

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Quiz sui sistemi di controllo

### ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzia la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

1. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di  $\varphi_m > \frac{\pi}{2}$  se:

~~il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto  $x_A > -1$~~

~~il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sotto di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante~~

~~il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario nel terzo quadrante~~

~~il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto  $x_A > -1$~~

il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sopra di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

2. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+18)(s+4)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 18 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

0  
110  
-1,67  
1,67  
-110

3. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s + 15}{s^3 + 2s^2 + 3s + 15}$$

$$\begin{array}{r|l} s^3 & 1 \ 3 \\ s^2 & 2 \ 15 \\ s^1 & -1.5 \\ s^0 & \end{array} < 0 \Rightarrow A.I. \downarrow e = \infty$$

8 punti

4. (1 punto) Quando possiamo dire di aver risolto un problema di controllo?

Quando la variabile misurata è all'incirca pari alla variabile di riferimento

Quando la variabile misurata è costante

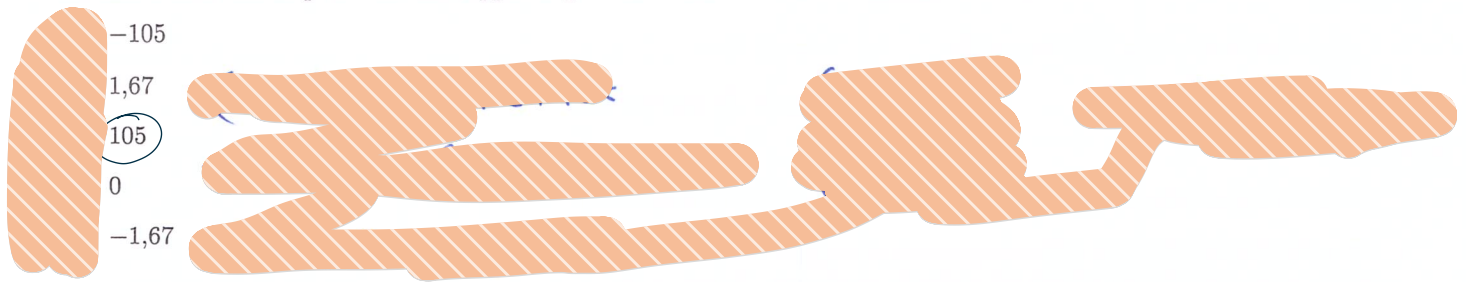
Quando la variabile di interesse è identicamente nulla

Quando la variabile di interesse è all'incirca pari alla variabile di riferimento

Quando la variabile misurata è identica alla variabile di riferimento

$$\begin{aligned} L(s) &= \frac{18(s+z)}{s(s+18)(s+4)} \rightarrow R = s^3 + 4s^2 + 18s^2 + 72s + 18s + 18z = s^3 + 22s^2 + 90s + 18z = (s+2)(s^2 + \omega^2) \\ &= s^3 + s\omega^2 + 2s^2 + 2\omega^2 \rightarrow \begin{cases} 2 = 22 \\ \omega^2 = 90 \\ 2\omega^2 = 18z \end{cases} \rightarrow 18z = 22 \cdot 90 \rightarrow z = 110 \quad \text{Ans} \end{aligned}$$

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+17)(s+3)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 12 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.



Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

$$\frac{12(s+z)}{s(s+17)(s+3)} \rightarrow p_c = s^3 + 3s^2 + 17s + 5 + 12z = (s+\lambda)(s^2 + \omega^2) = s^3 + s\omega^2 + \lambda s^2 + \lambda\omega^2 \rightarrow$$

