# DIFFERENZE TRA

		La Relazione caraTTeristica e.	Esempio R.C.
Linearita'	· Lineare		= R. U; V= Li
	• Non lineare	• Non e lineare	= 10(e + 1)
Memoria	· Adinamico - Resistiro	Non cisono derivate o integrali	N = R·L
	• Dinamico - con men.	cisono derivate o integrali	V= L C
Tempo	Tempo invariante	Non dipende ESPLICITAMENTE dal tempo	V= R.L
Invarianta	Tempo Variante	dipende ESPLICITAMENTE 1 dal tempo	)= (Ro+ ROSWE)~

#### Potenza

Con Ipotesi di lavoro Vo>0

$$\vec{J} = \vec{\sigma} \cdot \vec{E}$$
 -0 Laroro:  $\vec{L} = \vec{F} \cdot \vec{e} = 0 d\vec{L} = d\vec{q} \cdot |\vec{E}| \cdot |\vec{de}|$ 

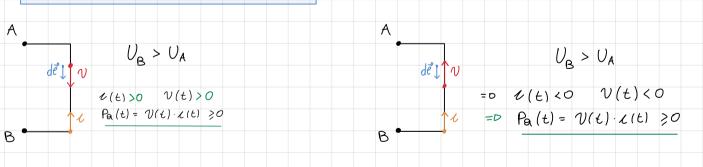
divido per 
$$dt - o$$
  $\left(\frac{dL}{dt}\right) = \frac{dq}{dt} = .de - o$   $dw = \frac{dq}{dt} \cdot \epsilon .de$ 

La potenza e definita come 
$$dp = dw = \frac{dL}{dt}$$
 Lavoro per unito  $\frac{dL}{dt}$  di tempo  $\frac{dL}{dt} = \frac{dq}{dt} = .de - o dw = \frac{dq}{dt} = .de$ 

-o Integro - D  $w = P_a(t) = \sqrt{\frac{dq}{dt}} = de$ 
 $v(t)$ 

RED

Con Ipotesi di lavoro Vo<0



$$\tilde{V}$$
 =  $\tilde{U}$  CONCOPDI con  $\tilde{d}$   $\tilde{e}$   $\tilde{d}$   $\tilde{e}$   $\tilde{v}$   $\tilde{v}$ 

Legai di Kirchhoff

Da Faradoy sappiamo che

$$c = \int \frac{dq}{dt}$$
 ma se Siamo in condizioni di quasi Staziona rita  $\frac{dq}{dt} = 0$ 

Sempre de Faraday: 
$$\oint E \cdot \hat{\tau} \cdot d\ell = -\frac{d\phi}{dt}$$
 mer per  $H_p$ .  $q.s. \frac{d\phi}{dt} = 0$ 

$$\sum_{K} (\pm) \mathcal{V}(\xi) = 0$$

# BIPOLI ADINAMICI

# RESISTORE

R.C. 
$$V = R \cdot \mathcal{L}$$
 -0  $P = V \cdot \mathcal{L} = R \cdot \mathcal{L}^2 = R \cdot \mathcal{L}^2$ 

# Energia del resistore

$$U_{a}(t_{0},t) = \int_{t_{0}}^{t} R \cdot L^{2}(\tau) d\tau$$
 Per H.P.  $R>0=0$   $U_{a} \ge 0$  SEMPRE

# GENERATORI IDEALI

gen. TENSIONE
$$R.C. \quad V = e(t)$$

$$= 0 \quad P^{e}(t) = W(t_1, t_2) = \int e(t) \cdot L(t) \, dt = E \cdot I \cdot T$$

