

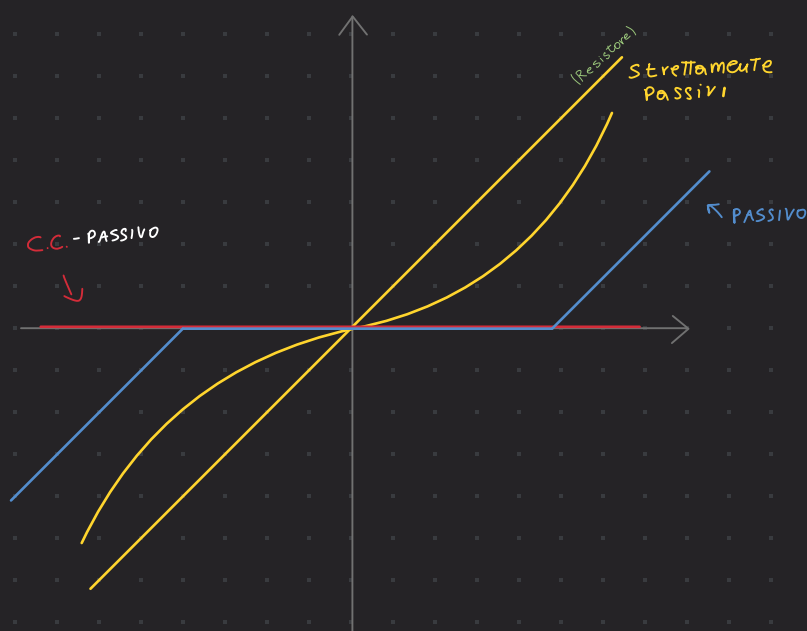
PROPRIETA' DI NON AMPLIFICAZIONE

pg 148

Questa proprietà è **valida per circuiti aventi un solo dipolo attivo** e diversi passivi.



- **Dipoli attivi:** sono quei dipoli che erogano energia, trasformando un certo tipo di energia in energia elettrica
- **Dipoli strettamente passivi** (adinamico): è un dipolo passivo che assorbe Potenza ≥ 0 (sempre) e se la corrente è zero, anche la tensione è zero. Se esiste anche un solo punto in cui questa definizione non è verificata allora abbiamo un dipolo passivo (non strettamente)



La **proprietà di non amplificazione** dice:

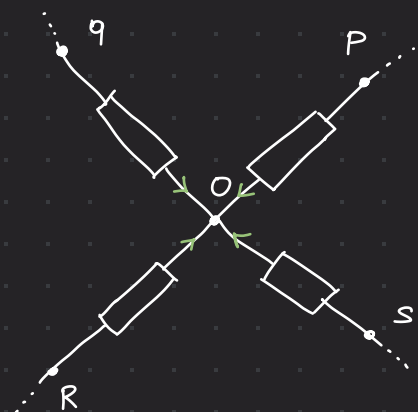
La tensione V_a in valore assoluto è sempre maggiore di qualunque tensione V_k interna

$$|V_a| > |V_k| \quad (a)$$

$$|i_a| > |i_k| \quad (b)$$

Dim non Ampl. delle Tensioni (a) usando i potenziali di nodo

(1) Prendo un nodo generico ed immaginiamo che a questo nodo facciamo capo diversi dipoli



$$\bullet \text{ LKC: } i_q + i_p + i_s + i_R = 0$$

$$- \text{ caso banale: } i_q = i_p + i_s + i_R = 0$$

$$- \text{ IF } i_q > 0 \Rightarrow \exists i_R < 0$$

$$\text{ ELSE } i_q = i_p + i_s + i_R = 0$$

In altre parole... se una corrente è maggiore di zero, allora almeno una deve essere minore di zero.

$$i_q \neq 0 \Rightarrow$$

$$P_q^a > 0$$

Perché i dipoli sono strettamente passivi

Quindi se $i_q \neq 0 \Rightarrow P_q^a > 0 \Rightarrow (U_q - U_0) > 0$
 se $i_R \neq 0 \Rightarrow P_R^a > 0 \Rightarrow (U_R - U_0) < 0$ Tensione

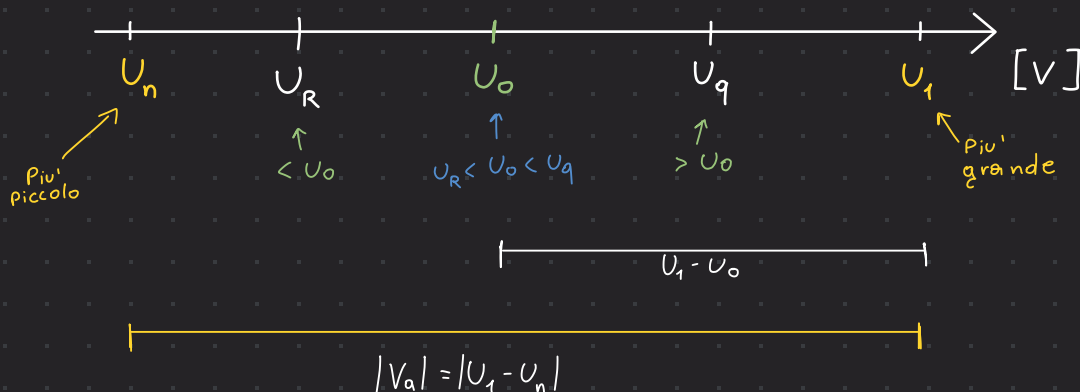
] Stiamo facendo l'esempio con solo due dipolo invece che con 4 come nella figura, ma il discorso è equivalente.

$$\Rightarrow \begin{cases} (U_q - U_0) > 0 \\ (U_R - U_0) < 0 \end{cases} \Rightarrow U_R < U_0 < U_q$$

Stiamo quindi dicendo che un nodo come U_0 non è né il più piccolo né il più grande (potenziale).

