

2. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+15)(s+3)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 12 \frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

$$L(s) = \frac{12(s+z)}{s(s+15)(s+3)}$$

$$\Rightarrow P_c(s) = \frac{s^3 + 3s^2 + 15s^2 + 45s + 12s + 12z}{s} = s^3 + 18s^2 + 57s + 12z \quad (1)$$

forma Std:  $s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad s^3 + 2\zeta_2 \omega_{n2} s^2 + 2\zeta_1 \omega_{n1} s + \omega_{n0}^2 = 0$

• Siccome  $P_c$  è del 3° grado, dobbiamo avere 3 radici. Se vogliamo  $\zeta = 0 \Rightarrow$  allora 2 radici devono essere PURAMENTE Immaginarie ed 1 radice Reale

$\Rightarrow$  Avremo qualcosa del tipo  $(s+d)(s^2 + \omega^2) = s^3 + s\omega^2 + d s^2 + d\omega^2$

CONFRONTO con la (1)

$$\sim s^3 + s^2 d + s \omega^2 + d \omega^2 = s^3 + 18s^2 + 57s + 12z$$

$$\begin{cases} d = 18 \\ \omega^2 = 57 \Rightarrow \omega = \sqrt{57} \\ d \omega^2 = 12z \Rightarrow 18 \cdot 57 = 12z \Rightarrow z = \frac{18 \cdot 57}{12} = 85.5 \end{cases}$$

Polinomio di secondo grado

Abbiamo bisogno di due parametri con  $\zeta_1 = 0$  perché il termine in  $s$  non deve esserci per avere polinomio complex e conj

Se avessi avuto  $P_c(s) = s^2 + 15\zeta_1 s + 2\zeta_2$  voglio 2 radici Imm (non ne posso avere solo 1!)

$$(s^2 + \omega_n^2) = s^2 + 15\zeta_1 s + 2\zeta_2 \quad \text{pongo } \zeta_1 = 0 \Rightarrow P_c(s) = s^2 + 2\zeta_2$$

$$\omega_n^2 = 2\zeta_2$$

$$s_{1/2} = \frac{\pm \sqrt{-4 \cdot (2\zeta_2)}}{2} \begin{cases} + \sqrt{-2\zeta_2} \\ - \sqrt{-2\zeta_2} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Sono Complex se  $-2\zeta_2 < 0 \Rightarrow \zeta_2 > 0$

## Esempi particolari / mal posti

(2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+4)(s-3)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 6\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta due poli puramente immaginari.

8 punti

Nessuno dei valori riportati

1  
0  
0  
-1

$$L(s) = \frac{6(s+z)}{s(s+4)(s-3)} \rightarrow P_c(s) = s^3 - 3s^2 + 4s^2 - 12s + 6s + 6z = s^3 + s^2 - 6s + 6z = 0$$

$$\leadsto (s+d)(s^2+\omega^2) = s^3 + s\omega^2 + ds^2 + d\omega^2 = s^3 + ds^2 + \omega^2s + d\omega^2$$

$$\rightarrow \begin{cases} d=1 \\ \omega^2=-6 \\ 6z=d\omega^2 \end{cases} \rightarrow \omega = i\sqrt{6} \quad \text{ma } \omega \text{ deve essere reale } (e>0)$$

Nessuna  
Risposta Corretta

2. (2 punti) Si consideri un sistema di controllo con retroazione negativa unitaria dove l'impianto ha f.d.t.  $G(s) = \frac{1}{(s+20)(s-4)}$  ed il controllore è un PI con f.d.t.  $C(s) = 20\frac{s+z}{s}$ . Si determini per quale valore di  $z$  il sistema a ciclo chiuso presenta una coppia di poli dominanti con coefficiente di smorzamento nullo.

$$L(s) = \frac{20(s+z)}{s(s+20)(s-4)} \rightarrow P_c = s^3 - 4s^2 + 20s^2 - 80s + 20s + 20z = s^3 - 4s^2 + 20s^2 - 60s + 20z$$

$$(s+d)(s^2+\omega^2) = s^3 + \omega^2s + ds^2 + d\omega^2 =$$

$$\begin{cases} d=16 \\ \omega^2=-60 \\ d\omega^2=20z \end{cases} \Rightarrow \omega < 0 \Rightarrow \text{Nessun Valore Reale}$$

! MAL POSTO !

Versione n. 2

