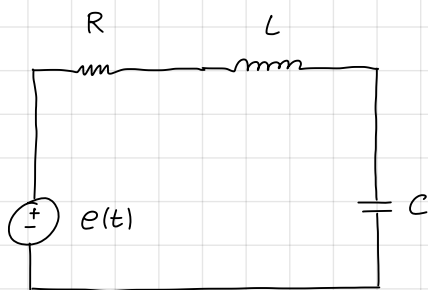


CIRCUITO RLC RISONANTE



Con $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$

Cosa succede al regime sinusoidale se **facciamo variare la pulsazione ω** ?

Siccome siamo in regime sinusoidale, ma con un circuito dinamico, non possiamo analizzare cosa accade durante il transitorio, per cui attendiamo 5 costanti di tempo, e solo dopo analizzo cosa accade nel dominio dei fasori.

1) Dominio dei Fasori

$$\begin{cases} \bar{E} = E_0 \\ \bar{Z}_R = R \\ \bar{Z}_L = jX_L = j\omega L \\ \bar{Z}_C = jX_C = -\frac{j}{\omega C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{I} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_{eq}} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_R + \bar{Z}_L + \bar{Z}_C} = \dots$$

$$\bar{I}(\omega) = \frac{\bar{E}}{R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}} = \frac{\bar{E}_0}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

2) Possiamo trovare modulo e fase

$$|\bar{I}(\omega)| = \frac{|E_0|}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \quad \angle \bar{I}(\omega) = \angle E_0 - \arctan\left(\frac{\omega R - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) = -\arctan\left(\frac{\omega R - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$$

Modulo Fase

(2a) Facciamo lo studio del modulo (funz. di ω)

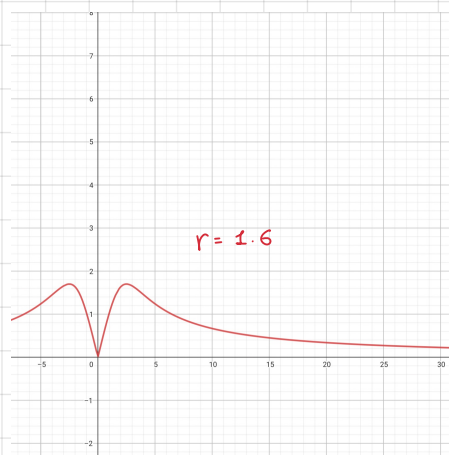
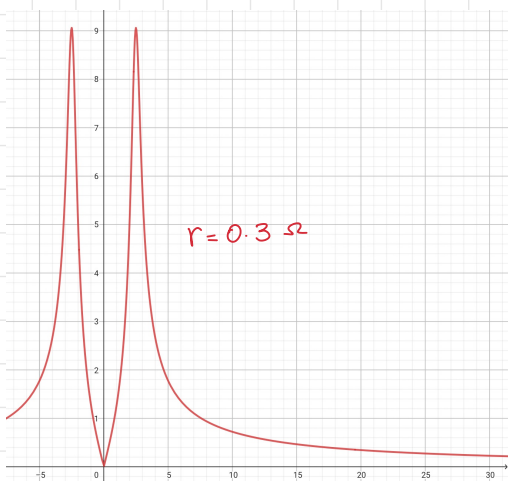
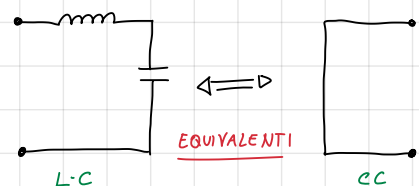
- Massimi \Rightarrow Possiamo trovare il max considerando il fatto che se si annulla $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ allora $I(\omega)$ è max (il denom è il più piccolo possibile)

$$\Rightarrow \text{Per quali valori di } \omega? \quad \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

PULSAZIONE DI RISONANZA

Quindi se $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow |X_L| = |X_C|$

$$\Rightarrow |\bar{I}(\omega_0)| = \frac{|E_0|}{\sqrt{R^2 + \underbrace{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}_{=0}}} = \frac{E_0}{R} \quad \bar{I}(\omega_0) \quad \text{ovvero}$$



Su scala logaritmica il grafico è diverso.

