1

Controlli Automatici 12 gennaio 2021 SIMONA	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile ha un margine di 180° se:

(a) il diagramma di Nyquist parte dal punto (−1,0) ed immediatamente esce dalla circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

(b) il diagramma di Nyquist parte dal punto (1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

(c) il diagramma di Nyquist parte dal punto (−1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

(d) il diagramma di Nyquist è tutto strettamente contenuto all'interno della circonferenza di raggio unitario

(e) il diagramma di Nyquist è tutto completamente all'esterno della circonferenza di raggio unitario

2. *(1 punto)* Quali sono i vantaggi del controllo a ciclo aperto?

(a) È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso

(b) Consente di velocizzare la risposta del processo

(c) Consente di controllare processi non perfettamente noti

(d) Consente di stabilizzare processi instabili

(e) È più difficile da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso

3. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \frac{96}{(s+16)(s+2)(s+3)}$. Si determini il margine di fase.

(a) 0

(b) 180°

(c) 32°

(d) ∞

(e) −32°

$\mu = L(0) = \frac{96}{16 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{96}{96} = 1$

$\varphi_m = 180$

4. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+4}{s^3+3s^2+7s+4}$$

(a) −1,25

(b) −1

(c) 1,25

(d) 1

(e) ∞

Applico Routh per la stabilità (ricordo che è III ordine)

$3 \cdot 7 > 4$ stabile

$$\begin{cases} \alpha_0 = \beta_0 \\ \alpha_1 \neq \beta_1 \end{cases} \qquad e_v = \left|\frac{\beta_1 - \alpha_1}{\alpha_0}\right| = \left|\frac{2-7}{4}\right| = 1.25$$

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \frac{11}{(s+16)(s+4)(s+5)}$. Si determini il margine di fase.

(a) 180°

(b) 32°

(c) −32°

(d) ∞

(e) 0

$M = L(0) = \frac{11}{16 \cdot 4 \cdot 5} = 0.034 < 1$

$\varphi_m = \infty$

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

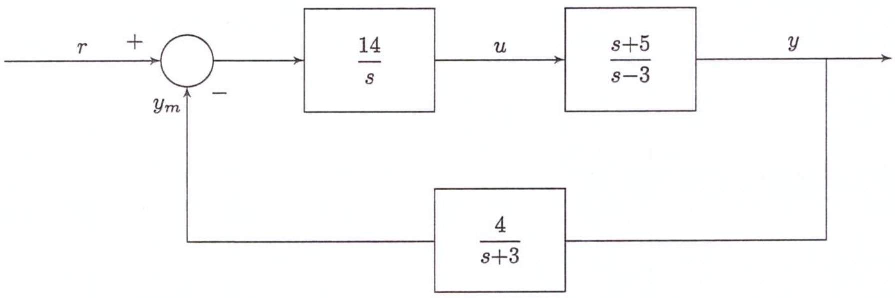
Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r - y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r - y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p = \boxed{\infty}$, $e_v = \boxed{\infty}$

Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s-5}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

Controlli Automatici 12 gennaio 2021	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

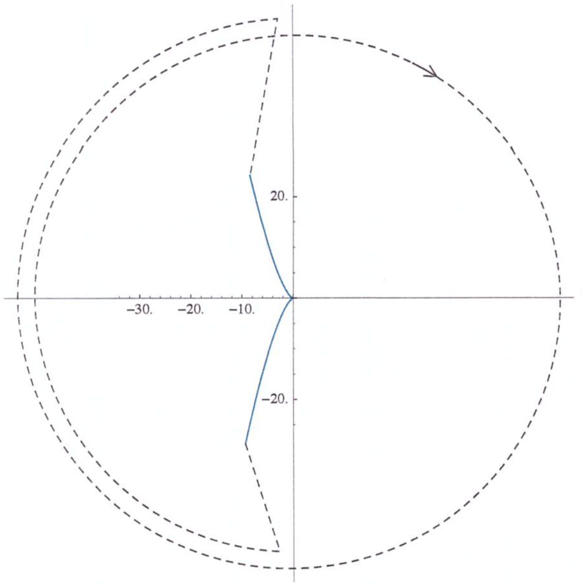
ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

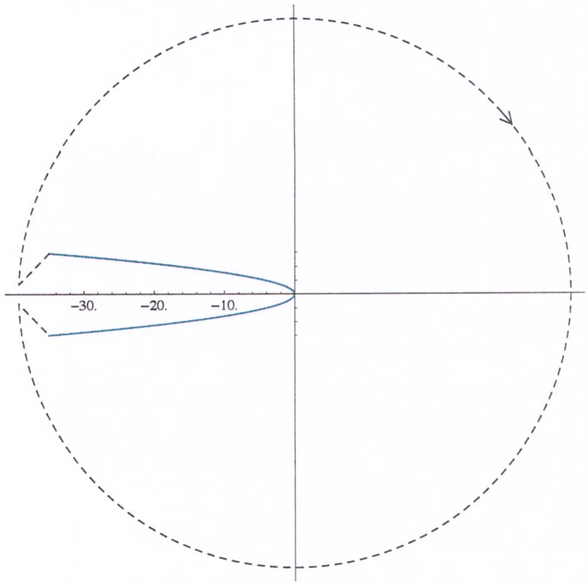
$$G(s) = k \cdot \frac{s-8}{s(s+8)}$$

e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di fase pari a $70°$.

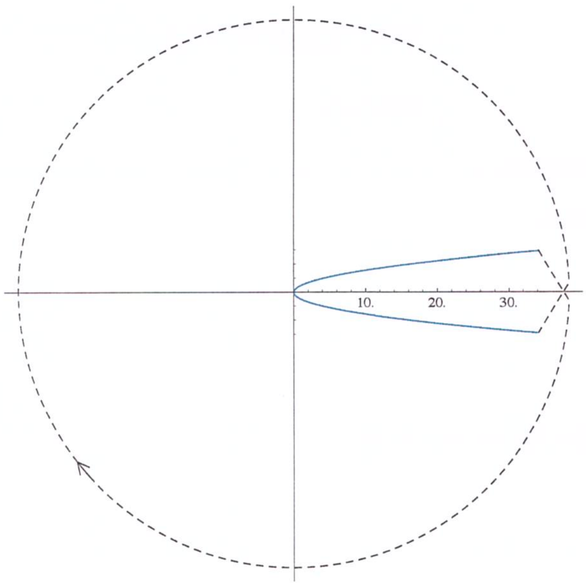
5 punti



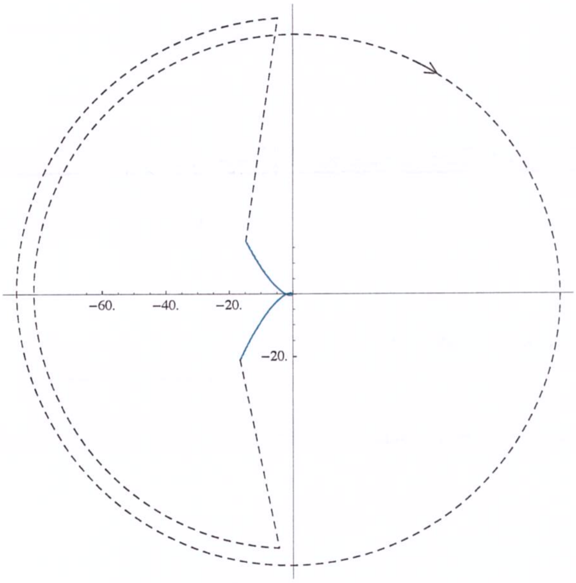
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$L(s) = \dfrac{(s+1)^2}{s^3}$	(A) Fig. (i)
$L(s) = \dfrac{s+1}{s^2}$	(B) Fig. (iv)
$L(s) = \dfrac{s+1}{s^3}$	(C) Fig. (ii)
$L(s) = \dfrac{s-1}{s^2}$	(D) Fig. (iii)

Prec. statica

$$G(s) = \frac{\frac{14}{s}\left(\frac{s+5}{s-3}\right)}{1 + \frac{14}{s}\left(\frac{s+5}{s-3}\right)\left(\frac{4}{s+3}\right)} =$$

$$\frac{14}{s}\left(\frac{s+5}{\cancel{s-3}}\right) \cdot \frac{s(\cancel{s-3})(s+3)}{s(s-3)(s+3) + 14(s+5)(4)}$$

$$\frac{14s+70}{\cancel{s}} \cdot \frac{\cancel{s}(s+3)}{s^3 - \cancel{3s^2} + \cancel{3s^2} - 9s + 56s + 280}$$

$$\frac{14s^2 + 70s + 42s + 210}{s^3 + 47s + 280} = \frac{14s^2 + 112s + 210}{s^3 + 47s + 280}$$

Stabilità : Routh (III ordine)

$0 \cdot 47 > 280$ no instabile

$e_p = \infty$ $\quad e_v = \infty$

Luogo delle radici

(2)

$G(s) = \frac{1}{s-5}$

$T_a \leq 0.2\,s$

$e_v < 5\% \Rightarrow e_v < 0.05$

Calcolo il polo dominante

$T_a = \frac{4.6}{|\sigma|} < 0.2 \Rightarrow |\sigma| > \frac{4.6}{0.2}$

$|\sigma| > 23 \Rightarrow \begin{cases} \sigma > 23 \\ \sigma < -23 \leftarrow \end{cases}$

$C(s) = \frac{k(s+z)}{s}$ dove ho aggiunto un polo in zero dato che per avere un e_v dovrò avere un e_p nullo, la z sarà un valore

che soddisfi $|\sigma| > 23 \Rightarrow z = 25$

$L(s) = G(s)C(s) = \frac{1}{(s-5)} \cdot \frac{k(s+25)}{s} = \frac{k(s+25)}{s(s-5)}$

Punto multiplo ($k=1$ $s=x$)

$\gamma(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = \frac{-x(x-5)}{k(x+25)} = \frac{-x(x-5)}{x+25} = \frac{-x^2+5x}{x+25}$

$\gamma'(x) = \frac{(-2x+5)(x+25)+x^2-5x}{(x+25)^2} = \frac{-2x^2+\cancel{5x}-50x+125+x^2-\cancel{5x}}{x^2+50x+625} =$

$= \frac{-x^2-50x+125}{x^2+50x+625}$

$-x^2-50x+125=0$

$x \begin{cases} 2.38 \\ -52.38 \text{ punto di minimo} \end{cases}$

Dato che il punto di minimo è -52.38 allora $s^* = -52.38$ 3

$K > \bar{K}$ dove $\bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-52.38(-52.38-5)}{-52.38+25} \right| = 109.77$

$K > 109.77$

K deve rispettare anche che $e_v < 0.05$

$e_v = \left| \frac{1}{M} \right| < 0.05$ $\quad M = \lim_{s \to 0} s\, L(s) = \frac{25K}{-5} = -5K$

$\left| \frac{1}{-5K} \right| < 0.05$ $\quad 5K > \frac{1}{0.05}$ $\quad K > 4$

$$\begin{cases} K > 109.77 \\ K > 4 \end{cases} \quad K > 109.77 \quad \Rightarrow \quad K = 110$$

quindi

$$C(s) = \frac{110(s+25)}{s}$$

Progetto in frequenza

Es 1

$$G(s) = K\frac{s-8}{s(s+8)} \qquad \varphi_m = 70^\circ$$

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 70^\circ \Rightarrow \qquad \varphi_c = \pm 110^\circ$$

Considero quella a parte reale negativa e converto in rad.

$$\varphi_c = -110^\circ = -\frac{11}{18}\pi$$

Calcolo ω_c

$$\angle G(j\omega_c) = \varphi_c$$

$$\arctan\left(-\frac{\omega_c}{8}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{11}{18}\pi \Rightarrow -2\arctan\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{11}{18}\pi +$$

$$-\arctan\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{1}{9}\pi \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{\omega_c}{8} = \tan\left(\frac{\pi}{18}\right) \qquad \omega_c = 8 \cdot 0.176 = 1.41$$

$\omega_c = 1.41$

Pongo $|G(j\omega_c)| = 1$

$$\frac{|K|\cancel{\sqrt{\omega_c^2+8^2}}}{\omega_c\cancel{\sqrt{\omega_c^2+8^2}}} = 1 \qquad |K| = \omega_c$$

μ deve essere > 0

$$\mu = \lim_{s \to 0} s \cdot G(s) = -K$$

$$-K > 0 \qquad K < 0$$

$$\boxed{K = -1.41}$$

Controlli Automatici 21 dicembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento ξ positivo ed inferiore ad un valore $\bar{\xi} < 1$ (cioè $0 < \xi < \bar{\xi} < 1$) è:

- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- L'area esterna ad un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

2. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s-5}{s^3+3s^2+7s+5}$$

- -1
- ∞
- 1
- $1{,}8$
- $-1{,}8$

3. *(1 punto)* Qual è il comportamento desiderato della funzione di sensitività complementare in uno schema a retroazione negativa unitaria?

- Vogliamo la sensitività complementare più piccola possibile a frequenze dove il rumore di misura ha contenuto frequenziale significativo
- Vogliamo la sensitività complementare identicamente pari a zero
- Vogliamo la sensitività complementare più piccola possibile a frequenze dove il disturbo sull'uscita ha contenuto frequenziale significativo
- Vogliamo la sensitività complementare più piccola possibile a frequenze dove il segnale di riferimento ha contenuto frequenziale significativo
- Vogliamo la sensitività complementare più alta possibile a frequenze dove il segnale di riferimento ha contenuto frequenziale significativo

4. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \frac{22}{(s+18)(s+4)(s+5)}$. Si determini il margine di fase.

- $36°$
- 0
- $-36°$
- ∞
- $180°$

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 18\frac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

$$\begin{cases} G(s) = \dfrac{1}{(s+3)(s-2)} \\ C(s) = \dfrac{18(s+z)}{s} \end{cases} \Rightarrow L(s) = C(s)\cdot G(s) = \frac{18(s+z)}{s(s+3)(s-2)} \Rightarrow P_c(s) = N_L(s) + D_L(s) = 18s + 18z + s^3 - 2s^2 + 3s^2 - 6s$$

$$\rightarrow P_c(s) = s^3 + s^2 + 12s + 18z$$

È nella forma $s^3 - p s^2 + w^2 s - w^2 p$

con
$$\begin{cases} p = -1 \\ w^2 = 12 \Rightarrow w = 2\sqrt{3} \\ w^2 p = -18z \end{cases} \Rightarrow w^2 p = -18z \Rightarrow z = -\frac{w^2 p}{18} = -\frac{12\cdot(-1)}{18} = 0.67$$ ANS

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+3)(s-2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 18\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- 0,13
- Nessuno dei valori riportati
- −0,13
- 0,67
- −0,67

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

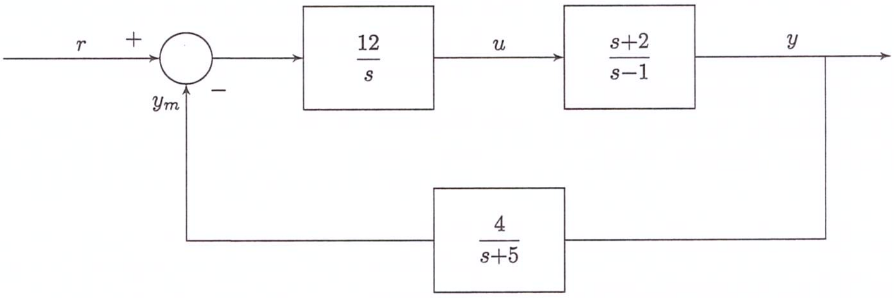
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$ 0.25 , $e_v =$ ∞

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-5}$$

5 punti

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

Controlli Automatici 21 dicembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

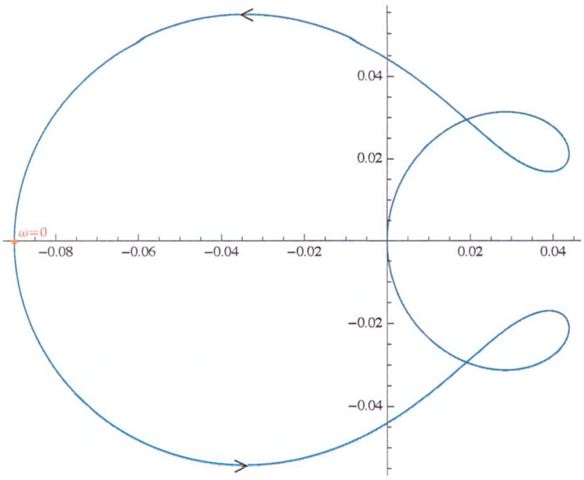
ESERCIZIO 1.

5 punti

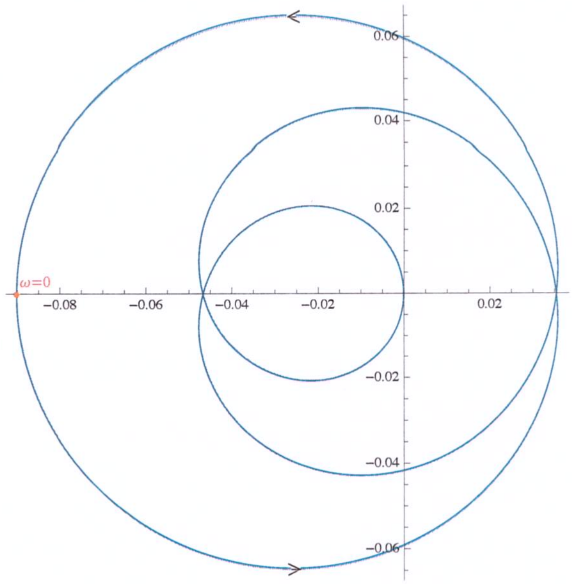
Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-9}{s(s+9)}$$

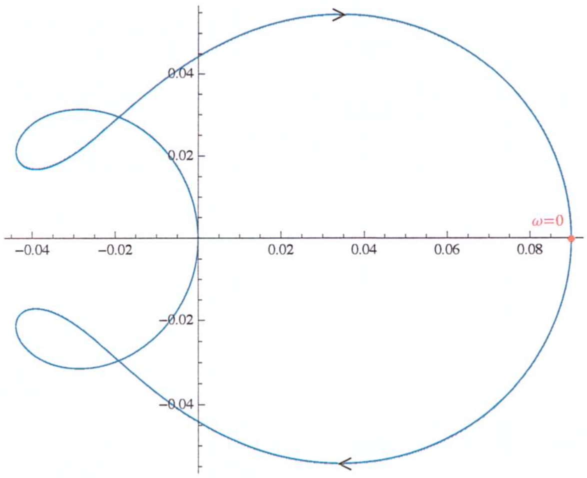
e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di fase pari a 40°.



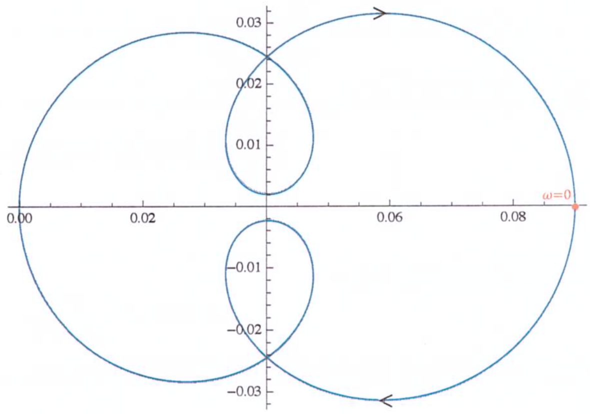
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$$L(s) = \frac{s^2+4s+9}{(s-1)(s-10)^2}$$ (A) Fig. (iii)

$$L(s) = \frac{s^2-4s+9}{(s+1)(s-10)^2}$$ (B) Fig. (i)

$$L(s) = \frac{s^2+4s+9}{(s+1)(s+10)^2}$$ (C) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s^2+4s+9}{(s-1)(s+10)^2}$$ (D) Fig. (iv)

Precisione statica

$$G(s) = \frac{\frac{12}{s} \cdot \frac{s+2}{s-1}}{1 + \frac{4}{s+5} \cdot \frac{12}{s} \cdot \frac{s+2}{s-1}} =$$

$$= \frac{12}{\cancel{s}} \cdot \frac{s+2}{\cancel{s-1}} \cdot \frac{\cancel{s}(s+5)(\cancel{s-1})}{s(s+5)(s-1) + 48(s+2)}$$

$$\frac{12(s+2)(s+5)}{s^3 + 5s^2 - s^2 - 5s + 48s + 96} = \frac{12s^2 + 24s + 60s + 120}{s^3 + 4s^2 + 43s + 96}$$

Stabilità $\quad 4 \cdot 43 > 96 \quad$ stabile

$\alpha_0 \neq \beta_0 \qquad e_v = \infty$

$$e_p = \left| \frac{120 - 96}{96} \right| = 0.25$$

Luogo delle radici

(2)

$$G(s) = \frac{1}{s-5} \qquad T_{a_1} < 0.4 \qquad e_v < 10\% \qquad e_v < 0.1$$

Polo dominante

$$T_{a_1} = \frac{4.6}{|\sigma|} = 0.4 \implies |\sigma| = \frac{4.6}{0.4} \qquad \sigma = \begin{cases} +11.5 \\ \underline{-11.5} \end{cases}$$

$$C(s) = \frac{K(s+z)}{s} \qquad z = 12 \qquad C(s) = \frac{K(s+12)}{s}$$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K(s+12)}{s(s-5)}$$

Punto multiplo $(K=1)$

$$\gamma(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{x(x-5)}{x+1} = \frac{-x^2+5x}{x+12}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x+5)(x+12)+x^2-5x}{(x+12)^2} = \frac{-2x^2+\cancel{5x}-24x+60+x^2\cancel{-5x}}{(x+12)^2}$$

$$-x^2-24x+60=0 \qquad x = \begin{cases} 2.28 \\ \underline{-26.28} \end{cases}$$ punto di minimo

$$s^* = -26.28$$

$$K > \bar{K} \qquad \bar{K} = \frac{|D(s^*)|}{|N(s^*)|} = \left| \frac{-26.28^2+5(-26.28)}{-26.28+12} \right| = 57.56$$

$K > 49.49$

aggiungo la condizione di $e_v < 0.1$

$$e_v = \left|\frac{1}{\mu}\right| < 0.1 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} s \cdot L(s) = -K \cdot 2.4 \implies \frac{1}{2.4K} < 0.1 \qquad K > \frac{1}{2.4 \cdot 0.1}$$

> 4.16

$K > 57.56 \implies K = 60 \quad \boxed{C(s) = 60(s+12)}$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K \cdot \frac{s-9}{s(s+9)} \qquad \varphi_m = 40^\circ$$

$$\varphi_m = 180^\circ - |\varphi_c| = 40^\circ \Rightarrow |\varphi_c| = 140^\circ \qquad \varphi_c = \begin{cases} 140^\circ \\ -140^\circ \end{cases}$$

$$\varphi_c = -140^\circ = -\frac{7}{9}\pi$$

Calcolo ω_c $\qquad \underline{/G(j\omega_c) = \varphi_c}$

$$\arctan\left(-\frac{\omega_c}{9}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega_c}{9}\right) = -\frac{7}{9}\pi$$

$$-2\arctan\left(\frac{\omega_c}{9}\right) = \left(-\frac{7}{9} + \frac{1}{2}\right)\pi$$

$$\frac{\omega_c}{9} = \tan\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{-14+9}{18}\right)\pi\right]$$

$$\omega_c = 9 \cdot \tan\frac{+5}{36}\pi \Rightarrow \omega_c = +4.19$$

Pongo $|G(j\omega)| = 1 \Rightarrow \dfrac{|K|\cancel{\sqrt{\omega_c^2+9^2}}}{\omega_c\cancel{\sqrt{\omega_c^2+9^2}}} = 1 \Rightarrow |K| = \omega_c$ $\qquad K = \begin{cases} 4.19 \\ -4.19 \end{cases}$

μ deve essere positivo

$$\mu = \lim_{s \to 0} s\,G(s) = \frac{K(s-9)}{(s+9)} = -K \qquad -K > 0 \qquad \boxed{K < 0}$$

Quindi $\boxed{K = -4.19}$

Controlli Automatici 14 luglio 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

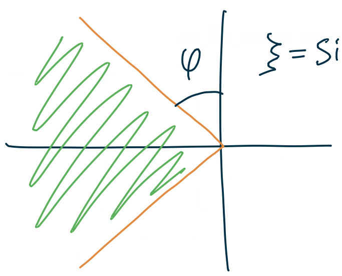
8 punti

1. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{16(s+8)}{(s+15)(s+4)(s+5)}$. Si determini il margine di ampiezza.

