
5 punti

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.04s;
- errore di velocità inferiore al 1%.

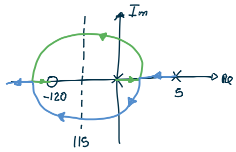
$G(S) = \frac{1}{5-S} = -\frac{1}{S-5} \Rightarrow C'(S) = -1 \to G'(S) = \frac{1}{S-5} \Rightarrow$ Lavoro sul luogo diretto $\to$

Cambierò segno al K



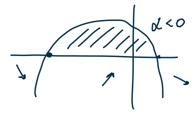
Q_1: $T_{a_1} < 0.04\,s \to$ serve $\frac{4.6}{|\sigma|} < 0.04 \to |\sigma| > \frac{4.6}{0.04} = 115$

Q_2: $e_r < 1\% = 0.01 \Rightarrow$ Serve $g = 1 \Rightarrow C''(S) \triangleq \frac{K(S+Z)}{S}$ scelgo $|Z| > |\sigma| \to Z = 120 \leadsto C''(S) = \frac{K(S+120)}{S} \to L'(S) = \frac{K(S+120)}{S(S-5)} \leadsto$

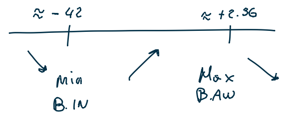


Serve K abbastanza grande che porta il luogo a sx di -115

$\leadsto \gamma(x) = -\frac{D(x)}{N(x)} = -\frac{x(x-5)}{x+120} = -\frac{x^2-5x}{x+120} \to \gamma'(x) = \frac{-(2x-5)(x+20)+(x^2-5x)}{(\dots)} > 0$ per $-2x^2 - 40x + \cancel{5x} + 100 + x^2 - \cancel{5x} > 0 \quad -x^2 - 40x + 100 > 0$



uso $s^* = -42.36$



$\to |K| = \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \simeq 25.34$ K

• $e_r < 0.01 \to \left|\frac{1}{\mu_v}\right| < 0.01 \to \mu_v = \lim_{S\to 0} \cancel{S} \frac{K(S+120)}{\cancel{S}(S-5)} = -24K \to \left|\frac{1}{-24K}\right| < 0.01 \to K > 4.17 \Rightarrow K = 26$ è Abbastanza per le 2 specifiche.

$\Rightarrow C(S) = C'(S) \cdot C''(S) = -\frac{26(S+120)}{S}$ Ans

Controlli Automatici **20 marzo 2023**	**Prof. L. Iannelli**	**Firma leggibile dello studente**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Progetto in frequenza

Esercizio 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{8-s}{s(s+8)}$$

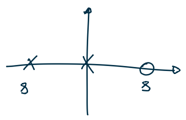
5 punti

e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

$G(S) = K \cdot \frac{8-S}{S(S+8)} = -K \cdot \frac{S-8}{S(S+8)}$ $\quad Q$: $M_a = 6dB = (10^{\frac{6}{20}})_{VN} \simeq 1.995 \simeq 2$ (a)

• Trovo $\omega_c / \angle G(j\omega_c) = -180 = -\pi \to \angle j\omega_c - 8 - \angle j\omega_c - \angle j\omega_c + 8 = \mathrm{aTan}\left(-\frac{\omega_c}{8}\right) - \frac{\pi}{2} - \mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\pi \to -2\,\mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{\pi}{2} \to \mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = \frac{\pi}{4}$

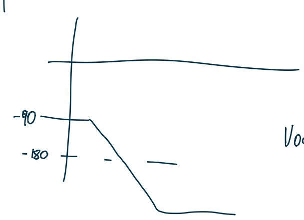
$\to \frac{\omega_c}{8} = \mathrm{Tan}\left(\frac{\pi}{4}\right) \to \omega_c = 8\,\mathrm{Tan}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 8$ Rad/s



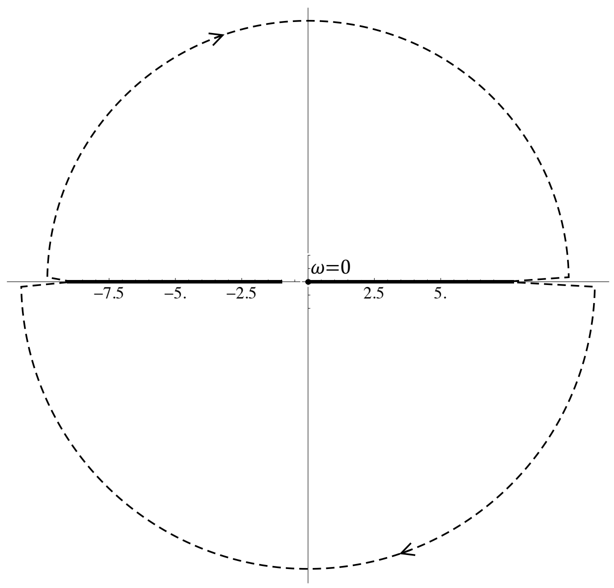
$\mu(G) = \lim_{S\to 0} \cancel{S}(-K)\frac{S-8}{\cancel{S}(S+8)} = K$

