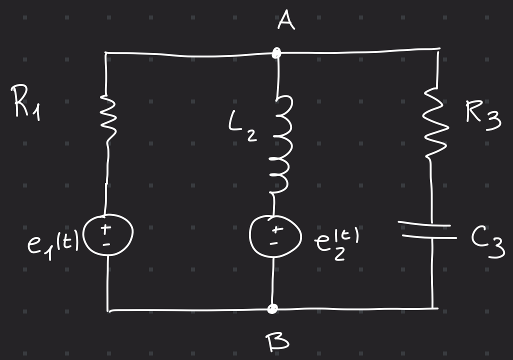
2. Correnti di maglia in regime sinusoidale



Il metodo:

1. Se i generatori sono sinusoidali, trasformarli in cosinusoidali
2. Fare la trasformata di Fourier portando dal dominio del tempo a quello della frequenza i vari dipoli
3. Trasformare i dipoli in impedenze

A questo punto risolviamo con il metodo delle correnti di maglia (prima di tutto scegliamo i versi di correnti e tensioni)

1. Individuiamo le maglie (2 in questo caso)
2. scegliamo il verso delle correnti di maglia (orarie)
3. Esprimiamo le correnti di lato in relazioni alle correnti di maglia
4. LKT per le maglie
5. Sostituiamo (3) in (4)
6. Risolviamo il sistema
7. Sostituiamo le correnti di maglia alle correnti di lato

A questo punto il metodo delle correnti di maglia è finito. Dobbiamo tornare nel dominio del tempo:

1. Trasformiamo le correnti di lato (fasoriali) appena trovate in cosinusoidi (tempo)

(1a)

$$e_1(t) = E_1 \sin(\omega t) = E_1 \cos(\omega t - \tfrac{\pi}{2})$$
$$e_2(t) = E_2 \sin(\omega t) = E_2 \cos(\omega t - \tfrac{\pi}{2})$$

(2a)

$$e_1(t) \rightleftarrows \bar{E}_1 = E_1 e^{-j\frac{\pi}{2}} = E_1\left[\underbrace{\cancel{\cos(\tfrac{\pi}{2})}}_{0} - j\underbrace{\cancel{\sin(\tfrac{\pi}{2})}}_{1}\right] = -jE_1 = \underbrace{-j10}_{\bar{E}_1}$$

$$e_2(t) \rightleftarrows \bar{E}_2 = E_2 e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jE_2 = \underbrace{-j20}_{\bar{E}_2}$$

(3a)

Res: $\dot{Z}_K = R_K$

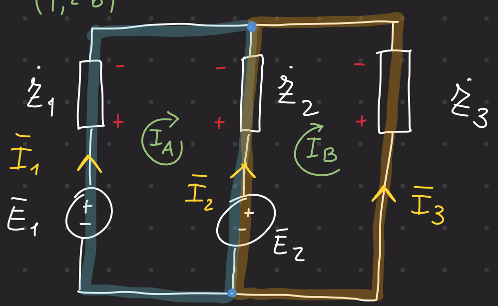
Ind: $\dot{Z}_K = j\omega L_K$ $\Rightarrow$

Cond: $\dot{Z}_K = -j\frac{1}{\omega C}$

- $\dot{Z}_1 = R_1 = 1\ \Omega$
- $\dot{Z}_2 = j\omega L_2 = j$
- $\dot{Z}_3 = R_3 - \frac{j}{\omega C_3} = 1 - j$

$\rightarrow$ Metodo delle correnti di maglia

(1,2 b)



(3b)

$$\begin{cases} \bar{I}_1 = \bar{I}_A \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_B - \bar{I}_A \\ \bar{I}_3 = -\bar{I}_B \end{cases}$$

(4b)

$$\begin{cases} -\bar{E}_1 + \dot{Z}_1\bar{I}_1 - \dot{Z}_2\bar{I}_2 + \bar{E}_2 = 0 \\ -\bar{E}_2 + \dot{Z}_2\bar{I}_2 - \dot{Z}_3\bar{I}_3 = 0 \end{cases}$$

