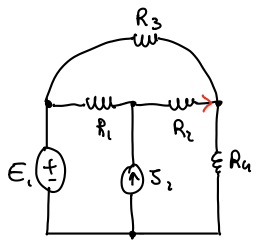
ESERCIZIARIO DI ELETTROTECNICA

ESERCIZIO 1:



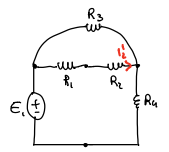
DATI $E_1 = 12V$; $J_2 = 0{,}8\,A$

$R_1 = 10\Omega$; $R_2 = 18\Omega$; $R_3 =$; $R_4 = 24\Omega$

$P_{R_2} = ?$

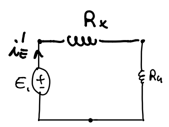
1) RISOLVIAMO CON LA SOVRAPPOSIZIONE + ISPEZIONE

Spengo il J_2

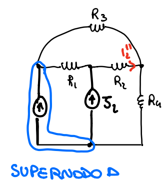


↓ SOSTITUISCO AL POSTO DI $R_1, R_2, R_3 \rightarrow R_x$

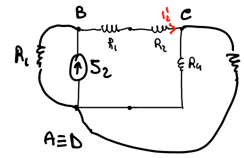
$R_x = R_3 \,//\, R_1 + R_2$



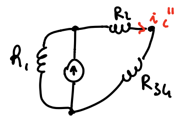
$i_E' = \dfrac{E_1}{R_x + R_4} \Rightarrow i_2' = i_E' \dfrac{R_3}{R_1 + R_2}$



SUPERNODO D



A≡D

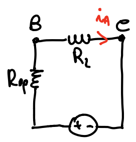


$R_{34} = R_3 \,//\, R_4$

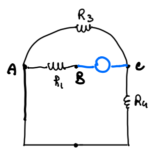
$i_2'' = J_2 \dfrac{R_1}{R_1 + (R_2 + R_{34})}$

$$i_2 = i_2' + i_2'' = \boxed{\frac{E_1}{R_x + R_4} \cdot \frac{R_3}{R_3 + (R_1 + R_2)}} + J_2 \boxed{\frac{R_1}{R_1 + (R_2 + R_{34})}}$$

2) RISOLVIAMO CON THÉVENIN:



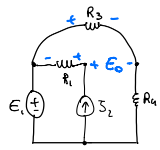
$i_2 = \dfrac{E_0}{R_2 + R_{eq}}$



Mi serve per determinare R_{eq}:
immagino che al posto di R_2 ci sia un generatore

$R_{eq} = R_1 + (R_3 \,//\, R_4)$ → IMPORTANTE

Determino la tensione a vuoto E_0:

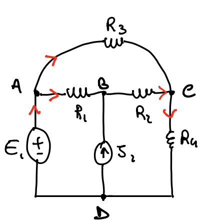


$-E_0 + V_1 + V_3 = 0 \Rightarrow E_0 = V_1 + V_3$

posso scrivere le due tensioni

$V_1 = R_1 J_2$ $\quad V_3 = E_1 \dfrac{R_3}{R_3 + R_4}$

3) METODO DEI POTENZIALI DI NODO MODIFICATO:



$U_D = 0$
$V_1 = U_A - U_B$
$V_2 = U_B - U_C$
$V_3 = U_A - U_C$
$V_4 = U_C$
$V_5 = U_B$
$E_1 = U_A$ → è noto, ma non è un vantaggio perché mi devo portare dietro un'incognita in più

$i_1 + i_3 - i_E = 0$
$-i_1 + i_2 = J_2$
$-i_2 - i_3 + i_4 = 0$

$i_K = G_K V_K$

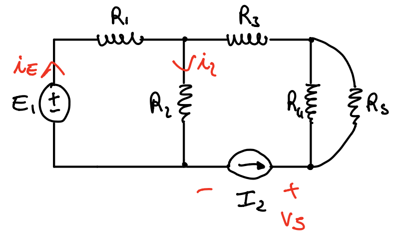
$$\begin{cases} G_1(U_A - U_B) + G_3(U_A - U_C) - i_E = 0 \\ -G_1(U_A - U_B) + G_2(U_B - U_C) = J_2 \\ -G_2(U_B - U_C) - G_3(U_A - U_C) + G_4 U_C = 0 \\ U_A = E_1 \end{cases}$$

↓ quindi le equazioni da risolvere sono $[(n-1) + p]$ dove p è il numero di generatori ideali di tensione.

$$\begin{pmatrix} G_1+G_3 & -G_1 & -G_3 & -1 \\ -G_1 & G_1+G_2 & -G_2 & 0 \\ -G_3 & -G_2 & G_2+G_3+G_4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \\ i_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ J_2 \\ 0 \\ E_1 \end{pmatrix}$$

Esercitazione sui circuiti in regime stazionario

ES 1.



DATI:

$R_1 = 10\,\Omega$

$R_2 = 20\,\Omega$

$R_3 = 12\,\Omega$

$R_4 = 30\,\Omega$

$R_5 = 30\,\Omega$

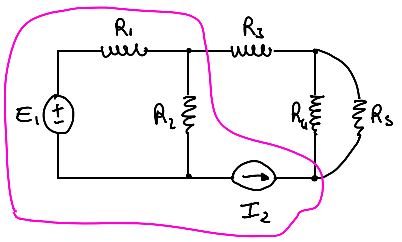
$E_1 = 20\,V$

$J_2 = 1{,}2\,A$

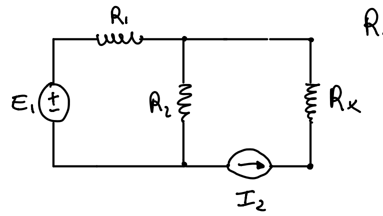
Q_1: P_E, P_S, P_2 ?

Q_2: Determinare J_2 : $P_E^a \le 0$

A ME INTERESSA:



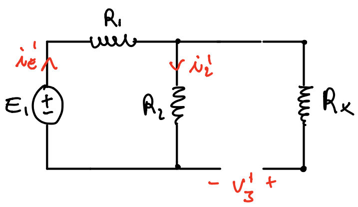
SEMPLIFICO



$R_x = R_3 + R_4 // R_5$

- RISOLVO CON LA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI + ISPEZIONE:

1)

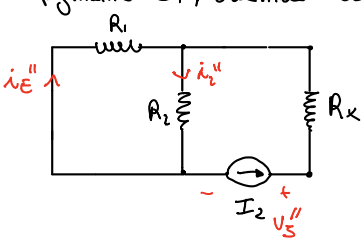


Spengo I_2 avrò un circuito aperto, R_x sarà in serie ad un circuito aperto quindi non verrà attraversato da corrente

$i_E' = \dfrac{E_1}{R_1 + R_2}$ potrei calcolare V_2 con il partitore, ma so che $i_E' = i_2'$

R_x ha la tensione uguale a quella ai capi di $R_2 \Rightarrow V_S' = +R_2 i_2'$

2) Spegnamo E_1, creando così un cortocircuito



Guardando il nodo in basso, posso applicare il partitore: $i_2'' = J_2 \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$

Per calcolare i_E'' applico la LK al nodo: $i_E'' + J_2 - i_2'' = 0 \rightarrow i_E'' = i_2'' - J_2 \Rightarrow i_E'' = -J_2 \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$

Per calcolare V_S'' applico la LKT: $-V_S'' + V_x + V_2 = 0 \rightarrow V_S'' = V_x + V_2$ ma so che $V_x = R_x J_2$

$V_S'' = R_x J_2 + R_2 i_2''$

Adesso sommo i contributi:

$i_E = i_E' + i_E'' = \underbrace{E_1 \dfrac{1}{R_1 + R_2} - J_2 \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}_{\text{SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI}}$

$i_2 = i_2' + i_2'' = E_1 \dfrac{1}{R_1 + R_2} + J_2 \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$

$V_S = V_S' + V_S'' = E_1 \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} + \left(\dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_x \right) J_2$

$\boxed{Q_1}$: $P_2 = R_2 i_2^2 = \boxed{22{,}75\,W}$; $P_E = i_E E_1 = \boxed{-2{,}67\,W}$; $P_S = J_2 V_S = \boxed{52{,}50\,W}$

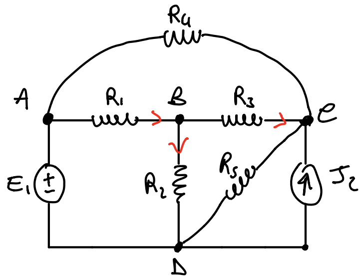
$\Rightarrow$ Q_2: J_2: $P_E^a \le 0 \iff i_E E_1 \le 0$

$\left.\begin{matrix} E_1 > 0 \\ i_E E_1 \le 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow i_E \le 0 \Rightarrow \left(E_1 \dfrac{1}{R_1 + R_2} - J_2 \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \le 0 \iff E_1 - J_2 R_2 \le 0$

$\boxed{J_2 \ge \dfrac{E_1}{R_2} = 1\,A}$

0 1 OK J_2

ES. 2



DATI:

$R_1 = 100\ \Omega$

$R_2 = 80\ \Omega$

$R_3 = 60\ \Omega$

$R_4 = 120\ \Omega$

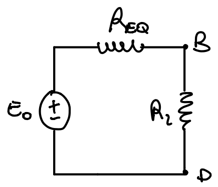
$R_5 = 200\ \Omega$

$E_1 = 20\ V$

$J_2 = 0{,}8\ A$

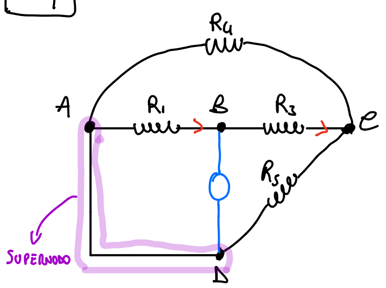
DETERMINARE $P_1, P_2, P_3 = ?$

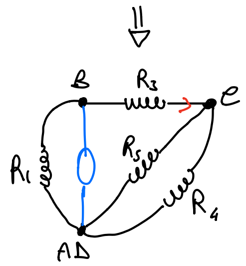
DETERMINO i_2 CON IL CIRCUITO EQUIVALENTE DI THÈVENIN, POI, NOTA i_2, SARÀ POSSIBILE DETERMINARE i_1 e i_2



$$i_2 = \frac{E_0}{R_2 + R_{eq}}$$

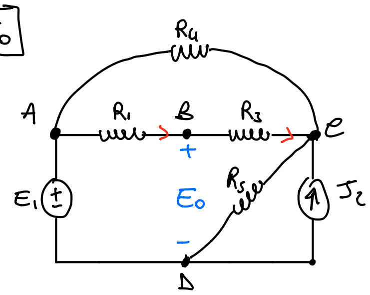
$\boxed{R_{eq}}$





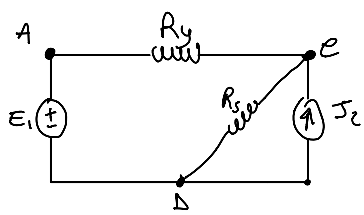
$$R_{eq} = (R_4 // R_3 + R_5) // R_1$$

$\boxed{E_0}$

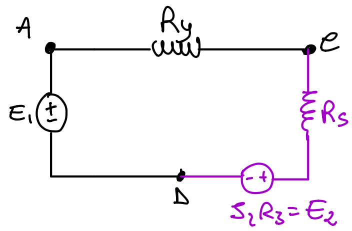


$$-E_0 - V_1 + E_1 = 0$$

$$E_0 = E_1 - V_1$$

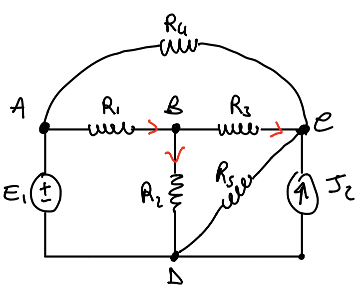


$$R_y = R_4 // (R_1 + R_3)$$



$$i_y = \frac{E_1 - J_2 R_5}{R_5 + R_y}$$

$$V_{Ae} = R_y i_y$$



LKT A_1:

$$-V_2 - V_1 + E_1 = 0$$

$$V_1 = E_1 - V_2 = E_1 - R_2 i_2$$

$$i_1 = V_1 / R_1$$

LKC D:

$$i_3 = i_1 - i_2$$

$$P_K = R_K i_K^2$$

$$K = 1, 2, 3$$

ES. 3

·DATI:

$I_0 = 1\ A$

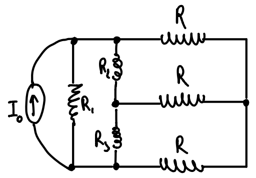
$R_1 = 100\ \Omega$

$R_2 = 60\ \Omega$

$R_3 = 40\ \Omega$

$R = 10\ \Omega$

Determinare: P_2, P_3

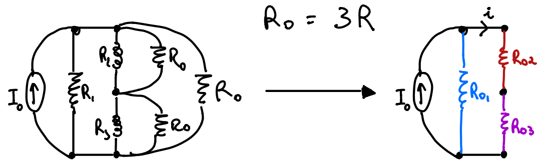


– MANCA UNA PARTE NON REGISTRATA

PASSO DA STELLA A TRIANGOLO:

$R_0 = 3R$

$R_{01} = R_0 // R_1$; $R_{02} = R_0 // R_2$; $R_{03} = R_0 // R_3$



A questo punto possiamo risolvere con i partitori

$$i = I_0 \frac{R_{01}}{R_{01} + (R_{02} + R_{03})}$$

$$i_2 = i \frac{R_0}{R_0 + R_2} \qquad i_3 = i \frac{R_0}{R_0 + R_3}$$

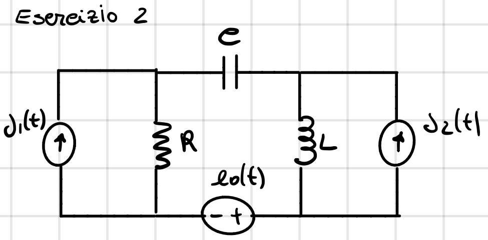
$P_2 = R_2 i_2^2$

$P_3 = R_3 i_3^2$

Esercitazione sui circuiti in regime sinusoidale (LEZIONE 15.11)

PROVA 06/12/2010

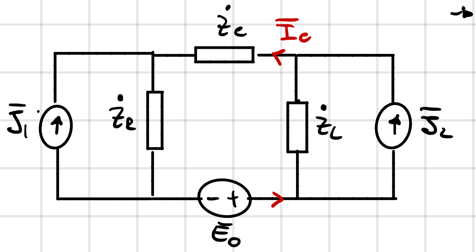
Esercizio 2



DATI
$R = 300\,\Omega$
$C = 20\,\mu F = 20 \cdot 10^{-6}\,F$
$L = 0{,}8\,H$
$j_1(t) = 0{,}2\cos(314t)\,A$
$j_2(t) = 0{,}3\sin(314t)\,A$
$e_0(t) = 2\cos(314t - \pi/4)\,V$

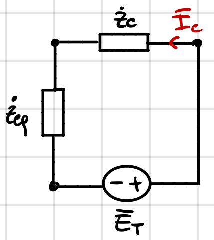
a) Determinare $Q_C = ?$
b) Quale generatore eroga potenza apparente maggiore?

