Teorema di equivalenza di Ampère

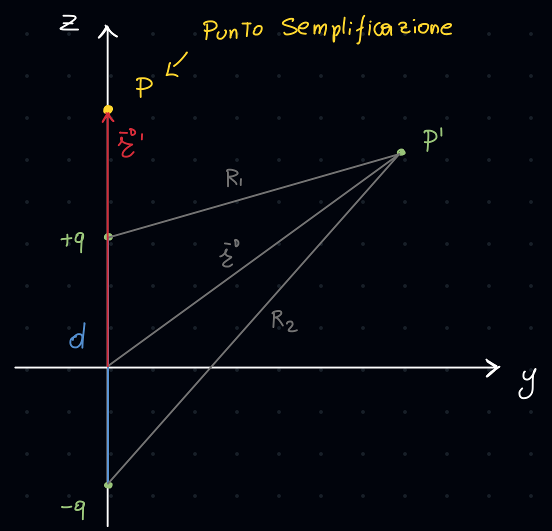
Ci dice che una spira percorsa da corrente si comporta come un dipolo magnetico, se osservata da grande distanza.

⇒ Questo si traduce in 3 casi:

1. Campo $\vec E / \vec B$ prodotto dalla spira con $z >> R$ ≡ Campo $\vec E / \vec B$ Bipolo
1. Forza prodotta dalla spira immersa in $\vec B / \vec E$ ≡ Forza Bipolo
1. Momento agente sulla spira con $z >> R$ ≡ Momento Bipolo

Caso 1: Campo

- Bipolo Elettrico



Poniamo il caso che P sia SEMPRE lungo z

$$\Rightarrow \vec E_z = \frac{q\cdot d}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{3\cos^2\theta - 1}{r^3}$$

Se P è lungo z → $\theta_{r'_z} = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$$\Rightarrow \vec E_z = \frac{q\cdot d}{\cancel{4}\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\cancel{2}}{r'^3} = \frac{q\cdot d}{2\pi\varepsilon_0 \vec r\,'^3}\,\hat k$$

Pongo $\vec p = q\cdot\vec d$ = Momento del dipolo elettrico

$$\Rightarrow \vec E = \frac{\vec p}{2\pi\varepsilon_0 \vec r\,'^3}$$

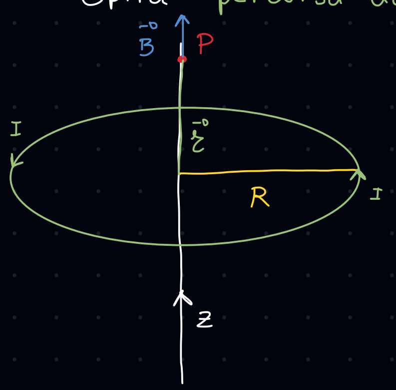
Bipolo Magnetico → q_m carica magnetica

$$\Rightarrow \vec B = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{q_m\cdot q_m'}{r^2} \Rightarrow \vec B_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{2q_m\cdot d}{\vec r\,'^3}$$

(1) $\Rightarrow \vec m = q_m \cdot \vec d$ Momento dipolo magnetico

→ Stessa cosa del Dipolo Elettrico. ← $\Rightarrow \vec B = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{2\vec m}{\vec r\,'^3}$

- Spira percorsa da corrente



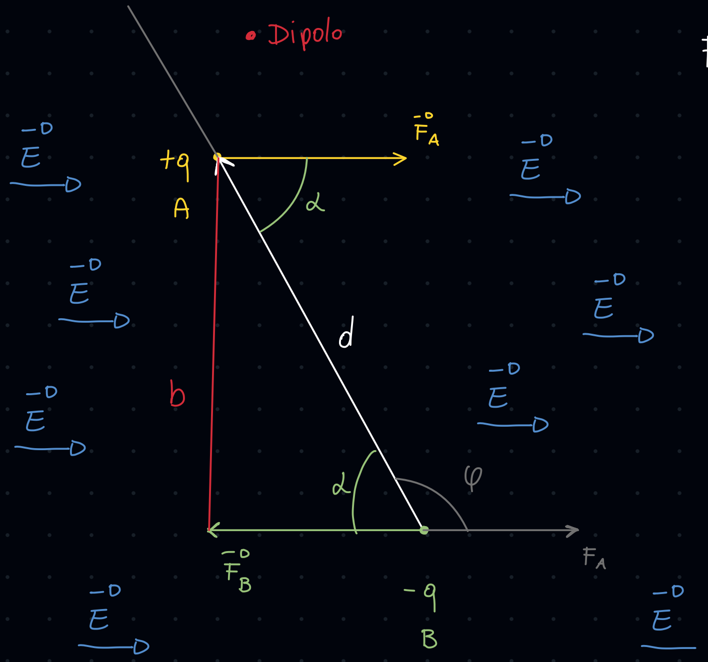
$$\vec B_z = \hat n\cdot\frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$ se $z >> R$ → $B_z = \hat n\,\frac{\mu_0 I R^2}{2z^3}$

Definisco $\vec m = I S \hat n \Rightarrow S = \pi R^2$

$$\Rightarrow \frac{\mu_0 \overbrace{I R^2 \hat n \cdot \pi}^{\vec m}}{2z^3\,\pi} = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{\vec m}{z^3}$$ QED

