

## Corrente di spostamento

Scopo del gioco: Legge di Ampère:  $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$  E' incompleta! Maxwell la completa

I) flusso di un filo percorso da corrente



$$\phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = 0$$

$$\rightarrow \phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \text{Siamo in corrente Stazionaria}$$

II Condensatore



$$\phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \neq 0!$$

a) Conservazione della carica

$$-dQ = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \cdot dt \quad \rightarrow \quad -\frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{dQ}{dV} \quad \rightarrow \quad dQ = \rho dV$$

$$\rightarrow -\frac{d}{dt} \int_V \rho(x,y,z,t) dV = \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{J}) dV \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

b) Legge di Ampère

Biot-Savart:  $\vec{B} = \kappa \cdot \frac{I}{R} \hat{\tau} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R} \hat{\tau} \quad \rightarrow \quad C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \kappa \oint B \hat{\tau} \cdot d\vec{e}$

$$\hat{\tau} \cdot d\vec{e} = \text{Arco di circonferenza} \quad \rightarrow \quad 1 \text{ Rad} = \frac{e}{R} \quad \rightarrow \quad e = R \cdot \varphi \quad \rightarrow \quad de = R d\varphi$$

$$\rightarrow C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \kappa \oint \frac{I}{R} \cdot R \cdot d\varphi = \frac{\mu_0}{2\pi} I \oint d\varphi = \frac{\mu_0}{2\pi} I \cdot 2\pi$$

$$\rightarrow \text{Ampère: } C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{e} = \mu_0 I \quad \text{Incompleta}$$

Rotore  $\int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n} dS = \mu_0 I$  ma  $I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \quad \rightarrow \quad \int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n} dS = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$

$$\hookrightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \text{Ampère differenziale}$$

### III) Divergenza

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot \mu_0 \vec{J} \quad \rightarrow \quad \cancel{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \text{Siamo in corrente stazionaria}$$

$\rightarrow$  Nel caso del condensatore NON VA BENE!

Maxwell trova il "pezzo mancante":  $\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

L'eq di Ampere diventa:  $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J}$  Legge di Ampère - Maxwell

proof: div.  $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot \left( \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) + \vec{\nabla} \cdot \mu_0 \vec{J} \rightarrow \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})}{\partial t} = 0$

da Gauss:  $\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \frac{Q}{\epsilon_0}$  ma  $\rho = \frac{dQ}{dV} \Rightarrow dQ = \rho dV \rightarrow Q = \int \rho dV$

$$\Rightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{I eq di Maxwell elettrost.}$$

$$\Rightarrow \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \mu_0 \left( \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = 0 \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Conservazione della carica