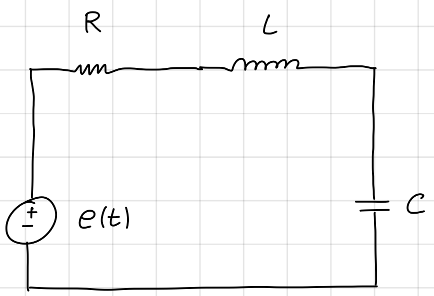
CIRCUITO RLC RISONANTE



Con $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$

Cosa succede al regime sinusoidale se **facciamo variare la pulsazione w?**

Siccome siamo in regime sinusoidale, ma con un circuito dinamico, non possiamo analizzare cosa accade durante il transitorio, per cui attendiamo 5 costanti di tempo, e solo dopo analizzo cosa accade nel dominio dei fasori.

1) Dominio dei Fasori

$$\begin{cases} \bar{E} = E_0 \\ \dot{Z}_R = R \\ \dot{Z}_L = j X_L = j\omega L \\ \dot{Z}_C = j X_C = -\dfrac{j}{\omega C} \end{cases} \Rightarrow \bar{I} = \frac{\bar{E}}{\dot{Z}_{eq}} = \frac{\bar{E}}{\dot{Z}_R + \dot{Z}_L + \dot{Z}_C} \Rightarrow \bar{I}(\omega) = \frac{\bar{E}}{R + j\omega L - \dfrac{j}{\omega C}}$$

$$= \boxed{\frac{E_0}{R + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}}$$

2) Possiamo trovare modulo e fase

$$|\bar{I}(\omega)| = \frac{|E_0|}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Modulo

$$\angle \bar{I}(\omega) = \cancel{\angle E_0}^{\,0} - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega R - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) = -\operatorname{atan}\left(\frac{\omega R - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

Fase

(2 a) Facciamo lo studio del modulo (funz. di ω)

- Massimi $\to$ Possiamo trovare il max considerando il fatto che se si annulla $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ allora $I(\omega)$ è max (il denom è il più piccolo possibile)

$\Rightarrow$ per quali valori di ω? $\quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \to \omega L = \frac{1}{\omega C} \to \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$

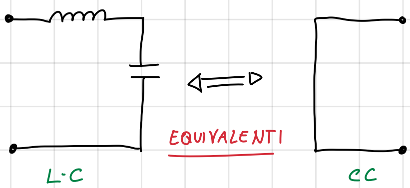
PULSAZIONE DI RISONANZA

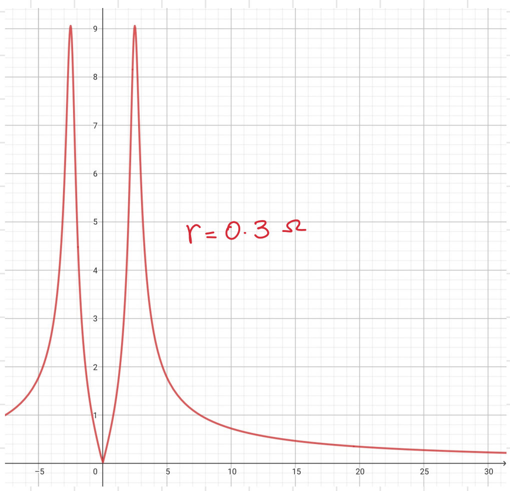
Quindi se $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow |X_L| = |X_C|$

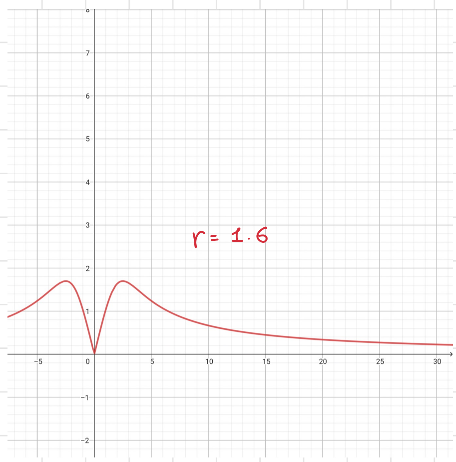
$$\Rightarrow |\bar{I}(\omega_0)| = \frac{|E_0|}{\sqrt{R^2 + \cancel{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}^{\,0}}} = \boxed{\frac{E_0}{R}} \quad \bar{I}(\omega_0)$$

Hp

ovvero







Su scala logaritmica il grafico è diverso.

