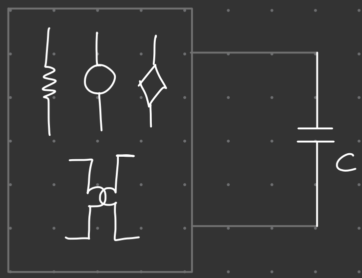
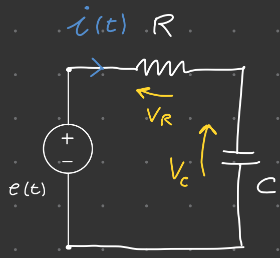
Definizione: un circuito dinamico del primo ordine è un circuito che contiene **uno ed un solo Bipolo dinamico**, che può essere un **condensatore** o un **induttore**.



Bipoli Lineari Adinamici



Risolvendo il circuito

$$\begin{cases} v_R = R\,i \\ V_R + V_c = e(t) \\ i = C\,\dfrac{d v_c}{dt} \end{cases} \longrightarrow R i + V_c = e(t)$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{R \cdot C\,\frac{dc}{dt} + v_c = e(t)}$$

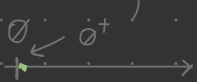
Eq Differenziale Lineare del I° A coeff costanti

RISOLVERE L'EQ DIFFERENZIALE

→ Serve la condizione iniziale → prob. di Cauchy

$$\begin{cases} RC \cdot \dot{c} + v_c = e(t) \\ v_c(0^+) = V_0 \end{cases}$$

TENSIONE INIZIALE



$$\Rightarrow v_c(t) = v_{co}(t) + v_{cp}(t)$$

Soluzione eq omogenea Associata

Soluzione particolare

1) V_{C0}

$$RC\frac{dV_{C0}}{dt} + V_{C0} = 0 \;\rightarrow\; V_{C0} = -RC\frac{dV_{C0}}{dt}$$

⇝ Soluzione è del tipo $V_{C0} \propto e^{\lambda t} \Rightarrow V_{C0} = K e^{\lambda t}$

$$\rightarrow RC \cdot \cancel{K}\lambda \cancel{e^{\lambda t}}^{\neq 0} + \cancel{K}\cancel{e^{\lambda t}}^{\neq 0} = 0 \;\Rightarrow\; \lambda RC + 1 = 0$$

la derivata dell'esponenziale è
uguale alla sua primitiva

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = -\frac{1}{RC}}$$

λ FREQENZA NATURALE

Siccome abbiamo bipoli passivi

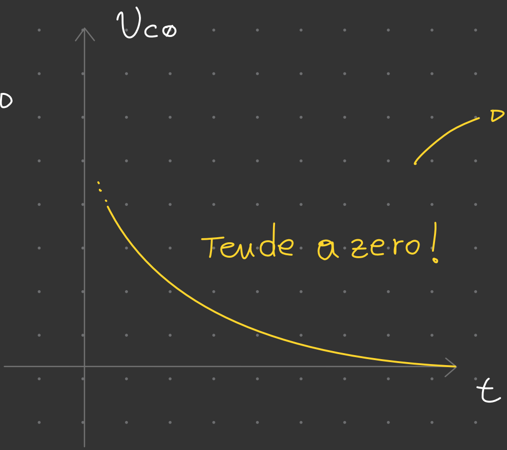
λ è NEGATIVA!

$$\begin{cases} R>0 \\ C>0 \end{cases} \Rightarrow \lambda < 0 \Rightarrow V_{C0} = K e^{-\lambda t}$$

$$\Downarrow$$

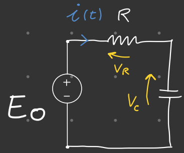
$$\Rightarrow V_{C0}(t) = K e^{-\frac{t}{RC}}$$

$\Rightarrow$



2) v_{cp} — SOLUZIONE DI REGIME (particolare)

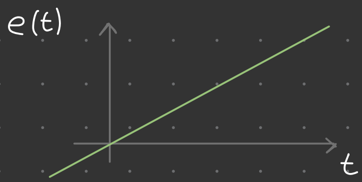
- (se) $e(t) = E_0 \longrightarrow v_{cp}(t) = V_p$ COSTANTE



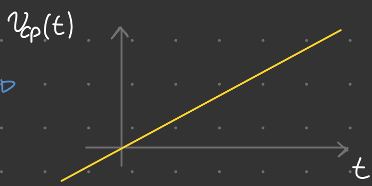
$V_{cp} = E_0$ Soluzione di Regime $\propto$ FORZAMENTO

- (se) $e(t) = E_M \cos(\omega t) \longrightarrow v_{cp}(t) = V_{cM} \cos(\omega t + \alpha)$ SINUSOIDE

