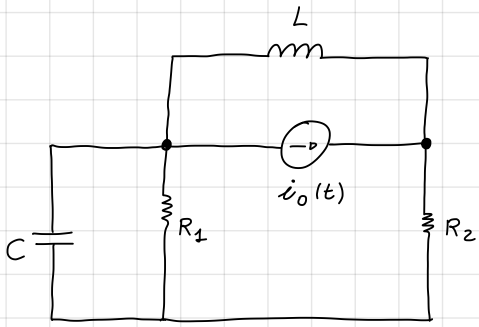
La rete in figura è in regime sinusoidale per t < 0. All'istante t = 0 il generatore diventa stazionario. Determinare la corrente nell'induttore L per ogni t



DATI

$R_1 = 170\,\Omega$ $\quad R_2 = 340\,\Omega$

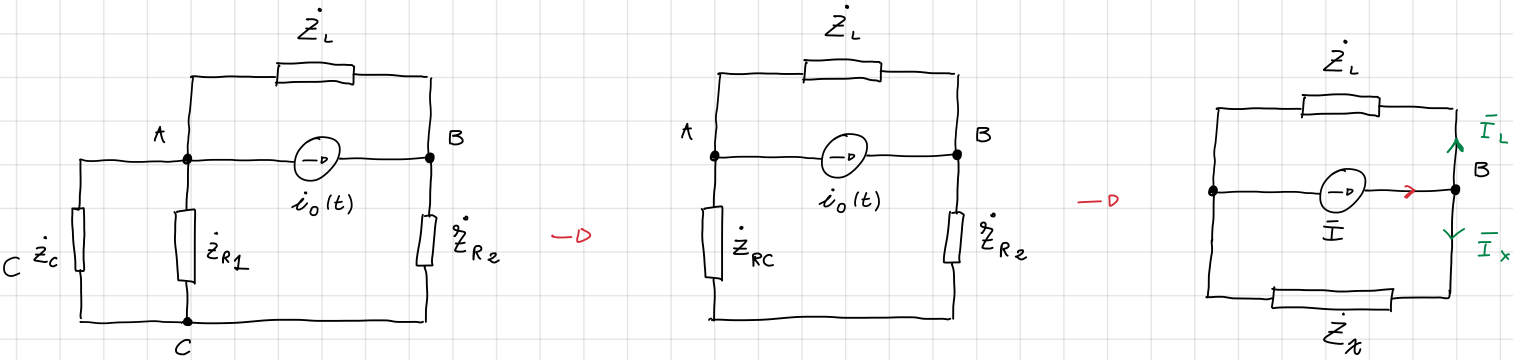
$L = 0.4\,H$ $\quad C = 33\,\mu F$

$$i_0(t) = \begin{cases} 0.8\cos(100t) & t<0 \\ 0.8\ A & t>0 \end{cases}$$

(1) METODO DEI FASORI

$\boxed{t < 0}$ Regime

$\dot{Z}_{R_1} = 170\,\Omega$ A $\quad \dot{Z}_{R_2} = 340\,\Omega$ B $\quad \dot{Z}_L = j\overset{100}{\omega}(0.4) = 40j$ D $\quad \dot{Z}_C = -\dfrac{j}{\omega C} = -303.03j$ C



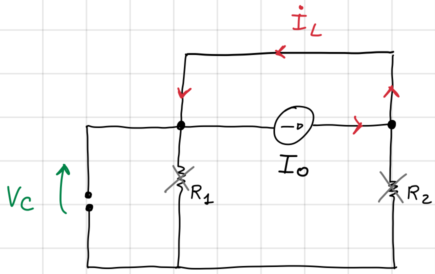
$i_0(t) = 0.8\cos(100t) \rightleftarrows \dot{I} = 0.8\ A$

$\dot{Z}_x = (\dot{Z}_C \parallel \dot{Z}_{R_1}) + \dot{Z}_{R_2} = 469.3 - 72.5j$

$$\Rightarrow \dot{I}_L = \dot{I}\,\frac{\dot{Z}_x}{\dot{Z}_x + \dot{Z}_L} = 0.81 - 0.68j\ A$$

(2) $\boxed{t \to \infty}$ Regime

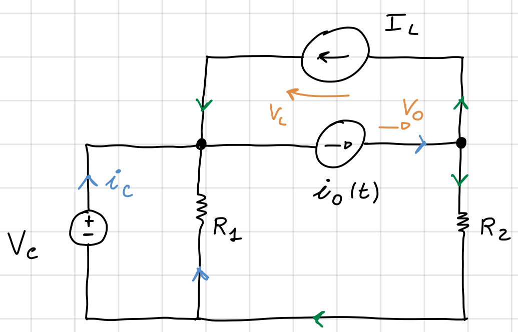
Condensatore → Aperto
Induttore → Chiuso



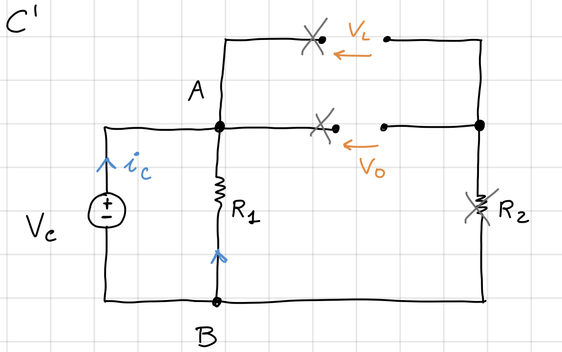
$$\begin{cases} V_C = 0 \\ i_L = I_0 \end{cases}$$

