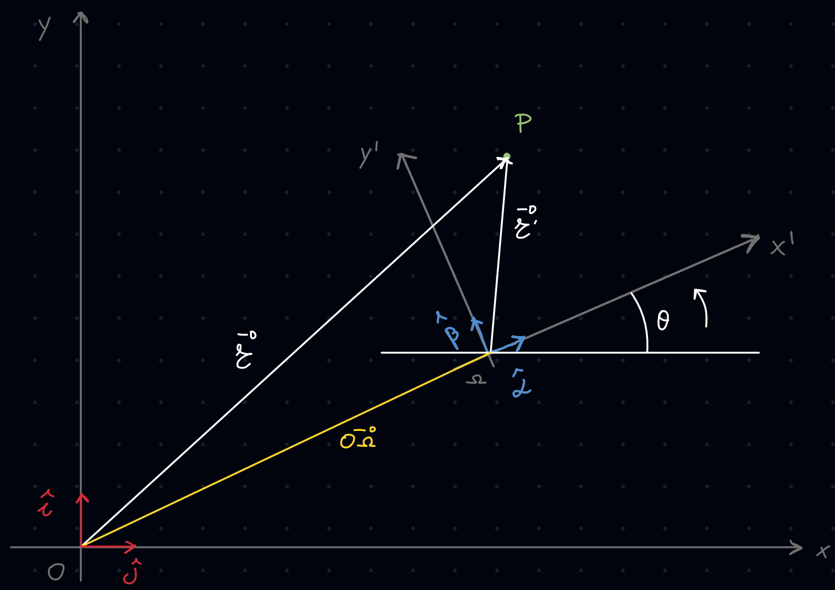

$$\vec{r} = \vec{O\Omega} + \vec{r}'$$

$$\Rightarrow v = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{O\Omega}}{dt} + \frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{v}_\Omega + \vec{v}'$$

$\vec{v}'$: Vel di P rispetto Ω

$\vec{v}_\Omega$: Vel di Ω rispetto O

$\Omega x'y'$ RUOTA $\Rightarrow$ non inerziale

Oxy è fermo o a $v = cost$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{r} = \hat{i}\,x + \hat{j}\,y & \text{con } \hat{i} \text{ e } \hat{j} \text{ costanti} \\ \vec{r}' = \hat{\alpha}\,x' + \hat{\beta}\,y' & \text{con } \hat{\alpha} \text{ e } \hat{\beta} \text{ VARIABILI (RUOTA!)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\hat{\alpha}}{dt}x' + \frac{dx'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{d\hat{\beta}}{dt}y' + \frac{dy'}{dt}\hat{\beta} = \underbrace{\left(\frac{dx'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{dy'}{dt}\hat{\beta}\right)}_{\vec{v}'} + \left(\frac{d\hat{\alpha}}{dt}x' + \frac{d\hat{\beta}}{dt}y'\right)$$

$$= \vec{v}' + (\omega \wedge \hat{\alpha})x' + (\omega \wedge \hat{\beta})y' = \vec{v}' + \omega \wedge \underbrace{(\hat{\alpha}x' + \hat{\beta}y')}_{\vec{r}'}$$

$$= \underline{\vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} = \vec{v}_\Omega + \vec{v}' = \underline{\vec{v}_\Omega + \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'} \quad (1)$$

$$= \vec{v}_T + \vec{v}'$$

$$\vec{v}_T = \vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$$

Velocità di Trascinamento

Accelerazione:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{v}_T}{dt} + \frac{d\vec{v}'}{dt} = \overbrace{\frac{d\vec{v}_\Omega}{dt}}^{\vec{a}_\Omega} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' + \vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{r}'}{dt} + \frac{d\vec{v}'}{dt}$$

$\Rightarrow$ Un pezzo alla volta:

- $\vec{v}' = \left(\frac{dx'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{dy'}{dt}\hat{\beta}\right) \Rightarrow \frac{d\vec{v}'}{dt} = \underbrace{\left(\frac{d^2x'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{d^2y'}{dt}\hat{\beta}\right)}_{\vec{a}'} + \left(\frac{dx'}{dt}\underbrace{\frac{d\hat{\alpha}}{dt}}_{\vec{\omega}\wedge\hat{\alpha}} + \frac{dy'}{dt}\underbrace{\frac{d\hat{\beta}}{dt}}_{\vec{\omega}\wedge\hat{\beta}}\right)$