- 12 dB
- ∞
- 0 dB
- 6 dB
- 3 dB

2. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento ξ superiore ad un valore $\bar{\xi} > 0$ (cioè $1 > \xi > \bar{\xi} > 0$) è:

- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante



$\xi = \sin\varphi$

3. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+19}{s^3+4s^2+3s+19}$$

- 0,05
- ∞
- -1
- $-0{,}05$
- 1

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 3 \\ s^2 & 4 & 19 \\ s^1 & -1.75 & 0 \\ s^0 & // & \end{array}$$

A. INSTABILE

$$=0 \begin{cases} e_p = \infty \\ e_v = \infty \\ e_a = \infty \end{cases}$$

4. *(1 punto)* Quando possiamo dire di aver risolto un problema di controllo?

- Quando la variabile di interesse è all'incirca pari alla variabile di riferimento
- Quando la variabile misurata è costante
- Quando la variabile misurata è identica alla variabile di riferimento
- Quando la variabile di interesse è identicamente nulla
- Quando la variabile misurata è all'incirca pari alla variabile di riferimento

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{24(s+12)}{(s+19)(s+2)(s+4)}$. Si determini il margine di ampiezza.

- 6 dB
- 3 dB
- ∞
- 12 dB
- 0 dB

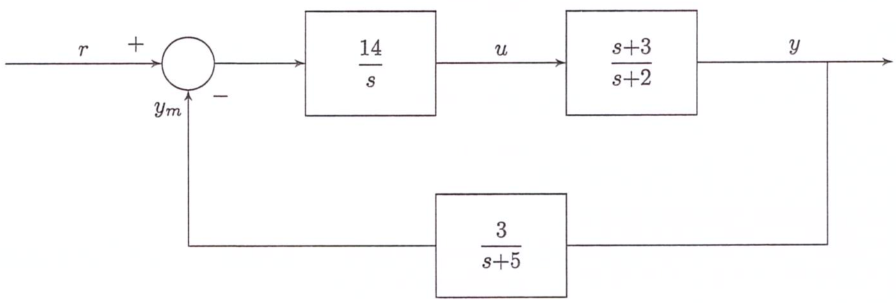
Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

Precisione statica

ESERCIZIO 1.

4 punti

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.
Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p = $, $e_v = $

Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s^2+4s-5}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 2s;
- errore di posizione inferiore al 38%.

Controlli Automatici 14 luglio 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

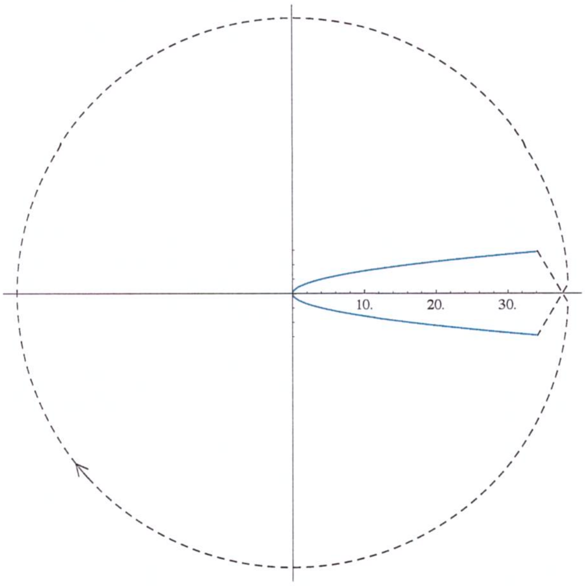
ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

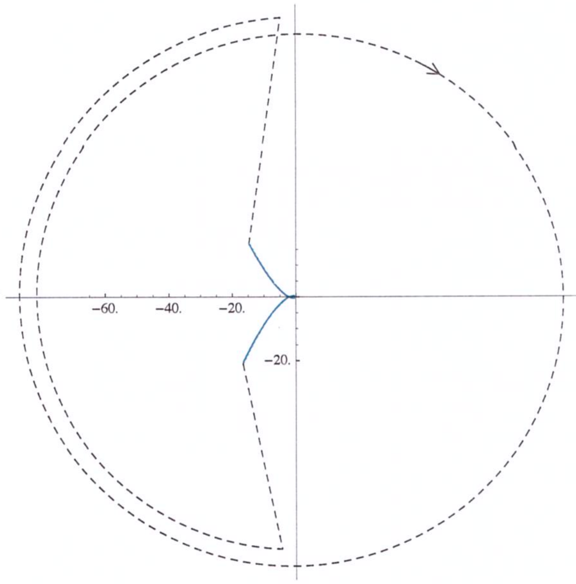
$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+5)^2}.$$

5 punti

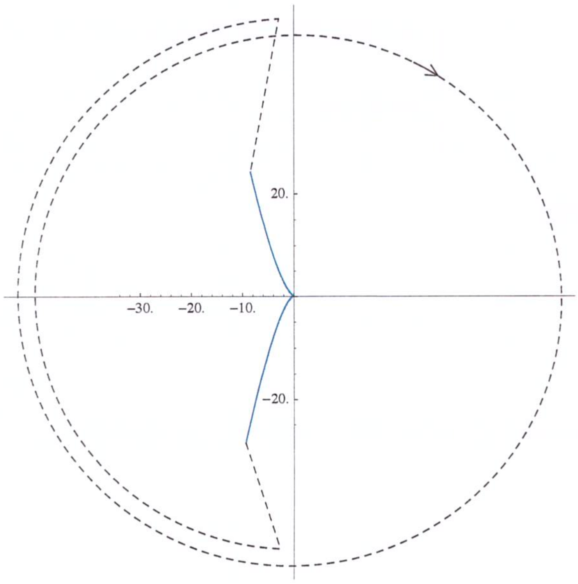
Si scelga il valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$ e del parametro $z \in \mathbb{R}$ in maniera che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.



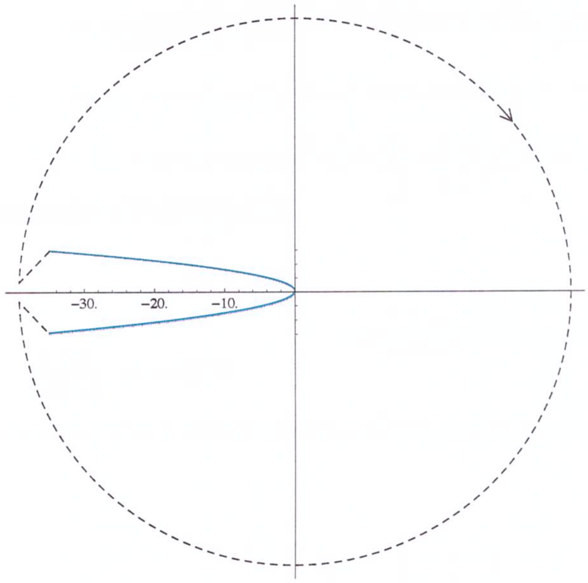
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$L(s) = \dfrac{s+1}{s^3}$ (A) Fig. (iii)

$L(s) = \dfrac{s+1}{s^2}$ (B) Fig. (i)

$L(s) = \dfrac{s-1}{s^2}$ (C) Fig. (ii)

$L(s) = \dfrac{(s+1)^2}{s^3}$ (D) Fig. (iv)

Precisione statica

1

$$G(s) = \frac{\frac{14}{s}\cdot\frac{s+3}{s+2}}{1+\frac{14}{s}\cdot\frac{s+3}{s+2}\cdot\frac{3}{s+5}} = \frac{14(s+3)}{\cancel{s(s+2)}}\cdot\frac{\cancel{s(s+2)}(s+5)}{s(s+2)(s+5)+42(s+3)}$$

$$\frac{14s^2+42s+70s+210}{s^3+2s^2+5s^2+10s+42s+126} = \frac{14s^2+112s+210}{s^3+7s^2+52s+126}$$

$7\cdot 52 > 126$ stabile

$\alpha_0 \neq \beta_0$ $\qquad e_v = \infty \qquad e_p = \left|\frac{210-126}{126}\right| = 0.$

Luogo delle radici

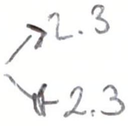
②

$$G(s) = \frac{1}{s^2+4s-5}$$ $T_{a_1} = 2$ $e_p < 38\% = 0.38$

$$= \frac{1}{(s-1)(s+5)}$$

polo dominante

$T_{a_1} = \frac{4.6}{|\sigma|} < 2$ $|\sigma| > 2.3$



σ ← polo dominante

Calcolo del baricentro x_B

$x_B = \frac{1}{v}\sum(-p_i)$ dove v = numero poli − numero zeri = 2 − 0 = 2

$x_B = \frac{1}{2}(-5+1) = -2$

Semplifico il polo −5 con uno zero $C(s) = K(s+z)$ con $z=5$

$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K}{s-1}$ $K > \bar{K}$ $\bar{K}$ si calcola attraverso la regola della punteggiatura

$\bar{K} = |x+p|_{x=\sigma} = |-2.3-1| = 3{,}3$ $K > 3{,}3$

Inserisco la condizione $e_p < 0.38$

$e_p = \left|\frac{1}{1+M_{GG}}\right| < 0{,}38$ $M_{GG} = \lim_{s\to 0} L(s) = -K$

$\left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.38 \Rightarrow \frac{1}{K-1} < 0.38 \Rightarrow K-1 > \frac{1}{0.38} \Rightarrow K > 3{,}63$

Metto a sistema

$$\begin{cases} K > 3{,}63 \leftarrow \\ K > 3{,}3 \end{cases}$$

Quindi $K = 4$ dato che deve essere maggiore di entrambi

Aggiungo un polo ad alta frequenza a C(s) per dargli senso fisico (3)

$$C(s) = \frac{K(s+z)}{1+sT} = \frac{9(s+5)}{1+sT}$$

$$T = \frac{1}{z \cdot 10} = \frac{1}{50}$$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K\frac{s+z}{(s+5)^2}$$ $M_a = 6dB$ $z = -5$

$$G(s) = \frac{K(s-5)}{(s+5)^2}$$ $M_a = 6dB = 10^{6/20} = 2$

Il guadagno dovrà essere maggiore di zero

$$\mu = \lim_{s \to 0} \cancel{s}G(s) = -\frac{5}{25}K \Rightarrow K<0$$

Calcolo ω_c

$$\angle G(j\omega) = -\pi \quad \underline{/K(j\omega-5)} - \underline{/(j\omega+5)^2} = -\pi$$

$$\operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega}{5}\right) - 2\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{5}\right) = -\pi$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{5}\right) = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{\omega}{5} = \tan\frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega_c = 5 \cdot \tan\frac{\pi}{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\omega_c = 5\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = Ma \qquad |G(j\omega)| = \frac{|K|\sqrt{\omega_c^2 + 5^2}}{\omega_c^2 + 5^2} = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2 + 5^2}}$$

$$\frac{1}{\frac{|K|}{\sqrt{W_c^2 + 25}}} = 2 \qquad = \frac{\sqrt{\omega_c^2 + 25}}{|K|} = 2$$

$$|K| = \frac{\sqrt{W_c^2 + 25}}{2} = \frac{\sqrt{25 \cdot 3 + 25}}{2} = 5$$

$K = -5$

$K = 5$

ma K deve essere < 0 per μ generalizzato

quindi $K = -5$

4

Controlli Automatici 06 luglio 2016 A	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+16}{s^3+2s^2+3s+16}$$

- 0,75
- ▶ ∞
- 1,25
- 1
- 0

2. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \frac{1}{(s+15)(s+3)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 12\frac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- $-85{,}5$
- $-1{,}67$
- 0
- 85,5
- 1,67

3. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento superiore ad un valore $\bar{\xi} > 0$ è:

- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante
- Un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

4. *(1 punto)* Quali sono gli effetti del controllo a ciclo chiuso?

- Sposta gli zeri del sistema da controllare
- Garantisce un errore di velocità sempre nullo
- Le prestazioni sono indipendenti dal sensore utilizzato
- Sposta i poli del sistema da controllare
- Mantiene la posizione dei poli del sistema da controllare

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+18)(s+3)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 25\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

0

−1,67

1,67

66,36

−66,36

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

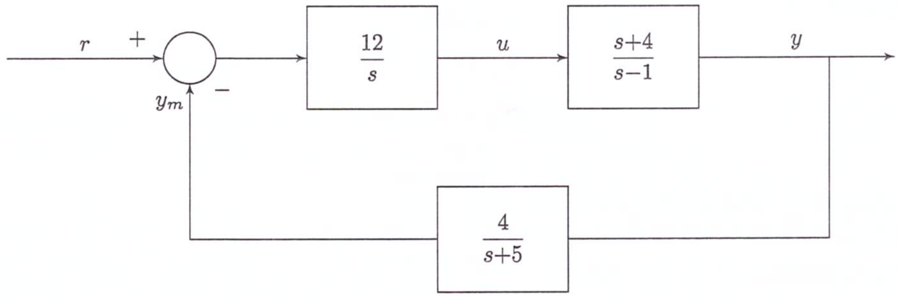
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$ $\qquad$, $\qquad e_v =$

Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{12(s+4)}{s(s-1)}}{1+\dfrac{12\cdot 4(s+4)}{s(s-1)(s+5)}} = \frac{12(s+4)(s+5)}{s^3+4s^2+43s+192}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è
$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 43 \\ s^2 & 4 & 192 \\ s & -5 & 0 \\ 1 & 192 & \end{array}.$$

La f.d.t. non è asintoticamente stabile per cui gli errori di posizione e di velocità sono infiniti.

Luogo delle radici

Esercizio 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s^2+6s-7}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 1,33s;
- errore di posizione inferiore al 25%.

Soluzione: L'impianto ha un polo in -7 ed un polo in $+1$. Se cancelliamo il polo in -7 possiamo poi scegliere un guadagno del controllore sufficientemente elevato da stabilizzare il sistema e soddisfare le altre due specifiche. Il controllore sarà pertanto del tipo

$$C(s) = k(s+7).$$

Ovviamente, siccome il grado relativo del controllore è negativo, aggiungeremo poi un polo in alta frequenza per la fisica realizzabilità. La specifica sul tempo di assestamento richiede $\sigma > 3{,}45$ e, tramite la regola della punteggiatura, ciò impone $k > 4{,}45$. Invece la specifica statica richiede $\left|\frac{1}{1-k}\right| < 0{,}25$, i.e., $k > 5$. Pertanto il controllore finale sarà, ad esempio,

$$C(s) = 5\frac{s+7}{1+\frac{s}{70}}.$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

Esercizio 1.

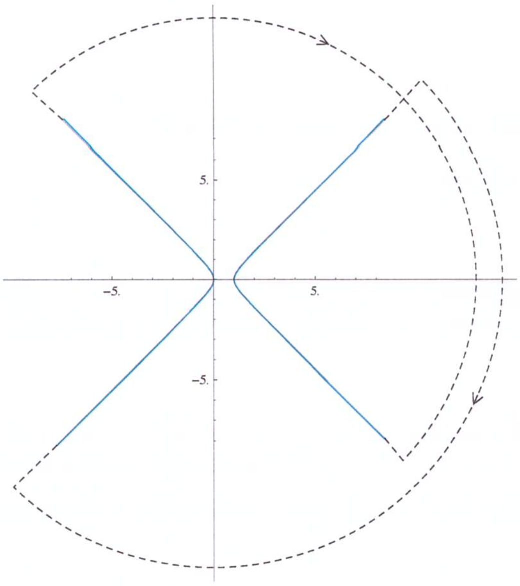
Si consideri la funzione di trasferimento di anello

5 punti

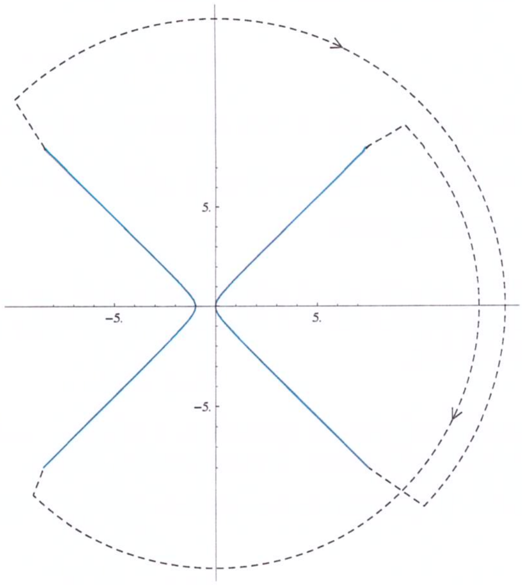
$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+8)}$$

chiusa in retroazione negativa unitaria. Si determini il massimo valore del ritardo τ che consenta di mantenere l'asintotica stabilità a ciclo chiuso.

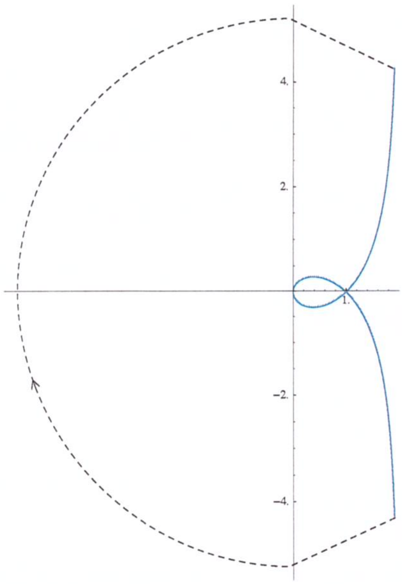
Soluzione: Per determinare il margine di fase occorre individuare la pulsazione di attraversamento $\omega_c \mid \; |G(j\omega_c)| = 1$. In particolare $\omega_c = 0{,}12$rad/s ed il margine di fase corrispondente sarà pari a 89.38°. Quindi il massimo ritardo ammissibile sarà pari a 12,48s.



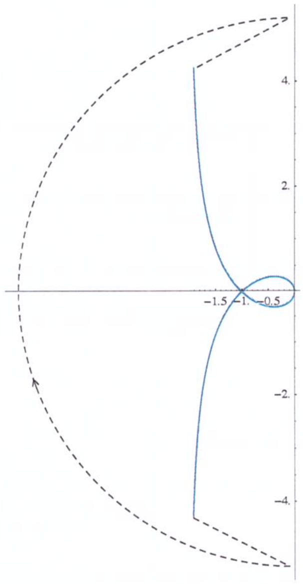
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ESERCIZIO 2.
Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$L(s) = \dfrac{s-1}{s^2+1}$	(A) Fig. (ii)
$L(s) = \dfrac{(s+1)}{s(s-1)}$	(B) Fig. (iv)
$L(s) = \dfrac{s-1}{s(s+1)}$	(C) Fig. (i)
$L(s) = \dfrac{s+1}{s^2+1}$	(D) Fig. (iii)

Precisione statica

$$G(s) = \frac{\frac{12}{s} \cdot \frac{s+4}{s-1}}{1 + \frac{4}{s+5} \cdot \frac{12}{s} \cdot \frac{s+4}{s-1}} = \frac{12(s+4)}{s\cancel{(s-1)}} \cdot \frac{(s+5)\cancel{(s)}(s-1)}{s(s+5)(s-1) + 48(s+4)}$$

$$\frac{12(s+4)(s+5)}{s^3 + 5s^2 - s^2 - 5s + 48s + 192}$$

$$s^3 + 4s^2 + 43s + 192$$

Routh : $4 \times 43 > 192$ $\quad 172 > 192$ no

instabile $\Rightarrow$ $e_p = e_v = \infty$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 6s - 7} \qquad T_{a1} = 1.33s \qquad e_p = 25\% = 0.25$$

$$= \frac{1}{(s+7)(s-1)}$$

Trovo il polo dominante $\quad \frac{4.6}{|\delta|} < 1.33 \rightarrow |\delta| > \frac{4.6}{1.33} \quad \delta > 3.45$, $\underline{\delta < -3.45}$ polo dominante

Calcolo il baricentro $\frac{1}{2}(1-7) = -\frac{6}{2} = -3$

Semplifico il polo -7 con uno zero per la realizzazione di un controllore del tipo $\quad C(s) = K(s+z) = K(s+7)$

$$L(s) = G(s)\,C(s) = \frac{1}{\cancel{(s+7)}(s-1)} \cdot K\cancel{(s+7)} = \frac{K}{s-1}$$

$K > \bar{K}$ $\quad$ Calcolo $\bar{K}$ con il metodo delle punteggiate

$$K = |x + p|_{x=\delta} = |-3.45 - 1| = 4.45 \qquad K > 4.45$$

Aggiungo l'altra specifica imposta dalla traccia ②

$$e_p = \left|\frac{1}{1+M_{cc}}\right| < 0.25 \qquad M_{cc} = \lim_{s\to 0} L(s) = -K$$

$$e_p = \left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.25 \qquad \frac{1}{K-1} < 0.25 \Rightarrow K-1 > \frac{1}{0.25}$$

$$K > 5 \qquad \begin{cases} K > 5 \\ K > 4.45 \end{cases} \qquad K > 5$$

Quindi $K = 6$

Aggiungo un polo ad alta frequenza

$$C(s) = \frac{K(s+z)}{1+sT} \qquad \text{con } T = \frac{1}{z\cdot 10}$$

$$C(s) = \frac{6(s+7)}{1+\frac{s}{70}}$$

Prog. in frequenza

3

$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+8)} \qquad L(s) = e^{-st} \cdot \overbrace{\frac{1}{s(s+8)}}^{G'(j\omega)}$$

Per essere a.s. $\tau < \frac{\varphi_m}{\omega_c}$ $\rightarrow$ calcolo $|G'(j\omega)| = 1$

$$\frac{1}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+8^2}} = 1 \Rightarrow 1 = \omega_c\sqrt{\omega_c^2+8^2}$$

$$1 = \omega_c^2(\omega_c^2+8^2) \Rightarrow \omega_c^4 + 64\omega_c^2 - 1 = 0$$

$$\omega_c = \begin{cases} 0.1249 \leftarrow \text{considero questa soluzione} \\ -0.1249 \\ 8j \\ -8j \end{cases}$$

$$\varphi_c = \angle G'(j\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{\omega_c}{8}\right)$$

$$= -\frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{0.12}{8}\right) = -1.585$$

$$\varphi_m = \pi - |\varphi_c| = \pi - 1.585 = 1.55$$

$$\tau < \frac{1.55}{0.12} = 12.91 \text{ s}$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di $\varphi_m > \frac{\pi}{2}$ se:

- il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto $x_A > -1$
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sotto di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario nel terzo quadrante
- il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto $x_A > -1$
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sopra di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

2. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \frac{1}{(s+18)(s+4)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 18\frac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- 0
- 110
- $-1{,}67$
- 1,67
- -110

3. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s+15}{s^3+2s^2+3s+15}$$

- 0
- ∞
- 1,27
- 1
- 0,73

4. *(1 punto)* Quando possiamo dire di aver risolto un problema di controllo?

