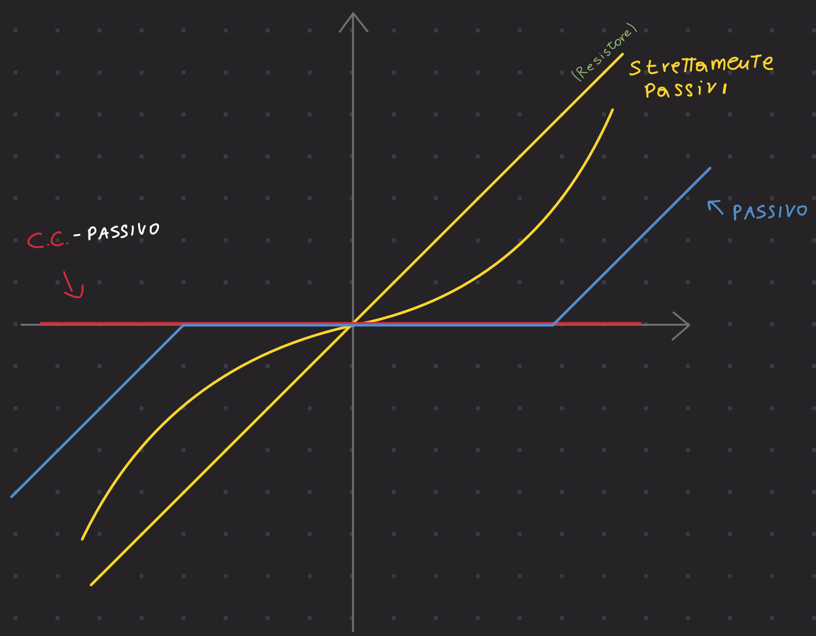
PROPRIETA' DI NON AMPLIFICAZIONE

Questa proprietà **è valida per circuiti aventi un solo dipolo attivo** e diversi passivi.

- **Dipoli attivi**: sono quei dipoli che erogano energia, trasformando un certo tipo di energia in energia elettrica
- **Dipoli strettamente passivi** (adinamico): è un dipolo passivo che assorbe Potenza >= 0 (sempre) e se la corrente è zero, anche la tensione è zero. Se esiste anche un solo punto in cui questa definizione non è verificata allora abbiamo un dipolo passivo (non strettamente)



La **proprietà di non amplificazione** dice:

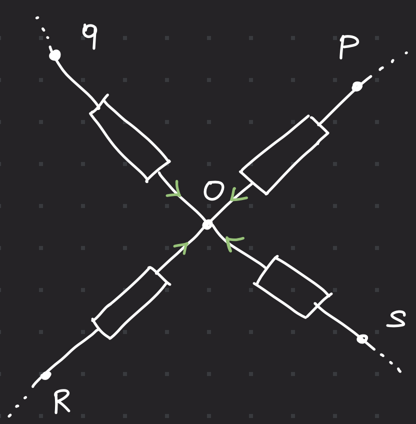
La tensione Va in valore assoluto è sempre maggiore di qualunque tensione Vk interna

$$\boxed{|V_a| > |v_k|} \quad (a)$$

$$\boxed{|i_a| > |i_k|} \quad (b)$$

Dim non Ampl. delle Tensioni (a) usando i potenziali di nodo

(1) Prendo un nodo generico ed immaginiamo che a questo nodo facciano capo diversi dipoli



- LKC: $i_q + i_p + i_s + i_R = 0$
- caso banale: $i_q = i_p + i_s + i_R = 0$
- IF $i_q > 0 \Rightarrow \exists\, i_R < 0$
  ELSE $i_q = i_p + i_s + i_R = 0$

In altre parole… se una corrente è maggiore di zero, allora almeno una deve essere minore di zero.

$i_q \neq 0 \Rightarrow \boxed{P_q^a > 0}$ Perchè i dipoli sono strettamente passivi

Quindi

Se $i_q \neq 0 \Rightarrow P_q^a > 0 \Rightarrow (U_q - U_0) > 0$

Tensione

Se $i_R \neq 0 \Rightarrow P_R^a > 0 \Rightarrow (U_R - U_0) < 0$

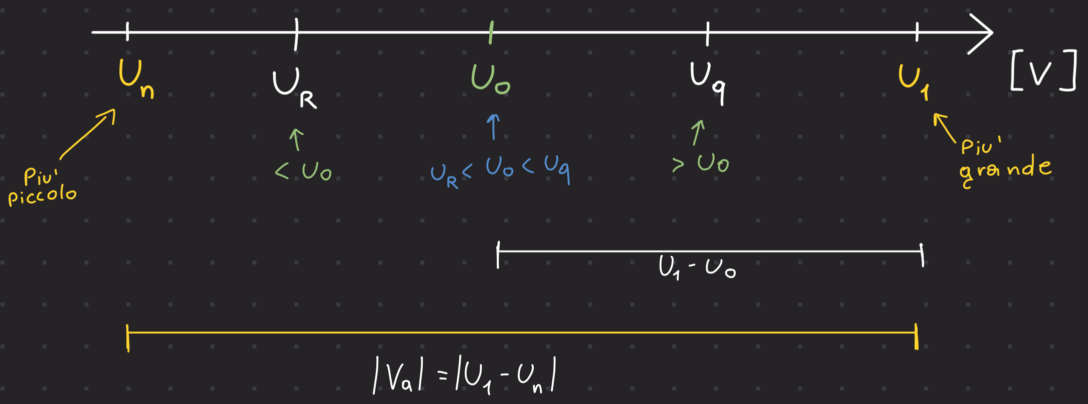
Stiamo facendo l'esempio con solo due dipolo invece che con 4 come nella figura, ma il discorso è equivalente.

$$\Rightarrow \begin{cases} (U_q - U_0) > 0 \\ (U_R - U_0) < 0 \end{cases} \Rightarrow \quad U_R < U_0 < U_q$$

Stiamo quindi dicendo che un nodo come U0 non è né il più piccolo ne il più grande (potenziale).

