

$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

Ma se il grado dell'equazione caratteristica è troppo alto, potrebbe essere difficile trovare le radici, e quindi i poli per scoprire se la funzione di trasferimento è stabile o meno.

$$\Rightarrow D(s) = 0 \quad \sim a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0 \quad \text{ci dà } n \text{ poli}$$

Il criterio di Hurwitz ci permette di scoprire se una fdt è stabile senza trovare nemmeno un polo.

Condizioni **necessarie e non sufficienti** affinché il polinomio di Hurwitz (e quindi stabile):

- tutti i coefficienti del polinomio devono avere lo stesso segno.
- tutte le potenze di s (a partire da quella maggiore n) devono essere presenti (fino al termine noto $n=0$).

Se il polinomio non rispetta le due condizioni a sinistra, possiamo direttamente dire che il sistema non è stabile.

ARRAY DI ROUTH

$$F(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Dal canale YouTube NesoAcademy

$$F(s) = a_0 \cdot s^n + a_1 \cdot s^{n-1} + a_2 \cdot s^{n-2} + \dots + a_n = 0$$

s^n	a_0	a_2	a_4	a_6
s^{n-1}	a_1	a_3	a_5	a_7
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	
s^{n-3}	c_1	c_2		
\vdots	\vdots			
s^0	a_n			

The first two rows can be directly written from the characteristic equation.

Third Row:

$$b_1 = \frac{a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3}{a_1}$$

$$b_2 = \frac{a_1 \cdot a_4 - a_0 \cdot a_5}{a_1}$$

$$b_3 = \frac{a_1 \cdot a_6 - a_0 \cdot a_7}{a_1}$$

Fourth Row:

$$c_1 = \frac{b_1 \cdot a_3 - a_1 \cdot b_2}{b_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1 \cdot a_5 - a_1 \cdot b_3}{b_1}$$

Routh's Stability Criterion:

All the terms in the first column of the Routh's Array must have same sign.

Attiva Windows
Passa a Impostazioni per attivare Windows.

È importante che l'ordine del polinomio caratteristico sia decrescente e siano presenti tutte le potenze come già detto. Dopodiché formiamo la tabella di Routh andando a porre nelle prime due righe i coefficienti stando attenti a:

- Porre i coefficienti di ordine pari lungo la prima riga
- Porre i coefficienti di ordine dispari lungo la seconda riga

Dopodiché andiamo a calcolare i coefficienti delle righe successive come il determinante dei coefficienti precedenti. E' molto più semplice vedere la foto sopra che cercare di spiegarlo a parole. Diciamo solo che la prima colonna rimane costante e cambiamo colonna per ogni coefficiente.

Infine possiamo dire che il sistema è stabile se tutti i coefficienti della prima colonna hanno lo stesso segno.

ESEMPLI

$$s^3 + 6s^2 + 11s + 6 = 0$$

Condizioni necessarie

Tutti i coeff. sono dello stesso segno
tutte le pow di s sono presenti

s^3	1	11	0
s^2	6	6	0
s^1	$b=10$	$c=0$	
s^0	$d=6$		

↑ POSITIVI \Rightarrow A. STABILE

$$b = \frac{6 \cdot 11 - 1 \cdot 6}{6} = \frac{66 - 6}{6} = 10$$

$$c = \frac{6 \cdot 0 - 0 \cdot 6}{6} = 0$$

$$d = \frac{10 \cdot 6 - 0 \cdot 6}{10} = 6$$

Notiamo che l'ultimo coefficiente calcolato è il termine noto del polinomio caratteristico

Protocollo per determinare se un sistema è stabile o instabile

1. Considera il polinomio caratteristico (denominatore posto a zero).
2. Vedi se tutti i coefficienti hanno lo stesso segno. Se c'è anche un solo coefficiente di segno opposto il sistema è instabile.
3. Vedi se tutte le potenze di s sono presenti. Se ne manca anche solo una (da N a 0) il sistema è instabile.
4. Applica il teorema di RH e determina se il sistema è stabile (prima colonna segni uguali) o instabile (prima colonna segni diversi)

QUANTI POLI POSITIVI CI SONO?

ES:

s^4	1	3	8
s^3	2	10	0
s^2	-2	8	0
s^1	18	0	
s^0	8		

1	+
2	+
-2	-
18	+
8	+

1 Polo Positivo

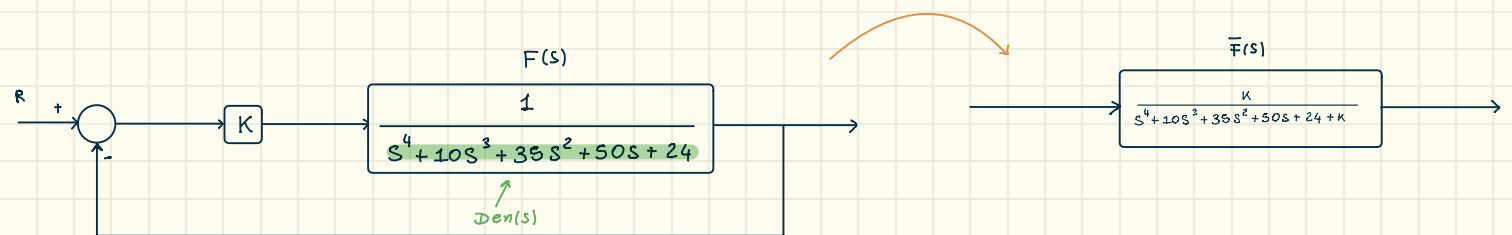
1 Polo Positivo

Per ogni cambio di segno abbiamo un polo a parte reale positiva

* VEDI CASI PARTICOLARI

Valore del guadagno che destabilizza il sistema

Supponiamo di avere il sistema in FeedBack unitario:



$$\bar{F}(s) = \frac{\frac{K}{\text{Den}(s)}}{1 + \frac{K}{\text{Den}(s)}} = \frac{\frac{K}{\text{Den}(s)}}{\frac{\text{Den}(s) + K}{\text{Den}(s)}} = \frac{K}{\text{Den}(s) + K} = \frac{K}{s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24 + K}$$

Nuovo Polinomio Caratteristico $P(s)$

Quando $\bar{F}(s)$ è stabile?

$$P(s) = s^4 + 10s^3 + 35s^2 + 50s + 24 + K = 0$$

s^4	1	35	24+K
s^3	10	50	0
s^2	30	(24+K)	0
s^1	$42 - \frac{K}{3}$	0	
s^0	$-\left(-\frac{K}{3} + 35K + 1008\right)$	$\frac{K}{3} - 42$	

Positivi per K ...

$$\frac{10 \cdot 35 - 50}{10} = \frac{300}{10} = 30$$

$$\frac{[10 \cdot (24+K)]}{10} = 24+K$$

$$\frac{30 \cdot 50 - (24+K) \cdot 10}{30} = \frac{1500 - 240 - 10K}{30} = \frac{1260 - 10K}{30} = 42 - \frac{K}{3}$$

$$\begin{cases} 42 - \frac{K}{3} > 0 \rightarrow K < 126 \\ K_2 = \text{qualcosa} > 126 \end{cases}$$

\Rightarrow Il sistema è stabile per $K < 126$