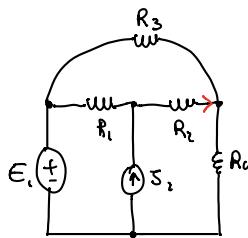


ESERCIZIARIO DI ELETTRONICA

ESEREZIO 1:

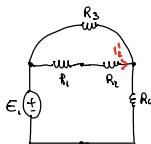


Dati $E_1 = 12V$; $S_2 = 0,8A$
 $R_1 = 10\Omega$; $R_2 = 18\Omega$; $R_3 = \dots$; $R_4 = 24\Omega$

$$P_{R_2} = ?$$

1) RISOLVIMENTO CON LA SOMMA DI POSIZIONE + ISPEZIONE

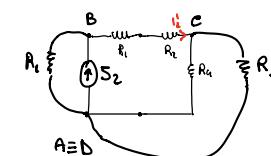
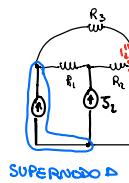
Spendo il S_2



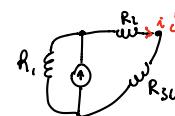
SOSTITUISCO AL POSTO DI $R_1, R_2, R_3 \rightarrow R_x$

$$R_x = R_3 // R_1 + R_2$$

$$i_1^1 = \frac{E_1}{R_x + R_4} \Rightarrow i_1^1 = i_E \frac{R_3}{R_1 + R_2}$$



SUPERANDO D

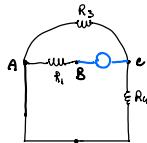
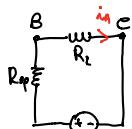


$$R_{34} = R_3 // R_4$$

$$i_2'' = S_2 \frac{R_1}{R_1 + (R_2 + R_{34})}$$

$$i_2 = i_2^1 + i_2'' = \frac{E_1}{R_x + R_4} \frac{R_3}{R_3 + (R_1 + R_2)} + S_2 \frac{R_1}{R_1 + (R_2 + R_{34})}$$

2) RISOLVIMENTO CON THÉVENIN:



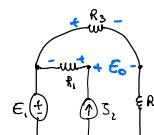
Mi serve per determinare R_{Th} :

immagino che al posto di R_2 ci sia un generatore

$$R_{Th} = R_1 + (R_3 // R_4) \rightarrow \text{IMPORTANTE}$$

$$i_2 = \frac{E_0}{R_2 + R_{Th}}$$

Determino la tensione a ruota E_0 :

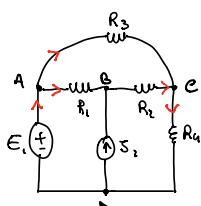


$$-E_0 + V_A + V_3 = 0 \Rightarrow E_0 = V_A + V_3$$

posso scrivere le due tensioni

$$V_A = R_1 S_2 \quad V_3 = E_1 \frac{R_3}{R_3 + R_4}$$

3) METODO DEI POTENZIALI DI NODO MODIFICATO:



$$\begin{aligned} U_D &= 0 \\ V_1 &= U_A - U_B \\ V_2 &= U_B - U_C \\ V_3 &= U_A - U_C \\ V_4 &= U_C \\ V_S &= U_B \end{aligned}$$

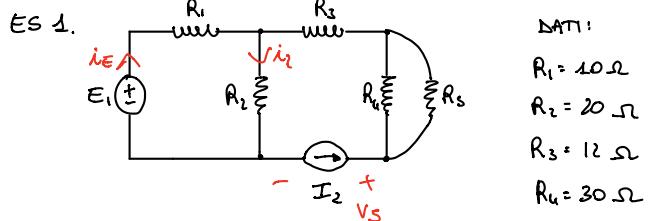
$E_1 = U_A \rightarrow$ è moto, ma non è un vantaggio perché mi devo portare dietro un'integrazione in più

$$\begin{cases} G_1(U_A - U_B) + G_3(U_A - U_C) - i_E = 0 \\ -i_1 + i_2 = S_2 \\ -i_2 - i_3 + i_4 = 0 \\ i_K = G_K V_K \end{cases}$$

↓ quindi le equazioni da risolvere sono $[(m-1)+p]$ dove p è il numero di generatori isolati di tensione.

$$\begin{pmatrix} G_1 G_3 - G_1 - G_3 & -1 \\ -G_1 & G_1 G_4 - G_2 & 0 \\ -G_3 & -G_2 & G_3 G_4 + G_4 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \\ i_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ S_2 \\ 0 \\ E_1 \end{pmatrix}$$

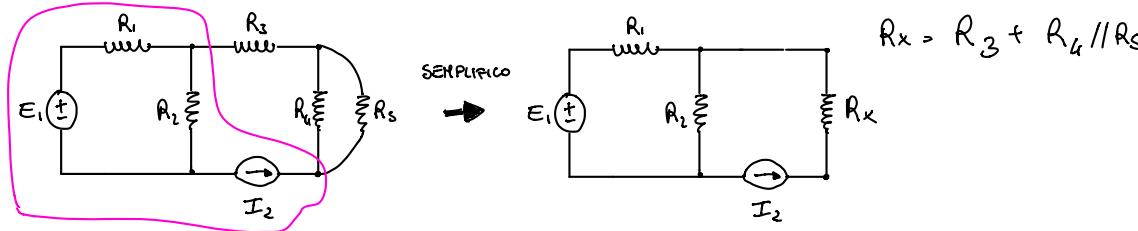
Esercitazione sui circuiti in regime stazionario



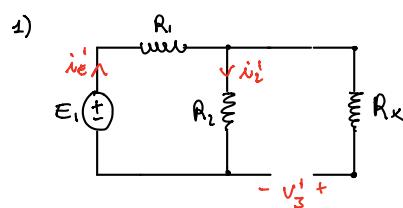
DATI:
 $R_1 = 10 \Omega$
 $R_2 = 20 \Omega$
 $R_3 = 12 \Omega$
 $R_4 = 30 \Omega$
 $R_s = 30 \Omega$
 $E_1 = 20 V$
 $i_2 = 1,2 A$

Q₁: P_E, P_S, P_2 ?
 Q₂: Determinare J_2 : $P_E^a \leq 0$

A ME INTERESSA:



- RISOLVO CON LA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI + ISPEZIONE:

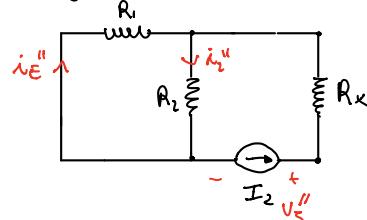


Spengo I_2 avrò un circuito aperto, R_x sarà in serie ad un circuito aperto quindi non verrà attraversato da corrente

$$i_E' = \frac{E_1}{R_1 + R_2} \quad \text{potrei calcolare } V_2 \text{ con il partitore, ma so che } i_E' = i_2'$$

$$R_x \text{ ha la tensione uguale a quelle ci copia di } R_2 \Rightarrow V_3' = + R_2 i_2'$$

2) Spegno E_1 , ovvero così un cortocircuito



$$\text{Guardando } R \text{ modo in basso, posso applicare il partitore: } i_2'' = J_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\text{Per calcolare } i_E'' \text{ applico la LKT al modo: } i_E'' + S_2 - I_2'' = 0 \rightarrow i_E'' = i_2'' - S_2 \Rightarrow i_E'' = - J_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\text{Per calcolare } V_3'' \text{ applico la LKT: } -V_3'' + V_x + V_2 = 0 \rightarrow V_3'' = V_x + V_2 \quad \text{me so che } V_x = R_x J_2$$

Adesso sommo i contributi:

$$i_E = i_E' + i_E'' = E_1 \frac{1}{R_1 + R_2} - S_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

| SOVRAPPOSIZIONE DEGLI
EFFETTI

$$i_2 = i_2' + i_2'' = E_1 \frac{1}{R_1 + R_2} + S_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_3 = V_3' + V_3'' = E_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_x \right) S_2$$

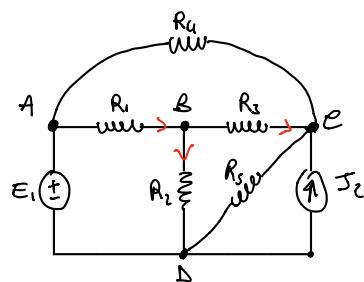
$$Q_1: P_2 = R_2 i_2^2 = 22,45 W; P_E = i_E E_1 = -2,67 W; P_S = S_2 V_3 = 52,50 W$$

$$\Rightarrow Q_2: J_2: P_E^a \leq 0 \Leftrightarrow i_E E_1 \leq 0$$

$$\begin{cases} E_1 > 0 \\ i_E E_1 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow i_E \leq 0 \Rightarrow \left(E_1 \frac{1}{R_1 + R_2} - S_2 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \leq 0 \Leftrightarrow E_1 - S_2 R_2 \leq 0$$

$$S_2 \geq \frac{E_1}{R_2} = 1 A$$

ES. 2



DATI:

$$R_1 = 100 \Omega$$

$$R_2 = 80 \Omega$$

$$R_3 = 60 \Omega$$

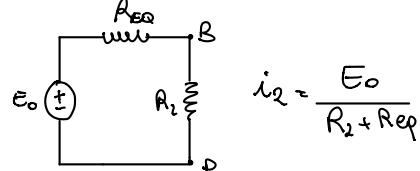
$$R_4 = 120 \Omega$$

$$R_S = 200 \Omega$$

$$E_1 = 20 V$$

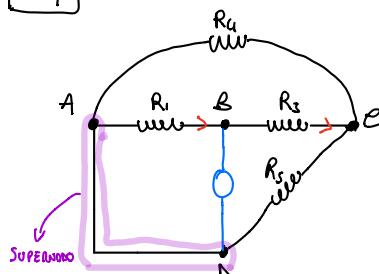
$$J_2 = 0,8 A$$

DETERMINARE $P_1, P_2, P_3 = ?$

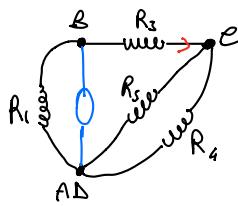


$$i_2 = \frac{E_o}{R_2 + R_{eq}}$$

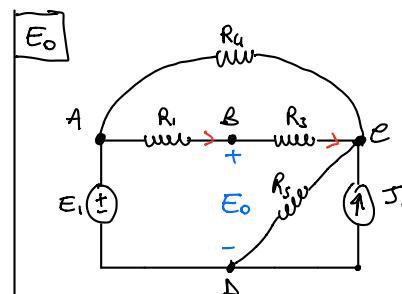
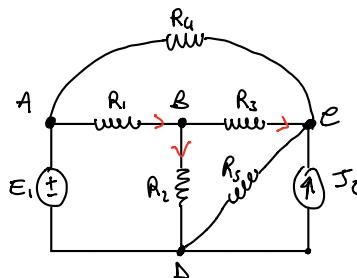
R_{eq}



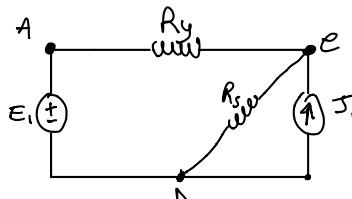
||



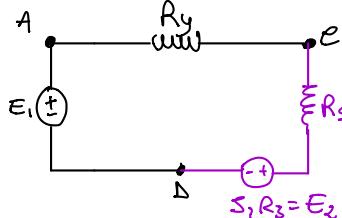
$$R_{eq} = (R_4 // R_3 + R_S) // R_1$$



$$-E_o - V_1 + E_1 = 0$$
$$E_o = E_1 - V_1$$



$$R_y = R_4 // (R_1 + R_3)$$



$$i_y = \frac{E_1 - J_2 R_S}{R_S + R_y}$$

$$V_{AC} = R_y i_y$$

LKT A₁:

$$-V_2 - V_1 + E_1 = 0$$

$$V_1 = E_1 - V_2 = E_1 - R_2 i_2$$

$$i_1 = V_1 / R_1$$

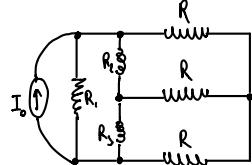
LKT D:

$$i_3 = i_1 - i_2$$

$$P_K = R_K i_K^2$$

$$K = 1, 2, 3$$

E.S. 3

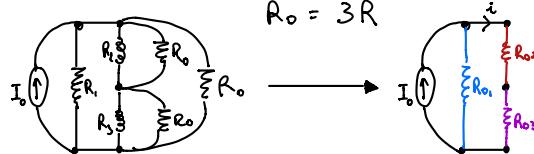


DATI: Determinare: P_2, P_3

$$\begin{aligned} I_o &= 1 \text{ A} \\ R_1 &= 100 \Omega \\ R_2 &= 60 \Omega \\ R_3 &= 40 \Omega \end{aligned}$$

- MANCA UNA PARTE NON REGISTRATA $R = 10 \Omega$

PASSO DA STECIA A TRIANGOLO: $R_{o1} = R_o / R_1$; $R_{o2} = R_o / R_2$; $R_{o3} = R_o / R_3$



A questo punto possiamo risolvere con i partitori:

$$i = I_o \frac{R_{o1}}{R_{o1} + (R_{o2} + R_{o3})}$$

$$P_2 = R_2 i_2^2$$

$$P_3 = R_3 i_3^2$$

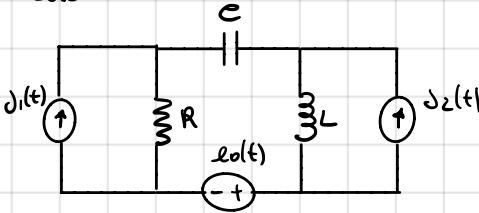
$$i_2 = i \frac{R_o}{R_o + R_2}$$

$$i_3 = i \frac{R_o}{R_o + R_3}$$

Esercitazione sui circuiti in regime sinusoidale (LEZIONE 15.11)

PROVA 06/12/2010

Esercizio 2



DATI $R = 300 \Omega$

$$C = 20 \mu F = 20 \cdot 10^{-6} F$$

$$L = 0,8 H$$

$$J_1(t) = 0,2 \cos(314t) A$$

$$J_2(t) = 0,3 \sin(314t) A$$

$$I_0(t) = 2 \cos(314t - \frac{\pi}{4}) V$$

a) Determinare $Q_C = ?$

b) Quale generatore eroga potere apparente maggiore?

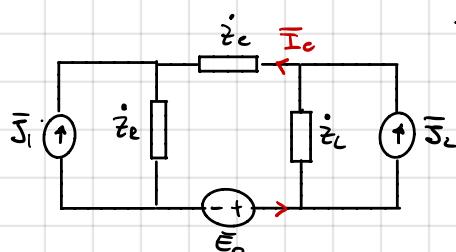
FASORI:

$$\dot{z}_R = 300 \Omega$$

$$\dot{z}_L = j\omega L = j251 \Omega$$

$$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{314 \cdot 20} = -j(155) \Omega$$

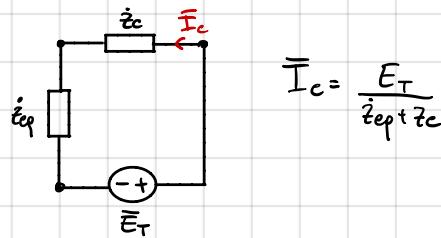
$$E_0 = \bar{E} e^{-j\varphi} = 2 \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}} V$$



→ ho trasformato il circuito in circuito con impedenze e fasori.

