



oxy è fermo

$$\vec{r}_i^0 = \vec{r}_{CM}^0 + \vec{r}_i' \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{r}_i^0}{dt} = \underbrace{\vec{v}_i^0}_{\text{Vel di P Risp. ad O}} = \underbrace{\vec{v}_{CM}^0}_{\text{Vel del CM}} + \underbrace{\vec{v}_i'}_{\text{Vel di P Rispetto a CM}}$$

Momento Angolare $\vec{L} = \vec{r} \wedge m \vec{v}$

$$\begin{aligned} \rightarrow \vec{L}_{TOT} &= \sum_i \vec{r}_i^0 \wedge m_i \vec{v}_i^0 = \sum_i \left[(\vec{r}_{CM}^0 + \vec{r}_i') \wedge m_i (\vec{v}_i' + \vec{v}_{CM}^0) \right] \\ &= \sum_i \left[\vec{r}_{CM}^0 \wedge m_i \vec{v}_i' + \vec{r}_{CM}^0 \wedge m_i \vec{v}_{CM}^0 + \vec{r}_i' \wedge m_i \vec{v}_i' + \vec{r}_i' \wedge m_i \vec{v}_{CM}^0 \right] \\ &= \vec{r}_{CM}^0 \wedge \left(\sum_i m_i \vec{v}_i' \right) + \vec{r}_{CM}^0 \wedge M \vec{v}_{CM}^0 + \sum_i \vec{r}_i' \wedge m_i \vec{v}_i' + \left(\sum_i m_i \vec{r}_i' \right) \wedge \vec{v}_{CM}^0 \end{aligned}$$

$$(1) \vec{R} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i^0}{\sum_i m_i} \quad \text{ma } \sum_i m_i = M \quad \rightarrow \quad \vec{R} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i^0}{M} = \sum_i m_i \vec{r}_i^0 = M \vec{R}_{CM}^0$$

$$\vec{p}_{TOT}^0 = M \cdot \vec{v}_{CM}^0 = \sum m_i \vec{v}_i^0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \vec{L}_{TOT} &= \cancel{\vec{r}_{CM}^0 \wedge M \vec{v}_{CM}^0} + \vec{r}_{CM}^0 \wedge M \vec{v}_{CM}^0 + \sum_i \vec{r}_i' \wedge m_i \vec{v}_i' + \cancel{M \vec{R}_{CM}^0 \wedge \vec{v}_{CM}^0} \\ &= \vec{r}_{CM}^0 \wedge M \vec{v}_{CM}^0 + \sum_i \vec{r}_i' \wedge m_i \vec{v}_i' \quad \rightarrow \quad \vec{L}_{TOT} = \vec{L}_{CM} + \vec{L}_{TOT}' \end{aligned}$$

(3) (3)

Bonus: Formule (1) e (2)

da (1) è per DEFINIZIONE: $\vec{R}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{M} \Rightarrow \sum_i m_i \vec{r}_i = M \vec{R}_{CM}$ (1)

Troviamo la (2): $\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \sum_i \frac{m_i}{M} \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\sum_i m_i \vec{v}_i}{M} \quad \text{ma } \vec{p} = m \cdot v \Rightarrow \vec{v}_{CM} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{M} = \frac{\vec{p}_{TOT}}{M}$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{p}_{TOT} = M \cdot \vec{v}_{CM}} \quad (2)$$

CONSIDERAZIONI

Il Secondo Termine (3) ci conferma che non possiamo generalizzare le ROTAZIONI grazie al CM; infatti oltre al momento angolare DEL CM, abbiamo anche il momento angolare RISPETTO AL CM

OVVERO non possiamo scrivere l'equivalente della generalizzazione (1) per le ROTAZIONI:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \longrightarrow \sum_i \vec{F}_i = \sum m_i \vec{a}_i \Rightarrow \sum_i \vec{F}_{ext} = M \cdot \vec{a}_{CM}$$