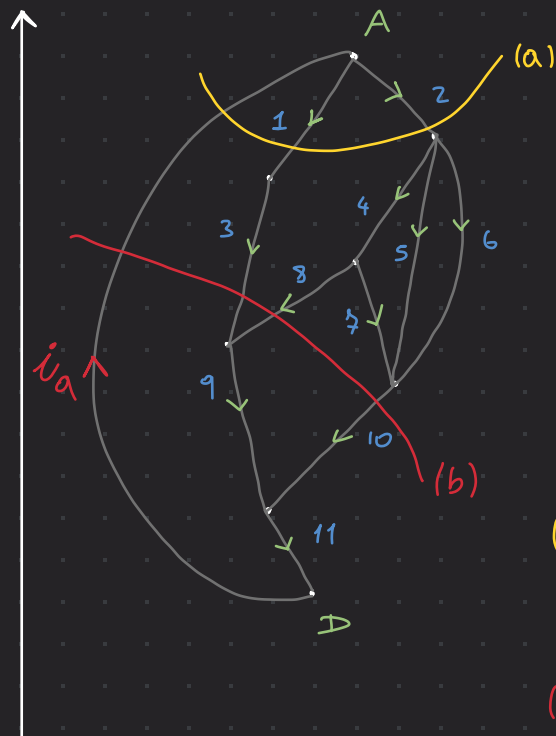
Ma siccome il nostro circuito ha N nodi, allora il minimo ed il massimo sono proprio quelli ai capi del **dipolo attivo**.

In fine, per dimostrare che $|V_a| > |V_n|$ ci basta rappresentare i potenziali; le Tensioni saranno i segmenti:



Il segmento $U_1 - U_n$ è il più grande QED

Caso particolare: c'è un singolo caso in cui la tensione tra due nodi è uguale, ovvero quando c'è un dipolo in **parallelo** con il generatore.



Supponiamo di posizionare i potenziali (i nodi sono i potenziali) su un asse, creeremo così un grafo con qualche particolarità:

1. Le correnti hanno tutte lo stesso verso tranne quella del generatore (ovvero l'arco D-A), se prendiamo il verso con la convenzione del generatore.
2. Le correnti vanno dal nodo a potenziale maggiore a quello minore.

Se prendiamo le LKC agli insiemi di taglio (idt) otteniamo:

$$(a) \quad i_1 + i_2 - i_a = 0 \rightarrow i_1 + i_2 = i_a$$

$$\text{Se } i_1 > 0, i_2 > 0 \Rightarrow i_a > 0, i_a > i_1, i_2$$

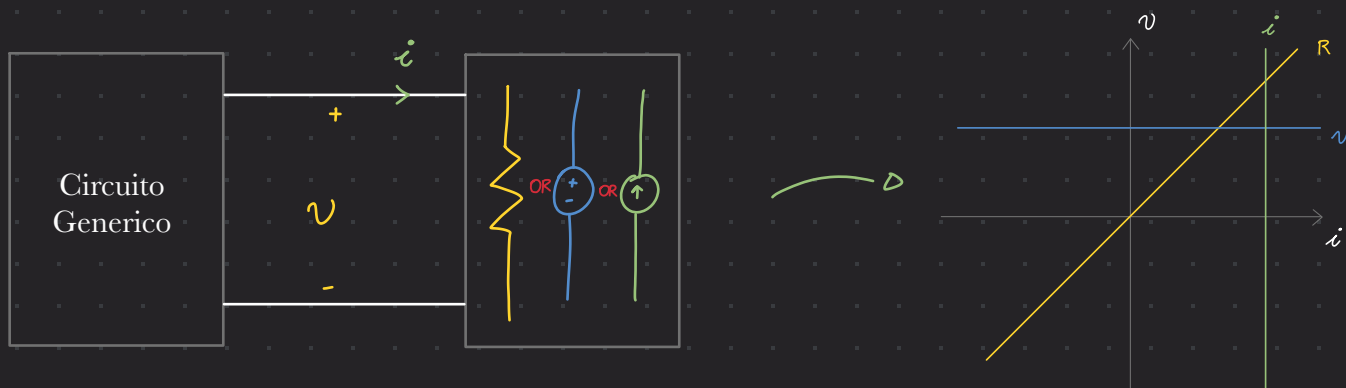
$$(b) \quad -i_3 - i_7 - i_8 + i_a = 0 \rightarrow i_3 + i_7 + i_8 = i_a$$