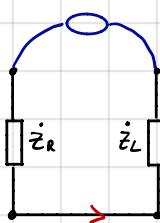
Prendo come riferimento di fase: $\bar{J}_1 = 0,2 A$ quindi \bar{J}_2 che è seno sarà $\bar{J}_2 = -j0,3 A$ rispetto al senso che aveva fase di $-\frac{\pi}{2}$.

Siccome dobbiamo trovare Q_C , ci conviene calcolare \bar{I}_C : (\rightarrow è la corrente che attraversa anche \bar{E}_0)
mentre \bar{I}_C posso risolvere tutto il circuito, quindi se dobbiamo bisogno di una sola grande corrente posso usare THEVENIN:

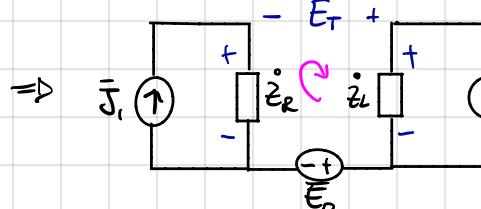


$$\bar{I}_C = \frac{\bar{E}_T}{\dot{z}_{ep} + \dot{z}_C}$$

per trovare \dot{z}_{ep} :
sprego i generatori
 $\Rightarrow \dot{z}_{ep} = \dot{z}_R + \dot{z}_L$



Determino la tensione a ruota:



scrivo l'equazione delle maglie

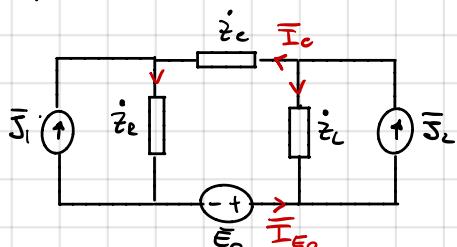
$$\rightarrow -\bar{E}_0 - \bar{V}_L + \bar{E}_T + \bar{V}_R = 0$$

$$\bar{E}_T = \bar{E}_0 + \bar{V}_L - \bar{V}_R$$

$$= \bar{E}_0 + \dot{z}_L \bar{J}_2 - \dot{z}_R \bar{J}_1$$

Amello dove c'è solo \bar{J}_2 (o \bar{J}_1)

A questo punto, muto I_C nel circuito di potenza, sostituisco, e ottengo:



$$\begin{aligned} \bar{I}_R &= \bar{J}_1 + \bar{I}_C \\ \bar{I}_L &= \bar{J}_2 - \bar{I}_C \\ \bar{I}_{eo} &= \bar{I}_C \end{aligned} \quad \left\{ \text{KCL} \right. \quad \bar{V}_R = \dot{z}_R \bar{I}_R$$

$$V_L = \dot{z}_L \bar{I}_L$$

Applico queste formule delle potenze maggiore so che $\operatorname{Re}\{\dot{s}_C\} = 0$ dato che è un condensatore.

$$\dot{s}_C = \frac{1}{2} \bar{V}_C \bar{I}_C^* = \frac{1}{2} \left(-\frac{j}{\omega C} \right) \bar{I}_C \cdot \bar{I}_C^* = -\frac{1}{2} \frac{j}{\omega C} |\bar{I}_C|^2$$

sfruttando la caratteristica

dovendo prendere la parte immaginaria di \dot{s}_C

ATTENZIONE AGLI ERRORI CONCETTUALI

Calcolo le potenze apparenti:
(CONVENZIONE VALORI PASSANTI)

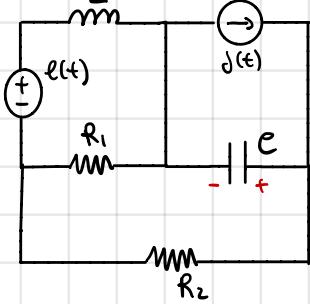
$$A_E = \frac{1}{2} |\bar{E}_0| |\bar{I}_{eo}|$$

$$A_1 = \frac{1}{2} |\bar{V}_L| |\bar{I}_1|$$

$$A_2 = \frac{1}{2} |\bar{V}_R| |\bar{I}_2|$$

Posso USARE ANCHE I POTENZIALI DI NODO

Esercizio 2



DATI

$R_1 = 10 \Omega$

$R_2 = 40 \Omega$

$C = 0,33 \text{ mF} = 0,33 \cdot 10^{-3} \text{ F}$

$L = 0,2 \text{ H}$

$J(t) = 0,3 \sin(100t) \text{ A}$

$e(t) = 20 \cos(100t) \text{ V}$

FASORI:

$\bar{E} = 20 \text{ V}$

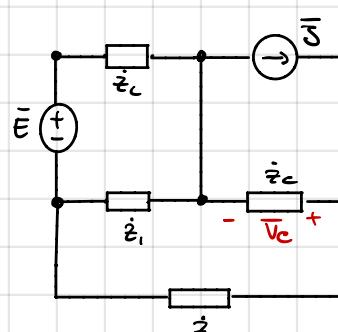
$\bar{J} = -0,3 \text{ A}$

$\dot{z}_L = j\omega L = j20 \Omega$

$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j30 \Omega$

$\dot{z}_1 = 10 \Omega$

$\dot{z}_2 = 40 \Omega$

a) Determinare $Q_e = ?$ b) Determinare $\hat{P}_J = ?$

potenze complesse

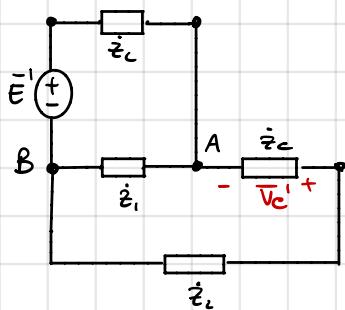
RISULTATI:

$\bar{V}_e = \bar{V}_e' + \bar{V}_e''$

$Q_e = -\frac{1}{2} \text{ WC} (\bar{V}_e)^2$

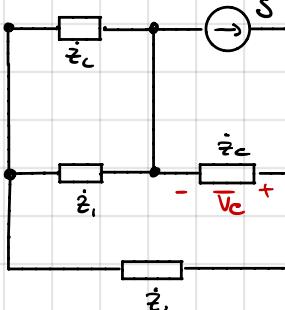
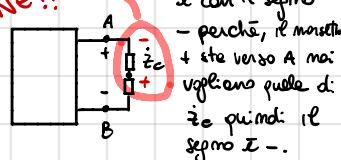
$\hat{P}_J = \frac{1}{2} \bar{V}_e \bar{J}^*$

Per calcolare le due quantità ci serve \bar{V}_e .
perché sono connesse in parallelo.

Per risolvere il circuito usiamo la SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI: (dobbiamo calcolare $\bar{V}_e = \bar{V}_e' + \bar{V}_e''$)Spergo il generatore \bar{J}

$\bar{V}_e' = -\bar{V}_{AB} \frac{\dot{z}_c}{\dot{z}_c + \dot{z}_2}$

ATTENZIONE!!

Spergo il generatore \bar{E}

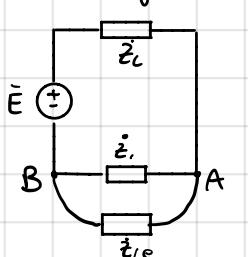
Posso riscrivere il circuito:

$\dot{z}_{1L} = \dot{z}_1 // \dot{z}_c$

$\dot{z}_{ep} = \dot{z}_c // (\dot{z}_{1L} + \dot{z}_2)$

$\bar{V}_e'' = \bar{J} \dot{z}_{ep}$

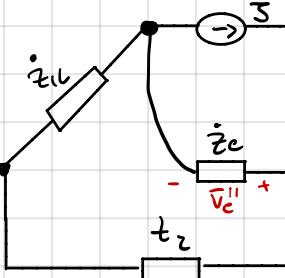
Posso ridisegnare il circuito



$\dot{z}_{2e} = \dot{z}_2 + \dot{z}_c$

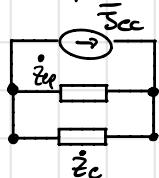
$\dot{z}_x = \dot{z}_1 // \dot{z}_{2e}$

$\bar{V}_{AB} = \bar{E} \frac{\dot{z}_x}{\dot{z}_x + \dot{z}_2}$

quindi è nota anche
 \bar{V}_{AB} del circuito di
partenza.

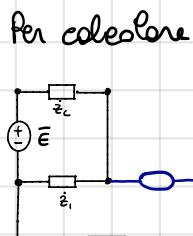
Posso risolvere il circuito anche con NORTON ai capi del condensatore:

devo riportarmi ad un circuito del tipo:

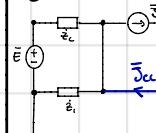


$\bar{I}_{ec} = \bar{J}_{cc} \cdot \frac{\dot{z}_{ep}}{\dot{z}_{ep} + \dot{z}_c}$

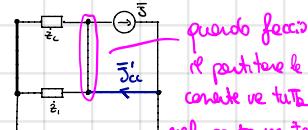
$\dot{z}_{ec} = \dot{z}_{cc} + \dot{z}_{cc}''$

Per calcolare \dot{z}_{ep} , quindi non c'è il bipolo e il generatore:

$\dot{z}_{ep} = (\dot{z}_1 // \dot{z}_2) + \dot{z}_2$

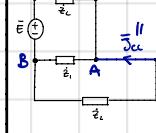
tolgo il bipolo e al suo posto metto un corto
circuito:ci sono 2 generatori applico
la SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI:

$\bar{J}_{cc}' = \bar{J}$

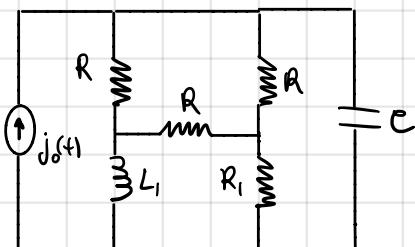


$\dot{z}_y = \dot{z}_2 // \dot{z}_1$

$\bar{V}_{AB} = \bar{E} \cdot \frac{\dot{z}_y}{\dot{z}_y + \dot{z}_2}$



Esercizio 2



DATI :

$R = 300 \Omega$

$R_1 = 200 \Omega$

$L_1 = 1 H$

$C = 62,5 \mu F = 62,5 \cdot 10^{-6} F$

$j_0(t) = 2 \cos(100t) A$

a) Determinare $Q_L = ?$ b) Determinare $\hat{P}_S = ?$

FASORI :

$\bar{z}_R = 300 \Omega$

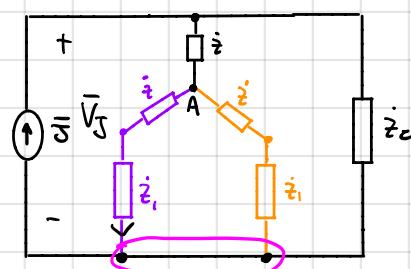
$\bar{z}_1 = 200 \Omega$

$\bar{z}_L = j\omega L = j100 \Omega$

$\bar{z}_e = -\frac{j}{\omega C} = -j\frac{10^6}{100 \cdot 62,5} = -j160 \Omega$

$\bar{z}_o = 2 A$

Uso la conversione stelle e triangolo per semplificare il circuito, converto il $\Delta \rightarrow \lambda$ fornito da 3 resistenze uguali:

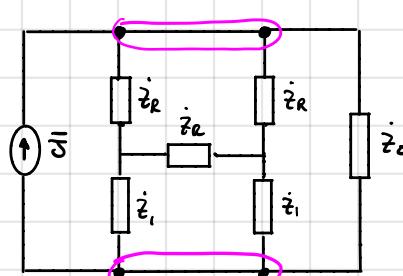


$$\bar{z} = \frac{\bar{z}_R \cdot \bar{z}_e}{\bar{z}_R + \bar{z}_e + \bar{z}_L} = \frac{\bar{z}_R}{3} = 100 \Omega$$

$$\bar{V}_S = \bar{z}_o \cdot \bar{z}_e // \underbrace{[\bar{z} + (\bar{z}_1 + \bar{z}_2) // (\bar{z} + \bar{z}_L)]}_{\bar{z}_o}$$

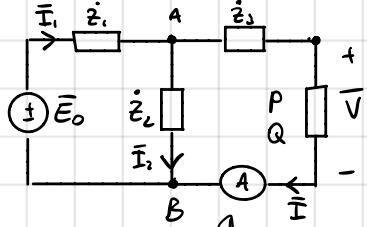
\Rightarrow trovato \bar{V}_S posso calcolare \bar{V}_{AB} : $\bar{V}_{AB} = \bar{V}_S \cdot \frac{\bar{z}_o}{\bar{z}_o + \bar{z}}$
con il portatore di tensione.

Trovato \bar{V}_{AB} posso calcolare la corrente che circola in L : $\bar{I}_L = \frac{\bar{V}_{AB}}{\bar{z} + \bar{z}_L}$



Per il calcolo mi serve det.
 \bar{I}_L e \bar{V}_S

Esercizio 3 (Facoltativo)



amperometro
fornisce i valori effettivi.

DATI

$\bar{I} = 10 \text{ A}$

$P = 1 \text{ kW} = 1 \cdot 10^3 \text{ W}$

$Q = 1 \text{ kVAr}$

$\dot{z}_1 = 20 \Omega$

$\dot{z}_2 = -j 20 \Omega$

$\dot{z}_3 = 10 \Omega$

Supponiamo \rightarrow omogeneo, come riferimento di fase uno tra i fasi \bar{V} oppure \bar{I}

a) Determinare il valore effettivo del generatore.

N.B. Il circuito è già nel dominio dei fasi quindi non serve.

Le formule delle potenze legano le correnti e le tensioni, posso calcolare la tensione, conoscendo la corrente e conoscendo le cadute di tensione, sommando le due tensioni trovo la tensione ai capi di \dot{z}_2 quindi conosco \bar{I}_2 , con LKC al nodo conoscendo \bar{I}_1 , trovo \bar{V} .

