Controlli Automatici 06 luglio 2016	Prof. L. Iannelli	Firma leggibile dello studente
Cognome:	Nome:	Matricola:

Quiz sui sistemi di controllo

ISTRUZIONI

- Per ogni domanda seguente una sola risposta risulta corretta. Il candidato evidenzi la risposta che ritiene corretta.
- Per ogni risposta corretta, viene assegnato il punteggio indicato accanto al testo della domanda. Per ogni risposta errata, viene sottratto un quarto del suddetto punteggio. Se non è indicata alcuna risposta, vengono assegnati zero punti.

8 punti

1. *(1 punto)* Una f.d.t. asintoticamente stabile con guadagno positivo ha un margine di fase maggiore di $\varphi_m > \frac{\pi}{2}$ se:

- ~~il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a sinistra di un punto $x_A > -1$~~
- ~~il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sotto di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante~~
- ~~il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario nel terzo quadrante~~
- ~~il diagramma di Nyquist interseca il semiasse reale negativo delle ascisse a destra di un punto $x_A > -1$~~
- il diagramma di Nyquist interseca la circonferenza di raggio unitario al di sopra di una semiretta che parte dall'origine e giace nel quarto quadrante

2. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \frac{1}{(s+18)(s+4)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 18\frac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

- 0
- 110
- −1,67
- 1,67
- −110

3. *(2 punti)* Si calcoli l'errore di posizione quando si vuol far inseguire un gradino al sistema

$$G(s) = \frac{s^2-2s+15}{s^3+2s^2+3s+15}$$

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & 3 \\ s^2 & 2 & 15 \\ s^1 & -7.5 & \\ s & & \end{array}$$

$< 0 \Rightarrow A.I.$

$\Downarrow$

$e = \infty$

- 0
- ∞
- 1,27
- 1
- 0,73

4. *(1 punto)* Quando possiamo dire di aver risolto un problema di controllo?

- Quando la variabile misurata è all'incirca pari alla variabile di riferimento
- Quando la variabile misurata è costante
- Quando la variabile di interesse è identicamente nulla
- Quando la variabile di interesse è all'incirca pari alla variabile di riferimento
- Quando la variabile misurata è identica alla variabile di riferimento

$L(s) = \frac{18(s+z)}{s(s+18)(s+4)} \rightarrow P_c = s^3+4s^2+18s^2+72s+18s+18z = s^3+22s^2+90s+18z = (s+\alpha)(s^2+\omega^2)$

$= s^3+s\omega^2+\alpha s^2+\alpha\omega^2 \rightarrow \begin{cases} \alpha = 22 \\ \omega^2 = 90 \\ \alpha\omega^2 = 18z \end{cases} \rightarrow 18z = 22 \cdot 90 \rightarrow z = 110$ Ans

5. *(2 punti)* Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t. $G(s) = \dfrac{1}{(s+17)(s+3)}$ ed il controllore è un PI con f.d.t. $C(s) = 12\dfrac{s+z}{s}$. Si determini per quale valore di z il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

−105
1,67
105
0
−1,67

Si svolgano gli esercizi riportati di seguito fornendo le risposte a quanto richiesto. Accanto ad ogni esercizio è riportato il punteggio massimo che si può ottenere.

$\dfrac{12(s+z)}{s(s+17)(s+3)} \to P_c = s^3+3s^2+17s^2+51s+12s+12z = (s+\alpha)(s^2+\omega^2) = s^3+s\omega^2+\alpha s^2+\alpha\omega^2 \to$ $\omega^2 = 63$, $\alpha = 20$, $\omega^2\alpha = 12z \Rightarrow 105$

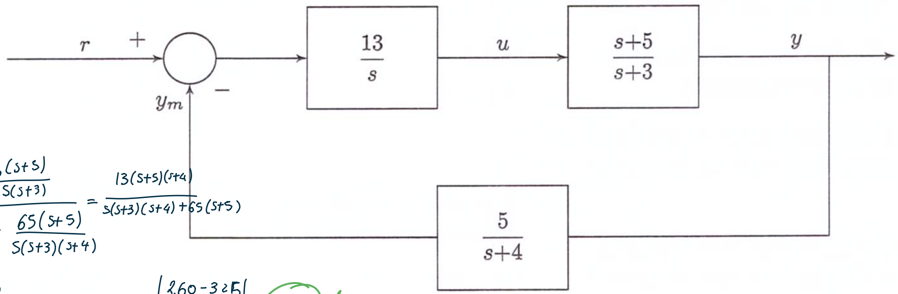
Precisione statica

Esercizio 1.

