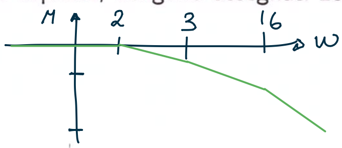
Controlli Automatici 12 gennaio 2021 SIMONA	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

$\mu = \frac{96}{16 \cdot 2 \cdot 3} = 1$

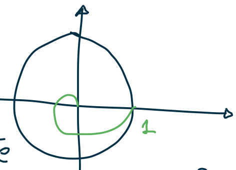


8 punti

1. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile ha un margine di 180° se:

- ~~il diagramma di Nyquist parte dal punto (−1,0) ed immediatamente esce dalla circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla~~
- il diagramma di Nyquist parte dal punto (1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla
- ~~il diagramma di Nyquist parte dal punto (−1,0) ed immediatamente entra nella circonferenza di raggio unitario senza mai più intersecarla~~
- ~~il diagramma di Nyquist è tutto strettamente contenuto all'interno della circonferenza di raggio unitario~~ Sarebbe ∞
- ~~il diagramma di Nyquist è tutto completamente all'esterno della circonferenza di raggio unitario~~

3. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \frac{96}{(s+16)(s+2)(s+3)}$. Si determini il margine di fase.



Il diagramma entra immediatamente in −1 e non esce più ⇒ $\varphi_m = 180°$

4. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di velocità quando si sollecita con una rampa il sistema

$$G(s) = \frac{s^2+2s+4}{s^3+3s^2+7s+4}$$

- −1,25
- −1
- 1,25
- 1
- ∞

2. *(1 punto)* Quali sono i vantaggi del controllo a ciclo aperto?

- È più semplice da progettare rispetto al controllo a ciclo chiuso
- ~~Consente di velocizzare la risposta del processo~~
- ~~Consente di controllare processi non perfettamente noti~~
- ~~Consente di stabilizzare processi instabili~~
- ~~È più difficile da progettare rispetto al controllo ciclo chiuso~~

$\frac{s^2+2s+4}{s^3+3s^2+7s+4}$ $\beta_0 = \alpha_0 = 0 \quad e_p = \emptyset$

$\beta_1 \neq \alpha_1 = 0 \quad e_r = \left|\frac{\beta_1-\alpha_1}{\alpha_0}\right| = \left|\frac{2-7}{4}\right| = 1.25$

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove la funzione di anello è $L(s) = \dfrac{11}{(s+16)(s+4)(s+5)}$. Si determini il margine di fase.

180°

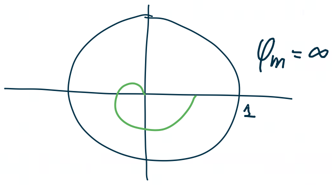
32°

−32°

∞

0

$\mu = \dfrac{11}{16\cdot4\cdot5} = 0.034 < 1 \Rightarrow \varphi_m = \infty$



$\varphi_m = \infty$

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

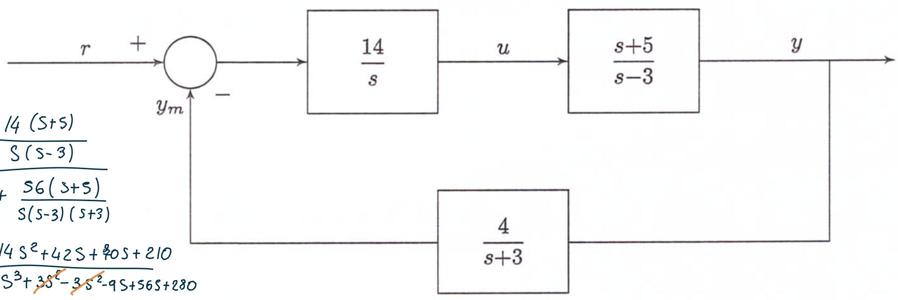
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$L(s) = \dfrac{14(s+5)}{s(s-3)}$

