

Teorema Energia cinetica

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow L = \vec{F} \cdot \vec{e} = 0 \quad L = \int \vec{F} \cdot d\vec{e} \quad \text{ma } \vec{F} = m \vec{a} \rightarrow L = \int m \vec{a} \cdot d\vec{e}$$

$$\text{ma } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \rightarrow L = m \int \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{e} \quad \rightarrow \quad L = m \int_{v_0}^{v_f} v dv = m \left(\frac{v_f^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \right)$$

$$\Rightarrow L = \int F \cdot de = G$$

↑
E cinetica

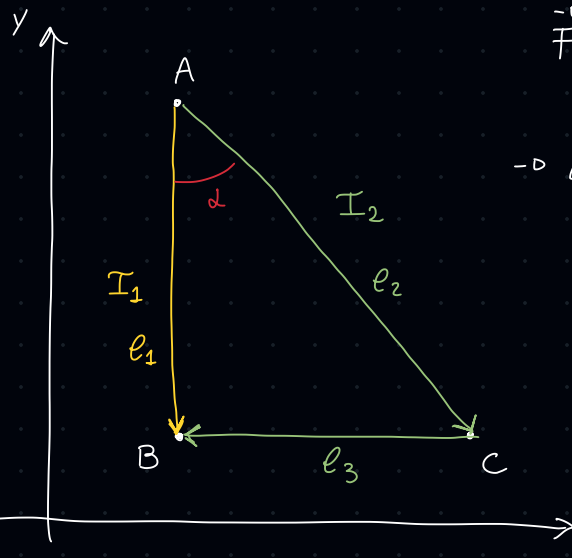
E potenziale : $U = -G \Rightarrow L = \int F \cdot de = -U$

$\Rightarrow dL = F \cdot de = -U$

Campo conservativo:

Quando il lavoro compiuto non dipende dal cammino ma solo da stato finale ed iniziale

Esempio: Campo gravitazionale con diversi cammini



$$\vec{F} = \vec{P} = m \cdot \vec{g}$$

$$\rightarrow L_{I1} = \int_A^B m \vec{g} \cdot d\vec{e}_1 = m g (e_1)$$

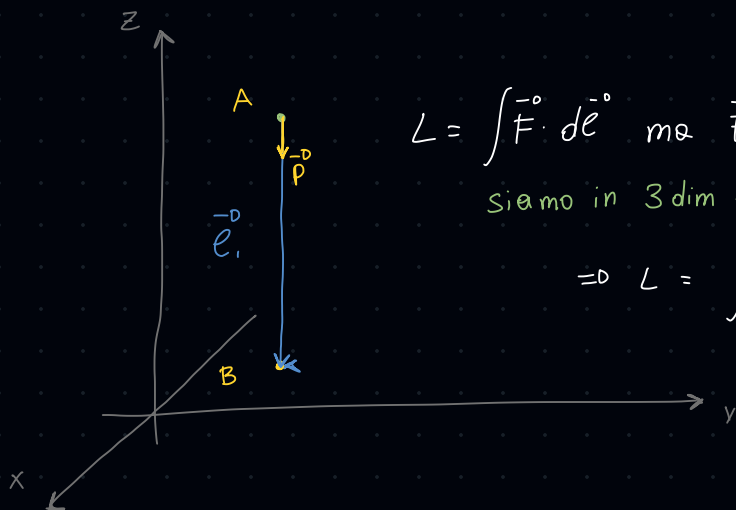
$$L_{I2} = \int_A^C m \vec{g} \cdot d\vec{e}_2 + \int_C^B m \vec{g} \cdot d\vec{e}_3$$

$$= \int_A^C m \vec{g} \cdot d\vec{e}_2 = \int_A^C m g (de_2 \cos \alpha)$$

$\cos(\theta) = 0$

$$\Rightarrow \int_A^C m g de_1 = m g e_1 \quad \text{QED}$$

Energia potenziale



$$L = \int \vec{F} \cdot d\vec{e} \quad \text{ma } \vec{F} = m \vec{g}$$

siamo in 3dim $\rightarrow \vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y + \vec{F}_z$

$$\Rightarrow L = \int \vec{F}_x \cdot d\vec{e} + \int \vec{F}_y \cdot d\vec{e} + \int \vec{F}_z \cdot d\vec{e} \quad \text{ma } F_y \text{ e } F_z = 0!$$

\vec{P} ha verso opposto a \vec{z}/\hat{k}

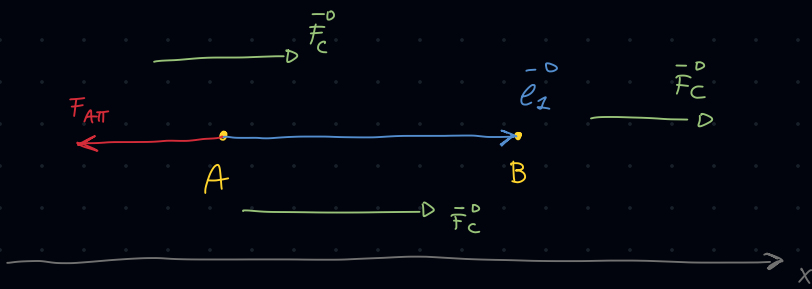
$$\rightarrow L = - \int_{e_0}^{e_f} \vec{F}_z \cdot d\vec{e} = - m g \int_{e_0}^{e_f} de = - m g [e_f - e_0]$$

Altezze!

$$\Rightarrow L = m g h_0 - m g h_f \quad \text{Energia potenziale}$$

$$U = -G$$

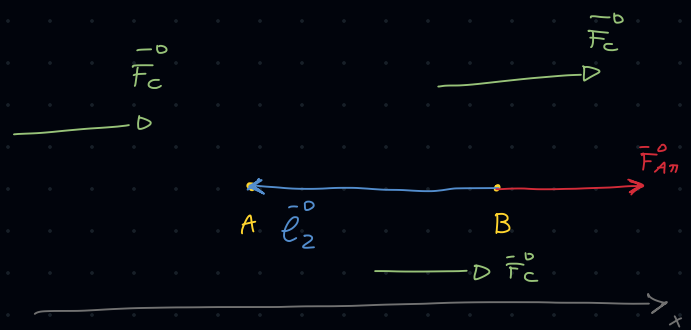
Campo NON conservativo: Forza Attrito



$$L_1 = \int (\vec{F}_C^0 - \vec{F}_{Attr}^0) \cdot d\vec{e}_1 = (F_C - F_{Attr}) \cdot e_1$$

$$L_1 + L_2 = (F_C - F_{Attr}) e_1 + (-F_C - F_{Attr}) \cdot e_2$$

$$= F_C - F_{Attr} - F_C - F_{Attr} = \boxed{-2F_{Attr}} \text{ Non conservativo}$$



$$L_2 = \int (-\vec{F}_C^0 - \vec{F}_{Attr}^0) \cdot d\vec{e}_2 = (-F_C - F_{Attr}) \cdot e_2$$

$$\text{ma } |\vec{e}_1| = |\vec{e}_2|$$