Corrente di spostamento

Scopo del gioco: Legge di Ampère : $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ E' incompleta! Maxwell la completa

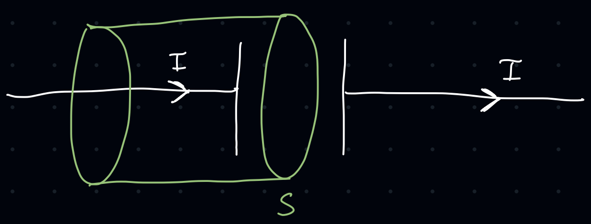
I) flusso di un filo percorso da corrente

$$\phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds = \emptyset$$

$$\rightarrow \phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds = \int_V \vec{\nabla} \vec{J} \cdot dV = \emptyset \rightarrow \vec{\nabla} \vec{J} = 0$$

Siamo in corrente Stazionaria

II Condensatore



$$\phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds \neq 0 \,!$$

a) Conservazione della carica

$$-dQ = \int \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds \cdot dt \rightarrow -\frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds \rightarrow \rho = \frac{dQ}{dV} \rightarrow dQ = \rho\, dV$$

$$\Rightarrow -\frac{d}{dt} \cancel{\int_V} \rho(x,y,z,t)\, \cancel{dV} = \cancel{\int_V} (\vec{\nabla} \vec{J}) \cdot \cancel{dV} \rightarrow \vec{\nabla} \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

b) Legge di Ampere

Biot-Savart : $\vec{B} = K \cdot \frac{I}{R} \hat{\tau} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R} \hat{\tau} \rightarrow C = \oint \vec{B}\, d\vec{\ell} = K \oint B \hat{\tau}\, d\vec{\ell}$

$\hat{\tau}\, d\vec{\ell} =$ Arco di circonferenza $\rightarrow 1 \text{ RAD} = \frac{\ell}{R} \Rightarrow \ell = R \cdot \varphi \rightarrow d\ell = R\, d\varphi$

$$\rightarrow C = \oint \vec{B}\, d\vec{\ell} = K \oint \frac{I}{\cancel{R}} \cdot \cancel{R} \cdot d\varphi = \frac{\mu_0}{2\pi} I \oint d\varphi = \frac{\mu_0}{\cancel{2\pi}} I \cdot \cancel{2\pi}$$

$\Rightarrow$ Ampére : $C = \oint \vec{B}\, d\ell = \mu_0 I$ Incompleta

Rotore $\int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n}\, ds = \mu_0 I$ ma $I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds \Rightarrow \cancel{\int_S} (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot \cancel{\hat{n}\, ds} = \mu_0 \cancel{\int_S} \vec{J} \cdot \cancel{\hat{n}\, ds}$

$\hookrightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ Ampére differenziale

III) Divergenza

$$\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\wedge\vec{B}) = \vec{\nabla}\mu_0\vec{J} \to \cancel{\mu_0}\,\vec{\nabla}\vec{J} = 0 \to \vec{\nabla}\vec{J} = 0$$ Siamo in corrente Stazionaria

→ Nel caso del condensatore NON VA BENE!

Maxwell trova il "Pezzo mancante": $\mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

L'eq di Ampere diventa: $$\vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \mu_0\vec{J}$$ Legge Ampère - Maxwell

proof: div. $$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\wedge\vec{B}) = \vec{\nabla}\left(\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right) + \vec{\nabla}\mu_0\vec{J} \to \mu_0\vec{\nabla}\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial(\vec{\nabla}\vec{E})}{\partial t} = 0$$

da Gauss: $$\int_V \vec{\nabla}\vec{E}\,dV = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$ ma $$\rho = \frac{dQ}{dV} \Rightarrow dQ = \rho\,dV \to Q = \int\rho\,dV$$

$$\Rightarrow \int_V \vec{\nabla}\vec{E}\,dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho\,dV \to \vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$ I eq di Maxwell elettrost.

$$\Rightarrow \mu_0\vec{\nabla}\vec{J} + \mu_0\cancel{\varepsilon_0}\frac{1}{\cancel{\varepsilon_0}}\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \to \mu_0\left(\vec{\nabla}\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t}\right) = 0 \to \vec{\nabla}\vec{J} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$$

Conservazione della carica