$$\downarrow t_1 \quad \downarrow t_2$$

$$\downarrow t_3 \quad \downarrow t_4$$

$$\downarrow t_4 \quad \downarrow t_5$$

$$\downarrow t_4 \quad \downarrow t_5$$

$$\downarrow t_4 \quad \downarrow t_5$$

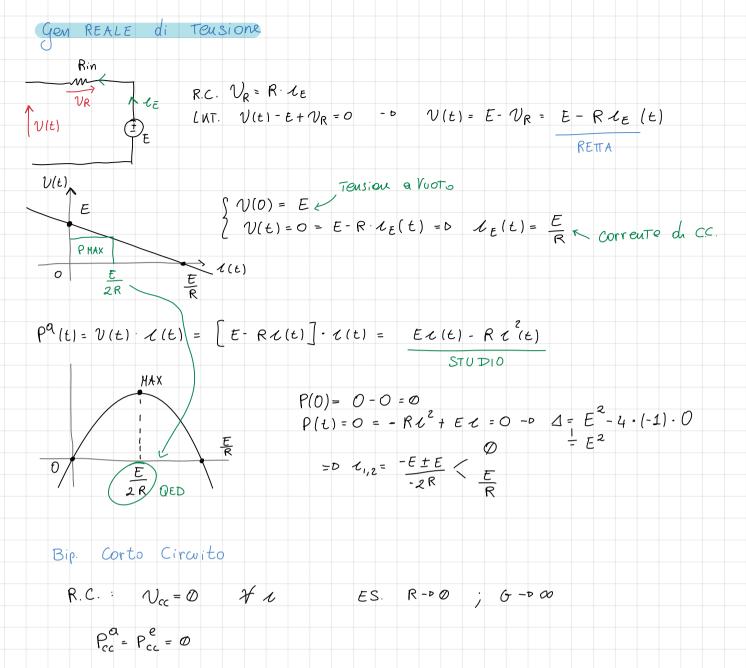
$$\downarrow t_6 \quad \downarrow t_7$$

$$\downarrow t_7 \quad \downarrow t_8$$

$$\downarrow t_8 \quad \downarrow t_$$

gen. CORRENTE R.C 
$$\mathcal{L} = \mathcal{J}(t)$$

$$P(t) = V \cdot \mathcal{J}$$



R.C.: 
$$\mathcal{L}_{ca} = 0$$
  $\mathcal{Y}$   $\mathcal{V}$   $\mathcal{E}_{S}$ .  $R - P \omega$  ;  $G = 0$   $P_{ca} = P_{ca} = 0$ 

#### CONDENSATORE

#### Potenza -1-

$$P = V(t) \cdot \ell(t) = V(t) \cdot C \cdot \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{dv^2}{dt} \sim \rho \operatorname{proof} \sim \rho \frac{1}{2} C \frac{dv^2}{dt} = \frac{1}{2} C v \frac{dv}{dt}$$

$$Q \in D$$

Porto la derivata fuori 
$$P(t) = \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} C V_{it}^{2} \right]$$
 Utile per trovare  $\varepsilon$ 

#### INDUTTORE

Dalla leage di denz (1) 
$$\phi = L c$$
 Con [L] = Henry Induttanza

do tensione e ligate a 
$$\phi$$
 de lle formule (2)  $V = \frac{d\phi}{dt}$  (Faradoy)

$$= \frac{d\phi}{dt} = v = d\left[L I\right] = v \qquad v = L i$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right] = \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right] = \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right] = \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right] = \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t \right]$$

$$= \frac{\partial \phi}{\partial t} - v = d \left[ L t$$

pongo 
$$W(t) = \frac{1}{2} L x^2$$

$$- \circ P = \frac{dW(t)}{dt}$$

$$\mathcal{E}(t_{0},t) = \int \frac{d}{d\tau} \left(\frac{1}{2} L \mathcal{L}(\tau)\right) d\tau = \left[\frac{1}{2} L \mathcal{L}(\tau)\right]^{t} = \left(\frac{1}{2} L \mathcal{L}(t) - \frac{1}{2} L \mathcal{L}^{2}(t_{0})\right)$$
to

L'energia dipende solo dai valori che la corrente / tensione assume istanti iniziali e finali dell'intervallo

$$= D \mathcal{E}(t_0 - t_1) = W(t) - W(t_0)$$

#### Che cosa fa l'induttore?

L'induttore è un dispositivo che previene i cambiamenti della corrente elettrica che lo attraversa, grazie al suo campo magnetico indotto.

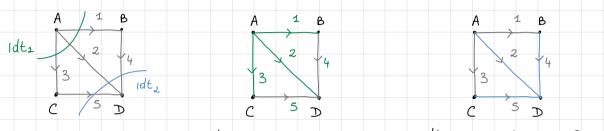
- Se ci troviamo in regime **stazionario** l'induttore si comporta come un **corto circuito** perchè non genera alcuna forza.
- Se però interrompiamo la corrente su un induttore carico, questo sì "opporrà" al cambiamento andando a "scaricarsi" lentamente, e non istantaneamente.