3) Analizziamo LE Tensioni V_L e V_C

→

Sono uguali ed opposte, e non NULLE!

Poniamo

$$\begin{cases} E_0 = 1V \\ R = 0.1 \Omega \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{I}(\omega_0) = \frac{E_0}{R} = 10A$$

↑
ω FISSATO

Reattanza

FATTORE DI QUALITA'

$$\bar{V}_L = j \overset{\downarrow}{X}_L \cdot \bar{I}(\omega_0) = j \frac{\omega_0 L}{R} E_0 = j 316 V$$

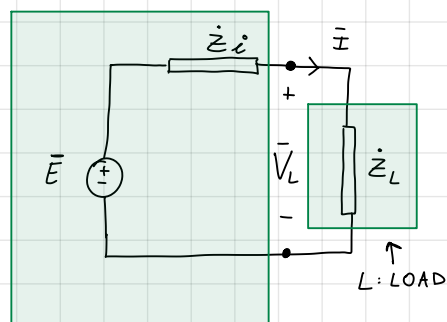
Ha a che fare con la larghezza della curva

$$\begin{cases} L = 1H \\ C = 1mF \\ E_0 = 1V \end{cases}$$

La tensione è alta perché i condensatori ed induttori IMMAGAZZINANO ENERGIA

$$\bar{V}_C = j X_C \cdot \bar{I}(\omega_0) = -j \frac{1}{\omega_0 C} \frac{E_0}{R} = -j 316 V$$

ADATTAMENTO IN POTENZA



Q: Assegnati \bar{E} e \dot{Z}_i , determinare $\dot{Z}_L = R + jX$ tale che la potenza ATTIVA assorbita da \dot{Z}_L sia MAX

Sappiamo che $\bar{E} = E$; $\dot{Z}_i = R_i + jX_i$

$$\Rightarrow P_A = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \bar{V}_L \cdot \bar{I}_L^* \right\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ (R + jX) \underbrace{\bar{I}_L \cdot \bar{I}_L^*}_{|\bar{I}|^2} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} |\bar{I}|^2 \cdot \operatorname{Re} \{ (R + jX) \} = \frac{1}{2} |\bar{I}|^2 \cdot R$$

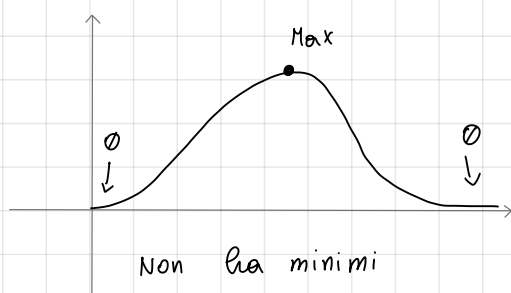
$$\Rightarrow P_A = \frac{1}{2} R |\bar{I}|^2 = \frac{1}{2} R \cdot \left| \frac{\bar{E}}{\dot{Z}_i + \dot{Z}_L} \right|^2 = \frac{1}{2} R \frac{E^2}{(R + R_i)^2 + (X + X_i)^2} = P_A(R, X)$$

"Fisso" (1)
 ↑
 Pongo $X = -X_i$ $\Rightarrow P_A(R) = \frac{1}{2} R \frac{E^2}{(R + R_i)^2}$

(2) TROVO IL MASSIMO

Siccome $\lim_{R \rightarrow 0} P_A(R) = 0$; $\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \frac{R E^2}{(R + R_i)^2} \sim \frac{E^2}{R} \rightarrow 0$

Il grafico è qualcosa del genere:



$$\Rightarrow \text{Max: } \frac{d}{dR} \frac{1}{2} \frac{R E^2}{(R + R_i)^2} = \frac{d}{dR} \frac{R}{(R + R_i)^2}$$

$$\dot{P}_A = \frac{(R + R_i)^2 - 2R(R + R_i)}{(R + R_i)^4} = 0$$

> 0 ?

$$N: (R + R_i)^2 - 2R(R + R_i) = 0 \quad \Rightarrow \quad \overbrace{(R + R_i)}^{> 0} [(R + R_i) - 2R] = 0$$

