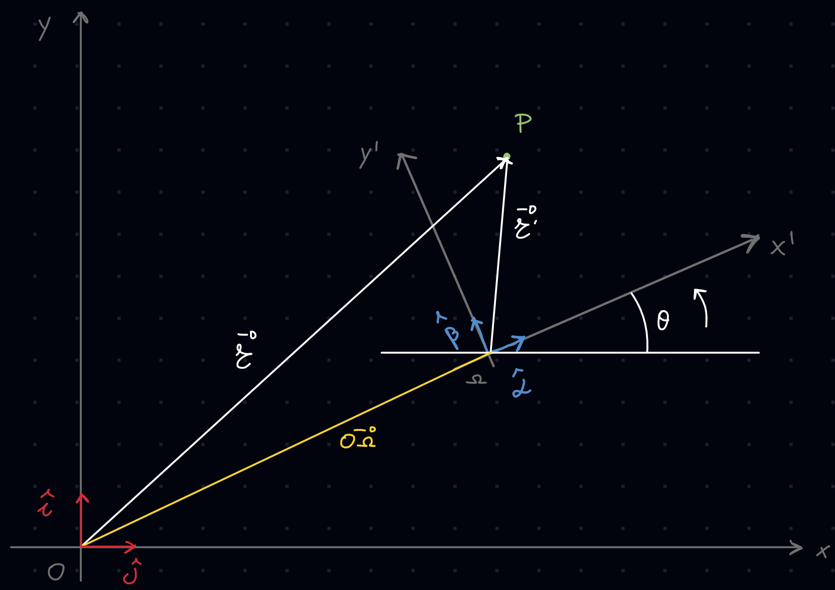

$$\vec{r} = \vec{O\Omega} + \vec{r}'$$

$$\Rightarrow v = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{O\Omega}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt}$$

$$= \vec{v}_\Omega + \vec{v}'$$

Vel di P rispetto Ω ($\vec{v}'$)

Vel di Ω rispetto O ($\vec{v}_\Omega$)

$\Omega x'y'$ RUOTA $\Rightarrow$ Non inerziale

Oxy è fermo o a $v = cost$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{r} = \hat{\imath}\, x + \hat{\jmath}\, y & \text{con } \hat{\imath} \text{ e } \hat{\jmath} \text{ costanti} \\ \vec{r}' = \hat{\alpha}\, x' + \hat{\beta}\, y' & \text{con } \hat{\alpha} \text{ e } \hat{\beta} \text{ VARIABILI (RUOTA!)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\hat{\alpha}}{dt}x' + \frac{dx'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{d\hat{\beta}}{dt}y' + \frac{dy'}{dt}\hat{\beta} = \underbrace{\left(\frac{dx'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{dy'}{dt}\hat{\beta}\right)}_{\vec{v}'} + \left(\frac{d\hat{\alpha}}{dt}x' + \frac{d\hat{\beta}}{dt}y'\right)$$

$$= \vec{v}' + (\omega \wedge \hat{\alpha})x' + (\omega \wedge \hat{\beta})y' = \vec{v}' + \omega \wedge (\underbrace{\hat{\alpha}\, x' + \hat{\beta}\, y'}_{\vec{r}'})$$

$$= \underline{\vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \vec{v}_\Omega + \vec{v}' = \underline{\vec{v}_\Omega + \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'} \quad (1)$$

$$= \vec{v}_T + \vec{v}'$$

$$\vec{v}_T = \vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$$

Velocità di Trascinamento

Accelerazione:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_T}{dt} + \frac{d\vec{v}'}{dt} = \overbrace{\frac{d\vec{v}_\Omega}{dt}}^{\vec{a}_\Omega} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' + \vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\vec{v}'}{dt}$$

$\Rightarrow$ Un pezzo alla volta:

- $\vec{v}' = \left(\frac{dx'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{dy'}{dt}\hat{\beta}\right) \Rightarrow \frac{d\vec{v}'}{dt} = \underbrace{\left(\frac{d^2x'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{d^2y'}{dt}\hat{\beta}\right)}_{\vec{a}'} + \left(\frac{dx'}{dt}\underbrace{\frac{d\hat{\alpha}}{dt}}_{\vec{\omega} \wedge \hat{\alpha}} + \frac{dy'}{dt}\underbrace{\frac{d\hat{\beta}}{dt}}_{\vec{\omega} \wedge \hat{\beta}}\right)$

