· Piccolo recap Lezione precedente DA yt

COME SI VALUTA L'INCERTEZZA COMPOSTA?

→ Quando la grandezza è funzione di più variabili → Ad esempio $R = \frac{V}{I}$ ← DUE INCERTEZZE!

Oppure $P = R \cdot I^2$ Senza Wattmetro → Come si compongono le incertezze su n parametri?

Incertezze diverse

Inc Composta: $U_c(y)$ con $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ con incertezze $U_1(x_1), U_2(x_2), \dots, U_n(x_n)$

APPROCCIO GUM

Usiamo l'approx al primo ordine della SERIE DI TAYLOR → otteniamo la retta tangente alla curva nel punto di lavoro

↑ LINEARIZZIAMO la funzione in x_0

Una sola Variabile

$$y(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0)$$

N variabili

$$y(x_1, x_2, x_n) = \underbrace{f(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)}_{\text{Valor medio}} + \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|_{x=x_0} \cdot (x_i - \mu_i)$$

medie medie

pongo μ_y la funzione del valor medio di y → $y = \mu_y + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_i - \mu_i)$

→ porto μ_y a sx ed elevo al quadrato → $(y - \mu_y)^2 = \underbrace{\left[\sum^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}(x_i - \mu_i)\right]^2}_{\text{QUADRATO DI SOMMATORIA}}$

$$\left(\sum^{n} x_i\right)^2 = \sum^{n} (x_i)^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=k+1}^{n} (x_i \cdot x_j)$$

$$\Rightarrow (y - \mu_y)^2 = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_i - \mu_i)\right]^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} \frac{\partial f}{x_i}\frac{\partial f}{x_j}(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)$$

→ INCERTEZZA QUADRATICA

$$U_c^2(y) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot U_i^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot r(x_i; x_j) \cdot U(x_i) \cdot U(x_j)$$

CORRELAZIONE Tra x_i ed x_j Solitamente $\emptyset$

→ Se x_i e x_j INCORRELATI $\Rightarrow U_c^2(y) = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \cdot U_i^2(x_i)$

ES la resistenza è funzione della Temperatura $\Rightarrow r(x_i; x_j) \neq \emptyset$

Estraendo la radice quadrata di uc(y)^2 si ottiene l'incertezza sulla stima di y. Tale espressione prende il nome di **legge di propagazione dell'incertezza per le grandezze correlate**

Se pongo le derivate parziali in termini di COEFFICIENTI DI SENSIBILITA' c_i e c_j

→ la formula diventa:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{n} c_i^2 \cdot u_i^2(x_i) + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} c_i \cdot c_j \cdot \cancel{\varepsilon(x_i,x_j)} \cdot u(x_i)\cdot u(x_j)$$

Sensibilità x_i (derivate parziali)