FASORI:
$\dot{Z}_R = 300\,\Omega$
$\dot{Z}_L = j\omega L = j\,251\,\Omega$
$\dot{Z}_C = -\dfrac{j}{\omega C} = -\dfrac{j}{314 \cdot 20} \cdot 10^{6}\ S = -j(159)\,\Omega$
$E_0 = \bar{E} e^{-j\alpha} = 2 \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}}\ V$



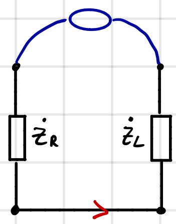
→ ho trasformato il circuito in circuito con impedenze e fasori.

Prendo come riferimento di fase: $\bar{J}_1 = 0{,}2\,A$ quindi $\bar{J}_2$ che è seno sarà $\bar{J}_2 = -j\,0{,}3\,A$ rispetto al coseno ha una fase di $-\pi/2$.
Siccome dobbiamo trovare Q_C, ci conviene calcolare $\bar{I}_C$: (→ è la corrente che attraversa anche $\bar{E}_0$)
note $\bar{I}_C$ posso risolvere tutto il circuito, quindi se abbiamo bisogno di una sola grandezza posso usare THEVENIN:



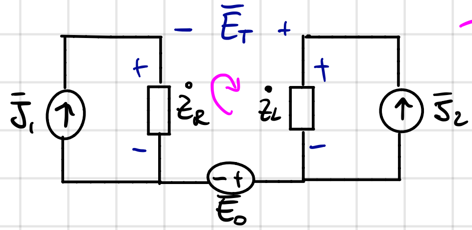
$$\bar{I}_C = \frac{E_T}{\dot{Z}_{eq} + \dot{Z}_C}$$

per trovare $\dot{Z}_{eq}$: spengo i generatori
$\Rightarrow \dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_R + \dot{Z}_L$



⇒

Determino la tensione a vuoto:

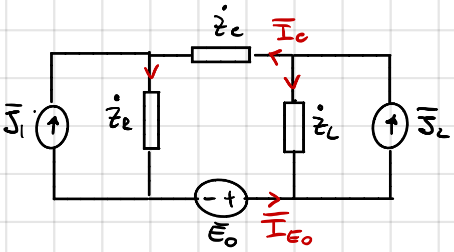


Scrivo l'equazione alla maglia
→ $-\bar{E}_0 - \bar{V}_L + \bar{E}_T + \bar{V}_R = 0$

$\bar{E}_T = \bar{E}_0 + \bar{V}_L - \bar{V}_R$
$= \bar{E}_0 + \dot{Z}_L \bar{J}_2 - \dot{Z}_R \bar{J}_1$

Anello dove circola solo $\bar{J}_2$ (o $\bar{J}_1$)

A questo punto, note I_C nel circuito di partenza, sostituisco, e ottengo:



$$\left.\begin{aligned} \bar{I}_R &= \bar{J}_1 + \bar{I}_C \\ \bar{I}_L &= \bar{J}_2 - \bar{I}_C \end{aligned}\right\} LKC$$
$\bar{I}_{E_0} = \bar{I}_C$

$\bar{V}_R = \dot{Z}_R \bar{I}_R$
$V_L = \dot{Z}_L \bar{I}_L$

Applico queste formule della potenza ma già so che $Re\{\dot{S}_C\} = 0$ dato che è un condensatore.

$$\dot{S}_C = \frac{1}{2}\bar{V}_C \bar{I}_C^* = \frac{1}{2}\underbrace{\left(-\frac{j}{\omega C}\right)}_{\text{sfrutto la caratteristica}} \bar{I}_C \cdot \bar{I}_C^* = -\frac{1}{2}\frac{j}{\omega C}|I_C|^2$$

devo prendere la parte $Im\{\dot{S}_C\}$

ATTENZIONE AGLI ERRORI CONCETTUALI

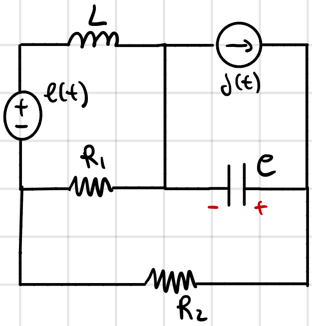
Calcolo le potenze apparenti:
(CONVENZIONE VALORI MASSIMI)

$A_E = \frac{1}{2}|\bar{E}_0||\bar{I}_{E_0}|$ $\qquad A_1 = \frac{1}{2}|\bar{V}_R||\bar{J}_1|$ $\qquad A_2 = \frac{1}{2}|\bar{V}_L||\bar{J}_2|$

POSSO USARE ANCHE I POTENZIALI DI NODO

PROVA 03/06/2010

Esercizio 2



DATI

$R_1 = 10\,\Omega$

$R_2 = 40\,\Omega$

$C = 0{,}33\ mF = 0{,}33 \cdot 10^{-3}\ F$

$L = 0{,}2\ H$

$J(t) = 0{,}3\ \mathrm{sen}(100t)\ A$

$e(t) = 20\cos(100t)\ V$

a) Determinare $Q_C = ?$

b) Determinare $\hat{P}_J = ?$ potenza complessa

RISULTATI:

$\bar{V}_C = \bar{V}_C' + \bar{V}_C''$

$Q_C = -\frac{1}{2}\omega C |V_C|^2$

$\hat{P}_J = \frac{1}{2} V_C \bar{J}^*$

FASORI:

$\bar{E} = 20V$

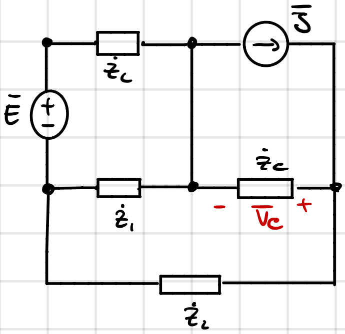
$\bar{J} = -0{,}3j\ A$

$\dot{Z}_L = j\omega L = j20\,\Omega$

$\dot{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j30\,\Omega$

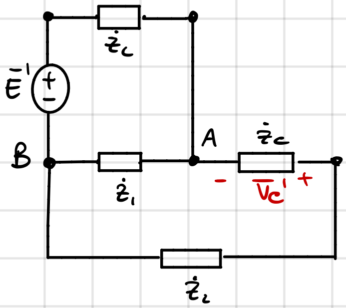
$\dot{Z}_1 = 10\,\Omega$

$\dot{Z}_2 = 40\,\Omega$



Per calcolare le due quantità ci serve $\bar{V}_C$. perchè sono comune in parallelo.

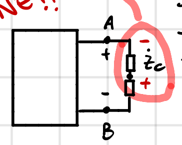
Per risolvere il circuito usiamo la SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI: (dobbiamo calcolare $\bar{V}_C = \bar{V}_C' + \bar{V}_C''$)



Spengo il generatore $\bar{J}$

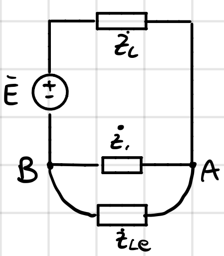
$\bar{V}_C' = -\bar{V}_{AB}\frac{\dot{Z}_C}{\dot{Z}_C + \dot{Z}_2}$

ATTENZIONE!!



è con il segno − perchè, il morsetto + sta verso A ma vogliamo quello di $\dot{Z}_C$ quindi il segno è −.

posso ridisegnare il circuito

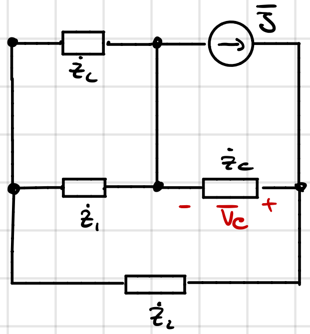


$\dot{Z}_{2C} = \dot{Z}_2 + \dot{Z}_C$

$\dot{Z}_X = \dot{Z}_1 // \dot{Z}_{2C}$

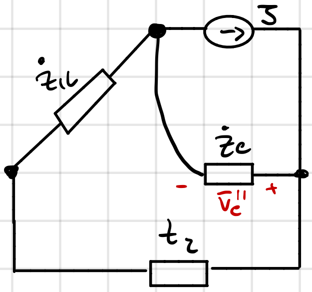
$\bar{V}_{AB} = \bar{E}\frac{\dot{Z}_X}{\dot{Z}_X + \dot{Z}_L}$

quindi è nota anche $\bar{V}_{AB}$ del circuito di partenza.



Spengo il generatore $\bar{E}$

Posso riscrivere il circuito:



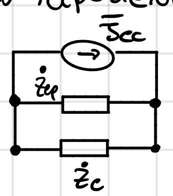
$\dot{Z}_{1L} = \dot{Z}_1 // \dot{Z}_L$

$\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_C // (\dot{Z}_{1L} + \dot{Z}_2)$

$\bar{V}_C'' = \bar{J}\,\dot{Z}_{eq}$

Posso risolvere il circuito anche con NORTON ai capi del condensatore:

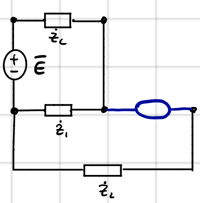
devo riportarmi ad un circuito del tipo:



$\bar{I}_C = \bar{J}_{cc} \cdot \frac{\dot{Z}_{eq}}{\dot{Z}_{eq} + \dot{Z}_C}$

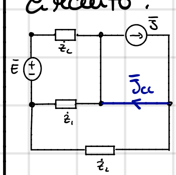
$\bar{J}_{cc} = \bar{J}_{cc}' + \bar{J}_{cc}''$

Per calcolare $\dot{Z}_{eq}$, quindi non c'è il bipolo e il generatore:



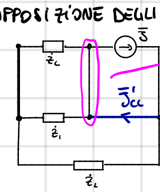
$\dot{Z}_{eq} = (\dot{Z}_1 // \dot{Z}_2) + \dot{Z}_L$

tolgo il bipolo e al suo posto metto un corto circuito:

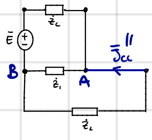


ci sono 2 generatori applico la SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI:

$\bar{J}_{cc}' = \bar{J}$



quando faccio il partitore la corrente va tutta nel cortocircuito

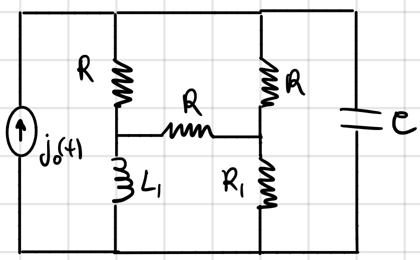


$\dot{Z}_y = \dot{Z}_2 // \dot{Z}_1$

$\bar{J}_{cc}'' = -\frac{1}{\dot{Z}_2}\underbrace{\left(\bar{E} \cdot \frac{\dot{Z}_y}{\dot{Z}_y + \dot{Z}_L}\right)}^{\bar{V}_{AB}}$

PROVA 21/06/2016

Esercizio 2



DATI :

$R = 300\,\Omega$

$R_1 = 200\,\Omega$

$L_1 = 1\ H$

$C = 62{,}5\ \mu F = 62{,}5 \cdot 10^{-6} F$

$j_0(t) = 2\cos(100t)\ A$

a) Determinare $Q_L = ?$

b) Determinare $\hat{P}_J = ?$

FASORI :

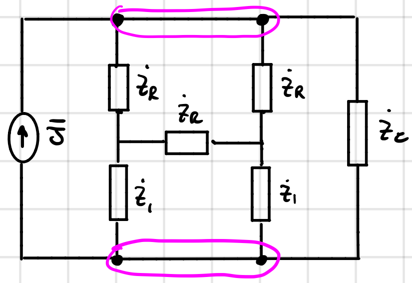
$\dot{z}_R = 300\,\Omega$

$\dot{z}_1 = 200\,\Omega$

$\dot{z}_L = j\omega L = j\,100\,\Omega$

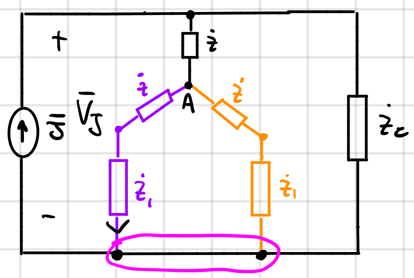
$\dot{z}_C = -\dfrac{j}{\omega C} = -j\dfrac{10^{6}}{100 \cdot 62{,}5} = -j\,160\,\Omega$

$\bar{J}_0 = 2A$



Per il calcolo mi serve det. $\bar{I}_L$ e $\bar{V}_J$

Uso la conversione stella e triangolo per semplificare il circuito, converto il $\Delta \to \lambda$ formato da 3 resistenze uguali:



$$\dot{z} = \frac{\dot{z}_R \cdot \dot{z}_R}{\dot{z}_R + \dot{z}_R + \dot{z}_R} = \frac{\dot{z}_R}{3} = 100\,\Omega$$

$$\bar{V}_J = \bar{J}_0 \cdot \dot{z}_C // \Big[\dot{z} + \underbrace{(\dot{z} + \dot{z}_1)//(\dot{z} + \dot{z}_L)}_{\dot{z}_a}\Big]$$

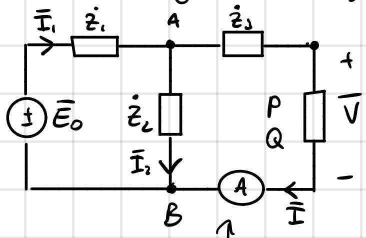
$\Rightarrow$ trovato $\bar{V}_J$ posso calcolare $\bar{V}_{AB}$: con il partitore di tensione.

$$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_J \cdot \frac{\dot{z}_a}{\dot{z}_a + \dot{z}}$$

trovato $\bar{V}_{AB}$ posso calcolare la corrente che circola in L : $\bar{I}_L = \dfrac{\bar{V}_{AB}}{\dot{z} + \dot{z}_L}$

PROVA 26/06/2018

Esercizio 3 (facoltativo)



amperometro fornisce i valori efficaci.

DATI

$\bar{I} = 10\,A$

$P = 1\,KW = 1 \cdot 10^3\,W$

$Q = 1\,KVAR$

$\dot{Z}_1 = 20\,\Omega$

$\dot{Z}_2 = -j\,20\,\Omega$

$\dot{Z}_3 = 10\,\Omega$

Suggerimento → assumere, come riferimento di fase uno tra i fasori $\bar{V}$ oppure $\bar{I}$

a) Determinare il valore efficace del generatore.

N.B il circuito è già nel dominio dei fasori quindi ω non serve.

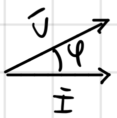
le formule delle potenze legano le corrente e la tensione, posso calcolare le tensione, conoscendo la corrente conosco la caduta di tensione, sommando le due tensioni trovo la tensione ai capi di $\dot{Z}_2$ quindi conosco $\bar{I}_2$, con LKC al nodo conosco $\bar{I}_1$, trovo $\bar{V}_1$.

