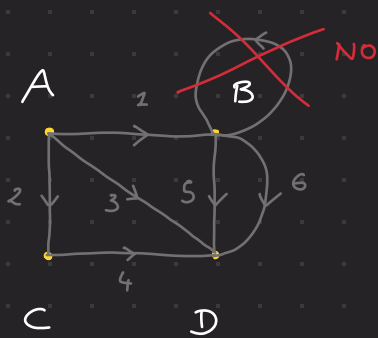


- Matrice d'incidenza  $\rightarrow$  Per ottenere le LKC

$$a_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{Se } j \text{ incide in } (i) \text{ ed } e \text{ } \underline{\text{USCENTE}} \\ -1 & \text{Se } j \text{ incide in } (i) \text{ ed } e \text{ } \underline{\text{ENTRANTE}} \\ 0 & \text{Se } j \text{ } \underline{\text{NON}} \text{ incide in } (i) \end{cases}$$



NOTAZIONE MATRICI

$\underline{A}_a =$

	LATI					
	1	2	3	4	5	6
A	1	1	1	0	0	0
B	-1	0	0	0	1	1
C	0	-1	0	1	0	0
D	0	0	-1	-1	-1	-1

Nodi

Matrice d'incidenza

- Dimensione della matrice  $\text{Dim} = n \times e$   $\rightsquigarrow$   $\text{Dim} = 4 \times 6 = 24$

- Proprietà

- Ogni colonna (Lato-Arco) ha solo 2 campi con un valore diverso da 0
- La matrice è SPARSA

Vettore correnti di Lato :

NOTAZIONE VETTORE

$\underline{i} =$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_e \end{bmatrix}$$

MOLTO IMPORTANTE

• Moltiplico

$$\begin{matrix} & [e \times 1] \\ & \downarrow \\ \underline{A}_a & \underline{i} = \underline{0} \\ \uparrow & \uparrow \\ [n \times e] & [n \times 1] \end{matrix}$$

$$\rightsquigarrow \begin{bmatrix} i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ -i_1 + i_5 + i_6 = 0 \\ -i_2 + i_4 = 0 \\ -i_3 - i_4 - i_5 - i_6 = 0 \end{bmatrix}$$

TUTTE LE LKC AI NODI

$\rightarrow$  Con questo metodo si può automatizzare la valutazione di un circuito

! Nella Mat di incidenza...

- $n$  eq sono lin. Dip.
- $(n-1)$  eq sono lin. Indip.

## • Matrice di incidenza ridotta A

• ha dim.  $[(n-1) \times e]$

• NON CONSIDERO UNA RIGA (a caso, più o meno)  
 $\uparrow$   
 LATO

Scegliamo la riga corrispondente al NODO che coinvolge il minor numero di archi.

→ Elimino D

$$\underline{A}_a = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\rightsquigarrow \underline{A}_a = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} \underline{i} = \underline{0}$$

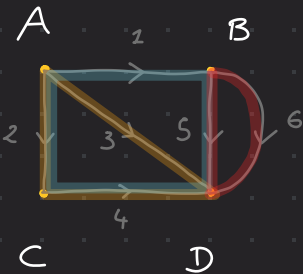
è ancora lecito da calcolare

## • Matrice di Maglia → per ottenere le LKT

MAGLIA

$$b_{ij} = \begin{cases} +1 & \text{Il lato } j \text{ Appartiene alla maglia } i \text{ ed i versi sono } \underline{\text{CONCORDI}} \\ -1 & \text{Il lato } j \text{ Appartiene alla maglia } i \text{ ed i versi sono } \underline{\text{DISCORDI}} \\ 0 & \text{Il lato } j \text{ NON Appartiene alla maglia } i \end{cases}$$

ES:



$$\underline{B}_a = \begin{matrix} \text{e lati} \\ \downarrow \\ \begin{matrix} B \\ a \end{matrix} \end{matrix} = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{matrix} \text{Righe??} \\ \vdots \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}, \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_6 \end{bmatrix}$$