Ma siccome il nostro circuito ha N nodi, allora il minimo ed il massimo sono proprio quelli ai capi del **dipolo attivo**.

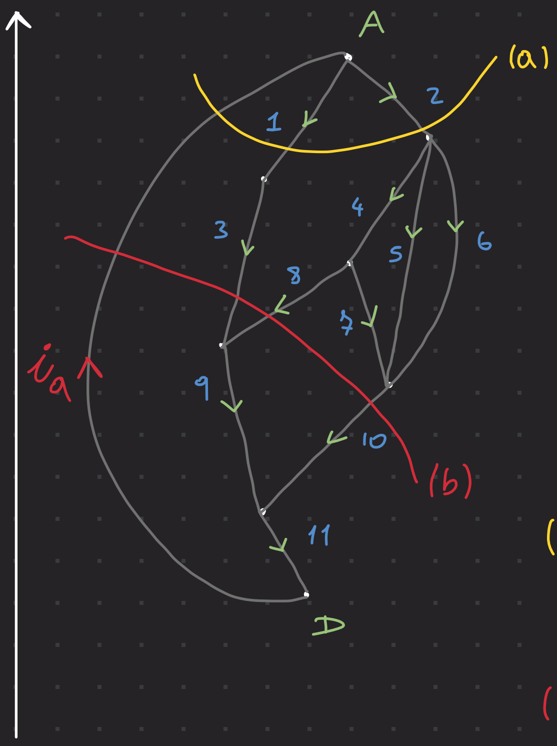
Infine, per dimostrare che $|V_a| > |V_n|$ ci basta rappresentare i potenziali; le tensioni saranno i segmenti:



↳ Il segmento $U_1 - U_n$ e' il piu' grande QED

Caso particolare: c'è un singolo caso in cui la tensione tra due nodi è uguale, ovvero quando c'è un dipolo in **parallelo** con il generatore.

Dim non Ampl. delle Correnti (b) $|i_a| > |i_k|$



Supponiamo di posizionare i potenziali (i nodi sono i potenziali) su un asse, creeremo così un grafo con qualche particolarità:

1. Le correnti hanno tutte lo stesso verso tranne quella del generatore (ovvero l'arco D-A), se pendiamo il verso con la convenzione del generatore.
2. Le correnti vanno dal nodo a potenziale maggiore a quello minore.

Se prendiamo le LKC agli insiemi di tqglio (idt) otteniamo:

(a) $i_1 + i_2 - i_a = 0 \rightarrow i_1 + i_2 = i_a$

Se $i_1 > 0,\ i_2 > 0 \Rightarrow i_a > 0,\ i_a > i_1, i_2$

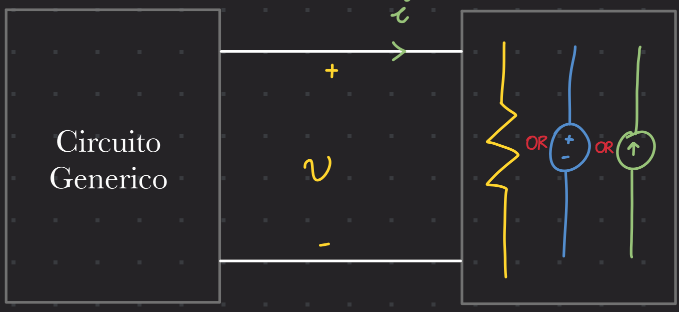
(b) $-i_3 - i_8 - i_7 + i_a = 0 \rightarrow i_3 + i_7 + i_8 = i_a$

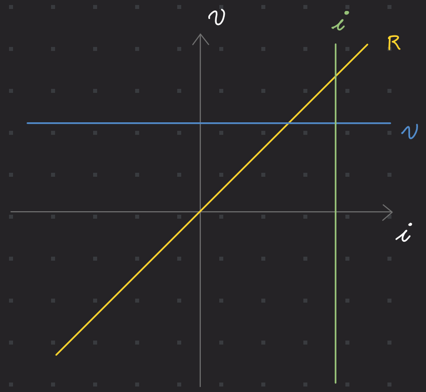
QED

Caso particolare: c'è un singolo caso in cui la corrente tra due nodi è uguale, ovvero quando c'è un dipolo in **serie** con il generatore.