Assumo $\bar{I} = 10\,A$

$$A = |\bar{V}||\bar{I}| = \sqrt{P^2+Q^2} \Rightarrow |\bar{V}| = \frac{\sqrt{P^2+Q^2}}{|\bar{I}|}$$

potenza apparente $(V_{eff} \cdot I_{eff}) = A$

so che il carico è OHMICO INDUTTIVO, quindi $\bar{V}$ sarà in anticipo di φ



dal triangolo delle potenze $\varphi = \arctg\left(\frac{Q}{P}\right)$

in anticipo rispetto $\bar{I}$

quindi $\bar{V} = |\bar{V}|\,e^{+j\varphi}$

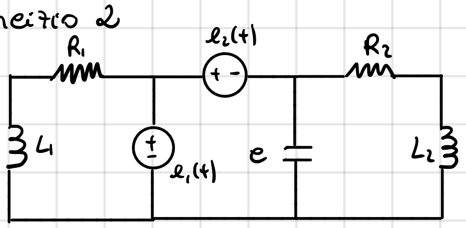
con le LKT alla maglia $\bar{V}_{AB} = \dot{Z}_3\bar{I} + \bar{V}$

$\bar{I}_2 = \dfrac{\bar{V}_{AB}}{\dot{Z}_2}$ $\qquad \bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}$

Infine $|\bar{E}_0| = |\dot{Z}_1\bar{I}_1 + \bar{V}_{AB}|$

PROVA 13/12/2018

Esercizio 2



DATI

$R_1 = 20\Omega$

$R_2 = 30\Omega$

$L_1 = 0{,}08\ H$

$L_2 = 0{,}12\ H$

$C = 250\mu F = 250 \cdot 10^{-6} F$

$e_1(t) = 10\cos(200t)\ V$

$e_2(t) = 10\sin(200t)\ V$

$= 10\cos(200t - \pi/2)\ V$

a) Determinare $Q_{L_1} = ?$

b) Determinare $P_{R_2} = ?$

FASORI

$\bar{E}_1 = 10\ V$

$\bar{E}_2 = 10 e^{-j\pi/2}\ V = 10\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$

$= -10j$

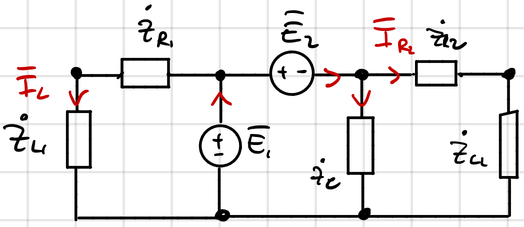
$\dot{z}_{R_1} = 20\ \Omega$

$\dot{z}_{R_2} = 30\ \Omega$

$\dot{z}_{L_1} = j\omega L = j(200 \cdot 0{,}08) = j16\ \Omega$

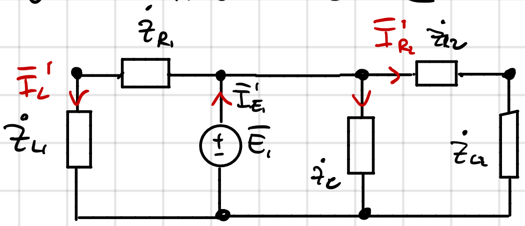
$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j\frac{10^{6\,\&\,3}}{200 \cdot 250} = -j20\ \Omega$

$\dot{z}_{L_2} = j\omega L = j(200 \cdot 0{,}12) = j24$



$\bar{I}_L = ?$ $\quad \bar{I}_{R_2} = ?$

Uso il metodo della SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI



Spengo $\bar{E}_2$

$\bar{I}'_{E_1} = \frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_{ep}} = 0{,}51 + 0{,}09j$

Faccio il partitore per trovare $\bar{I}'_L$ e $\bar{I}'_{R_2}$

$\dot{z}_A = (\dot{z}_{R_2} + \dot{z}_{L_2}) // \dot{z}_C = 13{,}1 - 21{,}746j$

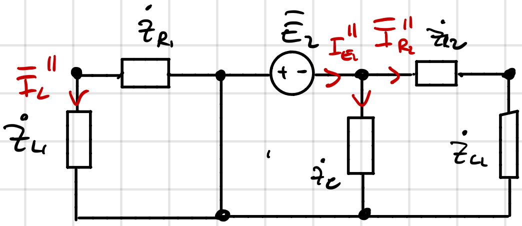
$\dot{z}_B = \dot{z}_{R_1} + \dot{z}_{L_1} = 20 + j16$

$\dot{z}_{ep} = \dot{z}_A // \dot{z}_B = 13{,}035 - 3{,}503j$

$\bar{I}'_L = \bar{I}'_E \cdot \frac{\dot{z}_A}{\dot{z}_A + \dot{z}_B} = 0{,}3 - 0{,}246j$

$\bar{I}'_2 = \bar{I}'_{E_1} \cdot \frac{\dot{z}_B}{\dot{z}_A + \dot{z}_B} = 0{,}2 + 0{,}336i$

$\bar{I}'_{R_2} = \bar{I}'_2 \frac{\dot{z}_C}{\dot{z}_C + \dot{z}_{R_2} + \dot{z}_{L_2}} = 0{,}2 - 0{,}16j$



Spengo $\bar{E}_1$:

$\dot{z}_{ep} = (z_{R_2} + z_{L_2}) // z_C = \dot{z}_A$

$\bar{I}''_{E_2} = \frac{\bar{E}_2}{\dot{z}_{ep}} = 0{,}34 - 0{,}20j$

$\bar{I}''_{R_2} = \bar{I}_{E_2} \frac{\dot{z}_C}{\dot{z}_C + \dot{z}_{L_2} + \dot{z}_{R_2}} = -0{,}16 - 0{,}2j$

$\bar{I}''_L = 0$

$I_L = I'_L = 0{,}3 - 0{,}246j$

$I_{R_2} = I'_{R_2} + I''_{R_2}$

$= 0{,}2 - 0{,}16j - 0{,}34 - 0{,}16j$

$= -0{,}14 - 0{,}32j$

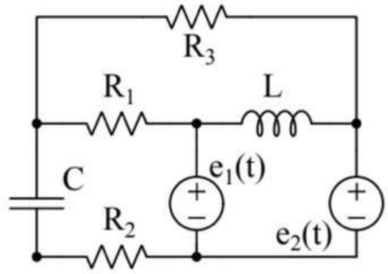
$Q_{L_1} = \mathrm{Im}\left\{\frac{1}{2} V_{L_1} I_L^*\right\} = \mathrm{Im}\left\{\frac{1}{2} \dot{z}_{L_1} I_L^* I_L\right\} = \mathrm{Im}\left\{\frac{1}{2} \dot{z}_{L_1} |I'_L|^2\right\} = 3{,}14j$

$P_{R_2} = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2} V_{R_2} I_{R_2}^*\right\} = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2} \dot{z}_{R_2} I_{R_2} I_{R_2}^*\right\} = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2} \dot{z}_{R_2} |I_{R_2}|^2\right\} = 5{,}43$

PROVA 11/09/2018

Esercizio 2 - *obbligatorio per tutti*

Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare la potenza reattiva assorbita dall'induttore e la potenza attiva assorbita dal resistore R_2. *Dati:*
$R_1 = 20\Omega$, $R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 16\Omega$, $L = 0.08\text{H}$, $C = 250\mu\text{F}$,
$e_1(t) = 10\cos(200t - \pi/4)\text{V}$, $e_2(t) = 10\cos(200t)\text{V}$.



FASORI

$\dot Z_{R_1} = 20\Omega$

$\dot Z_{R_2} = 30\Omega$

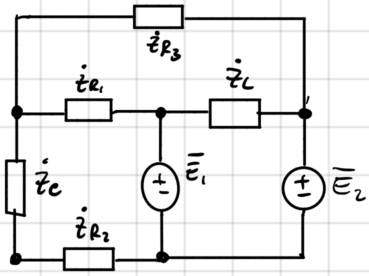
$\dot Z_{R_3} = 16\Omega$

$\dot L = j\omega L = j16\Omega$

$\dot C = -\frac{j}{\omega C} = -j\frac{10^{6}}{250 \cdot 200} = -j20\Omega$

$\bar E_1 = 10\, e^{-j\pi/4}$ V

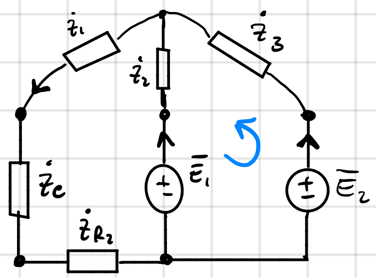
$\bar E_2 = 10$ V



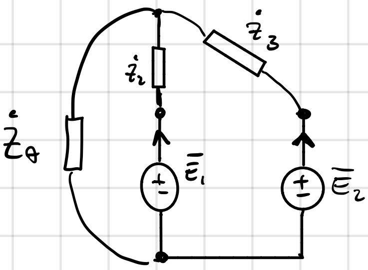
$Q_L = ?$

$P_{R_2} = ?$

Faccio la trasformazione Δ-λ: $\dot Z_1 = \frac{\dot Z_{R_3} \cdot \dot Z_{R_1}}{\dot Z_{R_1} + \dot Z_{R_3} + \dot Z_L}$ $\quad \dot Z_2 = \frac{\dot Z_{R_1} \cdot \dot Z_L}{\dot Z_{R_1} + \dot Z_{R_3} + \dot Z_L}$ $\quad \dot Z_3 = \frac{\dot Z_L \cdot \dot Z_{R_3}}{\dot Z_L + \dot Z_{R_3} + \dot Z_{R_1}}$



$\dot Z_A = \dot Z_1 + \dot Z_c + Z_{R_2}$



$I_2 = I_2' + I_2''$

$P_{R_2} = Re\left\{\frac{1}{2}\dot Z_{R_2}|I_2|^2\right\}$

Spengo $\bar E_2$

$\dot Z_B = \dot Z_A \,//\, \dot Z_3$

$\dot Z_{eq} = \dot Z_B + \dot Z_2$

$\bar I'_{E_1} = \frac{\bar E}{\dot Z_{eq}}$

$\bar I'_2 = \bar I'_{E_1}\frac{\dot Z_3}{\dot Z_3 + \dot Z_A}$

$\bar I'_{E_2} = -\bar I'_{E_1}\frac{\dot Z_A}{\dot Z_3 + \dot Z_A}$

Spengo $\bar E_1$

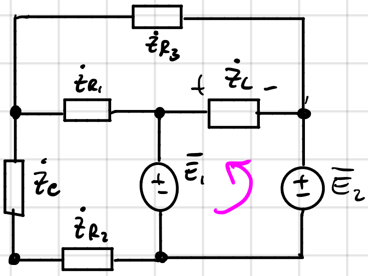
$\dot Z_D = \dot Z_L \,//\, \dot Z_A$

$\dot Z_{eq} = \dot Z_D + \dot Z_2$

$\bar I''_{E_2} = \frac{\bar E_2}{\dot Z_{eq}}$

$\bar I''_{E_1} = -\bar I''_{E_2}\frac{\dot Z_A}{\dot Z_A + \dot Z_2}$

$\bar I''_2 = \bar I''_{E_2}\frac{\dot Z_2}{\dot Z_A + \dot Z_2}$



$\bar E_2 + \bar V_L - \bar E_1 = 0$

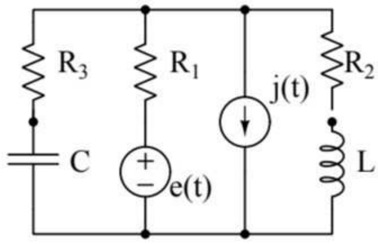
$V_L = \bar E_1 - \bar E_2$

$Q_L = Im\left\{\frac{1}{2}\frac{|V_L|^2}{\dot Z_L}\right\}$

PROVA 28/05/2018

***Esercizio 2** - obbligatorio per tutti*

Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare la potenza complessa erogata dal generatore di corrente. *Dati:*
$R_1 = 200\Omega$, $R_2 = 300\Omega$, $R_3 = 400\Omega$,
$C = 16.66\mu\mathrm{F}$, $L = 2\mathrm{H}$,
$j(t) = 2\cos(300t)\mathrm{A}$, $e(t) = 120\cos(300t - \pi)\mathrm{V}$.



FASORI

$\dot Z_{R_1} = 200\,\Omega$

$\dot Z_{R_2} = 300\,\Omega$

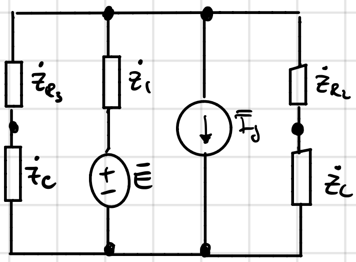
$\dot Z_{R_3} = 400\,\Omega$

$\bar I_J = 2\,A$

$\bar E = 120\,e^{-j\pi} = -120\,V$

$\dot Z_L = j\omega L = j600\,\Omega$

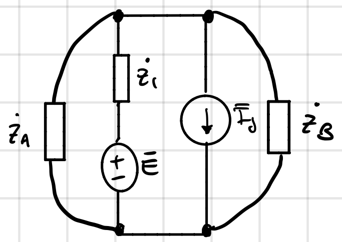
$\dot Z_C = -\frac{j}{\omega C} = -j\frac{10^4}{16{,}66\cdot 300} = -j200{,}1\,\Omega$



Devo calcolarmi $\bar V_J = ?$

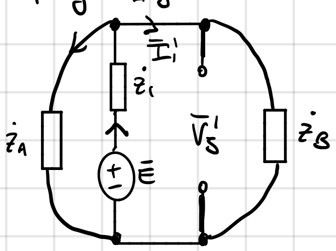
$\dot Z_{R_3} + \dot Z_C = \dot Z_A$

$\dot Z_{R_2} + \dot Z_L = \dot Z_B$



SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

Spengo $\bar I_J$



$\dot Z_C = \dot Z_A \,//\, \dot Z_B$

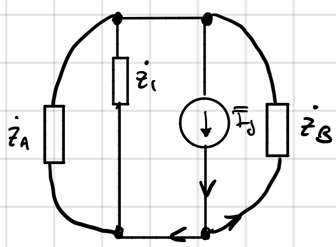
$\dot Z_{eq} = \dot Z_C + \dot Z_1$

$\bar I'_E = \frac{\bar E}{\dot Z_{eq}}$

$\bar I'_1 = \bar I'_E \cdot \frac{\dot Z_A}{\dot Z_A + \dot Z_B}$

$\bar V'_J = \bar I'_1 \cdot \dot Z_B$

Spengo $\bar E$:



$\dot Z_D = \dot Z_A \,//\, \dot Z_1$

$\dot Z_{eq} = \dot Z_D \,//\, \dot Z_B$

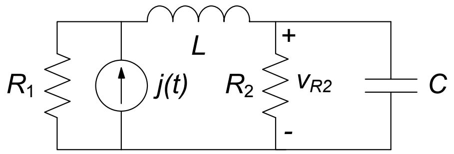
$\bar V''_J = \bar I_J \cdot \dot Z_{eq}$

$\bar V_J = \bar V'_J + \bar V''_J$

$\hat P = \frac{1}{2}\bar V_J \bar I_J^* =$

5.12 Esercizi

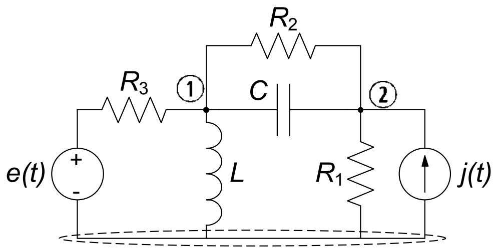
1. Per il circuito di figura, in regime sinusoidale, determinare la tensione del resistore R_2.



$j(t) = 10 \cos 500t$ A,
$R_1 = 5\ \Omega, R_2 = 10\ \Omega$,
$L = 10$ mH, $C = 200\ \mu$F.