- Sappiamo che $\frac{d\vec{r}'}{dt} = \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$

$$\rightarrow \vec{a} = \vec{a}_\Omega + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' + \vec{\omega} \wedge (\vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}') + \vec{a}' + \frac{dx'}{dt}(\vec{\omega} \wedge \hat{\alpha}) + \frac{dy'}{dt}(\omega \wedge \hat{\beta})$$

$$\rightarrow \omega \wedge \underbrace{\left(\frac{dx'}{dt}\hat{\alpha} + \frac{dy'}{dt}\hat{\beta} \right)}_{\vec{v}'}$$

$$= \vec{a}_\Omega + \left(\frac{d\omega}{dt} \wedge \vec{r}' \right) + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') + (\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \vec{a}'$$

$$= \underbrace{a_\Omega}_{\vec{a} \text{ di } \Omega \text{ Rispetto } O} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' + \underbrace{2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}')}_{\vec{a} \text{ di Coriolis}} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') + \underbrace{\vec{a}'}_{\vec{a} \text{ di P rispetto } \Omega}$$

$$\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{r} = \omega \wedge (\omega r' \sin(90)) =$$

$$= \omega \wedge (\omega r' \cdot \underbrace{\hat{\beta}}_{\text{vettore di esempio!}}) = \omega \cdot \omega r \cdot \sin 90 = \omega^2 r' \cdot (-\hat{r}) = \underbrace{-\omega^2 \vec{r}}_{\text{Acc centrifuga}}$$

Come abbiamo Trovato $\vec{v}_T = \vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$

$$\rightarrow \vec{a}_{TR} = \vec{a}_\Omega + \vec{a}_{CF} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}'$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_{co} + \vec{a}_{TR}}$$

Acc misurata da O

Applicare la dinamica a sistemi non inerziali

Inerziali: $v = v_0 + v'$

v di P da Sys 1; v Sys 2 da sys 1; v punto da sys 2

$\rightarrow \vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$

a di P misurata da Sys 1; a di Sys 2; a di P da sys 2

ma $\vec{a}_0 =$ perché sys 2 è inerziale

$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}'$

Tutti sperimentano la stessa Acc

$\Downarrow$

$$\vec{F}' = m \cdot \vec{a}'$$

Non Inerziali

$$\vec{v} = \vec{v}_\Omega + \vec{v}' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$$

v di P da sys 1; V Sys 2 da Sys 1; v P da Sys 2; Rotazione

con $\vec{v}_\Omega + \vec{\omega} \wedge \vec{r}' = v_{TR}$ $\Rightarrow$ $\vec{v} = \vec{v}_{TR} + \vec{v}'$

$$\rightarrow \vec{a} = a_\Omega + a_{CF} + \dot{\omega} \wedge \vec{r}' + \vec{a}_{co} + \vec{a}' \rightarrow \vec{a} = \vec{a}_{TR} + \vec{a}_{co} + \vec{a}'$$

a di P da sys 1; a di Sys 2 da Sys 1; a di P da sys 2

$\vec{a} \neq \vec{a}'$!

$\Rightarrow$ Soluzione: Considero le accelerazioni come forze

- Scrivo $\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{F} = m \cdot (\vec{a}_{TR} + \vec{a}_{CO} + \vec{a}') = m\vec{a}_{TR} + m\vec{a}_{CO} + m\vec{a}'$

- Porto le forze "fittizie" a Sx: $\vec{F} \underbrace{- m\vec{a}_{TR}}_{\vec{F}_{TR}} \underbrace{- m \cdot \vec{a}_{CO}}_{\vec{F}_{CO}} = m \cdot \vec{a}' \rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{TR} + \vec{F}_{CO} = m \cdot \vec{a}'$

$\vec{F}_{CO} \rightarrow -m\,2(\vec{\omega} \wedge \vec{v}')$

- Pongo $\vec{F}' = \vec{F} + \vec{F}_{CO} + \vec{F}_{TR} \Rightarrow \vec{F}' = m \cdot \vec{a}'$