



$$\vec{r}^0 = \vec{O}^0 + \vec{r}^0$$

$$\Rightarrow v = \frac{d\vec{r}^0}{dt} = \frac{d\vec{O}^0}{dt} + \frac{d\vec{r}^0}{dt}$$

$$= \underbrace{\vec{v}_\Omega} + \underbrace{\vec{v}'}_{\text{Vel di P rispetto a Vel di a rispetto a}}$$

a x'y' RUOTA \Rightarrow non inerziale
oxy e' fermo o a v=cost

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{r}^0 = \hat{i} x + \hat{j} y & \text{con } \hat{i} \text{ e } \hat{j} \text{ costanti} \\ \vec{r}^0 = \hat{\alpha} x' + \hat{\beta} y' & \text{con } \hat{\alpha} \text{ e } \hat{\beta} \text{ VARIABILI (RUOTA!)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{r}^0}{dt} = \frac{d\hat{\alpha}}{dt} x' + \frac{dx'}{dt} \hat{\alpha} + \frac{d\hat{\beta}}{dt} y' + \frac{dy'}{dt} \hat{\beta} = \underbrace{\left(\frac{dx'}{dt} \hat{\alpha} + \frac{dy'}{dt} \hat{\beta} \right)}_{\vec{v}'} + \left(\frac{d\hat{\alpha}}{dt} x' + \frac{d\hat{\beta}}{dt} y' \right)$$

$$= \vec{v}' + (\omega \wedge \hat{\alpha}) x' + (\omega \wedge \hat{\beta}) y' = \vec{v}' + \omega \wedge (\hat{\alpha} x' + \hat{\beta} y')$$

$$= \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}^0$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{r}^0}{dt} = \vec{v}^0 = \vec{v}_\Omega + \vec{v}' = \vec{v}_\Omega + \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}^0 \quad (1)$$

$$= \vec{v}_T + \vec{v}'$$

$$\vec{v}_T = \vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{r}^0$$

Velocita' di Trascinamento

Accelerazione:

$$\vec{a}_\Omega$$

$$\vec{a}^0 = \frac{d\vec{v}^0}{dt} = \frac{d\vec{v}_T}{dt} + \frac{d\vec{v}'}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{v}_\Omega}{dt}}_{\vec{a}_\Omega} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}^0 + \vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{r}^0}{dt} + \frac{d\vec{v}'}{dt}$$

\Rightarrow Un pezzo alla volta: $\vec{v}' = \left(\frac{dx'}{dt} \hat{\alpha} + \frac{dy'}{dt} \hat{\beta} \right) \Rightarrow \frac{d\vec{v}'}{dt} = \underbrace{\left(\frac{d^2 x'}{dt^2} \hat{\alpha} + \frac{d^2 y'}{dt^2} \hat{\beta} \right)}_{\vec{a}'} + \underbrace{\left(\frac{dx'}{dt} \frac{d\hat{\alpha}}{dt} + \frac{dy'}{dt} \frac{d\hat{\beta}}{dt} \right)}_{\vec{\omega} \wedge \hat{\alpha} \quad \vec{\omega} \wedge \hat{\beta}}$

• Sappiamo che $\frac{d\vec{r}^0}{dt} = \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}^0$

$$\rightarrow \vec{a}^0 = \vec{a}_\Omega + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{z}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{z}') + \vec{a}' + \left(\frac{dx'}{dt} (\vec{\omega} \wedge \hat{x}) + \frac{dy'}{dt} (\vec{\omega} \wedge \hat{y}) \right)$$

$$\hookrightarrow \vec{\omega} \wedge \left(\frac{dx'}{dt} \hat{x} + \frac{dy'}{dt} \hat{y} \right) = \vec{\omega} \wedge \vec{v}'$$

$$= \vec{a}_\Omega + \left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{z}' \right) + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{z}') + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \vec{a}'$$

$$= \underbrace{\vec{a}_\Omega}_{\substack{\vec{a} \text{ di } \Omega \\ \text{rispetto} \\ 0}} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{z}' + \underbrace{2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}')}_{\substack{\vec{a} \text{ di Coriolis}}} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{z}')}_{\substack{\vec{a} \text{ di P} \\ \text{rispetto} \\ \Omega}} + \vec{a}'$$

$$\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{z}' = \omega \wedge (\omega \wedge \vec{z}' \sin(90)) =$$

$$= \omega \wedge (\omega \wedge \hat{z}') \cdot \hat{\beta} = \omega \cdot \omega \cdot \sin 90 = \omega^2 \hat{z}' \cdot (-\hat{z}') = -\omega^2 \hat{z}'$$

vettore di esempio!

Acc. centrifuga

Come abbiamo trovato $\vec{v}_T = \vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{z}'$

$$\rightarrow \vec{a}_{TR} = \vec{a}_\Omega + \vec{a}_{CF} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{z}'$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{CO} + \vec{a}_{TR} \quad \text{Acc. misurato da } O$$

Applicare la dinamica a sistemi non inerziali

Inerziali: $\vec{v} = \vec{v}_O + \vec{v}'$

\vec{v} di P da Sys 1 \vec{v} Sys 2 da Sys 1 \vec{v} punto da Sys 2

$$\rightarrow \vec{a} = \vec{a}_O + \vec{a}'$$

\vec{a} di P misurato da Sys 1 \vec{a} di Sys 2 \vec{a} di P da Sys 2

ma $\vec{a}_O = 0$ perché Sys 2 è inerziale
 $\Rightarrow \vec{a}_O = \vec{a}'$

Tutti sperimentano la stessa Acc

$$\Downarrow$$

$$\vec{F}' = m \cdot \vec{a}'$$

Non Inerziali:

$$\vec{v} = \vec{v}_\Omega + \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{z}' \quad \text{con} \quad \vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{z}' = \vec{v}_{TR} \quad \Rightarrow \quad \vec{v} = \vec{v}_{TR} + \vec{v}'$$

\vec{v} di P da Sys 1 \vec{v} Sys 2 da Sys 1 \vec{v} P da Sys 2 Rotazione

$$\rightarrow \vec{a} = \vec{a}_\Omega + \vec{a}_{CF} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{z}' + \vec{a}_{CO} + \vec{a}' \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{a}_{TR} + \vec{a}_{CO} + \vec{a}'$$

\vec{a} di P da Sys 1 \vec{a} di Sys 2 da Sys 1 \vec{a} di P da Sys 2

$\vec{a} \neq \vec{a}' \quad \forall$

\Rightarrow Soluzione: Considero le accelerazioni come forze

• Scrivo $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ \Rightarrow $\vec{F} = m \cdot (\vec{a}_{TR} + \vec{a}_{CO} + \vec{a}') = m \vec{a}_{TR} + m \vec{a}_{CO} + m \vec{a}'$

• Porto le forze "fittizie" a Sx: $\vec{F} - \underbrace{m \vec{a}_{TR}}_{\vec{F}_{TR}} - \underbrace{m \vec{a}_{CO}}_{\vec{F}_{CO}} = m \vec{a}' \Rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{TR} + \vec{F}_{CO} = m \vec{a}'$

• Pongo $\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_{CO} + \vec{F}_{TR} \Rightarrow \vec{F}' = m \vec{a}'$

$\vec{F}_{CO} \rightarrow -m \omega^2 (\vec{w} \wedge \vec{v}')$