$H(s) = \dfrac{4}{s+3}$

$\Rightarrow \dfrac{\frac{14(s+5)}{s(s-3)}}{1 + \frac{56(s+5)}{s(s-3)(s+3)}}$

$\Rightarrow L'(s) = \dfrac{14(s+5)(s+3)}{s(s-3)(s+3)+56s+280} = \dfrac{14s^2+42s+70s+210}{s^3+\cancel{3s^2}-\cancel{3s^2}-9s+56s+280}$

s^3	1	47
s^2	0	280
s^1		
s^0		

A.I

$e_p = \infty$ $e_v = \infty$ $e_a = \infty$

Ans

$e_p =$ [ ] , $e_v =$ [ ]

Luogo delle radici

Esercizio 1.

Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

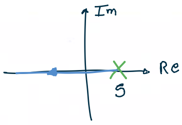
$$G(s) = \frac{1}{s-5}$$

5 punti

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca:

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.2s;
- errore di velocità inferiore al 5%.

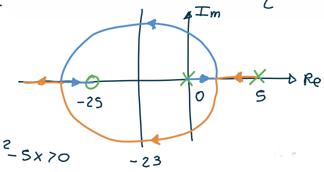
$G(s) = \frac{1}{s-5}$



• $T_{a1} < 0.2\,s \Rightarrow \frac{4.6}{\sigma} < 0.2 \rightarrow |\sigma| > 23$

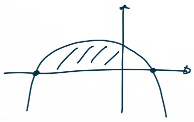
$\Rightarrow C(s) \triangleq \frac{k(s+25)}{s} \Rightarrow L'(s) = \frac{k(s+25)}{s(s-5)}$

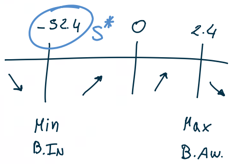
• Voglio $e_r < 5\% \Rightarrow$ Serve $g = 1$



$\gamma(x) = -\frac{D(x)}{N(x)} = \frac{-x(x-5)}{x+25} = \frac{-(x^2-5x)}{x+25} \rightarrow \gamma'(x) = \frac{-(2x-5)(x+25)+(x^2-5x)}{(x+25)^2} > 0$ per $-2x^2-50x+5x+125+x^2-5x>0$

$\rightarrow -x^2-50x+125>0 \quad \begin{cases} x_1 = 2.39 \\ x_2 = -52.4 \end{cases}$





$|k| = \frac{D(s^*)}{N(s^*)} = \frac{s^*(s^*-5)}{s^*+25} = |-109.77| \Rightarrow k = 110$

• $e_r < 5\%$

$L'(s) = \frac{110s+2750}{s^2-5s} \qquad \mu_v = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \cdot \frac{110(s+25)}{\cancel{s}(s-5)} = \frac{110 \cdot 25}{-5} = -550 \Rightarrow e_r = \left|\frac{1}{\mu}\right| = \left|\frac{1}{-550}\right| = 0.002 < 5\% \Rightarrow \boxed{C(s) = \frac{110(s+25)}{s}}$ Ans

* Valore minimo di k per avere $e_r < 5\%$

$L'(s) = \frac{k(s+25)}{s(s-5)} \rightarrow \mu = \frac{k25}{-5} = -5k \Rightarrow \left|\frac{1}{-5k}\right| < 0.05 \rightarrow 5k > \frac{1}{0.05} \rightarrow k > \frac{1}{5 \cdot 0.05} \Rightarrow k > 4 \Rightarrow k = 110$ Ampiamente soddisfa

Controlli Automatici 12 gennaio 2021	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Progetto in frequenza

ESERCIZIO 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-8}{s(s+8)}$$

5 punti

e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di fase pari a 70°.