3) Analizziamo le tensioni V_L e V_C → Sono uguali ed opposte, e non NULLE!

Poniamo $\begin{cases} E_0 = 1\,V \\ R = 0.1\,\Omega \end{cases} \Rightarrow \bar{I}(\omega_0) = \dfrac{E_0}{R} = 10\,A$

↑ ω FISSATO

Reattanza

FATTORE DI QUALITA'

$$\bar{V}_L = j X_L \cdot \bar{I}(\omega_0) = \boxed{j \frac{\omega_0 L}{R} E_0} = \underline{j\,316\,V}$$

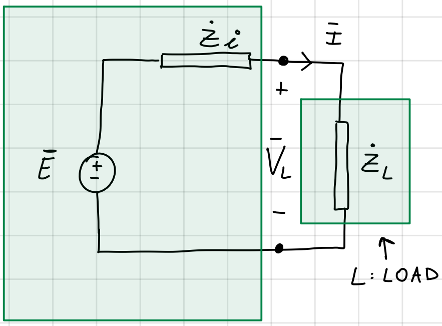
Ha a che fare con la larghezza della curva

$\begin{cases} L = 1H \\ C = 1mF \\ E_0 = 1V \end{cases}$

La tensione è alta perché i condensatori ed induttori IMMAGAZZINANO ENERGIA

$$\bar{V}_C = j X_C \cdot \bar{I}(\omega_0) = -j \frac{1}{\omega_0 C} \frac{E_0}{R} = \underline{-j\,316\,V}$$

ADATTAMENTO IN POTENZA



Q: Assegnati $\bar{E}$ e $\dot{Z}_i$, Determinare $\dot{Z}_L = R + jX$ tale che la potenza ATTIVA assorbita da $\dot{Z}_L$ sia MAX

Sappiamo che $\bar{E} = E$; $\dot{Z}_i = R_i + jX_i$

$$\Rightarrow P_A = \mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2}\bar{V}_L \cdot \bar{I}_L^*\right\} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{(R+jX)\underbrace{\bar{I}_L \cdot \bar{I}_L^*}_{|\bar{I}|^2}\}$$

$$= \frac{1}{2}|\bar{I}|^2 \cdot \mathrm{Re}\{(R+jX)\} = \frac{1}{2}|\bar{I}|^2 \cdot R$$

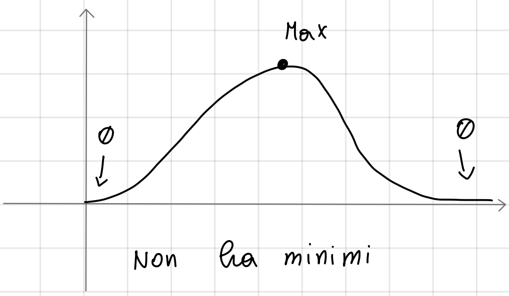
$$\Rightarrow P_A = \frac{1}{2}R|\bar{I}|^2 = \frac{1}{2}R \cdot \left|\frac{\bar{E}}{\dot{Z}_i + \dot{Z}_L}\right|^2 = \frac{1}{2}R\frac{E^2}{(R+R_i)^2 + (X+X_i)^2} = P_A(R, X)$$

(1) Pongo ("FISSO") $\boxed{X = -X_1}$ $\Rightarrow$ $P_A(R) \overset{(1)}{=} \frac{1}{2}R\frac{E^2}{(R+R_i)^2}$

(2) TROVO IL MASSIMO

Siccome $\lim_{R\to 0} P_A(R) = 0$; $\lim_{R\to\infty}\frac{1}{2}\frac{RE^2}{(R+R_i)^2} \sim \frac{E^2}{R} \to 0$

Il grafico e' qualcosa del genere:



$$\Rightarrow \text{Max}: \frac{d}{dR}\frac{1}{2}\frac{RE^2}{(R+R_i)^2} \equiv \frac{d}{dR}\frac{R}{(R+R_i)^2}$$

$$\dot{P}_A = \frac{(R+R_i)^2 - 2R(R+R_i)}{\underbrace{(R+R_i)^4}_{>0}} \overset{?}{=} 0$$

