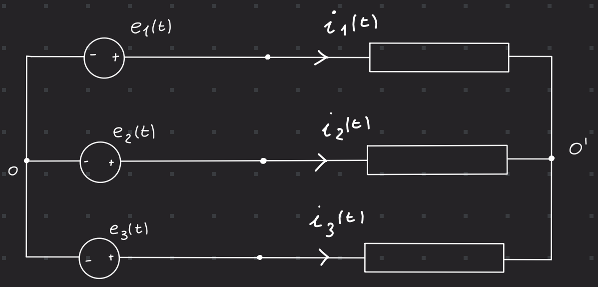
Potenza nei sistemi trifase

Dominio del Tempo



HP: e_1, e_2, e_3 sono T.S.D.
$\hookrightarrow$ Il carico è bilanciato
$\Rightarrow \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 = \emptyset$

$$\begin{cases} e_1(t) = \sqrt{2}\, E_0 \cos(\omega t) \\ e_2(t) = \sqrt{2}\, E_0 \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \\ e_3(t) = \sqrt{2}\, E_0 \cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi) \end{cases} \qquad \begin{cases} i_1(t) = \sqrt{2}\, I_0 \cos(\omega t - \varphi) \\ i_1(t) = \sqrt{2}\, I_0 \cos(\omega t - \varphi - \frac{2}{3}\pi) \\ i_1(t) = \sqrt{2}\, I_0 \cos(\omega t - \varphi - \frac{4}{3}\pi) \end{cases}$$

Siccome $\mathcal{P}^a_{gen} = e(t) \cdot i(t) \Rightarrow$ Abbiamo 3 gen $\Rightarrow$

$$\Rightarrow p(t) = 2E_0 I_0 \Big[\cos(\omega t)\cos(\omega t - \varphi) + \cos(\omega t - \tfrac{2}{3}\pi)\cos(\omega t - \varphi - \tfrac{2}{3}\pi) + \cos(\omega t - \tfrac{4}{3}\pi)\cos(\omega t - \varphi - \tfrac{4}{3}\pi) \Big] =$$

$2\cos(x)\cdot\cos(y) = \cos(x+y) + \cos(x-y)$

$$= E_0 I_0 \Big[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos(+\varphi) + \cos(2\omega t - \varphi - \tfrac{4}{3}\pi) + \cos(\varphi) + \cos(2\omega t - \varphi - \tfrac{8}{3}\pi) + \cos(\varphi) \Big]$$

$$= 3E_0 I_0 \cos(\varphi) + 3E_0 I_0 \underbrace{\Big[\cos(2\omega t - \varphi) + \cos(2\omega t - \varphi - \tfrac{4}{3}\pi) + \cos(2\omega t - \varphi - \tfrac{8}{3}\pi)\Big]}_{\text{Sono una TSD} \Downarrow \emptyset}$$

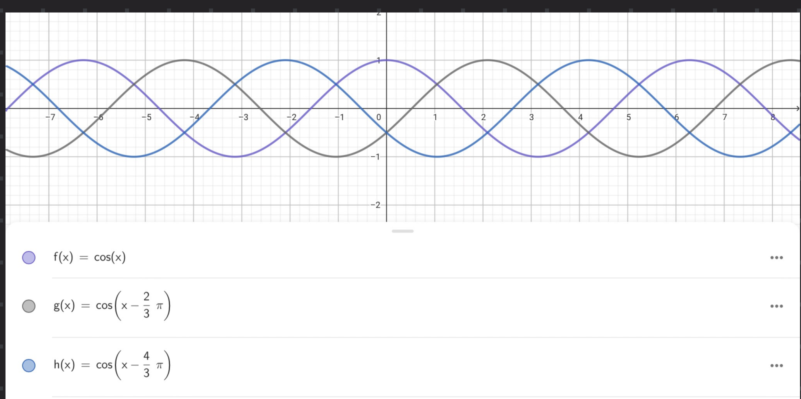
$\frac{8}{3}\pi \equiv \frac{2}{3}\pi$

Potenza di un sistema trifase

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{P} = 3E_0 I_0 \cos(\varphi)}$$

Per via della geometria dei sistemi trifase, ovvero che c'è sempre una cosinusoide che è somma delle altre due per ogni istante di tempo, abbiamo che **il carico sul generatore è costante** (a differenza dei sistemi monofase in cui il carico varia nel tempo!)