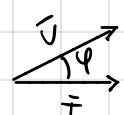
Assumo $\bar{I} = 10 \text{ A}$

$$A = |\bar{V}| / |\bar{I}| = \sqrt{P^2 + Q^2} \Rightarrow |\bar{V}| = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{|\bar{I}|}$$

potere apparente

$$(V_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}}) = A$$

so che il carico è ohmico induttivo, quindi \bar{V} sarà in anticipo di φ



dal triangolo delle potenze $\varphi = \arctg \left(\frac{Q}{P} \right)$

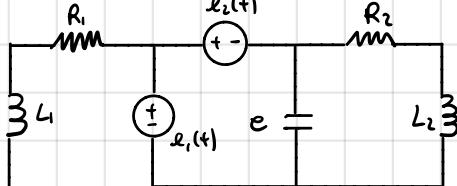
$$\text{quindi } \bar{V} = |\bar{V}| e^{+j\varphi} \quad \text{in anticipo rispetto } \bar{I}$$

$$\text{con le LKT alla meglio} \quad \bar{V}_{AB} = \dot{z}_3 \bar{I}_1 + \bar{V}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_{AB}}{\dot{z}_2} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}$$

$$\text{infine } |\bar{E}_0| = |\dot{z}_1 \bar{I}_1 + \bar{V}_{AB}|$$

Esercizio 2



DATI

$R_1 = 20 \Omega$

$R_2 = 30 \Omega$

$L_1 = 0.08 \text{ H}$

$L_2 = 0.12 \text{ H}$

$C = 250 \mu F = 250 \cdot 10^{-6} \text{ F}$

$E_1(t) = 10 \cos(200t) \text{ V}$

$E_2(t) = 10 \sin(200t) \text{ V}$
 $= 10 \cos(200t - \pi/2) \text{ V}$

a) Determinare $Q_{L1} = ?$ b) Determinare $P_{R2} = ?$

FASORI

$\bar{E}_1 = 10 \text{ V}$

$\bar{E}_2 = 10 e^{j\pi/2} \text{ V} = 10 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)$

$\dot{z}_{R1} = 20 \Omega$

$\dot{z}_{R2} = 30 \Omega$
 $= -10j$

$\dot{z}_{L1} = j\omega L = j(200 \cdot 0.08) = j16 \Omega$

$\dot{z}_e = -\frac{j}{\omega C} = -j \frac{10^6 \cdot 4^3}{200 \cdot 250} = -j20 \Omega$

$\dot{z}_{L2} = j\omega L = j(200 \cdot 0.12) = j24$

Uso il metodo della SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI:

Spengo \bar{E}_2

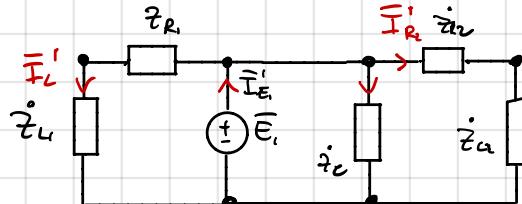
$\bar{I}'_{E1} = \frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_{ep}} = 0,51 + 0,08j$

Faccio il peritrope per trovare \bar{I}'_L e \bar{I}'_{R2}

$\bar{I}'_L = \bar{I}'_{E1} \cdot \frac{\dot{z}_A}{\dot{z}_A + \dot{z}_B}$
 $= 0,3 - 0,246j$

$\bar{I}'_{R2} = \bar{I}'_{E1} \cdot \frac{\dot{z}_B}{\dot{z}_A + \dot{z}_B} = 0,2 + 0,336j$

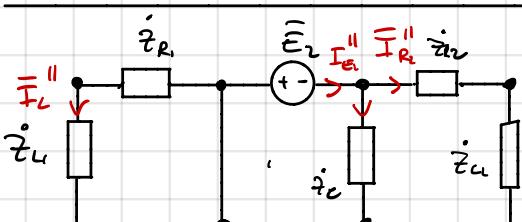
$\bar{I}'_{R2} = \bar{I}'_L \frac{\dot{z}_e}{\dot{z}_e + \dot{z}_{L2} + \dot{z}_{R2}} = 0,2 - 0,16j$



$\dot{z}_A = (\dot{z}_{R2} + \dot{z}_{L2}) // \dot{z}_e = 13,1 - 21,746j$

$\dot{z}_B = \dot{z}_{R1} + \dot{z}_{L1} = 20 + j16$

$\dot{z}_{ep} = \dot{z}_1 // \dot{z}_B = 18,035 - 3,503j$

Spengo \bar{E}_1 :

$\dot{z}_{ep} = (\dot{z}_{R2} + \dot{z}_{L2}) // \dot{z}_e = \dot{z}_A$

$\bar{I}_{E2}'' = \frac{\bar{E}_2}{\dot{z}_{ep}} = 0,34 - 0,20j$

$\bar{I}_{R2}'' = \bar{I}_{E2}'' \frac{\dot{z}_e}{\dot{z}_e + \dot{z}_{L2} + \dot{z}_{R2}} = -0,16j$

$\bar{I}_L'' = 0$

$I_L = I_L' = 0,3 - 0,246j$

$I_{R2} = I_{R2}' + I_{R2}''$

$= 0,2 - 0,16j - 0,34 - 0,20j$

$= -0,14 - 0,32j$

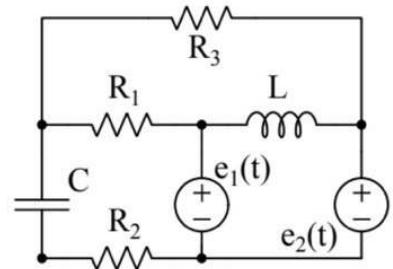
$Q_{L1} = \Im \left\{ \frac{1}{2} V_{L1} I_L^* \right\} = \Im \left\{ \frac{1}{2} \dot{z}_L I_L^* I_L \right\} = \Im \left\{ \frac{1}{2} \dot{z}_L |I_L|^2 \right\} = 3,14j$

$P_{R2} = \Re \left\{ \frac{1}{2} V_{R2} I_{R2}^* \right\} = \Re \left\{ \frac{1}{2} \dot{z}_{R2} I_{R2}^* I_{R2} \right\} = \Re \left\{ \frac{1}{2} \dot{z}_{R2} |I_{R2}|^2 \right\} = 5,63$

Esercizio 2 - obbligatorio per tutti

Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare la potenza reattiva assorbita dall'induttore e la potenza attiva assorbita dal resistore R_2 . Dati:

$$R_1 = 20\Omega, R_2 = 30\Omega, R_3 = 16\Omega, L = 0.08H, C = 250\mu F, e_1(t) = 10 \cos(200t - \pi/4)V, e_2(t) = 10 \cos(200t)V.$$

**FASORI**

$$Z_{R_1} = 20\Omega$$

$$Z_{R_2} = 30\Omega$$

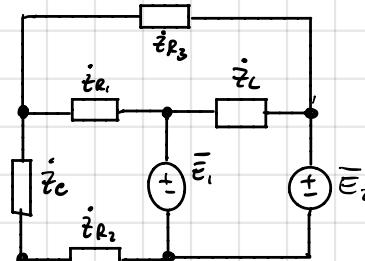
$$Z_{R_3} = 16\Omega$$

$$L = j\omega L = j4\Omega$$

$$C = -\frac{j}{\omega L} = -j\frac{10^6 \cdot 4^3}{250 \cdot 200} = -j20\Omega$$

$$\bar{E}_1 = 10 e^{-j\pi/4} V$$

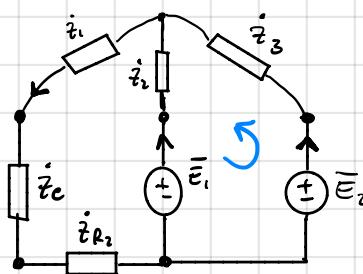
$$\bar{E}_2 = 10V$$



$$Q_L = ?$$

$$P_{R_2} = ?$$

Faccio la trasformazione $\Delta-\lambda$:

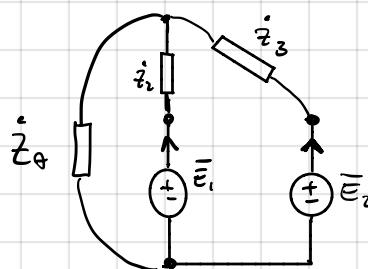


$$\dot{z}_A = \dot{z}_1 + \dot{z}_e + Z_{R_2}$$

$$\bar{I}_2 = I_2' + I_2''$$

$$P_{R_2} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \dot{z}_{R_2} |I_2'|^2 \right\}$$

$$\dot{z}_1 = \frac{\dot{z}_{R_3} \cdot \dot{z}_{R_1}}{\dot{z}_{R_1} + \dot{z}_{R_3} + \dot{z}_L} \quad \dot{z}_2 = \frac{\dot{z}_{R_1} \cdot \dot{z}_L}{\dot{z}_{R_1} + \dot{z}_{R_3} + \dot{z}_L} \quad \dot{z}_3 = \frac{\dot{z}_L \cdot \dot{z}_{R_2}}{\dot{z}_L + \dot{z}_{R_3} + \dot{z}_{R_1}}$$



Spergo \bar{E}_2

$$\dot{z}_B = \dot{z}_A / \dot{z}_3$$

$$\dot{z}_{eq} = \dot{z}_B + \dot{z}_2$$

$$\bar{I}_{E_2}' = \frac{\bar{E}_2}{\dot{z}_{eq}}$$

$$\bar{I}_2' = \bar{I}_{E_1}', \frac{\dot{z}_3}{\dot{z}_3 + \dot{z}_4}$$

$$\bar{I}_{E_2}'' = -\bar{I}_{E_1}', \frac{\dot{z}_A}{\dot{z}_3 + \dot{z}_A}$$

Spergo \bar{E}_1

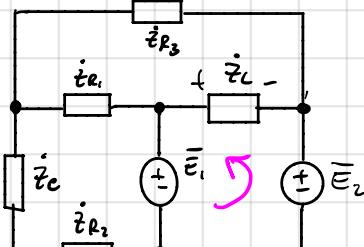
$$\dot{z}_D = \dot{z}_L / \dot{z}_A$$

$$\dot{z}_{eq} = \dot{z}_D + \dot{z}_2$$

$$\bar{I}_{E_1}'' = \frac{\bar{E}_1}{\dot{z}_{eq}}$$

$$\bar{I}_2'' = -\bar{I}_{E_2}'' \frac{\dot{z}_A}{\dot{z}_4 + \dot{z}_2}$$

$$\bar{I}_2'' = \bar{I}_{E_2}'' \frac{\dot{z}_2}{\dot{z}_4 + \dot{z}_2}$$



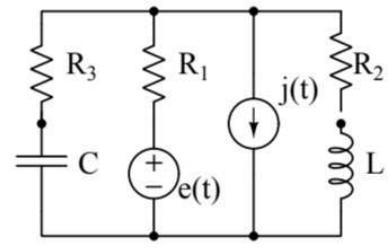
$$\bar{E}_2 + \bar{V}_L - \bar{E}_1 = 0$$

$$V_L = \bar{E}_1 - \bar{E}_2$$

$$Q_L = \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{2} \frac{|V_L|^2}{\dot{z}_L} \right\}$$

Esercizio 2 - obbligatorio per tutti

Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare la potenza complessa erogata dal generatore di corrente. Dati:
 $R_1 = 200\Omega$, $R_2 = 300\Omega$, $R_3 = 400\Omega$,
 $C = 16.66\mu F$, $L = 2H$,
 $j(t) = 2 \cos(300t)A$, $e(t) = 120 \cos(300t - \pi)V$.



FASORI

$$\dot{z}_R = 200\Omega$$

$$\dot{z}_{e_1} = 300\Omega$$

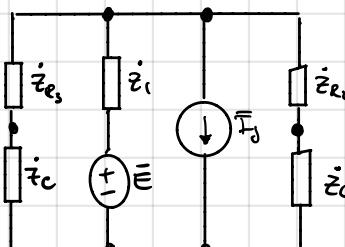
$$\dot{z}_{e_3} = 400\Omega$$

$$\bar{I}_S = 2 A$$

$$\bar{E} = 120 e^{-j\pi} = -120 V$$

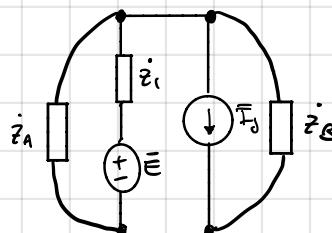
$$\dot{z}_L = j\omega L = j600\Omega$$

$$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j\frac{10^4}{16.66 \cdot 300} \approx -j200.1\Omega$$

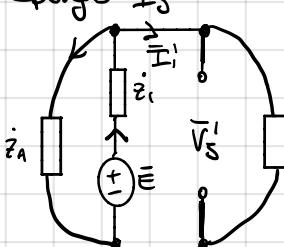
Devo calcolarmi $\bar{V}_S = ?$

$$\dot{z}_{e_3} + \dot{z}_C = \dot{z}_A$$

$$\dot{z}_{e_2} + \dot{z}_L = \dot{z}_B$$



SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI

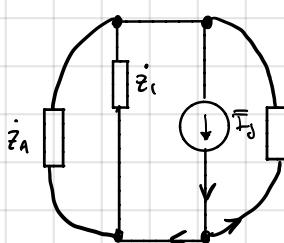
Spengo \bar{I}_j :

$$\dot{z}_C = \dot{z}_A \parallel \dot{z}_B$$

$$\bar{I}_i' = \bar{I}_E \cdot \frac{\dot{z}_A}{\dot{z}_A + \dot{z}_B}$$

$$I_E' = \frac{\bar{E}}{z_{eq}}$$

$$\bar{V}_S' = \bar{I}_i' \cdot \dot{z}_B$$

Spengo \bar{E} :

$$\dot{z}_D = \dot{z}_A \parallel \dot{z}_i$$

$$\bar{V}_S'' = V_S' + \bar{V}_S''$$

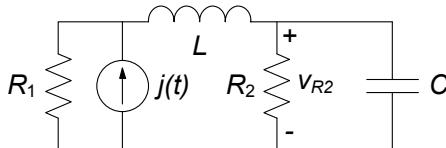
$$\dot{z}_{eq} = \dot{z}_D \parallel \dot{z}_B$$

$$\bar{V}_S'' = \bar{I}_S \cdot \dot{z}_{eq}$$

$$\hat{P} = \frac{1}{2} \bar{V}_S \bar{I}_S^* =$$

5.12 Esercizi

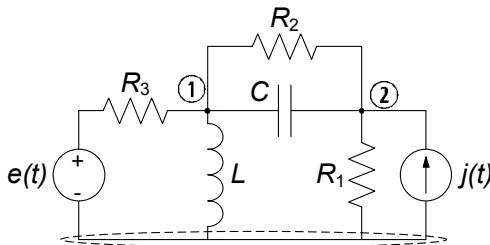
1. Per il circuito di figura, in regime sinusoidale, determinare la tensione del resistore R_2 .



$$\begin{aligned}j(t) &= 10 \cos 500t \text{ A}, \\R_1 &= 5 \Omega, R_2 = 10 \Omega, \\L &= 10 \text{ mH}, C = 200 \mu\text{F}.\end{aligned}$$

$$[\text{R: } v_{R2}(t) = 35.4 \cos(500t - 0.79) \text{ V}]$$

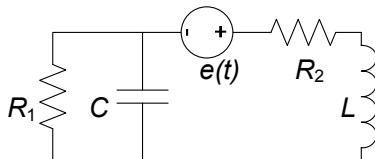
2. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare la potenza complessa assorbita dal condensatore C .



$$\begin{aligned}j(t) &= 5 \cos 100t \text{ A}, \\e(t) &= 10 \cos(100t + \pi/4) \text{ V}, \\R_1 &= 10 \Omega, R_2 = R_3 = 5 \Omega, \\C &= 1000 \mu\text{F}, L = 200 \text{ mH}.\end{aligned}$$

$$[\text{R: } \hat{P}_C = -j6.0 \text{ VA}]$$

3. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare la potenza complessa erogata dal generatore di tensione.