- Quando la variabile misurata è all'incirca pari alla variabile di riferimento
- Quando la variabile misurata è costante
- Quando la variabile di interesse è identicamente nulla
- Quando la variabile di interesse è all'incirca pari alla variabile di riferimento
- Quando la variabile misurata è identica alla variabile di riferimento

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+17)(s+3)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 12\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- -105
- $1{,}67$
- 105
- 0
- $-1{,}67$

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

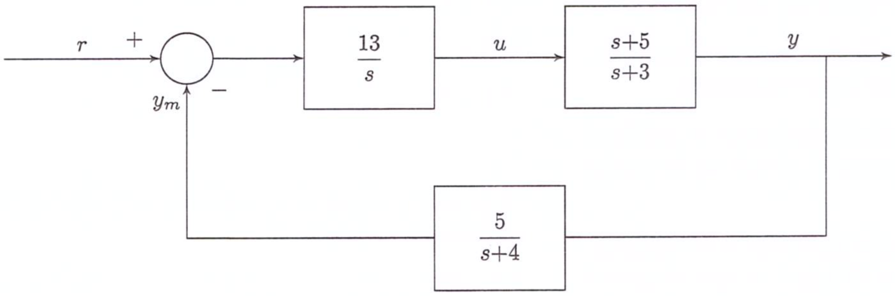
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$, $e_v =$

Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{13(s+5)}{s(s+3)}}{1+\dfrac{13\cdot 5(s+5)}{s(s+3)(s+4)}} = \frac{13(s+5)(s+4)}{s^3+7s^2+77s+325}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è
$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 77 \\ s^2 & 7 & 325 \\ s & 30{,}57 & 0 \\ 1 & 325 & \end{array}.$$

La f.d.t. è asintoticamente stabile per cui possiamo valutare errore di posizione ed errore di velocità. Avremo

$$e_p = 0.2\ (20\%),\ \text{and}\ \ e_v = \infty\ .$$

Luogo delle radici

Esercizio 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

Soluzione: La specifica statica richiede di inserire un polo nell'origine per cui proviamo a risolvere il problema con un controllore di tipo PI, ossia $C(s) = k\frac{s+z}{s}$. La specifica dinamica richiede un'ascissa di convergenza tale che $|\sigma| > 11{,}5$.
Proviamo pertanto a fissare $z = 13$. Il punto multiplo si avrà in -27.42 quando $k = 57{,}84$. In corrispondenza di tale valore di k l'errore di velocità sarà pari a 0,4% e quindi tutte le specifiche saranno soddisfatte.

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

Esercizio 1.

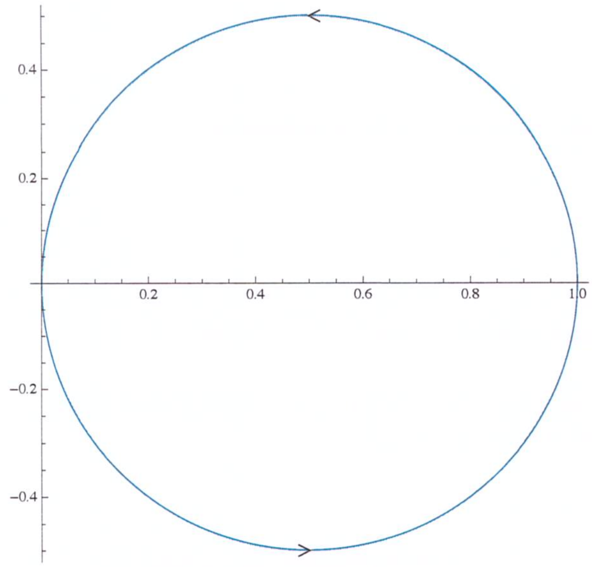
Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-10}{s(s+10)}$$

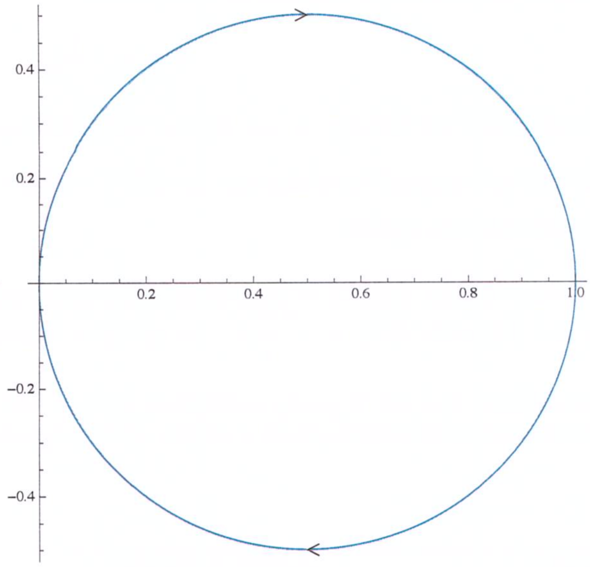
5 punti

e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.

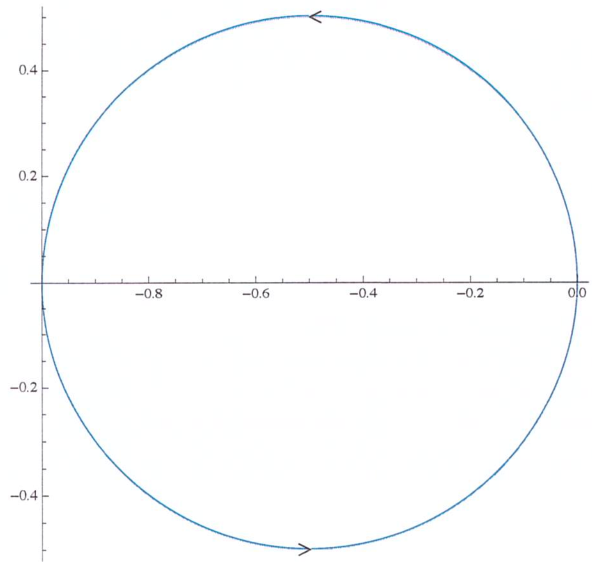
Soluzione: Il margine di ampiezza è dato dal valore di $|G(j\omega_\pi)|$ dove ω_π è la pulsazione in corrispondenza della quale $\angle G(j\omega_\pi) = -180°$. La $G(s)$ ha un polo a parte reale negativa ed uno zero a parte reale positiva, con guadagno pari a $-k$. Pertanto, se $k < 0$ il guadagno sarà positivo e la fase partirà dal valore di $-90°$ per poi decrescere sempre fino alla fase $-270°$. Quindi $\angle G(j\omega_\pi) = -90° - 2\arctan\frac{\omega_\pi}{10} = -180° \Rightarrow \omega_\pi = 10\,\text{rad/s}$. Inoltre, poiché $|G(j\omega_\pi)| = \left|\frac{k}{\omega_\pi}\right|$, per avere un margine di ampiezza pari a 3 dB occorre $k = -7{,}08$.



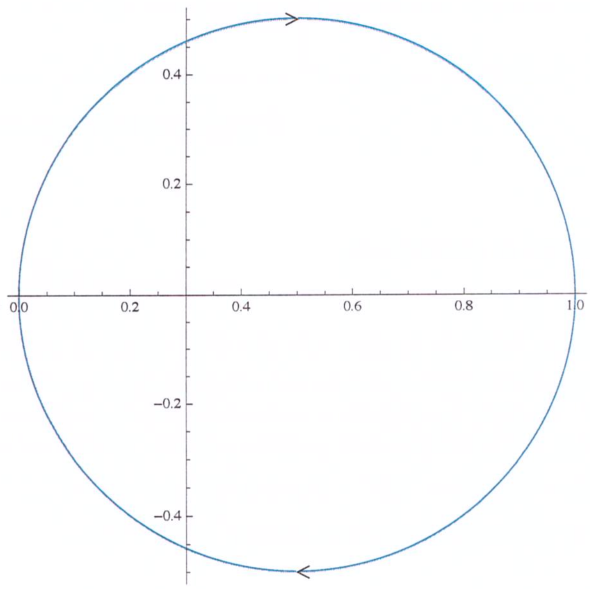
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Esercizio 2.
Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti	

$$L(s) = \frac{s}{s-1}$$ (A) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s}{s+1}$$ (B) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{1}{s-1}$$ (C) Fig. (iii)

$$L(s) = \frac{1}{s+1}$$ (D) Fig. (i)

Precisione statica

$$G(s) = \frac{\frac{13}{s}\left(\frac{s+5}{s+3}\right)}{1 + \frac{13}{s}\cdot\frac{s+5}{s+3}\cdot\frac{5}{s+4}} = \frac{13}{\cancel{s}}\cdot\frac{s+5}{s+3}\cdot\frac{\cancel{s(s+3)}(s+4)}{s(s+3)(s+4)+65(s+5)}$$

$$\frac{13(s+5)(s+4)}{s^3+3s^2+4s^2+12s+65s+325}$$

$s^3+7s^2+77s+325$

$7\cdot 77 > 325$ stabile

$$\frac{13s^2+65s+52s+260}{s^3+7s^2+77s+325} = \frac{13s^2+117s+260}{s^3+7s^2+77s+325} \quad \left(\frac{\beta_m}{\alpha_m}\right)$$

$\alpha_0 \neq \beta_0 \Rightarrow$ $\underline{e_v = \infty}$

$e_p = \left|\frac{\beta_0-\alpha_0}{\alpha_0}\right| = \left|\frac{260-325}{325}\right| = \underline{0.2}$

Luogo delle radici

$G(s) = \frac{1}{s-3}$ $\quad T_{a1} < 0.4s \quad e_v = 10\% = 0.1$

Polo dominante $\quad T_{a1} = \frac{4.6}{|\delta|} < 0.4 \quad |\delta| > \frac{4.6}{0.4} \quad \delta > 11.5$

$\underline{\delta < -11.5} \leftarrow$

$C(s) = \frac{k(s+z)}{s} \quad z: \delta > 11.5 \Rightarrow z = 13$

$L(s) = C(s)\cdot G(s) = \frac{k(s+13)}{s(s-3)}$

Punto multiplo $(k=1)$

$$\gamma(x) = \frac{-D(s)}{N(s)} = -\frac{x(x-3)}{x+13} = \frac{-x^2+3x}{x+13}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x+3)(x+13)+x^2-3x}{(x+13)^2} = \frac{-2x^2+\cancel{3x}-26x+39+x^2-\cancel{3x}}{(x+13)^2}$$

$-x^2 - 26x + 39 = 0$ $\quad x = \begin{cases} 1.42 \\ -27.42 \leftarrow \text{punto di minimo} \end{cases}$

$s^* = -27.42$

$K > \bar{K} \quad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-27.42^2 - 3 \cdot 27.42}{-27.42 + 13} \right| = 57.84$

$K > 57.84$

Ma $e_v = \left| \frac{1}{\mu} \right| < 0.1 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} sL(s) = -\frac{13}{3} K$

$\left| \frac{1}{-\frac{13}{3} K} \right| < 0.1 \qquad \left| -\frac{3}{13 K} \right| < 0.1$

$\frac{3}{13 K} < 0.1 \Rightarrow K > \frac{3}{13 \cdot 0.1} > 2.30$

$K = 58 \qquad C(s) = \frac{58(s+13)}{s}$

Progetto in frequenza

$G(s) = K \cdot \frac{s-10}{s(s+10)} \qquad M_a = 3\,dB = 10^{3/20} = 1.41$

$\mu > 0 \Rightarrow \mu = \lim_{s \to 0} sG(s) = -K \qquad K < 0$

Calcolo $\omega_c \rightarrow \angle G(j\omega) = -\pi \Rightarrow$ $\arctg\left(-\frac{\omega}{10}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{\omega}{10}\right) = \pi$

$-2 \arctg\left(\frac{\omega}{10}\right) = -\frac{\pi}{2}$

$\arctg\left(\frac{\omega}{10}\right) = \frac{\pi}{4}$

$\frac{\omega}{10} = \tan\frac{\pi}{4} \qquad \omega_c = 10$

3

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \left|\frac{K(j\omega-10)}{j\omega(j\omega+10)}\right| = \frac{|K|}{\omega_c}$$

$$\frac{\omega_c}{|K|} = 1.41 \Rightarrow |K| = \frac{10}{1.41} = 7.09$$

$$K = -7.09$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento superiore ad un valore $\bar{\xi} > 0$ è:

- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

2. *(1 punto)* Quali sono gli effetti del controllo a ciclo chiuso?

- Garantisce un errore di velocità sempre nullo
- Le prestazioni sono indipendenti dal sensore utilizzato
- Sposta i poli del sistema da controllare
- Sposta gli zeri del sistema da controllare
- Mantiene la posizione dei poli del sistema da controllare

3. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s-4}{s^3+4s^2+4s+8}$$

- 0,5
- ∞
- 1,5
- 0
- 1

4. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{12}{(s+17)(s+2)(s+5)}$. Si determini il margine di fase.

- 33.67°
- −27°
- ∞
- 180°
- 0

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{10}{(s+19)(s+5)(s-3)}$. Si determini il margine di fase.

- $-27°$
- ∞
- 0
- $33.67°$
- $180°$

> **Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.**

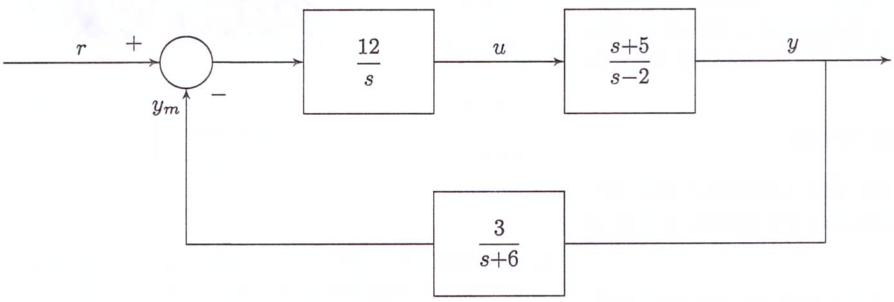
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$ ☐ , $e_v =$ ☐

Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{12(s+5)}{s(s-2)}}{1+\dfrac{12\cdot 3(s+5)}{s(s-2)(s+6)}} = \frac{12(s+5)(s+6)}{s^3+4s^2+24s+180}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è
$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 24 \\ s^2 & 4 & 180 \\ s & -21 & 0 \\ 1 & 180 & \end{array}.$$

La f.d.t. non è asintoticamente stabile per cui gli errori di posizione e di velocità sono infiniti.

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2+8s-9}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 1s;
- errore di posizione inferiore al 19%.

Soluzione: L'impianto ha un polo in -9 ed un polo in $+1$. Se cancelliamo il polo in -9 possiamo poi scegliere un guadagno del controllore sufficientemente elevato da stabilizzare il sistema e soddisfare le altre due specifiche. Il controllore sarà pertanto del tipo

$$C(s) = k(s+9).$$

Ovviamente, siccome il grado relativo del controllore è negativo, aggiungeremo poi un polo in alta frequenza per la fisica realizzabilità. La specifica sul tempo di assestamento richiede $\sigma > 4{,}6$ e, tramite la regola della punteggiatura, ciò impone $k > 5{,}6$. Invece la specifica statica richiede $\left|\frac{1}{1-k}\right| < 0{,}19$, i.e., $k > 6{,}26$. Pertanto il controllore finale sarà, ad esempio,

$$C(s) = 6\frac{s+9}{1+\frac{s}{90}}.$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

Esercizio 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-7}{s(s+7)}$$

5 punti

e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di fase pari a 50°.

Soluzione: Il margine di fase è dato dal valore di $|G(j\omega_c)|$ dove ω_c è la pulsazione in corrispondenza della quale $|G(j\omega_c)| = 1$. La $G(s)$ ha un polo a parte reale negativa ed uno zero a parte reale positiva, con guadagno pari a $-k$. Pertanto, se $k < 0$ il guadagno sarà positivo e la fase partirà dal valore di $-90°$ per poi decrescere sempre fino alla fase $-270°$. Pertanto occorre scegliere k in maniera tale che $\angle G(j\omega_c) = -90° - 2\arctan\frac{\omega_c}{7} = -130° \Rightarrow \omega_c = 2.55\,\text{rad/s}$. Inoltre, poiché $|G(j\omega_c)| = \left|\frac{k}{\omega_c}\right|$, per avere un margine di fase pari a 50° occorre $k = -2.55$.

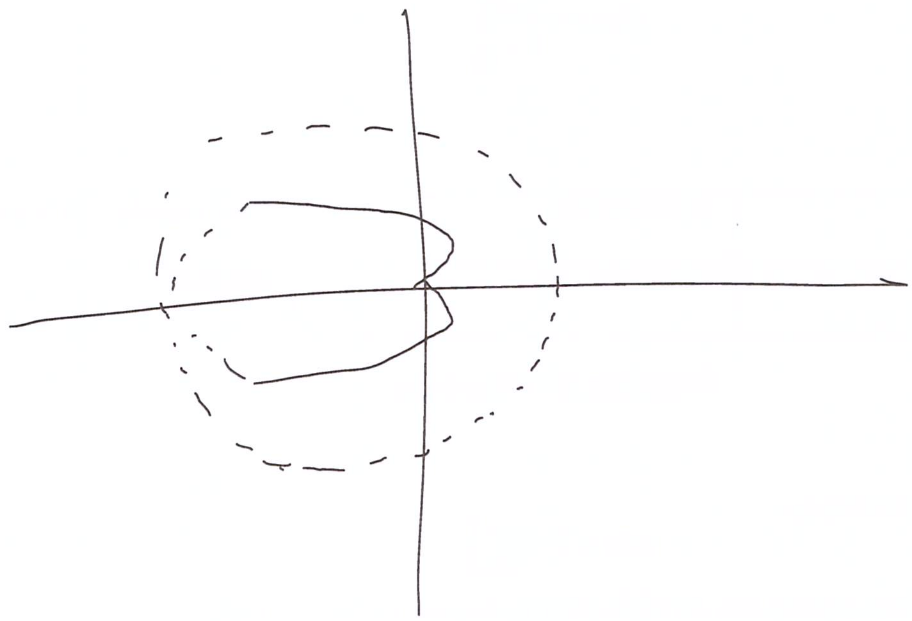
Esercizio 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = 5\frac{s+3}{s^2(s+1)}.$$ [redacted]

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.

5 punti

[redacted] [redacted]



$s^2(s+1) + 5s + 15$

$s^3 + s^2 + 5s + 15$ $\quad 1 \cdot 5 > 15$ NO INSTABILE

$$G(s) = \frac{\frac{12}{s}\cdot\frac{s+5}{s-2}}{1+\frac{3}{s+6}\cdot\frac{12}{s}\cdot\frac{s+5}{s-2}} = \frac{12}{\cancel{s}}\cdot\frac{s+5}{\cancel{s-2}}\cdot\frac{\cancel{s}(s+6)(\cancel{s-2})}{s(s+6)(s-2)+36(s+5)}$$

$$\frac{12(s+5)(s+6)}{s^3+6s^2-2s^2-12s+36s+180}$$

$s^3+4s^2+24s+180$

$96 > 180$ no

instabile

$$e_v = e_p = \infty$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2+8s-9}$$

$e_p < 18\%$ $\quad e_p < 0.19$

$T_{a1} < 1s$

$$= \frac{1}{(s-1)(s+9)}$$

Trovo il polo dominante $\quad T_{a1} = \frac{4.6}{|\delta|} < 1 \Rightarrow |\delta| > 4.6$

$\underline{\delta < -4.6}$ polo dom.

Calcolo il baricentro

$$x_B = \frac{1}{2}(1-9) = -4$$

Semplifico il polo -9 con uno zero $\quad C(s) = K(s+z)$ con $z = 9$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K}{s-1}$$

$K > \bar{K}$ ottenuto con la regola della punteggiatura

$$\bar{K} = |x+p|\,\Big|_{\substack{x=\delta \\ p=-1}} = |-4.6-1| = 5.6 \qquad K > 5.6$$

$$e_p = \left| \frac{1}{1+M_{CG}} \right| < 0.19$$ (2)

$$M = \lim_{s \to 0} L(s) = \frac{K}{0-1} = -K$$

$$\left| \frac{1}{1-K} \right| < 0.19 \qquad \frac{1}{K-1} < 0.19 \qquad K-1 > \frac{1}{0.19} \qquad K > 6.26$$

$$K = 7$$

$$T = \frac{1}{Z \cdot 10} = \frac{1}{90}$$

$$C(s) = 7 \frac{(s+9)}{\left(1 + \frac{s}{90}\right)}$$

$$G(s) = K \cdot \frac{s-7}{s(s+7)} \qquad \varphi_m = 50^\circ$$

$$\varphi_m = 180 - |\varphi_c| = 50^\circ \qquad |\varphi_c| = 130 \qquad \varphi_c = -130$$

$$\varphi_c = -\frac{13}{18}\pi$$

$\omega_c \quad \underline{\angle G(j\omega_c)} = \varphi_c$

$$\operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega_c}{7}\right) - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{7}\right) = -\frac{13}{18}\pi$$

$$-2\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{7}\right) = -\frac{2}{9}\pi$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{7}\right) = \frac{1}{9}\pi \qquad \frac{\omega_c}{7} = \tan\left(\frac{1}{9}\pi\right) \Rightarrow \omega_c = 2.54$$

pongo

$$|G(j\omega)| = 1 \rightarrow \frac{|K| \cancel{\sqrt{s^2+7^2}}}{\omega_c \cancel{\sqrt{s^2+7^2}}} = 1 \qquad |K| = \omega_c$$

μ deve ~~essere~~ > 0 $\qquad \mu = \lim_{s \to 0} s\,G(s) = -K \Rightarrow K < 0$

$$K = -2.54$$

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+20)(s+4)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 13\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

(a) −171,69

(b) 0

▶ ~~(c)~~ 171,69

(d) −1,67

(e) 1,67

$s(s+20)(s+4) + 13s + 13z$

$s^3 + 20s^2 + 4s^2 + 80s + 13s + 13z$

$s^3 + 24s^2 + 93s + 13z$

$z = \frac{24 \cdot 93}{13} = 171.69$

2. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con sovraelongazione inferiore ad un valore $\bar{S}_{\%}$ è:

(a) Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

(b) Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

(c) Un cerchio centrato nell'origine

▶ ~~(d)~~ Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante

(e) Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

3. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s-5}{s^3+4s^2+5s+6}$$

$20 > 6$

(a) 0

▶ ~~(b)~~ 1,83

(c) 0,17

(d) 1

(e) ∞

$\left|\frac{-5-6}{6}\right| = 1.83$

4. *(1 punto)* Quando è possibile impiegare il controllo a ciclo aperto in sostituzione di quello in retroazione?

(a) Quando il processo da controllare ha sensori precisi

(b) Quando il processo da controllare presenta un attuatore veloce

(c) Quando il processo da controllare è perfettamente noto

▶ ~~(d)~~ Quando il processo da controllare è stabile

(e) Quando il processo da controllare non è perfettamente noto

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+15)(s+5)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 21\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- ▶ 91,43
- $-1{,}67$
- 1,67
- $-91{,}43$
- 0

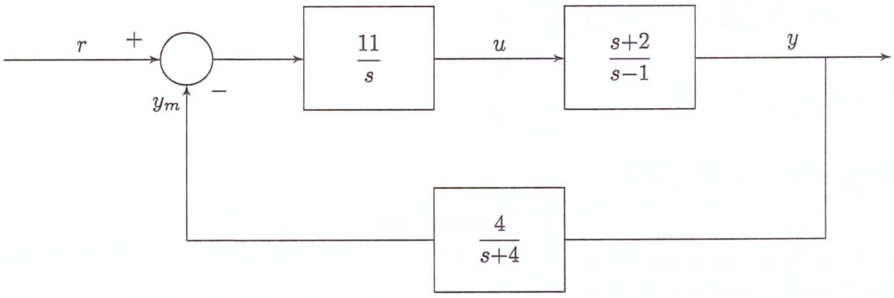
Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

Precisione statica

ESERCIZIO 1.

