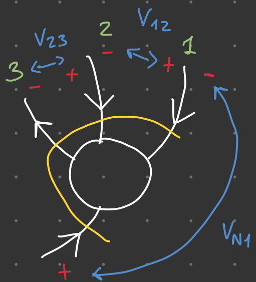
N- POLI

A partire da pg 315 libro

BIPOLI $\rightarrow$ 2 MORSETTI $\rightarrow$ $\begin{cases} 1 \text{ CORRENTE} \\ 1 \text{ TENSIONE} \end{cases}$

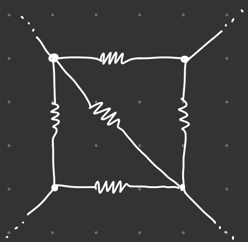
N-POLI $\rightarrow$ N MORSETTI



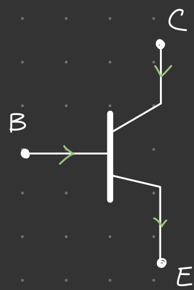
LKC $i_1 + i_2 + \dots + i_N = 0$ (N-1) indip

LKT $v_{12} + v_{23} + \dots + v_{N1} = 0$ (N-1) indip

ESEMPIO



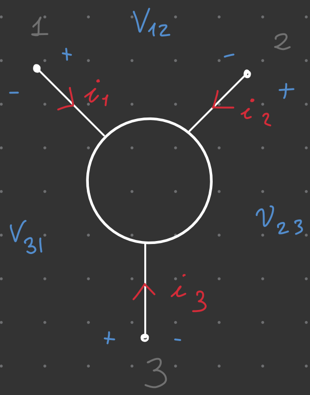
4 - POLO



TRANSISTOR

Doppi Bipoli...

RELAZIONI CARATTERISTICHE Per N-POLI



Scegliendo il nodo 3 come polo

Controllo su base tensione

$$\begin{cases} i_1 = g(v_{13}, v_{23}) \\ i_2 = g(v_{13}, v_{23}) \end{cases}$$

grandezze "controllate"

Controllo su base corrente

$$\begin{cases} v_1 = r_1(i_1, i_2) \\ v_2 = r_2(i_1, i_2) \end{cases}$$

Controllo su base ibrida

$$i_1 = \tilde{h}_1(v_1, i_2)$$
$$i_2 = \tilde{h}_2(v_1, i_2)$$

$$\begin{cases} v_1 = h_1(i_1, v_2) \\ i_2 = h_2(i_1, v_2) \end{cases}$$

Relazione di trasmissione

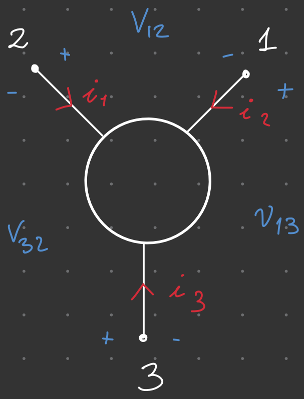
$$\begin{cases} v_1 = T_1(v_2, -i_2) \\ i_1 = T_2(v_2, -i_2) \end{cases}$$

POTENZA ASSORBITA DA N-POLI

• Fissiamo un nodo di riferimento

(polo: nodo 3)

$$p = \sum_{h=1}^{N-1} i_h \cdot v_{hN} \underset{N=3}{=} p_3^a = i_1 v_{13} + i_2 v_{23}$$



(polo: Nodo 2)

$$p_2^a(t) = i_1 \cdot v_{12} + i_2 v_{32} = i_1 v_{12} - i_2 v_{23}$$

TESI: $p_2^a(t) = p_3^a$

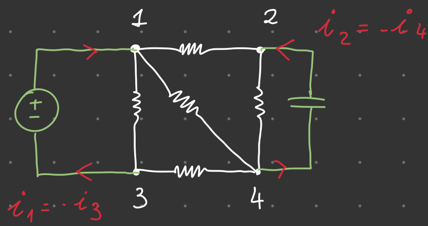
proof: $$p_2 = i_1 \underset{V_{13}+V_{32}}{v_{12}} - (i_1 + i_2) \overset{-v_{23}}{v_{32}}$$

$$= i_1 v_{13} + \cancel{i_1 v_{32}} - \cancel{i_1 v_{32}} - i_2 v_{32}$$

$$= i_1 V_{13} - i_2 V_{32} = i_1 V_{13} + i_2 V_{23} \quad P_3$$

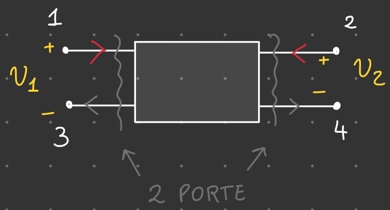
QED

Il quadripolo di prima...