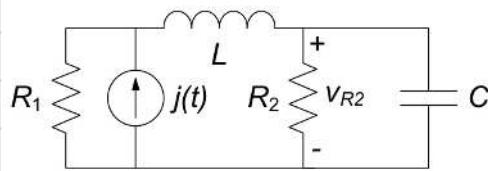


$$\begin{aligned}e(t) &= 100 \cos 50t \text{ V}, \\R_1 &= 10 \Omega, R_2 = 20 \Omega, \\C &= 1000 \mu\text{F}, L = 500 \text{ mH}.\end{aligned}$$

$$[\text{R: } \hat{P}_E = 114.3 + 85.7j \text{ VA}]$$

4. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Utilizzando il teorema di Thévenin ai terminali della capacità C , determinare l'intensità di corrente i_C .

Esercizio 1



$$j(t) = 10 \cos 500t \text{ A}, \\ R_1 = 5 \Omega, R_2 = 10 \Omega, \\ L = 10 \text{ mH}, C = 200 \mu\text{F} \\ \bar{V}_{R_2} ?$$

[R: $v_{R2}(t) = 35.4 \cos(500t - 0.79) \text{ V}$]

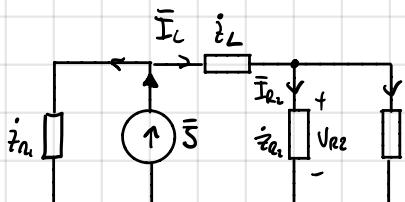
FASORI:

$$\bar{J} = 10 \text{ A}$$

$$\dot{z}_{R_2} = 5 \Omega \quad \dot{z}_{R_2} = 10 \Omega$$

$$\dot{z}_L = j\omega L = j5 \Omega$$

$$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j \frac{10^6}{200 \cdot 10^{-6}} = -j10 \Omega$$



$$\dot{z}_A = (\dot{z}_{R_2} // \dot{z}_C) + \dot{z}_L = \frac{\dot{z}_{R_2} \cdot \dot{z}_C}{\dot{z}_{R_2} + \dot{z}_C} = \frac{10 \cdot (-j10)}{10 - j40} = 5 - 5j \Omega$$

$$\bar{I}_L = \bar{J} \cdot \frac{\dot{z}_{R_2}}{\dot{z}_A + \dot{z}_{R_2}} = 10 \cdot \frac{5}{5 + 5} = 5 \text{ A}$$

$$\bar{I}_{R_2} = \bar{I}_L \cdot \frac{\dot{z}_C}{\dot{z}_C + \dot{z}_{R_2}} = 5 \cdot \frac{(-10j)}{10 - 10j} = -2,5 + 2,5j$$

$$\bar{V}_{R_2} = \bar{I}_{R_2} \cdot \dot{z}_{R_2} = -2,5 + 2,5j \cdot 10 =$$

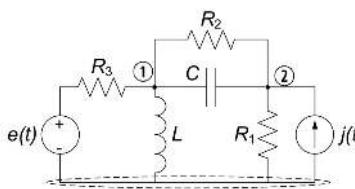
$$V_{R_2}(t) = |\bar{V}_{R_2}| \cdot e^{j\arctan(\frac{b}{a})} =$$

$$= 35, 35 \cdot e^{-j0,78}$$

$$= 35, 35 (500t - 0,78) \text{ V}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{\pi}{4}$$

Esercizio 2



$$j(t) = 5 \cos 100t \text{ A}, \\ e(t) = 10 \cos(100t + \pi/4) \text{ V}, \\ R_1 = 10 \Omega, R_2 = R_3 = 5 \Omega, \\ C = 1000 \mu\text{F}, L = 200 \text{ mH}.$$

[R: $\dot{P}_C = -j6.0 \text{ VA}$]

FASORI

$$\bar{J} = 5 \text{ A}$$

$$\bar{E} = 10 e^{j\pi/4} \text{ V} = 10 \cos(\pi/4) + j10 \sin(\pi/4) = 7,07 + j7,07 \text{ j}$$

$$\dot{z}_{R_2} = 10 \Omega \quad \dot{z}_{R_2} = \dot{z}_{R_3} = 5 \Omega$$

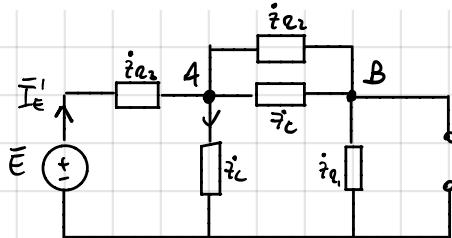
$$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j \frac{10^6}{100 \cdot 10^{-6}} = -j10 \Omega$$

$$\dot{z}_L = j\omega L = j100 \cdot 200 \cdot 10^{-3} = j20 \Omega$$

$$\text{Sorgere opposizione: } \dot{z}_A = \dot{z}_{R_2} // \dot{z}_C = 4 - 2j \Omega$$

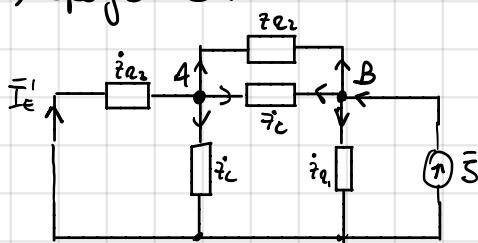
$$\text{1) Sorgo } \bar{J}: \quad \dot{z}_B = \dot{z}_A + \dot{z}_{R_2} = 14 - 2j \Omega$$

$$\dot{z}_D = \dot{z}_B // \dot{z}_L = 40,77 + j15,46 \Omega \quad \dot{z}_{ep} = \dot{z}_{R_3} + \dot{z}_D = 15,77 + j6,15 \Omega$$



$$\bar{I}_e' = \frac{\bar{E}}{\dot{z}_{ep}} = 0,501 + 0,23j \quad \bar{I}_i' = \bar{I}_e' \cdot \frac{\dot{z}_L}{\dot{z}_L + \dot{z}_B} = 0,166 + 0,455j \quad \bar{I}_c' = \bar{I}_i' \cdot \frac{\dot{z}_{R_2}}{\dot{z}_{R_2} + \dot{z}_C} = -0,133 + 0,2j$$

2) Sorgo \bar{E} :



$$\dot{z}_A' = \dot{z}_C // \dot{z}_L = 4 - 2j$$

$$\dot{z}_B' = \dot{z}_{R_3} // \dot{z}_L = \frac{5(j20)}{4 - 2j} = 4,7 + j11,6 \Omega$$

$$\dot{z}_D' = \dot{z}_A' + \dot{z}_B' = 8,7 - 0,823j$$

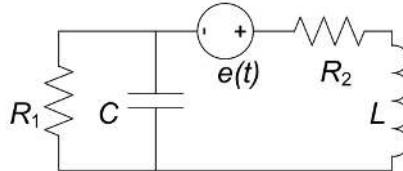
$$\bar{I}_i'' = -\bar{J} \cdot \frac{\dot{z}_{R_2}}{\dot{z}_D' + \dot{z}_{R_2}} = -2,6 + 0,12j$$

$$\bar{I}_c'' = -\bar{I}_i'' \cdot \frac{\dot{z}_C}{\dot{z}_C + \dot{z}_L} = -0,686 - j0,081j$$

$$I_e = I_e' + I_c'' = -0,618 - 0,882j$$

$$P_e = \frac{1}{2} |I_e|^2 \cdot \dot{z}_C = -j6 \text{ VA}$$

Esercizio 3



$$e(t) = 100 \cos 50t \text{ V}, \\ R_1 = 10 \Omega, R_2 = 20 \Omega, \\ C = 1000 \mu\text{F}, L = 500 \text{ mH.}$$

FASORI:

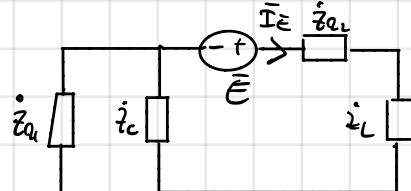
$$\bar{E} = 100 \text{ V}$$

$$\dot{z}_{R_1} = 10 \Omega \quad \dot{z}_{R_2} = 20 \Omega$$

$$\dot{z}_C = -\frac{1}{\omega C} = -j20 \Omega$$

$$\dot{z}_L = j\omega L = j25 \Omega$$

$$[\text{R: } \hat{P}_E = 114.3 + 85.7j \text{ VA}]$$



$$\dot{z}_{eq} = (\dot{z}_{R_1} // \dot{z}_C) + (\dot{z}_L + \dot{z}_{R_2})$$

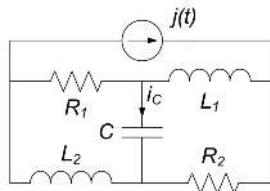
$$= \frac{\dot{z}_{R_1} \cdot \dot{z}_C}{\dot{z}_{R_1} + \dot{z}_C} + (\dot{z}_L + \dot{z}_{R_2}) = \frac{10(-j20)}{10-j20} + (20-j25) =$$

$$= 28-28j$$

$$- \dot{I}_E = \frac{\bar{E}}{\dot{z}_{eq}} =$$

$$\hat{P}_E = \frac{1}{2} \bar{E} \cdot \dot{I}_E^* =$$

Esercizio 4



$$j(t) = 0.2 \cos 500t \text{ A}, \\ R_1 = R_2 = 50 \Omega, \\ L_1 = L_2 = 100 \text{ mH}, \\ C = 20 \mu\text{F}.$$

$$[\text{R: } i_C(t) = 0.089 \cos(500t + 0.46)]$$

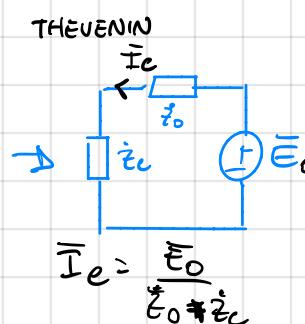
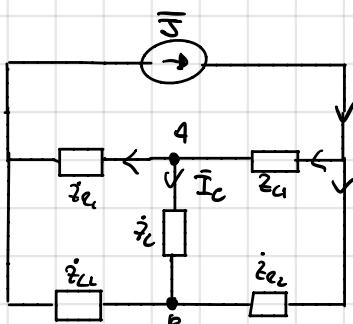
FASORI:

$$\bar{S} = 0,2$$

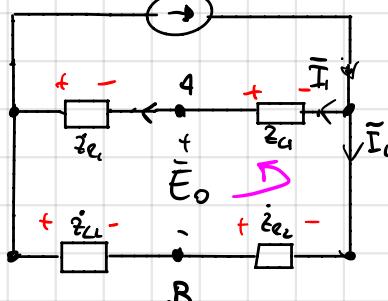
$$\dot{z}_{R_1} = \dot{z}_{R_2} = 50 \Omega$$

$$\dot{z}_{C_1} = \dot{z}_{C_2} = j\omega C = j \cdot 50 \Omega$$

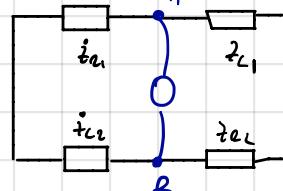
$$\dot{z}_L = -\frac{j}{\omega C} = -j \frac{10^6}{500 \cdot 20} = -j100 \Omega$$



$$\dot{I}_E = \frac{\bar{E}_0}{\dot{z}_0 + \dot{z}_C}$$



Sposto il generatore \bar{S} :



$$\dot{z}_{eq} = (\dot{z}_{L_1} + \dot{z}_{C_2}) // (\dot{z}_{L_2} + \dot{z}_{R_2}) =$$

$$= \frac{(50+j50)}{2} = 25+j25 \Omega$$

$$\dot{I}_1 = \bar{S} \frac{(\dot{z}_{C_2} + \dot{z}_{R_2})}{(\dot{z}_{L_1} + \dot{z}_{C_2} + \dot{z}_{L_2} + \dot{z}_{R_2})} = 0,2 \frac{(50+j50)}{2(50+j50)} = 0,1 \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = \bar{S} \frac{(\dot{z}_{C_1} + \dot{z}_{L_1})}{(\dot{z}_{C_1} + \dot{z}_{L_1} + \dot{z}_{L_2} + \dot{z}_{C_2})} = 0,2 \frac{(50-j50)}{2(50-j50)} = 0,1 \text{ A}$$

$$\bar{V}_{L_1} - \bar{E}_0 - \bar{V}_{R_2} = 0$$

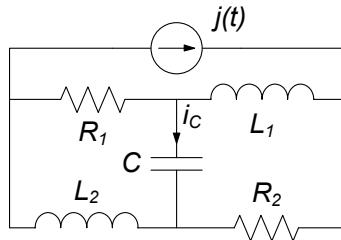
$$\bar{E}_0 = \bar{V}_{L_1} - \bar{V}_{R_2}$$

$$\bar{E}_0 = z_{L_1} \dot{I}_1 - z_{R_2} \dot{I}_2 = j50(0,1) - 50(0,1) = -5 + 5j$$

$$\dot{I}_E = \frac{\bar{E}_0}{\dot{z}_0 + \dot{z}_C} = \frac{(-5+5j)}{(25+j25)-j100} = -0,08-0,04j$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{0,04}{0,08}\right) = 0,46$$

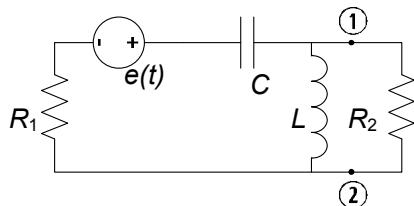
$$i(+)=|I_E|e^{j\alpha} = 0,089 \cos(500t + 0,46) \text{ A}$$



$$\begin{aligned}j(t) &= 0.2 \cos 500t \text{ A}, \\R_1 &= R_2 = 50 \Omega, \\L_1 &= L_2 = 100 \text{ mH}, \\C &= 20 \mu\text{F}.\end{aligned}$$

[R: $i_C(t) = 0.089 \cos(500t + 0.46)$]

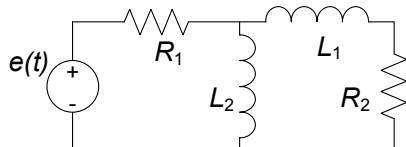
- 5) Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Utilizzando il teorema di Norton ai terminali ① ② determinare la potenza media dissipata da R_2 .



$$\begin{aligned}e(t) &= 50 \cos 314t \text{ V}, \\R_1 &= R_2 = 50 \Omega, \\L &= 10 \text{ mH}, \\C &= 10 \mu\text{F}.\end{aligned}$$

[R: $P_{R2} = 2.4 \text{ mW}$]

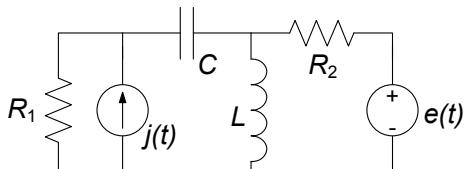
6. Il circuito in figura è in regime sinusoidale. Determinare l'energia dissipata in un periodo dai due resistori.



$$\begin{aligned}e(t) &= 100 \cos 200t \text{ V}, \\R_1 &= 100 \Omega, \\R_2 &= 200 \Omega, \\L_1 &= 10 \text{ mH}, \\L_2 &= 20 \text{ mH}.\end{aligned}$$

[R: $W_T = 1.57 \text{ J}$]