4 punti

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.
Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t\cdot 1(t)$.



$e_p =$ ☐ , $e_v =$ ☐

Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{11(s+2)}{s(s-1)}}{1+\dfrac{11\cdot 4(s+2)}{s(s-1)(s+4)}} = \frac{11(s+2)(s+4)}{s^3+3s^2+40s+88}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è
$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 40 \\ s^2 & 3 & 88 \\ s & 10{,}67 & 0 \\ 1 & 88 & \end{array}.$$

La f.d.t. è asintoticamente stabile per cui possiamo valutare errore di posizione ed errore di velocità. Avremo
$$e_p = 0\ (0\%), \text{ and } \ e_v = 0.3\ (30\%)\ .$$

Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

Soluzione: La specifica statica richiede di inserire un polo nell'origine per cui proviamo a risolvere il problema con un controllore di tipo PI, ossia $C(s) = k\frac{s+z}{s}$. La specifica dinamica richiede un'ascissa di convergenza tale che $|\sigma| > 23$.
Proviamo pertanto a fissare $z = 25$. Il punto multiplo si avrà in -51.46 quando $k = 105{,}92$. In corrispondenza di tale valore di k l'errore di velocità sarà pari a 0,1% e quindi tutte le specifiche saranno soddisfatte.

Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

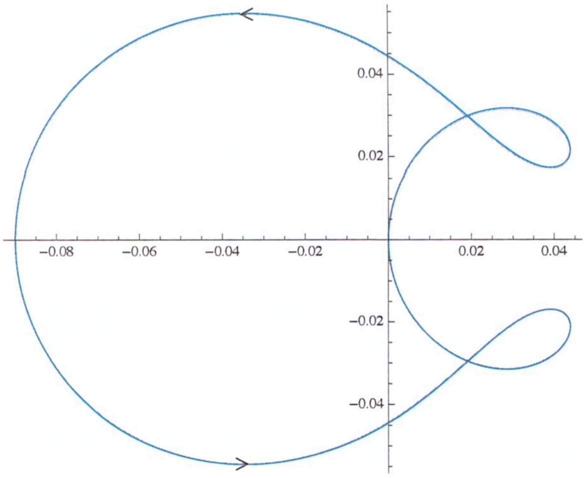
Esercizio 1.
Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+2)^2}.$$

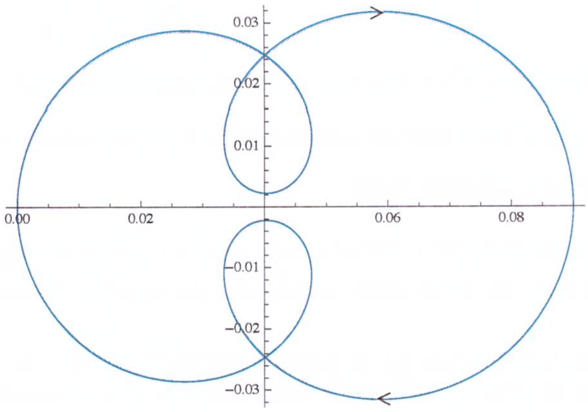
5 punti

Si scelga il valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$ e del parametro $z \in \mathbb{R}$ in maniera che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

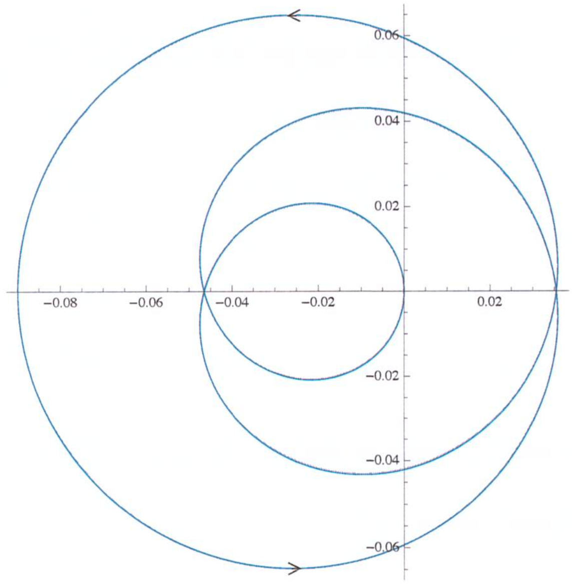
Soluzione: Se scegliamo $z = -2$ otteniamo $\omega_\pi = 2\sqrt{3}$. Occorre un k negativo pari a -2.



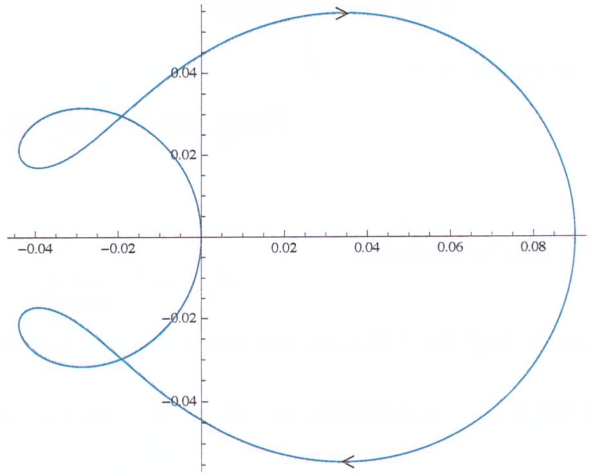
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti	

$$L(s) = \frac{s^2+4s+9}{(s-1)(s-10)^2}$$ (A) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{s^2+4s+9}{(s+1)(s+10)^2}$$ (B) Fig. (iii)

$$L(s) = \frac{s^2-4s+9}{(s+1)(s-10)^2}$$ (C) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s^2+4s+9}{(s-1)(s+10)^2}$$ (D) Fig. (i)

Precisione statica

$$\frac{\frac{11}{s}\cdot\frac{s+2}{s-1}}{1+\frac{4}{s+4}\cdot\frac{11}{s}\cdot\frac{s+2}{s-1}} = \frac{11(s+2)}{\cancel{s(s-1)}}\cdot\frac{\cancel{s(s-1)}(s+4)}{s(s-1)(s+4)+44(s+2)}$$

$$\frac{(11s+22)(s+4)}{s^3-s^2+4s^2-4s+44s+88}$$

$s^3+3s^2+40s+88$

$3\cdot 40 > 88$ si

as. stabile

$$\frac{11s^2+22s+44s+88}{s^3+3s^2+40s+88}$$

$e_p = 0$

$$e_v = \left|\frac{66-40}{88}\right| = 0.30$$

Luogo delle Radici

$$G(s) = \frac{1}{s-3} \qquad T_{a1} \le 0.2s \qquad e_v \le 5\% \qquad e_v < 0.05$$

$$T_{a1} = \frac{4.6}{|\delta|} < 0.2 \qquad |\delta| > \frac{4.6}{0.2}$$

$\delta > 23$

$\underline{\delta < -23}$ polo dominante

$$C(s) = \frac{k(s+z)}{s} \qquad z = 25$$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{k(s+25)}{s(s-3)}$$

punto multiplo $\underline{k=1}$

$$\gamma(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{x(x-3)}{x+25} = \frac{-x^2+3x}{x+25}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x+3)(x+25)+x^2-3x}{(x+25)^2} = \frac{-2x^2+\cancel{3x}-50x+75+x^2-\cancel{3x}}{(x+25)^2} =$$

$$= \frac{-x^2-50x+75}{(x+25)^2} \qquad -x^2-50x+75=0 \qquad x \begin{cases} 1.45 \\ -51.45 \end{cases}$$

$s^* = -51{,}45$ (2)

$K > \bar{K} \qquad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-51.45(-51.45-3)}{-51.45+25} \right| = 105.87$

$K > 105.87$

$e_v = \left| \frac{1}{M} \right| < 0.05 \qquad M = \lim_{s \to 0} s\,L(s) = -\frac{25}{3} K$

$\left| -\frac{3}{25K} \right| < 0.05 \qquad \frac{3}{25K} < 0.05 \qquad K > \frac{3}{25 \cdot 0.05} = 2.4$

$K = 110$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K \cdot \frac{s+z}{(s+2)^2} \qquad M_a = 6dB = 10^{6/20} = 2$$

Pongo $z = -2$ $\qquad G(s) = K \cdot \frac{(s-2)}{(s+2)^2}$

$$\mu = \lim_{s \to 0} G(s) = \frac{-2K}{4} \qquad \boxed{K<0}$$

$$\omega_c \qquad \angle G(j\omega) = -\pi$$

$$\text{arctg}\left(-\frac{\omega_c}{2}\right) - 2\,\text{arc}\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = -\pi$$

$$-3\,\text{arctg}\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = -\pi$$

$$\frac{\omega_c}{2} = \tan\frac{\pi}{3} \Rightarrow \omega_c = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \frac{|K|\sqrt{\omega_c^2+2^2}}{\omega_c^2+2^2} = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2+2^2}}$$

$$\frac{\sqrt{\omega_c^2+2^2}}{|K|} = 2 \qquad |K| = \frac{\sqrt{\omega_c^2+2^2}}{2} = 2$$

$$\boxed{K = -2}$$

Controlli Automatici 15 settembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di $\bar{\varphi}_m < \frac{\pi}{2}$ e comunque minore di $\frac{\pi}{2}$ se:

- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante (in corrispondenza di $\bar{\varphi}_m$) e il semiasse negativo delle ordinate
- il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto $x_A > -1$
- il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto $x_A > -1$
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel terzo quadrante (in corrispondenza di $\bar{\varphi}_m$) e il semiasse negativo delle ordinate
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel terzo quadrante (in corrispondenza di $\bar{\varphi}_m$) e il semiasse reale negativo delle ascisse

2. *(1 punto)* Quando possiamo dire di aver risolto un problema di controllo?

- Quando la variabile di interesse è identicamente nulla
- Quando la variabile misurata è costante
- Quando la variabile misurata è identica alla variabile di riferimento
- Quando la variabile di interesse è all'incirca pari alla variabile di riferimento
- Quando la variabile misurata è all'incirca pari alla variabile di riferimento

3. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \frac{1}{(s+6)(s-2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 24\frac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- 6
- $-1{,}2$
- -2
- 2
- -6

4. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+4}{s^3+5s^2+8s+4}$$

- 1
- ∞
- 0
- 2
- -1

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+3)(s-2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 12\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- −1,5
- −0,5
- −0,3
- 1,5
- 0,5

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

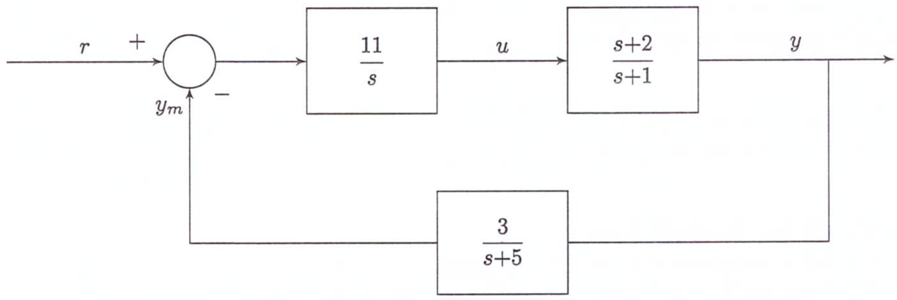
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r - y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r - y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$ ______ , $e_v =$ ______

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2+6s-7}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 1,33s;
- errore di posizione inferiore al 25%.

Controlli Automatici 15 settembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

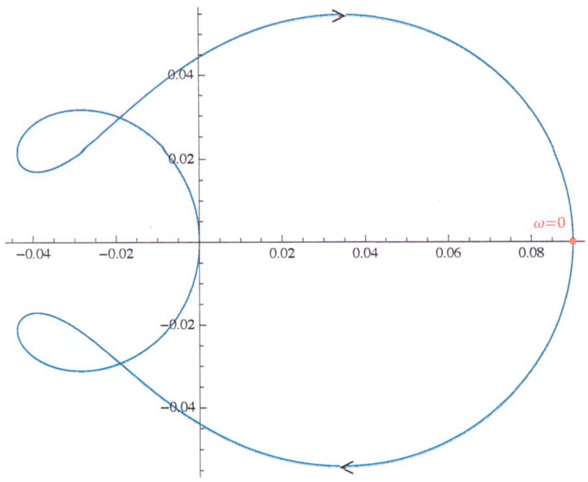
ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

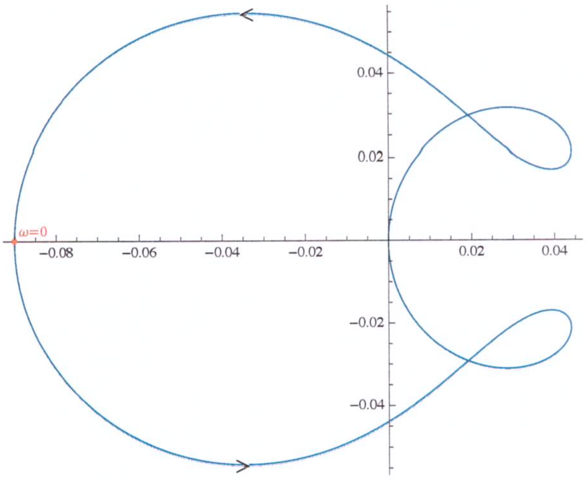
$$G(s) = k \cdot \frac{s-7}{s(s+7)}$$

5 punti

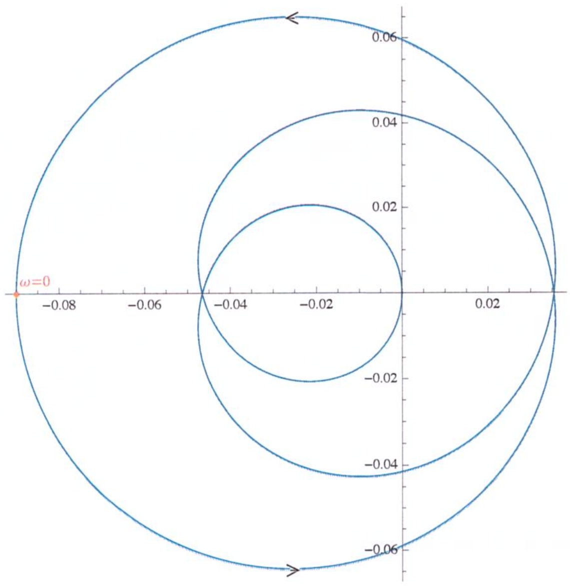
e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.



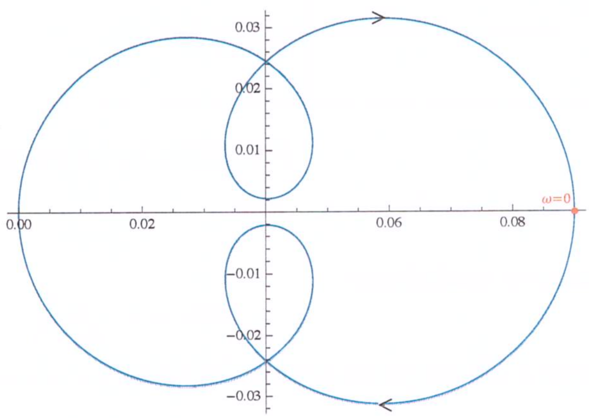
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Esercizio 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$L(s) = \dfrac{s^2+4s+9}{(s+1)(s+10)^2}$	(A) Fig. (i)
$L(s) = \dfrac{s^2+4s+9}{(s-1)(s+10)^2}$	(B) Fig. (iv)
$L(s) = \dfrac{s^2-4s+9}{(s+1)(s-10)^2}$	(C) Fig. (ii)
$L(s) = \dfrac{s^2+4s+9}{(s-1)(s-10)^2}$	(D) Fig. (iii)

Precisione statico

$$G(s) = \frac{\frac{11}{s} \cdot \frac{s+2}{s+1}}{1 + \frac{11}{s} \cdot \frac{s+2}{s+1} \cdot \frac{3}{s+5}} = \frac{11(s+2)}{s\cancel{(s+1)}} \cdot \frac{\cancel{s(s+1)}(s+5)}{s(s+1)(s+5) + 33(s+2)} =$$

$$= \frac{11(s+2)(s+5)}{s^3 + s^2 + 5s^2 + 5s + 33s + 66} =$$

$s^3 + 6s^2 + 38s + 66$

$6 \cdot 38 > 66$ sì

as stabile

$$\frac{11s^2 + 22s + 55s + 110}{s^3 + 6s^2 + 38s + 66}$$

$\alpha_0 \neq \beta_0$ $\qquad e_p = \left| \frac{110 - 66}{66} \right| = 0.67$

$e_v = \infty$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 6s - 7}$$

$T_{a1} < 1.33s$ $\quad e_p < 25\%$ $\quad e_p = 0.25$

$$= \frac{1}{(s-1)(s+7)}$$

$$T_{a1} = \frac{4.6}{|\delta|} < 1.33 \qquad |\delta| > \frac{4.6}{1.33}$$

$\delta > 3.45$

$\underline{\delta < -3.45}$

$$C(s) = K(s+z) = K(s+7)$$

$$L(s) = C(s)G(s) = \frac{K}{s-1}$$

(2)

$K > \bar{K}$ $\quad \bar{K} = |x + p|_{\substack{x = \delta \\ p = 1}} = |-3.45 - 1| = 4.45$

$K > 4.45$

$e_p = \left|\frac{1}{1+\mu}\right| < 0.25 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} L(s) = \frac{K}{0-1} = -K$

$\left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.25 \qquad \frac{1}{K-1} < 0.25 \qquad K - 1 > \frac{1}{0.25} \qquad K > 5$

$\begin{cases} K > 5 \\ K > 4.45 \end{cases} \qquad K = 6$

$T = \frac{1}{\varepsilon \cdot 10} = \frac{1}{70} \qquad C(s) = \frac{6\,(s+7)}{1 + \frac{s}{70}}$

Progetto in frequenza

$G(s) = K \frac{s-7}{s(s+7)} \qquad M_a = 3\,dB = 10^{3/20} = 1.41$

$\mu > 0 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} s(G(s)) = -K \qquad K < 0$

$\omega_c \quad \underline{/G(j\omega_c)} = -\pi \qquad \arctan\left(-\frac{\omega}{7}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\pi$

$-2\arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\frac{\pi}{2}$

$\frac{\omega}{7} = \tan\frac{\pi}{4} \qquad \omega_c = 7$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \frac{|K|\cancel{\sqrt{\omega^2+7^2}}}{\omega_c\cancel{\sqrt{\omega^2+7^2}}} = \frac{|K|}{\omega_c}$$

$$\frac{1}{\frac{|K|}{\omega_c}} = 1.41 \qquad \omega_c = 1.41|K| \qquad |K| = \frac{7}{1.41} = 4.96$$

$$\underline{K = -4.96}$$

9

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Quali sono i vantaggi del controllo a ciclo aperto?

- È più difficile da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso
- Consente di controllare processi non perfettamente noti
- Consente di stabilizzare processi instabili
- È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso
- Consente di velocizzare la risposta del processo

2. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di velocità quando si vuol far inseguire una rampa al sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s+6}{s^3+3s^2+8s+3}$$

- ∞
- $-3{,}33$
- -1
- 1
- $3{,}33$

2

3. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi con sovraelongazione inferiore ad un valore $\bar{S}_{\%}$ è:

- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

4. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \frac{20(s+10)}{(s+20)(s+2)(s+3)}$. Si determini il margine di ampiezza.

- 3 dB
- 12 dB
- 6 dB
- ∞
- 0 dB

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+18)(s-5)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 16\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- $-60{,}13$
- $30{,}06$
- 0
- $60{,}13$
- $-30{,}06$

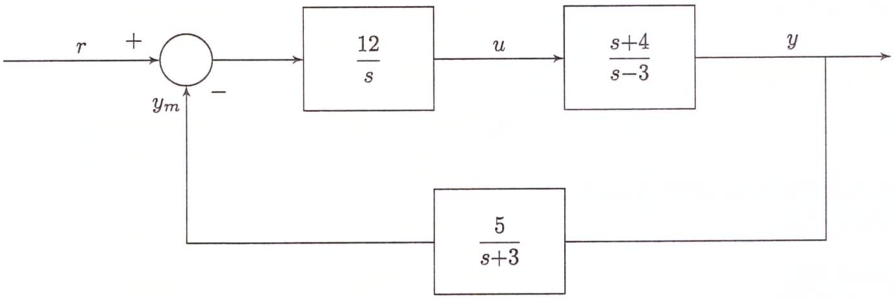
Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

Precisione statica

Esercizio 1.

4 punti

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.
Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t\cdot 1(t)$.



$e_p =$ ________ , $e_v =$ ________

Luogo delle radici

Esercizio 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

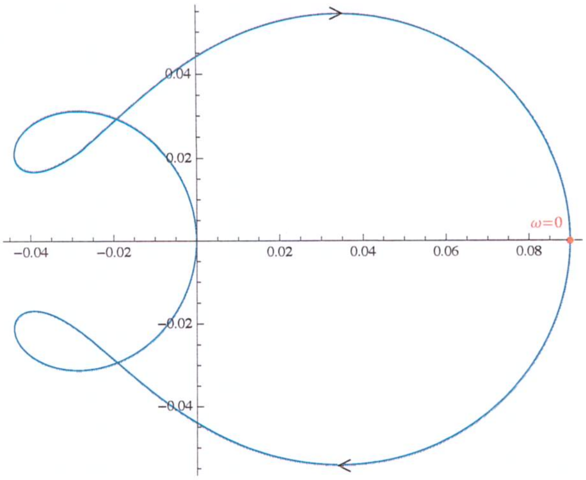
ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento di anello

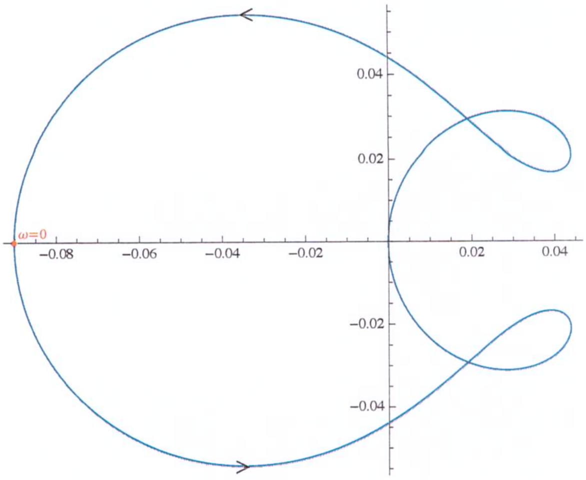
$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+4)}$$

5 punti

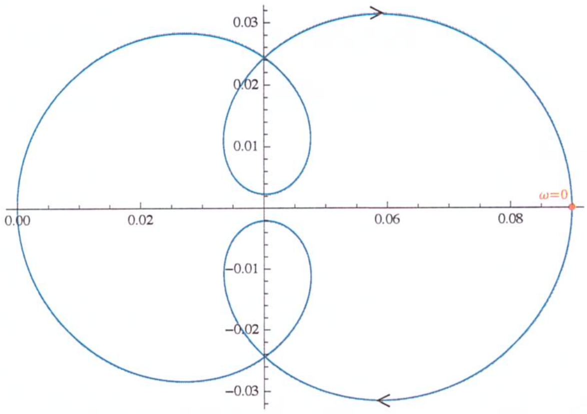
chiusa in retroazione negativa unitaria. Si determini il massimo valore del ritardo τ che consenta di mantenere l'asintotica stabilità a ciclo chiuso.