Si consideri il sistema di controllo a ciclo chiuso schematizzato nella figura seguente e se ne calcoli l'errore di posizione e di velocità.

Si ricorda che $e_p \triangleq |r-y|$ *quando* $r = 1(t)$ *e* $e_v \triangleq |r-y|$ *quando* $r = t \cdot 1(t)$.

4 punti



$L(s) = \dfrac{13(s+5)}{s(s+3)}$ $\quad H(s) = \dfrac{5}{s+4}$ $\quad \to T_{r\to y} = \dfrac{\frac{13(s+5)}{s(s+3)}}{1+\frac{65(s+5)}{s(s+3)(s+4)}} = \dfrac{13(s+5)(s+4)}{s(s+3)(s+4)+65(s+5)}$

$= \dfrac{13s^2+52s+65s+260}{\dots 325}$ $\quad \beta_0 \neq \alpha_0 \to e_p = \left|\dfrac{260-325}{325}\right| = 0.2$ Ans 1

∞

$e_p =$ $\quad$, $\quad e_v =$

Soluzione: La funzione di trasferimento complessiva è

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{13(s+5)}{s(s+3)}}{1+\dfrac{13\cdot 5(s+5)}{s(s+3)(s+4)}} = \frac{13(s+5)(s+4)}{s^3+7s^2+77s+325}.$$

La tabella di Routh corrispondente al polinomio caratteristico è

s^3	1	77
s^2	7	325
s	30,57	0
1	325	

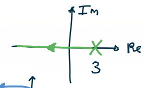
La f.d.t. è asintoticamente stabile per cui possiamo valutare errore di posizione ed errore di velocità. Avremo $e_p = 0.2$ (20%), and $e_v = \infty$.

Luogo delle radici

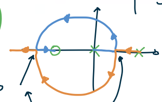
Esercizio 1.

5 punti

$\sigma: \quad \frac{4.6}{\sigma} = 0.4 \to |\sigma| > \frac{4.6}{0.4} = 11.5 \quad \sigma$



$C(s) = \frac{K(s+z)}{s}$ scelgo $|z| > 11.5 \to z = 12 \to C(s) = \frac{K(s+12)}{s}$



Si consideri l'impianto descritto dalla funzione di trasferimento

$L(s) = \frac{K(s+12)}{s(s-3)} \to \gamma(x) = \frac{x^2-3x}{x+12} \to \gamma' = \frac{-(2x-3)(x+12)+(x^2-3x)}{(\dots)^2} > 0$

$$G(s) = \frac{1}{s-3}$$

$-2x^2-24x+3x+36+x^2-3x>0 \quad -x^2-21x+36>0$

$\begin{cases} x_1 = -22.3 \\ x_2 = 1.6 \end{cases}$

* Non studio il segno ma andrebbe fatto

e si progetti un controllore $C(s)$ tale che, in uno schema con retroazione negativa unitaria, si garantisca: $|K| = \frac{D(s^*)}{N(s^*)} = \frac{s^*(s^*-3)}{s^*+12} = 54.6 \quad K$

- risposta indiciale con tempo di assestamento T_a all'1% inferiore a 0.4s; $e_v < 10\%$ $\quad \mu_v = \lim_{s\to 0} s\frac{K(s+12)}{s(s-3)} \to -4K \Rightarrow e_p = \left|\frac{1}{\mu}\right| = \left|\frac{1}{-4K}\right| < 0.1$
- errore di velocità inferiore al 10%. $\quad \Rightarrow K > \frac{1}{4 \cdot 0.1} = 2.5 \Rightarrow K = 55$ soddisfa

Soluzione: La specifica statica richiede di inserire un polo nell'origine per cui proviamo a risolvere il problema con un controllore di tipo PI, ossia $C(s) = k\dfrac{s+z}{s}$. La specifica dinamica richiede un'ascissa di convergenza tale che $|\sigma| > 11{,}5$.