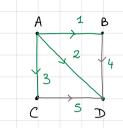
# TEORIA DEL GRAFI DEFINIZIONI · GRAFO. G(N,L) CON N: NODI e L: LATI N, LE N • Sottografo: parto da G(N,L) $\sim$ $G1(N_1,L_1)$ $\infty$ $N_1 \subseteq N$ $L_1 \subseteq L$ · Connesso se tutti i nodi sono collegati tra loro da ALMENO UN LATO - Ridotto se tra un nodo e l'attro (YN) c'è SOLO un Lato Completo se agni nosto e DIRITTAMENTE allegato agli Altri · Maglia: é un SOTTOGRATO CONNESSO in cui ciascu noch inciolono solo due lati • Albero: Sia G un g. connesso -> l'albero é un sottografo connesso che comprende tutti: nodi di 6 na senza maglie. - Abbiamo [n-1] lati proof nel 1º hato abbiamo 2 nooli poi sem pre 1 Lo Coalbero Tutti i nodi ma con l'insieme complementare dei lati -D Abbiomo [P-(n-1)] lati G Albero · Anello : e una mazlia, ottenuta da un grafo planare =0 mon ha altri lati al suo interno MAGLIE FONDAMENTALI (1) Scelao un ALBERO di G(N,L) (2) Troro il COALBERO (3) Scelao UNO PER VOLTA un lato di coalbero ed n lati di albero per ottenere la i-esima maglia fondamentale. - De se aggiongo en lato per volta ottengo [[-(n-1)] maglie Albero coalbero LKT alle maglie , fonda mental: -D SONO LINE ARMENTE DIPENDENTI Per Costruzione ogni maglia Fond. ha un'incognita in esclusiva: la tensione

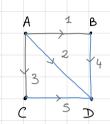
-D LKT Lin. Indip. [l-(n-1)] equazioni

# · INSIEMI DI TAGLIO

- (1) Considero un grafo connesso G(N,L)
- (2) Un insieme di taglio del grafo G Sarai un insieme che, effettivondo un "taglio":
  - (a) Rimuo rendo i lati dell' 1dt vende 6 NON CONNESSO.
  - (b) Ripristinando UNO dei lati dell'idt connette i due setto grafi

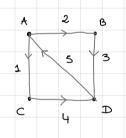






# FORMA MATRICIALE PER LE LEGGI DI K.

# MATRICE DI INCIDENZA PER LIC



\ 1 / Solo 2 el

Possiarmo es primere le LKC come: 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$
  $\begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \\ l_4 \\ l_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

ovvero  $A \mathcal{L} = \emptyset$ 

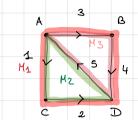
Siccome 
$$\underline{A} = [n \times e]$$
  $e = \underline{L} = [e]$  =  $o \quad \underline{A}\underline{L} = [n \times e]$ 

Le equazioni ottenute Sono LINEARHENTE DIPENDENTI

per ottenere le eg L.D. basta eliminare una riga qualsiasi

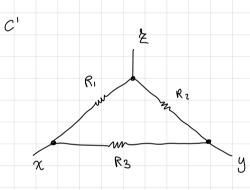


LKT



1 2 3 4 5 [e]

### EQUIVALENZA TRIANGOLO STELLA



Dobbiermo avere che Rxy = Rx'y' ovvero  $R311(R_1+R_2) = R_b + R_c$ 

$$-0 \frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = R_b + R_c$$
 (1)

faccio lo stesso per le altre

$$(3) - (4) = Ra - Rb = R_1R_2 + R_2R_3 - R_1R_3 - R_2R_3 = R_1R_2 - R_1R_3 = R_1(R_2 - R_3)$$

$$(A) + (2) = 2Ra = R_1R_2 - R_1R_3 + R_1R_2 + R_1R_3 = D$$

$$2Ra = 2$$

$$R_1R_2 - R_1R_3 = R_1(R_2 - R_3)$$

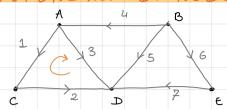
$$(A)$$

$$(A) + (2) = 2 \operatorname{Ra} = \operatorname{R_1} \operatorname{R_2} - \operatorname{R_1} \operatorname{R_3} + \operatorname{R_1} \operatorname{R_2} + \operatorname{R_1} \operatorname{R_3} = D \quad 2 \operatorname{Ra} = 2 \quad \operatorname{R_1} \operatorname{R_2} - D \quad \operatorname{Ra} = \operatorname{R_1} \operatorname{R_2} = \operatorname{R_2} \operatorname{R_3} = \operatorname{R_3} = \operatorname{R_2} = \operatorname{R_3} = \operatorname{$$

$$R_{D} = \frac{R_{1}R_{3}}{E_{R_{1}}}$$
  $R_{C} = \frac{R_{2}R_{3}}{E_{n}R_{n}}$  La serie

#### SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

DA FARE



$$\begin{cases} V_1 = V_A \cdot U_C \\ V_2 = U_C \cdot U_D \\ V_3 = U_A \cdot U_D \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{1} = U_{A} \cdot U_{C} & \begin{cases} V_{4} = U_{B} \cdot U_{A} \\ V_{2} = U_{c} \cdot U_{D} \end{cases} & \begin{cases} V_{4} = U_{B} \cdot U_{A} \\ V_{5} = U_{B} \cdot U_{D} \end{cases} & \begin{cases} V_{7} = U_{E} - U_{D} \\ V_{6} = U_{B} \cdot U_{E} \end{cases} \end{cases}$$

$$= D \quad \underbrace{\bigcup}_{e \times n} = \underbrace{\bigcup}_{e \times n}^{\mathsf{T}} \cdot \underbrace{\bigcup}_{n \times 1}$$

# CONSERVAZIONE DELLE POTENZE ELETTRICHE

da Somma di tutte le potenze assorbite da TUTTI i bipoli di un circuito e istante per istante uquale a zero."

In Altre parole: 
$$\frac{\ell}{\sum_{n=1}^{\infty}} P_n^e = 0 = \frac{\ell}{\sum_{n=1}^{\infty}} V_n(t) \cdot U_n(t) = 0$$

$$l = (l_1, l_2..., l_e)$$

$$V = (V_4, V_2, ..., I)$$

Siano i nettori 
$$l = (l_1, l_2 ..., l_e)$$
 ,  $v = (v_1, v_2, ..., v_e)^T$ ,  $U = (U_1, U_2, ..., U_{n-1})$ 

Abbiamo che 
$$\sum_{N=1}^{e} V_{N} \cdot l_{N} = V_{1} l_{1} + V_{2} l_{2} + ... + V_{e} l_{e} = V \cdot l$$
 (1)

ma sappiamo doi P.D.N. che  $V = A_a^T \cdot V_a = 0$   $V^T = (A^T \cdot U)^T$ 

Ri cordo che 
$$(A \cdot U)^{\mathsf{T}} = U^{\mathsf{T}} \cdot A^{\mathsf{T}} = (A^{\mathsf{T}})^{\mathsf{T}} = A$$

$$= D \quad \mathcal{N}^{\mathsf{T}} = \left( A^{\mathsf{T}} \, \mathcal{U} \, \right)^{\mathsf{T}} = \, \mathcal{U}^{\mathsf{T}} A \quad (2)$$

-o nella (1) -o 
$$\sum_{K=1}^{e} V_{K} \cdot I_{K} = (U^{T}A) \cdot I = U^{T}(A \cdot I)$$

ma dalle  $I \cdot KC : A \cdot I = 0 = 0$ 
 $\sum_{K=1}^{e} V_{K} \cdot I_{K} = 0$ 
 $QED$ 

$$\sum_{N=1}^{e} V_{N} L_{N} = 0$$

# POTENZA VIRTUALE

- Considero due circuiti diversi ma con la scessa topologia (1)
- Premolo le tensioni obs C'e le correnti da c" (2)
- Calcolo la potenza virtuale come: (3)

$$\hat{P}_{N} = \mathcal{L}_{N} \cdot \mathcal{V}_{N}^{"} = \mathcal{V}_{N} \cdot \mathcal{L}_{N}^{"}$$

Utilizz. - D Assorbita generat - D Erogata

#### TEOREMA DI TELLEGEN

- conservazione delle poteuze virtuali

Il teorema dia che ja somma delle potenze virtuali tra due circuiti e zero.

$$\sum_{\mathbf{K}} \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^{\mathbf{I}} \mathcal{V}_{\mathbf{K}}^{\mathbf{II}} = \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^{\mathbf{II}} \mathcal{V}_{\mathbf{K}}^{\mathbf{I}} = \emptyset$$

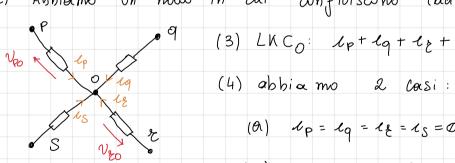
Serppia mo che 
$$V = A^T \cdot U$$
  $-D \geq L_N V_N''$  con  $V'' = A^T \cdot U''$ 