QED

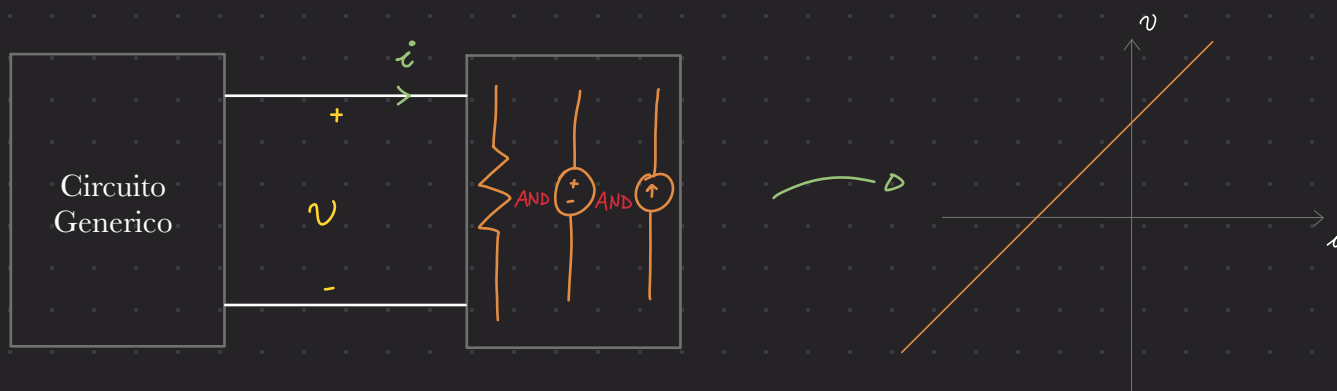
Caso particolare: c'è un singolo caso in cui la corrente tra due nodi è uguale, ovvero quando c'è un dipolo in **serie** con il generatore.

Equivalenza tra dipoli: **Circuiti equivalenti di Thevenin e Norton**

Supponiamo di avere un circuito avente SOLO resistori OPPURE gen di corr. OPPURE gen di Tensione:



Supponiamo ora di averli tutti e 3:



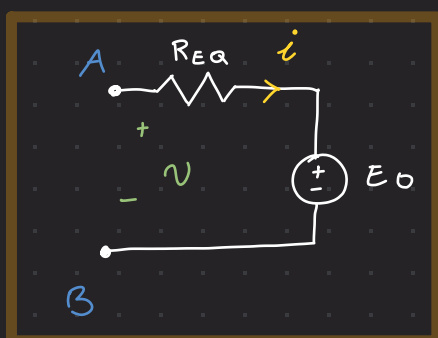
Otteniamo un circuito equivalente che ha come equazione caratteristica una retta **non** passante per l'origine.

=>

Il principio ci dice che se abbiamo un circuito costituito da resistori, generatori di corrente e di tensione, possiamo "riassumerlo" in un singolo generatore ideale di tensione o di corrente (la retta non passante per l'origine è caratteristica di un generatore ideale di tensione o corrente).

TESI

OVERO



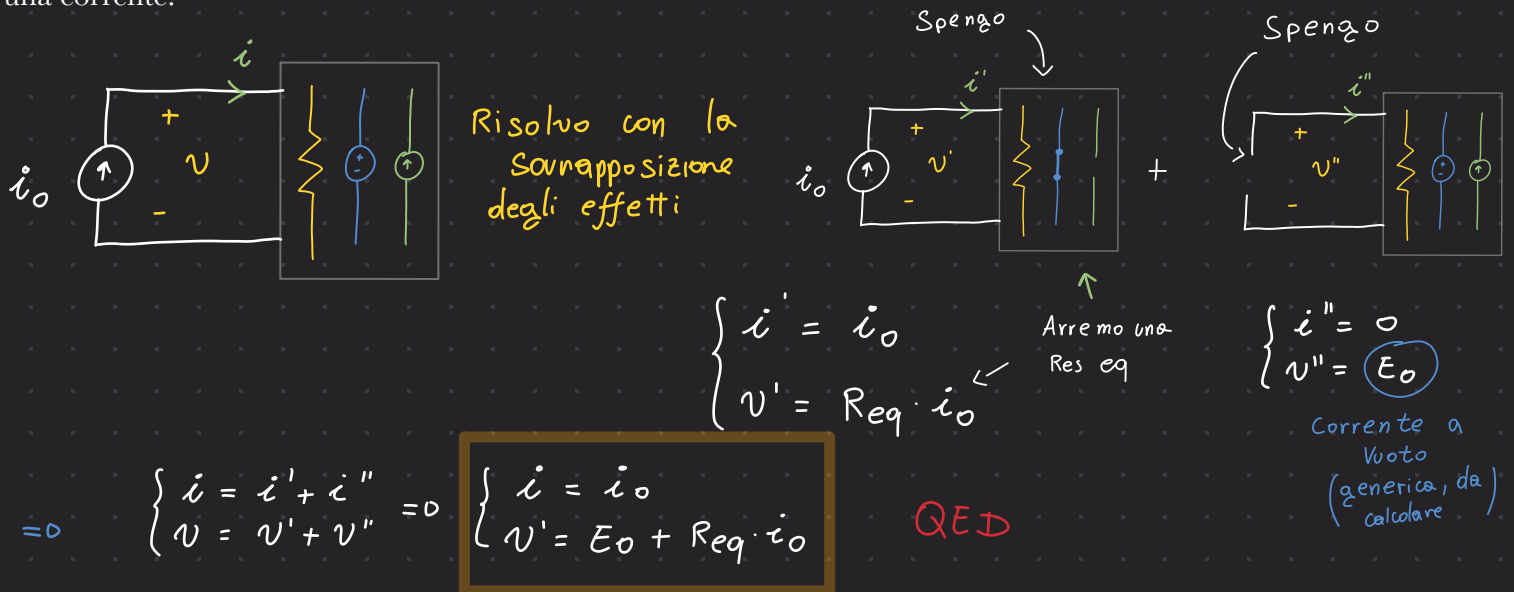
Circuito equivalente di Thevenin

$$v \underset{\text{C.V.}}{=} E_0 + R_{eq} \cdot i$$

Ma come determiniamo R_{eq} ed E_0 ? Proof 1:08

Siccome l'equazione caratteristica è una retta, possiamo dire che per rappresentare una retta su un piano ci bastano solo 2 punti.