$$\omega^2 = 63, \lambda = 20, \omega\lambda = 12z \Rightarrow 105$$

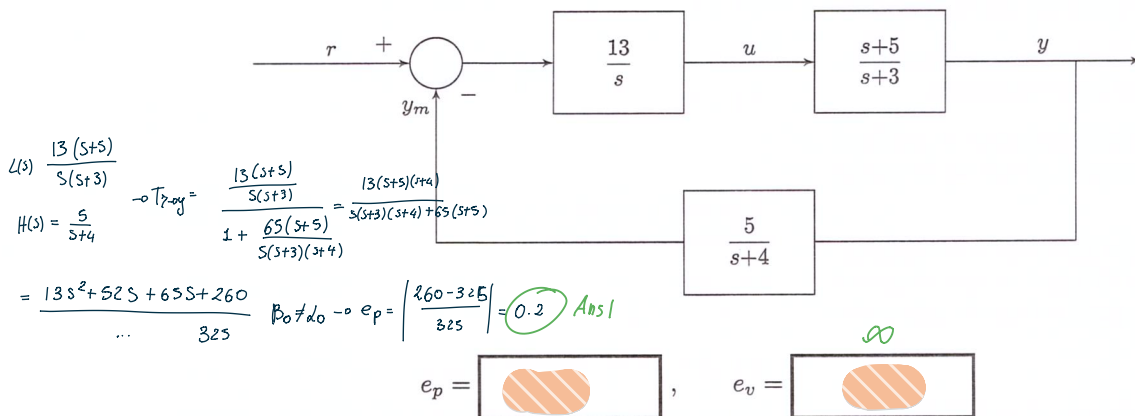
Precisione statica

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che  $e_p \triangleq |r - y|$  quando  $r = 1(t)$  e  $e_v \triangleq |r - y|$  quando  $r = t \cdot 1(t)$ .

4 punti



Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{13(s+5)}{s(s+3)}}{1 + \frac{13 \cdot 5(s+5)}{s(s+3)(s+4)}} = \frac{13(s+5)(s+4)}{s^3 + 7s^2 + 77s + 325}$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è

$s^3$	1	77
$s^2$	7	325
$s$	30,57	0
1	325	

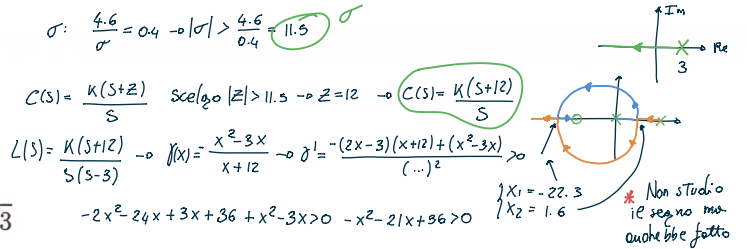
La f.d.t. è asintoticamente stabile per cui possiamo valutare errore di posizione ed errore di velocità. Avremo  $e_p = 0.2$  (20%), and  $e_v = \infty$ .

Luogo delle radici

#### ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$



e si progetti un controllore  $C(s)$  tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:  $|K| = \frac{D(s^*)}{N(s^*)} = \frac{S^*(s^*-3)}{S^*(s^*+2)} = 54.6$

- risposta indiciale con tempo di assestamento  $T_a$  all'1% inferiore a 0.4s;  $e_r < 10\%$
- errore di velocità inferiore al 10%.

**Soluzione:** La specifica statica richiede di inserire un polo nell'origine per cui proviamo a risolvere il problema con un controllore di tipo PI, ossia  $C(s) = k \frac{s+z}{s}$ . La specifica dinamica richiede un'ascissa di convergenza tale che  $|\sigma| > 11.5$ .

Proviamo pertanto a fissare  $z = 13$ . Il punto multiplo si avrà in  $-27.42$  quando  $k = 57.84$ . In corrispondenza di tale valore di  $k$  l'errore di velocità sarà pari a 0,4% e quindi tutte le specifiche saranno soddisfatte.

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

## Progetto in frequenza

### ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-10}{s(s+10)}$$

5 punti

e si scelga il guadagno  $k \in \mathbb{R}$  in maniera tale che  $G(s)$  abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.