(3) $\boxed{t > 0}$ Transitorio

(3.1) Circuito Resistivo



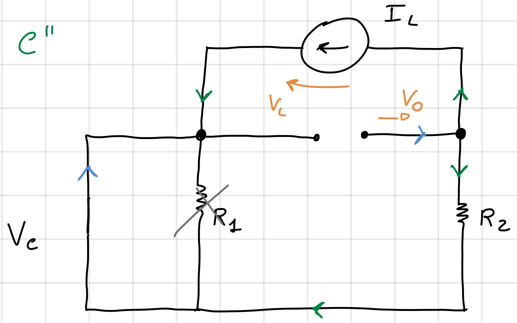
C'

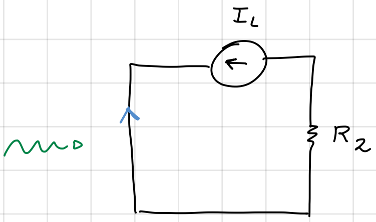


$$i_c' = \underbrace{\frac{V_c}{R_1}}_{i_c'}$$

$$V_L' = V_0' = V_{AB}' = i_c \cdot R_1 = \frac{V_c}{R_1} R_1 = \underbrace{V_c}_{V_L'}$$

C''

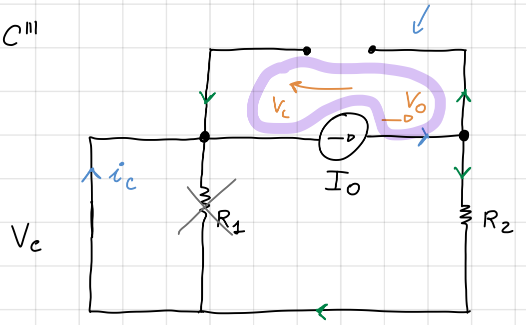




$$\begin{cases} \underline{V_L'' = R_2 \cdot I_L} \\ \underline{i_c'' = - I_L} \end{cases}$$

C'''

Hanno verso opposto!



$$V_0''' = I_0 \cdot R_2$$

$$\underline{V_L''' = -(I_0 \cdot R_2)}$$

$$\underline{i_c''' = I_0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} i_c = I_0 - I_L + \dfrac{V_c}{R_1} \\ V_L = V_c + R_2 I_L - I_0 R_2 = R_2 (I_L - I_0) + V_c \end{cases}$$

Rel Car
$$\begin{cases} V_L = L \cdot \dfrac{di_L}{dt} = L \dot{i}_L \\ i_c = C \cdot \dfrac{dV_c}{dt} = C \dot{V}_c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C \dot{V}_c = I_0 - I_L + \dfrac{V_c}{R_1} \\ L \dot{i}_L = V_c + R_2 (I_L - I_0) + V_c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{V}_c = \dfrac{1}{C} I_0 - \dfrac{1}{C} i_L + \dfrac{V_c}{C R_1} & (1) \\ \dot{i}_L = \dfrac{V_c}{L} + \dfrac{R_2}{L} i_L - \dfrac{R_2}{L} I_0 & (2) \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} \dot{V}_c = -\dfrac{V_c}{R_1 C} - \dfrac{i_L}{C} + \dfrac{I_0}{C} & (1) \\ \dot{i}_L = \dfrac{V_c}{L} - \dfrac{R_2 i_L}{L} + \dfrac{R_2 I_0}{L} & (2) \end{cases}\right]$$

Dagli esercizi fotocopie

Posso trovare il polinomio caratteristico con

$\det(\lambda I - A)$ scrivendo

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_c \\ \dot{i}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_1 C} - \lambda & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R_2}{L} - \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_c \\ i_L \end{pmatrix}$$ ovvero $$\boxed{\begin{pmatrix} -178-\lambda & -30303.3 \\ 2.5 & -850-\lambda \end{pmatrix}}$$

A

$\Rightarrow \det(\lambda I - A) \to A$ noi serve "$- A$" $\Rightarrow (\lambda I - A) = \begin{pmatrix} 178+\lambda & 30303.03 \\ -2.5 & 850\lambda \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \det(\lambda I - A) = (178+\lambda)(850+\lambda) - 30303.03 \cdot (-2.5) = 151300 + 178\lambda + 850\lambda + \lambda^2 + 75757.57$

$= \lambda^2 + 1028\lambda + 227057.57 = 0$

$\Rightarrow \lambda_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \begin{cases} -706.71 & \lambda_1 \\ -321.28 & \lambda_2 \end{cases}$ $\quad > 0$

$\Rightarrow y_0(t) = c_1 e^{-707t} + c_2 e^{-321t} + y_P$

RISOLVERE IL PROBLEMA DI CAUCHY

Per trovare propri0 la corrente che serve a noi, dobbiamo risolvere il problema di Cauchy. Il problema di Cauchy necessità delle condizioni iniziali; queste condizioni sono proprio lo stato del circuito poco prima che iniziasse questo intervallo di tempo. Nel nostro caso le condizioni iniziali di t>0 sono quelle del sistema per t<0:

$I(0) = |\bar{I}_L| \cos(\omega t + \varphi) = |\bar{I}_L| \cos(100 \cdot 0 + \angle \bar{I}_L) = 0.804\ A$ $\quad i_L(0)$?

$\bar{I}_L = 0.81 - 0.68j\ A \Rightarrow |\bar{I}_L| = 0.807$

$$\begin{cases} i_0(t) = c_1 e^{-707t} + c_2 e^{-321t} + i_p \\ i(0) = 0.804\ A \\ \dot{i}(0) = \dfrac{V_c}{L} - \dfrac{R_2}{L} i_L + \dfrac{R_2}{L} I_0 = 1074 \end{cases}$$

7.375

ci serve anche la c i della tensione

$\hookrightarrow V_c = |\bar{V}_c| \cos(\angle V_c) = 4.31$?