$C(s) = \frac{55(s+12)}{s}$

Ans

Proviamo pertanto a fissare $z = 13$. Il punto multiplo si avrà in -27.42 quando $k = 57{,}84$. In corrispondenza di tale valore di k l'errore di velocità sarà pari a 0,4% e quindi tutte le specifiche saranno soddisfatte.

Controlli Automatici **06 luglio 2016**	**Prof. L. Iannelli**	**Firma leggibile dello studente**
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

Progetto in frequenza

Esercizio 1.

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = k \cdot \frac{s-10}{s(s+10)}$$

5 punti

e si scelga il guadagno $k \in \mathbb{R}$ in maniera tale che $G(s)$ abbia un margine di ampiezza pari a 3dB.

Soluzione: Il margine di ampiezza è dato dal valore di $|G(j\omega_\pi)|$ dove ω_π è la pulsazione in corrispondenza della quale $\angle G(j\omega_\pi) = -180°$. La $G(s)$ ha un polo a parte reale negativa ed uno zero a parte reale positiva, con guadagno pari a $-k$. Pertanto, se $k < 0$ il guadagno sarà positivo e la fase partirà dal valore di $-90°$ per poi decrescere sempre fino alla fase $-270°$. Quindi $\angle G(j\omega_\pi) = -90° - 2\arctan\dfrac{\omega_\pi}{10} = -180° \Rightarrow \omega_\pi = 10\,\text{rad/s}$. Inoltre, poiché $|G(j\omega_\pi)| = \left|\dfrac{k}{\omega_\pi}\right|$, per avere un margine di ampiezza pari a 3 dB occorre $k = -7{,}08.$??

$G(s) = K\frac{(s-10)}{s(s+10)} \to$ Q: $M_a = 3dB = 20\log(x) \to x = 10^{\frac{3}{20}} \simeq 1.41$ a

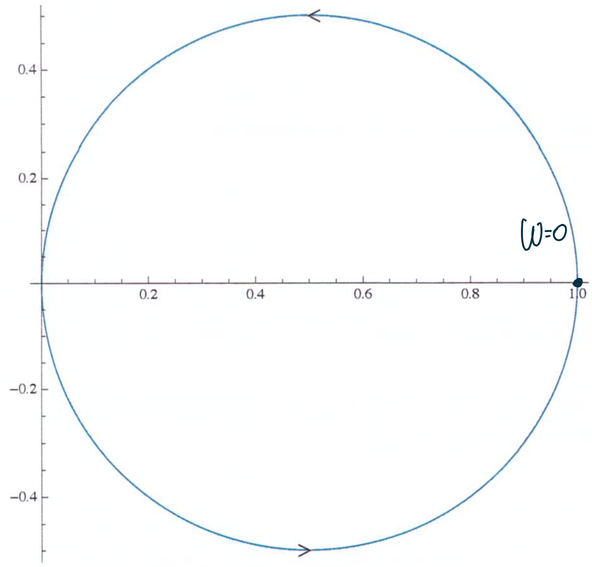
Siccome $\lim_{s\to 0} s\frac{K(s-10)}{s(s+10)} = -K$

$\mu > 0, K < 0$: Parto da -90 e scendo di $-180° \Rightarrow$ attraverso -180 ✓

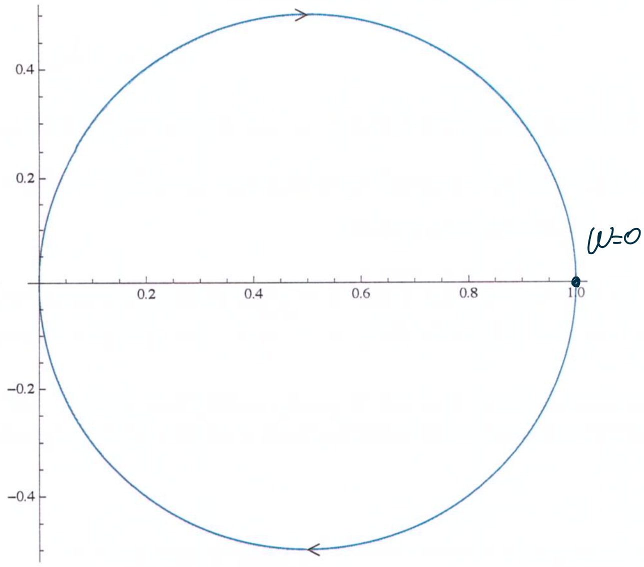
$\mu < 0, K > 0$: parto da -180 e scendo arrivando a $-360°-90°$ $\Rightarrow$ Non "attraverso mai 180" ✗