incertezza su x_i

Se scorrelati $\varepsilon = 0$

LEGGE DI PROPAGAZIONE DELLE INCERTEZZE

Riga	Funzione	Incertezza tipo composta Valore assoluto $u(\bar{y})$	Incertezza tipo composta Valore relativo $\dot{u}(\bar{y}) = u(\bar{y})/\bar{y}$
1	$y = x_1 + x_2$	$\sqrt{[u(\bar{x}_1)]^2 + [u(\bar{x}_2)]^2}$	$\sqrt{\frac{[\bar{x}_1\dot{u}(\bar{x}_1)]^2 + [\bar{x}_2\dot{u}(\bar{x}_2)]^2}{(\bar{x}_1+\bar{x}_2)^2}}$
2	$y = x_1 + x_2 + x_3$	$\sqrt{[u(\bar{x}_1)]^2 + [u(\bar{x}_2)]^2 + [u(\bar{x}_3)]^2}$	$\sqrt{\frac{[\bar{x}_1\dot{u}(\bar{x}_1)]^2 + [\bar{x}_2\dot{u}(\bar{x}_2)]^2 + [\bar{x}_3\dot{u}(\bar{x}_3)]^2}{(\bar{x}_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3)^2}}$
3	$y = x_1 - x_2$	$\sqrt{[u(\bar{x}_1)]^2 + [u(\bar{x}_2)]^2}$	$\sqrt{\frac{[\bar{x}_1\dot{u}(\bar{x}_1)]^2 + [\bar{x}_2\dot{u}(\bar{x}_2)]^2}{(\bar{x}_1-\bar{x}_2)^2}}$
4	$y = x_1 x_2$	$\sqrt{(\bar{x}_2)^2[u(\bar{x}_1)]^2 + (\bar{x}_1)^2[u(\bar{x}_2)]^2}$	$\sqrt{[\dot{u}(\bar{x}_1)]^2 + [\dot{u}(\bar{x}_2)]^2}$
5	$y = x_1 x_2 x_3$	$\sqrt{[\bar{x}_2\bar{x}_3]^2[u(\bar{x}_1)]^2 + [\bar{x}_1\bar{x}_3]^2[u(\bar{x}_2)]^2 + [\bar{x}_1\bar{x}_2]^2[u(\bar{x}_3)]^2}$	$\sqrt{[\dot{u}(\bar{x}_1)]^2 + [\dot{u}(\bar{x}_2)]^2 + [\dot{u}(\bar{x}_3)]^2}$
6	$y = hx_1$	$hu(\bar{x}_1)$	$\dot{u}(\bar{x}_1)$
7	$y = x_1^n$	$n\bar{x}^{n-1}u(\bar{x}_1)$	$n\dot{u}(\bar{x}_1)$

← Valida anche per sottrazioni, divisioni e moltiplicazioni

← Formule ottenute avendo $\varepsilon(x_i, x_j) = 0$

INCERTEZZA ESTESA

Dopo aver calcolato l'incertezza composta, moltiplico il valore della nuova incertezza per un valore K in modo da "stare più tranquillo", ad esempio $K=3$ (99.7%)

$$U(y) = K \cdot u_c(y)$$

Fattore di copertura

Composta

Quando le incertezze sono tutte di tipo A

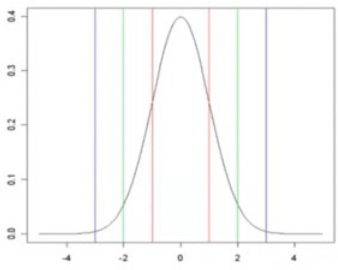
$U(y) = k \cdot u_c(y)$ ↔ Intervallo di confidenza

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

1σ: $p = 0.683$

2σ: $P = 0.954$

3σ: $P = 0.997$



Indichiamo il risultato come ⇝ $Y = y \pm U$

ESEMPIO VALUTAZIONE INCERTEZZE A e B

Il procedimento per la stima dell'incertezza di misura

1 Si esprima matematicamente la relazione tra il misurando Y e le grandez d'ingresso X_i da cui Y dipende

2 Si determini x_i, il valore stimato della grandezza d'ingresso X_i, sulla base dell'analisi statistica di serie di osservazioni o mediante altri metodi

3 Si valuti l'*incertezza tipo* $u(x_i)$ di ciascuna stima d'ingresso x_i.

4 Si valutino le covarianze associate alle stime d'ingresso eventualmente correlate

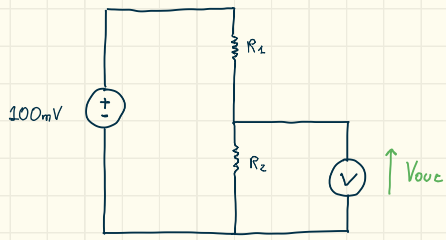
5 Si calcoli il risultato della misurazione, vale a dire la stima y del misurando Y, dalla relazione funzionale f usando, per le grandezze d'ingresso X_i, le corrispondenti stime x_i

6 Si determini l'*incertezza tipo composta* $uc(y)$ del risultato della misurazione y dalle incertezze tipo e dalle covarianze associate alle stime d'ingresso