[R: $v_{R2}(t) = 35.4 \cos(500t - 0.79)$ V]

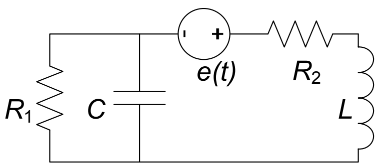
2. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare la potenza complessa assorbita dal condensatore C.



$j(t) = 5 \cos 100t$ A,
$e(t) = 10 \cos(100t + \pi/4)$ V,
$R_1 = 10\ \Omega, R_2 = R_3 = 5\ \Omega$,
$C = 1000\ \mu$F, $L = 200$ mH.

[R: $\hat{P}_C = -j6.0$ VA]

3. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare la potenza complessa erogata dal generatore di tensione.

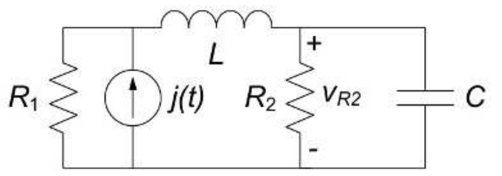


$e(t) = 100 \cos 50t$ V,
$R_1 = 10\ \Omega, R_2 = 20\ \Omega$,
$C = 1000\ \mu$F, $L = 500$ mH.

[R: $\hat{P}_E = 114.3\ + 85.7j$ VA]

4. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Utilizzando il teorema di Thévenin ai terminali della capacità C, determinare l'intensità di corrente i_C.

ESERCIZIO 1



$j(t) = 10\cos 500t$ A,
$R_1 = 5\ \Omega, R_2 = 10\ \Omega,$
$L = 10$ mH, $C = 200\ \mu$F.
$\bar{V}_{R_2}$: ?

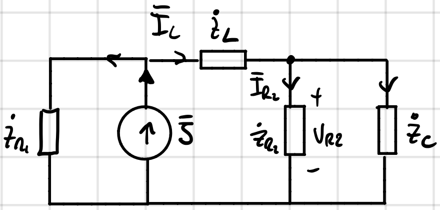
[R: $v_{R2}(t) = 35.4\cos(500t - 0.79)$ V]

FASORI:

$\bar{J} = 10 A$

$\dot{Z}_{R_1} = 5\Omega \qquad \dot{Z}_{R_2} = 10\Omega$

$\dot{Z}_L = jwL = j5\Omega \qquad \dot{Z}_C = -\frac{j}{wC} = -j\frac{10^6}{200\cdot 500} = -j10\Omega$



$\dot{Z}_A = (\dot{Z}_{R_2} // \dot{Z}_C) + \dot{Z}_L = \frac{\dot{Z}_{R_2}\cdot\dot{Z}_C}{\dot{Z}_{R_2}+\dot{Z}_C} = \frac{10\cdot(-j10)}{10-j10} = 5-5j + j5 = 5\ \Omega$

$\bar{I}_L = \bar{J}\cdot\frac{\dot{Z}_{R_1}}{\dot{Z}_A+\dot{Z}_{R_1}} = 10\cdot\frac{5}{5+5} = 5 A$

$\bar{I}_{R_2} = -\bar{I}_L\cdot\frac{\dot{Z}_C}{\dot{Z}_C+\dot{Z}_{R_2}} = -5\cdot\frac{(-10j)}{10-10j} = -2,5+2,5j$

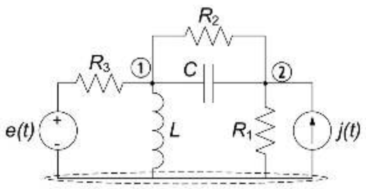
$\bar{V}_{R_2} = \bar{I}_{R_2}\cdot\dot{Z}_{R_2} = -25+25i =$ $\qquad \alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\pi}{4}$

$V_{R_2}(t) = |\bar{V}_{R_2}|\cdot e^{j\operatorname{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)}$

$= 35,35\cdot e^{-j0,78}$

$= 35,35(500t - 0,78)$ V

ESERCIZIO 2



$j(t) = 5\cos 100t$ A,
$e(t) = 10\cos(100t + \pi/4)$ V,
$R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = R_3 = 5\ \Omega$,
$C = 1000\ \mu$F, $L = 200$ mH.

[R: $\hat{P}_C = -j6.0$ VA]

FASORI

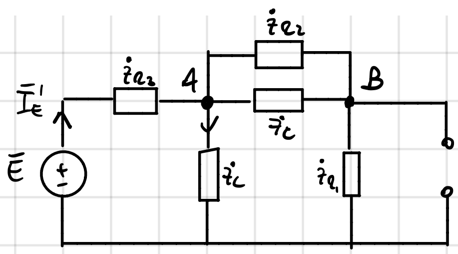
$\bar{J} = 5 A$

$\bar{E} = 10 e^{j\pi/4}$ V $= 10\cos(\pi/4) + 10\operatorname{sen}(\frac{\pi}{4})j = 7,07 + 7,07j$

$\dot{Z}_{R_1} = 10\Omega \qquad \dot{Z}_{R_2} = \dot{Z}_{R_3} = 5\Omega$

$\dot{Z}_C = -\frac{j}{wC} = -j\frac{10^{6}}{100\cdot 1000} = -j10\Omega$

$\dot{Z}_L = jwL = j100\cdot 200\cdot 10^{-3} = j20\Omega$



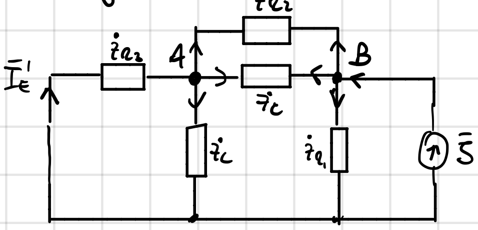
Sovrapposizione: $\qquad \dot{Z}_A = \dot{Z}_{R_2} // \dot{Z}_C = 4-2j\Omega$

1) spengo $\bar{J}$: $\qquad \dot{Z}_B = \dot{Z}_A + \dot{Z}_{R_1} = 14-2j\Omega$

$\dot{Z}_D = \dot{Z}_B // \dot{Z}_L = 10,77 + 6,154j \qquad \dot{Z}_{ep} = \dot{Z}_{R_3} + \dot{Z}_D = 15,77 + 6,154j$

$\bar{I}'_E = \frac{\bar{E}}{\dot{Z}_{ep}} = 0,541 + 0,237j \qquad \bar{I}'_1 = \bar{I}'_E\cdot\frac{\dot{Z}_L}{\dot{Z}_L+\dot{Z}_B} = 0,246 + 0,455j \qquad \bar{I}'_C = \bar{I}'_1\frac{\dot{Z}_{R_2}}{\dot{Z}_{R_2}+\dot{Z}_C} = -0,133 + 0,2j$

2) Spengo $\bar{E}$:



$\dot{Z}'_A = \dot{Z}_C // \dot{Z}_{R_2} = 4-2j$

$\dot{Z}'_B = \dot{Z}_{R_3} // \dot{Z}_L = \frac{5(j20)}{5+j20} = 4,7 + 1,176j$

$\dot{Z}'_D = \dot{Z}'_A + \dot{Z}'_B = 8,7 - 0,823j$

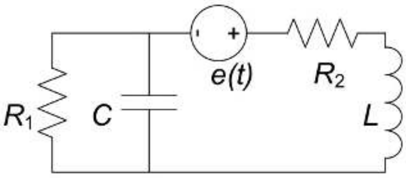
$\bar{I}''_1 = -5\,\frac{\dot{Z}_{R_1}}{\dot{Z}'_D+\dot{Z}_{R_1}} = -2,67 - 0,12j$

$\bar{I}''_C = -\bar{I}''_1\,\frac{\dot{Z}_{R_2}}{\dot{Z}_{R_2}+\dot{Z}_C} = -0,486 - 1,092j$

$I_C = I'_C + I''_C = -0,619 - 0,892j$

$P_C = \frac{1}{2}[I_C]^2\cdot\dot{Z}_C = -j6$ VA

ESERCIZIO 3



$e(t) = 100\cos 50t$ V,
$R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$,
$C = 1000\ \mu$F, $L = 500$ mH.

[R: $\hat{P}_E = 114.3\ + 85.7j$ VA]

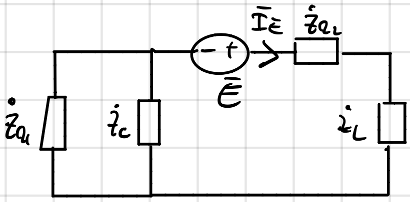
FASORI:

$\bar{E} = 100V$

$\dot{z}_{R_1} = 10\Omega \quad \dot{z}_{R_2} = 20\Omega$

$\dot{z}_C = -\dfrac{j}{\omega C} = -j20\ \Omega$

$\dot{z}_L = j\omega L = j25\ \Omega$



$z_{eq} = (\dot{z}_{R_1} // \dot{z}_C) + (\dot{z}_L + \dot{z}_{R_2})$

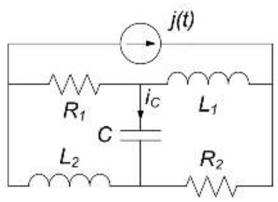
$= \dfrac{\dot{z}_{R_1} \cdot \dot{z}_C}{\dot{z}_{R_1} + \dot{z}_C} + (\dot{z}_L + \dot{z}_{R_2}) = \dfrac{10(-j20)}{10-j20} + (20-j25) =$

$= 28 - 28j$

$\bar{I}_E = \dfrac{\bar{E}}{z_{eq}} =$

$\hat{P}_E = \dfrac{1}{2} \bar{E} \cdot \bar{I}_E^* =$

ESERCIZIO 4



$j(t) = 0.2\cos 500t$ A,
$R_1 = R_2 = 50\ \Omega$,
$L_1 = L_2 = 100$ mH,
$C = 20\ \mu$F.

[R: $i_C(t) = 0.089\cos(500t +\ 0.46)$]

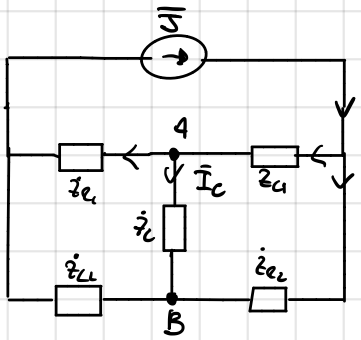
FASORI

$\bar{J} = 0,2$

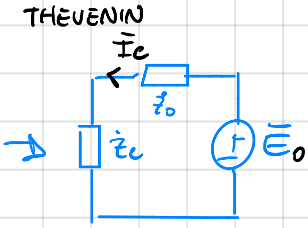
$\dot{z}_{R_1} = \dot{z}_{R_2} = 50\Omega$

$\dot{z}_{L_1} = \dot{z}_{L_2} = j\omega L = j \cdot 50\ \Omega$

$\dot{z}_C = -\dfrac{j}{\omega C} = -j\dfrac{10^6}{500 \cdot 20} = -j100\ \Omega$

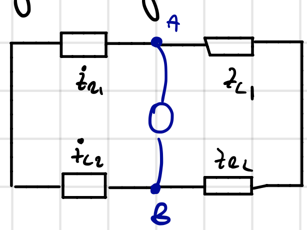


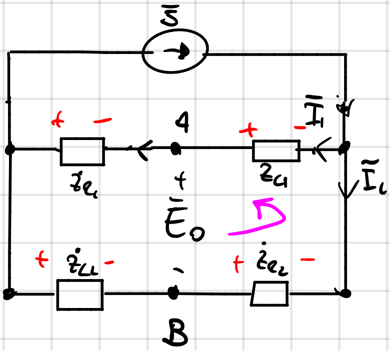
THEVENIN



$\bar{I}_C = \dfrac{\bar{E}_0}{\dot{z}_0 + \dot{z}_C}$

Spengo il generatore $\bar{J}$:





$\dot{z}_{eq} = (\dot{z}_{R_1} + \dot{z}_{L_2}) // (\dot{z}_{L_1} + \dot{z}_{R_2}) =$

$= \dfrac{(50+j50)}{2} = 25 + j25\ \Omega$

$\bar{I}_1 = \bar{J}\dfrac{(\dot{z}_{L_2} + \dot{z}_{R_2})}{(\dot{z}_{L_1} + \dot{z}_{R_2} + \dot{z}_{R_1} + \dot{z}_{L_1})} = 0,2 \dfrac{(\cancel{50+j50})}{2(\cancel{50+j50})} = 0,1\ A$

$\bar{I}_2 = \bar{J}\dfrac{(\dot{z}_{L_1} + \dot{z}_{R_1})}{(\dot{z}_{L_2} + \dot{z}_{R_2} + \dot{z}_{R_1} + \dot{z}_{L_1})} = 0,2 \dfrac{(\cancel{50+j50})}{2(\cancel{50+j50})} = 0,1\ A$

$\bar{V}_{L_1} - \bar{E}_0 - \bar{V}_{R_2} = 0$

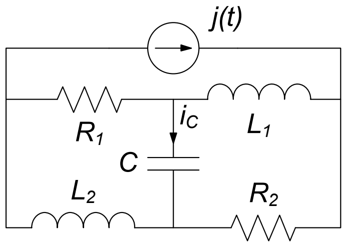
$\bar{E}_0 = \bar{V}_{L_1} - \bar{V}_{R_2}$

$\bar{E}_0 = z_{L_1}\bar{I}_1 - \dot{z}_{R_2}\bar{I}_2 = j50(0,1) - 50(0,1) = -5 + 5j$

$\bar{I}_C = \dfrac{\bar{E}_0}{\dot{z}_0 + \dot{z}_C} = \dfrac{(-5+5j)}{(25+25j-100j)} = -0,08 - 0,04j$

$\alpha = \arctg\left(\dfrac{0,04}{0,08}\right) = 0,46$

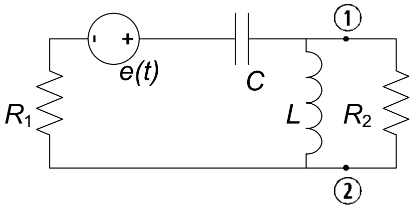
$i(t) = |I_C| e^{j\alpha} = 0,088\cos(500t + 0,46)\ A$



$j(t) = 0.2\cos 500t$ A,
$R_1 = R_2 = 50\ \Omega$,
$L_1 = L_2 = 100$ mH,
$C = 20\ \mu$F.

[R: $i_C(t) = 0.089\cos(500t + 0.46)$]

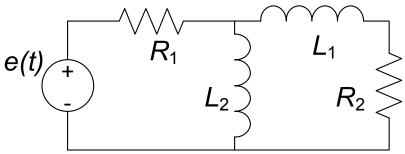
5. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Utilizzando il teorema di Norton ai terminali ① ② determinare la potenza media dissipata da R_2.



$e(t) = 50\cos 314t$ V,
$R_1 = R_2 = 50\ \Omega$,
$L = 10$ mH, $C = 10\ \mu$F.

[R: $P_{R2} = 2.4$ mW]

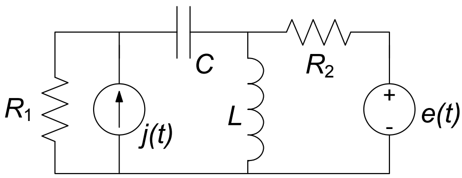
6. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare l'energia dissipata in un periodo dai due resistori.