Thevenin: Se abbiamo un generatore di tensione, lo misuriamo un generatore di corrente, ovvero gli imponiamo una corrente:

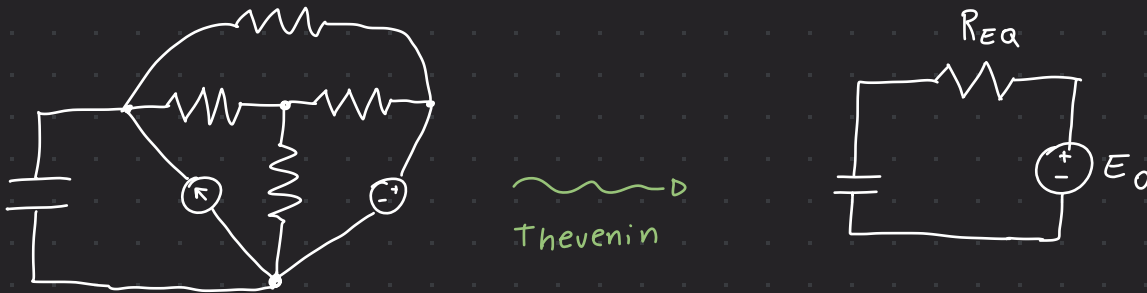


Thevenin

In altre parole (più semplici):

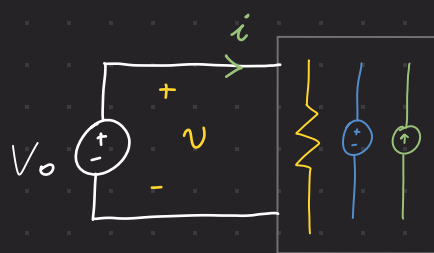
Stiamo dicendo che se abbiamo un circuito costituito da dipoli dinamici e adinamici e generatori, possiamo raggruppare i generatori e dipoli adinamici, e rappresentarli solo mediante un generatore ed una resistenza equivalente.

Andremo quindi a risolvere il secondo circuito, che è molto più semplice:

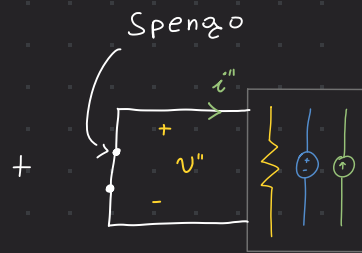
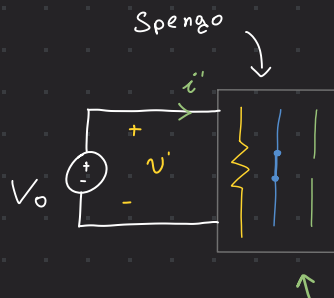


Anche in questo caso ci bastano due punti: all'atto pratico questi due punti sono proprio i **punti di funzionamento** che determiniamo attraverso la risoluzione per sovrapposizione degli effetti!

Norton: Se abbiamo un generatore di corrente, lo misuriamo un generatore di tensione, ovvero gli imponiamo una corrente:



Risolvere con la sovrapposizione degli effetti



$$\begin{cases} v' = V_0 \\ i' = \frac{V_0}{R_{EQ}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} v'' = 0 \\ i'' = i_{CC} \end{cases}$$

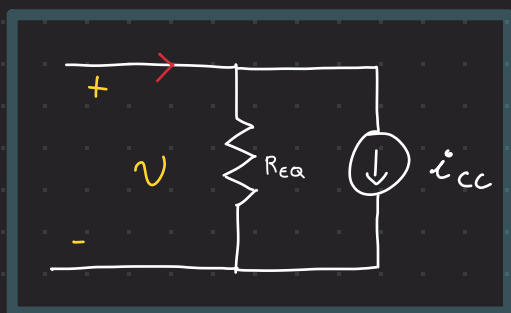
$$\Rightarrow \begin{cases} i = i' + i'' \\ v = v' + v'' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i = G_{EQ} \cdot V_0 + i_{CC} \\ v = V_0 \end{cases}$$

Non possiamo dirlo a priori.

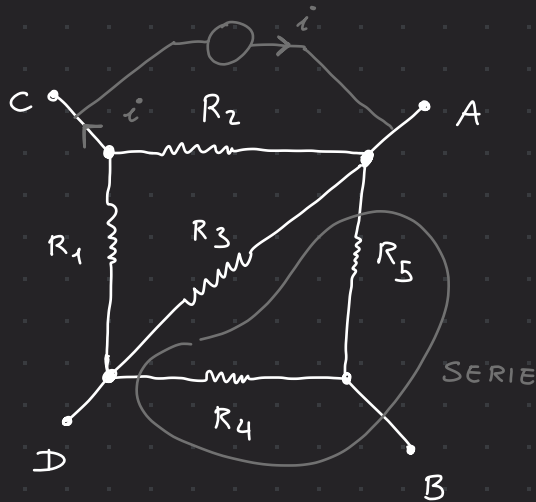
Sarà quindi una generica corrente "di corto circuito" che circola quando chiudiamo il generatore in cortocircuito.

