

Corrente di spostamento

Scopo del gioco: Legge di Ampère: $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ E' incompleta! Maxwell la completa

I) flusso di un filo percorso da corrente



$$\phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = 0$$

$$\rightarrow \phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{J} dV = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \text{Siamo in corrente Stazionaria}$$

II Condensatore



$$\phi = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \neq 0!$$

a) Conservazione della carica

$$\begin{aligned} -dQ &= \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \cdot dt \quad \rightarrow \quad -\frac{dQ}{dt} = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \quad \rightarrow \quad \rho = \frac{dQ}{dV} \quad \rightarrow \quad dQ = \rho dV \\ \Rightarrow -\frac{d}{dt} \int_V \rho(x,y,z,t) dV &= \int_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{J}) dV \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt} \end{aligned}$$

b) Legge di Ampère

Biot-Savart: $\vec{B} = \kappa \cdot \frac{I}{R} \hat{\tau} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R} \hat{\tau} \quad \rightarrow \quad C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \kappa \oint B \hat{\tau} \cdot d\vec{\ell}$

$\hat{\tau} \cdot d\vec{\ell} =$ Arco di circonferenza $\rightarrow 1 \text{ Rad} = \frac{\ell}{R} \Rightarrow \ell = R \cdot \varphi \rightarrow d\ell = R d\varphi$

$$\rightarrow C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \kappa \oint \frac{I}{R} \cdot R \cdot d\varphi = \frac{\mu_0}{2\pi} I \oint d\varphi = \frac{\mu_0}{2\pi} I \cdot 2\pi$$

$$\Rightarrow \text{Ampère: } C = \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \quad \text{Incompleta}$$

Rotore $\int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n} dS = \mu_0 I$ ma $I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \Rightarrow \int_S (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) \cdot \hat{n} dS = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$

$$\hookrightarrow \vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad \text{Ampère differenziale}$$

III) Divergenza

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot \mu_0 \vec{J} \quad \rightarrow \quad \cancel{\mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \quad \text{Siamo in corrente stazionaria}$$

\rightarrow Nel caso del condensatore NON VA BENE!

Maxwell trova il "pezzo mancante": $\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

L'eq di Ampere diventa: $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{J}$ Legge di Ampère - Maxwell

proof: div. $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot \left(\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) + \vec{\nabla} \cdot \mu_0 \vec{J} \rightarrow \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})}{\partial t} = 0$

da Gauss: $\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \frac{Q}{\epsilon_0}$ ma $\rho = \frac{dQ}{dV} \Rightarrow dQ = \rho dV \rightarrow Q = \int \rho dV$

$$\Rightarrow \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{I eq di Maxwell elettrost.}$$

$$\Rightarrow \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \rightarrow \mu_0 \left(\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = 0 \rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Conservazione della carica