$e(t) = 100\cos 200t$ V,
$R_1 = 100\ \Omega, R_2 = 200\ \Omega$,
$L_1 = 10$ mH, $L_2 = 20$ mH.

[R: $W_T = 1.57$ J]

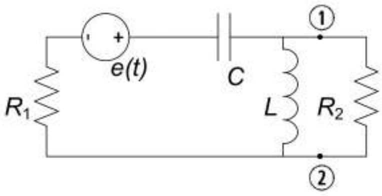
7. Il circuito in figura è in regime permanente. Determinare la potenza media assorbita dal resistore R_2.



$j(t) = 5\cos 100t$ A,
$e(t) = 10$ V,
$R_1 = 10\ \Omega, R_2 = 5\ \Omega$,
$C = 1000\ \mu$F, $L = 200$ mH.

[R: $P_2 = 40$ W]

ESERCIZIO 5



$e(t) = 50\cos 314t$ V,
$R_1 = R_2 = 50\ \Omega$,
$L = 10$ mH, $C = 10\ \mu$F.

[R: $P_{R2} = 2.4$ mW]

FASORI:

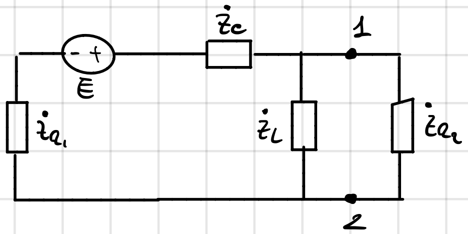
$\bar{E} = 50\ V$

$\dot{Z}_{R_1} = \dot{Z}_{R_2} = 50\Omega$

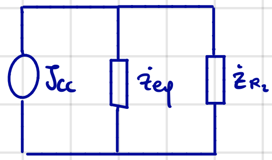
$\dot{Z}_L = j\omega L = j \cdot 314 \cdot 10^{-2} = j3{,}14\ \Omega$

$\dot{Z}_C = -\dfrac{j}{\omega C} = -j\dfrac{10^{5}}{314 \cdot 1} = -j\,318{,}471\ \Omega$

$P_{R_2} = ?$



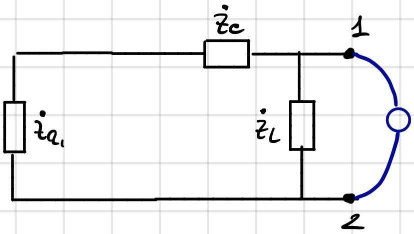
NORTON



$\bar{I}_{R_2} = \bar{J}_{cc} \cdot \dfrac{\dot{Z}_{ep}}{\dot{Z}_{ep} + \dot{Z}_{R_2}}$

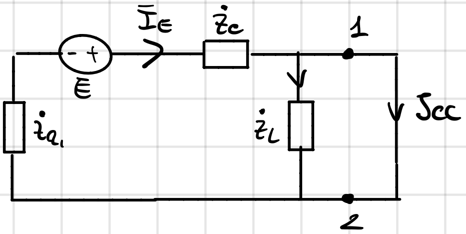
$P_{R_2} = \dfrac{1}{2}\dot{Z}_{R_2}|\bar{I}_{R_2}|^2 = 2{,}4 \cdot 10^{-7}\ W$

Per trovare $\dot{Z}_{ep}$ spengo il generatore e tolgo il bipolo



$\dot{Z}_{ep} = (\dot{Z}_{R_1} + \dot{Z}_C) \parallel \dot{Z}_L = \dfrac{(50 - j318{,}471)(j3{,}14)}{50 - j318{,}471 + j3{,}14} = 4{,}836 \cdot 10^{-3} + 3{,}17j$

Dopo di che tolgo il bipolo e al suo posto metto un cortocircuito

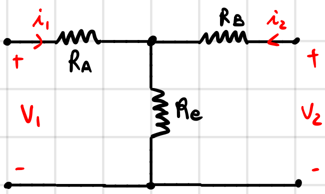


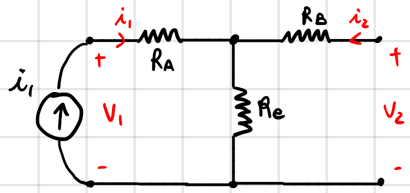
$\dot{Z}_{ep}' = \dot{Z}_C + \dot{Z}_{R_1} = 50 - j318{,}471 \quad \bar{J}_{cc} = \bar{I}_E$

$\bar{I}_E = \dfrac{\bar{E}}{\dot{Z}_{ep}'} = \dfrac{50}{50 - j318{,}471} = 0{,}024 + 0{,}153j$

Sintesi di doppi bipoli resistivi lineari: matrice delle resistenze e delle conduttanze

ES. 1. DOPPIO BIPOLO A "T"





R_A, R_B e R_e sono connessi a stella, un tripolo può essere considerato come un doppio bipolo solo a considerare uno dei morsetti come un doppio morsetto. Collego il generatore fuori i morsetti ed essere una porta.

La matrice delle resistenze del doppio bipolo a "T" è una delle più semplici.

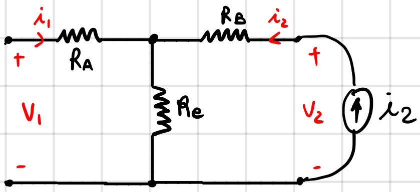
RICAVIAMO I 4 PARAMETRI:

cominciamo dai primi 2, r_{11} e r_{21}, applichiamo un generatore di corrente sulla prima porta, e sulla seconda avremo un circuito aperto. Abbiamo bisogno di V_1 e V_2:

$$r_{11} = \frac{V_1}{i_1}\Big|_{i_2=0} \qquad r_{21} = \frac{V_2}{i_1}\Big|_{i_2=0}$$

$$\to V_1 = (R_A + R_c)\, i_1 \Rightarrow r_{11} = R_A + R_c$$
$$V_2 = R_c\, i_1 \Rightarrow r_{21} = R_e$$

Per determinare gli altri due parametri devo alimentare la seconda porta e lasciare la prima in circuito aperto, è tutto simmetrico basta scambiare R_A con R_B



$$r_{12} = \frac{V_1}{i_2}\Big|_{i_1=0} \qquad r_{22} = \frac{V_2}{i_2}\Big|_{i_1=0}$$

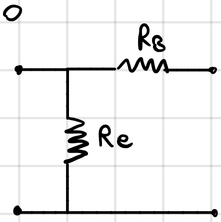
$$\to V_1 = R_e\, i_2 \Rightarrow r_{12} = R_e$$
$$V_2 = (R_B + R_c)\, i_2 \Rightarrow r_{22} = (R_B + R_e)$$

r_{11} e r_{22} sono positivi, r_{22} è sempre più grande di r_{12} perché sto sommando una quantità maggiore di zero ("R_B"). Sono verificate tutte le proprietà dette in precedenza. In questo caso le resistenze mutue sono positive.

Quindi $\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} R_A + R_e & R_e \\ R_e & R_B + R_e \end{pmatrix}$

Posso semplificare il circuito ma complicarlo concettualmente:

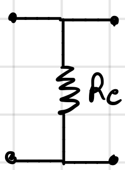
$R_A = 0$



$$\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} R_e & R_e \\ R_e & R_e + R_B \end{pmatrix}$$

la reciprocità non c'entra niente con la simmetria $R_A \neq R_B$, se fossero uguali posso ribaltare il circuito di 180°.

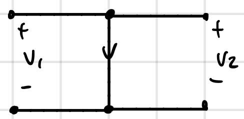
$R_A = R_B = 0$



$$\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} R_e & R_e \\ R_e & R_c \end{pmatrix}$$

è ancora controllabile in corrente.

$R_A = R_B = R_c = 0$



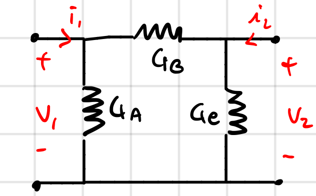
$$\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

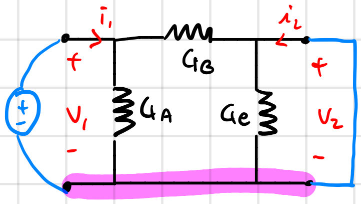
è il caso limite del D.B a "T".

$V_1 = 0$
$V_2 = 0$

è ancora controllabile in corrente.

Duale de D.B. a T il DOPPIO BIPOLO A "π"





dove c'è il SUPERNODO, G_A, G_B e G_C formano un triangolo, il supernodo è come un morsetto che mi dà le due rette.

Determiniamo la matrice delle conduttanze, caratteristica su base tensione, calcolo g_{11} e g_{21}:

$$g_{11} = \left.\frac{i_1}{V_1}\right|_{V_2=0} \qquad g_{21} = \left.\frac{i_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$

G_B è in parallelo al corto circuito, quindi l'equivalente è il c.c., G_C e G_A sono in parallelo la conduttanza equivalente, è la somma di G_A e G_C.

$i_1 = V_1 (G_A + G_C) \quad \Rightarrow g_{11} = (G_A + G_C)$

la corrente i_2 attraversa G_C la tensione ai capi di G_C è V_1 quindi:

$$\underset{\text{conv. gen.}}{i_2 = -G_C V_1} \quad \Rightarrow \quad g_{21} = -G_C$$

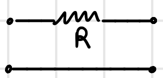
GENERATORE SULLA SECONDA PORTA:

$g_{22} = G_C + G_B \qquad g_{12} = -G_C$

a partire da conduttanze >0 g_{21} viene negativa è mutua non è propria. Invece g_{11} positiva, perché somma di conduttanze positive. Quindi:

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} G_A + G_C & -G_C \\ -G_C & G_B + G_C \end{pmatrix}$$

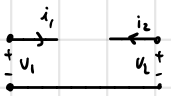
Pongo $G_A = G_B = 0 \qquad G_C = \frac{1}{R}$



$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 1/R & -1/R \\ -1/R & 1/R \end{pmatrix}$$

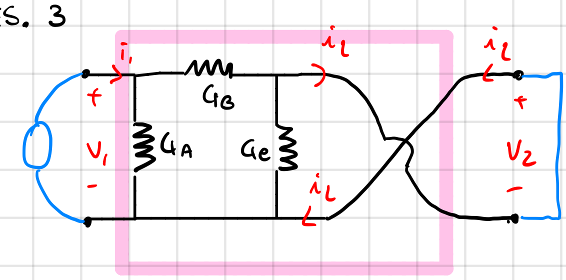
è un D.B. controllabile in tensione, NON è controllabile in corrente perché poi ci troveremmo in serie, sarò nel posto.
di questo D.B. non esiste la matrice delle resistenze, esiste quella delle conduttanze

Se $G_C = \frac{1}{R} = 0 \Rightarrow$ (controllabile in tensione ma NON in corrente.)



$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ES. 3

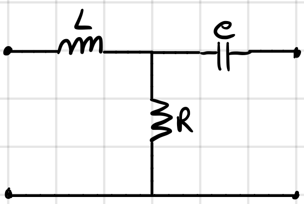


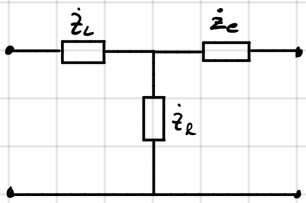
Devo calcolarne la matrice delle conduttanze, avendo scambiato i morsetti, i_2 cambia di segno il resto rimane uguale, ciò che cambia sono i parametri mutui:

$$g_{11} = \left.\frac{i_1}{V_1}\right|_{V_2=0} \qquad g_{21} = \left.\frac{i_2}{V_2}\right|_{V_2=0}$$

$$g_{12} = g_{21} = +G_C > 0$$

ESERCIZIO: Calcolare la matrice $\underline{\underline{\dot{z}}}$





Stesso caso del D.B. a "T", calcolo le impedenze:

$\dot{z}_R = R \qquad \dot{z}_L = j\omega L = jX_L \qquad \dot{z}_C = -jX_C$

quindi la matrice sarà:

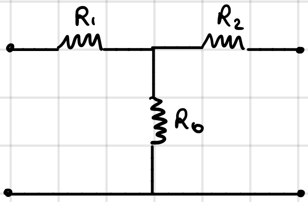
$$\underline{\underline{\dot{z}}} = \begin{pmatrix} R + jX_L & R \\ R & R - jX_C \end{pmatrix}$$

I doppi bipoli li posso analizzare, cioè dato il circuito, posso ricavare le varie rappresentazioni, oppure li posso progettare, partendo dalla matrice. Ovviamente il problema ha infinite soluzioni, ma noi vogliamo la soluzione più semplice.

$\boxed{1}$ ASSEGNATA

$$\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} 20 & 8 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$$

prima cosa da verificare è se la matrice rispetta le proprietà dei D.B. resistivi, quindi userò solo resistori. Avrò 3 parametri liberi, quindi devo trovare 3 resistenze, il circuito a "T" è quello più semplice da realizzare.



Prendo i parametri della matrice assegnata:

$$\begin{cases} R_0 + R_1 = 20 \\ \boxed{R_0 = 8}\ \Omega \\ R_2 + R_0 = 16 \end{cases} \quad \begin{matrix} R_1 = 20 - 8 = 11\ \Omega \\ \\ R_2 = 16 - 8 = 7\ \Omega \end{matrix}$$

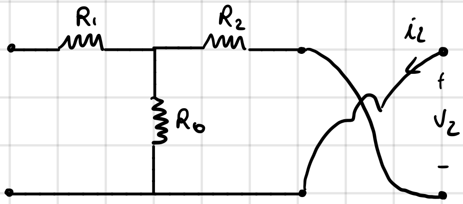
perché $\Rightarrow$ $\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} R_0 + R_1 & R_0 \\ R_0 & R_0 + R_2 \end{pmatrix}$

Se R_{12} al posto di essere 8 fosse stato 21 facendo i calcoli sarebbe uscito $R_1 = -1$ non è un resistore fisico, sarebbe stato un bipolo attivo.

$\boxed{2}$ Assegnata

$$\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} 20 & -8 \\ -8 & 16 \end{pmatrix}$$

posso scambiare i morsetti:



$-R_0 = -8 = 8\ \Omega$

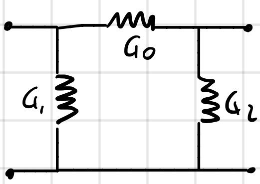
$R_1 = 11\ \Omega$

$R_2 = 7\ \Omega$

$\underline{\underline{R}}_T = \begin{pmatrix} R_1 + R_0 & -R_0 \\ -R_0 & R_2 + R_0 \end{pmatrix}$

$\boxed{3}$ ASSEGNATA la matrice delle conduttanze, rispetta tutte le proprietà di un D.B. resistivo su base tensione. il circuito più semplice è il D.B. a "π".

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & -0{,}2 \\ -0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix}$$



$$\underline{\underline{G}}_\pi = \begin{pmatrix} G_1 + G_0 & -G_0 \\ -G_0 & G_2 + G_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} G_1 + G_0 = 0{,}3 \\ \boxed{-G_0 = -0{,}2} \\ G_2 + G_0 = 0{,}4 \end{cases} \quad \begin{matrix} \rightarrow G_1 = 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}1 \\ G_0 = 0{,}2 \\ \rightarrow G_2 = 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}2\ \Omega \end{matrix}$$

$R_1 = 10\ \Omega$

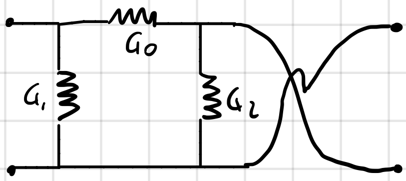
$\Rightarrow R_0 = 5\ \Omega$

$R_2 = 5\ \Omega$

$\boxed{4}$ ASSEGNATA matrice conduttanze con g_{21} e $g_{12} > 0$:

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & +0{,}2 \\ +0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix}$$

scambio i morsetti



ottengo gli stessi risultati del caso 3.