(da calcolare)

Norton



Circuito equivalente



DATI
 $R_1 = 1 \Omega$
 $R_2 = 2 \Omega$
 $R_3 = 3 \Omega$
 $R_4 = 4 \Omega$
 $R_5 = 5 \Omega$

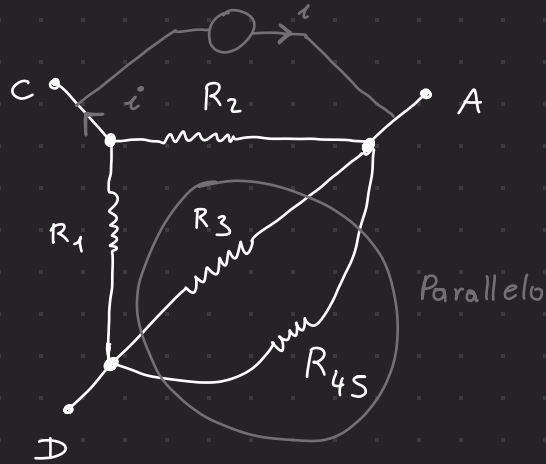
Q: R_{AC} , R_{BD} , R^{AB} , R^{CB}

(A) Immaginario di collegare in gen. qualsiasi tra C ed A

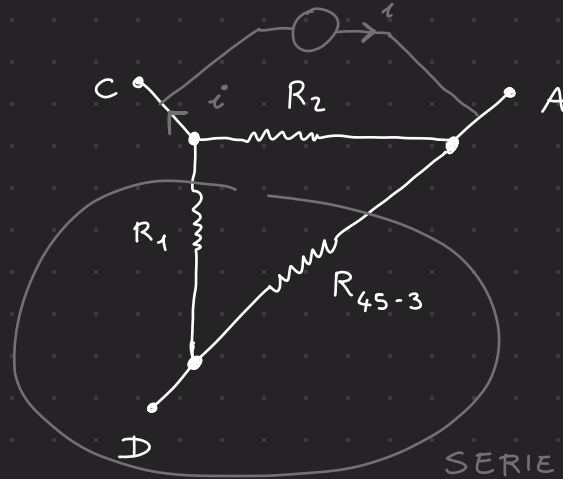
PER TROVARE R_{AC}

• Usiamo Metodo Ispezione

$$R_{45} = R_4 + R_5$$

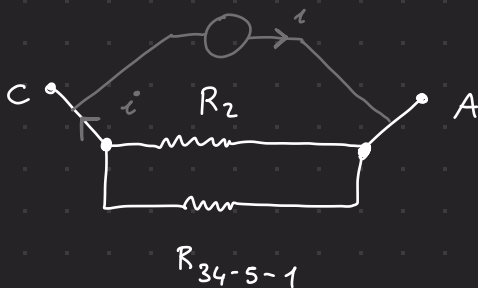


$$R_{45-3} = R_3 \parallel R_{45}$$

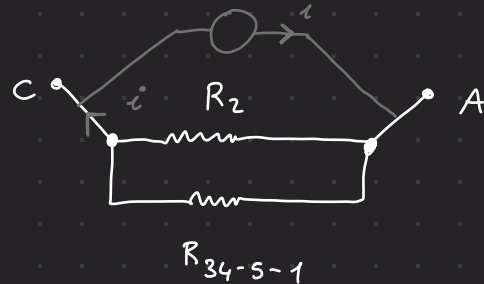


$$R_{45-3} = \frac{R_3 \cdot R_{45}}{R_3 + R_{45}}$$

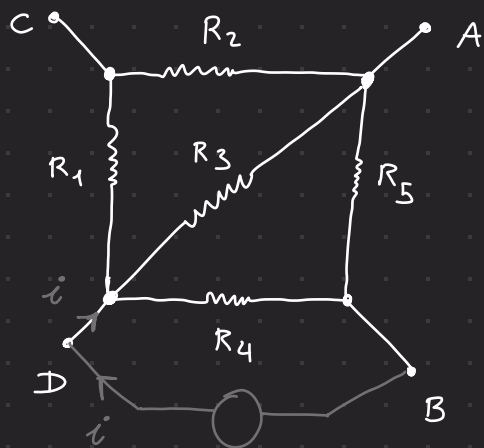
$$R_{34-5-1} = R_{34-5} + R_1$$



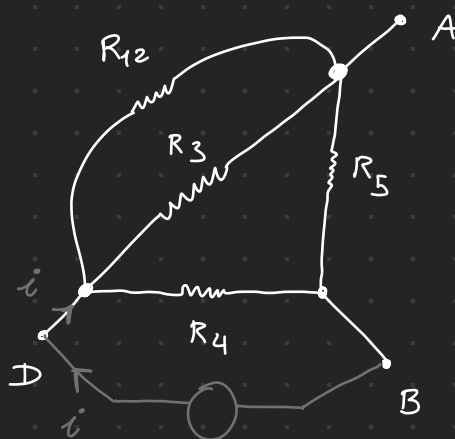
$$R_{AC} = R_{34-5-1} \parallel R_2 = R_2 \parallel [R_1 + R_3 \parallel (R_4 + R_5)]$$