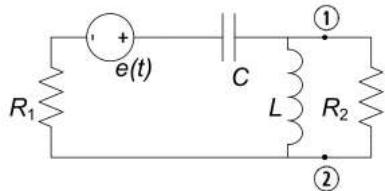
7. Il circuito in figura è in regime permanente. Determinare la potenza media assorbita dal resistore R_2 .



$$\begin{aligned}j(t) &= 5 \cos 100t \text{ A}, \\e(t) &= 10 \text{ V}, \\R_1 &= 10 \Omega, \\R_2 &= 5 \Omega, \\C &= 1000 \mu\text{F}, \\L &= 200 \text{ mH}.\end{aligned}$$

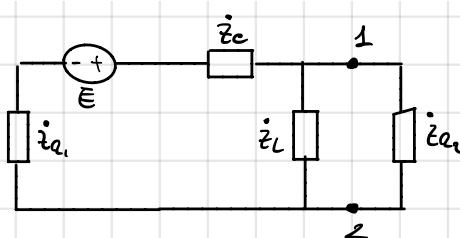
[R: $P_2 = 40 \text{ W}$]

ESERCIZIO 5



$$e(t) = 50 \cos 314t \text{ V}, \\ R_1 = R_2 = 50 \Omega, \\ L = 10 \text{ mH}, C = 10 \mu\text{F}.$$

[R: $P_{R2} = 2.4 \text{ mW}$]



NORTON

FASORI:

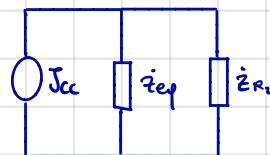
$$\bar{E} = 50 \text{ V}$$

$$\dot{z}_{R_1} = \dot{z}_e = 50 \Omega$$

$$\dot{z}_L = j\omega L = j \cdot 314 \cdot 10^{-2} = j314 \Omega$$

$$\dot{z}_C = -\frac{j}{\omega C} = -j \frac{10^5}{314 \cdot 10^3} = -j318,47 \Omega$$

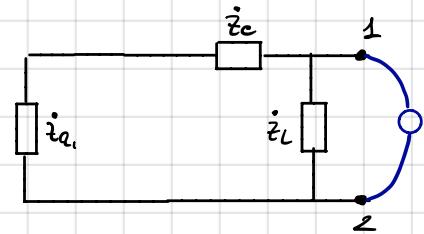
$$P_{R_2} = ?$$



$$\bar{I}_{R_2} = \bar{Z}_{CC} \cdot \frac{\bar{z}_{ep}}{\bar{z}_{ep} + \bar{z}_{R_2}}$$

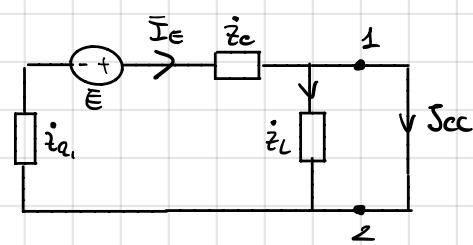
$$P_{R_2} = \frac{1}{2} \dot{z}_{R_2} |\bar{I}_{R_2}|^2 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

Per trovare \bar{z}_{ep} spego il generatore e tolgo il bipolo



$$\bar{z}_{ep} = (\dot{z}_e + \dot{z}_C) // \dot{z}_L = \frac{(50 - j318,47)(j314)}{50 - j318,47 + j314} = 4,836 \cdot 10^{-3} + 3,17 j$$

Dopo di che tolgo il bipolo e al suo posto metto un contacircuito

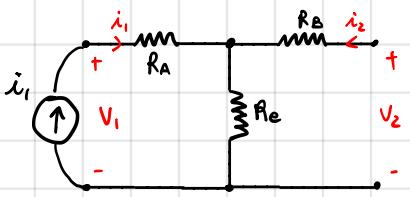
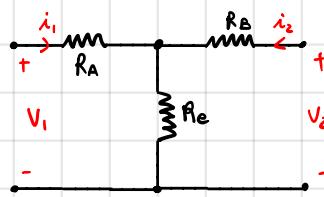


$$\bar{z}_{ep}' = \dot{z}_C + \dot{z}_{R_1} = 50 - j318,47 + j314 = \bar{Z}_{CC} = \bar{I}_E$$

$$\bar{I}_E = \frac{\bar{E}}{\bar{z}_{ep}'} = \frac{50}{50 - j318,47 + j314} = 0,024 + 0,153 j$$

Sintesi di doppi bipoli resistivi lineari: matrice delle resistenze e delle conduttanze

ES. 1. DOPPIO BIPOLI A "T"



R_A , R_B e R_E sono connessi a stelle, un tripolo può essere considerato come un doppio bipolo solo e considerare uno dei monsietti come un doppio monsietto collego il generatore finto i monsietti ed avere una porta

la matrice delle resistenze del doppio bipolo "T" è una delle più semplici

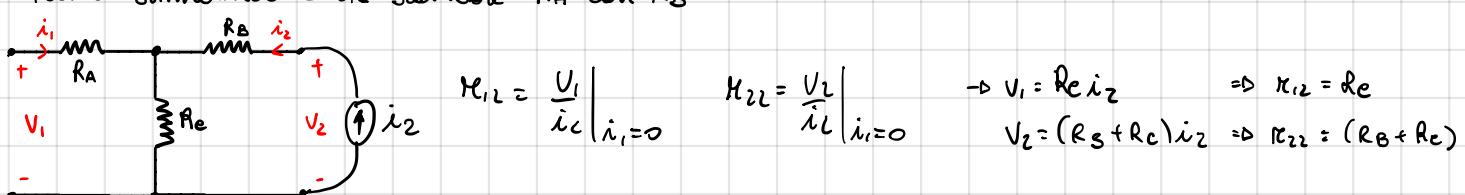
RICAVIAMO I 4 PARAMETRI:

comminciamo dai primi γ , M_{11} e M_{21} , applichiamo un generatore di corrente sulla prima porta, e sulla seconda avremo un circuito aperto. Abbiamo bisogno di V_1 e V_2 :

$$M_{11} = \frac{V_1}{i_1} \Big|_{i_2=0} \quad M_{21} = \frac{V_2}{i_1} \Big|_{i_2=0} \quad \Rightarrow V_1 = (R_A + R_E) i_1 \Rightarrow M_{11} = R_A + R_E$$

$$V_2 = R_E i_1 \quad \Rightarrow M_{21} = R_E$$

Per determinare gli altri due parametri dovrà dimenticare la seconda porta e lasciare la prima in circuito aperto, è tutto simmetrico basta scambiare R_A con R_B



$$M_{12} = \frac{V_1}{i_2} \Big|_{i_1=0} \quad M_{22} = \frac{V_2}{i_2} \Big|_{i_1=0} \quad \Rightarrow V_1 = R_E i_2 \Rightarrow M_{12} = R_E$$

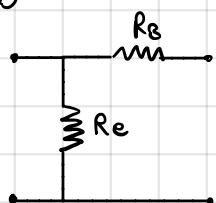
$$V_2 = (R_S + R_E) i_2 \Rightarrow M_{22} = (R_B + R_E)$$

M_{11} e M_{22} sono positivi, M_{12} è sempre più grande di M_{21} perché sto sommando una quantità maggiore di zero ("R_S"). Sono verificate tutte le proprietà dette in precedente. In questo caso le resistenze mutue sono positive.

Quindi $\underline{R} = \begin{pmatrix} R_A + R_E & R_E \\ R_E & R_B + R_E \end{pmatrix}$

Potrei semplificare il circuito ma semplificarlo concettualmente:

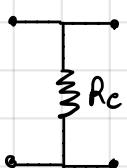
$$R_A = 0$$



$$\underline{R} = \begin{pmatrix} R_E & R_E \\ R_E & R_E + R_B \end{pmatrix}$$

le reciproicità non c'entra niente con le simmetrie $R_A \neq R_B$, se fosse uguali posso ribaltare il circuito di 180° .

$$R_A = R_B = 0$$



$$\underline{R} = \begin{pmatrix} R_E & R_E \\ R_E & R_E \end{pmatrix}$$

è ancora controllabile in corrente.

$$R_A = R_B = R_E = 0$$



$$\underline{R} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$V_1 = 0$ è ancora controllabile in corrente.
 $V_2 = 0$

è il caso limite del D.B a "T".

Duale di D.B. o T il DOPPIO BIPOLO A "T"



dove c'è il **SUPERNODO**, G_A , G_B e G_C formano un triangolo, il supernodo è come un morsetto che mi dà le due rette.

Determiniamo la matrice delle conduttoranze, connesso su base tensione, calcolando g_{11} e g_{21} :

$$g_{11} = \frac{i_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} \quad g_{21} = \frac{i_2}{V_1} \Big|_{V_2=0}$$

G_B è in parallelo al resto circuito, quindi l'equivalente è il c.c., G_C e G_A sono in parallelo la conduttanza equivalente, è la somma di G_A e G_C .

GENERATORE SULLA SECONDA PIANTA:

$$g_{22} = G_C + G_B \quad g_{12} = -G_C$$

$$i_1 = V_1 (G_A + G_C) \Rightarrow g_{11} = (G_A + G_C)$$

la corrente i_2 attraversa G_C la tensione ai capi di G_C è V_1 , quindi:

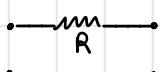
$$i_2 = -G_C V_1 \Rightarrow g_{21} = -G_C$$

↑ conv. gen.

e partire da conduttorante > 0 g_{21} viene negativa e mutua non è propria. Invece g_{11} positiva, perché sono di conduttorante positivo. Quindi:

$$\underline{G} = \begin{pmatrix} G_A + G_C & -G_C \\ -G_C & G_B + G_C \end{pmatrix}$$

Pongo $G_A = G_B = 0$ $G_C = \frac{1}{R}$

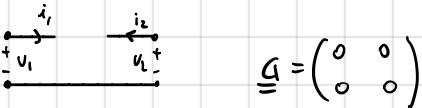


$$\underline{G} = \begin{pmatrix} 1/R & -1/R \\ -1/R & 1/R \end{pmatrix}$$

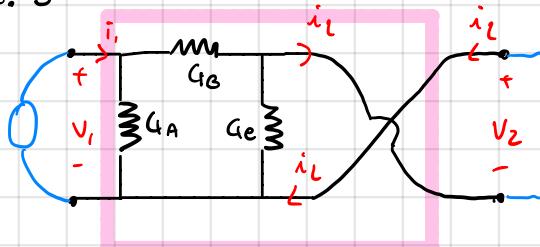
è un D.B. controllabile in tensione, NON è controllabile in corrente perché poi ci troveremo in serie, sarà nel posto.

di questo D.B. non esiste la matrice delle resistenze, esiste quella delle conduttoranze

Se $G_C = \frac{1}{R} = 0 \Rightarrow$ (controllabile in tensione ma NON in corrente.)



ES. 3



Dico calcolare la matrice delle conduttoranze, avendo scambiato i morsetti, i_2 cambia di segno il resto rimane uguale, ciò che cambia sono i parametri mutui:

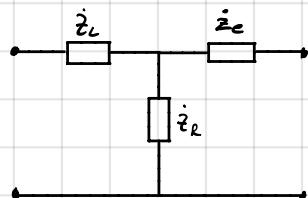
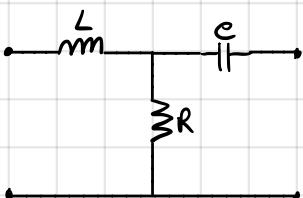
$$g_{11} = \frac{i_1}{V_1} \Big|_{V_2=0} \quad g_{21} = \frac{i_2}{V_1} \Big|_{V_2=0}$$

$$g_{12} = g_{21} = +G_C > 0$$

Stesso caso del D.B. o "T", calcolo le impedanze:

$$\underline{z}_R = R \quad \underline{z}_L = jWL = jX_L \quad \underline{z}_C = -jX_C$$

quindi la matrice sarà:



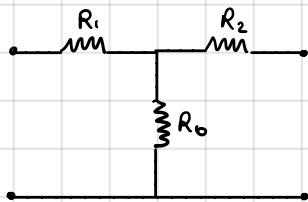
$$\underline{\underline{Z}} = \begin{pmatrix} R+jX_L & R \\ R & R-jX_C \end{pmatrix}$$

Mi doppio bipoli li posso emettere, cioè dato il circuito, posso ricavare le varie rappresentazioni, oppure li posso progettare, partendo dalla matrice. Ovviamente il problema ha infinite soluzioni, ma noi vogliamo la soluzione più semplice.

1 ASSEGNAZIONE

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} 20 & 8 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}$$

Prima cosa da verificare è se la matrice rispetta le proprietà dei D.B. resistivi, quindi: usino solo resistori. Avrò 3 parametri liberi, quindi devo trovare 3 resistori, il circuito a "T" è quello più semplice da realizzare.



Prendo i parametri della matrice omogenea:

$$\begin{cases} R_0 + R_1 = 20 \\ R_0 = 8 \Omega \\ R_0 + R_2 = 16 \end{cases} \quad \begin{array}{l} R_1 = 20 - 8 = 11 \Omega \\ R_2 = 16 - 8 = 8 \Omega \end{array}$$

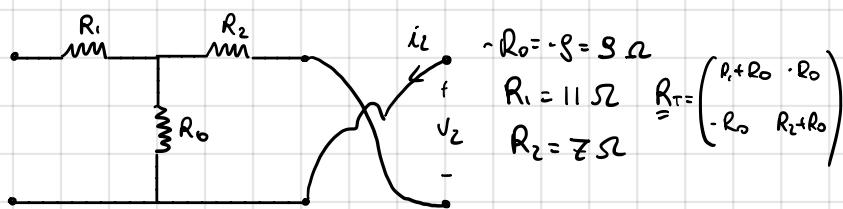
purché $\Rightarrow \underline{R} = \begin{pmatrix} R_0 + R_1 & R_0 \\ R_0 & R_0 + R_2 \end{pmatrix}$

Se R_1 , al posto di essere 8 fosse stato 21 facendo i calcoli sarebbe uscito $R_1 = -1$ ma non è un resistore fisico, sarebbe stato un bipolo attivo.

2 Assegnato

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} 20 & -8 \\ -8 & 16 \end{pmatrix}$$

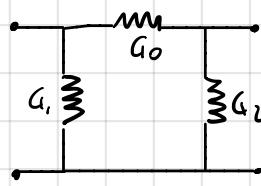
posso scambiare i monsetti:



3 ASSEGNAZIONA le matrice delle conduttoranze, rispettre tutte le proprietà di un D.B. resistivo su base tensione. Il circuito più semplice è il D.B. a "T".

$$\underline{G} = \begin{pmatrix} 0,3 & -0,2 \\ -0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 \Omega \\ \Rightarrow R_0 &= 5 \Omega \\ R_2 &= 5 \Omega \end{aligned}$$



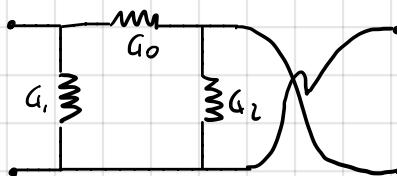
$$\underline{G}_{\pi} = \begin{pmatrix} G_1 + G_0 & -G_0 \\ -G_0 & G_2 + G_0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} G_1 + G_0 = 0,3 \\ -G_0 = -0,2 \\ G_2 + G_0 = 0,4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} G_1 = 0,3 - 0,2 = 0,1 \\ G_0 = 0,2 \\ G_2 = 0,4 - 0,2 = 0,2 \Omega \end{array}$$

4 ASSEGNAZIONA matrice conduttorane con $g_{11}, g_{12} > 0$:

$$\underline{G} = \begin{pmatrix} 0,3 & +0,2 \\ +0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$$

scambio i monsetti:

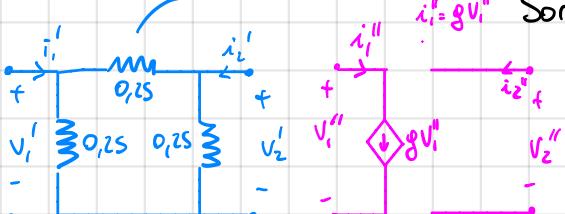


ottengo gli stessi risultati del caso 3.

