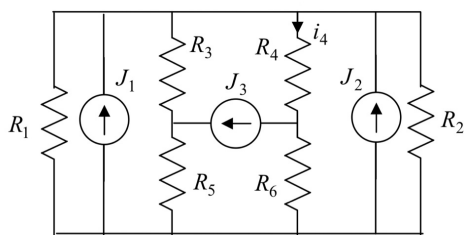
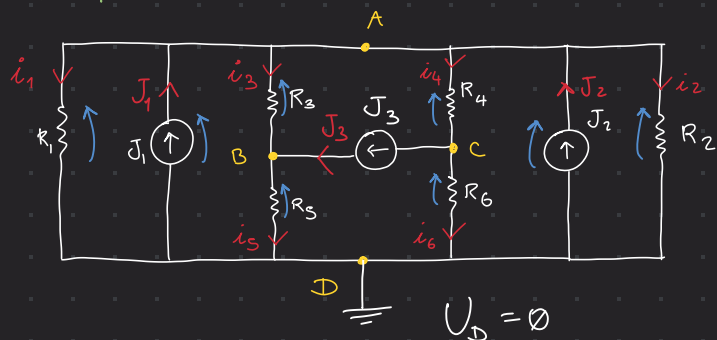


ES. 4.2 - Utilizzando il metodo dei potenziali nodali calcolare la corrente nel resistore R_4 .



$$\begin{aligned} J_1 = J_2 = 1 \text{ A} \quad J_3 = 3 \text{ A} \\ R_1 = 30 \Omega \quad R_2 = 10 \Omega \\ R_3 = 25 \Omega \quad R_4 = 5 \Omega \\ R_5 = 35 \Omega \quad R_6 = 15 \Omega \end{aligned}$$

(1) potenziale a zero



$$\begin{aligned} \Rightarrow i_1 &= \frac{U_A}{R_1} & i_4 &= \frac{U_A - U_C}{R_4} \\ i_2 &= \frac{U_A}{R_2} & i_5 &= \frac{U_B}{R_5} \\ i_3 &= \frac{U_A - U_B}{R_3} & i_6 &= \frac{U_C}{R_6} \end{aligned}$$

(2) LKC:

$$\begin{aligned} A: i_3 + i_4 + i_1 + i_2 &= J_1 + J_2 \\ B: -i_3 + i_5 &= J_3 \\ C: -i_4 + i_6 &= -J_3 \end{aligned}$$

(3) Correnti di lato

$$\begin{aligned} V_1 &= U_A - U_D = U_A \\ V_2 &= U_A \\ V_3 &= U_A - U_B \\ V_4 &= U_A - U_C \\ V_5 &= U_B \\ V_6 &= U_C \end{aligned}$$

(4) Unisco

$$\begin{cases} \frac{U_A - U_B}{R_3} + \frac{U_A - U_C}{R_4} + \frac{U_A}{R_1} + \frac{U_A}{R_2} = J_1 + J_2 \\ \frac{U_B - U_A}{R_3} + \frac{U_B}{R_5} = J_3 \\ \frac{U_C - U_A}{R_4} + \frac{U_C}{R_6} = -J_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G_3(U_A - U_B) + G_4(U_A - U_C) + G_1 U_A + G_2 U_A = J_1 + J_2 \\ G_3(U_B - U_A) + G_5 U_B = J_3 \\ G_4(U_C - U_A) + G_6 U_C = -J_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_A (G_3 + G_4 + G_1 + G_2) + U_B (-G_3) + U_C (-G_4) = J_1 + J_2 \\ U_A (-G_3) + U_B (G_3 + G_5) = J_3 \\ U_A (-G_4) + U_C (G_6 + G_4) = -J_3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} (G_3 + G_4 + G_1 + G_2) & (-G_3) & (-G_4) \\ (-G_3) & (G_3 + G_5) & 0 \\ (-G_4) & 0 & (G_6 + G_4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_1 + J_2 \\ J_3 \\ -J_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow U_A = 7.5 \text{ V}$$

$$U_B = 48.125 \text{ V}$$

$$U_C = -5.625 \text{ V}$$

$$Q: i_4$$

$$\Rightarrow i_4 = \frac{U_A - U_C}{R_4} = 2.625 \text{ A} \quad \text{Ans}$$

Il metodo:

