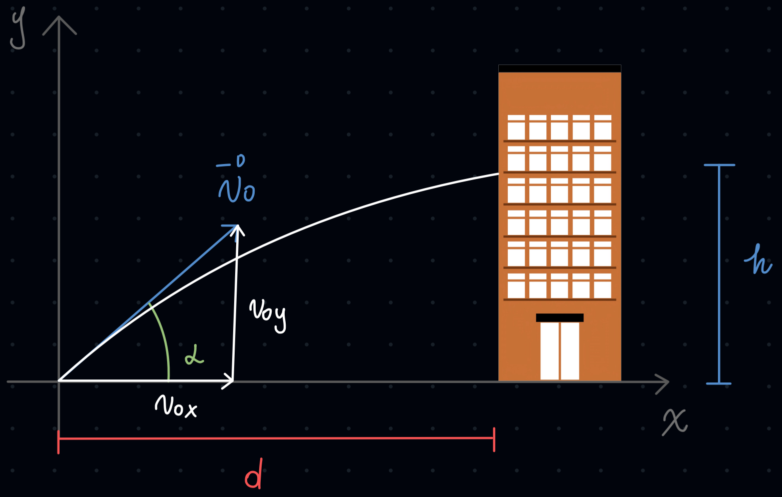
1) Un vigile del fuoco, che si trova ad una distanza $d = 23m$ da un edificio in fiamme, dirige il getto d'acqua del suo idrante ad un angolo $\alpha = 40°$ rispetto all'orizzontale. Nell'ipotesi che l'acqua colpisca le finestre dell'edificio ad un'altezza $h = 15m$ dal suolo, calcolare il valore della velocità iniziale del getto. Determinare, quindi, il valore della velocità con cui l'acqua colpisce l'edificio.

2) Dato un sistema di riferimento in cui le unità di misura delle distanze sugli assi sono espresse in metri, calcolare il lavoro fatto da una forza $\vec{F} = (6, -2, 0)$ nello spostare una particella di $\Delta\vec{r} = (3, 1, 0)$. Determinare il valore dell'angolo compreso fra $\vec{F}$ e $\Delta\vec{r}$. Supponendo che l'energia cinetica finale sia $E_f = 20J$, calcolare il rapporto fra la velocità iniziale e quella finale V_i/V_f.

5/06/18

ES 1: $d = 23\,m$ $\quad \alpha = 40°$ $\quad h = 15\,m$ $\quad v_0 = ?$ $\quad v_f = ?$



$$\begin{cases} x(t) = v_{0_x} t \\ y(t) = v_{0_y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos\alpha \\ v_{0y} = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

$$\Rightarrow y(x) = \tan\alpha\, x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2$$

Conosciamo $x = d$ e $y(d) = 15\,m$

Risolviamo per v_0 $\Rightarrow \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 = \tan x - h \to v_0^2(\tan\alpha\, x - h) = \frac{g}{2\cos^2\alpha} x^2$

$$\to v_0 = \sqrt{\frac{g \quad x^2}{(\tan(\alpha)x - h)\cdot(2\cos^2\alpha)}} = \underline{32\ m/s} \quad v_0$$

Q_2: $v_f = ?$ $\quad \cancel{U_0}^{h_0 = 0} + G_0 = U_f + G_f$ $\quad \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} g h + \frac{1}{2}\cancel{m} v_f^2$

$$\Rightarrow v_0^2 = v_f^2 + 2gh \Rightarrow v_f^2 = v_0^2 - 2gh = 729 \Rightarrow v_f = 27\ m/s$$

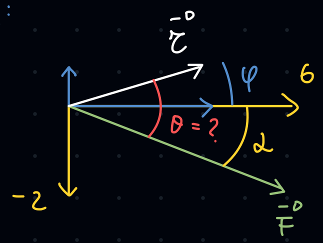
Time 15'

Problema 2:

$\vec{F}(6,-2,0)$ ($x\ \hat{i}$, $y\ \hat{j}$) $\quad \Delta\vec{r} = (3,1,0)$ ($x\ \hat{i}$, $y\ \hat{j}$) $\qquad Q_1$: Lavoro F $\qquad Q_2$: θ Tra $\vec{F}$ e $\Delta\vec{r}$

$$Q_1: L = \int \vec{F}\cdot d\vec{s} = \vec{F}\cdot\vec{r} = (6\hat{i}-2\hat{j})\cdot(3\hat{i}+\hat{j}) = 18-2 = \underline{16\text{ Joule}}$$