Se è necessario dare un'*incertezza estesa U. Si scelga k sulla base del livello di fiducia richiesto per l'intervallo*

Si riporti il risultato della misurazione y con la sua incertezza tipo composta $uc(y)$, o la sua incertezza estesa U

Partitore di Tensione



1) $V_{out} = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$

2) Serie di misure (3) e Stimo i parametri

N.	Misure [mV]	N.	Misure [mV]
1	47,722	16	47,734
2	47,737	17	47,719
3	47,734	18	47,737
4	47,688	19	47,708
5	47,717	20	47,702
6	47,712	21	47,728
7	47,705	22	47,717
8	47,683	23	47,711
9	47,700	24	47,701
10	47,709	25	47,685
11	47,726	26	47,713
12	47,741	27	47,718
13	47,728	28	47,688
14	47,707	29	47,679
15	47,725	30	47,680

3) INCERTEZZA

3.A) MEDIA $\bar{V} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} V_i = 47.71\,mV$

3.B) SCARTO Sperimentale $s(V) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^{N} (V_i - \bar{V})^2} = 0.018\,mV$

3.C) SCARTO Sperimentale della media (INCERTEZZA)

$\rightsquigarrow s(\bar{V}) = \frac{s(V)}{\sqrt{N}} = 0.003\,mV$

4) Valuto eventuali COVARIANZE

5) Calcolo il RISULTATO della misurazione

6) Calcolo incertezza di tipo COMPOSTA $U_c(y)$

Abbiamo valutato l'incertezza di categoria A attraverso misure ripetute della sola tensione d'uscita di tipo diretto, quindi i punti 4, 5 e 6 in questo caso non si applicano.

7) Aggiungiamo l'INCERTEZZA ESTESA U scegliendo K in base al livello di fiducia richiesto

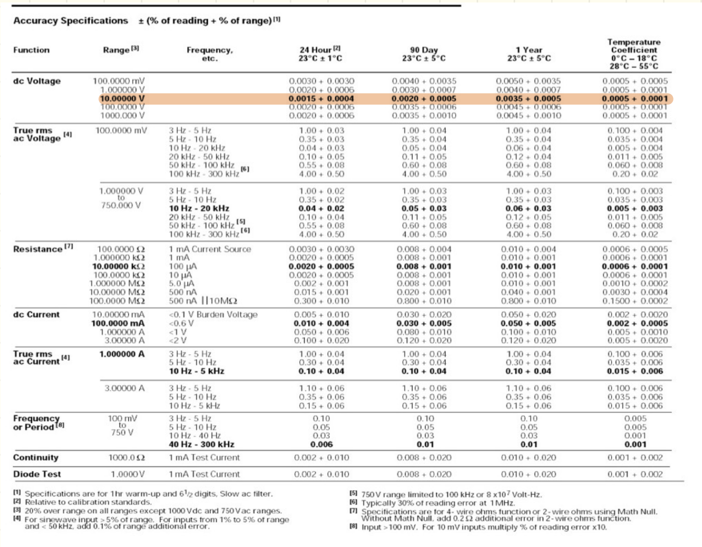
Se $s(\bar{V}) = 0.003\,mV \rightsquigarrow k = 2 \Rightarrow U(\bar{V}) = 2 \cdot s(\bar{V}) = \underline{0.006\,mV}$

8) Riporto il RISULTATO completo di INCERTEZZA

$V_{out} = (47.712 \pm 0.006)\,mV$

ACCURACY SPECIFICATIONS

Slides ***Lezione_3C GUM Inc A e B Esempio Incertezza tipo A e B v1***



Accuracy Specifications ± (% of reading + % of range)[1]