Esprime TUTE le LKT

$$\rightarrow \underline{B}_a \underline{v} = \underline{0} \rightsquigarrow \begin{bmatrix} -v_2 + v_3 - v_4 = 0 \\ v_1 - v_2 - v_4 + v_5 = 0 \\ -v_5 + v_6 = 0 \end{bmatrix}$$

▽ Possiamo costruire la MATRICE DI MAGLIA FONDAMENTALE

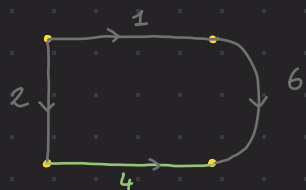
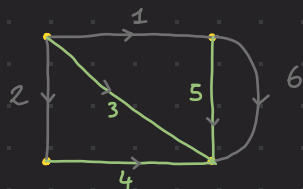
seguendo gli step: ALBERO → COALBERO → MAGLIE FONDAMENTALI

→ Ottengo B che ha dim  $[e - (n-1) \times e]$

ES:

ALBERO

COALBERO



$$\underline{B}_1 = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{matrix}$$



$$\underline{B}_2 = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$



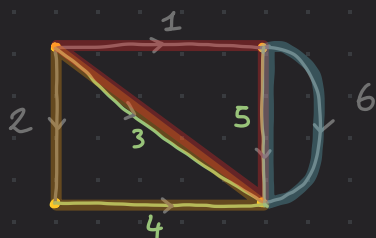
$$\underline{B}_3 = \begin{matrix} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{matrix}$$

MATRICE DI MAGLIA FONDAZIONALE

$$\Rightarrow \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Esprime  $e - (n - 1)$  LKT Indipendenti

• MATRICE DEGLI ANELLI (per grafi PLANARI)



$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

**RICAPITO L'ANDÒ** → Con queste eq si può risolvere un qualsiasi circuito.

EQ TOPOLOGICHE

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{A} \underline{i} = \underline{0} \\ \underline{B} \underline{v} = \underline{0} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} n-1 \\ e-(n-1) \end{array} \quad \begin{array}{l} L_{KC} \\ L_{KT} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \underline{A} \underline{i} = \underline{0} \\ \underline{B} \underline{v} = \underline{0} \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{Rappresentano} \\ \text{Solo come sono} \\ \text{disposti i dipoli} \end{array}$$

Inoltre...

e Relazioni Caratteristiche di lato

Linearmente Indipendenti

↳ per ogni dipolo scrivo

- $v_k = R_k \cdot i_k$   $k \in \{\text{insieme dei resistori}\}$
- $v_k = e_k(t)$   $k \in \{\text{insieme dei generatori di Tensione}\}$
- $i_k = j_k(t)$   $k \in \{\text{insieme dei generatori di corrente}\}$
- $i_k = C_k \frac{dv_k}{dt}$  condensatori
- $v_k = L_k \frac{di_k}{dt}$  Induttori

2 eq  
in 2 e incognite

Attenzione...

⚠ Il sistema deve essere **BEN POSTO**

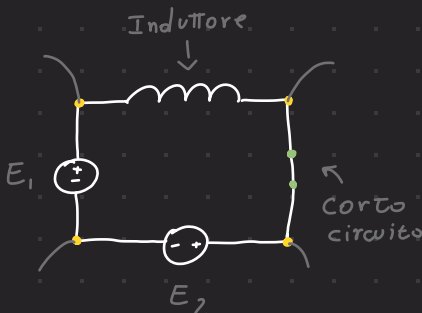
$$\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x - y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases} \quad \left. \vphantom{\begin{cases} x + y + 2z = 3 \\ x - y = 0 \\ x - y = 3 \end{cases}} \right\} \text{Equazioni INCOMPATIBILI}$$

⇒ Il sys si dice  
**INDETERMINATO**

**CIRCUITI MAL POSTI**

- contiene almeno una maglia costituita solo da generatori ideali di tensione, cortocircuiti e induttori ideali.
- Contiene almeno un insieme di taglio costituito solo da generatori ideali di corrente, circuiti aperti e condensatori ideali.
- Infine, da verificare, la presenza di resistori a resistenza negativa può portare a circuiti mal posti.