Q_2:



$$\begin{cases} F_x = F\cos\alpha \\ F_y = F\sin\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} r_x = r\cos\varphi \\ r_y = r\sin\varphi \end{cases}$$

$$\frac{F_y}{F_x} = \tan\alpha \qquad \frac{r_y}{r_x} = \tan\varphi$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right) = -18.43° \\ \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{r_y}{r_x}\right) = 18.43° \end{cases} \qquad \Rightarrow \theta = |\alpha| + |\varphi| = \underline{36.86°}$$

Q_2 Alternativo. $\quad L = |\vec{F}|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{L}{F\cdot\Delta r}$

$$|\vec{F}| = \sqrt{6^2+2^2} = 2\sqrt{10}, \quad |\vec{r}| = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{L}{F\cdot\Delta r}\right) = 36.86°$$

Q_3: Se $\mathcal{E}_f = 20$ Joule $\quad \frac{v_i}{v_f} \qquad \Rightarrow U_0 + G_0 = U_f + G_f$

$$L = \underbrace{\frac{1}{2}m v_f^2}_{\mathcal{E}_f} - \frac{1}{2}m v_0^2 \Rightarrow \underbrace{\frac{1}{2}m v_f^2}_{\mathcal{E}_f}\left(1-\frac{v_0^2}{v_f^2}\right) = L$$

$$\Rightarrow 1-\frac{v_0^2}{v_f^2} = \frac{L}{\mathcal{E}_f} \Rightarrow \frac{v_0}{v_f} = \sqrt{1-\frac{L}{\mathcal{E}_f}} = 0.45$$

Time 15'

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DEL SANNIO

ING. INFORMATICA ED ING. ELETTRONICA

Corso di FISICA - 12 CFU - (prof. A. Feoli) A. A. 2018-2019

Prova scritta d'esame del 1/04/2019

N.B. I compiti privi di spiegazioni sul procedimento non saranno valutati.

1) Una particella di massa $m = 3kg$ si muove nel piano xy con una velocità: $\vec{V} = (6 + 2t, 4 + t, 0)m/s$. Trovare il modulo e la direzione (angolo rispetto all'asse x del sistema di riferimento) della corrispondente accelerazione della particella. Calcolare, infine, l'energia cinetica della particella al tempo $t = 5sec$.

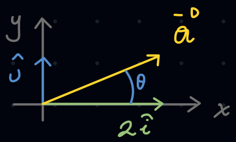
2) Il rapporto fra il tempo t_1 impiegato da un corpo per scendere di una distanza d lungo un piano inclinato con attrito e il tempo t_2 impiegato dallo stesso corpo per scendere della stessa distanza d lungo lo stesso piano inclinato, ma privo di attrito è

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{3}$$

$m = 3kg$ piano xy $\vec{v} = [(6+2t)\hat{i}, (4+t)\hat{j}, 0)\ m/s$

Q_1: Modulo e direzione dell'accelerazione

$\vec{a} = \frac{d}{dt}\vec{S} \Rightarrow \vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} \Rightarrow$



$$\begin{cases} a_x = a\cos\theta \\ a_y = a\sin\theta \end{cases} \Rightarrow \tan\theta = \frac{a_y}{a_x} \Rightarrow \theta = \operatorname{atan}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \underline{26.56^\circ}$$ Ans 1

$$|\vec{a}| = \sqrt{1+2^2} = \underline{\sqrt{5}}\ m/s^2$$

Q_2: $\mathcal{E}_{cin}$ a $t = 5''$ $\mathcal{E}_{cin} = \frac{1}{2}mv^2$, $m = 3kg$

Siccome $v = (6+2t)\hat{i} + (4+t)\hat{j} \Rightarrow \vec{v}(5'') = 16\hat{i} + 9\hat{j} \Rightarrow |v(5)| = \sqrt{16^2 + 9^2}$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{cin} = \frac{1}{2}m\underbrace{v^2}_{v=\sqrt{\cdots}} = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{16^2+9^2}\right)^2 = \frac{1}{2}m(16^2+9^2) = 505.5 \text{ Joule}$$

Tempo 15'

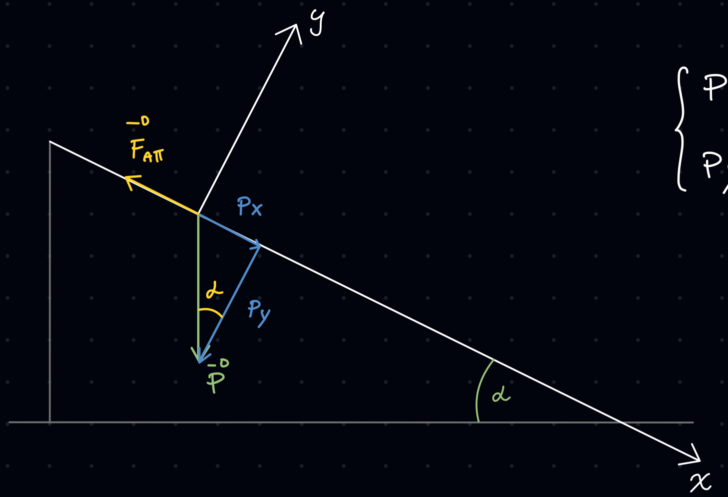
Esercizio 2:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{3}$$