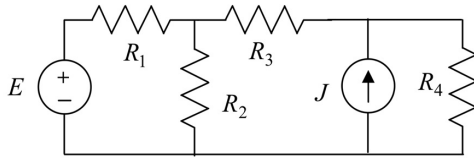
1. Scelgo un nodo di riferimento e pongo il suo potenziale a zero (a terra)
2. LKC ai singoli nodi
3. Correnti di lato in funzione dei potenziali dei nodi
4. Sostituiamo (3) in (2)
5. Risolviamo il sistema
6. Troviamo le correnti

A questo punto risolviamo le domande del problema

1. Troviamo la corrente di E e la sua Potenza complessa (Potenza attiva + reattiva)
2. Per trovare la Potenza media di **tutti** i resistori possiamo
 - a. Trovare la Potenza di ogni ramo ($1/2 R_n \cdot |I_n|^2$), sommarle e dividerle per il numero di resistori
 - b. Siccome sussiste la **conservazione della Potenza, allora la Potenza media sui resistori è la parte reale della Potenza complessa erogata dal generatore**

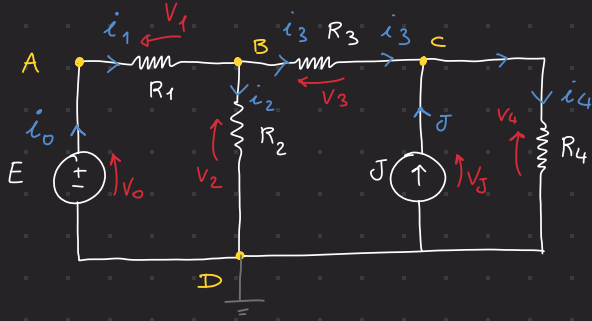
Potenziali di nodo modificato

ES. 4.3 - Utilizzando il metodo dei potenziali nodali modificato calcolare la potenza erogata dai due generatori e la potenza assorbita dai resistori (verificare la conservazione delle potenze).



$$\begin{aligned} E &= 50 \text{ V} & J &= 60 \text{ A} \\ R_1 &= 5 \Omega & R_2 &= 40 \Omega \\ R_3 &= 80 \Omega & R_4 &= 120 \Omega \end{aligned}$$

La differenza con il metodo "base" è che in questo caso i generatori di tensione vengono considerati **direttamente** nei calcoli (non si convertono in corrente)



$$\begin{aligned} (1) \text{ LKC: } & \text{B: } \begin{cases} -i_1 + i_3 + i_2 = 0 \end{cases} \\ & \text{C: } \begin{cases} -i_3 + i_4 = J \end{cases} \end{aligned}$$

Siccome $U_A = E$

(2) Potenziali

$$\begin{aligned} V_1 &= U_A - U_B = E - U_B & \Rightarrow & i_1 = G_1 (E - U_B) \\ V_2 &= U_B, \quad V_3 = U_B - U_C & i_2 &= G_2 U_B \quad i_3 = G_3 (U_B - U_C) \\ V_4 &= U_C & i_4 &= G_4 U_C \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} G_1 U_B - G_1 E + G_3 U_B - G_3 U_C + G_2 U_B = 0 \\ G_3 U_C - G_3 U_B + G_4 U_C = J \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_B (G_1 + G_3 + G_2) - U_C (G_3) = G_1 E \\ U_B (-G_3) + U_C (G_3 + G_4) = J \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} (G_1 + G_2 + G_3) & (-G_3) \\ (-G_3) & (G_3 + G_4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_B \\ U_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 E \\ J \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ J \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} U_B &= 200 \text{ V} = 0.2 \text{ kV} \\ U_C &= 3 \text{ kV} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} i_1 &= -30 \text{ A} & i_3 &= -35 \text{ A} \\ i_2 &= 5 \text{ A} & i_4 &= 25 \text{ A} \end{aligned}$$

Ans

$$\Rightarrow P_E^e = E \cdot i_0 = E \cdot i_1 = -1.5 \text{ kW}$$

$$P_J^e = J \cdot V_{CD} = J \cdot V_4 = 180 \text{ kW}$$

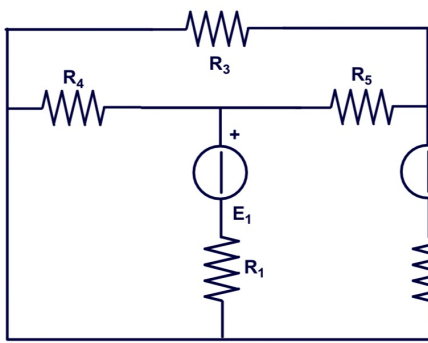
$$P_{R1} = R_1 \cdot i_1^2 = 4.5 \text{ kW}$$