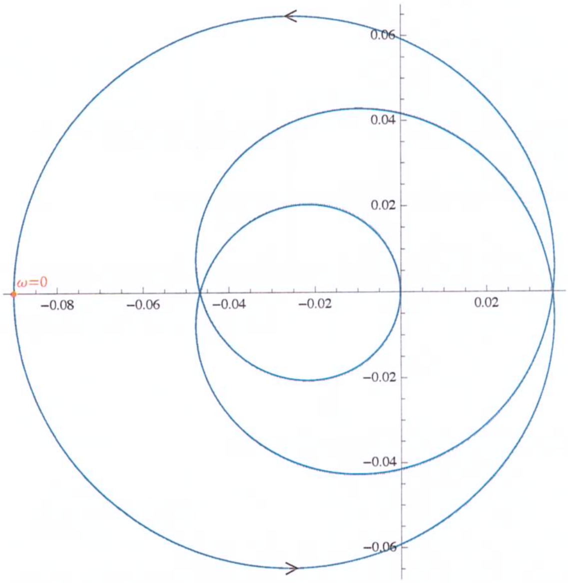
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Esercizio 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$L(s) = \dfrac{s^2+4s+9}{(s-1)(s+10)^2}$	(A) Fig. (iii)
$L(s) = \dfrac{s^2+4s+9}{(s+1)(s+10)^2}$	(B) Fig. (i)
$L(s) = \dfrac{s^2-4s+9}{(s+1)(s-10)^2}$	(C) Fig. (iv)
$L(s) = \dfrac{s^2+4s+9}{(s-1)(s-10)^2}$	(D) Fig. (ii)

Precision statica

(1)

$$\frac{\frac{12}{s}\cdot\frac{s+4}{s-3}}{1+\frac{12}{s}\cdot\frac{s+4}{s-3}\cdot\frac{5}{s+3}} = \frac{12(s+4)}{\cancel{s(s-3)}}\cdot\frac{\cancel{s(s-3)}(s+3)}{s(s-3)(s+3)+60(s+4)}$$

$$\frac{12(s+4)}{s^3 \cancel{-3s^2} \cancel{+3s^2} - 9s + 60s + 240}$$

è instabile quindi $e_v = e_p = \infty$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10} = \frac{1}{(s-1)(s+10)}$$

$T_{a1} < 0.89s$ $\quad e_p < 17\%$ $\quad e_p < 0.17$

$T_{a1} = \frac{4.6}{|\delta|} < 0.89$ $\quad \delta > 5.16$ $\quad \delta < -5.16$

Semplifico il polo -10 con uno zero $C(s) = K(s+10)$

$L(s) = \frac{K}{s-1}$ $\quad K > \bar{K}$ $\quad K = |x+p| \, x = \delta$ $\quad K > 6.16$

$e_p < \left|\frac{1}{1+M}\right| < 0.17$ $\quad M = \lim_{s\to 0} L(s) = -K$

$\left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.17$ $\quad \frac{1}{K-1} < 0.17$ $\quad K > \frac{1}{0.17}+1$ $\quad K > 6.88$

$K = 7$

$$C(s) = \frac{7(s+10)}{\left(1+\frac{s}{100}\right)}$$

$T = \frac{1}{100}$

Progetto in frequenza

$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+4)} \qquad G(s) = e^{-s\tau} \cdot G'(s)$$

$$G'(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega+4)}$$

$$\tau < \frac{\varphi_m}{\omega_c} \rightarrow |G'(j\omega)| = 1$$

$$\frac{1}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+16}} = 1 \rightarrow \omega_c\sqrt{\omega_c^2+16} = 1 \Rightarrow \omega_c^2(\omega_c^2+16) = 1$$

$$\omega_c^4 + 16\omega_c^2 - 1 = 0$$

$$\omega_c = \begin{cases} 0.2495 \leftarrow \\ -0.249 \\ 4.077j \\ -4.077j \end{cases} \qquad \omega_c = 0.25$$

$$\varphi_c = \angle G'(j\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{4}\right) = -\frac{\pi}{2} - 0.06 = -1.63$$

$$\varphi_m = \pi - 1.63 = 1.51$$

$$\tau < \frac{1.51}{0.25} = 6.04 \qquad \tau < 6.04$$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s-5}{s^3+3s^2+3s+7}$$

- 0,29
- 1,71
- 0
- ∞
- 1

2. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+20)(s-4)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 20\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- -48
- 48
- 24
- -24
- 0

3. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di $\varphi_m > \dfrac{\pi}{2}$ se:

- il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto $x_A > -1$
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sotto di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario nel terzo quadrante
- il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto $x_A > -1$
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sopra di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

4. *(1 punto)* In un schema di controllo con retroazione negativa unitaria, quale tra i seguenti è un controllore statico?

- $u(t) = \mathrm{sgn}\,(e(t))$
- $u(t) = \int_0^t e(\tau)\mathrm{d}\tau$
- $u(t) = \dfrac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$
- Un controllore PD
- Un controllore PI

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \frac{1}{(s+17)(s+2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 14\frac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- −65,14
- −32,57
- 65,14
- 32,57
- 0

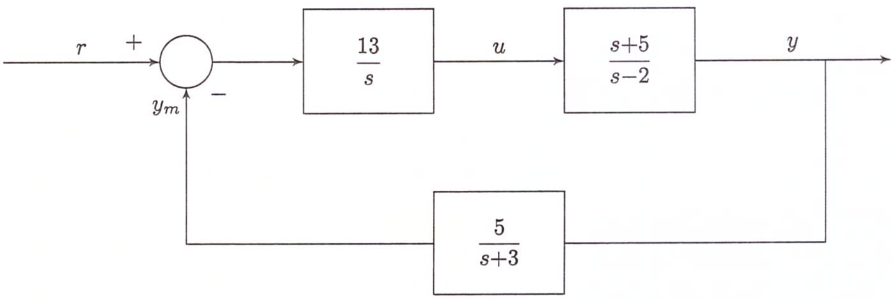
Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

Precisione statica

Esercizio 1. *4 punti*

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p =$ ☐ , $e_v =$ ☐

Luogo delle radici

Esercizio 1. *5 punti*

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-2}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

ESERCIZIO 1.

5 punti

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+4)^2}.$$

Si scelga il valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$ e del parametro $z \in \mathbb{R}$ in maniera che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = -2\frac{s+2}{s^2(s-1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.

Precisione statica

(1)

$$G(s) = \frac{\frac{13}{s} \cdot \frac{s+5}{s-2}}{1 + \frac{13}{s} \cdot \frac{s+5}{s-2} \cdot \frac{5}{s+3}} = \frac{13}{s} \cdot \frac{s+5}{s-2} \cdot \frac{s(s-2)(s+3)}{s(s-2)(s+3) + 65(s+5)}$$

$$\frac{13(s+5)(s+3)}{s^3 - 2s^2 + 3s^2 - 6s + 65s + 325}$$

$s^3 + s^2 + 59s + 325$

$59 < 325$ inst.

$e_p = e_v = \infty$

Luogo delle radici

$G(s) = \frac{1}{s-2}$ $\quad T_{a1} = 0.4s$ $\quad e_v < 0.1$

$|\delta| > \frac{4.6}{0.4}$ $\quad \delta > 11.5$

$\delta < -11.5$

Considero $z = 12$ $\quad C(s) = \frac{K(s+12)}{s}$

$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K(s+12)}{s(s-2)}$

Punto multiplo $(K=1)$

$$\gamma(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{x(x-2)}{x+12} = \frac{-x^2+2x}{x+12}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x+2)(x+12) + x^2 - 2x}{(x+12)^2}$$

$-2x^2 + \cancel{2x} - 24x + 24 + x^2 - \cancel{2x} = 0$

$-x^2 - 24x + 24 = 0 \qquad x_{1,2} \begin{cases} 0.96 \\ -24.96 \leftarrow \end{cases}$

$s^* = -24.96$

$K > \bar{K}$ $\qquad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-24.96(-24.96-2)}{-24.96+12} \right| = +51.92$

$K > 51.92$

$C(s) = 52 \frac{s+12}{s}$

Progetto in frequenza

$G(s) = K \cdot \frac{s+z}{(s+4)^2}$ $\qquad z = -4$ $\qquad M_a = 6dB = 10^{6/20} = 2$

$\mu > 0$ $\qquad \mu = \lim_{s \to 0} G(s) = -K$ $\qquad K < 0$

$\angle G(j\omega) = -\pi$

$\operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega}{4}\right) - 2\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{4}\right) = -\pi$

$\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{4}\right) = \frac{\pi}{3}$ $\qquad \omega_c = 4\sqrt{3}$

$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a$ $\qquad |G(j\omega)| = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c + 16}}$

$\frac{\sqrt{\omega_c + 16}}{|K|} = 2$ $\qquad |K| = \frac{8}{2} = \pm 4$

$K = -4$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s-5}{s^3+5s^2+4s+8}$$

- 1,63
- 0
- 1
- 0,38
- ∞

2. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi con sovraelongazione inferiore ad un valore $\bar{S}_{\%}$ è:

- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

3. *(1 punto)* Quando è possibile impiegare il controllo a ciclo aperto in sostituzione di quello in retroazione?

- Quando il processo da controllare è perfettamente noto
- Quando il processo da controllare presenta un attuatore veloce
- Quando il processo da controllare non è perfettamente noto
- Quando il processo da controllare ha sensori precisi
- Quando il processo da controllare è stabile

4. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{14(s+8)}{(s+17)(s+4)(s+3)}$. Si determini il margine di ampiezza.

- 0 dB
- 12 dB
- 6 dB
- 3 dB
- ∞

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{12(s+7)}{(s+18)(s+2)(s+3)}$. Si determini il margine di ampiezza.

- 12 dB
- ∞
- 0 dB
- 6 dB
- 3 dB

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

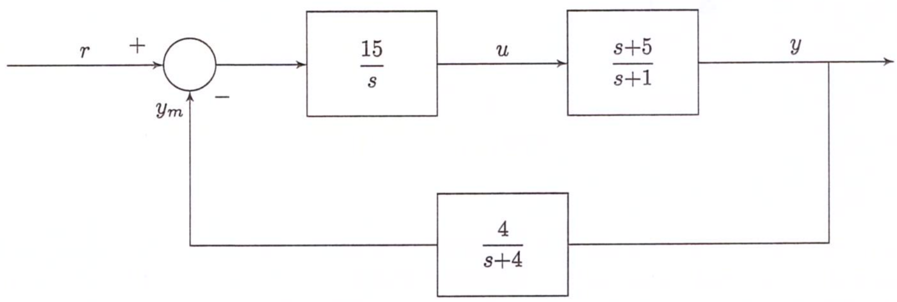
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

4 punti

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p =$ $\boxed{}$, $e_v =$ $\boxed{}$

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

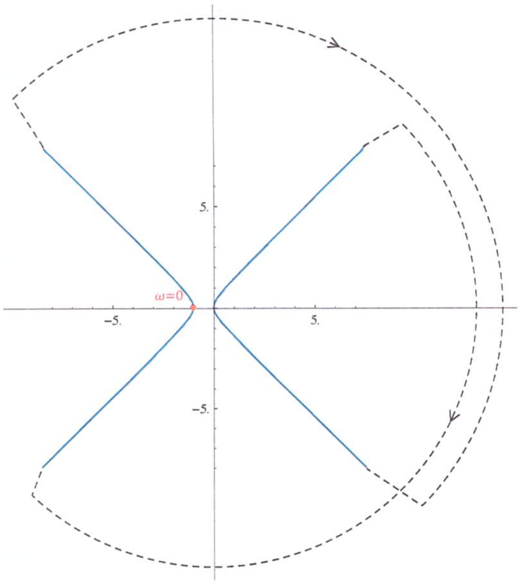
ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

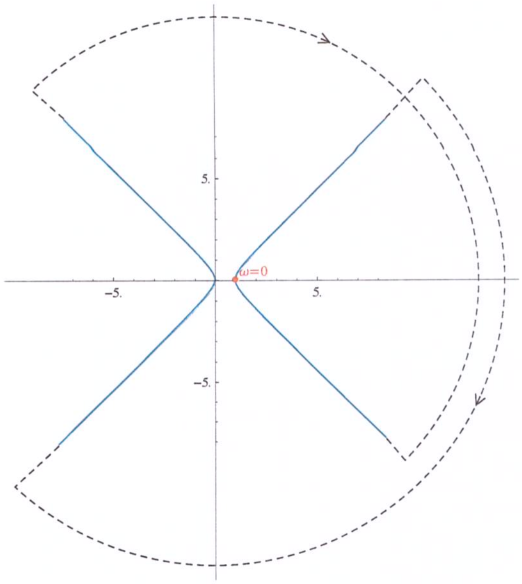
$$G(s) = k \cdot \frac{10-s}{s(s+10)}$$

5 punti

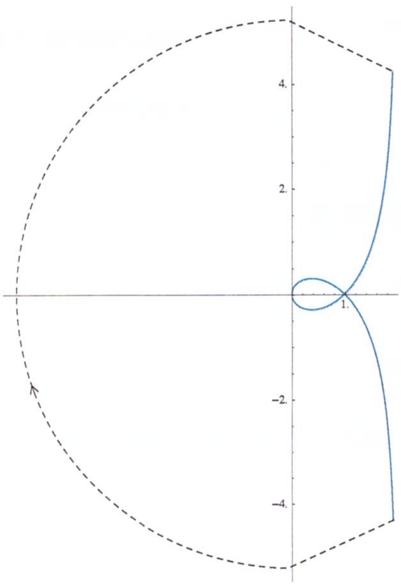
e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.



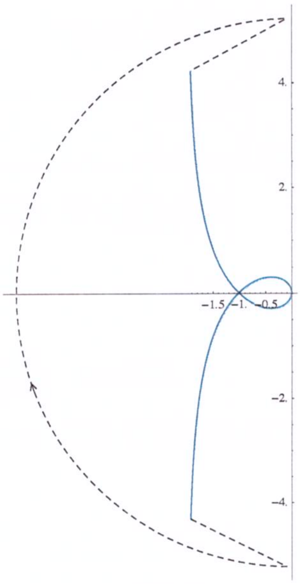
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ESERCIZIO 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$L(s) = \dfrac{s+1}{s^2+1}$	(A) Fig. (iii)
$L(s) = \dfrac{(s+1)}{s(s-1)}$	(B) Fig. (ii)
$L(s) = \dfrac{s-1}{s^2+1}$	(C) Fig. (i)
$L(s) = \dfrac{s-1}{s(s+1)}$	(D) Fig. (iv)

Precisione statica

$$G(s) = \frac{\frac{15}{s} \cdot \frac{s+5}{s+1}}{1 + \frac{15}{s} \cdot \frac{s+5}{s+1} \cdot \frac{4}{s+4}} = \frac{15}{\cancel{s}} \cdot \frac{s+5}{\cancel{s+1}} \cdot \frac{\cancel{s}(\cancel{s+1})(s+4)}{s(s+1)(s+4)+60(s+5)}$$

$$\frac{15(s+5)(s+4)}{s^3+s^2+4s^2+4s+60s+300}$$

$$s^3+5s^2+64s+300$$

$64 \cdot 5 > 300$ as. stabile

$$15s^2+75s+60s+300 \qquad \frac{15s^2+135s+300}{s^3+5s^2+64s+300}$$

$$\begin{cases} \alpha_0 = \beta_0 \\ \alpha_1 \neq \beta_1 \end{cases} \qquad e_p = 0 \qquad e_v = \left|\frac{\beta_1-\alpha_1}{\alpha_0}\right| = \left|\frac{135-64}{300}\right| = 0.24$$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10} = \frac{1}{(s-1)(s+10)}$$

$T_{a_1} = 0.89\,s$

$e_p < 17\%$ $\quad e_p < 0.17$

$$|\delta| = \frac{4.6}{0.89}$$

$\delta > 5.17$

$\delta < -5.17$ ← dominante

Semplifico -10 con uno zero $\quad C(s) = k(s+z) = k(s+10)$

$$L(s) = C(s)G(s) = \frac{k}{s-1} \qquad k > \bar{k}$$

$\bar{k}$ metodo punteggiatura

$\bar{K} = |x + p|_{x=s} = |-5.17 - 1| = 6.17 \qquad K > 6.17$ (2)

$p =$ polo di $L(s)$

$e_p = \left|\frac{1}{1+\mu}\right| < 0.17 \quad \mu = \lim_{s \to 0} L(s) = -K$

$e_p = \left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.17 \qquad \frac{1}{K-1} < 0.17 \qquad K > \frac{1}{0.17} + 1$

$K > 6.88$

$\begin{cases} K > 6.17 \\ K > 6.88 \end{cases} \qquad K = 7 \qquad C(s) = \frac{7(s+10)}{1+s\tau} \qquad \tau = \frac{1}{10 \cdot 10} = \frac{1}{100}$

Progetto in frequenza

$G(s) = K\frac{10-s}{s(s+10)} \qquad M_a = 6dB = 10^{6/20} = 2$

$\mu > 0 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} s\,G(s) = K \qquad K > 0$

$\omega_c \qquad \angle G(j\omega) = -\pi \Rightarrow$ arctg$\left(-\frac{\omega}{10}\right) - \frac{\pi}{2} -$ arctg$\left(\frac{\omega}{10}\right)$-

$= -2\,\text{arctg}\left(\frac{\omega}{10}\right) = -\frac{\pi}{2}$

$\text{arctg}\left(\frac{\omega}{10}\right) = \frac{\pi}{4} \qquad \frac{\omega}{10} = 1 \qquad \omega = 10$

$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \frac{|K|\cancel{\sqrt{\omega_c^2 + 10^2}}}{\omega_c\cancel{\sqrt{\omega_c^2+10^2}}} = \frac{|K|}{10}$

$\frac{10}{|K|} = 2 \qquad |K| = 5 \qquad \boxed{K = 5}$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+2}{s^3+5s^2+8s+3}$$

- 1
- 0,33
- ∞
- -1
- 1,67

2. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \frac{1}{(s+17)(s-4)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 18\frac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- 18,06
- 36,11
- $-36,11$
- $-18,06$
- 0

3. *(1 punto)* Si individui la f.d.t. di tipo -1 con costante di trasferimento 2, uno zero a fase non minima e la costante di tempo dominante 2 s:

- $G(s) = 2\dfrac{s-1}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s(s-1)}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = \dfrac{s(s-1)}{\left(\frac{s}{4}+1\right)(1+2s)}$
- $G(s) = 12\dfrac{s(s-1)}{(3s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s(s+1)}{(s+1)(1+2s)}$

4. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi con sovraelongazione inferiore ad un valore $\bar{S}_{\%}$ è:

- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+20)(s+1)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 19\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- $-21{,}55$
- $21{,}55$
- 0
- $43{,}11$
- $-43{,}11$

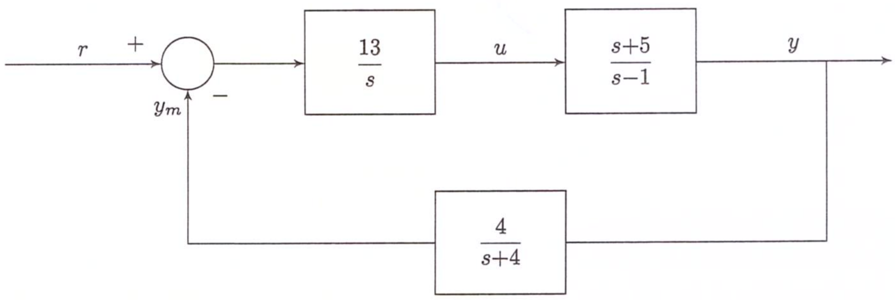
Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

Precisione statica

Esercizio 1.

4 punti

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.
Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p =$, $e_v =$

Luogo delle radici

Esercizio 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-2}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

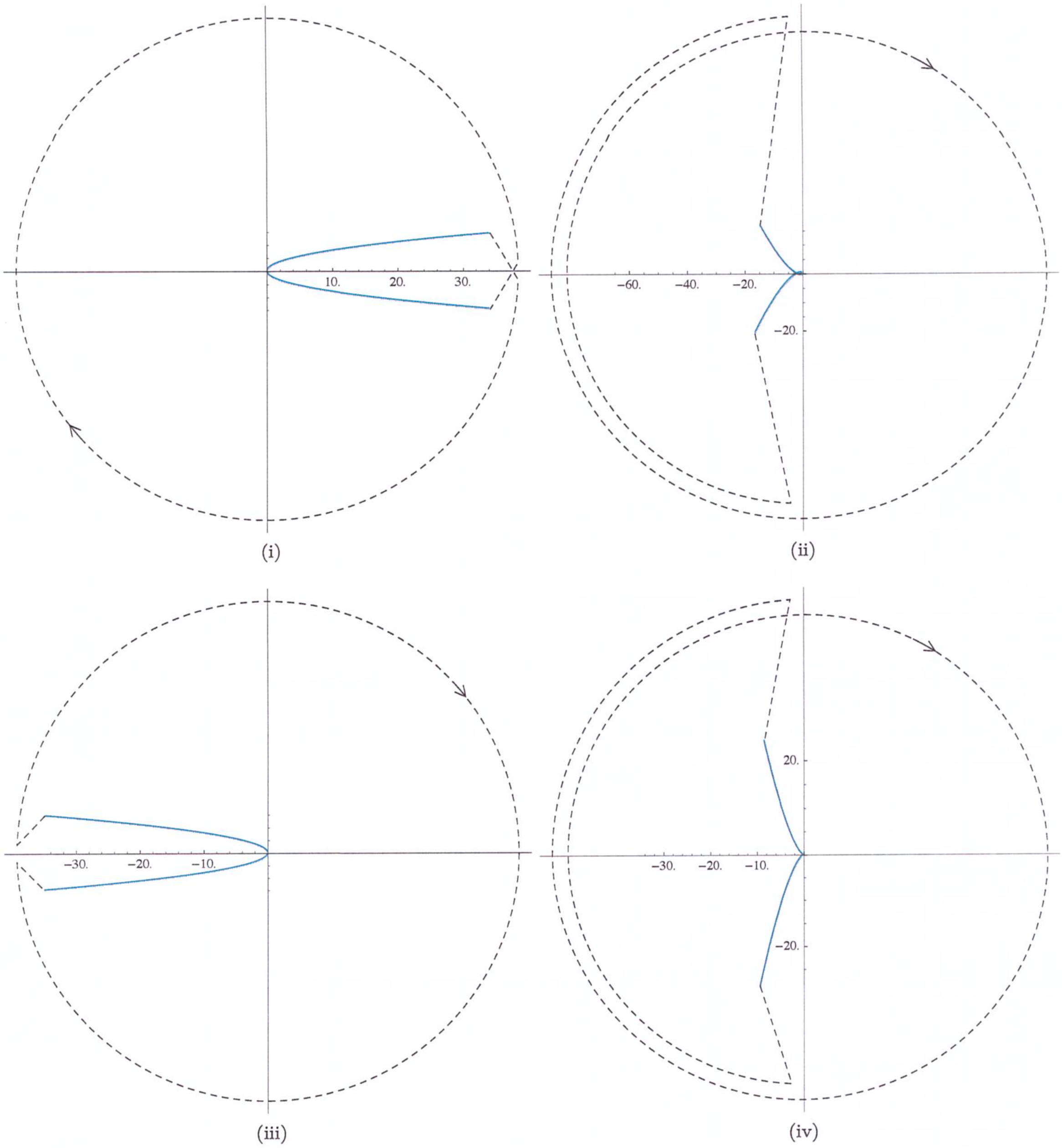
Esercizio 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-7}{s(s+7)}$$

5 punti

e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.