ES 1



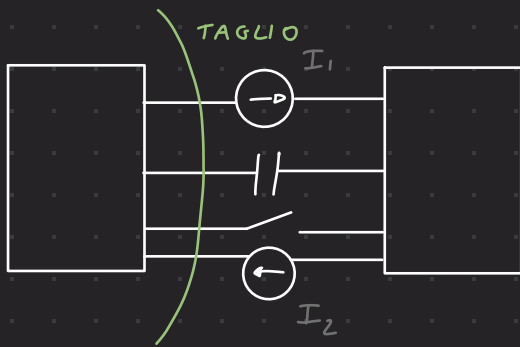
Da Traccia  
 $E_1 = 12V$   
 $E_2 = 5V$

ASSURDO!

ma  $L_{KT_{maglia}} \rightarrow$

$$\begin{cases} E_2 - E_1 + 0 + 0 = 0 \\ \Downarrow \\ E_2 - E_1 = 0 \end{cases}$$

ES 2



MAL POSTO perché esce che

$$I_1 = I_2$$

ASSURDO nel mondo reale!

ES 3

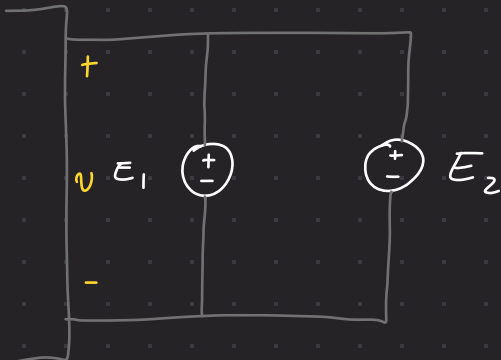


$$\begin{cases} i = J_1 \\ i = J_2 \end{cases}$$

INCOMPATIBILI!

$i$  non può essere contemporaneamente sia  $J_1$  che  $J_2$ !

ES 4

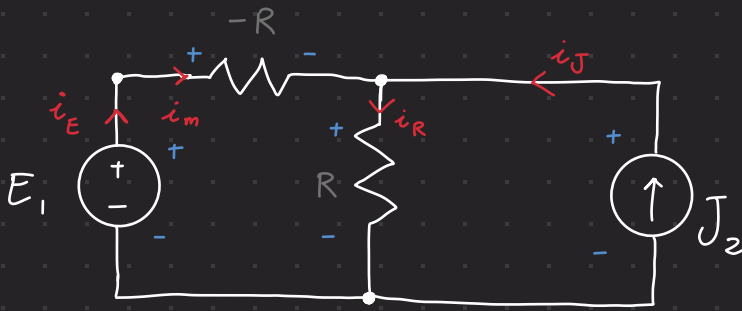


$$\begin{cases} V = E_1 \\ V = E_2 \end{cases}$$

ASSURDO!

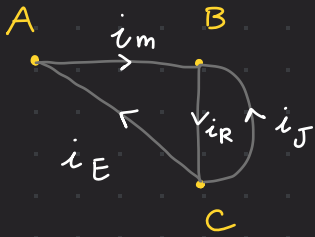
# Esempio di circuito mal posto:

Resistenza negativa

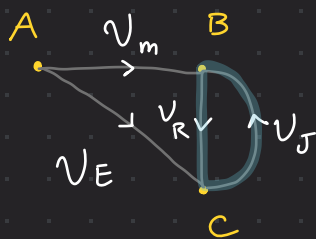
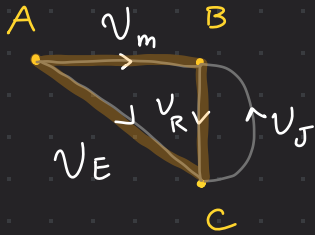


