

N-POLI

A partire da pg. 315 libro

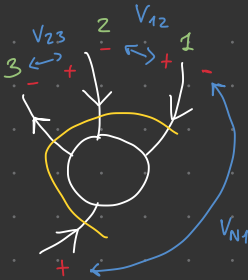
BIPOLI - D

2 MORSETTI - D

$\begin{cases} 1 \text{ CORRENTE} \\ 1 \text{ TENSIONE} \end{cases}$

N-POLI - D

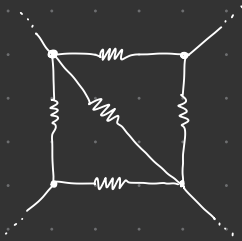
N MORSETTI



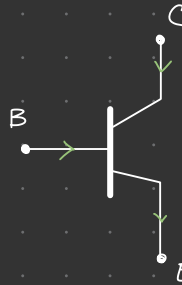
LKC $i_1 + i_2 + \dots + i_N = 0$ $(N-1)$ indep

LKT $v_{12} + v_{23} + \dots + v_{N1} = 0$ $(N-1)$ indep

ESEMPIO



4 - POLO

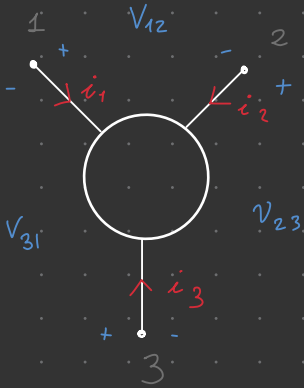


TRANSISTOR

Doppi Bipoli...

RELAZIONI CARATTERISTICHE Per N-POLI

Scegliendo il nodo 3 come polo



Controllo su base **tensione**

$$\begin{cases} i_1 = g(v_{13}, v_{23}) \\ i_2 = g(v_{13}, v_{23}) \end{cases}$$

grandezze
"controllate"

Controllo su base **corrente**

$$\begin{cases} v_1 = z_1(i_1, i_2) \\ v_2 = z_2(i_1, i_2) \end{cases}$$

Controllo su base **ibrida**

$$i_1 = \tilde{h}_1(v_1, i_2)$$

$$i_2 = \tilde{h}_2(v_1, i_2)$$

$$\begin{cases} v_1 = h_1(i_1, v_2) \\ i_2 = h_2(i_1, v_2) \end{cases}$$

Relazione di trasmissione

$$\begin{cases} v_1 = T_1(v_2, -i_2) \\ i_1 = T_2(v_2, -i_2) \end{cases}$$

POTENZA ASSORBITA DA N-POLI

- Fissiamo un nodo di riferimento

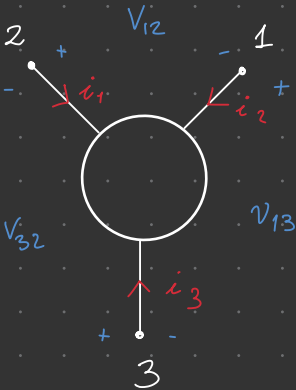
$$P = \sum_{n=1}^{N-1}$$

$$i_n \cdot v_{nN}$$

$$\stackrel{N=3}{=} 0$$

$$P_3^a = i_1 v_{13} + i_2 v_{23}$$

(polo: nodo 3)



(polo: Nodo 2)

$$P_2^a(t) = i_1 \cdot v_{12} + i_2 \cdot v_{32}$$

$$= i_1 v_{12} - i_2 v_{23}$$

$$TESI: P_2^a(t) = P_3^a$$

$$-v_{23}$$

proof

$$P_2 = i_1 v_{12} - (i_1 + i_2) v_{32}$$

$$\uparrow$$

$$v_{13} + v_{32}$$

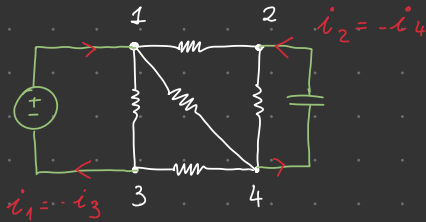
$$= i_1 v_{13} + i_1 v_{32} - i_1 v_{32} - i_2 v_{32}$$