Esercizio 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$L(s) = \dfrac{s-1}{s^2}$ (A) Fig. (iv)

$L(s) = \dfrac{(s+1)^2}{s^3}$ (B) Fig. (iii)

$L(s) = \dfrac{s+1}{s^3}$ (C) Fig. (ii)

$L(s) = \dfrac{s+1}{s^2}$ (D) Fig. (i)

Precisione statica ①

$$\frac{\frac{13}{s}\cdot\frac{s+5}{s-1}}{} = \frac{13(s+5)}{\cancel{s(s-1)}}\cdot\frac{\cancel{s(s-1)}(s+4)}{s(s-1)(s+4)+52(s+5)}$$

$$1+\frac{13}{s}\cdot\frac{s+5}{s-1}\cdot\frac{4}{s+4}$$

$$\frac{(13s+65)(s+4)}{s^3-s^2+4s^2-4s+52s+260}$$

$s^3+3s^2+48s+260$

$3\cdot 48 > 260$ no instabile

$e_p = e_v = \infty$

Luogo delle radici

$G(s) = \frac{1}{s-2}$ $\quad T_{ai} < 0.2s \quad e_v < 0.05$

$|\delta| = \frac{4.6}{0.2} = $ $\quad \delta > 23$

$\delta < -23$ polo dominante

$C(s) = \frac{k(s+z)}{s}$ $\quad z = 25$ $\quad C(s) = \frac{k(s+25)}{s}$

$L(s) = G(s)C(s) = \frac{k(s+25)}{s(s-2)}$

Punto multiplo $(k=1)$

$$\gamma(x) = \frac{-D(s)}{N(s)} = \frac{-x(x-2)}{x+25} = \frac{-x^2+2x}{x+25}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x+2)(x+25)+x^2-2x}{(x+25)^2} = 0$$

$$-2x^2+\cancel{2x}-50x+50+x^2-\cancel{2x} = 0$$

$$-x^2-50x+50 = 0 \qquad x \begin{cases} 0.98 \\ -50.98 \end{cases}$$

$s^* = -50.98$

2

$K > \bar{K}$ $\qquad \bar{K} = \left| \frac{D(s^*)}{N(s^*)} \right| = \left| \frac{-80.98(-50.98-2)}{-50.98+25} \right| \cong 104$

$K > 104$

$e_V = \left| \frac{1}{\mu} \right| < 0.05 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} sL(s) = -\frac{25}{2}K$

$\frac{2}{25K} < 0.05 \qquad K > \frac{2}{25 \cdot 0.05} = 1.6$

$K = 105 \qquad C(s) = \frac{105(s+25)}{s}$

Progetto in frequenza

$G(s) = K \cdot \frac{s-7}{s(s+7)} \qquad M_a = 6dB = 10^{6/20} = 2$

$\mu > 0 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} s(G(s)) = -K \qquad \underline{\overline{|K < 0|}}$

Calcolo ω_c $\quad \underline{\angle G(j\omega)} = \pi \qquad \arctan\left(-\frac{\omega}{7}\right) - \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\pi$

$-2\arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = +\frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \omega_c = 7 \cdot 1 = 7$

$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \frac{|K| \cancel{\sqrt{\omega_c^2+7^2}}}{\omega_c \cancel{\sqrt{\omega_c^2+7^2}}} = \frac{|K|}{7}$

$\frac{7}{|K|} = 2 \quad \Rightarrow \quad |K| = \frac{7}{2} = 3.5 \qquad \underline{K = -3.5}$

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

13

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Si individui la f.d.t. di tipo -1 con costante di trasferimento 2, uno zero a fase non minima e la costante di tempo dominante 2 s:

- $G(s) = 2\dfrac{s-1}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s(s+1)}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s(s-1)}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 12\dfrac{s(s-1)}{(3s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = \dfrac{s(s-1)}{\left(\frac{s}{4}+1\right)(1+2s)}$

2. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad un polo con tempo di assestamento (all'un percento) inferiore a T_{a1} è:

- Il semipiano a sinistra di una retta parallela all'asse immaginario e giacente nel primo e quarto quadrante
- L'area interna ad un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il semipiano a sinistra di una retta parallela all'asse immaginario e giacente nel secondo e terzo quadrante
- L'area esterna ad un cerchio centrato nell'origine

3. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di velocità quando si vuol far inseguire una rampa al sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+3}{s^3+3s^2+8s+3}$$

- 2
- -2
- -1
- ∞
- 1

4. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \frac{19}{(s+20)(s+2)(s+4)}$. Si determini il margine di fase.

- 180°
- $-40°$
- 0
- ∞
- 40°

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+15)(s-1)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 9\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- 0
- −4,67
- 4,67
- 9,33
- −9,33

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

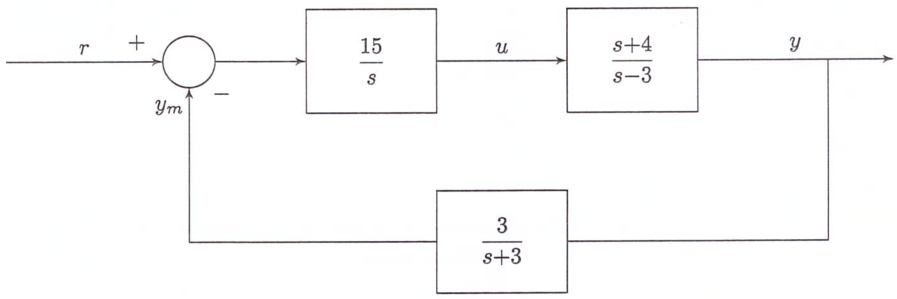
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$, $e_v =$

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2+4s-5}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 2s;
- errore di posizione inferiore al 38%.

Controlli Automatici 10 novembre 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+8)^2}.$$

5 punti

Si scelga il valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$ e del parametro $z \in \mathbb{R}$ in maniera che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

Esercizio 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = -4\frac{s+2}{s^2(s-1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.

Precisione statica ①

$$G(S) = \frac{\frac{15}{S} \cdot \frac{S+4}{S-3}}{1 + \frac{15}{S} \cdot \frac{S+4}{S-3} \cdot \frac{3}{S+3}} = \frac{15(S+4)}{\cancel{S(S-3)}} \cdot \frac{\cancel{S(S-3)}(S+3)}{S(S-3)(S+3) + 45(S+4)}$$

$$\frac{15(S+4)(S+3)}{S^3 \cancel{-3S^2} \cancel{+3S^2} - 9S + 45S + 180}$$ instabile $e_p = e_v = \infty$

Luogo delle radici

$$G(S) = \frac{1}{S^2+4S-5} = \frac{1}{(S-1)(S+5)}$$

$e_p < 0.38$
$T_{a1} < 2s$

$|\delta| = \frac{4.6}{2}$

$\delta < -2.3$ polo dominante
$\delta > 2.3$

semplifico il polo -5 con uno zero $C(S) = K(S+5)$

$L(S) = C(S)G(S) = \frac{K}{S-1}$ $K > \bar{K}$

$\bar{K}$ con punteggiatura: $\bar{K} = |x+p|$ $x = \delta$, $p = -1$ $|-2.3 - 1| = 3.3$

$K > 3.3$

$e_p = \left|\frac{1}{1+M_{Ga}}\right| < 0.38$ $M_{Ga} = \lim_{S \to 0} L(S) = -K$

$\left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.38$ $\frac{1}{K-1} < 0.38$ $K-1 > \frac{1}{0.38}$ $K > 3.63$

$K = 4$ $C(S) = \frac{4(S+5)}{(1+ST)}$ $T = \frac{1}{5 \cdot 10} = \frac{1}{50}$

Progetto in frequenza

$$G(s) = \frac{k(s+z)}{(s+8)^2} = \frac{k(s-8)}{(s+8)^2} \quad z = -8 \qquad M_a = 6dB = 10^{6/20} = 2$$

$$\mu > 0 \qquad \lim_{s \to 0} sG(s) = -k \qquad k < 0$$

$$\omega_c : \quad \underline{\angle G(j\omega)} = -\pi \qquad \operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega_c}{8}\right) - 2\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\pi$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = \frac{\pi}{3} \qquad \omega_c = 8\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \frac{|k|\sqrt{\omega_c + 64}}{\omega_c + 64} = \frac{|k|}{\sqrt{\omega_c + 64}}$$

$$\frac{\sqrt{\omega_c + 64}}{|k|} = 2 \qquad |k| = \frac{16}{2} = 8 \qquad \boxed{k = -8}$$

14

Controlli Automatici 09 novembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome: FARINA	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* In uno schema di controllo con retroazione negativa unitaria, quale tra i seguenti è un controllore statico?

- $u(t) = \mathrm{sgn}\,(e(t))$
- $u(t) = \int_0^t e(\tau)\mathrm{d}\tau$
- Un controllore PI
- Un controllore PD
- $u(t) = \dfrac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$

2. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile ha un margine di 180° se:

- il diagramma di Nyquist è tutto completamente all'esterno della circonferenza di raggio unitario
- il diagramma di Nyquist parte dal punto (1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla
- il diagramma di Nyquist parte dal punto (−1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla
- il diagramma di Nyquist è tutto strettamente contenuto all'interno della circonferenza di raggio unitario
- il diagramma di Nyquist parte dal punto (−1,0) ed immediatamente esce dalla circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

3. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+4)(s-3)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 6\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- Nessuno dei valori riportati
- 1
- 0
- 0
- −1

4. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s+3}{s^3+3s^2+7s+4}$$

- −1
- 1
- 1,75
- ∞
- 0,25

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+4)(s-2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 20\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

- 0,4
- −0,4
- 1,2
- 3,2
- −1,2

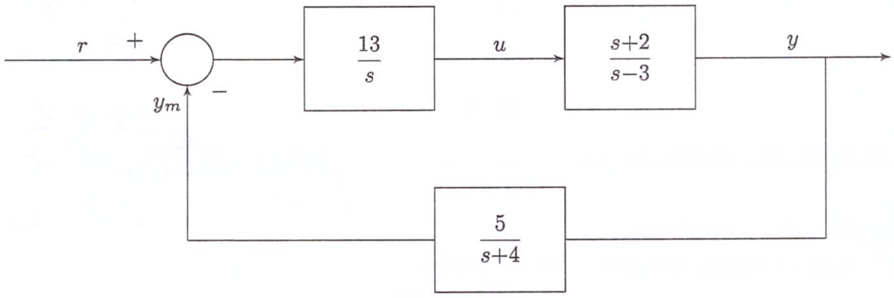
Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

Precisione statica

Esercizio 1.

4 punti

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.
Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p = \boxed{}$, $e_v = \boxed{}$

Luogo delle radici

Esercizio 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-1}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.4s;
- errore di velocità inferiore al 10%.

Controlli Automatici 09 novembre 2020	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+5)^2}.$$

5 punti

Si scelga il valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$ e del parametro $z \in \mathbb{R}$ in maniera che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 12dB.

Esercizio 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = -5\frac{s-3}{s^2(s-1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.

Precision statica

$$G(s) = \frac{\dfrac{13(s+2)}{s(s-3)}}{1 + \dfrac{13}{s}\cdot\dfrac{s+2}{s-3}\cdot\dfrac{5}{s+4}} = \frac{13(s+2)}{\cancel{s(s-3)}}\cdot\frac{\cancel{s(s-3)}(s+4)}{s(s-3)(s+4)+65(s+2)}$$

$$\frac{13(s+2)(s+4)}{s^3-3s^2+4s^2-12s+65s+130}$$ instabile $e_v = e_p = \infty$

Luogo delle radici

$F(s) = \frac{1}{s-1}$ $T_{a1} < 0.4$ $e_v < 0.1$

$|\delta| = \frac{4.6}{0.4}$ $\delta > 11.5$

$\underline{\delta < -11.5}$ polo dominante

$C(s) = \frac{K(s+15)}{s}$

$C(s) = \frac{K(s+7)}{s}$ $z = 15$

$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K(s+15)}{s(s-1)}$

punto multiplo $(K=1)$

$$\gamma(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = -\frac{x(x-1)}{x+15} = \frac{-x^2+x}{x+15}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x+1)(x+15)+x^2-x}{(x+15)^2} = \frac{-2x^2+\cancel{x}-30x+15+x^2-\cancel{x}}{(x+15)^2}$$

$$-x^2-30x+15=0$$

$$x = \begin{cases} 0.49 \\ \underline{-30.49} \end{cases}$$ $s^* = -30.49$

(2)

$K > \bar{K}$ $\qquad \bar{K} = \left|\frac{D(s^*)}{N(s^*)}\right| = \left|\frac{-30.49(-30.49-1)}{-30.49+15}\right| = +61.98$

$K > 61.98$

$e_v = \left|\frac{1}{\mu}\right| < 0.1 \qquad \mu = \lim_{s\to 0} sL(s) = -15K$

$\left|\frac{1}{-15K}\right| < 0.1 \qquad 15K > \frac{1}{0.1} \qquad K > 0.667$

$K = 62 \qquad C(s) = 62 \cdot \frac{s+15}{s}$

Progetto in frequenza

$G(s) = K \cdot \frac{s+7}{(s+5)^2} \qquad M_a = 12\,dB = 10^{12/20} = 4$

$\boxed{z = -5} \qquad G(s) = K \frac{s-5}{(s+5)^2}$

$\mu > 0 \qquad \mu = \lim_{s\to 0} G(s) = -\frac{K}{5} \qquad K < 0$

$\omega_c : \quad \angle G(j\omega_c) = -\pi \implies \operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega_c}{5}\right) - 2\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{5}\right) = -\pi$

$\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{5}\right) = \frac{\pi}{3} \qquad \omega_c = 5\sqrt{3}$

$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2 + 25}}$

$\frac{\sqrt{25 \cdot 3 + 25}}{|K|} = 4 \qquad |K| = \frac{10}{4} \qquad \boxed{K = -2.5}$

Controlli Automatici 15 febbraio 2021	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente Ivano Barrasso
Cognome: BARRASSO	Nome: IVANO	Matricola: 862000680

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

−0,5

1. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+4)(s-2)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 6\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

   −0,67

   1,33

   Nessuno dei valori riportati

   0,67

   −1,33

A

2. *(1 punto)* Quali sono i vantaggi del controllo in retroazione?

   Con un'azione proporzionale è sempre possibile stabilizzare un processo

   Consente di controllare processi non perfettamente noti

   Consente di risparmiare sui costi di implementazione

   È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo aperto

   Aumentando il guadagno del controllo si stabilizza il processo

2

3. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+4}{s^3+4s^2+7s+5}$$

   ∞

   0,2

   1

   −1

   1,8

−0,25

4. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile ha un margine di 180° se:

   il diagramma di Nyquist parte dal punto (1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

   il diagramma di Nyquist è tutto completamente all'esterno della circonferenza di raggio unitario

   il diagramma di Nyquist parte dal punto (−1,0) ed immediatamente esce dalla circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla

   il diagramma di Nyquist parte dal punto (−1,0 ed immediatamente entra nella circonferenza raggio unitario senza mai più intersecarla

   il diagramma di Nyquist è tutto strettamen contenuto all'interno della circonferenza di ragg unitario

15

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-1)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 12\frac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

−1,5

−0,1

1,5

3,5

0,1

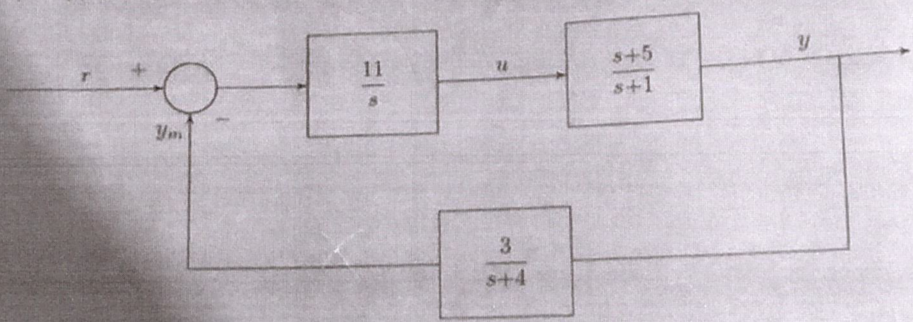
Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r - y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r - y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p =$ ______ , $e_v =$ ______

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_s all'1% inferiore a 0.04 s;
- errore di velocità inferiore al 1%.

rcizio è

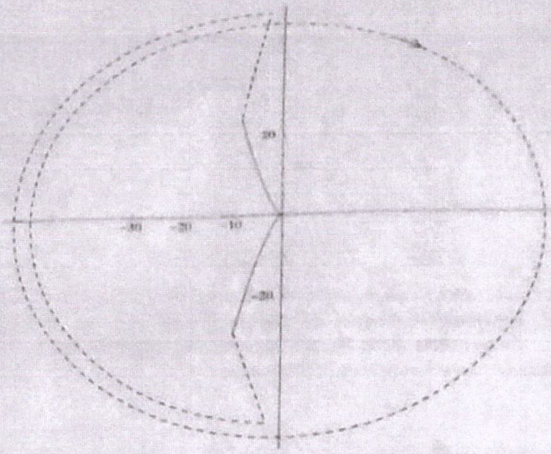
Controlli Automatici 15 febbraio 2021	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente Ivano Barrasso
Cognome: BARRASSO	Nome: IVANO	Matricola: 862000680

Progetto in frequenza

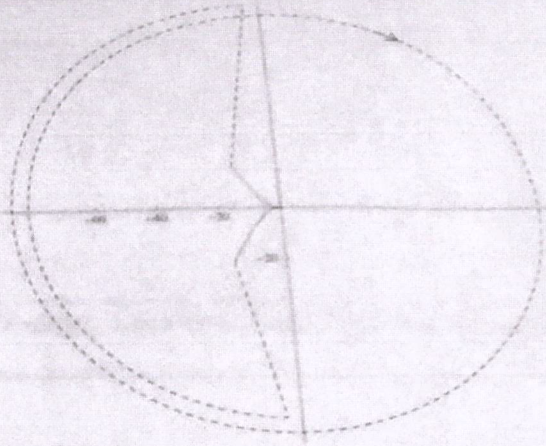
Esercizio 1.
Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+6)^2}.$$

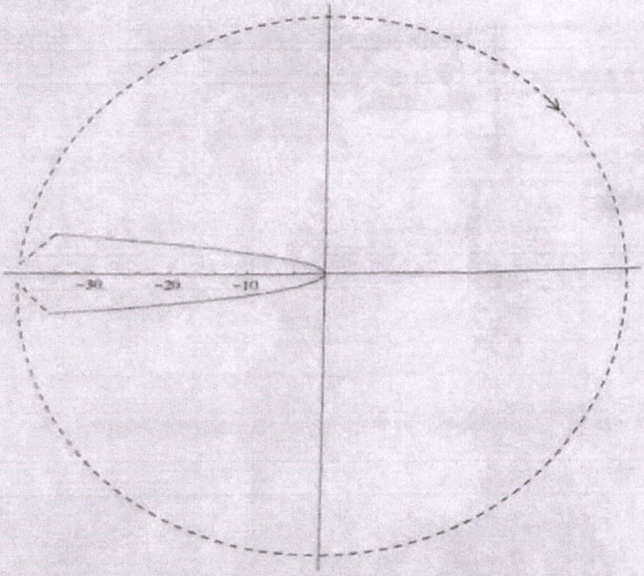
Si scelga il valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$ e del parametro $z \in \mathbb{R}$ in maniera che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza 12dB.



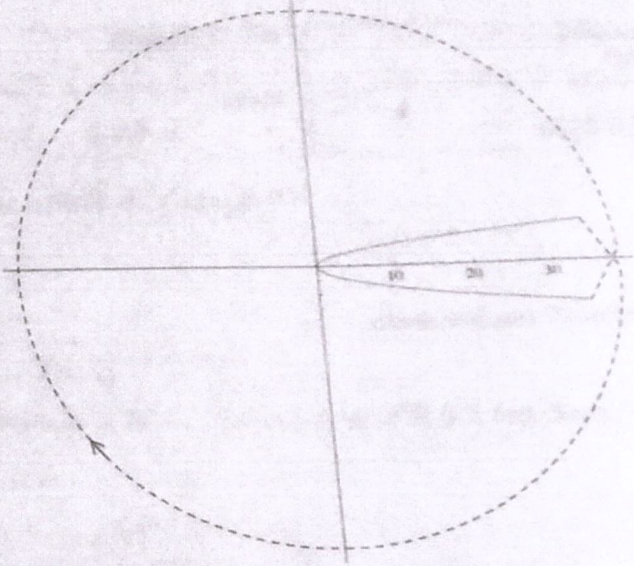
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

ERCIZIO 2.

bbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

$L(s) = \dfrac{s-1}{s^2}$	(A) Fig. (i)
$L(s) = \dfrac{(s+1)^2}{s^3}$	(B) Fig. (iv)
$L(s) = \dfrac{s+1}{s^2}$	(C) Fig. (ii)
$L(s) = \dfrac{s+1}{s^3}$	(D) Fig. (iii)

Quiz

1. $s(s+4)(s-2)+6s+6z$

$s^3+4s^2-2s^2-8s+6s+6z$

$s^3+2s^2-2s+6z$ $\qquad \omega^2$ negativo $\quad \nexists z$ $\qquad$ Risposta $\underline{e}$

2. $\underline{b}$

3. $\dfrac{s^2+2s+4}{s^3+4s^2+7s+5}$ $\qquad 4 \cdot 7 > 5$ si as. stabile

$\alpha_0 \neq \beta_0 \qquad ep = \left|\dfrac{\beta_0-\alpha_0}{\alpha_0}\right| = \left|\dfrac{4-5}{5}\right| = \dfrac{1}{5} = 0.2$

Risposta $\underline{b}$

4. $\underline{a}$

5. $s(s+3)(s-1)+12s+12z$

$s^3+3s^2-s^2-3s+12s+12z \qquad z = \dfrac{\cancel{2}\cdot\cancel{9}\,3}{\cancel{12}\,\cancel{6}\,2} = 1.5$

$s^3+2s^2+9s+12z$

Risposta $\underline{c}$

Precisione statica

$$F(s) = \frac{\frac{11}{s}\cdot\frac{s+5}{s+1}}{1+\frac{11}{s}\cdot\frac{s+5}{s+1}\cdot\frac{3}{s+4}} = \frac{11(s+5)}{\cancel{s(s+1)}}\cdot\frac{\cancel{s(s+1)}(s+4)}{s(s+1)(s+4)+33(s+5)} =$$

$$\frac{(11s+55)(s+4)}{s^3+s^2+4s^2+4s+33s+165}$$

$s^3+5s^2+37s+165$

$5\cdot 37 > 165 \qquad 185 > 165$

as. stabile

$$11s^2+55s+44s+220 = 11s^2+99s+220$$

$$\frac{11s^2+99s+220}{s^3+5s^2+37s+165} \qquad \alpha_0 \neq \beta_0 \qquad e_p = \left|\frac{220-165}{165}\right| = 0.33$$

$e_v = \infty$

Luogo delle radici

$G(s) = \frac{1}{s-3} \qquad T_{a1} < 0.04s \qquad e_v < 0.01$

$|\delta| = \frac{4.6}{0.04} \qquad \delta > 115$

$\delta < -115$ dominante

$C(s) = \frac{K(s+z)}{s} \qquad z = 120 \qquad C(s) = \frac{K(s+120)}{s}$

$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K(s+120)}{s(s-3)}$

K=1 punto multiplo

$\gamma(x) = -\frac{D(s)}{N(s)} = \frac{-x(x-3)}{x+120} = \frac{-x^2+3x}{x+120}$

$-x^2 - 240x + 360 = 0$

$\gamma'(x) = \frac{(-2x+3)(x+120)+x^2-3x}{(x+120)^2}$

$x < 1.49$

$s^* = -241.4$

$K > \bar{K}$ con $K = \dfrac{|D(s^*)|}{|N(s^*)|} = \left| \dfrac{-241.4(-241.4-3)}{-241.4+120} \right| = 485.98$

$K > 485.98$

$e_v = \left|\dfrac{1}{M}\right| < 0.01$ $\qquad M = \lim_{s\to 0} s\,L(s) = -40K$

$\left|\dfrac{1}{-40K}\right| < 0.01 \qquad \dfrac{1}{+40K} < 0.01 \qquad K > \dfrac{1}{40 \cdot 0.01} = 2.5$

Considero $K = 500$

$$C(s) = \frac{500(s+120)}{s}$$

Progetto in frequenza

$G(s) = K\dfrac{s+z}{(s+6)^2}$ $\qquad M_a = 12dB = 10^{12/20} = 4$

$\boxed{z = -6}$ $\qquad G(s) = \dfrac{K(s-6)}{(s+6)^2}$

$M > 0 \qquad \lim_{s\to 0} G(s) = -\dfrac{K}{6} \qquad K < 0$

$\omega_c \qquad \angle G(j\omega_c) = -\pi \quad \rightarrow \quad \operatorname{arctg}\left(-\dfrac{\omega_c}{6}\right) - 2\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\omega_c}{6}\right) = -\pi$

$\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\omega_c}{6}\right) = \dfrac{\pi}{3} \qquad \omega_c = 6\sqrt{3}$

$\dfrac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \dfrac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2 + 36}} \qquad \dfrac{\sqrt{108+36}}{|K|} = 4 \qquad \boxed{K = -3}$

16

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+16)(s+5)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 23\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- 94,04
- −94,04
- 0
- −47,02
- 47,02

2. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s-4}{s^3+5s^2+4s+6}$$

- ∞
- 0,33
- 1,67
- 1
- 0

3. *(1 punto)* In uno schema di controllo con retroazione negativa unitaria, quale tra i seguenti è un controllore statico?

