

ENERGIA DEL CAMPO ELETTRICO

$$L_{F_c}^o = \int_e \vec{F} \cdot d\vec{e}^o = U_A - U_B = -\Delta U \quad \text{con } U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot Q}{R^2}$$

ma se dividiamo tutto per q : $\frac{L_F}{q} = L_E = V_A - V_B \Rightarrow \underline{L = q(V_A - V_B)}$

$\Rightarrow dL = \vec{F} \cdot d\vec{e}^o = dq(V_A - V_B)$ Lavoro necessario per spostare una carica da A a B

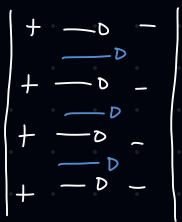
$\Rightarrow L_{TOT} = \int_A^B (V_A - V_B) dq$ ma dai condensatori: $C = \frac{Q}{V_A - V_B} \Rightarrow V_A - V_B = \frac{Q}{C}$

$\Rightarrow L_{TOT} = \int_A^B \frac{Q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_A^B Q dq = \frac{1}{C} \left[\frac{Q^2}{2} \right]_A^B = \frac{1}{C} \left[\frac{Q_B^2}{2} - \frac{Q_A^2}{2} \right]$

Se calcoliamo il caso particolare in cui $Q_A = 0 \Rightarrow L_{TOT} = \frac{1}{C} \frac{Q^2}{2}$

$\Rightarrow \underline{L_{TOT} = \frac{Q(V_A - V_B)}{2}}$ ENERGIA \rightarrow L'energia indica il lavoro necessario per spostare una carica nel campo elettrico

Se ci riferiamo al caso particolare del condensatore piano



$$E_{TOT} = 2E$$

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} \quad E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{e}^o \quad \text{ma } E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$\Rightarrow V_A - V_B = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d$ ma $\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow \underline{V_A - V_B = \frac{Q}{S\epsilon_0} \cdot d}$

$\Rightarrow L_{TOT} = \mathcal{E} = \frac{1}{2} Q \cdot \frac{Q}{S\epsilon_0} \cdot d = \frac{Q^2}{2S\epsilon_0} \quad \textcircled{d}$ maggiore è la dist delle armature e maggiore deve essere l'energia!

Da qui possiamo definire la densità volumetrica di Energia:

$$W = \frac{\mathcal{E}}{V} = \frac{d\mathcal{E}}{dV} \quad \Rightarrow \quad V \text{ nel cond piano} = b \times h = S \cdot d$$

$$\Rightarrow W = \frac{\mathcal{E}}{S \cdot d} = \frac{\frac{Q(V_A - V_B)}{2 \cdot S \cdot d}}{\frac{Q(V_A - V_B)}{d}} = \frac{1}{2} \sigma \left(\frac{V_A - V_B}{d} \right) \quad \begin{array}{l} L = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = E \cdot d = V_A - V_B \\ \Rightarrow E = \frac{V_A - V_B}{d} \end{array}$$

$$\Rightarrow W = \frac{\sigma}{2} E \quad \begin{array}{l} \text{Teorema di Gauss} \\ E \cdot S = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E \cdot \epsilon_0 = \frac{Q}{S} \\ \Rightarrow E \cdot \epsilon_0 = \sigma \end{array}$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2} E \epsilon_0 \cdot E = \frac{E^2 \epsilon_0}{2} \quad \begin{array}{l} W \\ \text{Energia del campo} \\ \text{Elettrico} \end{array}$$