$$= i_1 v_{13} - i_2 v_{32} = i_1 v_{13} + i_2 v_{23}$$

P_3

QED

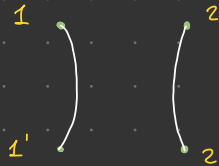
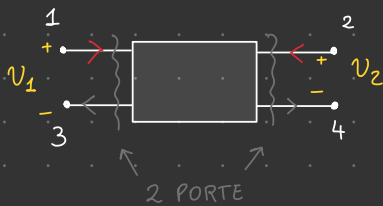
Il quadripolo di prima...



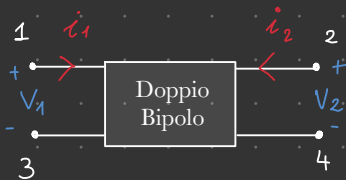
Funziona come un
DOPPIO BIPOLIO

La maggior parte dei dispositivi è costituita da N-POLI, ovvero con morsetti accoppiati a due a due

GRAFO CORRISPONDENTE



DOPPI BIPOLI



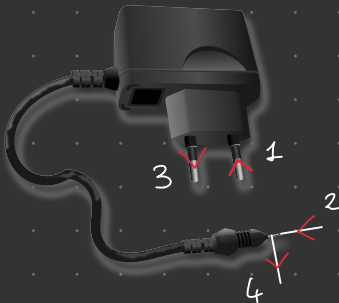
CONDIZIONI DI PORTA

Le correnti sono uguali e
opposte a due alla volta:

$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

$$\begin{cases} i_3 = -i_1 \\ i_4 = -i_2 \end{cases}$$

Queste condizioni permettono di
ridurre le correnti indipendenti da
3 a 2!



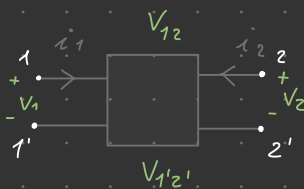
Potenza Assorbita di un doppio Bipolo

$$p(t) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Prima} \\ \text{porta}}}{v_1} i_2 + v_2 \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Seconda} \\ \text{porta}}}{i_2}$$

proof:

Potenza N-poli $P = \sum_{n=1}^{N-1} i_n \cdot v_{nN}$

Condizioni di porta $\begin{cases} i_1' = -i_1 \\ i_2 = \end{cases}$

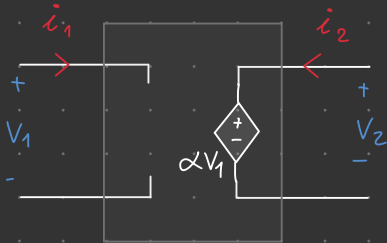


• 2° RIFERIMENTO

$$\begin{aligned} \Rightarrow P_2^a &= \sum_{n=1}^3 i_n \cdot v_n = i_1 v_{12} + i_1' v_{1'2'} + i_2 v_{22'} \\ \text{Cond porta } i_1' &= -i_1 \quad \Rightarrow \quad = i_1 (v_1 + v_{1'2'}) - i_1 v_{1'2'} + i_2 v_2 \\ v_{12} &= v_1 + v_{1'2'} \quad \Rightarrow \quad = i_1 v_1 + \cancel{i_1 v_{12}} - \cancel{i_1 v_{12}} + i_2 v_2 \\ &= \boxed{i_1 v_1 + i_2 v_2} \quad \text{QED} \end{aligned}$$

1) generatori controllati lineari

A) GEN DI TENSIONE controllato in Tensione



Equazioni Caratteristiche

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_2 = \alpha v_1 \end{cases} \quad \alpha = \frac{[V]}{[V]}$$