- Un controllore PD
- $u(t) = \operatorname{sgn}(e(t))$
- $u(t) = \dfrac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$
- $u(t) = \int_0^t e(\tau)\mathrm{d}\tau$
- Un controllore PI

4. *(1 punto)* Un polinomio caratteristico del secondo ordine con coefficiente di smorzamento $\xi < -1$ presenta:

- Due poli complessi e coniugati a parte reale negativa
- Due poli reali e distinti entrambi negativi
- Due poli reali coincidenti
- Due poli reali e distinti entrambi positivi
- Due poli complessi e coniugati a parte reale positiva

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+18)(s+1)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 15\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

20,9

41,8

−20,9

0

−41,8

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

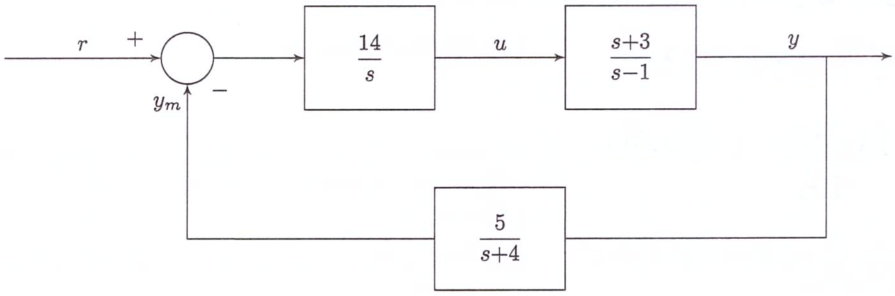
Precisione statica

ESERCIZIO 1.

4 punti

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r - y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r - y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p =$ [ ] , $e_v =$ [ ]

Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

5 punti

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-10}{s(s+10)}$$

5 punti

e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.

ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = \frac{-3}{(s+3)(s^2+1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.

Precisione statica

$$\frac{\frac{14}{s}\cdot\frac{s+3}{s-1}}{1+\frac{14}{s}\cdot\frac{s+3}{s-1}\cdot\frac{s}{s+4}} = \frac{14(s+3)}{\cancel{s(s-1)}}\cdot\frac{\cancel{s(s-1)}(s+4)}{s(s-1)(s+4)+70(s+3)}$$

$$\frac{14(s+3)(s+4)}{s^3-s^2+4s^2-4s+70s+210}$$

$s^3+3s^2+66s+210$

$198 > 210$ instabile

Luogo delle radici

$G(s)=\frac{1}{s-3}$ $T_{oe}<0.2s$ $e_v<0.05$

$|\delta|=\frac{4.6}{0.2}$ $\delta>23$

$\delta<-23$

$C(s)=\frac{K(s+z)}{s}=\frac{K(s+24)}{s}$ $L(s)=\frac{K(s+24)}{s(s-3)}$

Punto multiplo $(K=1)$

$\gamma(x)=\frac{-D(s)}{N(s)}=\frac{-x(x-3)}{x+24}=\frac{-x^2+3x}{x+24}$

$\gamma'(x)=\frac{(-2x+3)(x+24)+x^2-3x}{(x+24)^2}$ $-x^2-48x+70=0$

$x \begin{cases} 1.42 \\ -49.41 \text{ p.to minimo} \end{cases}$

$s^*=-49.41$

$K>\bar{K}$ $K=\frac{|D(s^*)|}{|N(s^*)|}=\left|\frac{-49.41(-49.41-3)}{-49.41+24}\right|=101.91$

$K>101.91$

$e_v=\left|\frac{1}{\mu}\right|<0.05$ $\mu=\lim_{s\to 0} sL(s)=-8K$

$\frac{1}{8K}<0.05$ $K>\frac{1}{8\cdot 0.05}$ $K>2.5$

$C(s)=\frac{102(s+24)}{s}$

$$G(s) = K \cdot \frac{s-10}{s(s+10)} \qquad M_a = 3dB = 10^{3/10} = 1.41$$ ②

$$\mu > 0 \qquad \lim_{s \to 0} sG(s) = -K \qquad K < 0$$

$$\omega_c \to \underline{\angle G(j\omega)} = -\pi \to -\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{10}\right) - \frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{10}\right) = -\pi$$

$$-2\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{10}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\omega}{10} = 1 \qquad \omega_c = 10$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \frac{|K|}{\omega_c}$$

$$\frac{\omega_c}{|K|} = 1.41 \qquad |K| = \frac{10}{1.41} \qquad K = -7.09$$

17

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi asintoticamente stabili con sovraelongazione superiore ad un valore $\bar{S}_{\%}$ è:

- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante
- L'area esterna ad un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

2. *(1 punto)* La f.d.t. $G(s) = 2\dfrac{s-1}{s(s-4)}$ ha

- tipo -1
- guadagno 2
- guadagno generalizzato $1/2$
- guadagno generalizzato $-1/2$
- costante di trasferimento -2

3. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{14(s+12)}{(s+18)(s+2)(s+3)}$. Si determini il margine di ampiezza.

- 3 dB
- 6 dB
- 12 dB
- 0 dB
- ∞

4. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s+3}{s^3+4s^2+8s+5}$$

- 0,4
- ∞
- -1
- 1
- 1,6

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{14}{(s+16)(s+2)(s+5)}$. Si determini il margine di fase.

- $-32°$
- $180°$
- ∞
- 0
- $32°$

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

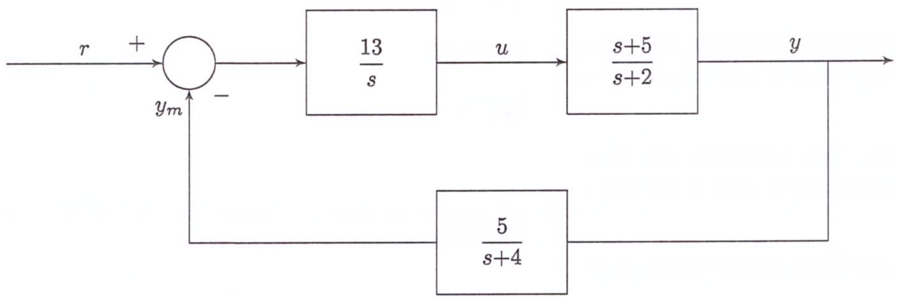
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r - y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r - y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$ [   ] , $e_v =$ [   ]

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

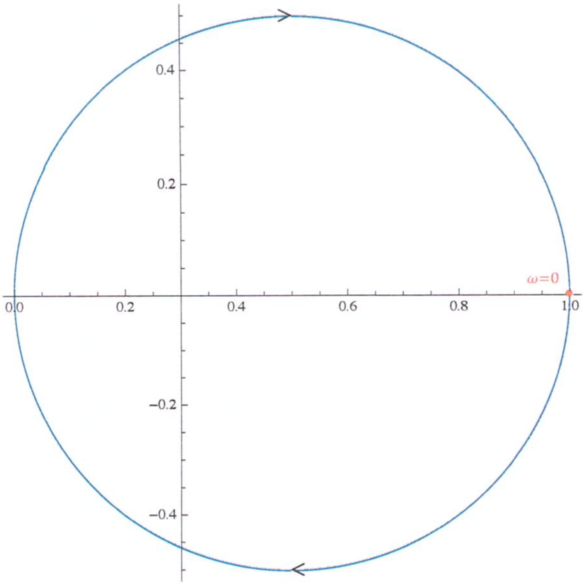
Esercizio 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

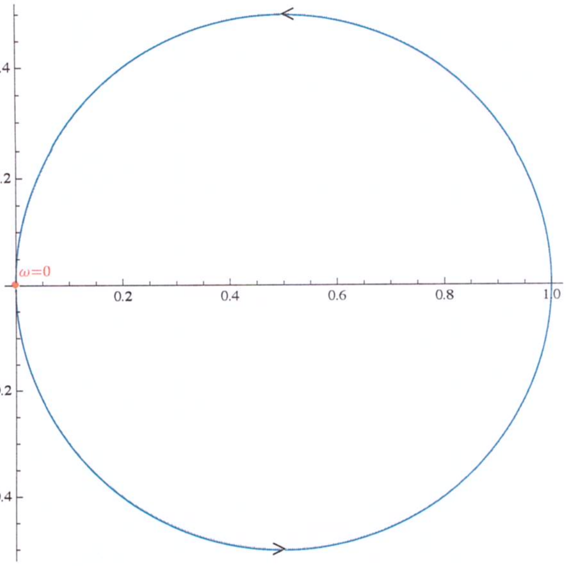
$$G(s) = k \cdot \frac{s-3}{s(s+3)}$$

5 punti

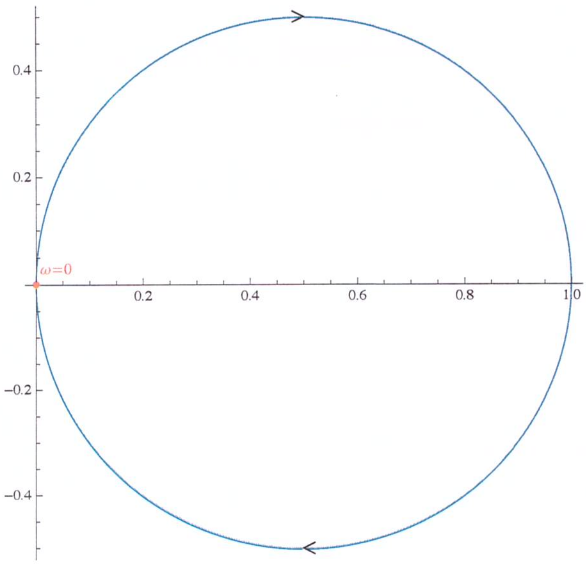
e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di fase pari a 70°.



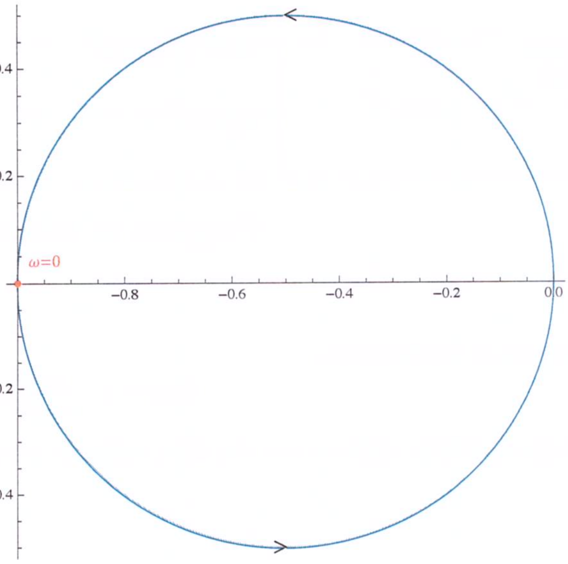
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Esercizio 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

$L(s) = \dfrac{1}{s+1}$	(A) Fig. (ii)
$L(s) = \dfrac{1}{s-1}$	(B) Fig. (iv)
$L(s) = \dfrac{s}{s-1}$	(C) Fig. (iii)
$L(s) = \dfrac{s}{s+1}$	(D) Fig. (i)

5 punti

1

$$\frac{\frac{13}{s}\cdot\frac{s+5}{s+2}}{1+\frac{13}{s}\cdot\frac{s+5}{s+2}\cdot\frac{5}{s+4}} = \frac{13(s+5)}{\cancel{s(s+2)}}\cdot\frac{\cancel{s(s+2)}(s+4)}{s(s+2)(s+4)+65(s+5)} =$$

$$= \frac{(13s+65)(s+4)}{s^3+2s^2+4s^2+8s+65s+325}$$

$s^3+6s^2+73s+325$

$438 > 325$

$13s^2+65s+52s+260$

$$\frac{13s^2+117s+260}{s^3+6s^2+73s+325}$$

$$e_p = \left|\frac{260-325}{325}\right| = 0.2$$

$e_v = \infty$

Luogo delle radici

$T_{a1} < 0.89 \qquad e_p < 0.17$

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10}$$

$$|\delta| = \frac{4.6}{0.89}$$

$\delta > 5.16$

$\delta < -5.16$

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+10)}$$

semplifico il polo -10 con uno zero

$C(s) = K(s+10)$

$$L(s) = \frac{K}{s-1}$$

$K > \bar{K} \qquad \bar{K} = |x+p| = |-5.16-1| = 6.16 \qquad K > 6.16$

$$e_p = \left|\frac{1}{1+\mu}\right| < 0.17 \qquad \mu = K \qquad \left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.17 \qquad \frac{1}{K-1} < 0.17$$

$$K > \frac{1}{0.17}+1 \qquad K > 6.89$$

$K = 7$

$$C(s) = \frac{7(s+10)}{1+\frac{s}{100}}$$

Progetto in frequenza

$$G(s) = k \cdot \frac{s-3}{s(s+3)}$$

$\varphi_m = 70$

$|\varphi_c| = 180 - 70 = 110$

$\varphi_c = -110$

$$\varphi_c = -\frac{11}{18}\pi$$

$\omega_c \to \angle G(j\omega) = \varphi_c$

$$\text{arctg}\left(-\frac{\omega}{3}\right) - \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{\omega}{3}\right) = -\frac{11}{18}\pi$$

$$\text{arctg}\,\frac{\omega}{3} = \frac{1}{18}\pi \qquad \omega_c = 3\tan\frac{\pi}{18} = 0.53$$

pongo $|G(j\omega)| = 1 \Rightarrow \frac{|k|}{\omega_c} = 1 \qquad |k| = \omega_c$

$\mu > 0 \qquad \mu = -k \qquad k < 0$

$$\boxed{k = -0.53}$$

18

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s+3}{s^3+5s^2+7s+3}$$

- 3
- ∞
- 1
- -3
- -1

2. *(1 punto)* Si individui la f.d.t. di tipo -1 con costante di trasferimento 2, uno zero a fase non minima e la costante di tempo dominante 2 s:

- $G(s) = 2\dfrac{s-1}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 12\dfrac{s(s-1)}{(3s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = \dfrac{s(s-1)}{\left(\frac{s}{4}+1\right)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s(s-1)}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s(s+1)}{(s+1)(1+2s)}$

3. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli complessi con sovraelongazione inferiore ad un valore $\bar{S}_{\%}$ è:

- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante

4. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{16}{(s+18)(s+5)(s+1)}$. Si determini il margine di fase.

- $-36°$
- $36°$
- ∞
- 0
- $180°$

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{270}{(s+18)(s+5)(s+3)}$. Si determini il margine di fase.

- $-36°$
- $36°$
- $180°$
- 0
- ∞

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

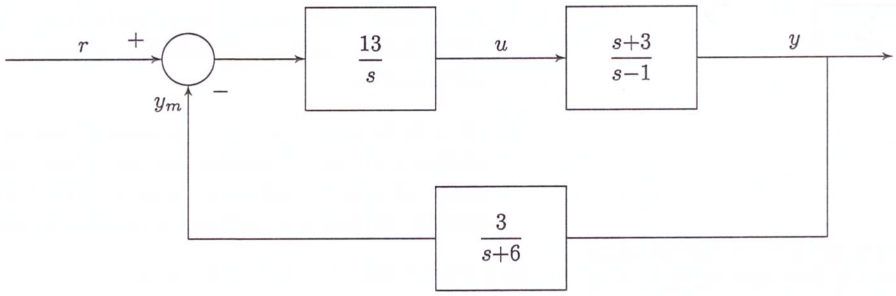
Precisione statica

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

4 punti

Si ricorda che $e_p \triangleq |r - y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r - y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p =$ ☐ , $e_v =$ ☐

Luogo delle radici

ESERCIZIO 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

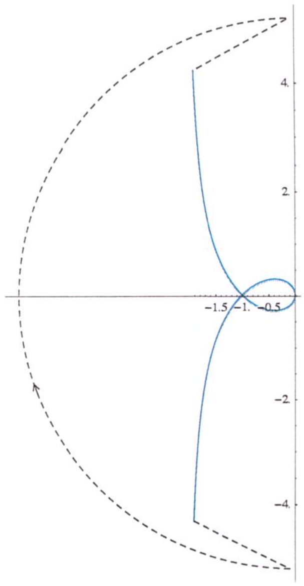
Esercizio 1.

Si consideri la funzione di trasferimento di anello

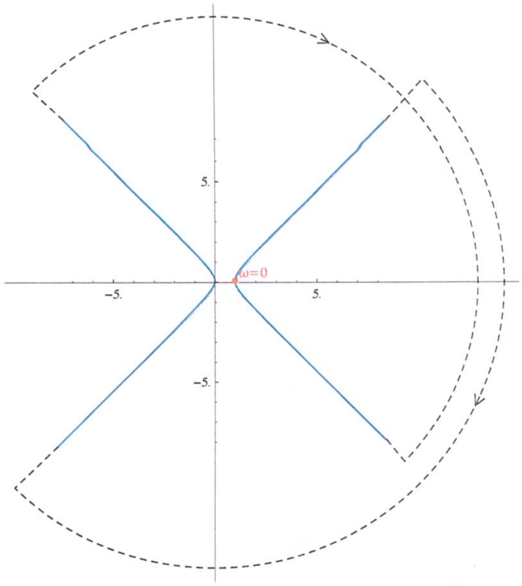
$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+10)}$$

5 punti

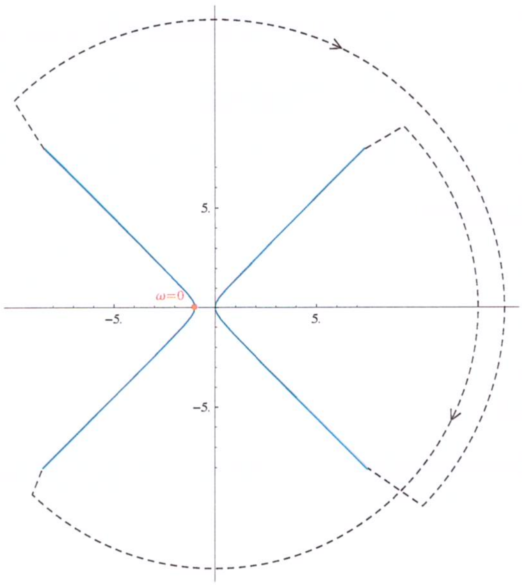
chiusa in retroazione negativa unitaria. Si determini il massimo valore del ritardo τ che consenta di mantenere l'asintotica stabilità a ciclo chiuso.



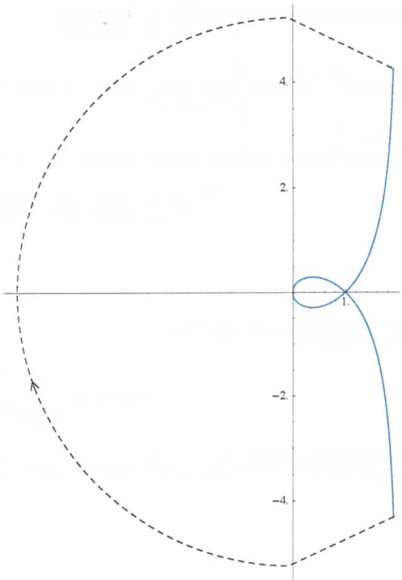
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Esercizio 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$$L(s) = \frac{s-1}{s(s+1)}$$ (A) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{(s+1)}{s(s-1)}$$ (B) Fig. (i)

$$L(s) = \frac{s-1}{s^2+1}$$ (C) Fig. (iv)

$$L(s) = \frac{s+1}{s^2+1}$$ (D) Fig. (iii)

Precisione statica

①

$$\frac{\frac{13}{s}\cdot\frac{s+3}{s-1}\cdot}{1+\frac{13}{s}\cdot\frac{s+3}{s-1}\cdot\frac{3}{s+6}} = \frac{\cancel{13}}{\cancel{s}}\cdot\frac{s+3}{\cancel{s-1}}\cdot\frac{\cancel{s(s-1)}(s+6)}{s(s-1)(s+6)+39(s+3)}$$

$$s^3+5s^2+33s+117$$

$$\frac{(13s+39)(s+6)}{s^3-s^2+6s^2-6s+39s+117}$$

$5\cdot 33 > 117$

165 as. stabile

$$13s^2+39s+78s+234$$

$$e_p = \left|\frac{234-117}{117}\right| = 1$$

$$\frac{13s^2+117s+234}{s^3+5s^2+33s+117}$$

$e_v = \infty$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10} =$$

Uguale a Versione 1

Progetto in frequenza

$$L(s) = \frac{e^{-sT}}{s(s+10)} \qquad L(s) = e^{-sT} \cdot G'(s)$$

$$G'(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega+10)} \qquad T < \frac{\varphi_m}{\omega_c} \text{ per essere as. stabile}$$

Calcolo $|G'(j\omega)| = 1$

$$\frac{1}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+100}} = 1 \rightarrow 1 = \omega_c\sqrt{\omega_c^2+100}$$

$$1 = \omega_c^2(\omega_c^2+100) \qquad \omega_c^4 + 100\omega_c^2 - 1 = 0$$

$$\omega_c = \begin{cases} 0.09 \leftarrow \\ -0.09 \\ 10i \\ -10i \end{cases} \qquad \omega_c = 0.09$$

$$\varphi_c = \underline{\angle G'(j\omega)} = -\frac{\pi}{2} - \text{arctg}\left(\frac{\omega}{10}\right) = -1.57$$

$$\varphi_m = \pi - |\varphi_c| = 3.14 - 1.54 = 1.57$$

$$T < \frac{1.57}{0.09} = 17.44$$

19

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(2 punti)* Il segnale $u(t) = t \cdot 1(t)$ è applicato al sistema $G(s) = \frac{s+3}{s^2(s+2)}$. L'uscita

- tende al valore 1,5
- tende ad una rampa di pendenza unitaria
- tende all'infinito
- tende a zero
- tende al valore −1,5

2. *(1 punto)* Il luogo del piano complesso corrispondente ad una coppia di poli con coefficiente di smorzamento ξ superiore ad un valore $\bar{\xi} > 0$ (cioè $1 > \xi > \bar{\xi} > 0$) è:

- Un cerchio centrato nell'origine
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel primo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel primo e quarto quadrante
- Il settore racchiuso tra due semirette che partono dall'origine e giacciono nel secondo e terzo quadrante
- Il settore racchiuso tra il semiasse positivo delle ordinate ed una semiretta che parte dall'origine e giace nel secondo quadrante, unito al corrispondente settore simmetrico rispetto all'asse delle ascisse

3. *(1 punto)* Si individui la f.d.t. di tipo −1 con costante di trasferimento 2, uno zero a fase non minima e la costante di tempo dominante 2 s:

- $G(s) = \dfrac{s(s-1)}{\left(\frac{s}{4}+1\right)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s-1}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s(s-1)}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 2\dfrac{s(s+1)}{(s+1)(1+2s)}$
- $G(s) = 12\dfrac{s(s-1)}{(3s+1)(1+2s)}$

4. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \frac{285}{(s+19)(s+3)(s+5)}$. Si determini il margine di fase.