$\boxed{5}$

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 0{,}1 & -0{,}2 \\ -0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}4 & -0{,}2 \\ -0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

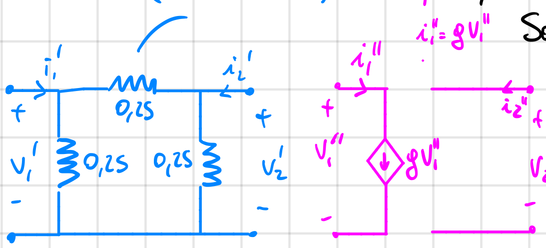
non rispetta le proprietà utilizzo la linearità posso scrivere la matrice come somma di due matrici:

le prime metto dentro tutto quello che va bene, l'elemento che non va bene lo metto che rispetti le proprietà.

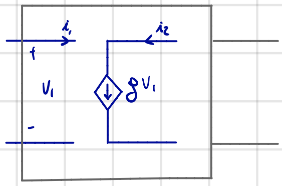
$\Rightarrow 0{,}4 + g = 0{,}1 \Rightarrow g = -0{,}35$

$i_1'' = g V_1''$

Sommare le matrici delle conduttanze significa D.B in parallelo siccome g è negativo non può essere un resistore. È un generatore di corrente controllato in tensione, la corrente e la tensione sono quelli della prima porta, la seconda porta è tutto 0.

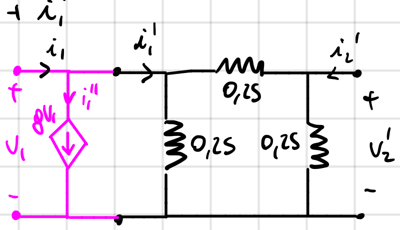


i circuito che mi serve li collego in questo modo:



faccio il PARALLELO, li sto sommando:

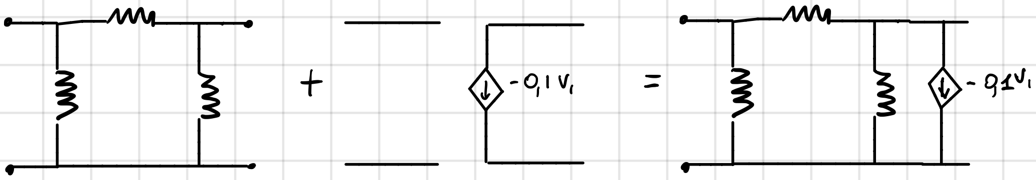
$$i_1 = i_1' + i_1''$$



$\boxed{6}$

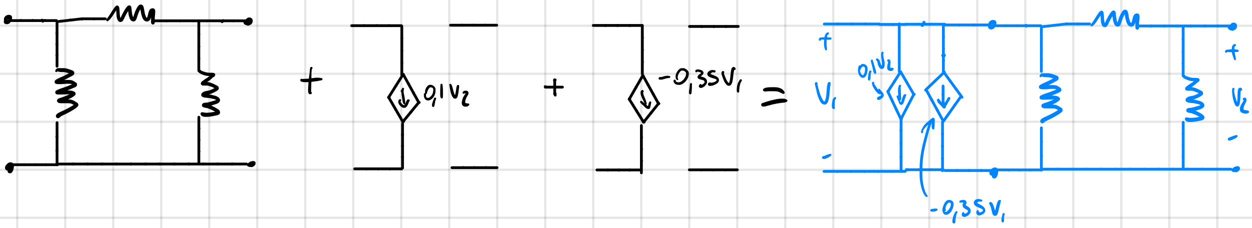
$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & -0{,}1 \\ -0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & -0{,}1 \\ -0{,}1 & 0{,}4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0{,}1 & 0 \end{pmatrix}$$

Stessa cosa di prima somma tra due matrici equivale al parallelo tra il D.B. a "π" e un gen di corrente controllato in tensione:



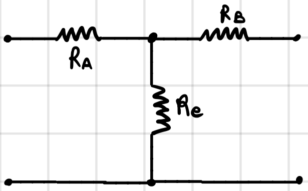
$\boxed{7}$

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 0{,}05 & -0{,}1 \\ -0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}4 & -0{,}2 \\ -0{,}2 & 0{,}4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & +0{,}1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0{,}35 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

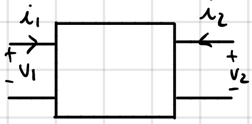


ESERCIZI (possono essere i tipici esercizi facoltativi)

$\boxed{1}$ Determinare la matrice $\underline{\underline{T}}$ del doppio bipolo a "T".



Ricordiamo che la matrice $\underline{\underline{T}}$ ha le seguenti proprietà:

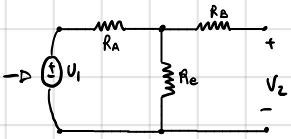


$$\begin{cases} V_1 = t_{11} V_2 + t_{12}(-i_2) \\ i_1 = t_{21} V_2 + t_{22}(-i_2) \end{cases}$$

DOPPIO BIPOLO RESISTIVO LINEARE

$\Rightarrow |t_{11}| \geq 1,\ |t_{22}| \geq 1,\ |\det \underline{\underline{T}}| = 1$

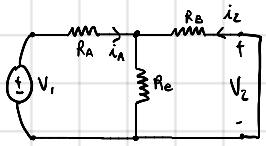
$t_{11} = \left.\dfrac{V_1}{V_2}\right|_{i_2=0}$ $\rightarrow$



faccio il partitore di tensione

$V_2 = V_1 \dfrac{R_C}{R_A + R_C} \rightarrow t_{11} = \dfrac{R_A + R_C}{R_C} = \dfrac{R_A}{R_C} + 1$ $\rightarrow$ strutturalmente si vede che ≥ 1, dato che è $1 +$ "un rapporto positivo".

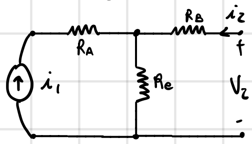
$t_{12} = \left.\dfrac{V_1}{(-i_2)}\right|_{V_2=0}$



$\rightarrow i_2 = -\underbrace{\dfrac{V_1}{R_A + (R_B /\!/ R_C)}}_{i_A} \cdot \underbrace{\dfrac{R_C}{R_B + R_C}}_{\text{partitore di corrente}} \rightarrow t_{12} = \dfrac{(R_A + R_C)(R_A + R_B /\!/ R_C)}{R_C} = \dfrac{R_A \cdot R_B + R_A \cdot R_C + R_B R_C}{R_C}$

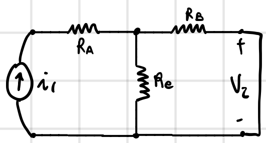
calcolo t_{21} che NON è uguale a t_{12}

$t_{21} = \left.\dfrac{i_1}{V_2}\right|_{i_2=0}$



$\rightarrow$ V_2 è la tensione ai capi di R_C $\Rightarrow V_2 = i_1 R_C \rightarrow t_{21} = \dfrac{1}{R_C}$ è una conduttanza

$t_{22} = \left.\dfrac{i_1}{-i_2}\right|_{V_2=0}$



faccio il partitore di corrente: $i_2 = -i_1 \cdot \dfrac{R_C}{R_C + R_B} \rightarrow t_{22} = \dfrac{R_B}{R_C} + 1$ come prima sicuramente è ≥ 1.

Verifichiamo la proprietà che il $|\det \underline{\underline{T}}| = 1$:

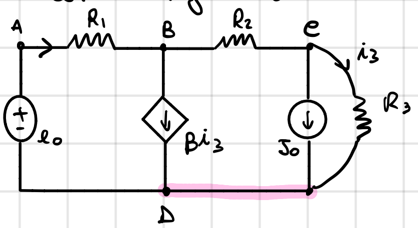
$$|\det \underline{\underline{T}}| = |t_{11} t_{22} - t_{12} t_{21}| = \left(\frac{R_A}{R_C} + 1\right)\left(\frac{R_B}{R_C} + 1\right) - \frac{1}{R_C} \cdot \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C} = \frac{(R_A + R_C)(R_B + R_C)}{R_C^2} - \frac{R_A \cdot R_C + R_A R_B + R_B R_C}{R_C^2} =$$

$$= \frac{\cancel{R_A R_B} + \cancel{R_A R_C} + \cancel{R_C R_B} + R_C^2 - (\cancel{R_A R_B} + \cancel{R_A R_C} + \cancel{R_B R_C})}{R_C^2} = \frac{R_C^2}{R_C^2} = 1$$

VERIFICATO.

ESERCIZIO

Circuito in regime stazionario con all'interno un generatore controllato.



DATI:

$e_0 = 12\,V$ $\quad J_0 = 0{,}8\,A$

$R_1 = 20\,\Omega$ $\quad R_2 = 16\,\Omega$ $\quad R_3 = 24\,\Omega$

$\beta = 0{,}4\ A/A$

Calcolare $P_2 = ?$

La presenza di un generatore controllato non porta difficoltà se si utilizzano i potenziali di nodo o le correnti di maglie, con i potenziali di nodo i gen. di corrente sono le sorgenti naturali, anche quelli controllati rispettano le stesse regole.

Prendo il nodo D come riferimento, tre potenziali incogniti, tra cui uno vincolato dal generatore e_0, la presenza del gen. rende più complessa l'applicazione se è da solo, ma qui è in serie ad un resistore, la sua incognita è uguale alla corrente del resistore che dipende dai potenziali di nodo. Se fosse stato solo non c'è NORTON quindi introdurrebbe difficoltà perché non si può trasformare.

$U_D = 0$

$$\begin{cases} -i_e + i_1 = 0 \\ -i_1 + i_2 + \beta i_3 = 0 \\ -i_2 + i_3 + J_0 = 0 \end{cases}$$

$U_A = e_0$

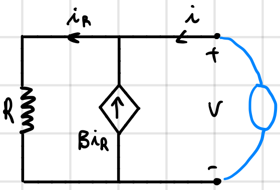
Scrivo le correnti di lato rispetto ai pot. di nodo.

$$\Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{e_0 - U_B}{R_1} + \dfrac{U_B - U_C}{R_2} + \beta \dfrac{U_C}{R_3} = 0 \\ -\dfrac{U_B - U_C}{R_2} + \dfrac{U_C}{R_3} = -J_0 \end{cases} \rightarrow$$

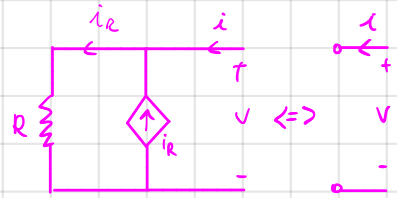
MATRICE DELLE CONDUTTANZE DI LATO

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 + \beta G_3 \\ -G_2 & G_2 + G_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_0 G_1 \\ -J_0 \end{pmatrix}$$

ESERCIZIO Determinare R_{eq}, del bicolo costituito da un resistore e un gen. di corrente controllato in corrente



$R_{ep} = \frac{V}{i} = ?$ immagino un generatore collegato ai morsetti, il tipo del generatore dipende se il circuito è controllabile in corrente o in tensione, questo sarà sicuram. controllabile in tensione posso immaginare che sia un generatore di tensione.



le LK al nodo mi dice: $i = \frac{V}{R} - \beta \frac{V}{R} = \frac{V}{R}(1-\beta)$

$R_{ep} = \frac{V}{i} = \boxed{\frac{R}{1-\beta}}$ $\rightarrow$ $\beta < 1 \rightarrow R_{ep} > 0$

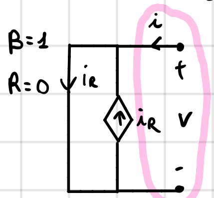
$\beta > 1 \rightarrow R_{ep} < 0$

$\beta = 1 \Rightarrow i = 0 \quad \forall V \rightarrow$ circuito aperto

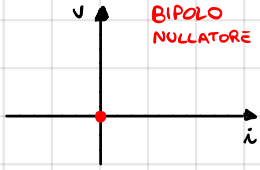
avremo un bipolo la cui corrente del resistore è fornita dal generatore controllato.

BIPOLO NULLATORE

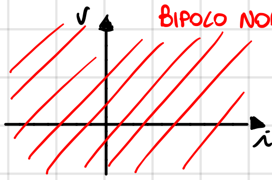
Che succede se $\beta = 1$ e $R = 0$, i sarà $i = 0$ la tensione V sarà $V = 0$ perché c'è un cortocircuito, avremo un bipolo la cui corrente e la cui tensione sono nulli, la caratteristica del bipolo con la conv. gen. o conv. uti. sarà l'origine degli assi. il bipolo non è controllabile né in corrente né in tensione



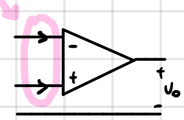
$i = 0$
$V = 0$



DUALE $\longrightarrow$



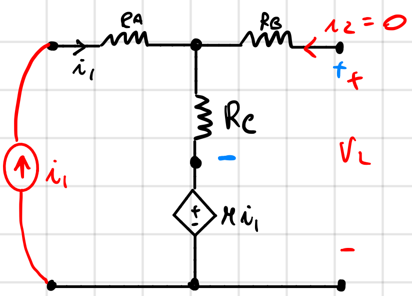
$\rightarrow$ la caratteristica è tutto il piano, rappresenta l'uscita dell'amplificatore operazionale.



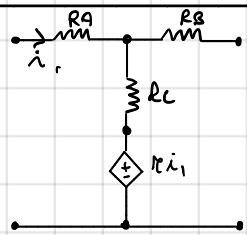
I due morsetti di ingresso di un amplificatore operazionale ideale è un NULLATORE. le correnti che entrano nei due morsetti sono 0, corrente nulla e tensione nulla, rappresenta un oggetto molto diffuso.

Per il noratore, l'uscita dell'amplificatore operazionale è una specie di generatore ideale di tensione, può erogare qualunque corrente e la tensione è controllata dall'ingresso, la tensione può essere qualunque la corrente è qualunque perché dipende dal carico, avrò infiniti casi, NORATORE e NULLATORE sono i casi limite di 0 e ∞.

Esercizio: Determinare la matrice delle resistenze del doppio bipolo.



Se il doppio bipolo contiene un generatore controllato allora $r_{12} \neq r_{21}$ e verranno determinati entrambi.