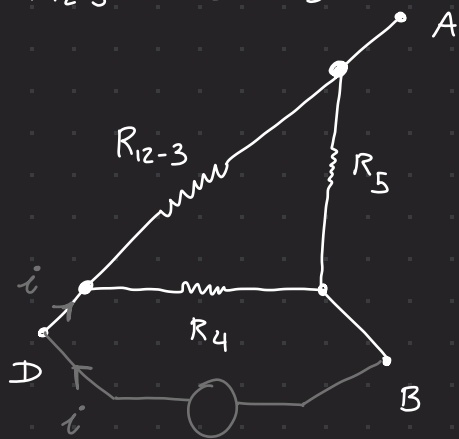
• R_{BD}



$$R_{12} = R_1 + R_2$$



$$R_{12-3} = R_{12} \parallel R_3$$



$$R_{12-3-5} = R_{12-3} + R_5$$



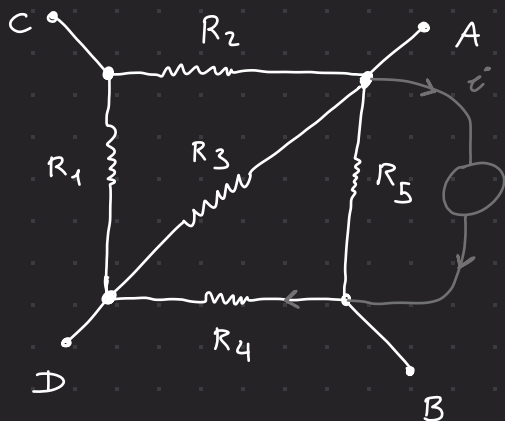
$$\rightarrow R_{BD} = R_{12-3-5} \parallel R_4$$

$$R_{BD} = R_4 \parallel \left[R_5 + R_3 \parallel (R_1 + R_2) \right] = R_4 \parallel \left[R_5 + \frac{R_3 R_{12}}{R_3 + R_2} \right]$$

$$= \frac{R_4 \cdot 6.5}{R_4 + 6.5} = \underline{2.476 \Omega} \quad \checkmark$$

Ans 2

• R_{AB}



$$R_{12} = R_1 + R_2$$

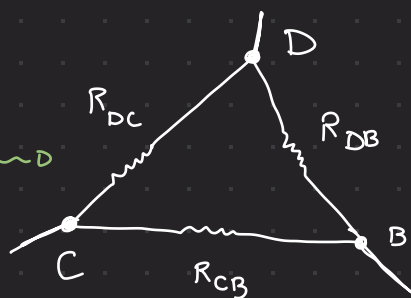
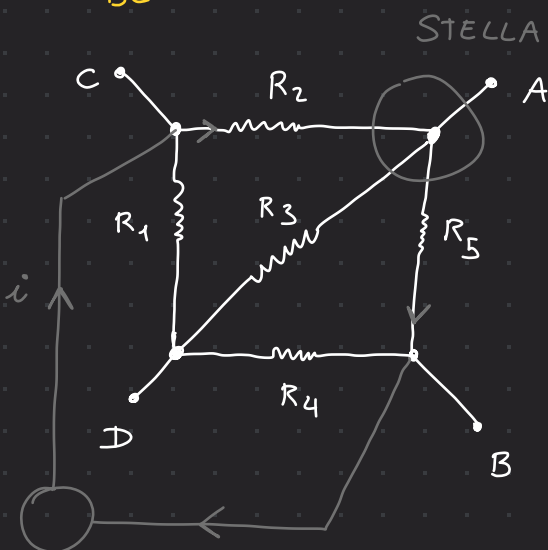
$$R_{12-3} = R_{12} \parallel R_3$$

$$R_{4-12-3} = R_{12-3} + R_4$$

$$R_{EQ} = R_5 \parallel R_{4-12-3}$$

$$\Rightarrow R_{EQ} = R_5 \parallel [R_4 + R_3 \parallel (R_1 + R_2)] = R_5 \parallel 5.5 = \frac{R_5 \cdot 5.5}{R_5 + 5.5} = \frac{2.619 \Omega}{\text{Ans}_3}$$

• R_{BC}



$$R_{DC} = \frac{R_C \cdot R_D + R_D \cdot R_B + R_C \cdot R_B}{R_B} = 6.2 \Omega$$

$$R_{DB} = 15.5$$

$$R_{CB} = 10.3$$

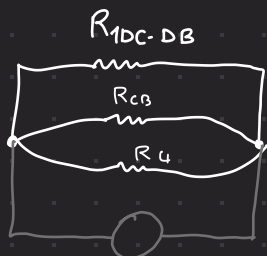
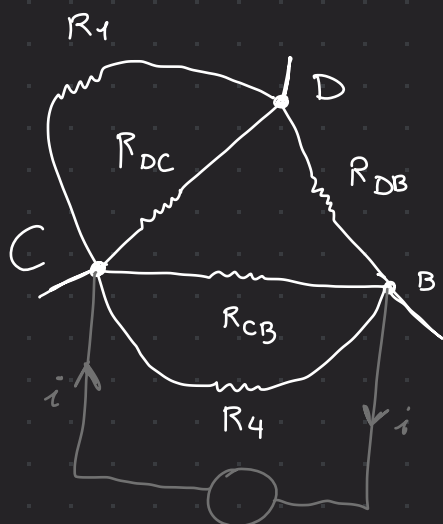
$$\Rightarrow R_{1DC} = R_1 \parallel R_{DC} = 0.861 \Omega$$