(5b)

$$\begin{cases} -\bar{E}_1 + \dot{Z}_1\bar{I}_A - \dot{Z}_2\bar{I}_B + \dot{Z}_2\bar{I}_A + \bar{E}_2 = 0 \\ -\bar{E}_2 + \dot{Z}_2\bar{I}_B - \dot{Z}_2\bar{I}_A + \dot{Z}_3\bar{I}_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{I}_A\overbrace{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)}^{A} + \bar{I}_B\overbrace{(-\dot{Z}_2)}^{B} = \overbrace{\bar{E}_1 - \bar{E}_2}^{E} \\ \bar{I}_A\underbrace{(\dot{Z}_2)}_{C} + \bar{I}_B\underbrace{(\dot{Z}_3 + \dot{Z}_2)}_{D} = \underbrace{\bar{E}_2}_{F} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_A\overbrace{(1+j)}^{A} + I_B\overbrace{(-j)}^{B} = \overbrace{-10}^{E} \\ I_A\underbrace{(j)}_{C} + I_B\underbrace{(1)}_{D} = \underbrace{20}_{F} \end{cases} \Rightarrow I_A = \frac{\begin{vmatrix} E & B \\ F & D \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}} = \frac{ED - BF}{AD - BC} = 10 + 10j$$

$$I_B = \frac{AF - EC}{AD - BC} = 30 - 20j$$

NON RIESCO A CAPIRE IL PROB

Al prof esce: $\begin{cases} I_A = 10 \ A \\ I_B = -10j \ A \end{cases}$

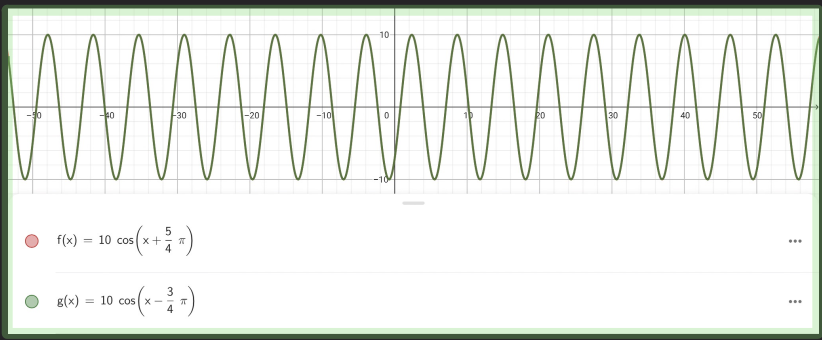
$\bar{I}_1 = I_A = 10 \ A \rightleftharpoons i_1(t) = 10 \cos(\omega t)$

$\bar{I}_3 = -\bar{I}_B = 10j = 10 \angle \frac{\pi}{2} = 10 e^{j\frac{\pi}{2}} \rightleftharpoons 10\left[\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + j \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right]$

$\bar{I}_2 = \bar{I}_B - \bar{I}_A = -10j - 10 = 10\sqrt{2} \angle -\frac{3}{4}\pi = 10 \cos\left(\omega t - \frac{3}{4}\pi\right)$