5 $\underline{G} = \begin{pmatrix} 0,1 & -0,2 \\ -0,2 & 0,4 \end{pmatrix}$ Non rispetta le proprietà utilizzo la linea: posso scrivere la matrice come somma di due matrici:

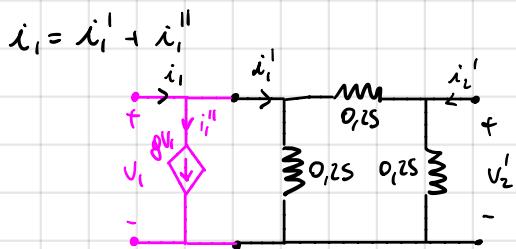
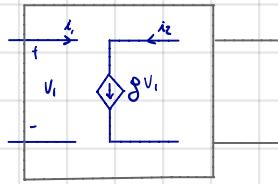
$$= \begin{pmatrix} 0,4 & -0,2 \\ -0,2 & 0,4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

le prime metà dentro tutto quello che va bene, l'elemento che non va bene lo metto che rispetti le proprietà.
 $\Rightarrow 0,4 + 8 = 0,1 \Rightarrow 8 = -0,35$



Sommare le matrici delle conduttoranze significa D.B. in parallelo siccome g è negativo non può essere un resistore. È un generatore di corrente controllato in tensione, la corrente e la tensione sono quelli della prima parte, la seconda parte è tutto 0.

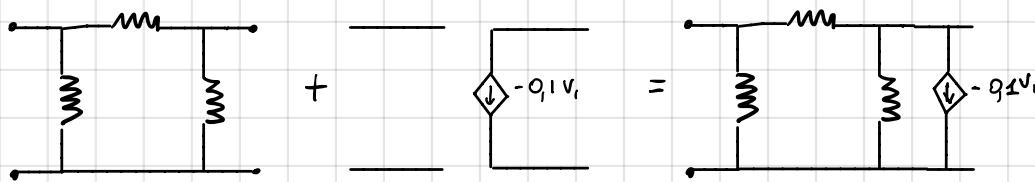
i circuito che mi serve li collego in questo modo:
faccio il PARALLELO, li sto sommando:



6

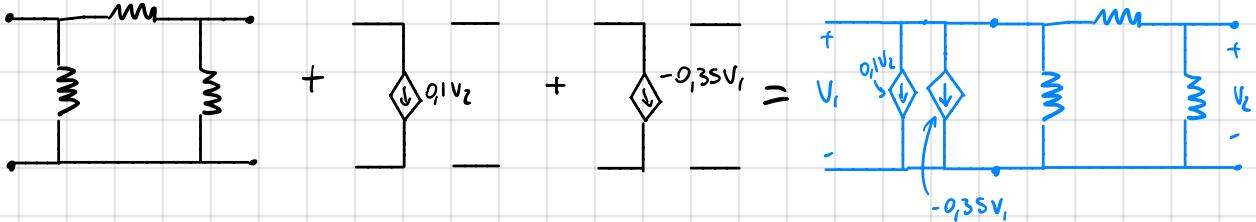
$$\underline{G} = \begin{pmatrix} 0,3 & -0,1 \\ -0,1 & 0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 & -0,1 \\ -0,1 & 0,4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0,1 & 0 \end{pmatrix}$$

Stessa cosa di prima sono fra due matrici equivalenti di parallelo tra il D.B. o "it" e un generatore di corrente controllato in tensione:



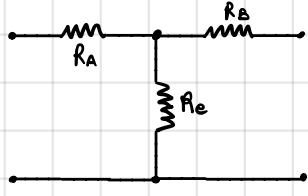
7

$$\underline{G} = \begin{pmatrix} 0,05 & -0,1 \\ -0,2 & 0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,4 & -0,2 \\ -0,2 & 0,4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & +0,1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0,35 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

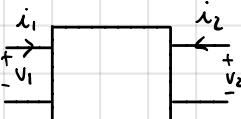


ESERCIZI (possono essere i tipici esercizi facoltativi)

1 Determinare la matrice $\underline{\underline{T}}$ del doppio bipolo a "T".



Ricordiamo che la matrice $\underline{\underline{T}}$ ha le seguenti proprietà:

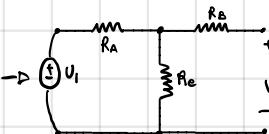


$$\begin{cases} v_1 = t_{11}v_2 + t_{12}(-i_2) \\ i_1 = t_{21}v_2 + t_{22}(-i_2) \end{cases}$$

DOPPIO BIPOLO RESISTIVO LINEARE

$$\Rightarrow |t_{11}| \geq 1, |t_{21}| \geq 1, |\det \underline{\underline{T}}| = 1$$

$$t_{11} = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{i_2=0}$$

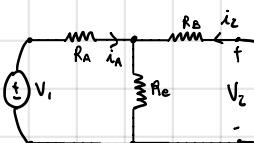


faccio il portatore di tensione

$$V_2 = V_1 \frac{R_E}{R_A + R_E} \rightarrow t_{11} = \frac{R_A R_E}{R_A + R_E} = \frac{R_A}{R_E} + 1$$

strutturalmente si vede che ≥ 1 , dato che è 1 + "un rapporto positivo".

$$t_{12} = \left. \frac{v_1}{v_2} \right|_{V_2=0}$$



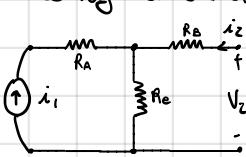
$$\rightarrow i_2 = -\frac{V_1}{R_A + R_E} \cdot \frac{R_E}{R_E}$$

portatore di corrente

$$\rightarrow t_{12} = \frac{(R_A + R_E)(R_A + R_E/R_E)}{R_E} = \frac{R_A R_E + R_A R_E + R_E R_E}{R_E}$$

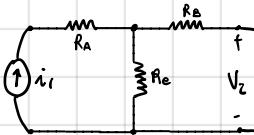
calcolo t_{21} che NON è uguale a t_{11}

$$t_{21} = \left. \frac{i_1}{V_2} \right|_{i_2=0}$$



$\rightarrow V_2$ è la tensione ai capi di $R_E \Rightarrow V_2 = i_1 R_E \rightarrow t_{21} = \frac{1}{R_E}$ è una conduttanza

$$t_{22} = \left. \frac{i_1}{-i_2} \right|_{V_2=0}$$



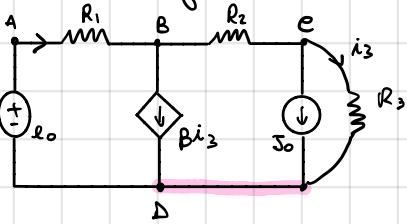
faccio il portatore di corrente: $i_2 = -i_1 \cdot \frac{R_E}{R_A + R_E} \rightarrow t_{22} = \frac{R_E}{R_A + R_E} + 1$ come prima sicuramente è ≥ 1 .

Verifichiamo la proprietà che il $|\det \underline{\underline{T}}| = 1$:

$$|\det \underline{\underline{T}}| = |t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21}| = \left| \frac{(R_A + 1)}{R_E} \left(\frac{R_E + 1}{R_E} \right) - \frac{1}{R_E} \cdot \frac{R_A R_E + R_A R_E + R_E R_E}{R_E} \right| = \frac{(R_A + R_E)(R_E + 1)}{R_E^2} - \frac{R_A R_E + R_A R_E + R_E R_E}{R_E^2} = \frac{R_E^2 - (R_A R_E + R_A R_E + R_E R_E)}{R_E^2} = \frac{R_E^2 - R_E^2}{R_E^2} = 1 \quad \text{VERIFICATO.}$$

ESERCIZIO

Circuito in regime stazionario con all'interno un generatore controllato.



DATI:

$$e_0 = 12 \text{ V} \quad i_0 = 0.8 \text{ A}$$

$$R_1 = 20 \Omega \quad R_2 = 16 \Omega \quad R_3 = 24 \Omega$$

$$B = 0.4 \text{ A/A}$$

Calcolare $P_2 = ?$

Prendo il modo D come riferimento, tre potenziali incogniti, tra cui uno vincolato dal generatore e_0 , le presse del gen. rende più completa l'applicazione se è da solo, ma qui c'è in serie ad un resistore, la sua incognita è uguale alla corrente del resistore che dipende dai potenziali di modo. Se fosse stato solo non c'è NORTON quindi introdurrebbe difficoltà perché non si può trasformare.

la presenza di un generatore controllato non pone difficoltà se ti utilizzano i potenziali di modo o le correnti di maglie, con i potenziali di modo i gen. di corrente verso le sorgenti naturali, anche quelli contro, rispettano le stesse regole.

$$U_D = 0$$

$$\begin{cases} -ie + i_1 = 0 \\ -i_1 + i_2 + Bi_3 = 0 \\ -i_2 + i_3 + j_0 = 0 \end{cases}$$

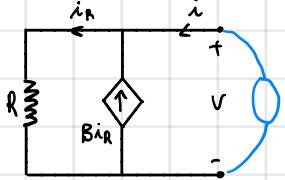
$$U_A = e_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{e_0 - U_B}{R_1} + \frac{U_B - U_C}{R_2} + B \frac{U_C}{R_3} = 0 \\ -\frac{U_B - U_C}{R_2} + \frac{U_C}{R_3} = -j_0 \end{cases}$$

MATRICE DELLE CONDUTTANZE DI LATO

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 + BG_3 \\ -G_1 & G_1 + G_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_0 G_1 \\ -j_0 \end{pmatrix}$$

ESEMPIO Determinare R_{eq} , del bipolo costituito da un resistore e un gen. di corrente controllata in corrente.



$R_{eq} = \frac{V}{i} = ?$ immagino un generatore collettato ai morsetti, il tipo del generatore dipende se il circuito è controllabile in corrente o in tensione, questo sarà sicuramente controllore in tensione passo immaginare che sia un generatore di tensione.

$$\text{Se LK al modo mi dà: } i = \frac{V}{R} - \beta \frac{V}{R} = \frac{V(1-\beta)}{R}$$

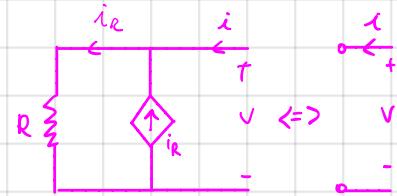
$$R_{eq} = \frac{V}{i} = \frac{R}{1-\beta}$$

$\rightarrow \beta < 1 \rightarrow R_{eq} > 0$

$\beta > 1 \rightarrow R_{eq} < 0$

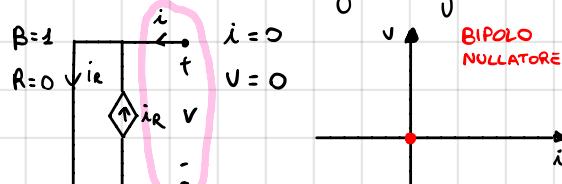
$\beta = 1 \rightarrow i = 0 \forall V \rightarrow \text{circuito aperto}$

avranno un bipolo la cui corrente del resistore è fornita dal generatore controllato.

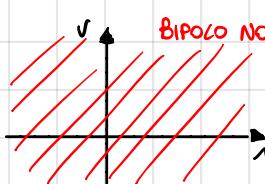


BIPOLI NULLATORI

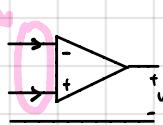
Che succede se $\beta = 1$ e $R = 0$, i sarà $i = 0$ la tensione V sarà $V = 0$ perché c'è un cortocircuito, avremo un bipolo la cui corrente e la cui tensione sono nulli, la caratteristica del bipolo con le conv. gen. o conv. uti. sarà l'origine degli assi. Il bipolo non è controllabile né in corrente né in tensione.



DUALE



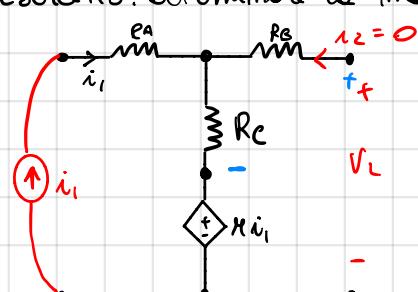
le caratteristiche è tutto il piano, rappresenta l'unità dell'amplificatore operazionale.



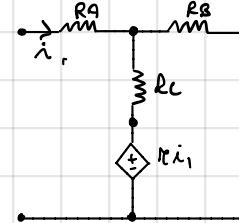
I due morsetti di ingresso di un amplificatore operazionale ideale è un NULLATORE. le correnti che entrano nei due morsetti sono 0, corrente nulla e tensione nulla, rappresenta un oggetto molto diffuso.

Per il monostato, l'uscita dell'amplificatore operazionale è una specie di generatore ideale di tensione, può erogare qualunque corrente e la tensione è controllata dall'ingresso, la tensione può essere qualunque la corrente è qualunque perché dipende dal carico, ora i limiti così, NORATORE e NULLATORE sono i comuni limiti di 0 e ∞ .

Esercizio: Determinare la matrice delle resistenze del doppio bipolo.



Se il doppio bipolo contiene un generatore controllato allora $R_{12} + R_{21}$ e verranno determinati entrambi.



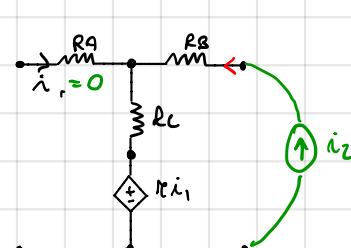
Alimentiamo la prima porta con i_1 ,

$$V_1 = (R_A + R_C) i_1 + M_1 i_1$$

$$V_2 = R_C i_1 + M_1 i_1$$

$$M_{11} = \frac{V_1}{i_1} \Big|_{i_2=0} = R_A + R_C + R$$

$$M_{21} = \frac{V_2}{i_1} \Big|_{i_2=0} = R_C + R$$



$$V_1 = (R_A + R_C) i_2 + M_1 i_1$$

$$M_{22} = R_B + R_C$$

$$V_1 = R_C i_2 \rightarrow \pi_{12} = \frac{V_1}{i_2} \Big|_{i_2=0} = R_C$$

$$\pi_{11} = R_A + R_C + R_B$$

Notiamo che se $x=0$, $M_{11}=M_{22}$ il circuito è resistivo.

$$\therefore \underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} R_A + R_C + R_B & R_C \\ R_C & R_B + R_C \end{pmatrix}$$

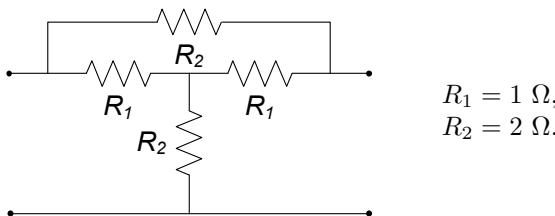
proprietà strutturali delle corrispondenti matrici. È stato anche affrontato il problema della sintesi dei doppi bipoli a-dinamici lineari.