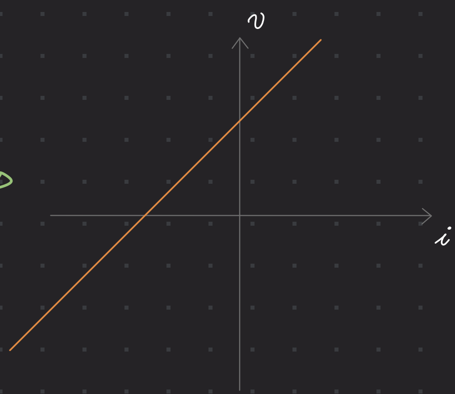
Equivalenza tra dipoli: **Circuiti equivalenti di Thevenin e Norton**

Supponiamo di avere un circuito avente SOLO resistori OPPURE gen di corr. OPPURE gen di Tensione:





Supponiamo ora di averli tutti e 3:

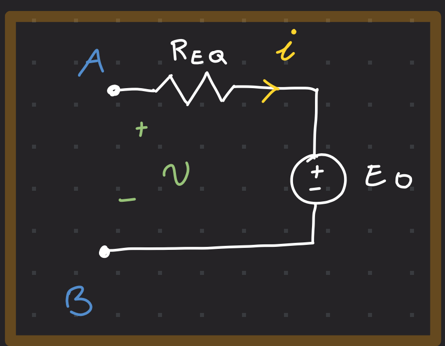


Otteniamo un circuito equivalente che ha come equazione caratteristica una retta **non** passante per l'origine.

Il principio ci dice che se abbiamo un circuito costituito da resistori, generatori di corrente e di tensione, possiamo "riassumerlo" in un singolo generatore ideale di tensione o di corrente (la retta non passante per l'origine è caratteristica di un generatore ideale di tensione o corrente).

TESI

OVVERO



Circuito equivalente di Thevenin

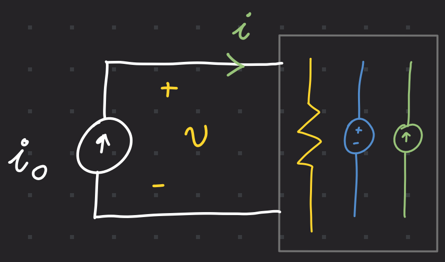
$v = E_0 + R_{eq} \cdot i$

C.U.

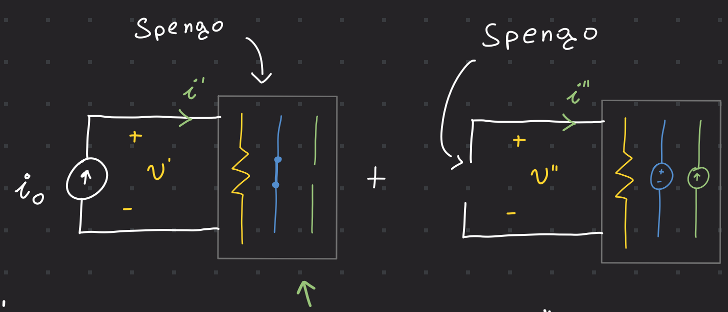
Ma come determiniamo R_{EQ} ed E_0 ? Proof 1:08

Siccome l'equazione caratteristica è una retta, possiamo dire che per rappresentare una retta su un piano ci bastano solo 2 punti.

Thevenin: Se abbiamo un generatore di tensione, lo misuriamo un generatore di corrente, ovvero gli imponiamo una corrente:



Risolvo con la sovrapposizione degli effetti



$$\begin{cases} i' = i_0 \\ v' = R_{eq} \cdot i_0 \end{cases}$$

Avremo una Res eq

$$\begin{cases} i'' = 0 \\ v'' = E_0 \end{cases}$$

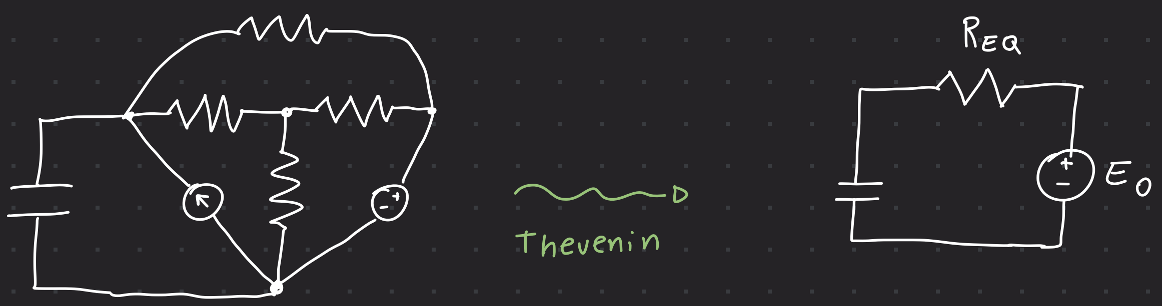
Corrente a vuoto (generica, da calcolare)

$$\Rightarrow \begin{cases} i = i' + i'' \\ v = v' + v'' \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} i = i_0 \\ v' = E_0 + R_{eq} \cdot i_0 \end{cases}}$$

QED

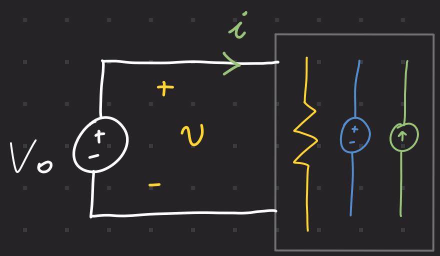
Thevenin

In altre parole (più semplici):
Stiamo dicendo che se abbiamo un circuito costituito da dipoli dinamici adinamici e generatori , possiamo raggruppare i generatori e dipoli adinamici, e rappresentarli solo mediante un generatore ed una resistenza equivalente.
Andremo quindi a risolvere il secondo circuito, che è molto più semplice:

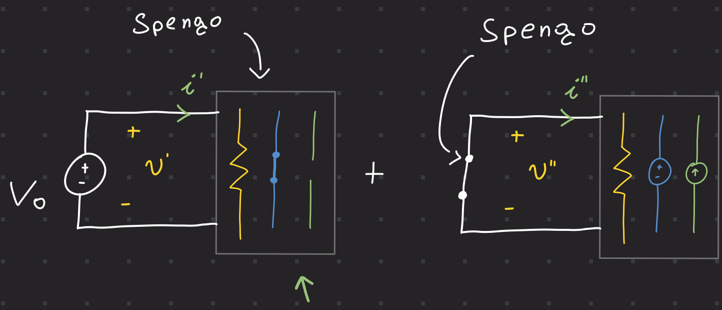


Anche in questo caso ci bastano due punti: all'atto pratico questi due punti sono proprio i **punti di funzionamento** che determiniamo attraverso la risoluzione per sovrapposizione degli effetti!

Norton: Se abbiamo un generatore di corrente, lo misuriamo un generatore di tensione, ovvero gli imponiamo una corrente:



Risolvo con la sovrapposizione degli effetti



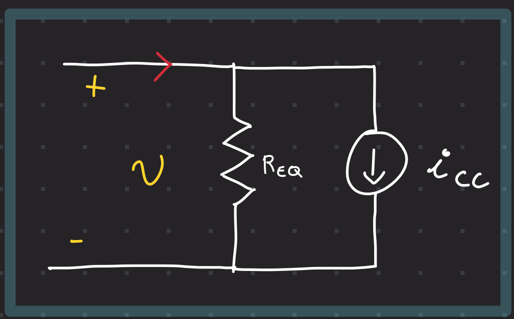
$$\begin{cases} v' = V_o \\ i' = \dfrac{V_o}{R_{EQ}} \end{cases} \qquad \begin{cases} v'' = 0 \\ i'' = i_{cc} \end{cases}$$

Non possiamo dirlo a priori. Sarà quindi una generica corrente "di corto circuito" che circola quando chiudiamo il generatore in cortocircuito.

(da calcolare)

$$\Rightarrow \begin{cases} i = i' + i'' \\ v = v' + v'' \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} i = G_{EQ} \cdot V_o + i_{cc} \\ v = V_o \end{cases}}$$

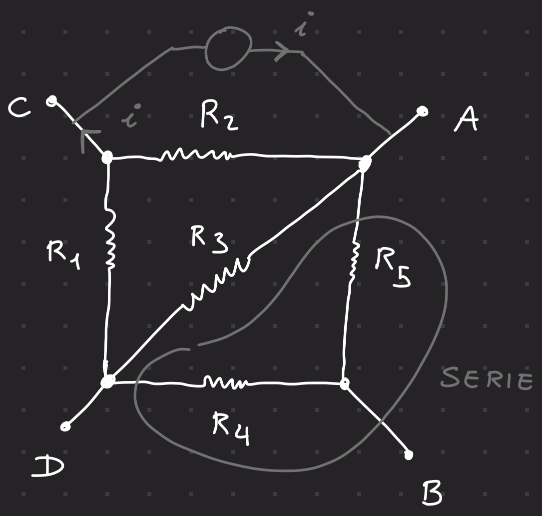
Norton



Circuito equivalente

ESERCIZIO RESISTENZA EQUIVALENTE

1:22



DATI

$R_1 = 1\ \Omega$

$R_2 = 2\ \Omega$

$R_3 = 3\ \Omega$

$R_4 = 4\ \Omega$

$R_5 = 5\ \Omega$

Q: R^{AC}, R^{BD}, R^{AB}, R^{CB}

(A) Immaginiamo di collegare un gen. qualsiasi tra C ed A

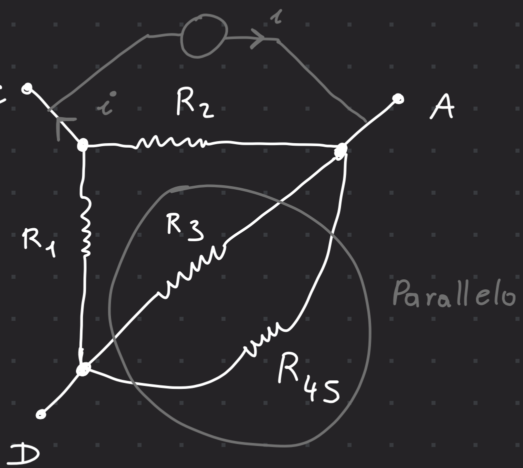
PER TROVARE AC

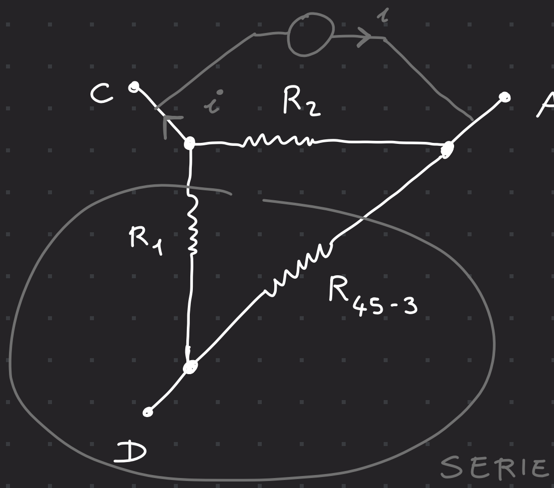
$$R_{45-3} = \frac{R_3 \cdot R_{45}}{R_3 + R_{45}}$$