- Sappiamo che $\frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$

$$\rightarrow \vec{a} = \vec{a}_\Omega + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}\,' + \vec{\omega} \wedge (\vec{v}\,' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}\,') + \vec{a}\,' + \frac{dx'}{dt}(\vec{\omega} \wedge \hat{\alpha}) + \frac{dy'}{dt}(\omega \wedge \hat{\beta})$$

$$\rightarrow \omega \wedge \underbrace{\left(\frac{dx'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{dy'}{dt}\hat{\beta} \right)}_{\vec{v}\,'}$$

$$= \vec{a}_\Omega + \left(\frac{d\omega}{dt} \wedge \vec{r}\,'\right) + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}\,') + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}\,') + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}\,') + \vec{a}\,'$$

$$= \underbrace{a_\Omega}_{\vec{a} \text{ di } \Omega \text{ Rispetto } O} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}\,' + \underbrace{2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}\,')}_{\vec{a} \text{ di Coriolis}} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}\,') + \underbrace{\vec{a}\,'}_{\vec{a} \text{ di } P \text{ rispetto } \Omega}$$

$$\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \omega \wedge (\omega r' \sin(90)) =$$

$$= \omega \wedge (\omega r' \cdot \underbrace{\hat{\beta}}_{\text{vettore di esempio!}}) = \omega \cdot \omega r \cdot \sin 90 = \omega^2 r' \cdot (-\hat{r}) = \underline{-\omega^2 \vec{r}}$$

Acc centrifuga

Come abbiamo Trovato $\vec{v}_T = \vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{r}\,'$

$$\rightarrow \vec{a}_{TR} = \vec{a}_\Omega + \vec{a}_{CF} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}\,'$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_{CO} + \vec{a}_{TR}$$

Acc misurata da O

Applicare la dinamica a sistemi non inerziali

Inerziali: $v = v_0 + v'$

v di P da Sys 1; v Sys 2 da sys 1; v punto da sys 2

$$\rightarrow \vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}\,'$$

a di P misurata da Sys 1; a di Sys 2; a di P da sys 2

ma $\vec{a}_0 =$ perché sys 2 è inerziale

$$\Rightarrow \underline{\vec{a} = \vec{a}\,'}$$

Tutti sperimentano la stessa Acc

$$\Downarrow$$

$$\underline{\vec{F}\,' = m \cdot \vec{a}\,'}$$

Non Inerziali

$$\vec{v} = \vec{v}_\Omega + \vec{v}\,' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}\,'$$

v di P da sys 1; v Sys 2 da Sys 1; v P da Sys 2; Rotazione

con $\vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{r}\,' = v_{TR}$ $\Rightarrow$ $\vec{v} = \vec{v}_{TR} + \vec{v}\,'$

$$\rightarrow \vec{a} = a_\Omega + a_{CF} + \dot{\omega} \wedge \vec{r}\,' + \vec{a}_{CO} + \vec{a}\,' \rightarrow \underline{\vec{a} = \vec{a}_{TR} + \vec{a}_{CO} + \vec{a}\,'}$$

a di P da sys 1; a di Sys 2 da Sys 1; a di P da sys 2

$\vec{a} \neq \vec{a}\,'$!

$\Rightarrow$ Soluzione: Considero le accelerazioni come forze

- Scrivo $\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{F} = m \cdot (\vec{a}_{TR} + \vec{a}_{CO} + \vec{a}\,') = m\vec{a}_{TR} + m\vec{a}_{CO} + m\vec{a}\,'$

- Porto le forze "FITTIZIE" a Sx: $\vec{F} \underbrace{- m\vec{a}_{TR}}_{\vec{F}_{TR}} \underbrace{- m \cdot \vec{a}_{CO}}_{\vec{F}_{CO}} = m \cdot \vec{a}\,' \rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{TR} + \vec{F}_{CO} = m \cdot \vec{a}\,'$

$\hookrightarrow -m\,2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}\,')$

- Pongo $\vec{F}\,' = \vec{F} + \vec{F}_{CO} + \vec{F}_{TR} \Rightarrow \vec{F}\,' = m \cdot \vec{a}\,'$