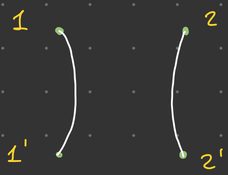


Funziona come un DOPPIO BIPOLO

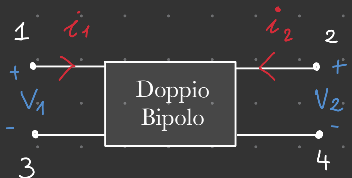
La maggior parte dei dispositivi è costituita da N-POLI, ovvero con morsetti accoppiati a due a due

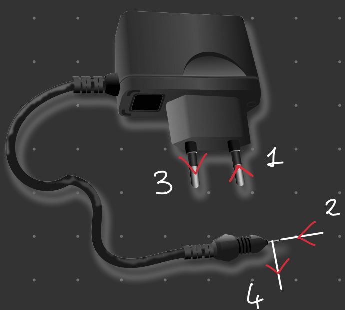


GRAFO CORRISPONDENTE



DOPPI BIPOLI





CONDIZIONI DI PORTA

Le correnti sono uguali e opposte a due alla volta:

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

$$\begin{cases} i_3 = -i_1 \\ i_4 = -i_2 \end{cases}$$

Queste condizioni permettono di ridurre le correnti indipendenti da 3 a 2!

Potenza Assorbita di un doppio Bipolo

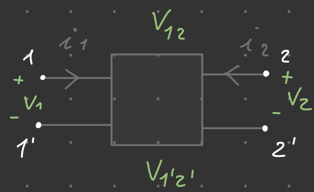
$$p^a(t) = v_1 i_2 + v_2 i_2$$

Prima porta — Seconda porta

proof:

Potenza N-Poli $\quad p = \sum_{h=1}^{N-1} i_h \cdot v_{hN}$

Condizioni di porta $\quad \begin{cases} i_1' = -i_1 \\ i_2 = \end{cases}$



- 2' RIFERIMENTO

$V_{22'}$ //

$$\Rightarrow p_2^a = \sum_{h=1}^{3} i_h \cdot v_h = i_1 V_{12'} + i_1' \cdot V_{1'2'} + i_2 V_2$$

Cond Porta
$i_1' = -i_1$
$V_{12'} = V_1 + V_{1'2'}$

$$= i_1 (V_1 + V_{1'2'}) - i_1 V_{1'2'} + i_2 V_2$$

$$= i_1 V_1 + \cancel{i_1 V_{1'2'}} - \cancel{i_1 V_{1'2'}} + i_2 V_2$$

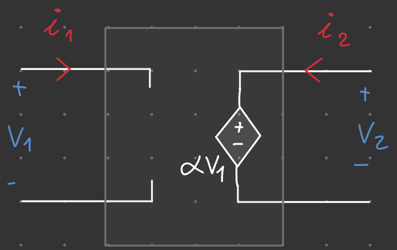
$$= i_1 V_1 + i_2 V_2$$

QED

DOPPI BIPOLI LINEARI A-DINAMICI Pg 324

1) Generatori controllati lineari

A) GEN DI TENSIONE Controllato in Tensione



Equazioni Caratteristiche

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_2 = \alpha V_1 \end{cases} \qquad \alpha = \frac{[V]}{[V]}$$

GUADAGNO IN TENSIONE
Costante Adimensionale

oppure

TRASFERIMENTO DI TENSIONE

Relazioni lineari

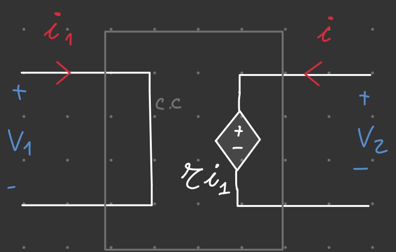
$$\begin{cases} i_1 = 0\, v_1 + 0 \cdot i_2 \\ v_1 = \alpha\, v_1 + 0 \cdot i_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_1 = h_1(v_1, i_2) \\ v_1 = \tilde{h}_2(v_1, i_2) \end{cases}$$