**Soluzione:** Il margine di ampiezza è dato dal valore di  $|G(j\omega_\pi)|$  dove  $\omega_\pi$  è la pulsazione in corrispondenza della quale  $\angle G(j\omega_\pi) = -180^\circ$ . La  $G(s)$  ha un polo a parte reale negativa ed uno zero a parte reale positiva, con guadagno pari a  $-k$ . Pertanto, se  $k < 0$  il guadagno sarà positivo e la fase partirà dal valore di  $-90^\circ$  per poi decrescere sempre fino alla fase  $-270^\circ$ . Quindi  $\angle G(j\omega_\pi) = -90^\circ - 2 \arctan \frac{\omega_\pi}{10} = -180^\circ \Rightarrow \omega_\pi = 10 \text{ rad/s}$ . Inoltre, poiché  $|G(j\omega_\pi)| = \left| \frac{k}{\omega_\pi} \right|$ , per avere un margine di ampiezza pari a 3dB occorre  $k = -7.08$ .

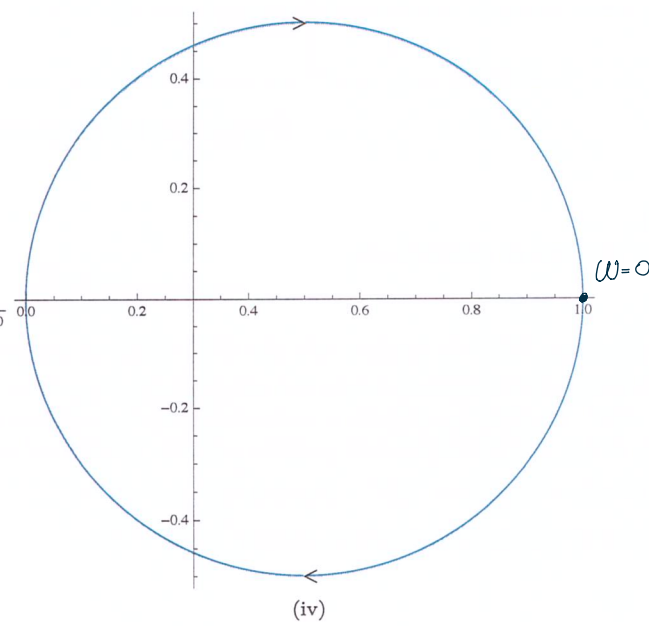
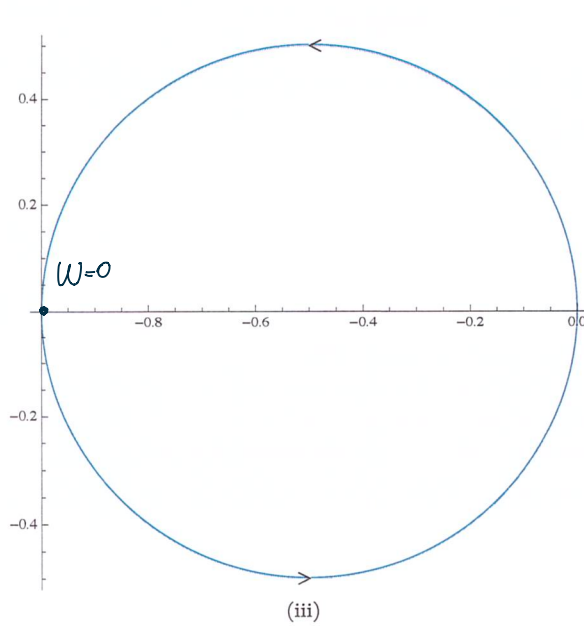
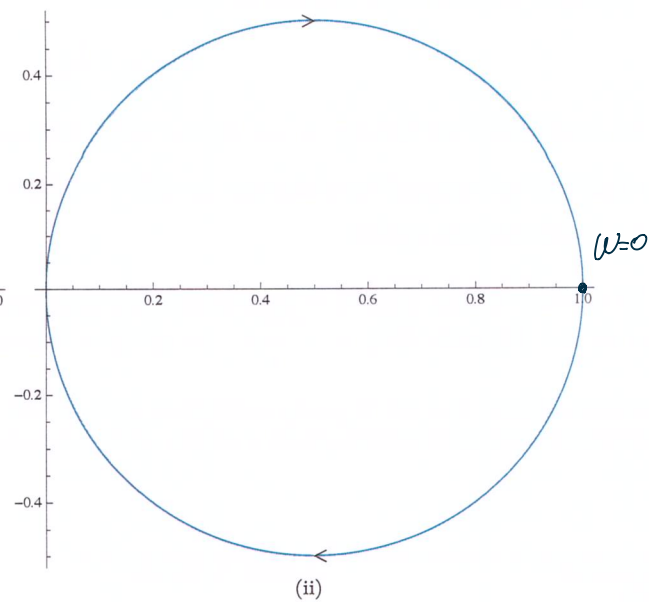
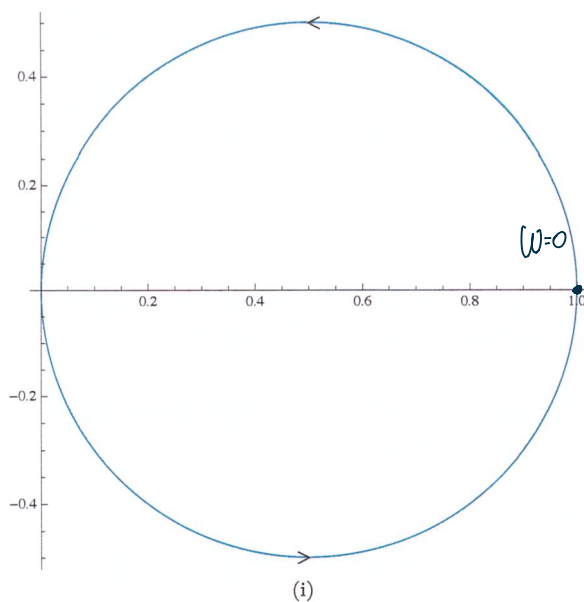
$$G(s) = k \frac{(s-10)}{s(s+10)} \rightarrow Q: M_a = 3\text{dB} = 20 \log(x) \rightarrow x = 10^{\frac{3}{20}} = 1.41$$