- 180°
- ∞
- 0
- −38°
- 38°

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+20)(s+4)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 15\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

76

0

152

-76

-152

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

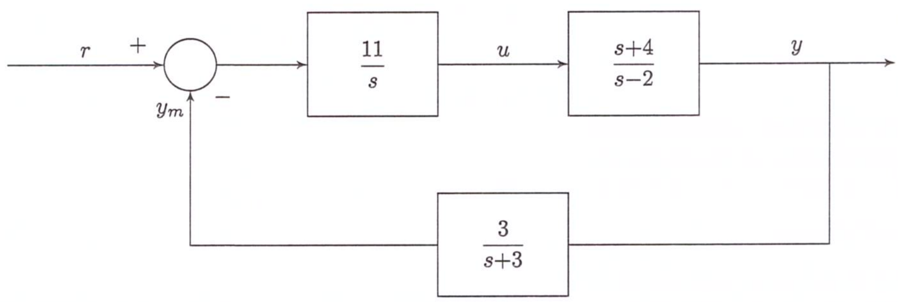
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$ $\boxed{}$, $e_v =$ $\boxed{}$

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s-5}$$

5 punti

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.6s;
- errore di velocità inferiore al 15%.

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

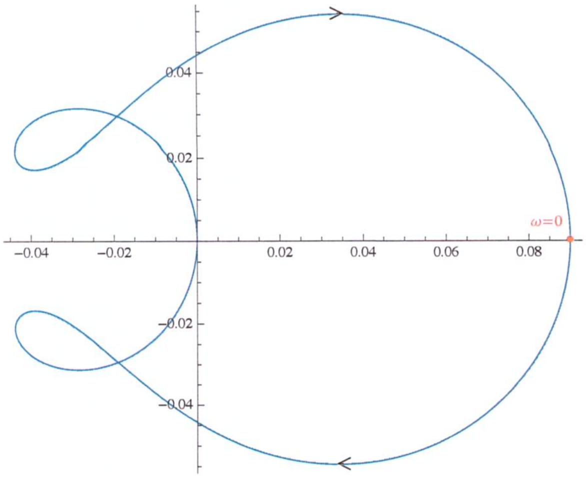
ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

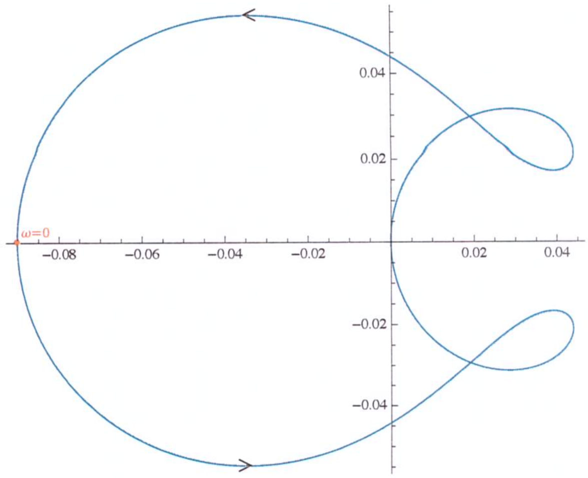
$$G(s) = k \cdot \frac{5 - s}{s(s+5)}$$

5 punti

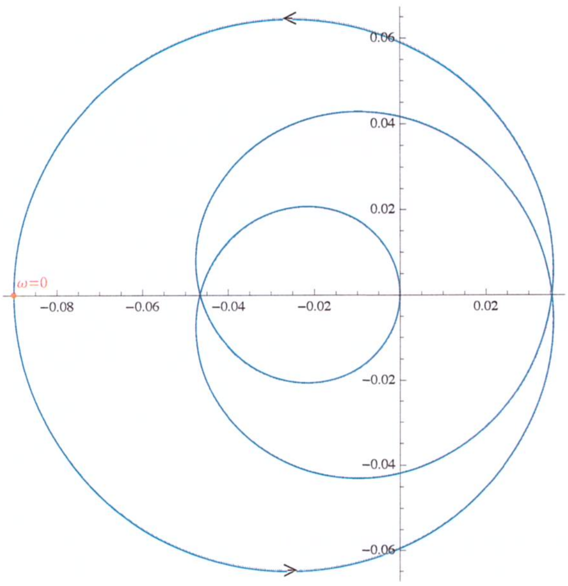
e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.



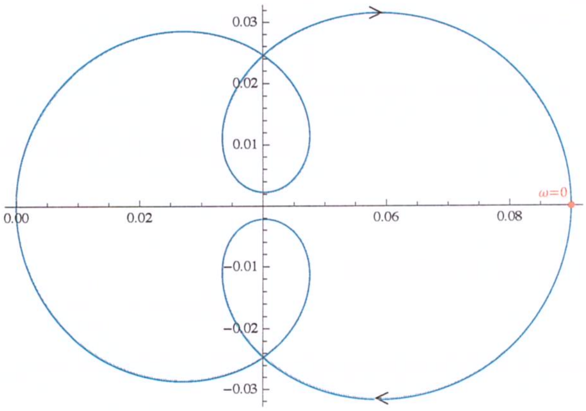
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Esercizio 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

$$L(s) = \frac{s^2 - 4s + 9}{(s+1)(s-10)^2}$$ (A) Fig. (iii)

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s-1)(s+10)^2}$$ (B) Fig. (ii)

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s+1)(s+10)^2}$$ (C) Fig. (i)

$$L(s) = \frac{s^2 + 4s + 9}{(s-1)(s-10)^2}$$ (D) Fig. (iv)

Precisione statica

$$G(s) = \frac{\frac{11}{s} \cdot \frac{s+4}{s-2}}{1 + \frac{11}{s} \cdot \frac{s+4}{s-2} \cdot \frac{3}{s+3}} = \frac{11(s+4)}{\cancel{s(s-2)}} \cdot \frac{\cancel{s(s-2)}(s+3)}{s(s-2)(s+3) + 33(s+4)}$$

$$\frac{(11s+44)(s+3)}{s^3 - 2s^2 + 3s^2 - 6s + 33s + 132}$$

$s^3 + s^2 + 27s + 132$

$1 \cdot 27 > 132$ no instabile

$e_p = e_v = \infty$

Luogo delle radici

$G(s) = \dfrac{1}{s-5}$ $\quad T_{a_1} < 0.6 s \quad e_v < 0.15$

$|\delta| = \dfrac{4.6}{0.6}$ $\quad \delta > 7.6$

$\delta < \underline{-7.6}$ dominante

$C(s) = \dfrac{K(s+z)}{s}$ $\quad z > \delta \to z = 10 \quad C(s) = \dfrac{K(s+10)}{s}$

$L(s) = G(s)C(s) = \dfrac{K(s+10)}{s(s-5)}$

Punto multiplo $(K=1)$

$$\gamma(x) = \frac{-D(s)}{N(s)} = \frac{-x(x-5)}{x+10} = \frac{-x^2+5x}{x+10}$$

$$\gamma'(x) = \frac{(-2x+5)(x+10) + x^2 - 5x}{(x+10)^2} = -2x^2 + \cancel{5x} - 20x + 50 + x^2 \cancel{-5x}$$

$$-x^2 - 20x + 50 = 0 \quad \begin{cases} 2.24 \\ -22.24 \leftarrow \end{cases} \quad s^* = -22.24$$

$K > \bar{K}$ $\quad K = \left|\dfrac{D(s^*)}{N(s^*)}\right| = \left|\dfrac{-22.24(-22.24-5)}{-22.24+10}\right| = 49.49 \quad \underline{K > 49.49}$

$e_v = \left|\dfrac{1}{\mu}\right| < 0.15 \quad \mu = \lim_{s\to 0} sL(s) = -\dfrac{10}{5}K \quad \dfrac{1}{2K} < 0.15 \quad K > \dfrac{1}{2 \cdot 0.15}$

$\underline{K > 3.3}$

$\boxed{K = 50}$ $\quad \boxed{C(s) = 50(s+10)}$

Progetto in frequenza

$$G(s) = K \cdot \frac{5-s}{s(s+5)} \qquad M_a = 3dB = 10^{3/20} = 1.41$$

(2)

$$\mu > 0 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} s\,G(s) = K \qquad K > 0$$

$$\omega_c \to \angle G(j\omega_c) = -\pi \quad = \quad + \operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega_c}{5}\right) - \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{5}\right) = -\pi$$

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{5}\right) = \frac{\pi}{4} \qquad \boxed{\omega_c = 5}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \Rightarrow \quad |G(j\omega)| = \frac{|K|}{\omega_c}$$

$$\frac{\omega_c}{|K|} = M_a \qquad |K| = \frac{\omega_c}{M_a} = \frac{5}{1.41} = 3.54 \qquad K = 3.54$$

$K = \cancel{-3.54}$

$$\underline{K = 3.54}$$

20

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase minore di $\bar{\varphi}_m < \frac{\pi}{2}$ se:

- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel terzo quadrante e il semiasse reale negativo delle ascisse
- il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto $x_A > -1$
- il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto $x_A > -1$
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel terzo quadrante e il semiasse negativo delle ordinate
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario in un punto compreso tra una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante e il semiasse negativo delle ordinate

2. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+16)(s-1)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 22\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- $-2{,}05$
- 0
- $-4{,}09$
- $4{,}09$
- $2{,}05$

3. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si sollecita con un gradino il sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+17}{s^3+3s^2+3s+17}$$

- 1,12
- 1
- ∞
- 0
- 0,88

4. *(1 punto)* Quali sono i vantaggi del controllo in retroazione?

- È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo aperto
- Aumentando il guadagno del controllo si stabilizza il processo
- Consente di controllare processi non perfettamente noti
- Con un'azione proporzionale è sempre possibile stabilizzare un processo
- Consente di risparmiare sui costi di implementazione

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{12(s+14)}{(s+17)(s+5)(s+4)}$. Si determini il margine di ampiezza.

- 12 dB
- ∞
- 0 dB
- 3 dB
- 6 dB

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

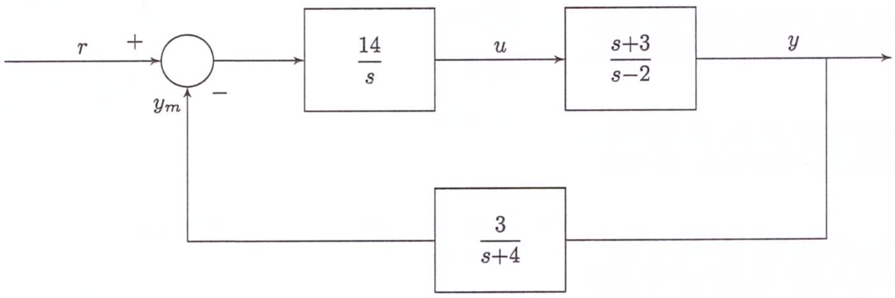
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$e_p =$ ____ , $e_v =$ ____

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

5 punti

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0,89s;
- errore di posizione inferiore al 17%.

Controlli Automatici 21 settembre 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s+z}{(s+7)^2}.$$

5 punti

Si scelga il valore del guadagno $k \in \mathbb{R}$ e del parametro $z \in \mathbb{R}$ in maniera che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 6dB.

ESERCIZIO 2. Si tracci il diagramma di Nyquist della f.d.t.

$$L(s) = 5\frac{s-2}{s^2(s+1)}.$$

5 punti

Si dica se il corrispondente sistema a ciclo chiuso con retroazione negativa unitaria è asintoticamente stabile o meno.

Precisione statica

$$\frac{\frac{14}{s}\cdot\frac{s+3}{s-2}}{1+\frac{14}{s}\cdot\frac{s+3}{s-2}\cdot\frac{3}{s+4}} = \frac{14(s+3)}{\cancel{s(s-2)}}\cdot\frac{\cancel{s(s-2)}(s+4)}{s(s-2)(s+4)+42(s+3)}$$

$$\frac{(14s+42)(s+4)}{s^3-2s^2+4s^2-8s+42s+126} \rightarrow s^3+2s^2+34s+126$$

$2\cdot 34 > 126$ no instabile

$e_v = e_p = \infty$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9s-10} = \frac{1}{(s-1)(s+10)}$$

$T_{a1} < 0.89$

$e_p < 0.17$

$$T_{a1} < \frac{4.6}{|\delta|} \qquad |\delta| > \frac{4.6}{0.89}$$

$\delta > 5.16$

$\delta < -5.16$ ← dominante

Semplifico il polo in -10 con uno zero per avere un controllore del tipo $C(s) = K(s+z) = K(s+10)$ quindi $z = 10$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K}{s-1}$$

$K > \bar{K}$ $\quad\bar{K}$ con il metodo della puntaggiatura

$$K = |x+p|_{\substack{x=\delta \\ p=-1}} = |-5.16-1| = 6.16 \qquad K > 6.16$$

K deve rispettare anche la condizione di e_p

$$e_p = \left|\frac{1}{1+\mu}\right| < 0.17 \qquad \mu = \lim_{s\to 0} L(s) = \frac{K}{-1} = -K$$

$$\left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.17 \qquad \frac{1}{K-1} < 0.17 \qquad \frac{1}{0.17}+1 < K \qquad K > 6.88$$

$$\begin{cases} K > 6.16 \\ K > 6.88 \end{cases} \qquad K = 7$$

$$C(s) = \frac{7(s+10)}{1+\tau s} \qquad \tau = \frac{1}{10\cdot 7} = \frac{1}{100}$$

Progetto in frequenza ②

$$G(s) = K \frac{s+z}{(s+7)^2} \qquad M_a = 6dB = 10^{6/20} = 2$$

$$\boxed{z = -7} \qquad G(s) = \frac{K(s-7)}{(s+7)^2}$$

Il guadagno generalizzato deve essere positivo

$$\mu > 0 \qquad \mu = \lim_{s \to 0} G(s) = -\frac{1}{7}K \qquad \underline{K < 0}$$

Calcolo $\omega_c \rightarrow \angle G(j\omega) = -\pi \rightarrow \arctan\left(-\frac{\omega}{7}\right) - 2\arctan\left(\frac{\omega}{7}\right) = -\pi$

$$\arctan\frac{\omega}{7} = \frac{\pi}{3} \qquad \omega = 7\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = 7\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{|G(j\omega)|} = M_a \qquad |G(j\omega)| = \frac{|K|\sqrt{\omega_c^2+49}}{\omega_c^2+49} = \frac{|K|}{\sqrt{\omega_c^2+49}}$$

$$\frac{\sqrt{\omega_c^2+49}}{|K|} = M_a \qquad |K| = \frac{\sqrt{\omega_c^2+49}}{M_a} = \frac{\sqrt{196}}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\begin{cases} K = 7 \\ K = -7 \leftarrow \end{cases} \qquad K = -7$$

Controlli Automatici 15 giugno 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+16)(s+1)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 16\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.
   - −17
   - −34
   - 0
   - 17
   - 34

2. (1 punto) Un sistema LTI è descritto dalla f.d.t. $G(s) = \dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{s-1}{s+1}e^{-s}$. Qual è il legame tra ingresso u(t) e uscita y(t)?
   - $\dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t-1) - u(t)$
   - $\dot{y}(t) - y(t) = \dot{u}(t-1) + u(t-1)$
   - $\dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t) + u(t-1)$
   - $\dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t-1) - u(t-1)$
   - $\dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t) - u(t-1)$

3. (1 punto) Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di $\phi_m > \dfrac{\pi}{2}$ se:
   - il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto $x_A > -1$
   - il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sopra di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante
   - il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto $x_A > -1$
   - il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario nel terzo quadrante
   - il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sotto di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

4. (2 punti) Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2 - 2s + 18}{s^3 + 4s^2 + 2s + 18}$$

   - 1,17
   - ∞
   - 1
   - 0
   - 0,83

5. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{30}{(s+15)(s+2)(s+1)}$. Si determini il margine di fase.

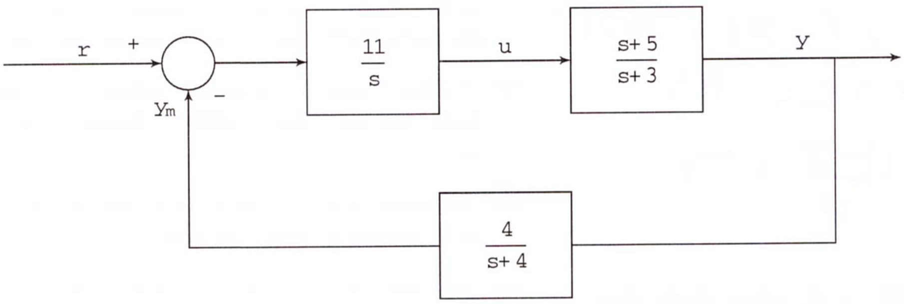
- $-30°$
- $30°$
- 0
- $180°$
- ∞

> Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

Precisione statica

Esercizio 1. (4 punti)

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.
Si ricorda che $e_p = |r-y|$ quando $r = 1(t)$ e $e_v = |r-y|$ quando $r = t \cdot 1(t)$.



$e_p =$, $e_v =$

Luogo delle radici

Esercizio 1. (5 punti)

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s^2+4s-5}$$

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 2s;
- errore di posizione inferiore al 38% .

Controlli Automatici 15 giugno 2018	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

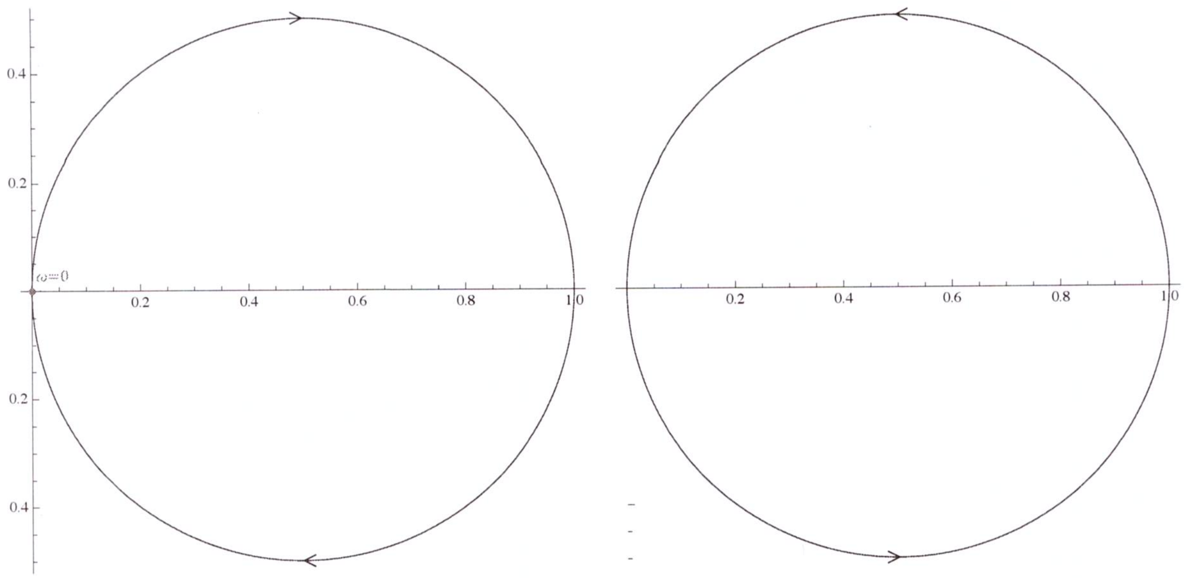
Esercizio 1.

Si consideri la funzione di trasferimento di anello

5 punti

$$L(s) = \frac{e^{-s\tau}}{s(s+7)}$$

chiusa in retroazione negativa unitaria. Si determini il massimo valore del ritardo τ che consenta di mantenere l'asintotica stabilità a ciclo chiuso.



(i)

Precisione statica

(1)

$$\frac{\frac{11}{s}\cdot\frac{s+5}{s+3}}{1+\frac{11}{s}\cdot\frac{s+5}{s+3}\cdot\frac{4}{s+4}} = \frac{11(s+5)}{s\cancel{(s+3)}}\cdot\frac{s\cancel{(s+3)}(s+4)}{s(s+3)(s+4)+44(s+5)} =$$

$$\frac{(11s+55)(s+4)}{s^3+3s^2+4s^2+12s+44s+220} =$$

$$s^3+7s^2+56s+220$$

$7\cdot 56 > 220$ si as. stabile

$11s^2+55s+44s+220 = 11s^2+99s+220$

$$\frac{11s^2+99s+220}{s^3+7s^2+56s+220}$$

$\alpha_0 = \beta_0$

$\alpha_1 \neq \beta_1$

$e_p = 0$ $\quad e_v = \left|\frac{99-56}{220}\right| = 0.2$

Luogo delle radici

$$G(s) = \frac{1}{s^2+4s-5} = \frac{1}{(s-1)(s+5)}$$

$T_{a1} < 2s$

$e_p < 0.38$

$$T_{a1} = \frac{4.6}{|\delta|} < 2 \qquad |\delta| > \frac{4.6}{2}$$

$\delta > 2.3$

$\delta < -2.3$ dominante

Semplifico il polo -5 con uno zero affinche $C(s) = K(s+z) = K(s+5)$

Quindi $z = 5$

$$L(s) = G(s)C(s) = \frac{K}{s-1}$$

$K > \bar{K}$ $\quad \bar{K}$ metodo punteggiatura

$$\bar{K} = |x+p|_{\substack{x=\delta\\p=-1}} = |-2.3-1| = +3.3$$

$K > 3.3$

Verifico che

$$e_p = \left|\frac{1}{1+\mu}\right| < 0.38 \qquad \mu = \lim_{s\to 0} L(s) = -K$$

$$\left|\frac{1}{1-K}\right| < 0.38 \qquad \frac{1}{K-1} < 0.38 \qquad K > \frac{1}{0.38}+1 \qquad K > 3.63$$

$K = 4$

$$C(s) = \frac{4(s+5)}{1+sT} \qquad T = \frac{1}{z\cdot 10} = \frac{1}{50}$$

(2)

$$L(s) = \frac{e^{-sT}}{s(s+7)} = e^{-sT} \cdot \underbrace{\frac{1}{s(s+7)}}_{G'(s)}$$

$$G'(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega+7)}$$

Per la stabilità $T < \frac{\varphi_m}{\omega_c}$

Calcolo $|G'(j\omega)| = 1$

$$\frac{1}{\omega_c\sqrt{\omega_c^2+49}} = 1 \qquad \omega_c\sqrt{\omega_c^2+49} = 1$$

$$\omega_c^2(\omega_c^2+49) = 1 \qquad \omega_c^4 + 49\omega_c^2 - 1 = 0$$

$$\omega_c = \begin{cases} 0.142 \leftarrow \\ -0.142 \\ \pm 7j \end{cases} \qquad \omega_c = 0.142$$

$$\varphi_c = \underline{/G'(j\omega)} = -\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_c}{7}\right) = -1.59$$

$$\varphi_M = \pi - |\varphi_c| = 1.55$$

$$T < \frac{1.55}{0.142} \qquad T < 10.91$$