- Usiamo Metodo Ispezione

$R_{45} = R_4 + R_5$

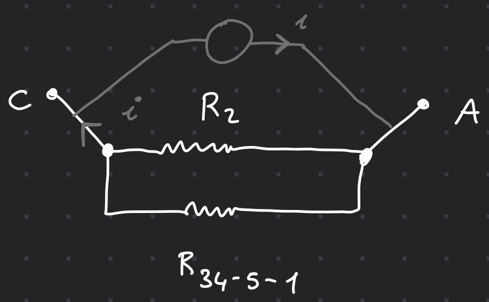
$R_{45-3} = R_3 \parallel R_{45}$

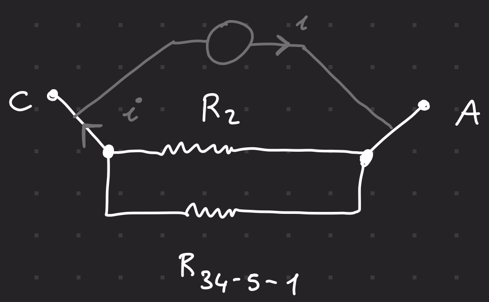




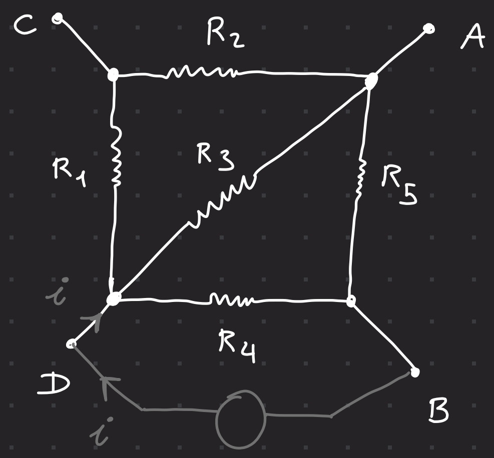
$R_{34-5-1} = R_{34-5} + R_1$

$$R_{AC} = R_{34-5-1} \parallel R_2 =$$
$$= R_2 \parallel \left[R_1 + R_3 \parallel (R_4 + R_5) \right]$$

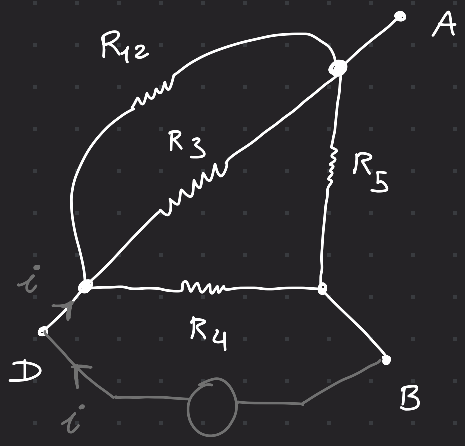




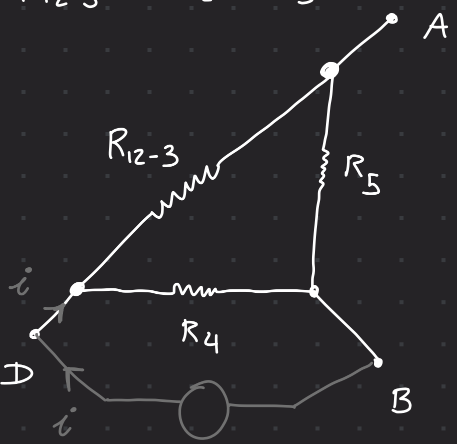
• R_{BD}



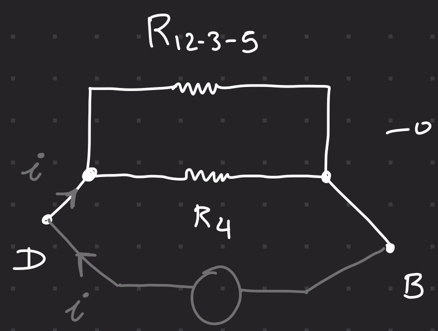
$R_{12} = R_1 + R_2$



$R_{12\text{-}3} = R_{12} \parallel R_3$



$R_{12\text{-}3\text{-}5} = R_{12\text{-}3} + R_5$



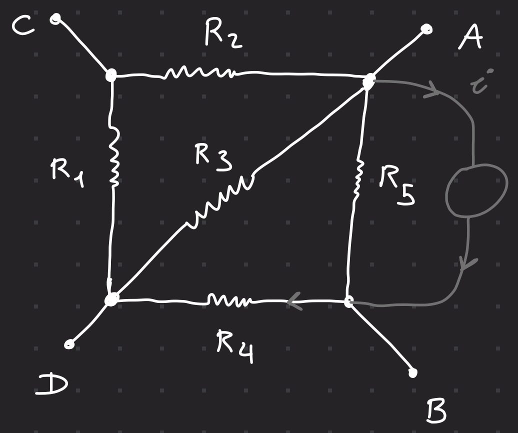
$\rightarrow R_{BD} = R_{12\text{-}3\text{-}5} \parallel R_4$