Al prof esce $+\frac{5}{4}\pi$

stessa cosa



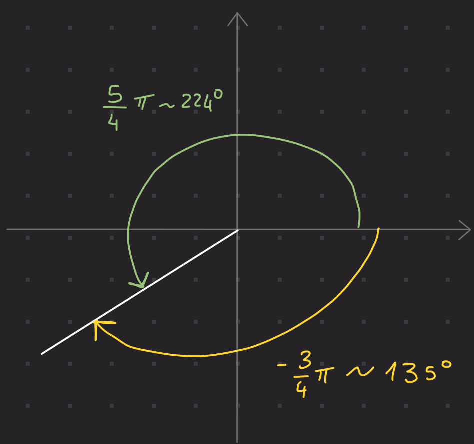
* NOTA SU MODULO E FASE

ES $z = -10 - 10j$ $\qquad z_{gen} = x + iy$

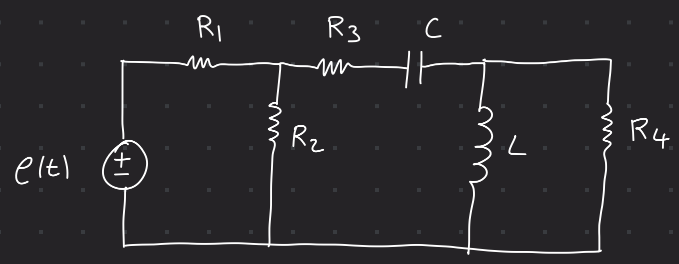
$|z| = \sqrt{(-10)^2 + (-10)^2} = 10\sqrt{2}$

$\angle z = \varphi = \arg(z) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{se } x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + \pi & \text{se } x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \angle z = \operatorname{atan}\left(\frac{10}{10}\right) + \pi = \frac{1}{4}\pi + \pi = \frac{5}{4}\pi \rightsquigarrow -\frac{3}{4}\pi$



3. Risoluzione con il metodo dei potenziali nodali



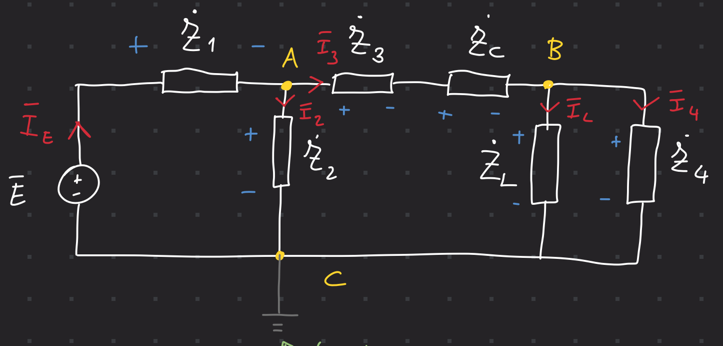
$A = 214 \Rightarrow \bar{E}\ 214V$

$e(t) = 214 \cos(314t)$

$\omega = 314\ rad/s$

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = R_1 \\ \dot{Z}_2 = R_2 \\ \dot{Z}_3 = R_3 \\ \dot{Z}_4 = R_4 \\ \dot{Z}_L = j\omega L = 12.56j\ \Omega \\ \dot{Z}_C = -\dfrac{j}{\omega C} = -6.78j\ \Omega \end{cases}$$

(1 a)



(1 b)

Il metodo:

1. Facciamo tutte le operazioni preliminari visto che siamo in regime sinusoidale, in modo da lavorare nel dominio della frequenza.

Iniziamo con il metodo dei potenziali di nodo:

1. Scelgo un nodo di riferimento e pongo il suo potenziale a zero (a terra)
2. LKC ai singoli nodi
3. Correnti di lato in funzione dei potenziali dei nodi
4. Sostituiamo (3) in (2)
5. Risolviamo il sistema
6. Troviamo le correnti

A questo punto risolviamo le domande del problema

1. Troviamo la corrente di E e la sua Potenza complessa (Potenza attiva + reattiva)
2. Per trovare la Potenza media di **tutti** i resistori possiamo
   a. Trovare la Potenza di ogni ramo (1/2 Rn*|In|^2), sommarle e dividerle per il numero di resistori
   b. Siccome sussiste la **conservazione della Potenza, allora la Potenza media sui resistori è la parte reale della Potenza complessa erogata dal generatore**

(2) LKC

$$\begin{cases} A: -\bar{I}_E + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = 0 \\ B: -\bar{I}_3 + \bar{I}_L + \bar{I}_4 = 0 \end{cases}$$