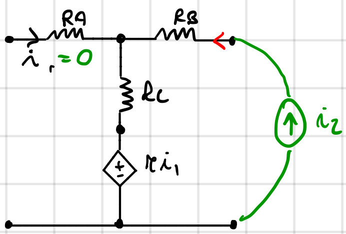
Alimentiamo la prima porta con i_1

$V_1 = (R_A + R_C) i_1 + r i_1$

$V_2 = R_C i_1 + r i_1$

$r_{11} = \left.\frac{V_1}{i_1}\right|_{i_2=0} = R_A + R_C + r$

$r_{21} = \left.\frac{V_2}{i_1}\right|_{i_2=0} = R_C + r$



$V_2 = (R_B + R_C) i_2 + \cancel{r i_1}^{=0}$

$r_{22} = R_B + R_C$

$V_1 = R_C i_2 \rightarrow r_{12} = \left.\frac{V_1}{i_2}\right|_{i_1=0} = R_C$

$r_{12} = R_C$

Notiamo che se $r = 0$, $r_{12} = r_{21}$ il circuito è resistivo.

$$\Rightarrow \underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} R_A + R_C + R_B & R_C \\ R_C + r & R_B + R_C \end{pmatrix}$$

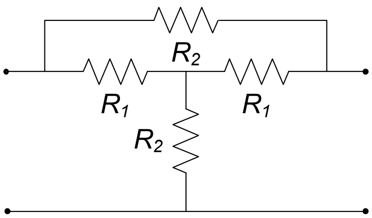
proprietà strutturali delle corrispondenti matrici. È stato anche affrontato il problema della sintesi dei doppi bipoli a-dinamici lineari.

Un intero paragrafo è stato dedicato al trasformatore ed alle sue proprietà, per la grande importanza che riveste sul piano applicativo. In particolare, dopo averne illustrato le relazioni caratteristiche, sono state ricavate le condizioni di fisica realizzabilità, basandosi su considerazioni di tipo energetico. Abbiamo poi visto come esso sia rappresentabile, nei diversi casi di accoppiamento, attraverso circuiti equivalenti basati sul trasformatore ideale.

Infine sono state estese ai doppi bipoli di impedenze le caratterizzazioni su base corrente, su base tensione e miste e sono state studiate le proprietà delle corrispondenti matrici (matrice delle impedenze, matrice delle ammettenze, matrice ibrida e matrice di trasmissione).

6.7 Esercizi

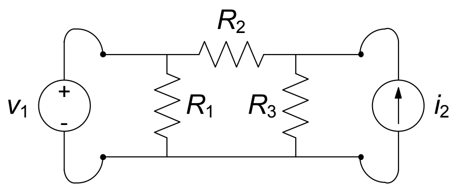
1. Determinare la matrice delle resistenze del doppio bipolo in figura:



$R_1 = 1\ \Omega$,
$R_2 = 2\ \Omega$.

$$\left[\text{R: } R_{11} = R_{22} = \frac{11}{4}\ \Omega,\ R_{12} = R_{21} = \frac{9}{4}\ \Omega\right]$$

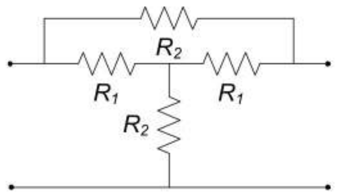
2. Determinare la caratterizzazione ibrida (H') del doppio bipolo in figura.



$R_1 = 15\ \Omega$,
$R_2 = 10\ \Omega$,
$R_3 = 5\ \Omega$.

$$\left[\text{R: } H'_{11} = \frac{2}{15}\ \text{S},\ H'_{22} = \frac{50}{15}\ \Omega,\ H'_{12} = -H'_{21} = -\frac{5}{15}\right]$$

ESERCIZIO 1



$R_1 = 1\ \Omega$,
$R_2 = 2\ \Omega$.
$\underline{R} = ?$

$\left[\text{R: } R_{11} = R_{22} = \frac{11}{4}\ \Omega,\ R_{12} = R_{21} = \frac{9}{4}\ \Omega\right]$

$V_1 = r_{11} i_1 + r_{12} i_2$
$V_2 = r_{21} i_1 + r_{22} i_2$

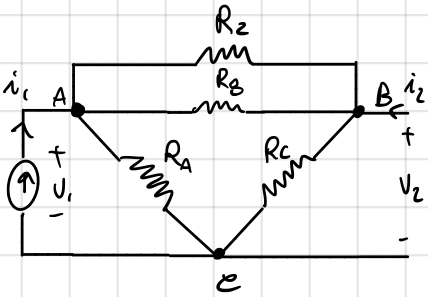
$r_{11} = \frac{V_1}{i_1}\Big|_{i_2=0}$ $\quad r_{12} = \frac{V_1}{i_2}\Big|_{i_1=0}$

$r_{21} = \frac{V_2}{i_1}\Big|_{i_2=0}$ $\quad r_{22} = \frac{V_2}{i_2}\Big|_{i_1=0}$

$$\boxed{\begin{aligned} V_1 &= (R_x + R_y) i_1 \\ V_2 &= R_y i_1 \end{aligned}} \quad \boxed{i_2 = 0}$$

$$\boxed{\begin{aligned} V_1 &= R_y i_2 \\ V_2 &= (R_z + R_y) i_2 \end{aligned}} \quad \boxed{i_1 = 0}$$

faccio la conversione $\lambda - \Delta$ della parte centrale a "T"

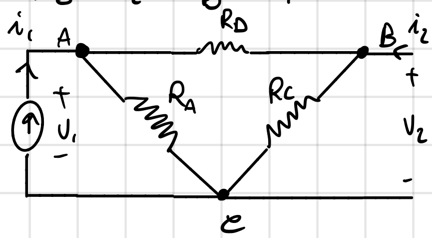


$R_A = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_1} = 5\ \Omega$

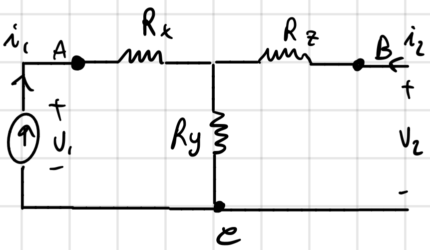
$R_B = R_1 + R_1 + \frac{R_1^2}{R_2} = \frac{5}{2}\ \Omega$

$R_C = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_1} = 5\ \Omega$

$R_D = R_2 // R_B = 1{,}11\ \Omega$



Riconverto il $\Delta - \lambda$ per ottenere la configurazione a "T"

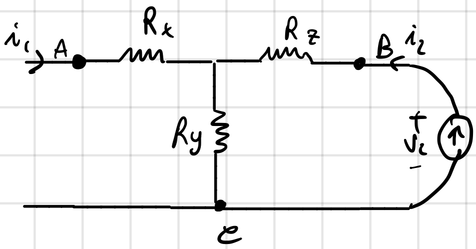


$R_x = \frac{R_A R_D}{R_A + R_D + R_C} = 0{,}5\ \Omega$ $\quad R_z = \frac{R_C R_D}{R_C + R_D + R_A} = 0{,}5\ \Omega$

$R_y = \frac{R_A R_C}{R_A + R_C + R_D} = 2{,}25\ \Omega$

$r_{11} = R_x + R_y = 2{,}75 = \frac{11}{4}\ \Omega$

$r_{12} = \frac{V_1}{i_2} = \frac{R_y \cancel{i_2}}{\cancel{i_2}} = R_y = 2{,}25$

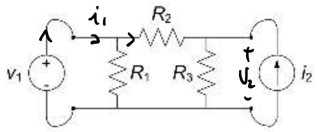


$r_{22} = \frac{V_2}{i_2} = R_z + R_y = 2{,}75 = \frac{11}{4}\ \Omega$

$V_2 = i_1 (R_z + R_y)$

$r_{21} = r_{12} = \frac{V_2}{i_1} = \frac{R_y \cancel{i_1}}{\cancel{i_1}} = R_y = 2{,}25\ \Omega$

ESERCIZIO 2



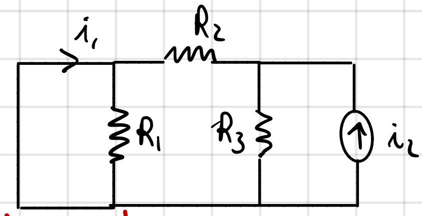
$R_1 = 15\ \Omega,$
$R_2 = 10\ \Omega,$
$R_3 = 5\ \Omega.$

$\left[\text{R: } H'_{11} = \frac{2}{15}\ \text{S},\ H'_{22} = \frac{50}{15}\ \Omega,\ H'_{12} = -H'_{21} = -\frac{5}{15}\right]$

$$(R_2 + R_3) // R_1 = \frac{15 \cdot \cancel{15}}{\cancel{15} \cdot 2} = \frac{15}{2}$$

$$i_1 = \frac{V_1}{\frac{15}{2}} = \frac{2}{15} V_1$$

$$h_{11} = \left.\frac{i_1}{V_1}\right|_{i_2=0} = \frac{2}{15}\ S \qquad h_{12} = \left.\frac{i_1}{i_2}\right|_{V_1=0}$$



corto circuito in parallelo ad una resistenza vince il corto circuito

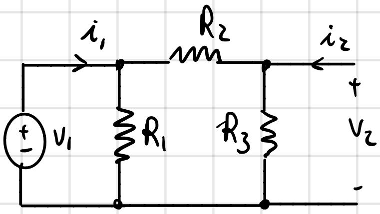
$R_2 // R_3$ posso fare il partitore per calcolare i_1

$$h_{22} = \left.\frac{V_2}{i_2}\right|_{V_1=0} = \frac{50}{15}\ \Omega \qquad h_{21} = \left.\frac{V_2}{V_1}\right|_{i_2=0}$$

$$R_2 // R_3 = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5} = \frac{50}{15}$$

$$i_1 = -i_2 \frac{R_3}{R_3 + R_2} \qquad h_{12} = -h_{21} = -\frac{\frac{5}{15}\cancel{i_2}}{\cancel{i_2}} = -\frac{5}{15}$$

per quanto riguarda h_{21}

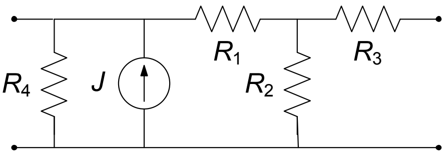


$$R_A = R_2 + R_3 = \frac{2}{15}$$

$$R_B = R_A // R_1$$

$$V_2 = V_1 \frac{R_3}{R_3 + R_2} \Rightarrow h_{21} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{\cancel{V_1} \frac{R_3}{R_3 + R_2}}{\cancel{V_1}} = \frac{5}{15}$$

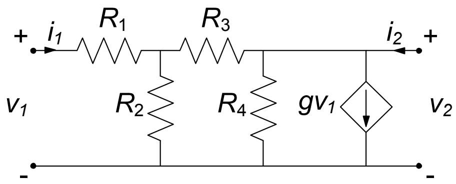
3. Determinare la caratterizzazione controllata in tensione del doppio bipolo in figura.



$R_1 = R_2 = R_3 = R_3 = 1\ \Omega$,
$J = 1$.

$$\left[\text{R: } \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right]$$

4. Determinare la caratterizzazione controllata in tensione del doppio bipolo in figura.



$R_1 = R_2 = R_3 = R_3 = 1\ \Omega$,
$g = 1\ \Omega^{-1}$.

$$\left[\text{R: } G_{11} = \frac{2}{3}\ \text{S},\ G_{22} = \frac{5}{3}\ \text{S},\ G_{12} = -\frac{1}{3}\ \text{S},\ G_{21} = g + G_{12} = \frac{2}{3}\ \text{S}\right]$$

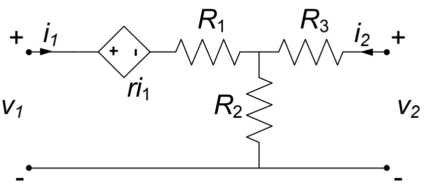
5. Sintetizzare il doppio bipolo lineare (non reciproco) descritto dalla matrice delle resistenze $R = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Soluzione

La matrice R può essere scomposta come:

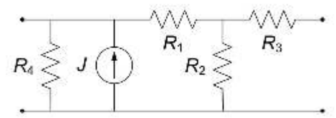
$$R = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = R' + R'' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

A tale scomposizione possiamo far corrispondere lo schema in figura.



Per i parametri valgono le relazioni: $R_1 = R'_{11} - R'_{12} = 2\ \Omega$, $R_3 = R'_{22} - R'_{12} = 1\ \Omega$, $R_2 = R'_{12} = 1\ \Omega$, $r = R''_{12} = 3\ \Omega$.

ESERCIZIO 3



$R_1 = R_2 = R_3 = R_3 = 1\ \Omega$, $J = 1$.

$\left[\text{R: } \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}\right]$

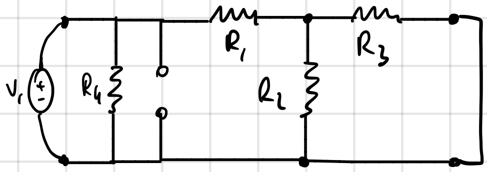
$\Rightarrow$ Doppi bipoli lineari non inerti $\underline{i} = \underline{\underline{G}}\,\underline{v} + i_{cc}$

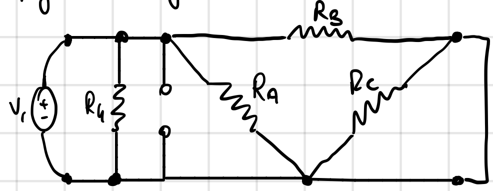
$$\begin{cases} i_1 = g_{11} v_1 + g_{12} v_2 \\ i_2 = g_{21} v_1 + g_{22} v_2 \end{cases}$$

$g_{11} = \left.\dfrac{i_1}{v_1}\right|_{v_2=0}$ $\quad g_{12} = \left.\dfrac{i_1}{v_2}\right|_{v_1=0}$

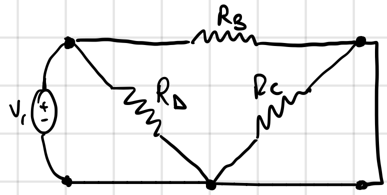
$g_{21} = \left.\dfrac{i_2}{v_1}\right|_{v_2=0}$ $\quad g_{22} = \left.\dfrac{i_2}{v_2}\right|_{v_1=0}$

Per calcolare i coefficienti g devo spegnere i generatori ideali:





$\Rightarrow$



Passo da $\lambda \to \Delta$

$R_A = R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 R_2}{R_3} = 1 + 1 + \dfrac{1}{1} = 3\ \Omega$

$R_A \parallel R_4 = \dfrac{3 \cdot 1}{3+1} = \dfrac{3}{4} = R_\Delta$

$R_B = R_1 + R_3 + \dfrac{R_1 R_3}{R_2} = 3\ \Omega$ $\qquad G_B = G_C = \dfrac{1}{3}$

$G_\Delta = \dfrac{4}{3}$

$R_C = R_2 + R_3 + \dfrac{R_2 R_3}{R_1} = 3\ \Omega$

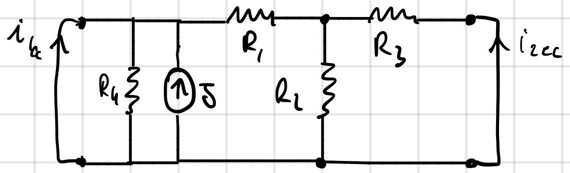
$g_{11} = \left.\dfrac{i_1}{v_1}\right|_{v_2=0} = G_\Delta + G_B = \dfrac{4}{3} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{3}$ $\qquad g_{21} = \left.\dfrac{i_2}{v_2}\right|_{v_2=0} = -G_B = -\dfrac{1}{3}$

$i_1 = v_1 (R_\Delta + R_B)$ $\qquad i_2 = v_2(-G_B)$

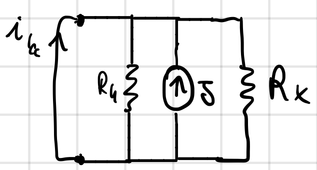
$g_{12} = g_{21} = -G_B = -\dfrac{1}{3}$ $\qquad g_{22} = G_C + G_B = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 5/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

Calcolata la matrice $\underline{\underline{G}}$, metto al posto dei generatori esterni dei cortocircuiti e accendo il generatore interno:



$\Rightarrow$



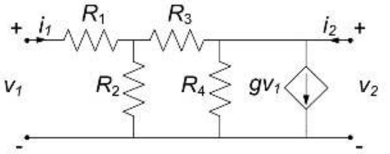
$(R_3 \parallel R_2) + R_1 = R_x = \dfrac{3}{2}$

dato che R_4 sta in // con un cc vince il corto circuito che a sua volta sarà in // con R_x, le correnti andrà tutte in i_{1cc} con verso opposto

$i_{1cc} = -J = -1$
$i_{2cc} = 0$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

DETERMINARE LA CARATTERIZZAZIONE CONTROLLATA IN TENSIONE DEL DOPPIO BIPOLO IN FIGURA



$R_1 = R_2 = R_3 = R_3 = 1\,\Omega$, $g = 1\,\Omega^{-1}$.