TRASFERIMENTO DI TENSIONE

oppure

GUADAGNO IN TENSIONE Costante Adimensionale

Relazioni lineari

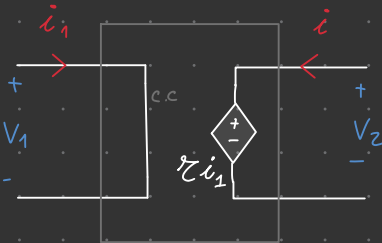
$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_2 = \alpha v_1 + 0 \cdot i_2 \end{cases}$$

$$\hookrightarrow \begin{cases} i_1 = \tilde{h}_1(v_1, i_2) \\ v_1 = \tilde{h}_2(v_1, i_2) \end{cases}$$

Matrice ibrida

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ v_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \alpha & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

B) GEN DI TENSIONE controllato in Corrente



Equazioni Caratteristiche

$$\begin{cases} v_1 = 0 \\ v_2 = r i_1 \end{cases}$$

TRANS-RESISTENZA

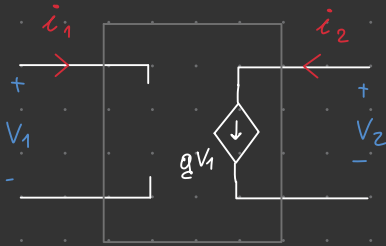
$$[r] = \Omega$$

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad \underline{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{i} = \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{v} = \underline{R} \underline{i}$$

Matrice delle resistenze

C) GEN DI CORRENTE Controllato in Tensione



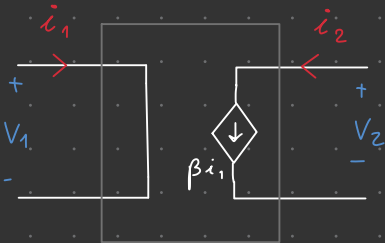
Equazioni Caratteristiche

$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ V_2 = g V_1 \end{cases} \quad [g] = \frac{A}{V} = S$$

↑
TRANS-CONDUTTANZA

$$\underline{i} = \underline{G} \cdot \underline{V} \quad \text{con} \quad \underline{G} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{pmatrix}$$

D) GEN DI CORRENTE Controllato in CORRENTE



Equazioni Caratteristiche

$$\begin{cases} V_1 = 0 \\ i_2 = \beta \cdot i_1 \end{cases}$$



GUADAGNO IN CORRENTE
Costante Adimensionale

$$\alpha = \frac{[A]}{[A]}$$

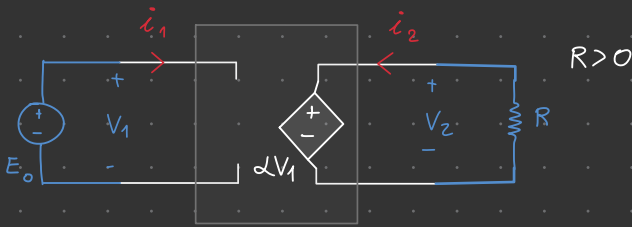
TRASFERIMENTO
DI TENSIONE

oppure

Proprietà

- la matrice 2×2 ad es. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \end{pmatrix}$ è SINGOLARE ($\det=0$) e NON SIMMETRICA
- La relazione è INERTE Se $\overset{\text{IN PUT}}{i} = 0 \Rightarrow \overset{\text{OUT}}{V_2} = 0$

Potenza Assorbita Negativa \rightarrow Gen ATTIVO



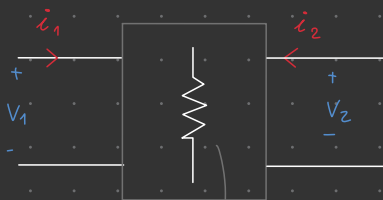
$$\begin{cases} i_1 = 0 \\ v_2 = \alpha V_1 \\ v_2 = R \cdot i_2 \\ V_1 = E_0 \end{cases}$$

$$i_2 = \frac{v_2}{R}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(t) &= v_1 i_1 + v_2 i_2 \\ &= E_0 \cdot 0 + \alpha V_1 \left(\frac{v_2}{R} \right) \\ &= \alpha E_0 \left(\frac{\alpha E_0}{-R} \right) \\ &= \frac{\alpha^2 E_0^2}{-R} \leq 0 \\ &\quad \text{se } R > 0 \end{aligned}$$