$$R_{BD} = R_4 \parallel \left[R_5 + R_3 \parallel (R_1 + R_2) \right] = R_4 \parallel \left[R_5 + \frac{R_3 \; R_{12}}{R_3 + R_2} \right]$$

$$= \frac{R_4 \cdot 6.5}{R_4 + 6.5} = \underline{2.476\,\Omega} \quad ✓$$

Ans 2

- R_{AB}



$$R_{12} = R_1 + R_2$$

$$R_{12-3} = R_{12} \,//\, R_3$$

$$R_{4-12-3} = R_{12-3} + R_4$$

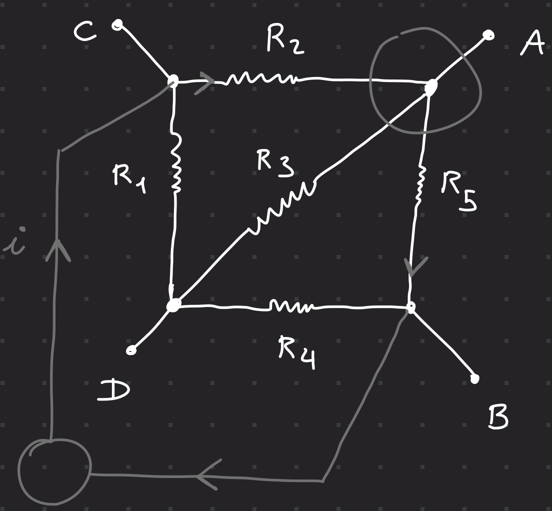
$$R_{EQ} = R_5 \,//\, R_{4-12-3}$$

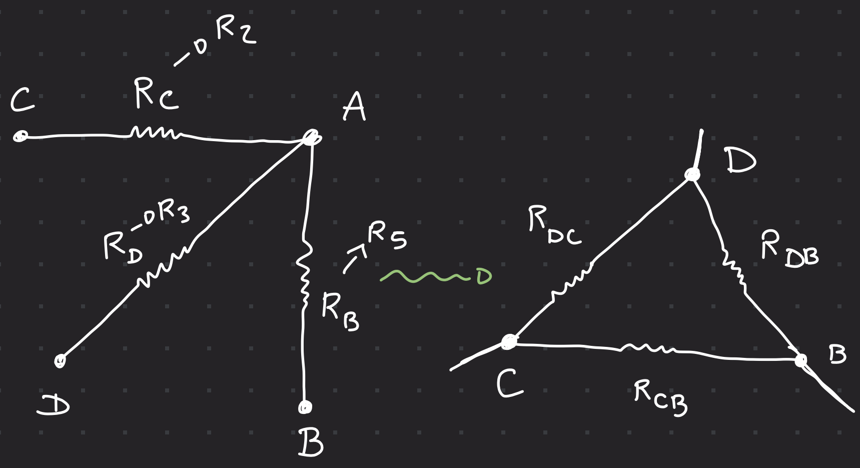
$$\Rightarrow R_{EQ} = R_5 \,//\, \left[R_4 + R_3 \,//\, (R_1 + R_2)\right] = R_5 \,//\, 5.5 = \frac{R_5 \cdot 5.5}{R_5 + 5.5} = \underline{2.619\,\Omega}$$

Ans_3

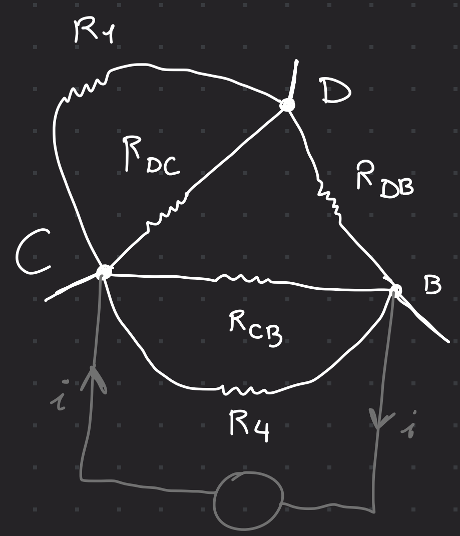
- R_{BC}

STELLA





$$R_{DC} = \frac{R_C \cdot R_D + R_D \cdot R_B + R_C \cdot R_B}{R_B} = 6.2\,\Omega$$