$$\begin{cases} n = 3 \\ e = 4 \end{cases}$$

Stabiliamo convenzioni del generatore per i generatori e convenzione dell' utilizzatore per i resistori



$$\begin{aligned} \text{LKC} & \begin{cases} \text{A} \begin{cases} i_m - i_E = 0 \end{cases} \\ \text{B} \begin{cases} i_R - i_J - i_m = 0 \end{cases} \end{cases} \quad n-1 \text{ LKC} \\ \text{LKT} & \begin{cases} \text{---} \begin{cases} v_m + v_R - v_E = 0 \end{cases} \\ \text{---} \begin{cases} -v_R + v_J = 0 \end{cases} \end{cases} \quad 2 \text{ Anelli} \end{aligned}$$



## Relazioni Caratteristiche

- $v_E = E_1$
- $v_m = -R \cdot i_m$
- $v_R = R \cdot i_R$
- $i_J = J_2$

→ SOSTITUISCO →

$$\begin{cases} i_m = i_E \\ i_R - i_m = J_2 \\ -R i_m + R i_R = E_1 \\ v_J = R \cdot i_R \end{cases} \quad \text{BANALI}$$

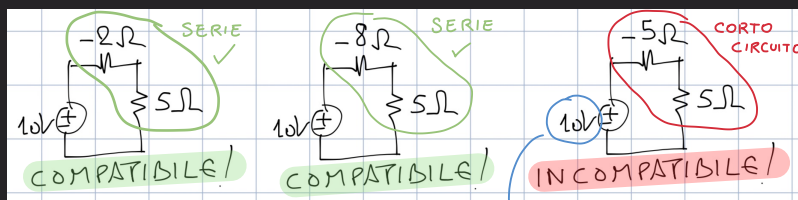
$$\begin{cases} -i_m + i_R = J_2 \\ -R i_m + R i_R = E_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -i_m + i_R = J_2 \\ -i_m + i_R = \frac{E_1}{R} \end{cases}$$

INCOMPATIBILE!

## ALTRI ESEMPI

Se ci viene chiesto di VERIFICARE che un circuito è o meno compatibile, dobbiamo dimostrare che non ci sono espressioni ASSURDE come la precedente



$$10V \text{ non puo essere } 10V = -5 + 5 = 0$$

Tempo caratteristico

$$t_c =$$

$$\frac{e_c}{c}$$

Lunghezza caratteristica

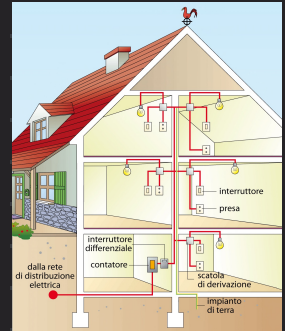
velocità della Luce

Devo **CONFRONTARE** il  $t_c$  con il Tempo di variazione dei segnali

## ES 1. Impianto elettrico CIVILE

$$e_c = 100 \text{ m} \Rightarrow t_c = \frac{100 \text{ m}}{3 \times 10^8} = 0.33 \mu\text{s}$$

Tempo che impiega il Campo elettrico a formarsi a 100 m



Con che frequenza variano i nostri segnali?

$f = 50 \text{ Hz} \Rightarrow$  Il PERIODO del segnale sarà...

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \text{ Hz}} = 20 \text{ ms}$$

QUINDI  $20 \text{ ms} \gg 0.33 \mu\text{s}$   
TRASCURABILE ✓

## ES 2: Linea ad Alta Tensione

$$e_c = 10^3 \text{ km} \Rightarrow t_c = \frac{10^3}{c} = 33 \text{ ms}$$

Se  $f = 50 \text{ Hz} \rightarrow 20 \text{ ms} \approx 33 \text{ ms}$   
CONFRONTABILI X



## RIASSUMENDO

Se  $T \gg t_c$

L'ipotesi di QUASI STAZIONARIETA'  
Si può applicare

Se  $T \lesssim t_c$

L'ipotesi di QUASI STAZIONARIETA'  
NON si può applicare

