SPECIFICHE IN FREQUENZA

Abbiamo visto che, se il criterio di Bode è applicabile:

- $|L(j\omega)| >> 1$ (Amplificato) , $\omega << \omega_c$
- $|L(j\omega)| << 1$ (Attenuato) , $\omega >> \omega_c$

Ricordiamo la Sensitività Diretta $T_{z-oy} = F(j\omega) = \dfrac{L(s)}{1+L(s)}$ notiamo che...

- $|F(j\omega)| \approx 1$ per $\omega << \omega_c$ (Perchè $|L(j\omega)| >> 1$) $\to$ Benissimo! Il riferimento passa
- $|F(j\omega)| << 1$ per $\omega >> \omega_c$ $\to$ MALE! Il ref non passa più

Quindi... possiamo prendere ω_c come valore della BANDA PASSANTE DEL SYS A CICLO CHIUSO (Non di $L(s)$ a C.A.!)

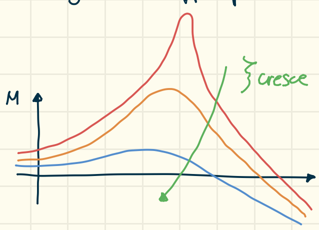
SPECIFICHE DINAMICHE IN FREQUENZA

Siccome, ad esempio...

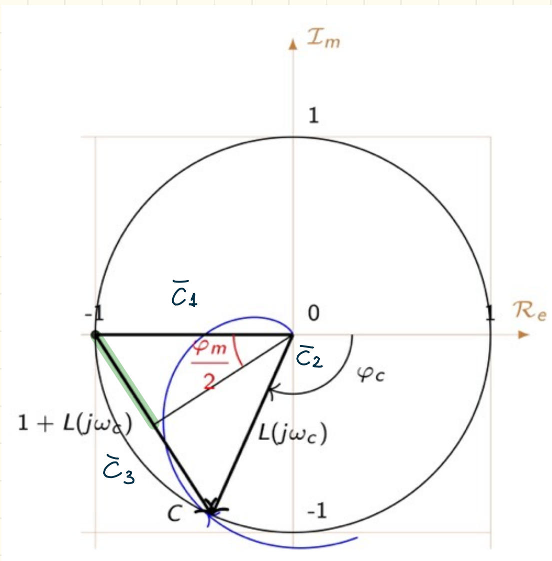
$T_{a1} = \dfrac{4.6}{\sigma} \leq \bar{T}_a$ $\leftarrow$ In Termini di pulsaz. di attraversamento $\to$ $\boxed{\dfrac{4.6}{\bar{T}_a} < \omega_c}$ $\qquad \omega_c = \sigma$ Polo Dominante

Attenzione! Potrebbe esserci un picco di Risonanza

Se ξ è Troppo piccolo...



Margine di fase con picco di Risonanza ⏵ 32:00



Abbiamo un Triangolo isoscele perchè $\bar{C}_1 = \bar{C}_2$ mentre la base è la dist Tra il punto -1 e $L(j\omega_c)$

$\Rightarrow \bar{C}_3 = 1 + L(j\omega_c)$ $\Rightarrow$ l'angolo compreso tra C_1 e $C_2 = \varphi_m$

$\Rightarrow$ l'angolo tra C_1 e h (anche C_1 e h) $= \dfrac{\varphi_m}{2}$

Quindi: $|1 + L(j\omega_c)| = 2 \cdot \sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right)$

Quando calcoliamo la sensitività Complementare

$|F(j\omega_c)| = \dfrac{|L(j\omega_c)|}{1 + |L(j\omega_c)|} = \dfrac{1}{2\sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right)}$ ($|L(j\omega_c)| \approx 1$ vedi sopra)

- $\varphi_m = 90° \to |F(j\omega_c)| \cong -3dB$ — Filtro passa basso
- $\varphi_m < 60° \to |F(j\omega_c)| > 1$ — Non più Passa basso

$\Rightarrow$ QUINDI

Più piccolo è il margine di fase maggiore è il MODULO della sens dir $F(j\omega_c)$ il che può accadere grazie a due tipi di poli/zeri:

- Zeri a $Re P < 0$
- Poli complx e conj $\to$ Picco di risonanza $I_n(\omega_c)$ $\to$ SOVRAELONGAZIONE

Morale della favola: avere un margine di fase piccolo **è una forte indicazione della presenza di poli complessi e coniugati**.