Function	Range[3]	Frequency, etc.	24 Hour[2] 23°C ± 1°C	90 Day 23°C ± 5°C	1 Year 23°C ± 5°C	Temperature Coefficient 0°C – 18°C 28°C – 55°C
dc Voltage	100.0000 mV		0.0030 + 0.0030	0.0040 + 0.0035	0.0050 + 0.0035	0.0005 + 0.0005
	1.000000 V		0.0020 + 0.0006	0.0030 + 0.0007	0.0040 + 0.0007	0.0005 + 0.0001
	10.00000 V		**0.0015 + 0.0004**	**0.0020 + 0.0005**	**0.0035 + 0.0005**	**0.0005 + 0.0001**
	100.0000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0006	0.0045 + 0.0006	0.0005 + 0.0001
	1000.000 V		0.0020 + 0.0006	0.0035 + 0.0010	0.0045 + 0.0010	0.0005 + 0.0001
True rms ac Voltage[4]	100.0000 mV	3 Hz - 5 Hz	1.00 + 0.03	1.00 + 0.04	1.00 + 0.04	0.100 + 0.004
		5 Hz - 10 Hz	0.35 + 0.03	0.35 + 0.04	0.35 + 0.04	0.035 + 0.004
		10 Hz - 20 kHz	0.04 + 0.03	0.05 + 0.04	0.06 + 0.04	0.005 + 0.004
		20 kHz - 50 kHz	0.10 + 0.05	0.11 + 0.05	0.12 + 0.04	0.011 + 0.005
		50 kHz - 100 kHz	0.55 + 0.08	0.60 + 0.08	0.60 + 0.08	0.060 + 0.008
		100 kHz - 300 kHz[6]	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	0.20 + 0.02
	1.000000 V to 750.000 V	3 Hz - 5 Hz	1.00 + 0.02	1.00 + 0.03	1.00 + 0.03	0.100 + 0.003
		5 Hz - 10 Hz	0.35 + 0.02	0.35 + 0.03	0.35 + 0.03	0.035 + 0.003
		10 Hz - 20 kHz	**0.04 + 0.02**	**0.05 + 0.03**	**0.06 + 0.03**	**0.005 + 0.003**
		20 kHz - 50 kHz	0.10 + 0.04	0.11 + 0.05	0.12 + 0.05	0.011 + 0.005
		50 kHz - 100 kHz[5]	0.55 + 0.08	0.60 + 0.08	0.60 + 0.08	0.060 + 0.008
		100 kHz - 300 kHz[6]	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	4.00 + 0.50	0.20 + 0.02
Resistance[7]	100.0000 Ω	1 mA Current Source	0.0030 + 0.0030	0.008 + 0.004	0.010 + 0.004	0.0006 + 0.0005
	1.000000 kΩ	1 mA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	10.00000 kΩ	100 µA	**0.0020 + 0.0005**	**0.008 + 0.001**	**0.010 + 0.001**	**0.0006 + 0.0001**
	100.0000 kΩ	10 µA	0.0020 + 0.0005	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0006 + 0.0001
	1.000000 MΩ	5.0 µA	0.002 + 0.001	0.008 + 0.001	0.010 + 0.001	0.0010 + 0.0002
	10.00000 MΩ	500 nA	0.015 + 0.001	0.020 + 0.001	0.040 + 0.001	0.0030 + 0.0004
	100.0000 MΩ	500 nA ||10MΩ	0.300 + 0.010	0.800 + 0.010	0.800 + 0.010	0.1500 + 0.0002
dc Current	10.00000 mA	<0.1 V Burden Voltage	0.005 + 0.010	0.030 + 0.020	0.050 + 0.020	0.002 + 0.0020
	100.0000 mA	<0.6 V	**0.010 + 0.004**	**0.030 + 0.005**	**0.050 + 0.005**	**0.002 + 0.0005**
	1.000000 A	<1 V	0.050 + 0.006	0.080 + 0.010	0.100 + 0.010	0.005 + 0.0010
	3.00000 A	<2 V	0.100 + 0.020	0.120 + 0.020	0.120 + 0.020	0.005 + 0.0020
True rms ac Current[4]	**1.000000 A**	3 Hz - 5 Hz	1.00 + 0.04	1.00 + 0.04	1.00 + 0.04	0.100 + 0.006
		5 Hz - 10 Hz	0.30 + 0.04	0.30 + 0.04	0.30 + 0.04	0.035 + 0.006
		10 Hz - 5 kHz	**0.10 + 0.04**	**0.10 + 0.04**	**0.10 + 0.04**	**0.015 + 0.006**
	3.00000 A	3 Hz - 5 Hz	1.10 + 0.06	1.10 + 0.06	1.10 + 0.06	0.100 + 0.006
		5 Hz - 10 Hz	0.35 + 0.06	0.35 + 0.06	0.35 + 0.06	0.035 + 0.006
		10 Hz - 5 kHz	0.15 + 0.06	0.15 + 0.06	0.15 + 0.06	0.015 + 0.006
Frequency or Period[8]	100 mV to 750 V	3 Hz - 5 Hz	0.10	0.10	0.10	0.005
		5 Hz - 10 Hz	0.05	0.05	0.05	0.005
		10 Hz - 40 Hz	0.03	0.03	0.03	0.001
		40 Hz - 300 kHz	**0.006**	**0.01**	**0.01**	**0.001**
Continuity	1000.0 Ω	1 mA Test Current	0.002 + 0.010	0.008 + 0.020	0.010 + 0.020	0.001 + 0.002
Diode Test	1.0000 V	1 mA Test Current	0.002 + 0.010	0.008 + 0.020	0.010 + 0.020	0.001 + 0.002