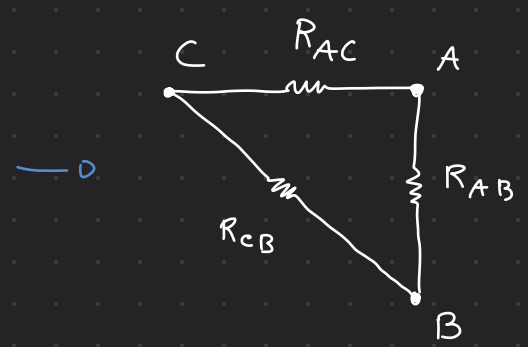
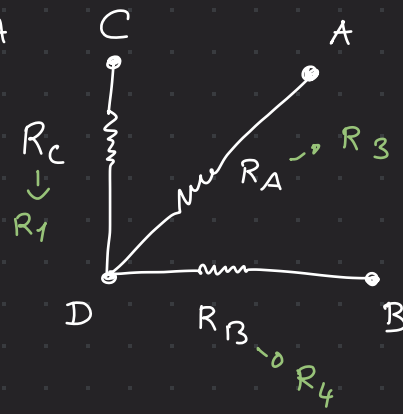
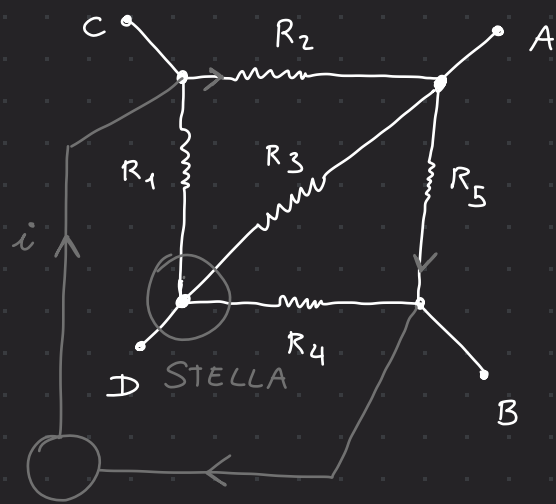
$$\cdot R_{1DC-DB} = R_{1DC} + R_{DB} = 16.36 \Omega$$

$$\cdot R_{4CB} = R_4 \parallel R_{CB} = 2.89 \Omega$$

$$\Rightarrow R_{EQ} = R_{4CB} \parallel R_{1DC-DB} = 2.45 \Omega$$

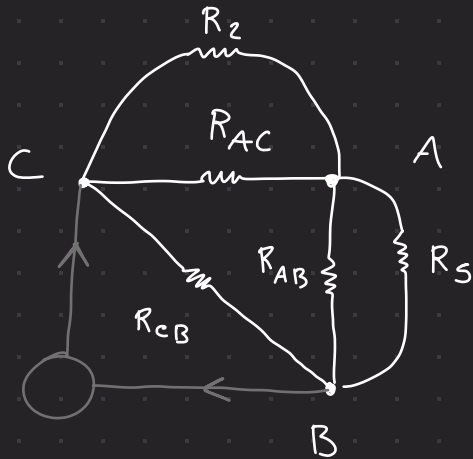
risultato 2.905





$$R_{AC} = \frac{R_A \cdot R_C + R_A \cdot R_B + R_C \cdot R_B}{R_B} = 4.75 \, \Omega$$

$$R_{AB} = 19 \, \Omega \quad R_{CB} = 6.\overline{3}$$



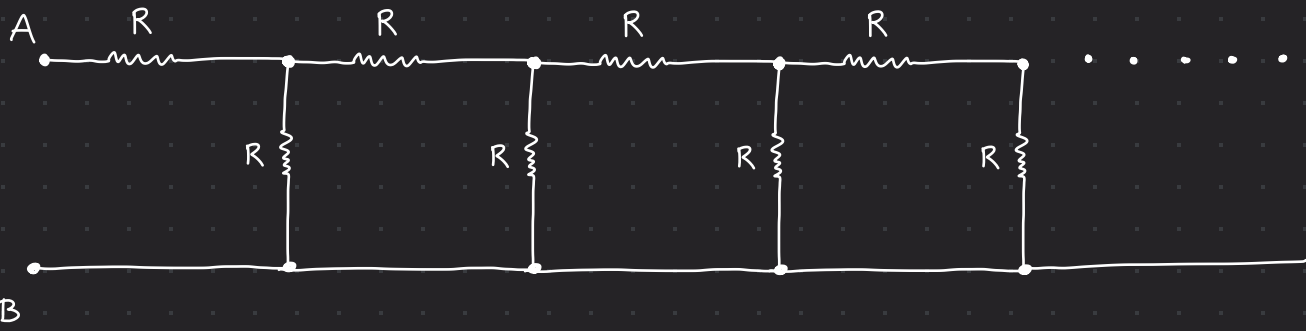
$$\Rightarrow R_{2AC} = R_2 \parallel R_{AC} = 1.404 \, \Omega$$

$$R_{5AB} = 3.958 \, \Omega$$

$$R_{2AC-5AB} = \text{SERIE} = 5.365 \, \Omega$$

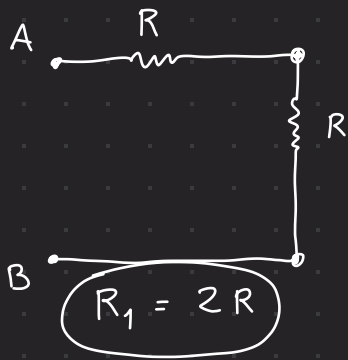
$$\Rightarrow \underline{R_{eq} = \parallel = 2.89 \, \Omega}$$