Se $\hat{P}(t) \leq 0 \Rightarrow$ Doppio Bipolo Attivo QED

DOPPI BIPOLI RESISTIVI LINEARI



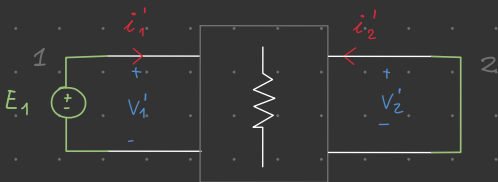
PROPRIETA
DI RECIPROCA'

Facciamo una sorta di
Sovrapposizione degli
effetti

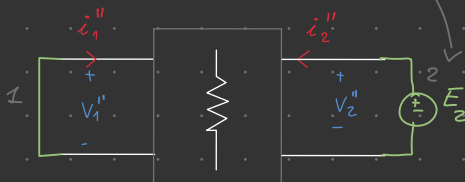
$$V_K = R_K i_K$$

Caratterizzazione su base TENSIONE

C'



C''



Due circuiti diversi ma con lo stesso grafo

=>

Potenze virtuali

$$P_K(t) = \sum_{k=1}^e v_k' \cdot i_k'' = 0$$

lezione 11

$$\begin{cases} \sum_k i_k' v_k'' - \cancel{i_1' v_1''} - i_2' v_2'' = 0 & (1) \\ \sum_k i_k'' v_k' - i_1'' \cancel{v_1'} - \cancel{i_2'' v_2'} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow \sum_k \cancel{i_k' v_k''} - i_2' v_2'' - \sum_k \cancel{i_k'' v_k'} + i_1'' \cancel{v_1'} = 0$$

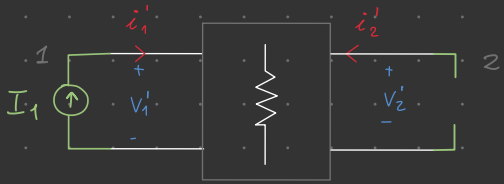
Siccome $\sum_k i_k' v_k'' = \sum_k \underbrace{i_k' R_k i_k''}_{V_k'} = \sum_k V_k' i_k''$ UGUALI

$$\Rightarrow i_1'' v_1' = i_2' v_2'' \Rightarrow \underbrace{i_1''}_{\text{generatori } V_2''} = \underbrace{i_2'}_{V_1'} \Rightarrow \frac{i_1''}{V_2} = \frac{i_2'}{V_1}$$

Caratterizzazione su base CORRENTE

↑ Prima forma di reciprocità ↑

C^I



C^{II}



$$\begin{cases} \sum_K \cancel{i_K^I V_K^{II}} - \cancel{i_1^I V_1^{II}} - \cancel{i_2^I V_2^{II}} = 0 & (1) \\ \sum_K \cancel{i_K^{II} V_K^I} - \cancel{i_1^{II} V_1^I} - \cancel{i_2^{II} V_2^I} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$= 0 \quad -i_2^I V_2^{II} + i_2^{II} V_2^I = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1^{II} V_1^I = i_2^{II} V_2^I$$

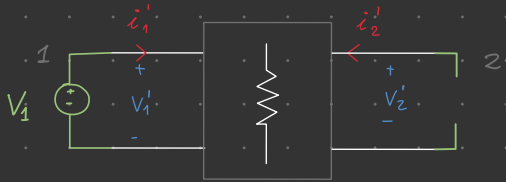
$= 0$

$$\frac{V_1^{II}}{I_2} = \frac{V_2^I}{I_1}$$

Seconda forma di reciprocità

Caratterizzazione su base MISTA

C'



C''



$$\begin{cases} \sum_K i_K' V_K'' - \cancel{i_1' V_1''} - \cancel{i_2' V_2''} = 0 & (1) \\ \sum_K i_K'' V_K' - i_1'' V_1' - i_2'' V_2' = 0 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow i_1'' V_1' = -i_2'' V_2' \quad \Rightarrow$$

$$\frac{i_2'}{V_2} = - \frac{i_2''}{V_1}$$

Terza forma
di reciprocità