t_1 = tempo per percorrere d con attrito

t_1 = tempo per percorrere d senza attrito

Q: Trovare μ dato $\alpha = 45°$



$$\begin{cases} P_x = mg \sin\alpha \\ P_y = mg\cos\alpha \end{cases}$$

$$\cancel{m} g \sin\alpha - \mu \cancel{m} g \cos\alpha = \cancel{m} \cdot a \;\Rightarrow\; g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = a_1$$

$$d = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \frac{2d}{t^2} \Rightarrow g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = \frac{2d}{t_1^2}$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2d}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}} = K \cdot 4''$$

$$\cancel{m} g \sin\alpha = \cancel{m} \cdot a_2 \Rightarrow g\sin\alpha = a \Rightarrow g\sin\alpha = \frac{2d}{t_2^2}$$

$$\Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2d}{g\sin\alpha}} = K \cdot 3''$$

$$\Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{4 \cdot \cancel{K}}{3 \cancel{K}} = \frac{\sqrt{\frac{2d}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}}}{\sqrt{\frac{2d}{g\sin\alpha}}} \Rightarrow \frac{\cancel{2d}}{\cancel{g}(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} \cdot \frac{\cancel{g}\sin\alpha}{\cancel{2d}} = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha} = \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \frac{4}{3} = \sqrt{\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha - \mu\cos\alpha}}$$

$$\text{Se } \alpha = 45° \Rightarrow \sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \mu\frac{\sqrt{2}}{2}}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{\cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}}}{\cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}}(1-\mu)}} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{1-\mu}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{1}{1-\mu} = \frac{16}{9} \Rightarrow 1-\mu = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \mu = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16} \quad \checkmark\mu$$

Processo Alternativo

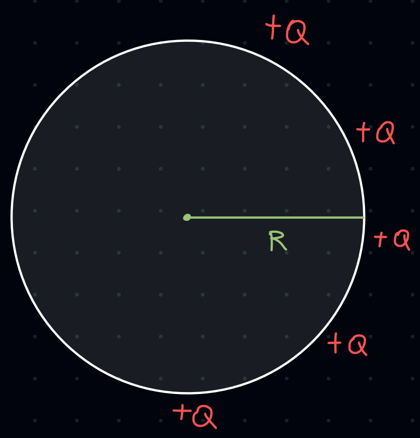
$$\frac{\sin\alpha}{16} \cdot 9 = \sin\alpha - \mu\cos\alpha \Rightarrow \mu\cos\alpha = \sin\alpha - \frac{9}{16}\sin\alpha \Rightarrow \mu = tg\alpha - \frac{9}{16} tg\alpha$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{7}{16}$$

Esercizio 3

$Q = 10^{-9}\,C \qquad R = 2\,m$

Q_1: Divergenza del campo elettrico? $\vec{\nabla}\vec{E} = ?$



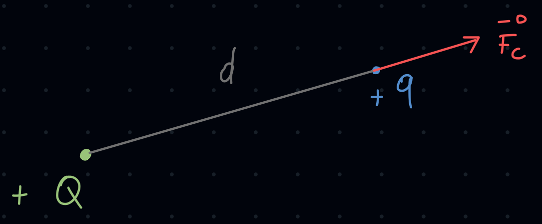
$$\Phi = \int_S \vec{E}\cdot\hat{n}\,ds = \frac{Q}{\varepsilon_0} \quad \text{Forma integrale}$$

$$\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{Forma differenziale}$$

$$\rightarrow \rho = \frac{dQ}{dV} \quad \text{OVVERO DENSITA' DI CARICA VOLUMETRICA}$$

$$\Rightarrow V_{sfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \rho = \frac{10^{-9}C}{\frac{4}{3}\pi R^3} \Rightarrow \vec{\nabla}\vec{E} = \frac{3\,10^{-9}C}{4\pi R^3 \varepsilon_0} = 3.37\,\frac{N}{Cm}$$

Q_2: $|\vec{F}_c|$ subita da un protone $q = 1.6\times10^{-19}\,C \quad d = 5\,m$



$$\Rightarrow \vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\cdot Q}{r^2}\hat{r} = 5.75\times10^{-20}\,N$$