$$P_{R2} = 1 \text{ kW}$$

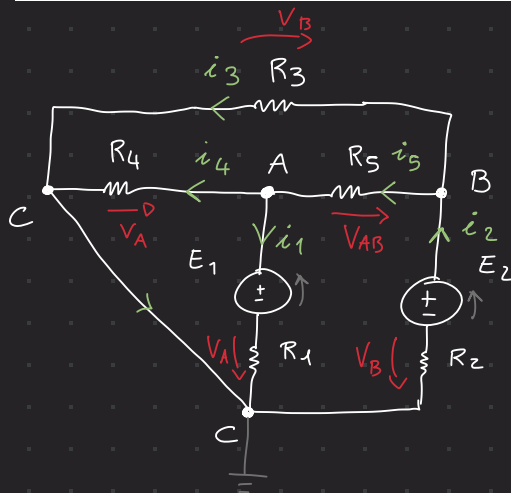
$$P_{R3} = 98 \text{ kW}, \quad P_{R4} = 75 \text{ kW}$$

Circuiti con due generatori di tensione – esercizio n. 4
metodo dei potenziali di nodo

Calcolare le correnti che circolano nel circuito sotto riportato utilizzando il metodo dei potenziali di nodo, la potenza erogata (o eventualmente assorbita) dai generatori di tensione E_1 ed E_2 e quella assorbita da ciascuna resistenza:



- $E_1 = 10 \text{ V}$
- $E_2 = 50 \text{ V}$
- $A \ R_1 = 4 \ \Omega$
- $B \ R_2 = 4 \ \Omega$
- $C \ R_3 = 12 \ \Omega$
- $D \ R_4 = 6 \ \Omega$
- $E \ R_5 = 2 \ \Omega$



$$\begin{aligned} AC: & \quad V_A - V_C = V_A = R_4 \cdot i_4 \\ AC: & \quad V_A - V_C = V_A = E_1 + i_1 R_1 \\ BA: & \quad V_B - V_A = R_5 i_5 \\ BC: & \quad V_B - V_C = V_B = E_2 - i_2 R_2 \\ BC: & \quad V_B - V_C = V_B = i_3 R_3 \end{aligned} \quad \text{C'è tutto!}$$

Potenziali

$$\begin{cases} i_1 = (V_A - E_1) G_1 \\ i_2 = (E_2 - V_B) G_2 \\ i_3 = V_B \cdot G_3 \\ i_4 = V_A G_4 \\ i_5 = (V_B - V_A) G_5 \end{cases}$$

$$LKC \quad V = R \cdot i \rightarrow i = \frac{V}{R}$$

$$\begin{aligned} A: & \quad i_4 - i_1 - i_5 = 0 \\ B: & \quad i_5 + i_3 - i_2 = 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} i_5 = i_4 - i_1 \\ i_2 = i_5 + i_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (V_B - V_A) G_5 = V_A G_4 + (V_A - E_1) G_1 \\ (E_2 - V_B) G_2 = (V_B - V_A) G_5 + V_B G_3 \end{cases} = \begin{cases} V_B G_5 - V_A G_5 - V_A G_4 - V_A G_1 = -E_1 G_1 \\ E_2 G_2 = V_B G_2 + V_B G_5 - V_A G_5 + V_B G_3 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} V_A (G_5 + G_4 + G_1) + V_B (-G_5) = E_1 G_1 \\ V_A (-G_5) + V_B (G_2 + G_5 + G_3) = E_2 G_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} (G_5 + G_4 + G_1) & (-G_5) \\ (-G_5) & (G_2 + G_5 + G_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 G_1 \\ E_2 G_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$V_A = 16.22 \text{ V}$$

$$V_B = 24.73 \text{ V}$$

$$\begin{cases} i_1 = 1.56 \text{ A} \\ i_2 = 6.32 \text{ A} \\ i_3 = 2.06 \text{ A} \\ i_4 = 2.40 \text{ A} \\ i_5 = 4.26 \text{ A} \end{cases}$$

POTENZA GEN

$$P_{E_1}^e = E_1 \cdot i_1 = -i_1 \cdot E_1 = -15.6 \text{ W oppure } P_{E_1}^a = 15.6 \text{ W}$$

$$P_{E_2}^e = E_2 \cdot i_2 = 316 \text{ W}$$

$$P_{TOT}^e = 300.4 \text{ W}$$

POTENZA Res

$$P_{R_1}^a = R_1 i_1^2 = 9.73 \text{ W}$$

$$P_{R_2} = 159.76 \text{ W}$$

$$P_{R_3} = 50.92 \text{ W}$$

⋮