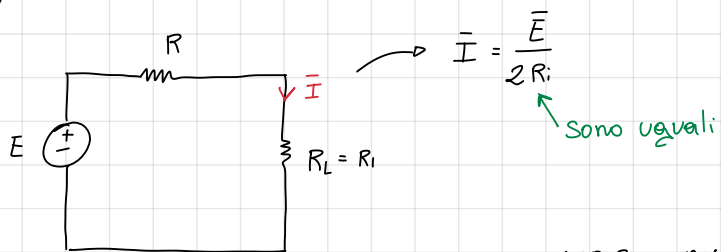
$$\Rightarrow R + R_i - 2R = 0 \Rightarrow R_i - R = 0 \Rightarrow \boxed{R = R_i} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \dot{Z}_i = R_i + jX_i ; \quad \dot{Z}_L = R + jX \quad \text{ma} \quad \begin{cases} R = R_i \\ X = -X_i \end{cases} \Rightarrow \dot{Z}_L = \underbrace{R_i - jX_i}_{\dot{Z}_i^*}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{Z}_L = \dot{Z}_i^*}$$

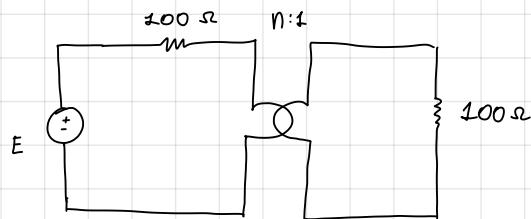
TIRANDO LE SOMME

$$X_L = 0$$



Se invece

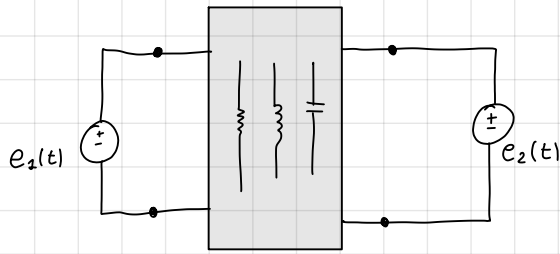
$$\begin{cases} R_i = 10\ \Omega \\ R_L = 100\ \Omega \end{cases}$$



$$n^2 \cdot 100 = 10 \Rightarrow n = \frac{1}{\sqrt{10}} \simeq 0.316$$

Circuiti elettrici in regime periodico

→ Abbiamo pulsazioni diverse



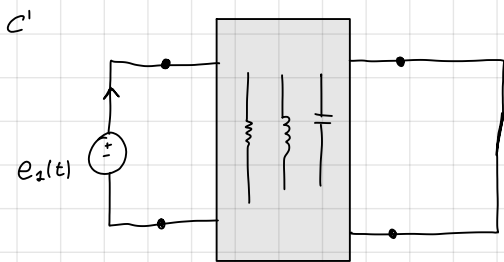
$$\begin{cases} e_1(t) = E_1 \cos(\omega_1 t) \\ e_2(t) = E_2 \cos(\omega_2 t) \end{cases}$$

con $\omega_1 \neq \omega_2$

⇒ ogni $i_k(t)$ e $v_k(t)$ sarà una funzione periodica del tempo

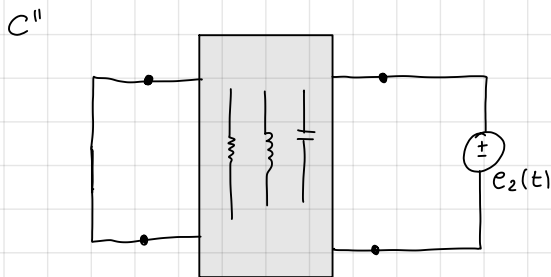
$$i_k(t) = i_k'(t) + i_k''(t) = \left[I_k' \cos(\omega_1 t + \beta_k') + I_k'' \cos(\omega_2 t + \beta_k'') \right] \quad i_k(t) \text{ è PERIODICA}$$