Matrice ibrida

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

B) GEN DI TENSIONE Controllato in Corrente



Equazioni Caratteristiche

$$\begin{cases} v_1 = \varnothing \\ V_2 = r\, i_1 \end{cases}$$

TRANS - RESISTENZA

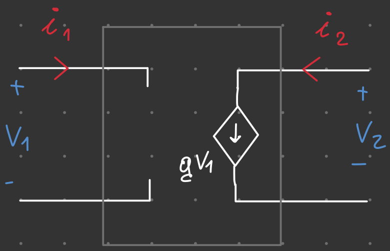
$[r] = \Omega$

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \qquad \underline{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{i} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\underline{V} = \underline{R} \cdot \underline{i}}$$

Matrice delle resistenze

C) GEN DI CORRENTE Controllato in Tensione



Equazioni Caratteristiche

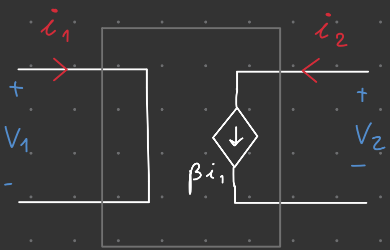
$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_2 = g V_1 \end{cases}$$

$[g] = \Omega^{-1} = S$

TRANS- CONDUTTANZA

$$\underline{i} = \underline{\underline{G}} \cdot \underline{V} \quad \text{con} \quad \underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ G & 0 \end{pmatrix}$$

D) GEN DI CORRENTE Controllato in CORRENTE



Equazioni Caratteristiche

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ i_2 = \beta \cdot i_1 \end{cases}$$

GUADAGNO IN CORRENTE
Costante Adimensionale

$$\alpha = \frac{[A]}{[A]}$$

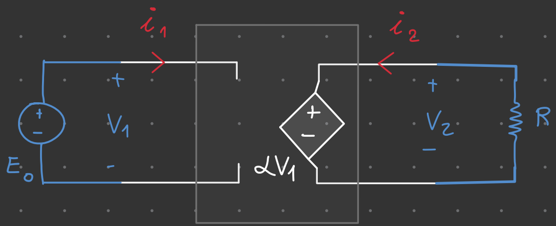
oppure

TRASFERIMENTO DI TENSIONE

Proprieta'

- la matrice 2x2 ad es $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \varepsilon & 0 \end{pmatrix}$ e' SINGOLARE ($\det = 0$) e NON SIMMETRICA
- La relazione e' INERTE. Se $\underset{\text{INPUT}}{i = 0} \Rightarrow \underset{\text{OUT}}{v_2 = 0}$

Potenza Assorbita Negativa $\Rightarrow$ Gen ATTIVI



$R > 0$

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_2 = \alpha V_1 \\ v_2 = -R \cdot i_2 \\ V_1 = E_0 \end{cases} \Rightarrow \quad P(t) = v_1 \cdot i_1 + v_2 i_2$$

$$i_2 = \frac{v_2}{-R}$$

$$= E_0 \cdot 0 + \alpha V_1 \left(\frac{V_2}{R} \right)$$

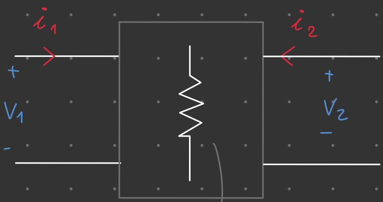
$$= \alpha E_0 \left(\frac{\alpha E_0}{-R} \right)$$

$$= \frac{\alpha^2 E_0^2}{-R} < 0$$

se $R > 0$

Se $P^a(t) < 0 \Rightarrow$ Doppio Bipolo Attivo QED

DOPPI BIPOLI RESISTIVI LINEARI



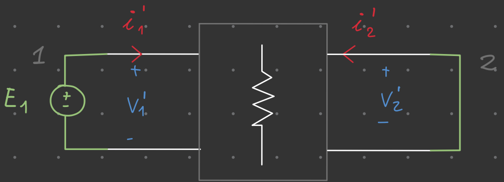
$V_K = R_K \, i_K$

PROPRIETA' DI RECIPROCITA'