$G(s) = k\frac{s-8}{s(s+8)} \qquad \mu = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \frac{k(s-8)}{\cancel{s}(s+8)} = -k$ voglio $\mu > 0 \Rightarrow k < 0$

• Vogliamo $\varphi_m = 70°$ ma $\varphi_m = 180° - |\varphi_c| = \pi - \varphi_c \Rightarrow$, $180° - |\varphi_c| = 70° \rightarrow \varphi_c = \pm 110° \rightsquigarrow \varphi_{c\,RAD} = -\frac{110° \cdot \pi}{180} = -\frac{11}{18}\pi$ NEGATIVO

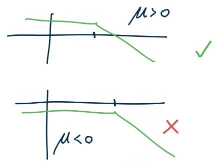
OVVERO $\angle G(j\omega_c) = -\frac{11}{18}\pi \rightarrow \underset{0}{\angle k} + \angle j\omega_c - 8 - \underset{90 \text{ per } \omega_c > 0}{\angle j\omega_c} - \angle j\omega_c + 8 = \mathrm{aTan}\left(-\frac{\omega_c}{8}\right) - \frac{\pi}{2} - \mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -2\,\mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) - \frac{\pi}{2} = -\frac{11}{18}\pi \rightarrow -2\,\mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{11}{18}\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{1}{9}\pi$

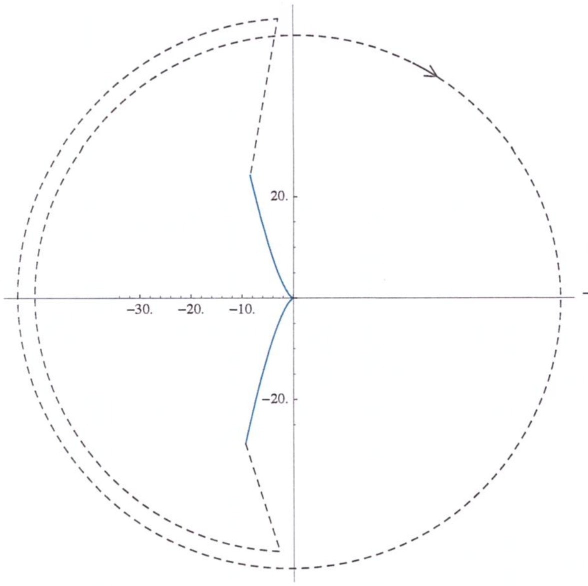
$\rightarrow \mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{9}\pi\right) \Rightarrow \frac{\omega_c}{8} = \mathrm{Tan}\left(\frac{1}{18}\pi\right) \rightarrow \omega_c = 1.41$ Rad/s

• Il margine si ha quando $|G(j\omega)| = 1$

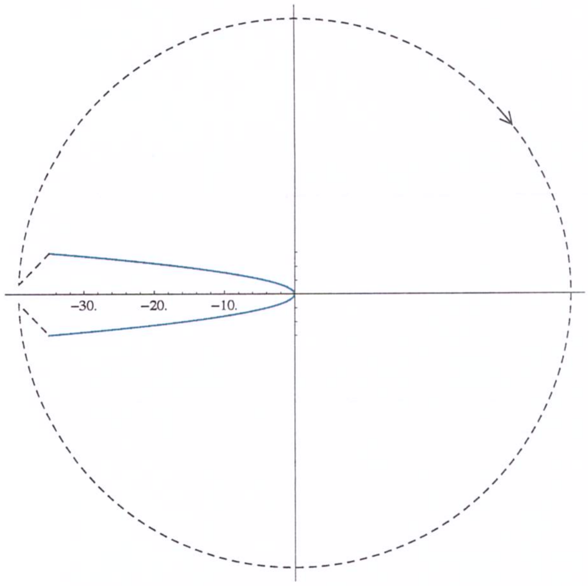
$\rightarrow \frac{|k|\cancel{\sqrt{\omega_c^2+64}}}{\omega \cancel{\sqrt{\omega_c^2+64}}} = 1 \rightarrow \frac{|k|}{\omega_c} = 1 \rightarrow |k| = \omega_c \Rightarrow k = \pm\omega_c$ Ma μ deve essere >0 perchè altrimenti non attraversiamo OdB :