[R: $G_{11} = \frac{2}{3}$ S, $G_{22} = \frac{5}{3}$ S, $G_{12} = -\frac{1}{3}$ S, $G_{21} = g + G_{12} = \frac{2}{3}$ S]

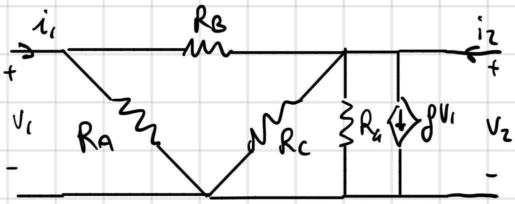
FORMULE GEN. DI CORRENTE CONTROLLATO IN TENSIONE : $\begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = gV_1 \end{cases}$

$$\begin{cases} i_1 = g_{11}V_1 + g_{12}V_2 \\ i_2 = g_{21}V_1 + g_{22}V_2 \end{cases}$$

$g_{11} = \left.\frac{i_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$ $\quad g_{12} = \left.\frac{i_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$

$g_{21} = \left.\frac{i_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$ $\quad g_{22} = \left.\frac{i_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$

$\lambda \to \Delta$:

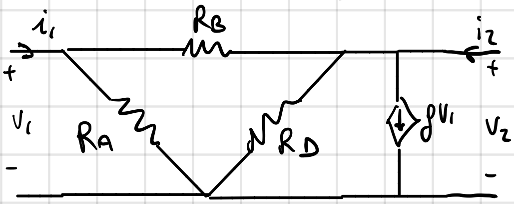


$R_A = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3} = 1 + 1 + \frac{1}{1} = 3$

$R_B = R_1 + R_3 + \frac{R_1R_3}{R_2} = 3$ $\quad G_A = G_B = \frac{1}{3}$

$R_C = R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1} = 3$

$R_D = R_4 // R_C = \frac{1 \cdot 3}{1+3} = \frac{3}{4} \to G_D = \frac{4}{3}$



$g_{11} = \left.\frac{i_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = G_A + G_B = \frac{2}{3}$ S $\quad g_{21} = \left.\frac{i_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = -G_B = -\frac{1}{3}$ S

$i_1 = V_1(G_A + G_B)$ $\quad i_2 = V_1(-G_B)$

$g_{12} = \left.\frac{i_1}{V_2}\right|_{V_1=0} = -G_B = -\frac{1}{3}$ S $\quad g_{22} = \left.\frac{i_2}{V_2}\right|_{V_1=0} = G_B + G_D = \frac{5}{3}$ S

$i_1 = V_2(-G_B)$ $\quad i_2 = V_2(G_B + G_D)$

con le formule del gen. controllato $i_1 = 0$ e $i_2 = gV_1$ ottengo:

$g'_{11} = 0$ $\quad g'_{12} = 0$

$g'_{21} = \frac{gV_1}{V_1} = g$ $\quad g'_{22} = g\frac{V_1}{V_2} = g \cdot \frac{0}{V_2} = 0$

$$\underline{G}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{G} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 5/3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 2/3 & 5/3 \end{pmatrix}$$

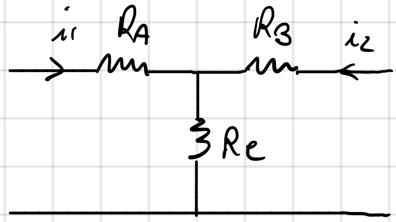
5. Sintetizzare il doppio bipolo lineare (non reciproco) descritto dalla matrice delle resistenze $R = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$r_{12} = r_{21}$, non rispetta tale condizione, riscrivo la matrice come somma di due matrici; $R = R' + R''$

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad r = 3$$

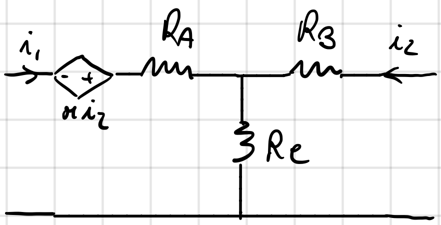
$$V_1 = r_{11} i_1 + r_{12} i_2 + r i_2 = 3 i_1 + i_2 + 3 i_2$$
$$V_2 = r_{21} i_1 + r_{22} i_2$$



$$r_{11} = \left.\frac{V_1}{i_1}\right|_{i_2=0} \qquad r_{12} = \left.\frac{V_1}{i_2}\right|_{i_1=0}$$

$$r_{21} = \left.\frac{V_2}{i_1}\right|_{i_2=0} \qquad r_{22} = \left.\frac{V_2}{i_2}\right|_{i_1=0}$$

sommare due matrici delle resistenze equivale a mettere in serie un generatore di tensione controllato in corrente

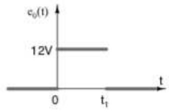


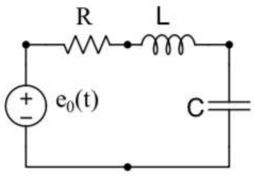
ESERCIZIO 1   13/03/2016

Esercizio 1 - *obbligatorio per tutti*

Della rete in figura, determinare la tensione ai capi del condensatore in ogni istante di tempo. Dati: $R_1 = 50\Omega$, $L = 0.02\text{H}$, $C = 47\mu\text{F}$, $t_1 = 0.003\text{s}$

$$e_0(t) = \begin{cases} 0V & t < 0 \\ 12V & 0 < t < t_1 \\ 0V & t > t_1 \end{cases}$$



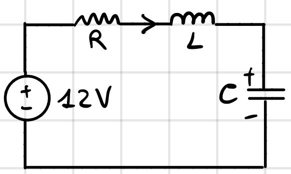


È un circuito RLC serie, il generatore è spento - acceso/costante - spento, l'analisi agli intervalli prende 3 intervalli.

$\boxed{t<0}$ → Generatore spento, circuito dissipativo tutte le grandezze sono 0 quindi il circuito parte da una condizione di riposo:

$$i_L = 0 \qquad i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0$$
$$V_C = 0 \qquad V_C(0^+) = V_C(0^-) = 0$$

$\boxed{0<t<t_1}$ Il circuito vede il generatore stazionario, il termine ha un regime stazionario



$$\begin{cases} Ri_C + V_L + V_C = E_0 \\ V_L = L\dot{i}_L \\ i_C = C\dot{V}_C \end{cases} \rightarrow RC\dot{V}_C + LC\ddot{V}_C + V_C = E_0$$

$V_{OP} = 12V$

$$\begin{cases} \ddot{V}_C + \frac{R}{L}\dot{V}_C + \frac{V_C}{LC} = \frac{E_0}{LC} \\ V_C(0^+) = 0 \\ \dot{V}_C(0^+) = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{i_L(0^+)}{C} = 0 \end{cases}$$

→ E_0 è la soluzione particolare perché la soluzione particolare è quella della carica del condensatore il condensatore tende a caricarsi alla tensione stazionaria, non circolerà corrente $C = 12V$

$$V_C(t) = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t} + E_0$$

DETERMINAZIONE DELLE COSTANTI

$$\begin{cases} K_1 + K_2 + E_0 = 0 \rightarrow K_1 = -K_2 - E_0 \\ \lambda_1 K_1 + \lambda_2 K_2 = 0 \rightarrow \lambda_1(-K_2 - E_0) + K_2\lambda_2 = 0 \Rightarrow K_2 = \frac{E_0\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \end{cases}$$

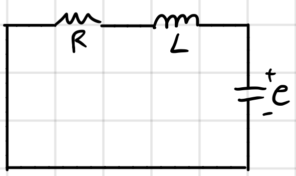
per $t > t_1$ mi serviranno le nuove condizioni iniziali il passaggio tra un intervallo e l'altro sono le condizioni iniziali sulle grandezze di stato. le ricalcolo, mi serve i_L che coincide con i_C dato che sono in serie.

$$i_C = C\dot{V}_C = C(\lambda_1 K_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 K_2 e^{\lambda_2 t}) = i_L(t)$$

$t = t_1^-$

$$V_C(t_1^-) = K_1 e^{\lambda_1 t_1} + K_2 e^{\lambda_2 t_1} + E_0 = V_{C1}$$
$$i_L(t_1^-) = C(\lambda_1 K_1 e^{\lambda_1 t_1} + \lambda_2 K_2 e^{\lambda_2 t_1}) = I_{L1}$$

$\boxed{t > t_1}$



il circuito RLC senza il generatore sarà in evoluzione libera parte dalle condizioni iniziali t_1^+, è un ERRORE RICALCOLARE LE FREQUENZE NATURALI.

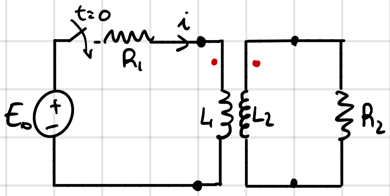
$V_C(t_1^+) = V_C(t_1^-) = V_{C1}$
$i_L(t_1^+) = i_L(t_1^-) = I_{L1}$

$$V_C(t) = K_3 e^{\lambda(t-t_1)} + K_4 e^{\lambda(t-t_1)} \Rightarrow \begin{cases} K_3 + K_4 = V_{C1} \\ K_3\lambda_1 + K_4\lambda_2 = \frac{I_{L1}}{C_1} \end{cases}$$

EVOLUZIONE LIBERA

Esercizio 3

Circuito dinamico con mutuo accoppiamento



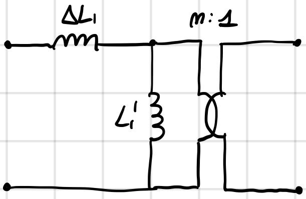
DATI: $E_0 = 6V$ $\quad R_1 = 3\Omega$ $\quad L_1 = 4H$ $\quad L_2 = 1H$ $\quad M = 1{,}5H$ $\quad R_2 = 0{,}8\Omega$

Determinare $i_1(t)\ \forall t$

la prima cosa da verificare è se l'accoppiamento è perfetto o no:

OSS $1{,}5^2 < 1{,}4 \Rightarrow M^2 < L_1L_2$ ACCOPPIAMENTO NON PERFETTO;

circuito equivalente: in ogni istante di funzionamento.

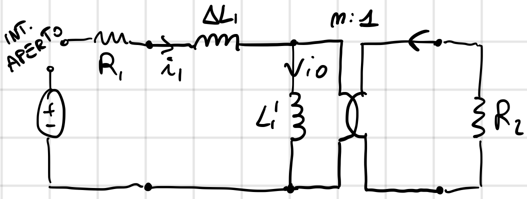


$$L_1' = \frac{M^2}{L_2} = 2{,}25H$$

$$\Delta L_1 = L_1 - L_1' = 1{,}75H$$

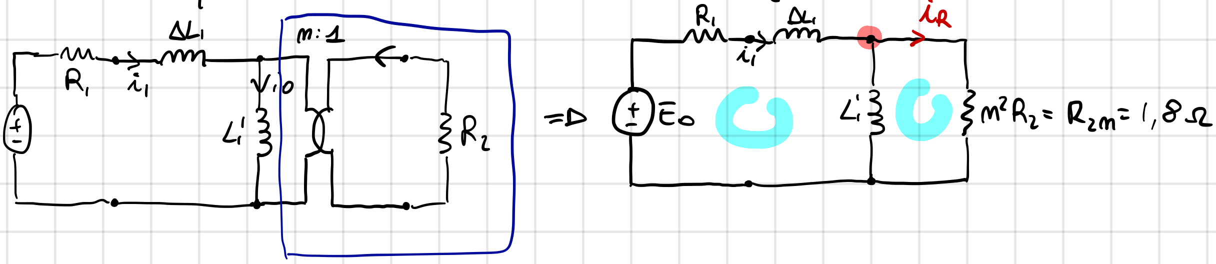
$$m = \frac{L_1'}{M} = \frac{2{,}25}{1{,}5} = 1{,}5$$

$\boxed{t<0}$ CIRCUITO A RIPOSO



$i_1(0) = 0$
$i_0(0^-) = 0$ $\Big| \Rightarrow$ GRANDEZZE DI STATO

$\boxed{t>0}$ trasporto dell'impedenza ho un trasformatore chiuso su un resistore il tutto equivale ad un solo resistore m^2R_2.



$t \to \infty$

$$i_{1P} = \frac{E_0}{R_1}$$

$$\begin{cases} i_1 = i_0 + i_R \\ R_1i_1 + V_{L1} + V_{L0} = E_0 \\ V_{L0} = R_{2m}\, i_R \end{cases}$$

$V_{L1} = \Delta L_1 \dot{i}_1$

$V_{L0} = L_1' \dot{i}_0$

V_{L0}/L_1'

$$i_1 = i_0 + \frac{V_{L0}}{R_{2m}}$$

$$V_{L0} = E_0 - R_1 i_1 - V_{L1}$$

$$\dot{i}_1 = \frac{E_0 - R_1 i_1 - V_{L1}}{L_1'} + \frac{(-R_1\dot{i}_1 - \dot{V}_{L1})}{R_{2m}}$$

$$\frac{\Delta L_1 \ddot{i}_1}{R_{2m}} + \left(1 + \frac{\Delta L_1}{L_1'} + \frac{R_1}{R_{2m}}\right)\dot{i}_1 + \frac{R_1}{L_1'}i_1 = \frac{E_0}{L_1'}$$

$$V_{L1} = E_0 - R_1 i_1 - R_{2m}(i_1 - i_0)$$

$$\begin{cases} \frac{L_1'}{R_1}\frac{\Delta L_1 \ddot{i}_1}{R_{2m}} + \left(\frac{L_1'}{R_1} + \frac{\Delta L_1}{R_1} + \frac{L_1'}{R_{2m}}\right)\dot{i}_1 + i_1 = \frac{E_0}{R_1} \\ i_1(0) = 0 \\ \dot{i}_1(0^+) = \left.\frac{E_0 - R_1 i_1 - R_{2m}(i_1 - i_0)}{\Delta L_1}\right|_{0^+} = \frac{6}{1{,}75}\ A/s \end{cases}$$

Se l'accoppiamento fosse stato perfetto non c'era ΔL_1, dato che è un doppio bipolo dinamico del primo ordine, è dovuto al fatto che nella realtà non esiste.