* C è zero → NO LKC

(3)

$$\bar{I}_E = \frac{\bar{E} - \bar{U}_A}{\dot{Z}_1} \qquad \bar{I}_3 = \frac{U_A - U_B}{\underbrace{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C}_{= Y_{3C}}}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{U}_A - \bar{U}_C}{\dot{Z}_2} \qquad \bar{I}_L = \frac{\bar{U}_B - \bar{U}_C}{\dot{Z}_L}$$

$$\bar{I}_4 = \frac{\bar{U}_B}{\dot{Z}_4}$$

$$\dot{Y}_{3C} = \dot{Y}_3 + \dot{Y}_C$$

$$\begin{cases} \dot{Y}_1 (\bar{U}_A) + \dot{Y}_2 (\bar{U}_A) + \dot{Y}_{3C} (U_A - U_B) = \dot{Y}_1 \bar{E} \\ \dot{Y}_{3C} (U_B - U_A) + \dot{Y}_L (\bar{U}_B) + \dot{Y}_4 (\bar{U}_B) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_A (\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_{3C}) + U_B (-\dot{Y}_{3C}) = \dot{Y} \bar{E} \\ U_A (-\dot{Y}_{3C}) + U_B (\dot{Y}_{3C} + \dot{Y}_L + \dot{Y}_4) = \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} (\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{Y}_{3C}) & (-\dot{Y}_{3C}) \\ (-Y_{3C}) & (\dot{Y}_{3C} + \dot{Y}_L + \dot{Y}_4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{Y}_1 \bar{E} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ 0 \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad U_A = \frac{E \cdot D - 0}{AD - BC} = -71.33$$

(4)

$$\begin{cases} \dfrac{\bar{U}_A - \bar{E}}{\dot{Z}_1} + \dfrac{U_A}{\dot{Z}_2} + \dfrac{U_A - U_B}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C} = \emptyset \\ \dfrac{U_B - U_A}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C} + \dfrac{\bar{U}_B}{\dot{Z}_L} + \dfrac{\bar{U}_B}{\dot{Z}_4} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{U_A}{\dot{Z}_1} + \dfrac{U_A}{\dot{Z}_2} + \dfrac{U_A}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C} - \dfrac{U_B}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C} = \dfrac{\bar{E}}{\dot{Z}_1} \\ \dfrac{U_B}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C} - \dfrac{U_A}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C} + \dfrac{U_B}{\dot{Z}_L} + \dfrac{U_B}{\dot{Z}_4} = \emptyset \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} U_A \underbrace{\left(1 + \dfrac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} + \dfrac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C}\right)}_{A} + U_B \underbrace{\left(-\dfrac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C}\right)}_{B} = \underbrace{\bar{E}}_{E} \\ U_B \underbrace{\left(\dfrac{1}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C} + \dfrac{1}{\dot{Z}_L} + \dfrac{1}{\dot{Z}_4}\right)}_{D} + U_A \underbrace{\left(-\dfrac{1}{\dot{Z}_3 + \dot{Z}_C}\right)}_{C} = \underbrace{\emptyset}_{F} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ F \end{pmatrix} \quad \rightarrow \quad U_A = \frac{E D - B \cdot 0}{AD - BC} = \cancel{35.44 + 4.53j}$$

NON SI TROVA..

$U_A = 62.4 - 2.44j$ V

$U_B = 28.68 + 30.13$ V

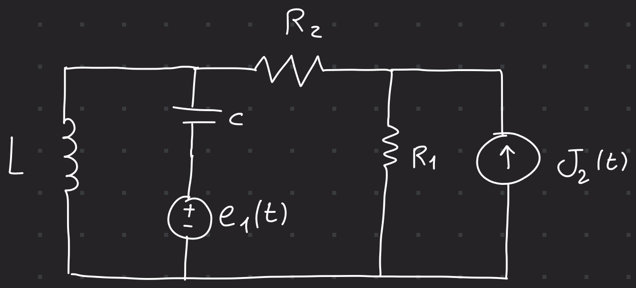
Ans 1,2

Per calcolare $\hat{P}_E = \frac{1}{2} \bar{E} \cdot \bar{I}_E^* = 2568\,W + 642j$

