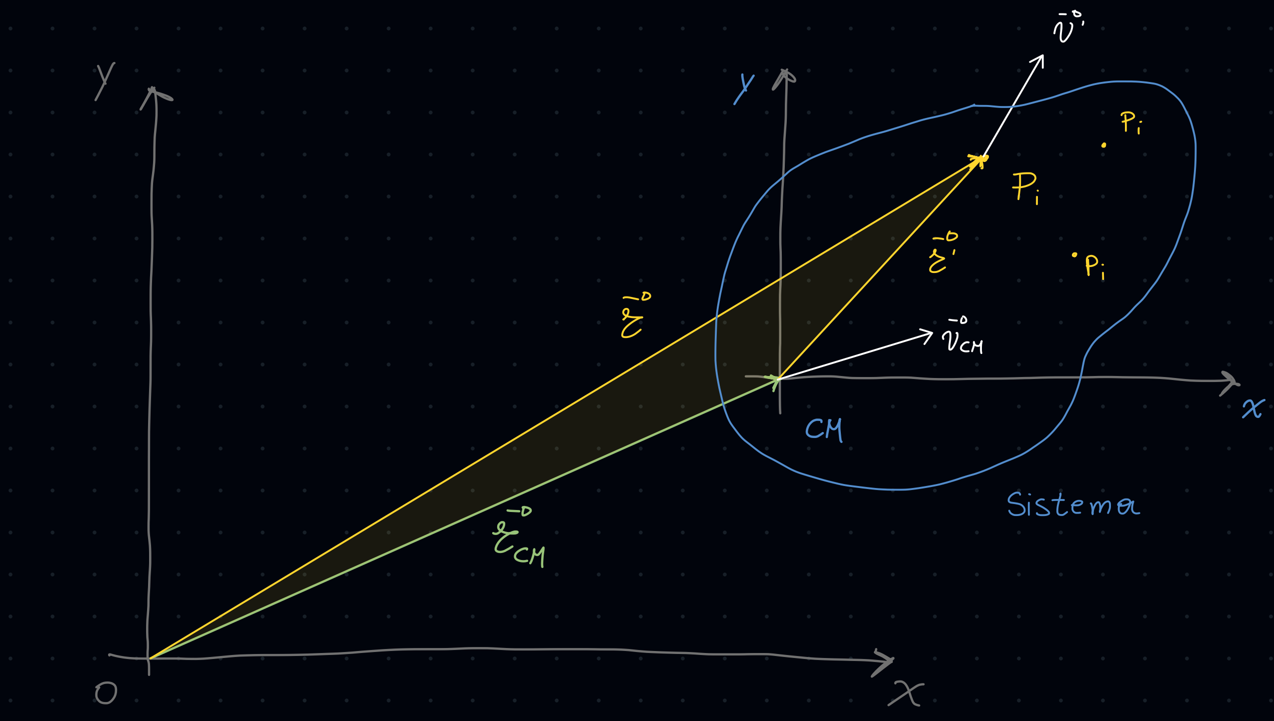

oxy è fermo

$$\vec r = \vec r_{CM} + \vec r' \;\to\; \frac{d\vec r}{dt} = \underset{\text{Risp. ad O}}{\overset{\text{Vel di P}}{\vec v}} = \underset{\text{Vel del CM}}{\vec v_{CM}} + \vec v'$$

Vel di P Rispetto a CM

Momento Angolare $\quad \vec L = \vec r \wedge \overbrace{m\vec v}^{\vec p}$

$$\to \vec L_{TOT} = \sum_i \vec r_i \wedge m_i \vec v_i = \sum_i \left[(\vec r_{CM} + \vec r_i') \wedge m_i (\vec v_i' + \vec v_{CM}) \right]$$

$$= \sum_i \left[\vec r_{CM} \wedge m_i \vec v_i' + \vec r_{CM} \wedge m_i \vec v_{CM} + \vec r_i' \wedge m_i \vec v_i' + \vec r_i' \wedge m_i \vec v_{CM} \right]$$

$$= \vec r_{CM} \wedge \left(\sum_i m_i \vec v_i'\right) + \vec r_{CM} \wedge M \vec v_{CM} + \sum \vec r_i' \wedge m_i \vec v_i' + \left(\sum_i m_i \vec r_i'\right) \wedge \vec v_{CM}$$

(1) $\vec R = \dfrac{\sum_i m_i \vec r_i}{\sum_i m_i}$ ma $\sum_i m_i = M \to \vec R = \dfrac{\sum_i m_i \vec r_i}{M} \Rightarrow \sum_i m_i \vec r_i' = M \vec R_{CM}'$

$$\vec P_{TOT} = M \cdot \vec v_{CM} = \sum m_i \vec v_i \quad (2)$$

$$\Rightarrow L_{TOT} = \vec r_{CM} \wedge \underbrace{\cancel{M \vec v_{CM}'}}_{0} + \vec r_{CM} \wedge M \vec v_{CM} + \sum_i \vec r_i \wedge m_i \vec v_i' + \overset{0}{\cancel{M \vec R_{CM}'}} \wedge \vec v_{CM}$$

$$= \vec r_{CM} \wedge M \vec v_{CM} + \underbrace{\sum_i \vec r_i \wedge m_i \vec v_i'}_{(3)} \;\to\; L_{TOT} = \vec L_{CM} + \underbrace{\vec L_{TOT}'}_{(3)}$$

$\sum_i \vec L_i'$

Bonus: Formule (1) e (2)

da (1) è per DEFINIZIONE: $\vec{R}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} \Rightarrow \sum_i m_i \vec{r}_i = M \vec{R}_{CM}$ (1)

Troviamo la (2): $\vec{v} = \frac{d\vec{S}}{dt}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \sum_i \frac{m_i}{M} \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{M}$$ ma $\vec{p} = m \cdot v \Rightarrow \vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{M} = \frac{p_{TOT}}{M}$

$$\Rightarrow \vec{p}_{TOT} = M \cdot \vec{v}_{CM}$$ (2)

CONSIDERAZIONI

Il secondo termine (3) ci conferma che non possiamo generalizzare le ROTAZIONI grazie al CM; infatti oltre al momento angolare DEL CM, abbiamo anche il momento angolare RISPETTO AL CM

OVVERO non possiamo scrivere l'equivalente della generalizzazione (1) per le ROTAZIONI:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \longrightarrow \sum_i \vec{F}_i = \sum m_i \vec{a}_i \rightarrow \sum_i F_{ext} = M \cdot \vec{a}_{CM}$$