$$\text{Siccome } \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{k(s-10)}{s(s+10)} = -k$$

$k > 0, K < 0$ : Parto da  $-90^\circ$  e scendo di  $-180^\circ$  attraverso  $-180^\circ$  ✓  
 $k < 0, K > 0$ : partendo da  $-180^\circ$  e scendo arrivando a  $-360^\circ$  non attraverso mai  $-180^\circ$  ✗

$$\angle G(j\omega_c) = -180^\circ \rightarrow \angle k + \angle j\omega_c - 10 - \angle j\omega_c - \angle j\omega_c + 10 = \arctan\left(\frac{\omega_c}{10}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega_c}{10}\right) = -\pi \rightarrow -\arctan\left(\frac{\omega_c}{10}\right) = -\frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{\omega_c}{10} = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \omega_c = 10 \cdot \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \omega_c = -10 \text{ R/S}$$

$$|G(j\omega_c)| = \frac{k \sqrt{\omega_c^2 + 100}}{\omega_c \sqrt{\omega_c^2 + 100}} = 1.41 \rightarrow k = 1.41 \cdot \omega_c \rightarrow k = -14.125 \quad k < 0 \text{ per attraversare } \varphi_0 = -180^\circ$$



## ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:



I  $L(s) = \frac{s}{s-1}$   $\infty - 1$

II  $L(s) = \frac{s}{s+1}$   $\infty - 1$

III  $L(s) = \frac{1}{s-1}$   $-1$

IV  $L(s) = \frac{1}{s+1}$   $-1$

(A) Fig. (ii)

(B) Fig. (iv)

(C) Fig. (iii)

(D) Fig. (i)

5 punti
---------