La conservazione dice che 
$$V^{T} \cdot L = 0 - 0 (A^{T} \cdot U'') \cdot L' = 0$$

Con le proprietà 
$$(A^{T})^{T} = A$$
,  $(AU)^{T} = U^{T}A^{T} - O \sum_{K} (U^{T}A) L' = \sum_{K} U^{T}(AL')$ 

# NON AMPLIFICAZIONE DELLE TENSIONI

- bipolo ATTIVO connesso ad n-1 bipoli passiri.
  in cui confluiscono (ad Es) 4 bipoli: (1) Abbiermo un SOLO
- (2) Abbiermo un nodo



- (3) LKC0: lp+lq+l2+ls=0
- $(\theta) \quad d_{p} = l_{q} = l_{\xi} = l_{S} = 0$ 
  - (b) Se una corrente e >0 =0 ALMENO un'altra e <0

QED

Siccome i Pot di nodo et un ins. Lihitato (n) =0 ammette un max e un min -0

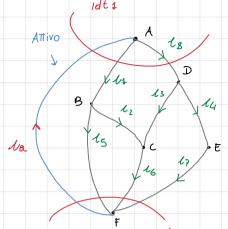
-> ovvero ; morsetti del generatore! => Vmax e quella del generatore

# NON AMPLIFICAZIONE DELLE CORRENTI

Il Teorema dice che se abbiamo un circuito composto da soli bipoli passiri ed attivo, la conreute del generico bipolo passivo nou prò sup quella dell'attivo. un solo bipolo



Disponiamo il gra fo del circuito



1dt 1: - la + 11 + 18 = 0 =0 lon = 11+18 Se la >0 = > la > l\_1, l8

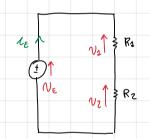
1dt2: la=15+16+13

Se 10>0, la715, 16,17

=0 Morale ollh favola:

qualsi essi idt

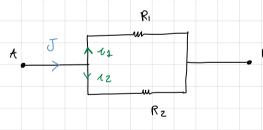
# PARTITORE DI TENSIONE



 $L \mathsf{U} + \mathsf{V}_1 + \mathsf{V}_2 - \mathsf{V}_E = \mathsf{O} - \mathsf{D} \qquad \mathsf{V}_E = (\mathsf{R}_4 + \mathsf{R}_2) \; \mathsf{L}_E = \mathsf{D} \quad \frac{\mathsf{I}}{\mathsf{R}_1 + \mathsf{R}_2} \; \mathsf{V} = \mathsf{L}_E$ 

ma  $V_1 = R_1 + L_1 = 0$  moltipli $\omega$  per  $R_1 : R_1 + R_2$   $R_1 + R_2$   $R_2 = R_1 + R_2$   $R_1 + R_2$   $R_2 = R_2 + L_2$   $R_1 + R_2$   $R_2 = R_2 + L_2$   $R_3 + R_4 + R_2$   $R_4 + R_2$ 

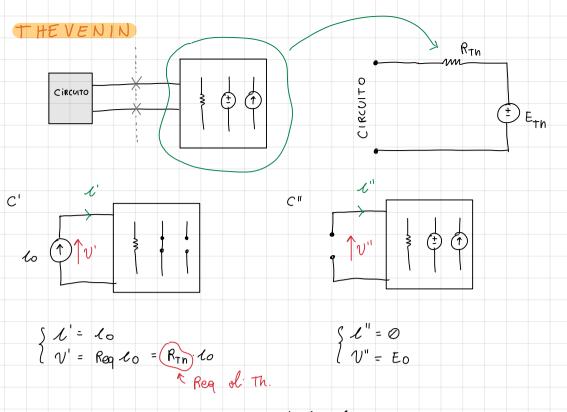
# PARTITORE DI CORRENTE



LUC: J= 13+ 12 ma 1 = R

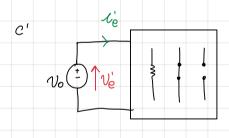
$$= D \qquad J = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} = V_{AB} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$$= D \qquad R_1 + R_2 \qquad J = V_{AB} \qquad OED$$



$$\begin{cases}
\mathcal{L} = 10 \\
V_{1n} = R_{1n} \mathcal{L}_{0} + E_{0}
\end{cases}$$
Tensione eq di Thevenin

# NORTON



$$\int_{\mathcal{N}} \mathcal{L} = \frac{Eo}{Req} = Vo \cdot Geq$$

$$\int_{\mathcal{N}} \mathcal{L} = Vo$$