Di conseguenza anche **la Potenza istantanea è costante**. Questo è uno dei vantaggi per cui si utilizza il sistema trifase per il **trasporto** dell'energia elettrica.



La tensione concatenata è sqrt(3) la tensione stellata

Valore efficace Concat $V_0 = \sqrt{3}\, E_0$

Potenza attiva $P_A^a = 3 \overset{\text{Amp}}{E_0} I_0 \cos(\varphi) = \overset{3}{\sqrt{3}\,\sqrt{3}}\, E_0 \, I_0 \cos(\varphi) = 3\, \bar{V}_0 \bar{I}_0 \cos(\varphi)$

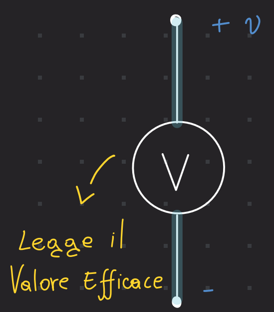
Potenza reattiva $P_R^a = 3 E_0 I_0 \sin(\varphi) = \sqrt{3}\, V_0 I_0 \sin(\varphi)$

Potenza complessa $\dot{S} = P + jQ$

Potenza apparente $|\dot{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 E_0 I_0 \overbrace{\left[\cos^2\varphi + \sin^2\varphi\right]}^{1} = 3 E_0 I_0$

Gli strumenti di misura

VOLTMETRO



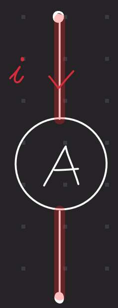
Si collega in **parallelo**

Idealmente è un C.A.

In Realtà

$R >> \sim 10^9 \Omega = G\Omega$

Amperometro



Si collega in **serie**

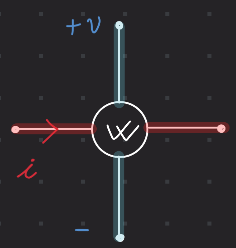
Ovvero su di un ramo (anche ai capi di un dipolo bypassandolo; la resistenza dell'amperometro in questo caso deve essere molto più piccola di quella del dipolo)

Idealmente è un C.C.

In Realtà

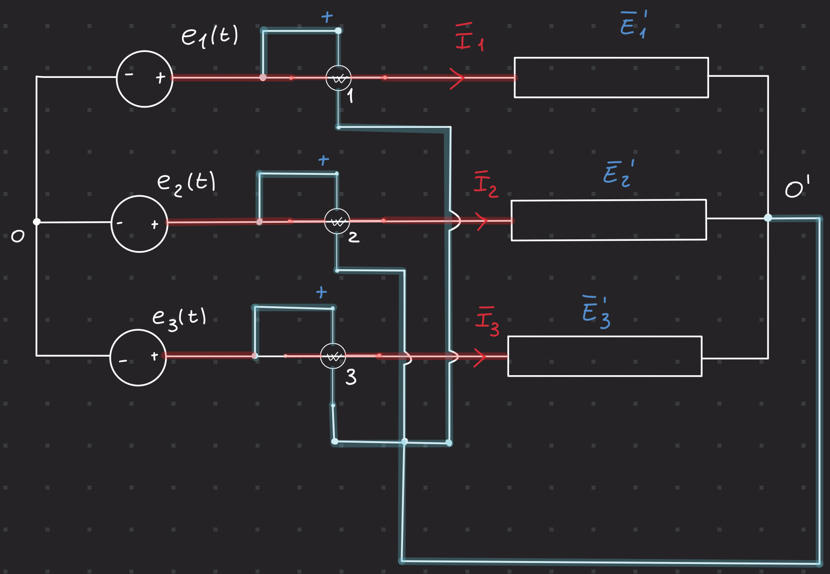
$R << R$ del ramo

WATTMETRO



$W = V I \cos(\varphi)$

$\varphi = \angle v(t) - \angle i(t)$



3 Wattmetri

CASO SQUILIBRATO

$$W_1 + W_2 + W_3 = \quad P_1 + P_2 + P_3 = \quad E_1 I_1 \cos(\varphi_1) + E_2 I_2 \cos(\varphi_2) + E_3 I_3 \cos(\varphi_3)$$

CASO EQUILIBRATO

$$W_1 + W_2 + W_3 = \quad P_1 + P_2 + P_3 = \quad 3 E_0 I_0 \cos(\varphi) = \operatorname{Re}\{E_0 I_0^*\}$$ $\rightarrow$ 1 Wattmetro