Potenza Reattiva

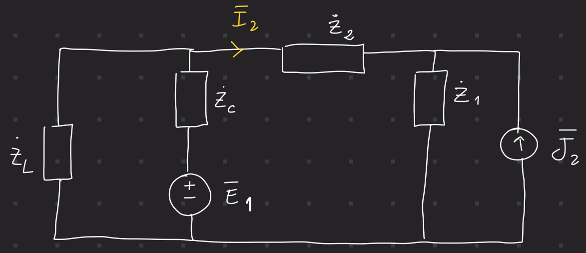
Siccome vige la conservazione ella Potenza, la Potenza media assorbita dai resistori è proprio la potenza erogata dal generatore

3. Metodo della sovrapposizione degli effetti in regime sinusoidale



$$e_1(t) = 200 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 200 \cos(\omega t) \rightleftharpoons \bar{E}_1 = 200 \text{ V}$$

$$J_2(t) = 0.6 \cos(\omega t) \rightleftharpoons \bar{J}_2 = 0.6 \text{ A}$$

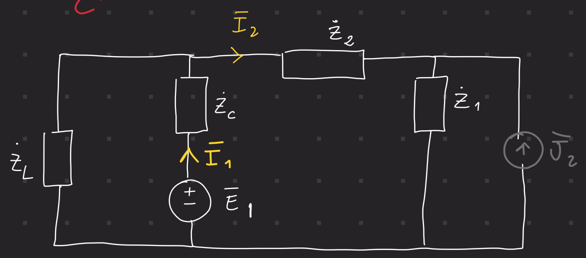


Q: $P^a_{R_2} = ?$

$$\dot{Z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{250}{3} j$$

$$\dot{Z}_L = j\omega L = 90j$$

C'

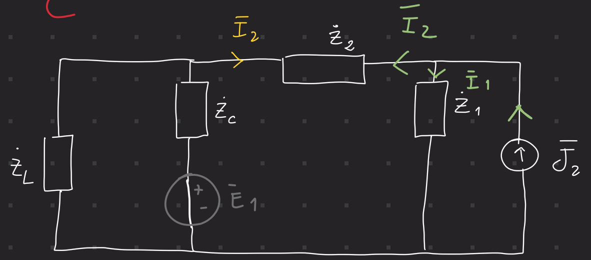


$$R_{eq} = \left[\underbrace{\left(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_1\right) \parallel \dot{Z}_L}_{24.97 + 82.57j} \right] + \dot{Z}_C = 24.77 - 0.76j$$

$$\Rightarrow \bar{I}'_1 = \frac{\bar{E}_1}{R_{eq}} = 8.07 + 0.24j$$

$$\Rightarrow \bar{I}'_2 = \bar{I}' \cdot \frac{\dot{Z}_L}{\dot{Z}_L + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_1} = 0.56 + 2.24j$$

C''



$$I''_2 = -I_2 = -\bar{J}_2 \cdot \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_1 + \underbrace{\left[\left(\dot{Z}_L \parallel \dot{Z}_C\right) + \dot{Z}_2\right]}_{170 - 1125j}} = -0.017 - 0.065j \text{ A}$$

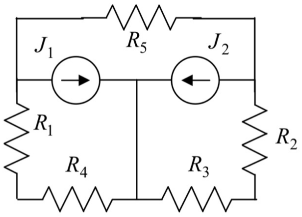
$$\Rightarrow \bar{I}_2 = \bar{I}'_2 + \bar{I}''_2 = 0.54 + 2.18j$$

$$\Rightarrow P^e_{R_2} = \frac{1}{2} \cdot R_2 \cdot |\bar{I}_2|^2 = 458.19 \text{ W}$$

$$I_2 \cdot I_2^*$$

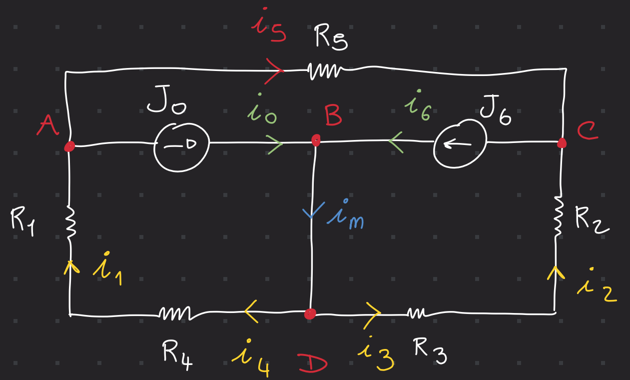
Email professore iannone: iannone@unisannio.it