$\Rightarrow$ Siccome $\mu = -k$, $k<0 \Rightarrow k = -\omega_c = -1.41$ Ans

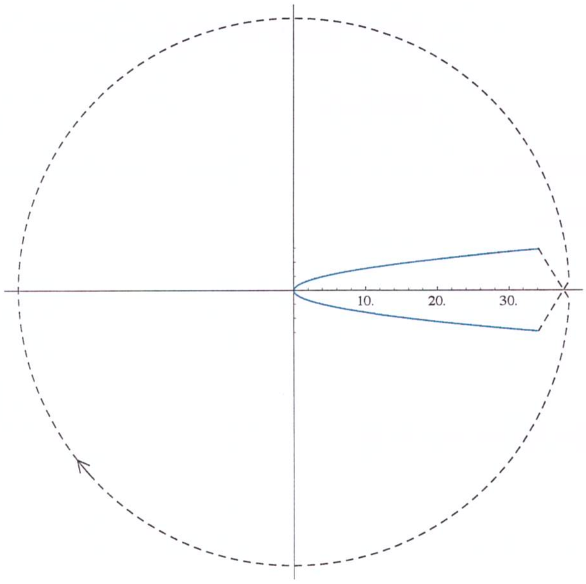




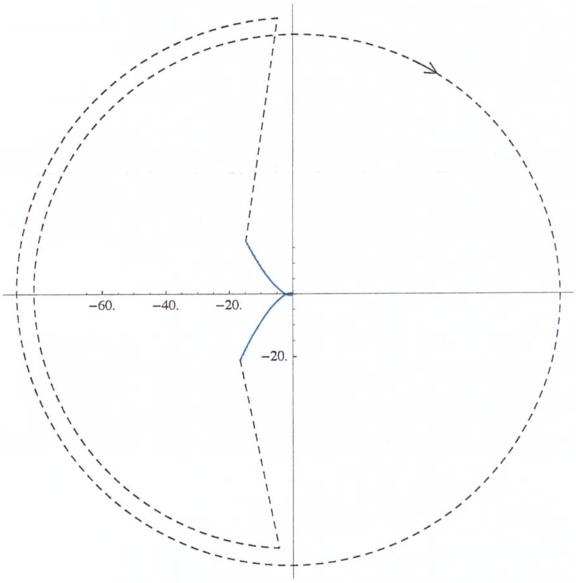
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

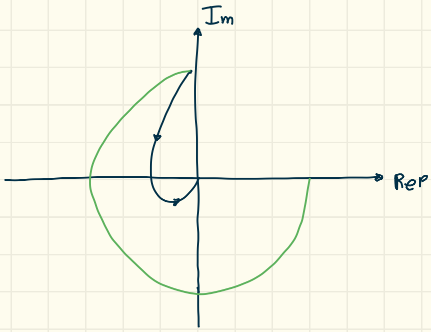
Esercizio 2.
Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

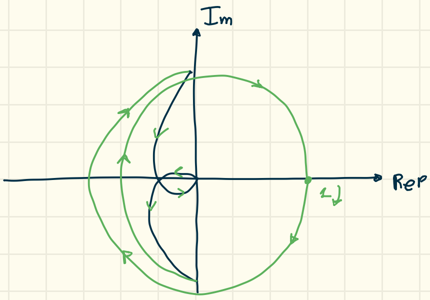
5 punti

IV	$L(s) = \dfrac{(s+1)^2}{s^3}$ ∞	(A) Fig. (i)
II	$L(s) = \dfrac{s+1}{s^2}$ ∞	(B) Fig. (iv)
I	$L(s) = \dfrac{s+1}{s^3}$ ∞	(C) Fig. (ii)
III	$L(s) = \dfrac{s-1}{s^2}$ $-\infty$	(D) Fig. (iii)