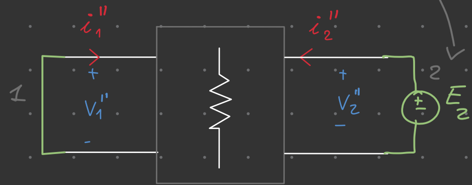
Facciamo una sorta di Sovrapposizione degli effetti

Caratterizzazione su base TENSIONE

C'



C''



Due circuiti diversi ma con lo stesso grafo

$\Rightarrow$

$$\boxed{\text{Potenze virtuali} \qquad P_K(t) = \sum_{K=1}^{e} v_K' \cdot i_K'' = 0}$$

lezione 11

$$\begin{cases} \displaystyle\sum_K i_K' V_K'' - \overset{\emptyset}{\cancel{i_1' V_1''}} - i_2' V_2'' = 0 & (1) \\ \displaystyle\sum_K i_K'' V_K' - i_1'' V_1' - \underset{\emptyset}{\cancel{i_2'' V_2'}} = 0 & (2) \end{cases}$$

$(1) - (2) \rightarrow \cancel{\sum_K i_K' V_K''} - i_2' V_2'' - \cancel{\sum_K i_K'' V_K'} + i_1'' V_1' = 0$

Siccome $\displaystyle\sum_K i_K' V_K'' = \sum_K \underbrace{i_K' R_K}_{V_K'} i_K'' = \sum_K V_K' i_K''$ UGUALI

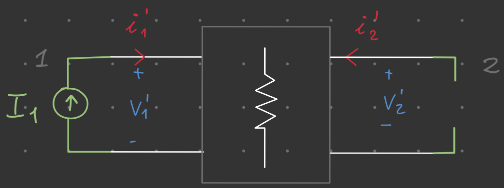
$\Rightarrow i_1'' V_1' = i_2' V_2'' \rightarrow \dfrac{i_1''}{V_2''} = \dfrac{i_2'}{V_1'} \rightarrow \boxed{\dfrac{i_1''}{V_2} = \dfrac{i_2'}{V_1}}$

generatori

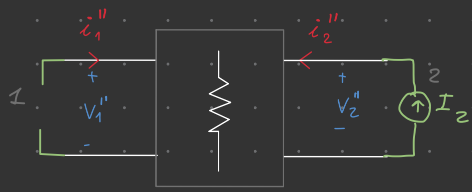
Caratterizzazione su base CORRENTE

↑ Prima forma ↑
di reciprocità

C'



C''



$$\begin{cases} \cancel{\sum_k i_k' V_k''} - i_1' V_1'' - \overset{\emptyset}{\cancel{i_2' V_2''}} = 0 & (1) \\ \cancel{\sum_k i_k'' V_k'} - \cancel{i_1'' V_1'} - i_2'' V_2' = 0 & (2) \end{cases}$$

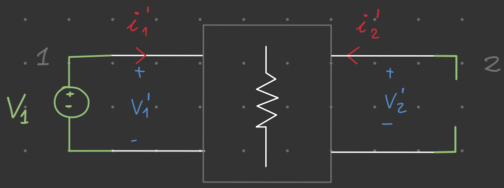
$$\Rightarrow -i_2' V_2'' + i_2'' V_2' = 0 \Rightarrow i_1'' V_1' = i_2'' V_2'$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{V_1''}{I_2} = \frac{V_2'}{I_1}}$$

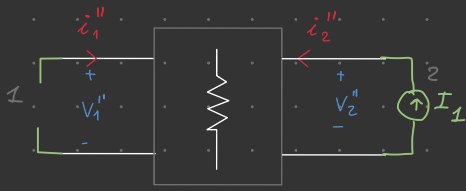
Seconda forma
di reciprocità

Caratterizzazione su base MISTA

C'



C''



$$\begin{cases} \cancel{\sum_k i_k' V_k''} - \overset{\overset{0}{/\!/}}{\cancel{i_1' V_1''}} - \overset{\overset{0}{/\!/}}{\cancel{i_2' V_2''}} = 0 & (1) \\ \cancel{\sum_k i_k'' V_k'} - i_1'' V_1' - i_2'' V_2' = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_1'' V_1' = - i_2'' V_2' \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{i_2'}{V_2} = - \frac{i_2''}{V_1}}$$

Terza forma di reciprocità