Caso 3: Momento di una Forza

• Dipolo



$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad \text{ma} \quad E = \frac{F}{q} \Rightarrow \vec{F} = q \cdot \vec{E}$$

↑ Forza diretta come il campo elettrico

Momento di una forza $\vec{M} = \vec{r} \wedge \vec{F}$

$$\Rightarrow \vec{M}_{TOT} = \vec{r}_1 \wedge \vec{F}_A + \vec{r}_2 \wedge \vec{F}_B$$

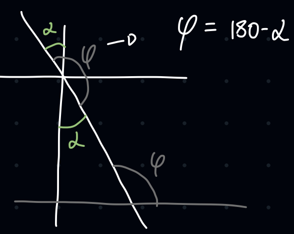
Fisso il polo in B

$$= \vec{r}_1 \wedge \vec{F}_A + 0 \wedge \vec{F}_B = \vec{r}_1 \wedge \vec{F}_A$$

$$= \vec{r}_1 \wedge q \cdot \vec{E} = \underbrace{\vec{d} \wedge q}_{\vec{p}} \vec{E} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

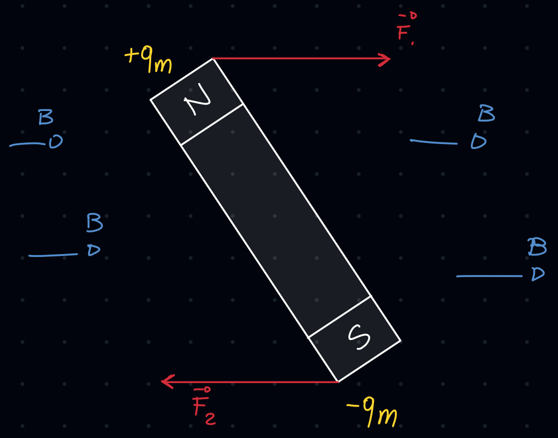
Modulo $|\vec{M}_{TOT}| = d \cdot q \cdot E \cdot \sin\varphi = p\, E \cdot \sin\varphi = p \cdot E \cdot \sin(180 - \alpha)$

$\Rightarrow M = p \cdot E \sin\alpha$ $\qquad \sin(180-\alpha) = \sin\alpha$



Inoltre: $M = d q E \sin\alpha$ ma $d \sin\alpha = b$ ← "Braccio della coppia"

$\Rightarrow M = q \cdot E \cdot b$ ma $q\vec{E} = \vec{F} \Rightarrow$ $\boxed{M = F \cdot b}$ VALIDO SEMPRE



$$\vec{F} = q_m \cdot \vec{B} \Rightarrow \vec{M}_{TOT} = \vec{d} \wedge q \cdot \vec{B}$$

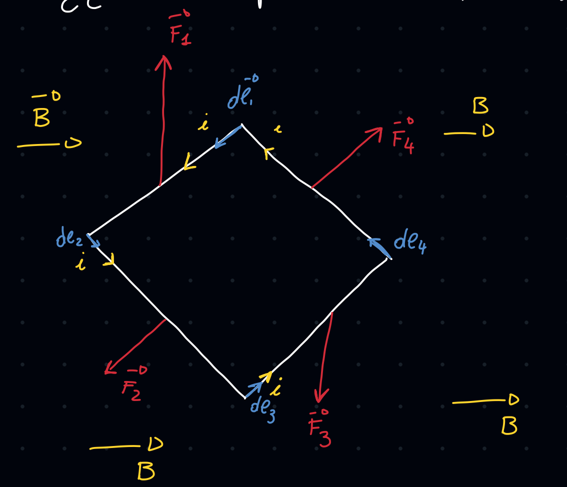
$$= \vec{m} \wedge \vec{B}$$

uguale a sopra ↑

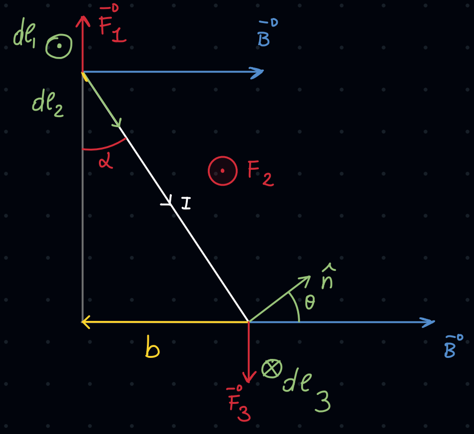
• Spira

Legge di Laplace: Forza Lorentz: $F = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \rightarrow F = \underbrace{q \frac{d\vec{l}}{dt}}_{i} \wedge \hat{B} = i\, d\vec{l} \wedge \vec{B}$

LAPLACE (2)



Le forze sono date da Laplace



$$d\vec{F}_1 = I\, d\vec{e}_1 \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_1 = I \int B \cdot de_1 = I B e_1 \qquad F_3 = I B e_3$$

$\Rightarrow$ Momenti

$$M = F \cdot b \Rightarrow I B \underbrace{e_1 \cdot e_2}_{b \times h = S} \sin\theta \rightarrow M_{spira} = I B S \sin\alpha$$

Definisco $\vec{m} = I \cdot S \hat{n} \Rightarrow m \cdot B \sin\alpha = \vec{m} \wedge \vec{B}$