ω_c

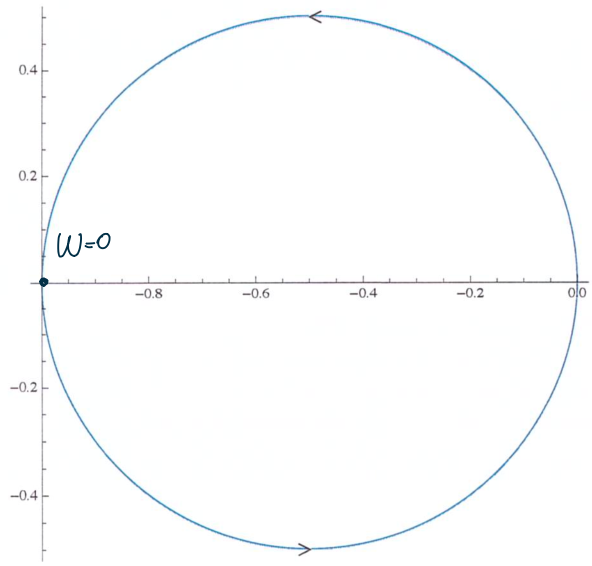
- $\angle G(j\omega_c) = -180° \to \angle K + \angle j\omega_c - 10 - \angle j\omega_c - \angle j\omega_c + 10 = \operatorname{aTan}\left(-\frac{\omega_c}{10}\right) - \frac{\pi}{2} - \operatorname{aTan}\left(\frac{\omega_c}{10}\right) = -\pi \to -\operatorname{aTan}\left(\frac{\omega_c}{10}\right) = -\frac{\pi}{4} \to \frac{\omega_c}{10} = \operatorname{Tan}\left(-\frac{\pi}{4}\right) \to \omega_c = 10 \cdot \operatorname{Tan}\left(-\frac{\pi}{4}\right) \to \omega_c = -10$ R/S
- $|G(j\omega_c)| = \frac{K\cancel{\sqrt{\omega_c^2+100}}}{\omega_c\cancel{\sqrt{\omega_c^2+100}}} = 1.41 \to K = 1.41 \cdot \omega_c \to K = -14.125$? $\quad K<0$ per attraversare $\varphi_0 = -180°$



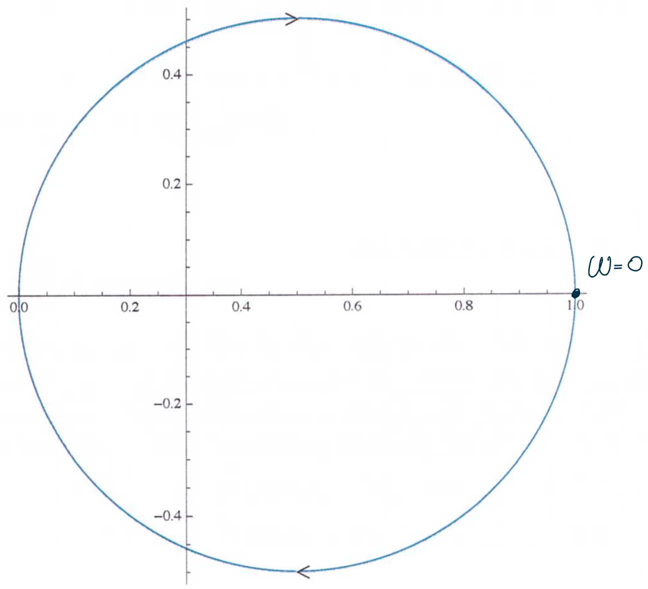
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

Esercizio 2.

Si abbinino le funzioni di trasferimento con i corrispondenti diagrammi di Nyquist riportati nelle figure:

5 punti

I $L(s) = \dfrac{s}{s-1}$ "−1" — (A) Fig. (ii)

II $L(s) = \dfrac{s}{s+1}$ "+1" — (B) Fig. (iv)

III $L(s) = \dfrac{1}{s-1}$ −1 — (C) Fig. (iii)

IV $L(s) = \dfrac{1}{s+1}$ +1 — (D) Fig. (i)