

I° Equazione: Teorema di Gauss: \rightarrow FLUSSO

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \quad \rightarrow \text{Teorema Divergenza} \quad \phi = \oint \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \rho = \frac{dQ}{dV} \Rightarrow dQ = \rho dV \Rightarrow Q = \int_V \rho dV \quad \rightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

$$\rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

II° Equazione \rightarrow CIRCUITAZIONE

$$C_E = \oint_e \vec{E} \cdot d\vec{e} = 0$$

$A=B$

Teorema Rotore

$$\oint_e \vec{A} \cdot d\vec{e} = \int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) \cdot \hat{n} dS$$

$$\rightarrow C = \oint_e \vec{E} \cdot d\vec{e} = \int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) \cdot \hat{n} dS = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0$$

∇ vedi 7.02 e 6.06 per la versione per campi \vec{B} variabili!

Legge di Coulomb

$$L = \int_e \vec{F} \cdot d\vec{e} = G_B - G_A \quad \text{se } U = -G \quad \rightarrow \quad L = \int_e \vec{F} \cdot d\vec{e} = -U \Rightarrow dL = \vec{F} \cdot d\vec{e} = -dU$$

$$\text{Divido per } q \rightarrow \frac{dL}{q} = \frac{\vec{F}}{q} \cdot d\vec{e} = -\frac{dU}{q} \rightarrow \frac{dL}{q} = \vec{E} \cdot d\vec{e} = -dV$$

$$\text{ma } dV \text{ è del tipo } dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

$$\begin{cases} \vec{\nabla} V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{z} \\ d\vec{e} = dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

Questa equazione ci dice che il campo elettrico punta nella direzione opposta alla direzione di massima variazione del potenziale elettrico, ovvero **il campo E punta dalla regione di potenziale maggiore verso una regione di potenziale minore.**

II° Equazione di Maxwell + Legge di Coulomb

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \rightarrow \text{Sostituisco nella II° Maxwell} \rightarrow \vec{\nabla} \wedge (-\vec{\nabla} V) = 0 \quad \text{SODDISFATTA}$$

Perché il rotore di una divergenza è sempre zero

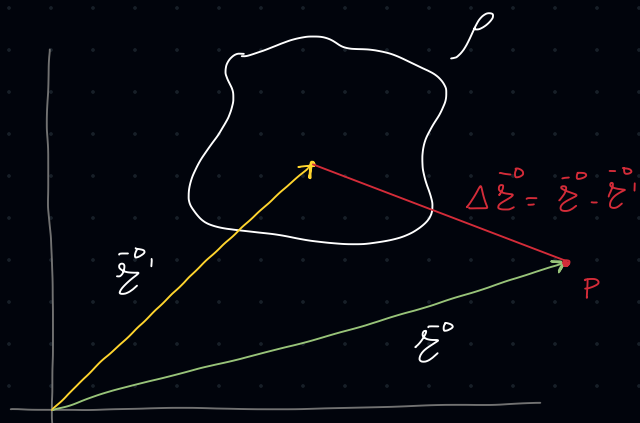
Legge di Coulomb + I° eq di Maxwell = Equazione di Poisson

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad (\text{SUB}) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla}V) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \rightarrow \quad \nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

Soluzione all'eq di Poisson

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'$$

↑
Primitiva



II° Equazione di Maxwell generalizzata per campi Magnetici VARIABILI

Legge di Faraday: $\oint_{em} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

1) FLUSSO TAGLIATO $\vec{B} = \text{cost}$, $S \neq \text{cost}$

$$F_{ind} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad , \quad \oint_{em} = \frac{L}{q} = \frac{q \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{e}}{q} = v B e$$

$$\Rightarrow -\frac{d\phi}{dt} = \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{e} \quad (\text{ottenuto dal calcolo tramite rapporto incrementale di } -\frac{d\phi}{dt})$$

2) FLUSSO CONCATENATO $\vec{B} \neq \text{cost}$, $S = \text{cost}$

$$\vec{B}(t, \vec{r}) \simeq \vec{B}(t+\Delta t, \vec{r}) + \frac{\partial \vec{B}(t+\Delta t, \vec{r})}{\partial t} \bigg|_{\Delta t=0} \Delta t$$

$$\Rightarrow \frac{d\phi_B}{dt} \simeq \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{B}(t+\Delta t, \vec{r}) \cdot \hat{n} ds + \int \frac{\partial \vec{B}(t+\Delta t, \vec{r})}{\partial t} \Delta t \cdot \hat{n} ds - \oint \vec{B}(t, \vec{r}) \cdot \hat{n} ds}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow -\frac{d\phi_B}{dt} = -\oint \frac{\partial \vec{B}(t, \vec{r})}{\partial t} \cdot \hat{n} ds$$

Caso 1+2 $\rightarrow -\frac{d\phi_B}{dt} = \oint_S (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{e} - \oint_S \frac{\partial B}{\partial t} \hat{n} ds$

Ma $f_{em} = \frac{L}{q} = \frac{q \int \vec{E} \cdot d\vec{e} + q \int (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n} ds}{q} = \int_{\ell} \vec{E} \cdot d\vec{e} + \int_S (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n} ds$

$\Rightarrow f_{em} = -\frac{d\phi_B}{dt} \rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{e} + \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n} ds = \oint (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n} ds - \oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} ds$

$\Rightarrow \oint \vec{E} \cdot d\vec{e} = - \oint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} ds \quad \rightarrow \quad \text{Rotore} \quad \oint (\vec{v} \wedge \vec{E}) \cdot \hat{n} ds = - \oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \hat{n} ds$

$\rightarrow \nabla \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{II}^\circ \text{ Eq di Maxwell Differenziale}$

$f_{em} = -\frac{d\phi_B}{dt} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{e} + \oint_{\ell} (\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot d\vec{e} \quad \text{II}^\circ \text{ Eq di Maxwell Integrale}$