• $\frac{1}{|G(j\omega_c)|} = 2 \to \frac{1}{\frac{|K|\sqrt{64+64}}{8\sqrt{64+64}}} = 2 \to \frac{8}{|K|} = 2 \to K = \frac{8}{2} = 4$ K

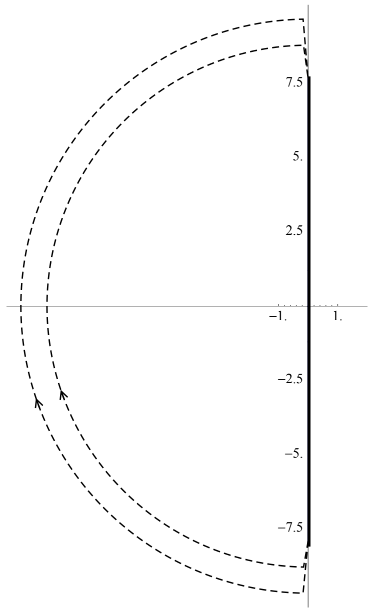
$\Rightarrow K = 4$ corretto (testato)



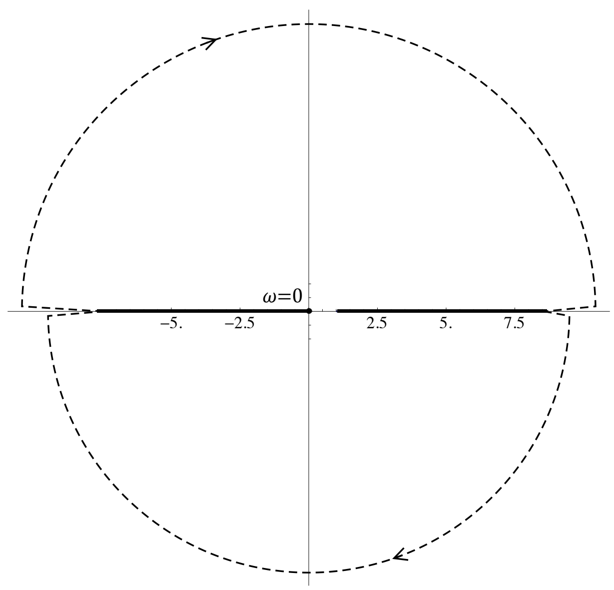
Voglio $\mu > 0$ siccome $\mu = K$, $K > 0$



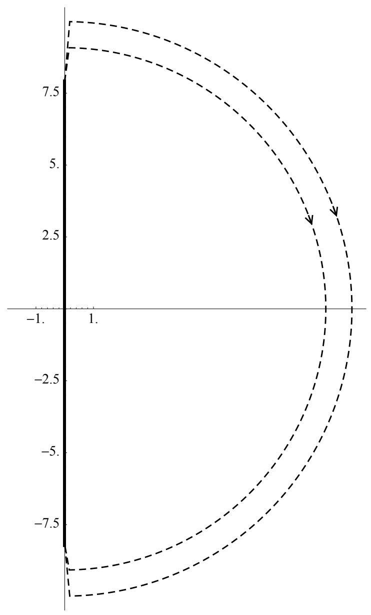
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Esercizio 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

III $\quad L(s) = \dfrac{s^2}{s^2+1}$ $\quad +\infty \downarrow$ $\qquad$ (A) Fig. (i)

II $\quad L(s) = -\dfrac{s}{s^2+1}$ $\quad -\infty$ $\qquad$ (B) Fig. (iii)

I $\quad L(s) = -\dfrac{s^2}{s^2+1}$ $\quad -\infty$ $\qquad$ (C) Fig. (iv)

IV $\quad L(s) = \dfrac{s}{s^2+1}$ $\quad +\infty$ $\qquad$ (D) Fig. (ii)

* la forma s^2+1 fa perdere/guadagnare ISTANTANEAMENTE $\pm 180°$