Un intero paragrafo è stato dedicato al trasformatore ed alle sue proprietà, per la grande importanza che riveste sul piano applicativo. In particolare, dopo averne illustrato le relazioni caratteristiche, sono state ricavate le condizioni di fisica realizzabilità, basandosi su considerazioni di tipo energetico. Abbiamo poi visto come esso sia rappresentabile, nei diversi casi di accoppiamento, attraverso circuiti equivalenti basati sul trasformatore ideale.

Infine sono state estese ai doppi bipoli di impedenze le caratterizzazioni su base corrente, su base tensione e miste e sono state studiate le proprietà delle corrispondenti matrici (matrice delle impedenze, matrice delle ammettenze, matrice ibrida e matrice di trasmissione).

6.7 Esercizi

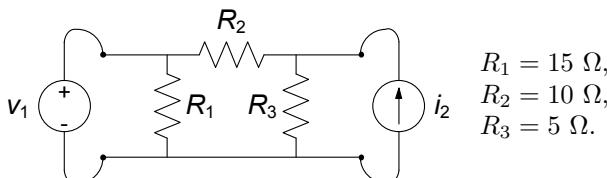
- Determinare la matrice delle resistenze del doppio bipolo in figura:



$$R_1 = 1 \Omega, \\ R_2 = 2 \Omega.$$

$$\left[R: R_{11} = R_{22} = \frac{11}{4} \Omega, R_{12} = R_{21} = \frac{9}{4} \Omega \right]$$

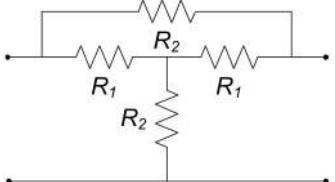
- Determinare la caratterizzazione ibrida \$(H')\$ del doppio bipolo in figura.



$$R_1 = 15 \Omega, \\ R_2 = 10 \Omega, \\ R_3 = 5 \Omega.$$

$$\left[R: H'_{11} = \frac{2}{15} \text{ S}, H'_{22} = \frac{50}{15} \Omega, H'_{12} = -H'_{21} = -\frac{5}{15} \right]$$

Esercizio 1



$$R_1 = 1 \Omega,$$

$$R_2 = 2 \Omega.$$

$$\underline{R} = ?$$

$$[R: R_{11} = R_{22} = \frac{11}{4} \Omega, R_{12} = R_{21} = \frac{9}{4} \Omega]$$

$$V_1 = M_{11}i_1 + M_{12}i_2$$

$$V_2 = M_{21}i_1 + M_{22}i_2$$

$$M_{11} = \left. \frac{V_1}{i_1} \right|_{i_2=0} \quad M_{12} = \left. \frac{V_1}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

$$M_{21} = \left. \frac{V_2}{i_1} \right|_{i_2=0} \quad M_{22} = \left. \frac{V_2}{i_2} \right|_{i_1=0}$$

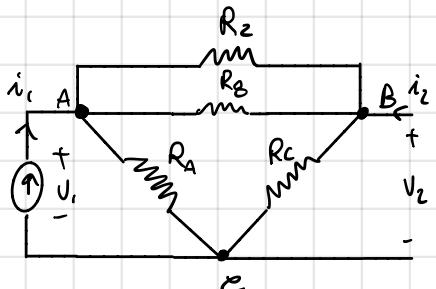
$$V_1 = (R_x + R_y)i_1$$

$$V_2 = R_y i_2 \quad \boxed{i_2=0}$$

$$V_1 = R_y i_2$$

$$V_2 = (R_x + R_y)i_2$$

faccio la conversione $\lambda - \Delta$ della parte centrale a "T"

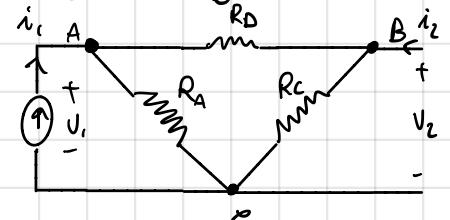


$$R_A = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} = 5 \Omega$$

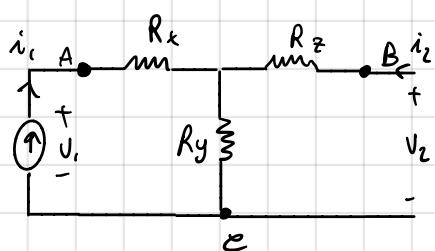
$$R_B = R_1 + R_3 + \frac{R_1^2}{R_2} = \frac{5}{2} \Omega$$

$$R_C = R_2 + R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_3} = 5 \Omega$$

$$R_D = R_2 // R_B = 1,11 \Omega$$



Riconverto il $\Delta \rightarrow \lambda$ per ottenere la configurazione a "T"

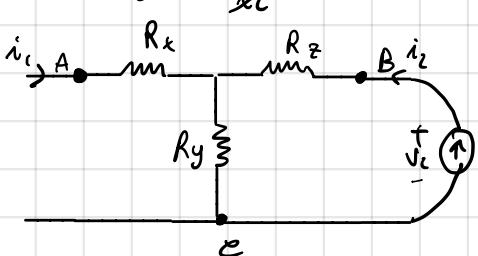


$$R_x = \frac{R_A R_D}{R_A + R_D + R_C} = 0,5 \Omega \quad R_z = \frac{R_C R_D}{R_A + R_D + R_C} = 0,5 \Omega$$

$$R_y = \frac{R_A R_C}{R_A + R_D + R_C} = 2,25 \Omega$$

$$M_{11} = R_x + R_y = 2,75 = \frac{11}{4} \Omega$$

$$M_{12} = \frac{V_1}{i_2} = \frac{R_y i_1}{i_2} = R_y = 2,25$$

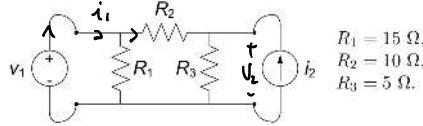


$$M_{22} = \frac{V_2}{i_2} = R_z + R_y = 2,75 = \frac{11}{4} \Omega$$

$$V_2 = i_1 (R_z + R_y)$$

$$M_{21} = M_{12} = \frac{V_2}{i_1} = \frac{R_y i_1}{i_1} = R_y = 2,25 \Omega$$

Esercizio 2



$$R_1 = 15 \Omega, R_2 = 10 \Omega, R_3 = 5 \Omega.$$

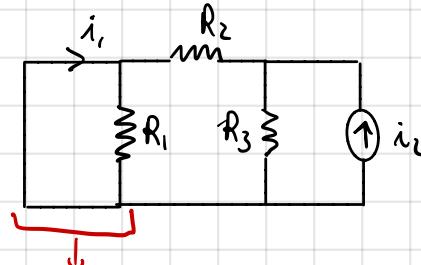
$$[R; H'_{11} = \frac{2}{15} S, H'_{22} = \frac{50}{15} \Omega, H'_{12} = -H'_{21} = -\frac{5}{15}]$$

$$(R_2 + R_3) // R_1 = \frac{1S \cdot 1S}{1S \cdot 2} = \frac{1S}{2}$$

$$i_1 = \frac{V_1}{1S} = \frac{2}{1S} V_1$$

$$h_{11} = \left. \frac{i_1}{V_1} \right|_{i_2=0} = \frac{2}{1S} S$$

$$h_{12} = \left. \frac{i_1}{i_2} \right|_{V_1=0}$$



Corto circuito

in parallelo ad me \rightarrow fissa il portatore resistente vince il per calcolare i_1
corto circuito

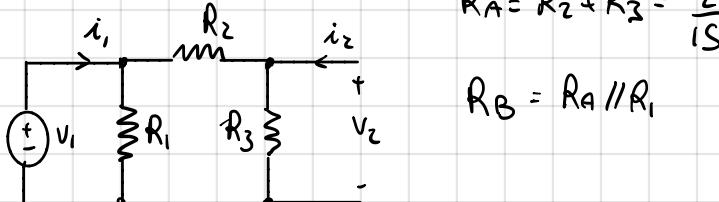
$$h_{22} = \left. \frac{V_2}{i_2} \right|_{V_1=0} = \frac{50}{1S} \Omega$$

$$h_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{i_2=0}$$

$$R_2 // R_3 = \frac{10 \cdot 5}{10 + 5} = \frac{50}{1S}$$

$$i_1 = -i_2 \frac{R_3}{R_3 + R_2} \quad h_{12} = -h_{21} = -\frac{\frac{2}{1S} i_1}{i_2} = -\frac{2}{1S}$$

per quanto riguarda h_{21}

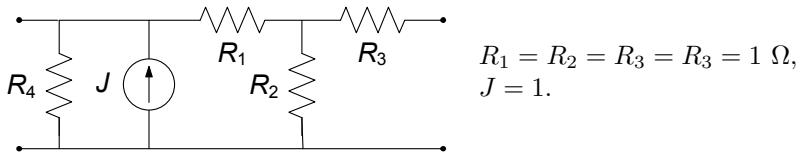


$$R_A = R_2 + R_3 = \frac{2}{1S}$$

$$R_B = R_A // R_1$$

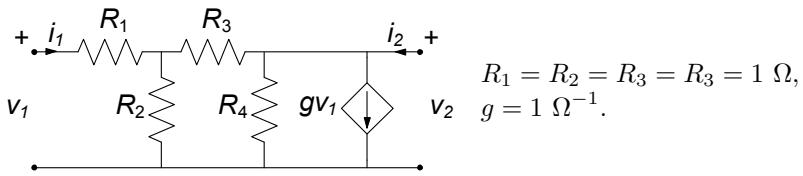
$$V_2 = V_1 \frac{R_3}{R_3 + R_2} \Rightarrow h_{21} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1 \frac{R_3}{R_3 + R_2}}{V_1} = \frac{5}{1S}$$

3. Determinare la caratterizzazione controllata in tensione del doppio bipolo in figura.



$$\left[R: \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

4. Determinare la caratterizzazione controllata in tensione del doppio bipolo in figura.



$$\left[R: G_{11} = \frac{2}{3} \text{ S}, G_{22} = \frac{5}{3} \text{ S}, G_{12} = -\frac{1}{3} \text{ S}, G_{21} = g + G_{12} = \frac{2}{3} \text{ S} \right]$$

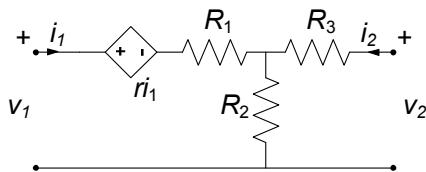
5. Sintetizzare il doppio bipolo lineare (non reciproco) descritto dalla matrice delle resistenze $R = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Soluzione

La matrice R può essere scomposta come:

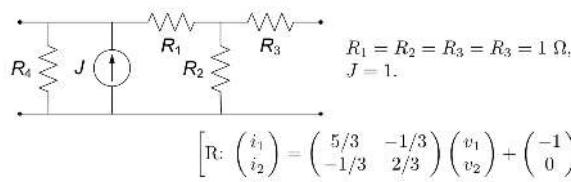
$$R = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = R' + R'' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

A tale scomposizione possiamo far corrispondere lo schema in figura.



Per i parametri valgono le relazioni: $R_1 = R'_{11} - R'_{12} = 2 \Omega$, $R_3 = R'_{22} - R'_{12} = 1 \Omega$, $R_2 = R'_{12} = 1 \Omega$, $r = R''_{12} = 3 \Omega$.

ESERCIZIO 3



\rightarrow Doppii bipoli lineari non inseriti $i = \underline{\underline{G}} \underline{\underline{V}} + i_{\text{cc}}$

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 = g_{11} v_1 + g_{12} v_2 \\ i_2 = g_{21} v_1 + g_{22} v_2 \end{array} \right.$$

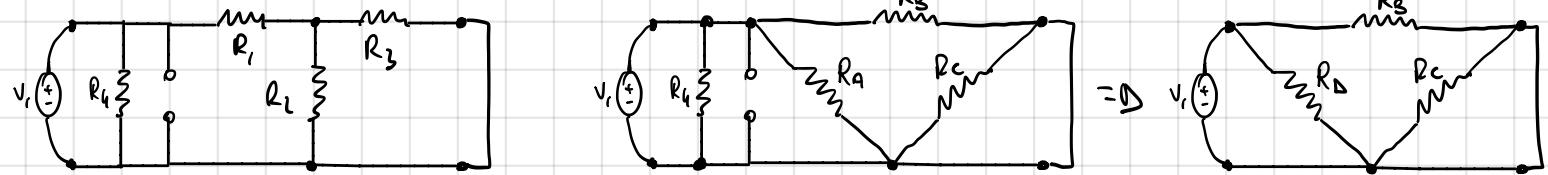
$$g_{11} = \frac{i_1}{v_1} \Big|_{v_2=0}$$

$$g_{21} = \frac{i_2}{v_1} \Big|_{v_2=0}$$

$$g_{12} = \frac{i_1}{v_2} \Big|_{v_1=0}$$

$$g_{22} = \frac{i_2}{v_2} \Big|_{v_1=0}$$

Per calcolare i coefficienti g devo slegare i generatori ideali:



Penso che $\lambda \rightarrow \Delta$

$$R_A = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} = 1 + 1 + \frac{1}{1} = 3 \Omega$$

$$R_A // R_4 = \frac{3 \cdot 1}{3+1} = \frac{3}{4} \approx R_\Delta$$

$$R_B = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2} = 3 \Omega$$

$$G_B = G_C = \frac{1}{3}$$

$$G_\Delta = \frac{4}{3}$$

$$R_C = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} = 3 \Omega$$

$$g_{11} = \frac{i_1}{v_1} \Big|_{v_2=0} = G_\Delta + G_B = \frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$g_{21} = \frac{i_2}{v_2} \Big|_{v_1=0} = -G_B = -\frac{1}{3}$$

$$i_1 = V_1 (R_\Delta + R_B)$$

$$i_2 = V_2 (-G_B)$$

$$g_{12} = g_{21} = -G_B = -\frac{1}{3}$$

$$g_{22} = G_C = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\underline{\underline{G}} = \begin{pmatrix} 5/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

Calcolate la matrice $\underline{\underline{G}}$, metto al posto dei generatori esterni dei cortocircuiti e accendo il generatore interno:



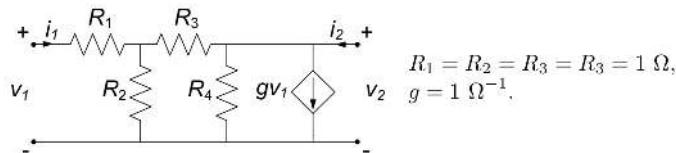
$$(R_3 // R_2) + R_1 = R_x = \frac{3}{2}$$

dato che R_4 sta in Δ con un ec since il corto circuito che e sua volte sia in Δ con R_k , le correnti eschieranno tutte in i_{cc} con verso opposto

$$\begin{aligned} i_{1\text{cc}} &= -J = -1 \\ i_{2\text{cc}} &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

