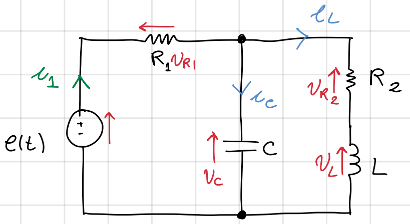
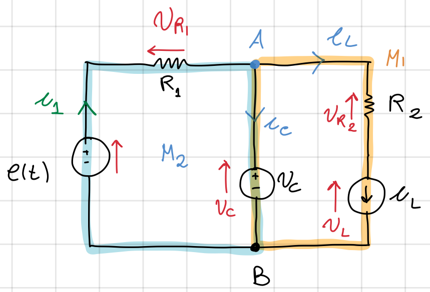
Come trovare le **equazioni di stato** per **ispezione** (senza andare a risolvere il CRA per sovrapposizione)





CRA

(3)

OBBIETTIVO: Trovare i_C e v_L per sostituire le R.C.: $\begin{cases} i_C = C\,\dot{v}_C \\ v_L = L\,\dot{i}_L \end{cases}$

(1) (2)

Passaggi: Scrivo $(i_C$ e $v_L)$ $\to$ Trovo le (LKT) $\to$ Sostituisco le incognite da (2) in (1) $\to$ sostituisco (3)

LKC_A: $-i_1 + i_C + i_L = 0 \to i_C = i_1 - i_L$ (a)

(1)

LKT_{M_1} $v_L - v_C + v_2 = 0 \to v_L = v_C - v_2$ (b)

$$LKT \begin{cases} v_C - E + v_1 = 0 \\ v_L - v_C + v_2 = 0 \end{cases} \to \begin{cases} v_1 = E - v_C \Rightarrow i_1 = \dfrac{v_1}{R_1} = \dfrac{E - v_C}{R_1} \to (a) \\ // \quad \text{NO imp} \end{cases}$$

$$\to i_C = \frac{E - v_C}{R_1} - i_L$$

(2)

$$\to v_2 = i_L \cdot R_2 \to \quad \to v_L = v_C - R_2 i_L$$

Ora basta sostituire (3) Stessa eq di prima

$$\begin{cases} i_C = \dfrac{E - v_C}{R_1} - i_L \\ v_L = v_C - R_2 i_L \end{cases} \to \begin{cases} i_C = C \cdot \dot{v}_C \\ v_L = L\,\dot{i}_L \end{cases} \to \boxed{\begin{cases} \dot{v}_C = \dfrac{E - v_C}{C R_1} - \dfrac{1}{C} i_L \\ \dot{i}_L = \dfrac{1}{L} v_C - \dfrac{R_2}{L} i_L \end{cases}}$$

COME OTTENERE L'EQ DI II ORDINE (per ottenere $\ddot{v}(t)$)

$$\begin{cases} \dot{v}_C = \dfrac{E - v_C}{C R_1} - \dfrac{1}{C} i_L \\ \dot{i}_L = \dfrac{1}{L} v_C - \dfrac{R_2}{L} i_L \end{cases} \to \frac{1}{C} i_L = \frac{E - v_C}{C R_1} - \dot{v}_C \to i_L = \frac{E - v_C}{R_1} - C\dot{v}_C$$

$$\Rightarrow \dot{i}_L = -\frac{1}{R_1}\dot{v}_C - C\ddot{v}_C$$

$$-\frac{1}{R_1}\dot{v}_C - C\ddot{v}_C = \frac{1}{L} v_C - \frac{R_2}{L}\left(\frac{E - v_C}{R_1} - C\dot{v}_C\right) = \frac{1}{L} v_C - \frac{R_2 E}{L R_1} + \frac{R_2}{L R_1} v_C + \frac{R_2 C}{L}\dot{v}_C$$

$$C\ddot{v}_C + \frac{1}{R}\dot{v}_C + \frac{R_2 C}{L}\dot{v}_C + \frac{1}{L} v_C + \frac{R_2}{L R_1} v_C - \frac{R_2 E}{L R_1} = 0$$

$$\to C\ddot{v}_C + \dot{v}_C\left(\frac{L + R_1 R_2 C}{R_1 L}\right) + v_C\left(\frac{1 + R_2}{L R_1}\right) - \frac{R_2 E}{L R_1} = 0$$

Come trovare il polinomio caratteristico a partire da due equazioni di stato

Sistema di due equazioni differenziali del primo ordine

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a x_1 + b x_2 \\ \dot{x}_2 = c x_1 + d x_2 \end{cases}$$

può essere scritta come

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}_{\underline{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{A}}} \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}}_{\underline{b}}$$

Sappiamo che il polinomio caratteristico dell'equazione differenziale sono gli Autovalori della matrice $\underline{\underline{A}}$, che si trovano con...

$$\text{Polinomio Caratt} = P_A(\lambda) = \det(\lambda \underbrace{I}_{\text{Matrice identità}} - A)$$

$$\Rightarrow P_A = \det\left[\lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right] = \det\left[\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right]$$

$$= \det\left[\begin{pmatrix} (\lambda - a) & (b) \\ (c) & (\lambda - d) \end{pmatrix}\right] = \boxed{\det\begin{bmatrix} \lambda - a & -b \\ -c & \lambda - d \end{bmatrix}}$$

→ per trovare gli zeri λ_1 e λ_2 : $\boxed{P_A = 0}$