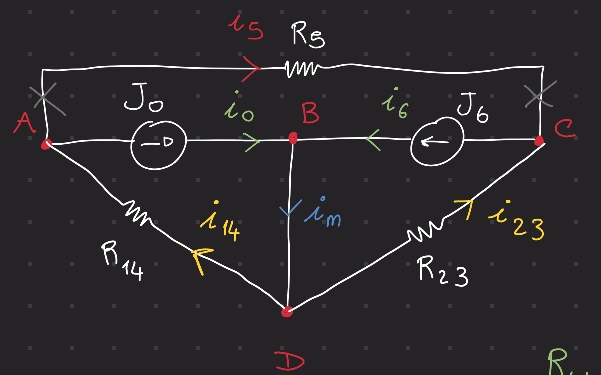
ES. 3.7 - **Utilizzando il teorema di Thévenin calcolare la potenza assorbita da R_5.**



$J_1 = 2$ mA
$J_2 = 1$ mA
$R_1 = R_2 = 2$ kΩ
$R_3 = R_5 = 10$ kΩ
$R_4 = 3$ kΩ

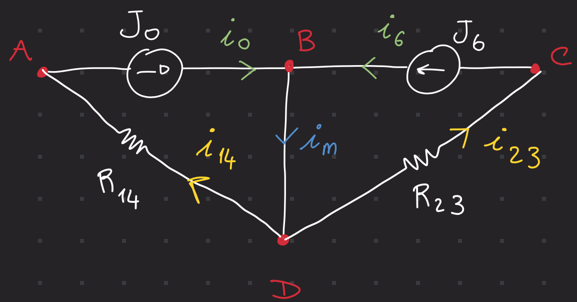
Risultato: $P_{R_5} = 54.87\,\mu W$.

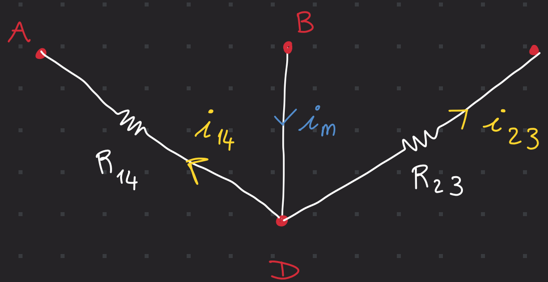




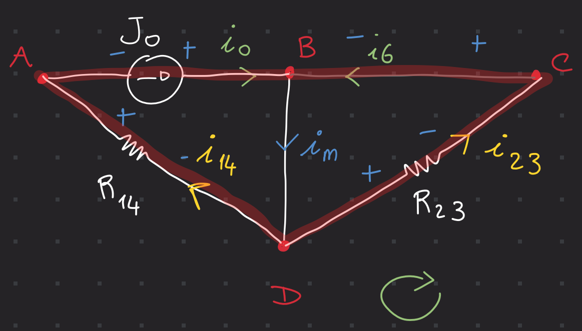
R_{th}

(1) $R_{th\,AC} = R_{14} + R_{23} = 17\ k\Omega$





(2) V_{AC}



LKT: $-V_0 - V_{BC} - V_{23} - V_{14} = \emptyset$

$$\Rightarrow V_{BC} = -\frac{i_0}{R_{eq}} - \frac{i_0}{R_{23}} - \frac{i_0}{R_{14}}$$

$$\rightarrow V_{BC} = -0.684\ A$$

$$\Rightarrow V_{BC} + V_0 = V_{AC} \rightarrow \quad V_{AC} =$$