N: $(R+R_i)^2 - 2R(R+R_i) = 0 \rightarrow \overbrace{(R+R_i)}^{>0}\left[(R+R_i) - 2R\right] = 0$

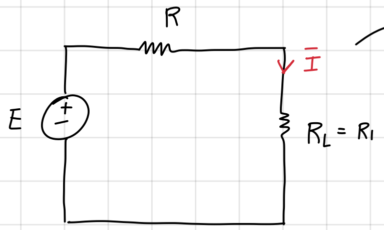
$\rightarrow R + R_i - 2R = 0 \rightarrow R_i - R = 0 \Rightarrow \boxed{R = R_i}$ (2)

$\Rightarrow \dot{Z}_i = R_i + jX_i$; $\dot{Z}_L = R + jX$ ma $\begin{cases} R = R_i \\ X = -X_i \end{cases} \Rightarrow \dot{Z}_L = \underbrace{R_i - jX_i}_{\dot{Z}_i^*}$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{Z}_L = \dot{Z}_i^*}$$

TIRANDO LE SOMME

$X_L = 0$

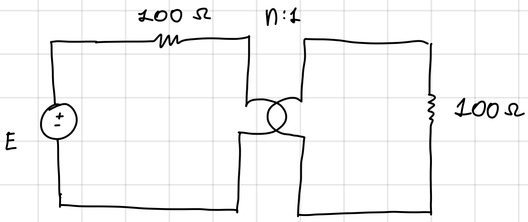


$$\bar{I} = \frac{\bar{E}}{2R_i}$$

sono uguali

Se invece

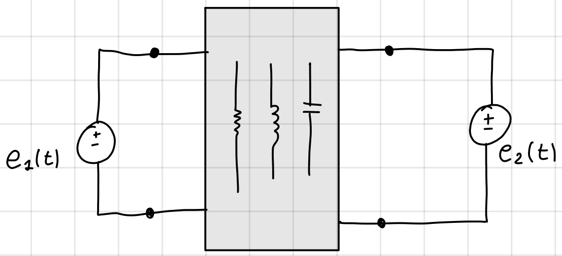
$$\begin{cases} R_i = 10\,\Omega \\ R_L = 100\,\Omega \end{cases}$$



$$n^2 \cdot 100 = 10 \implies n = \frac{1}{\sqrt{10}} \simeq 0.316$$

Circuiti elettrici in regime periodico

$\rightarrow$ Abbiamo pulsazioni diverse



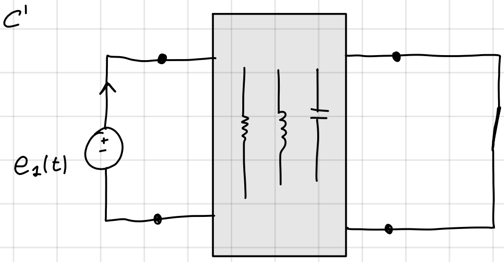
$$\begin{cases} e_1(t) = E_1 \cos(\omega_1 t) \\ e_2(t) = E_2 \cos(\omega_2 t) \end{cases} \quad \text{con} \quad \omega_1 \neq \omega_2$$

$\Rightarrow$ ogni $i_k(t)$ e $v_k(t)$ sarà una funzione periodica del tempo

$$i_k(t) = i_k'(t) + i_k''(t) = \left[I_k' \cos(\omega_1 t + \beta_k') + I_k'' \cos(\omega_2 t + \beta_k'') \right] \quad i_k(t) \text{ è PERIODICA}$$

Se abbiamo un circuito **lineare** possiamo applicare la **sovrapposizione degli effetti,** ma siccome w1 =! w2 non possiamo farlo nel dominio dei fasori, ma dobbiamo risolvere il circuito parziale (spegnendo un gen) nel dominio dei fasori, tornare al dominio del tempo ed applicare la linearità