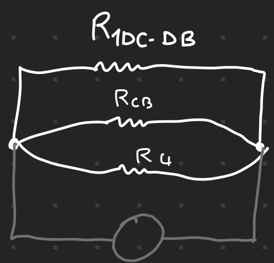


$$R_{DB} = 15.5$$

$$R_{CB} = 10.\bar{3}$$

$$\Rightarrow \cdot\, R_{1DC} = R_1 \,//\, R_{DC} = 0.861\,\Omega$$

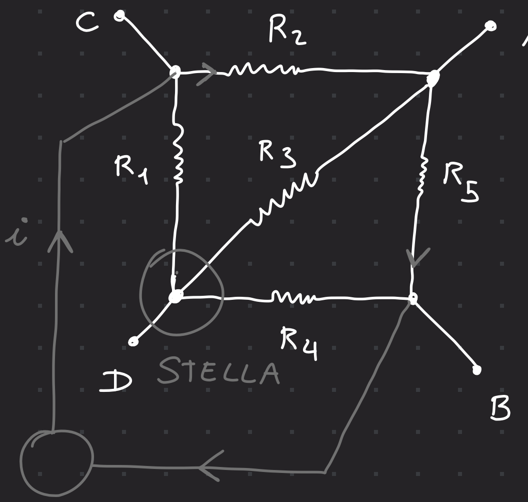
$$\cdot\, R_{1DC-DB} = R_{1DC} + R_{DB} = 16.36\,\Omega$$

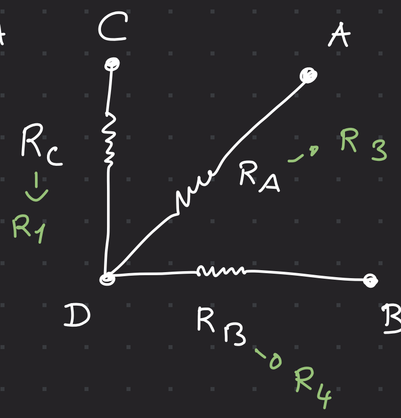


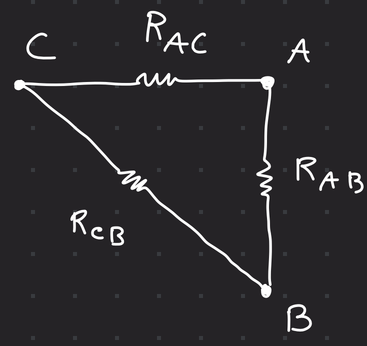
$$\cdot\, R_{4CB} = R_4 \,//\, R_{CB} = 2.89\,\Omega$$

Risultato 2.905

$$\rightarrow R_{EQ} = R_{4CB} \,//\, R_{1DC-DB} = 2.45\,\Omega$$

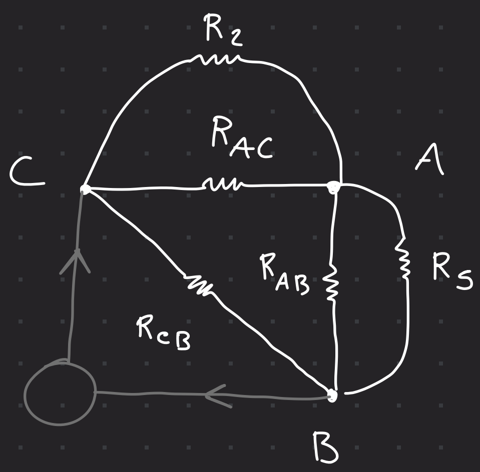






$$R_{AC} = \frac{R_A \cdot R_C + R_A \cdot R_B + R_C \cdot R_B}{R_B} = 4.75\ \Omega$$

