Corrente di spostamento

Scopo del gioco: Legge di Ampère : $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ E' incompleta! Maxwell la completa

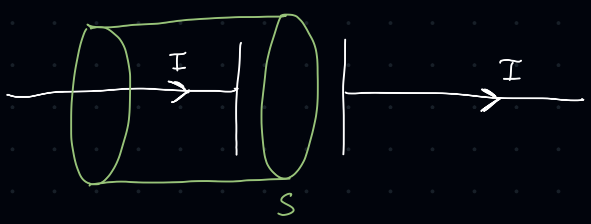
I) flusso di un filo percorso da corrente

$$\phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds = \emptyset$$

$$\rightarrow \phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds = \int_V \vec{\nabla} \vec{J} \cdot dV = \emptyset \rightarrow \vec{\nabla} \vec{J} = 0$$

Siamo in corrente Stazionaria

II Condensatore



$$\phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds \neq 0 \,!$$

a) Conservazione della carica

$$-dQ = \int \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds \cdot dt \rightarrow -\frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds \rightarrow \rho = \frac{dQ}{dV} \rightarrow dQ = \rho\, dV$$

$$\Rightarrow -\frac{d}{dt} \int_{\cancel{V}} \rho(x,y,z,t)\, \cancel{dV} = \int_{\cancel{V}} (\vec{\nabla} \vec{J}) \cdot \cancel{dV} \rightarrow \vec{\nabla} \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

b) Legge di Ampere

Biot-Savart : $\vec{B} = K \cdot \frac{I}{R} \hat{\tau} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R} \hat{\tau} \rightarrow C = \oint \vec{B}\, d\vec{\ell} = K \oint B \hat{\tau}\, d\vec{\ell}$

$\hat{\tau}\, d\vec{\ell} =$ Arco di circonferenza $\rightarrow$ $1 \text{ RAD} = \frac{\ell}{R} \Rightarrow \ell = R \cdot \varphi \rightarrow d\ell = R\, d\varphi$

$$\rightarrow C = \oint \vec{B}\, d\vec{\ell} = K \oint \frac{I}{\cancel{R}} \cdot \cancel{R} \cdot d\varphi = \frac{\mu_0}{2\pi} I \oint d\varphi = \frac{\mu_0}{\cancel{2\pi}} I \cdot \cancel{2\pi}$$

$\Rightarrow$ Ampére : $C = \oint \vec{B}\, d\ell = \mu_0 I$ Incompleta

Rotore $\int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n}\, ds = \mu_0 I$ ma $I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n}\, ds \Rightarrow \int_{\cancel{S}} (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot \cancel{\hat{n}\, ds} = \mu_0 \int_{\cancel{S}} \vec{J} \cdot \cancel{\hat{n}\, ds}$

$\hookrightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ Ampére differenziale

III) Divergenza

$\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\wedge\vec{B}) = \vec{\nabla}\mu_0\vec{J} \rightarrow \cancel{\mu_0}\,\vec{\nabla}\vec{J} = 0 \rightarrow \vec{\nabla}\vec{J} = 0$ Siamo in corrente Stazionaria

→ Nel caso del condensatore NON VA BENE!

Maxwell trova il "Pezzo mancante": $\mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

l'eq di Ampere diventa: $\vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \mu_0\vec{J}$ Legge Ampère - Maxwell

proof: div. $\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\wedge\vec{B}) = \vec{\nabla}\left(\mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right) + \vec{\nabla}\mu_0\vec{J} \rightarrow \mu_0\vec{\nabla}\vec{J} + \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial(\vec{\nabla}\vec{E})}{\partial t} = 0$

da gauss: $\displaystyle\int_V \vec{\nabla}\vec{E}\, dV = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ ma $\rho = \dfrac{dQ}{dV} \Rightarrow dQ = \rho\, dV \rightarrow Q = \int \rho\, dV$

$\displaystyle\Rightarrow \int_V \vec{\nabla}\vec{E}\, dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho\, dV \rightarrow \vec{\nabla}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ I eq di Maxwell elettrost.

$\Rightarrow \mu_0\vec{\nabla}\vec{J} + \mu_0\cancel{\varepsilon_0}\dfrac{1}{\cancel{\varepsilon_0}}\dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \mu_0\left(\vec{\nabla}\vec{J} + \dfrac{\partial\rho}{\partial t}\right) = 0 \rightarrow \vec{\nabla}\vec{J} + \dfrac{\partial\rho}{\partial t} = 0$

Conservazione della carica