DETERMINARE LA CARATTERIZZAZIONE CONTROLLATA IN TENSIONE DEL DOPOPO BIPOLI IN FIGURA

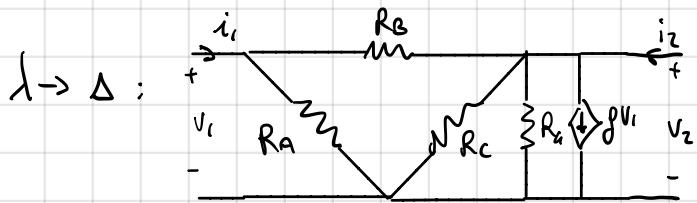


$$[R: G_{11} = \frac{2}{3} S, G_{22} = \frac{5}{3} S, G_{12} = -\frac{1}{3} S, G_{21} = g + G_{12} = \frac{2}{3} S]$$

FORMULE
C.IEN. DI CORRENTE: $\begin{cases} i_1 = 0 \\ i_2 = gV_1 \end{cases}$
CONTROLLATO IN TENSIONE

$$\begin{cases} i_1 = g_{11}V_1 + g_{12}V_2 \\ i_2 = g_{21}V_1 + g_{22}V_2 \end{cases} \quad g_{11} = \left. \frac{i_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad g_{12} = \left. \frac{i_1}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

$$g_{21} = \left. \frac{i_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \quad g_{22} = \left. \frac{i_2}{V_2} \right|_{V_1=0}$$

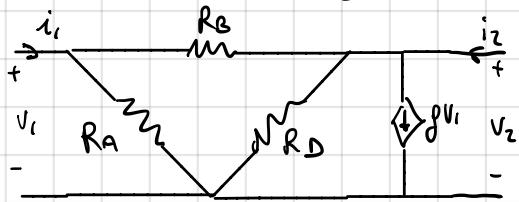


$$R_A = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} = 1 + 1 + \frac{1}{1} = 3$$

$$R_B = R_1 + R_3 + \frac{R_1 R_3}{R_2} = 3 \quad C_A = C_B = \frac{1}{3}$$

$$R_C = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} = 3$$

$$R_D = R_H / R_C = \frac{1 \cdot 3}{1+3} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad C_D = \frac{4}{3}$$



$$g_{11} = \left. \frac{i_1}{V_1} \right|_{V_2=0} = C_A + C_B = \frac{2}{3} S \quad g_{21} = \left. \frac{i_2}{V_1} \right|_{V_2=0} = -C_B = -\frac{1}{3} S$$

$$i_1 = V_1 (C_A + C_B)$$

$$i_2 = V_1 (-C_B)$$

$$g_{12} = \left. \frac{i_1}{V_2} \right|_{V_1=0} = -C_B = -\frac{1}{3} S \quad g_{22} = \left. \frac{i_2}{V_2} \right|_{V_1=0} = C_B + C_D = \frac{5}{3} S$$

$$i_1 = V_2 (-C_B)$$

$$i_2 = V_2 (C_B + C_D)$$

con le formule del gen. controllato

$i_1 = 0$ e $i_2 = gV_1$ otengo:

$$g_{11}' = 0 \quad g_{12}' = 0$$

$$g_{21}' = gV_1 = g \quad g_{22}' = g \frac{V_1}{V_2} = g \cdot \frac{0}{V_2} = 0$$

$$G' = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 5/3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ 2/3 & 5/3 \end{pmatrix}$$

5. Sintetizzare il doppio bipolo lineare (non reciproco) descritto dalla matrice delle resistenze $R = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$R_z = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$M_{12} = M_{21}$, non rispetta tale condizione, ricavo le matrici come somma di due matrici: $R = R' + R''$

$$R_z = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad M = 3$$

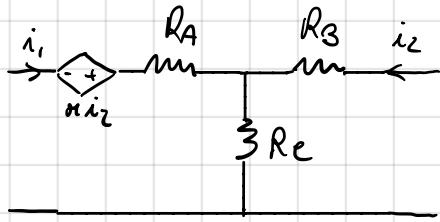
$$V_1 = M_{11}i_1 + M_{12}i_2 + M_{21}i_2 = 3i_1 + i_2 + 3i_2$$

$$V_2 = M_{21}i_1 + M_{22}i_2$$

$$M_{11} = \frac{V_1}{i_1} \Big|_{i_2=0} \quad M_{12} = \frac{V_1}{i_2} \Big|_{i_1=0}$$

$$M_{21} = \frac{V_2}{i_1} \Big|_{i_2=0} \quad M_{22} = \frac{V_2}{i_2} \Big|_{i_1=0}$$

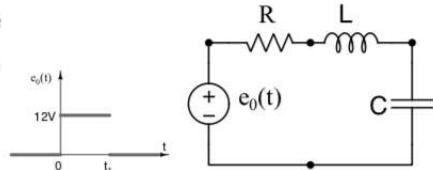
Sommare due matrici delle resistenze equivalenti o mettere in serie un generatore di tensione controllato in corrente



Esercizio 1 - obbligatorio per tutti

Della rete in figura, determinare la tensione ai capi del condensatore in ogni istante di tempo. Dati: $R_1 = 50\Omega$, $L = 0.02H$, $C = 47\mu F$, $t_1 = 0.003s$

$$e_0(t) = \begin{cases} 0V & t < 0 \\ 12V & 0 < t < t_1 \\ 0V & t > t_1 \end{cases}$$

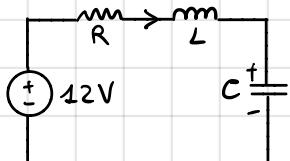


È un circuito RLC serie, il generatore è spento - eccoso/constante - spento, l'analisi agli intervalli prende 3 intervalli.

$t < 0 \rightarrow$ Generatore spento, circuito dissipativo tutte le grandezze sono 0 quindi il circuito parte da una condizione di riposo:

$$\begin{aligned} i_L &= 0 & i_L(0^+) &= i_L(0^-) = 0 \\ V_C &= 0 & V_C(0^+) &= V_C(0^-) = 0 \end{aligned}$$

$0 < t < t_1$ Il circuito vede il generatore stazionario, il termine ha un regime stazionario



$$\left\{ \begin{array}{l} R i_C + V_L + V_C = E_0 \\ V_L = L i_L \\ i_C = C V_C \end{array} \right.$$

$$\rightarrow R C i_C + L C i_C + V_C = E_0$$

$$V_{op} = 12V$$

$$\left\{ \begin{array}{l} C V_C + \frac{R}{L} V_C + \frac{V_C}{L} = \frac{E_0}{L} \\ V_C(0^+) = 0 \\ V_C(0^+) = \frac{i_C(0^+)}{C} = \frac{i_L(0^+)}{C} = 0 \end{array} \right.$$

E_0 è la soluzione particolare perché la soluzione particolare è quella delle cariche del condensatore il condensatore tende a caricarsi alla tensione stazionaria, non circolerà corrente $C = 12V$

$$V_C(t) = K_1 e^{\lambda_1 t} + K_2 e^{\lambda_2 t} + E_0$$

DETERMINAZIONE DELLE COSTANTI

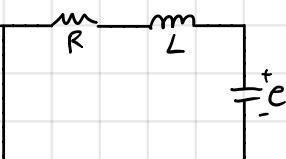
$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 + K_2 + E_0 = 0 \rightarrow K_1 = -K_2 - E_0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 K_1 + \lambda_2 K_2 = 0 \rightarrow \lambda_1(-K_2 - E_0) + K_2 \lambda_2 = 0 \Rightarrow K_2 = \frac{E_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \end{array} \right.$$

per $t > t_1$ mi serviranno le nuove condizioni iniziali il passaggio tra un intervallo e l'altro sono le condizioni iniziali sulle grandezze di stato. le ricalcolo, mi serve i_C che coincide con i_C dato che sono in serie.

$$i_C = C V_C = C(\lambda_1 K_1 e^{\lambda_1 t} + \lambda_2 K_2 e^{\lambda_2 t}) = i_L(t) \quad | \quad t = t_1^-$$

$$\begin{aligned} V_C(t_1^-) &= K_1 e^{\lambda_1 t_1^-} + K_2 e^{\lambda_2 t_1^-} + E_0 = V_{C1} \\ i_C(t_1^-) &= C(\lambda_1 K_1 e^{\lambda_1 t_1^-} + \lambda_2 K_2 e^{\lambda_2 t_1^-}) = I_{L1} \end{aligned}$$



il circuito RLC senza il generatore sarà in evoluzione libera parte dalle condizioni iniziali t_1^- , è un ERRORE RICALCOLARE LE FREQUENZE NATURALI.

$$V_C(t) = K_3 e^{\lambda_3 t} + K_4 e^{\lambda_4 t} \quad | \quad t > t_1^-$$

EVOLUZIONE LIBERA

$$\Rightarrow \begin{cases} K_3 + K_4 = V_{C1} \\ K_3 \lambda_3 + K_4 \lambda_4 = \frac{I_{L1}}{C} \end{cases}$$

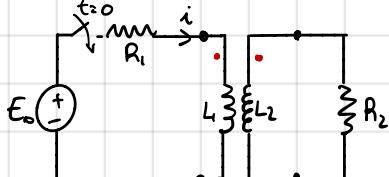
$$\begin{aligned} V_C(t_1^+) &= V_C(t_1^-) = V_{C1} \\ i_C(t_1^+) &= i_L(t_1^-) = I_{L1} \end{aligned}$$

Esercizio 3

Circuito di membrano con mutuo accoppiamento

$$\text{DATI: } E_0 = 6V \quad R_1 = 3\Omega \quad L_1 = 4H \quad L_2 = 1H \quad M = 1.5H \quad R_2 = 0.8\Omega$$

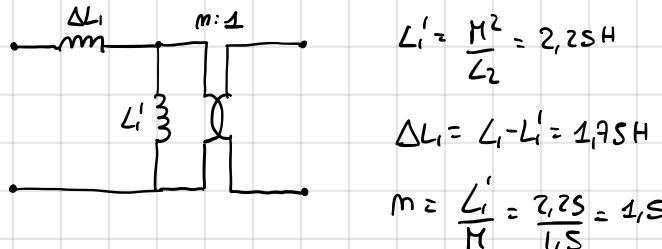
Determinare $i_1(t)$ e $i_0(t)$



La prima cosa da verificare è se l'accoppiamento è perfetto o no:

$$\text{OSS } 1.5^2 < 1.4 \Rightarrow M^2 < L_1 L_2 \quad \text{ACCOPIAMENTO NON PERFETTO;}$$

Circuito equivalente:
In ogni istante di funzionamento.

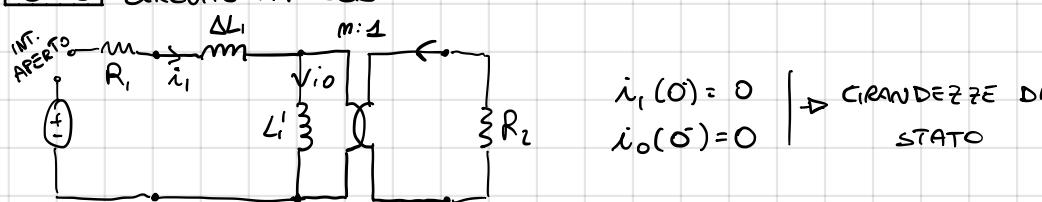


$$L'_1 = \frac{M^2}{L_2} = 2.25H$$

$$\Delta L_1 = L_1 - L'_1 = 1.75H$$

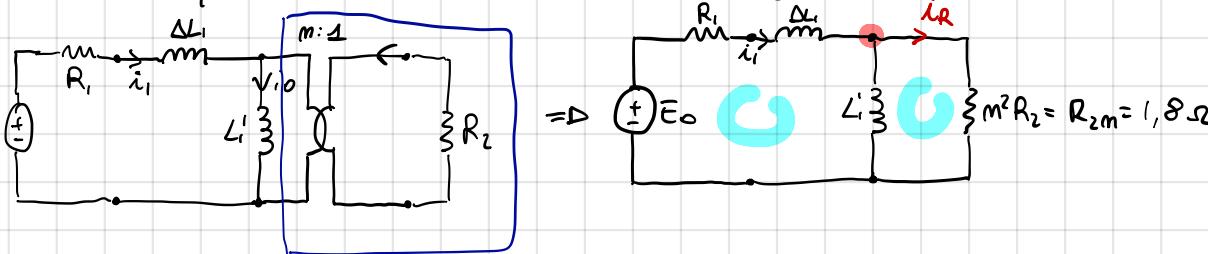
$$m = \frac{L'_1}{M} = \frac{2.25}{1.5} = 1.5$$

$t < 0$ CIRCUITO A RIPOSO



$$\begin{aligned} i_1(0) &= 0 & \rightarrow \text{CIRCUITO A RIPOSO} \\ i_0(0) &= 0 \end{aligned}$$

$t > 0$ trasporto dell'impedenza ho un trasformatore chiuso su un resistore il tutto equivale ad un solo resistore $m^2 R_2$.



$$\left. \begin{aligned} t &\rightarrow \infty \\ i_{1P} &= \frac{E_0}{R_1} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{cases} i_1 = i_{0P} + i_{1P} \\ R_1 i_1 + V_{L1} + V_{L0} = E_0 \\ V_{L0} = R_{2m} i_{1P} \\ V_{L1} = \Delta L_1 \dot{i}_1 \\ V_{L0} = L'_1 \dot{i}_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1 = i_{0P} + \frac{V_{L0}}{R_{2m}} \\ V_{L0} = E_0 - R_1 i_1 - V_{L1} \\ i_1 = \frac{E_0 - R_1 i_1 - V_{L1}}{L'_1} + \frac{(-R_1 i_1 - V_{L1})}{R_{2m}} \\ \frac{\Delta L_1 \ddot{i}_1}{R_{2m}} + \left(1 + \frac{\Delta L_1}{L'_1} + \frac{R_1}{R_{2m}} \right) i_1 + \frac{R_1}{L'_1} i_1 = \frac{E_0}{L'_1} \end{cases}$$

$$V_{L1} = E_0 - R_1 i_1 - R_{2m} (i_1 - i_{0P})$$

$$\begin{cases} \frac{L'_1}{R_1} \frac{\Delta L_1 \ddot{i}_1}{R_{2m}} + \left(\frac{L'_1 + \Delta L_1}{R_1} + \frac{L'_1}{R_{2m}} \right) i_1 + i_{0P} = \frac{E_0}{R_1} \\ i_1(0) = 0 \\ i_1(0^+) = \frac{E_0 - R_1 i_{0P} - R_{2m} (i_1 - i_{0P})}{\Delta L_1} \end{cases} \quad \left| \begin{array}{l} = \frac{6}{1.75} A/s \\ i_1(0^+) = 3.43 A \end{array} \right.$$

Se l'accoppiamento fosse stato perfetto non c'era ΔL_1 , dato che è un doppio bipolo dinamico del primo ordine, è dovuto al fatto che nella realtà non esiste.