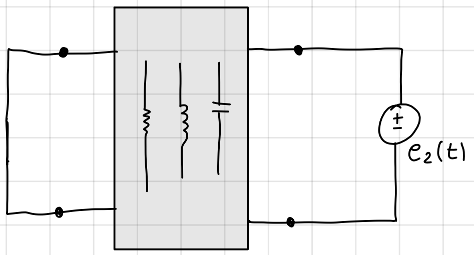
C'



$$\dot{Z}_{Lk} = j\omega_1 L_k \quad ; \quad \bar{E}_1 = E_1$$

$$\bar{I}_k' = a' + jb' \quad \Rightarrow \quad i'(t) = I_k' \cos(\omega_1 t + \beta_k')$$

C''



$$\dot{Z}_{Lk} = j\omega_2 L_k \quad ; \quad \bar{E}_2 = E_2$$

$$\bar{I}_k'' = a'' + jb'' \quad \Rightarrow \quad i''(t) = I_k'' \cos(\omega_2 t + \beta_k'')$$

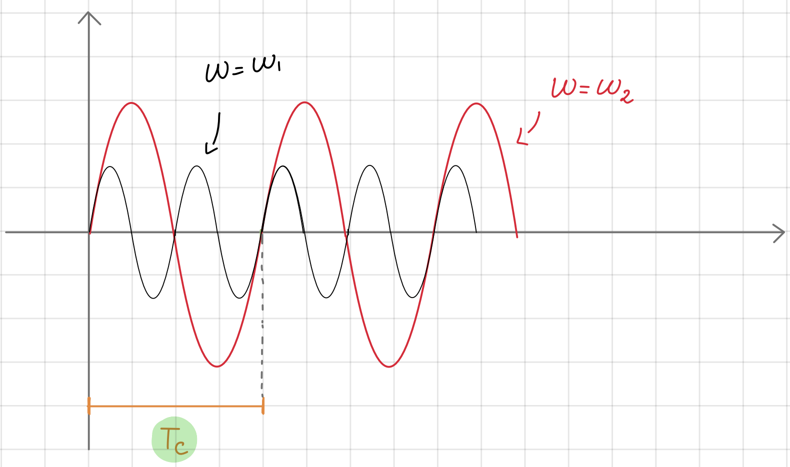
$$\Rightarrow \quad i(t) = i' + i'' = I_k' \cos(\omega_1 t + \beta_k') + I_k'' \cos(\omega_2 t + \beta_k'')$$

REGIME PERIODICO

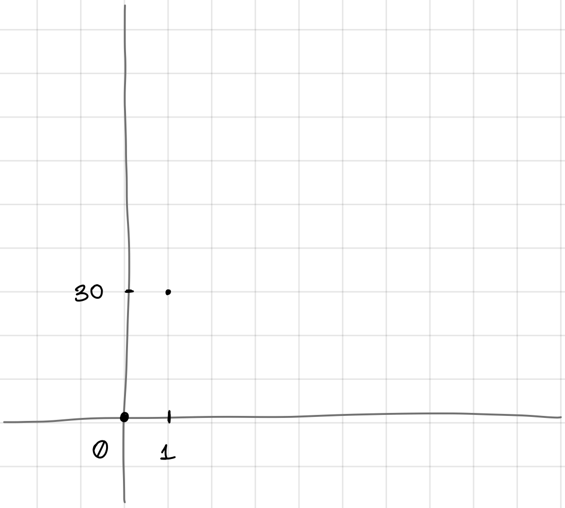
$$n\,\omega_1 = m\,\omega_2 \quad \text{con} \quad n, m \in \mathbb{N} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q} \text{ RAZIONALE}$$

PERIODO COMUNE

$$\text{Siccome} \quad \omega = \frac{2\pi}{T_k} \rightarrow n \frac{2\pi}{T_1} = m \frac{2\pi}{T_2} \Rightarrow \frac{\cancel{2\pi}}{m T_1} = \frac{\cancel{2\pi}}{n T_2} \rightarrow m T_1 = n T_2 = T_c$$



$$\begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$



$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \to \frac{x-0}{1-0} = \frac{y-0}{30-0} \to x = \frac{y}{30} \to y = 30x$$

giorno

$$y = \frac{30}{7}x$$

$$\to 52 \text{ sett} \to y\Big|_{1\,\text{Anno}} = 1560 \text{ €}$$