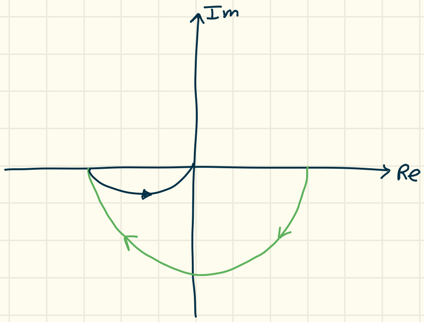
$$L(s) = \frac{(s+1)^2}{s^3}$$

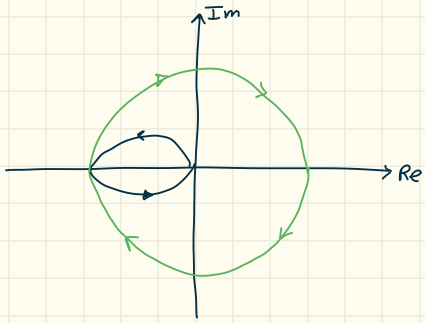
$\mu = 1$



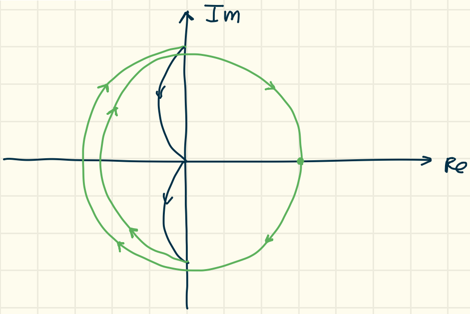


$$L(s) = \frac{s+1}{s^2}$$



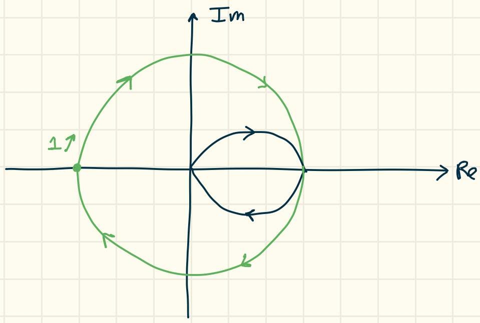


$$L(s) = \frac{s+1}{s^3}$$



$$L(s) = \frac{s-1}{s^2}$$

$\mu = -1 < 0$



$$G(s) = k \cdot \frac{s-8}{s(s+8)}$$

$\varphi_m = 70°$

$|G(j\omega_c)| = 1$ per $\dfrac{k\sqrt{\cancel{\omega_c^2+64}}}{\omega_c\sqrt{\cancel{\omega_c^2+64}}} = 1 \rightarrow \boxed{\omega_c = k}$

Voglio $\varphi_m = 70° = 180 - |\varphi_c| \rightarrow |\varphi_c| = 110 \Rightarrow \varphi_c = \pm 110°$ scelgo $\varphi_c = -110°$

$$\varphi_c = \angle G(j\omega_c) = \angle k + \angle j\omega_c - 8 - \angle j\omega_c - \angle j\omega_c + 8 = -\mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) - 90° - \mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = -110$$

$$\rightarrow 2\,\mathrm{aTan}\left(\frac{\omega_c}{8}\right) = 20° \rightarrow \frac{\omega_c}{8} = \mathrm{Tan}(10) \rightarrow \omega_c = 8\,\mathrm{Tan}(10°) \Rightarrow \boxed{|k| = 8\,\mathrm{Tan}(10°) = \pm 1.41}$$

! se lavori in gradi usa la calcolatrice in Deg quando calcoli la tangente !

Siccome $\mu = \lim_{s \to 0} s \dfrac{k(s-8)}{s(s+8)} = -k$ ma voglio $\mu > 0$, $k < 0 \Rightarrow \boxed{k = -1.41}$

Ans