Vedi 4.09 e 6.06

Recap Terminologia "$\vec{\nabla}$" nabla

VETTORE $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}$ = DIVERGENZA $\vec{\nabla}\cdot f$ = GRADIENTE

SCALARE/FUNZIONE $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}) = \varnothing$ div(ROT) = ∅ $\vec{\nabla}\wedge\vec{\nabla}f = \varnothing$ ROT(grad) = ∅

Definisco $\vec{A}$ POTENZIALE VETTORE / $\vec{B} = \vec{\nabla}\wedge\vec{A}$

Eq di Maxwell magnetostatica (6.06)

$$\begin{cases}\vec{\nabla}\vec{B} = 0\\ \vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\vec{J}\end{cases} \to \begin{cases}\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}) = 0 & (1)\\ \vec{\nabla}\wedge(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}) = \mu_0\vec{J} & (2)\end{cases}$$

div(rot) = 0 Sempre Vera Non ci serve

rot(rot) = identità Vett

(2) Identità Vettoriale $\vec{\nabla}\wedge(\vec{\nabla}\wedge\vec{A}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A}) - \vec{\nabla}^2\vec{A}$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A}) - \vec{\nabla}^2\vec{A} = \mu_0\vec{J} \Longleftrightarrow -\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A}) + \vec{\nabla}^2\vec{A} = -\mu_0\vec{J}$$

Magnetostatica

Termine in più

$$\vec{\nabla}^2\vec{V} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Eq di Poisson

→ Scopo del gioco: Dimostrare che $-\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A}) = 0$ (o renderlo Tale)

Trasformazione di Gauge: $\vec{\nabla}\wedge\vec{A}' = \vec{\nabla}\wedge\vec{A}$ con $\vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}f$ funzione qualsiasi

proof → $\vec{\nabla}\wedge\vec{A}' = \vec{\nabla}\wedge(\vec{A}+\vec{\nabla}f) = \vec{\nabla}\wedge\vec{A} + \cancel{\vec{\nabla}\wedge\vec{\nabla}f}$ RoTore di un gradiente = ∅

$A' = \vec{A} + \vec{\nabla}f$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\wedge\vec{A}' = \vec{\nabla}\wedge\vec{A}$$

MORALE: Se scegliamo una qualunque $A' = A + \vec{\nabla}f$, $\vec{B}$ non cambia, perché $B = \vec{\nabla}\wedge\vec{A}$ ed abbiamo appena dim. che $\vec{\nabla}\wedge\vec{A}' = \vec{\nabla}\wedge\vec{A}$.

⇒ Libertà di Gauge Se $\vec{\nabla}\cdot\vec{A} \neq 0$ (termine in più) possiamo sceglierci un $\vec{A}'$ Tale che $\vec{\nabla}\vec{A}' = 0$ → Troviamo l'unica f / $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{A}') = \vec{\nabla}\vec{A} + \vec{\nabla}^2 f = \varnothing$ Gauge di Coulomb

$A' = A + \nabla f$

Quindi: $-\nabla(\nabla A) + \nabla^2 A = -\mu_0\vec{J}$ → Gauge Coulomb → $\underline{\vec{\nabla}^2\vec{A}' = -\mu_0\vec{J}}$ Stessa forma di $\vec{\nabla}^2\vec{V} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\Rightarrow$ Stessa Soluzione $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\Delta \vec{r}|} dV$ Volume = $A_{base} \times$ Altezza

$\rightarrow dV = S \cdot dl \Rightarrow \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{J \cdot S}{|\Delta \vec{r}|} d\vec{l}$ ma $\phi = \oint \vec{J} \cdot \hat{n} \, dS = I \Rightarrow \vec{J} \cdot S = I$

$\Rightarrow \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{I}{|\Delta \vec{r}|} d\vec{l}$ Soluzione