$R_{AB} = 19\ \Omega$ $\qquad$ $R_{CB} = 6.\overline{3}$



$\Rightarrow$ $R_{2AC} = R_2 \parallel R_{AC} = 1.407\ \Omega$

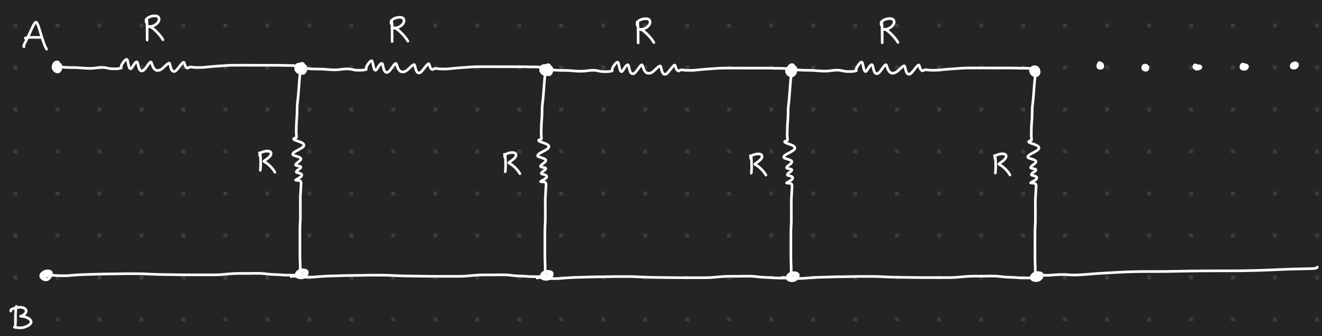
$R_{5AB} = 3.958\ \Omega$

$R_{2AC\text{-}5AB} = \text{SERIE} = 5.365\ \Omega$

$\rightarrow$ $\underline{R_{Eq} = \parallel = 2.89\ \Omega}$

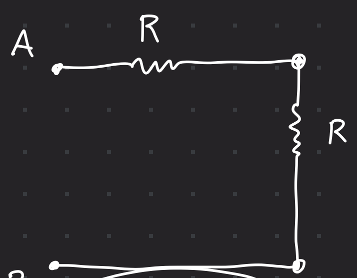
Risultato Accettabile ~ 2.9

ESERCIZIO 1:37 — CIRCUITO RICORSIVO



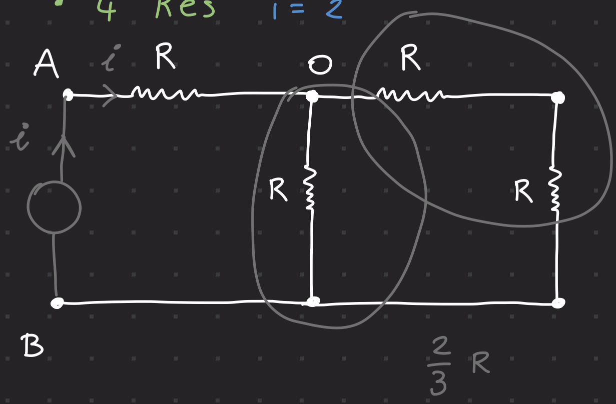
RISPOSTA: $R_{AB} = R\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

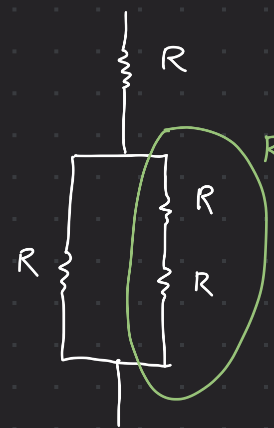
- 2 Res $i = 1$



$R_1 = 2R$

- 4 Res $i = 2$

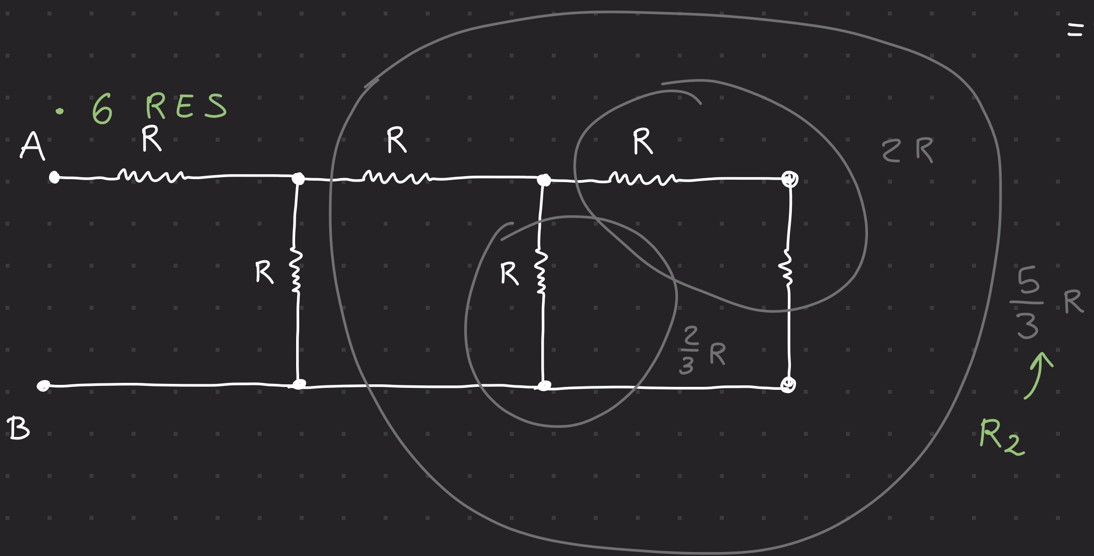




$\Rightarrow R_2 = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right)$ ($2R = R_1$)

$= R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1}\right)^{-1}$

- 6 RES



$\rightarrow R_3 = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_2}\right)^{-1} \rightarrow R_4 = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_3}\right)\ldots$

$\Rightarrow R_N = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{N-1}}\right)^{-1}$

ma per $N \to \infty$, $N-1 \rightsquigarrow \infty$

$\Rightarrow R_{N-1} \rightsquigarrow R_\infty$

$\Rightarrow R_\infty = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_\infty}\right)^{-1} = R + \left(\frac{R_\infty + R}{R \cdot R_\infty}\right)^{-1} = R + \frac{R \cdot R_\infty}{R_\infty + R}$

$\rightarrow R_\infty = \frac{R(R_\infty + R) + R \cdot R_\infty}{R_\infty + R} \rightarrow R_\infty = \frac{R \cdot R_\infty + R^2 + R \cdot R_\infty}{R_\infty + R}$

$$\rightsquigarrow \quad x = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{x}\right)^{-1} \rightarrow \quad x = R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{x}}$$

$$\rightarrow \quad x = R + \frac{1}{\frac{x+R}{Rx}} \rightarrow \quad x = R + \frac{Rx}{x+R}$$

$$\rightarrow x = \frac{Rx + R^2 + Rx}{x+R} \rightarrow \quad x = \frac{R^2 + 2Rx}{x+R} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad x^2 + xR - 2Rx = R^2 \rightarrow \quad x^2 - Rx - R^2 = 0$$

$$\rightarrow \quad \Delta = R^2 - 4 \cdot (-R^2) = R^2 + 4R^2 = 5R^2$$

$$\rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{+R \pm \sqrt{5R^2}}{2} \xrightarrow[\text{pos}]{} \frac{R + R\sqrt{5}}{2} \rightsquigarrow R_{AB} = R\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$$

QED