Legame tra margine di fase e smorzamento

Nella Hp di avere solo 2 poli $\boxed{\text{complx e coniug senza Poli/zeri}}$ (Hp1) (ciclo chiuso), possiamo scrivere la Fdt:

$$|F(j\omega_c)| \approx |F(j\omega_n)| = \frac{\omega_n^2}{|-\omega_n^2 + 2\xi\omega_n^2 + \omega_n^2|} \qquad \text{quindi } \boxed{\omega_n \approx \omega_c \quad Hp_2}$$

$$\Rightarrow |F(j\omega_n)| \approx \frac{\cancel{\omega_n^2}}{\cancel{\omega_n^2}(-\cancel{1}+2\xi+\cancel{1})} \Rightarrow \boxed{|F(j\omega_n)| \approx \frac{1}{2\xi}}$$

Ma nella pagina prec eravamo giunti al risultato di $\boxed{|F(j\omega_c)| = \frac{1}{2\sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right)}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2\xi} = \frac{1}{2\sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right)} \Rightarrow 2\xi = 2\sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right) \Rightarrow \boxed{\xi = \sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right)} \quad \text{eq 1}$$

Inoltre per piccoli angoli $\sin(\alpha) \approx \alpha \Rightarrow \sin\left(\frac{\varphi_m}{2}\right) \approx \frac{\varphi_m}{2} \Rightarrow \boxed{\xi \approx \frac{\varphi_m}{2}}$ eq 2 (RAD)

φ_m però è in RAD $\Rightarrow \boxed{RAD \cdot \frac{\pi}{180} = DEG} \Rightarrow \frac{\varphi_m}{2} \cdot \frac{\pi}{180} = \varphi_m \cdot \frac{3.14}{360} \approx \frac{\varphi_m}{100} \Rightarrow \boxed{\xi_{DEG} \approx \frac{\varphi_m}{100}}$ eq 3 (DEG)

Relazione da preferire per relazionare Margine di fase e smorzamento

Esempio

Vogliamo un coefficiente di smorzamento $\xi > 0.04 \Rightarrow \varphi_m > 100 \cdot 0.4 > 40°$ Ans

PROGETTO IN FREQUENZA

Margine di fase

Se il margine di fase è maggiore di 75° (perché dopo questo valore il margine calcolato con l'eq3 non è più fedele) allora la funzione di trasferimento ha un polo reale dominante con costante di tempo pari a *circa* 1/Wc (pulsazione di attraversamento).

Se invece il margine di fase è compreso tra 0 e 75° allora la funzione di trasf ha una coppia di poli complessi e coniugati; possiamo calcolare pulsazione naturale (Wn=Wc) e coefficiente di smorzamento, che sarà circa uguale al margine di fase diviso 100 (come visto nella eq3).

$\varphi_m < 75° \Rightarrow$ 1 POLO DOMINANTE con $\tau \approx \frac{1}{\omega_c}$

$0 < \varphi_m < 75° \Rightarrow$ 2 Poli complx e coniug

con $\begin{cases} \omega_n \approx \omega_c \\ \xi \approx \frac{\varphi_m}{100} \end{cases}$

Pulsazione critica

La funzione di trasferimento ha una banda passante ben approssimata dalla pulsazione critica Wc (di attraversamento). Se il margine di fase è troppo piccolo la fdt ha un picco di risonanza elevato e l'approssimazione sulla banda passante diventa sempre meno accurata: minore è il coefficiente di smorzamento, maggiore sarà la distanza tra Wc e la frequenza del picco dì risonanza.