Risultato
Accettabile ~ 2.9

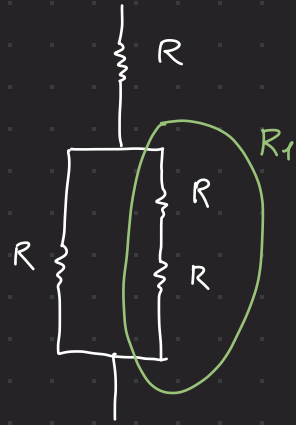
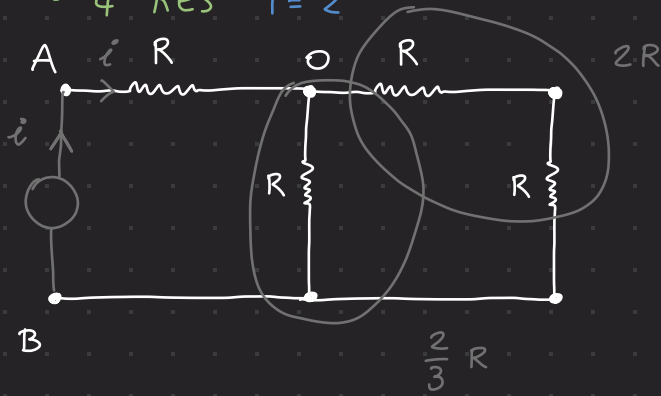


RISPOSTA: $R_{AB} = R \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right)$

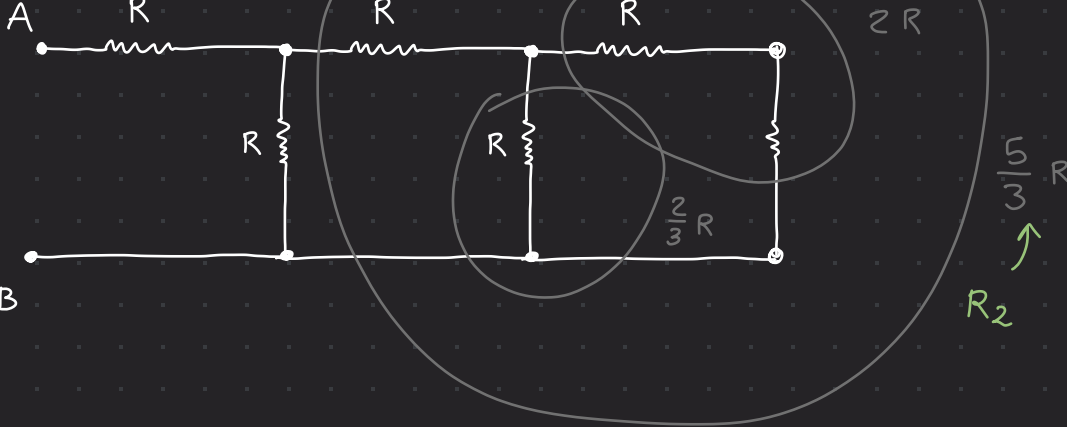
• 2 Res $i = 1$



• 4 Res $i = 2$



• 6 RES



$$\Rightarrow R_2 = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} \right)^{-1}$$

$$= R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right)^{-1}$$

$$\Rightarrow R_3 = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \quad \Rightarrow \quad R_4 = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} \dots$$

$$\Rightarrow R_N = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_{N-1}} \right)^{-1}$$

ma per $N \rightarrow \infty$, $N-1 \sim \infty$

$$\Rightarrow R_{N-1} \sim R_\infty$$

$$\Rightarrow R_\infty = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_\infty} \right)^{-1} = R + \left(\frac{R_\infty + R}{R \cdot R_\infty} \right)^{-1} = R + \frac{R \cdot R_\infty}{R_\infty + R}$$

$$\Rightarrow R_\infty = \frac{R(R_\infty + R) + R \cdot R_\infty}{R_\infty + R} \quad \Rightarrow \quad R_\infty = \frac{R \cdot R_\infty + R^2 + R \cdot R_\infty}{R_\infty + R}$$

$$\leadsto X = R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{X} \right)^{-1} \quad \rightarrow \quad X = R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{X}}$$

$$\rightarrow X = R + \frac{1}{\frac{X + R}{RX}} \quad \rightarrow \quad X = R + \frac{RX}{X + R}$$

$$\rightarrow X = \frac{RX + R^2 + RX}{X + R} \quad \rightarrow \quad X = \frac{R^2 + 2RX}{X + R} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow X^2 + XR - 2RX = R^2 \quad \rightarrow \quad X^2 - RX - R^2 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = R^2 - 4 \cdot (-R^2) = R^2 + 4R^2 = 5R^2$$

$$\rightarrow X_{1,2} = \frac{+R \pm \sqrt{5R^2}}{2} \quad \xrightarrow{\text{pos}} \quad \frac{R + R\sqrt{5}}{2} \quad \leadsto R_{AB} = R \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \right)$$

QED