Se abbiamo un circuito **lineare** possiamo applicare la **sovrapposizione degli effetti**, ma siccome $\omega_1 \neq \omega_2$ non possiamo farlo nel dominio dei fasori, ma dobbiamo risolvere il circuito parziale (spegnendo un gen) nel dominio dei fasori, tornare al dominio del tempo ed applicare la linearità



$$\dot{Z}_{Lk} = j\omega_1 L_k ; \bar{E}_1 = E_1$$

$$\bar{I}_k' = a' + jb' \Rightarrow i_k'(t) = I_k' \cos(\omega_1 t + \beta_k')$$



$$\dot{Z}_{Lk} = j\omega_2 L_k ; \bar{E}_2 = E_2$$

$$\bar{I}_k'' = a'' + jb'' \Rightarrow i_k''(t) = I_k'' \cos(\omega_2 t + \beta_k'')$$

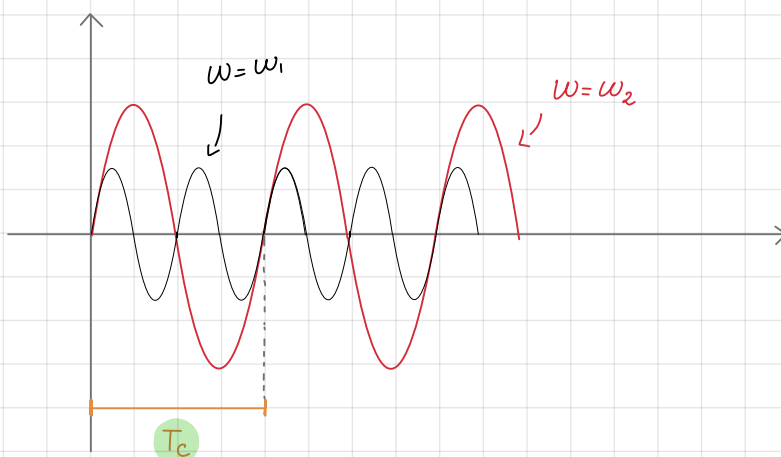
$$\Rightarrow i_k(t) = i_k' + i_k'' = I_k' \cos(\omega_1 t + \beta_k') + I_k'' \cos(\omega_2 t + \beta_k'')$$

REGIME PERIODICO

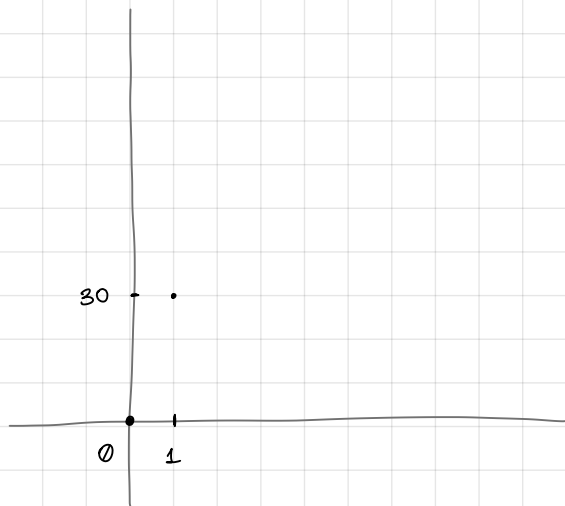
$$n\omega_1 = m\omega_2 \quad \text{con } n, m \in \mathbb{N} \quad \Rightarrow \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q} \text{ RAZIONALE}$$

$$\text{Siccome } \omega = \frac{2\pi}{T_k} \quad \Rightarrow \quad n \frac{2\pi}{T_1} = m \frac{2\pi}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{mT_1} = \frac{2\pi}{nT_2} \quad \Rightarrow \quad mT_1 = nT_2 = T_c$$

PERIODO COMUNE



$$\begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$



giorno

$$y = \frac{30}{7}x$$

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \rightarrow \frac{x-0}{1-0} = \frac{y-0}{30-0} \rightarrow x = \frac{y}{30} \rightarrow y = 30x$$

$\rightarrow 52 \text{ Settim} \rightarrow y = 1560 \text{ €}$
1 Anno