- (se) $e(t) = \gamma t \longrightarrow v_{cp}(t) = at + b$ FORZAMENTO A RAMPA



$\longrightarrow$



$\longrightarrow$ E' LA SOLUZIONE DI REGIME

$\downarrow$

Possiamo calcolarla

Eq Differenziale — DIFFICILE

TEORIA DEI CIRCUITI — FACILE ✓

→ Caso 1 Hp: $e(t) = E_0$ gen Stazionario

$$\Downarrow$$

$$V_{cp} = E_0$$

⇒ Soluzione completa

$$V_c = V_{c0} + V_{cp} \Rightarrow V_c = K e^{-\frac{t}{RC}} + E_0$$

FAMIGLIA DI SOLUZIONI → ∞

TROVIAMO K → Impongo la cond Iniziale

Siccome $V_c(0^+) = V_0 \Rightarrow V_0 = K e^{-\frac{0}{RC}} + E_0$ 1

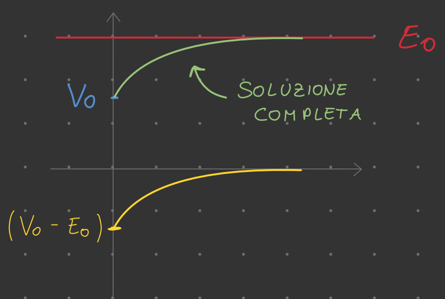
$$\Rightarrow V_0 = K + E_0 \Rightarrow K = V_0 - E_0$$

Quindi → $$V_c(t) = \underbrace{(V_0 - E_0)\, e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{TRANSITORIO}} + \underbrace{E_0}_{\text{REGIME}}$$

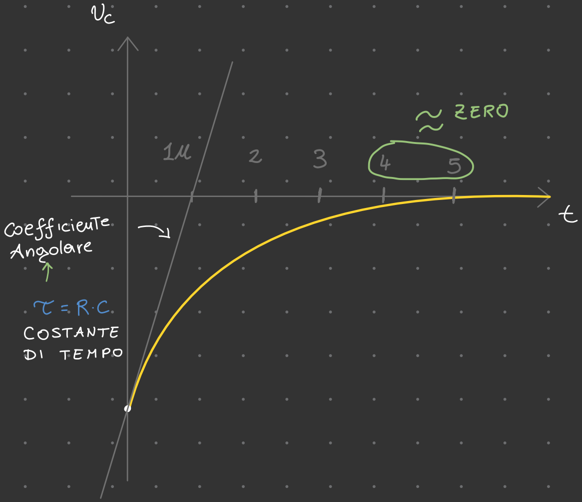
$$\rightarrow V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} - E_0 e^{-\frac{t}{RC}} + E_0 = \underbrace{V_0 e^{-\frac{t}{RC}}}_{\text{Evoluzione Libera}} + \underbrace{E_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}_{\text{Evoluzione Forzata}}$$

se calcoliamo $\lim_{t \to \infty} E_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \rightarrow \emptyset$

⇒ Il secondo membro si Azzera a regime!



$$V_c(t) = (V_0 - E_0)\, e^{-\frac{t}{RC}} + E_0$$



QUANTO TEMPO IMPIEGA PER ANDARE A ZERO?

Il tempo per un circuito dinamico si misura in termini di **COSTANTI DI TEMPO**

$$(V_0 - E_0)\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

la velocità dipende da RC

ES → $t = 1\,RC \rightarrow (V_0 - E_0)\, e^{-1}$

$t = 2\,RC \rightarrow (V_0 - E_0)\, e^{-2}$

$\vdots$

$t = 1\,RC \rightarrow (V_0 - E_0)\, e^{-5} \approx 0.067$ OVVERO $\approx 1\%\ (V_0 - E_0)$

$\Downarrow$

QUASI ZERO

MORALE DELLA FAVOLA

τ = Costante di tempo → dopo $4/5\,\tau$ il transitorio si ESAURISCE

ovvero dopo $4/5\,\tau \equiv 4/5\,RC$ siamo a regime

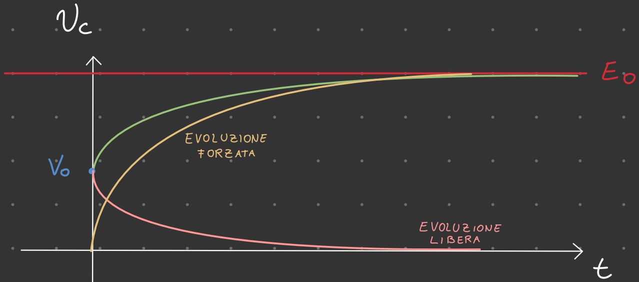
ES $R = 1\,\Omega$ $C = 1\,F$ → dopo 4/5 Secondi

NON è un filtro abbastanza reattivo per essere usato in un cavo Ethernet!

Si può usare per una pompa d'acqua.

ES $C = 1\,\mu F$, $R = 1$ = $1\,\mu S$ → 1 mH

può essere già usato per più applicazioni



$$V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} + E_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Definizioni

Evoluzione libera: è la risposta di un sistema considerando solo le condizioni iniziali del sistema, trascurando l'ingresso, e facendo agire lo stato del sistema.

Evoluzione forzata: è la risposta di un sistema ottenuta facendo agire solo l'ingresso è trascurando lo stato del sistema.