[1] Specifications are for 1hr warm-up and $6\frac{1}{2}$ digits, Slow ac filter.
[2] Relative to calibration standards.
[3] 20% over range on all ranges except 1000 Vdc and 750 Vac ranges.
[4] For sinewave input > 5% of range. For inputs from 1% to 5% of range and < 50 kHz, add 0.1% of range additional error.
[5] 750 V range limited to 100 kHz or 8×10^7 Volt-Hz.
[6] Typically 30% of reading error at 1 MHz.
[7] Specifications are for 4- wire ohms function or 2- wire ohms using Math Null. Without Math Null, add 0.2 Ω additional error in 2- wire ohms function.
[8] Input > 100 mV. For 10 mV inputs multiply % of reading error x10.

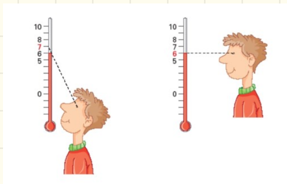
Le specifiche variano a seconda di molti parametri, come il tempo di warmup della macchina e temperatura

#Esercitazione

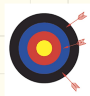
ACCURATEZZA E RIPETIBILITA'

ERRORI DI MISURA

- Errori dell'operatore
- Strumento di misura fatto male
- Metodo di misura ⟶ Errore di parallasse
  Si risolve con uno specchio sullo sfondo
- Modello scelto ⟶ Tavolo visto come rettangolo ma in realtà è un trapezio
  (potrebbe)
- Grandezze di influenza
  ↳ la temperatura influenza
  b x h



Bassa Acc e Prec
L'arciere non centra mai il bersaglio e le frecce sono sparse



ERRORI

CASUALI
Non possiamo correggerli appaiono come una Gaussiana
|
PRECISIONE di misura

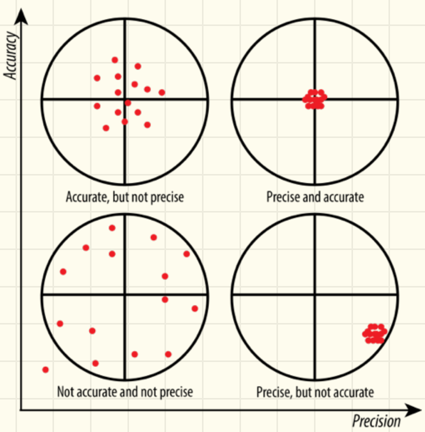
L'arciere non centra mai il bersaglio MA le frecce sono raggruppate

SISTEMATICI
Se si ripete costantemente nel tempo ⟶ possiamo correggerli
Es Tara della Bilancia Analogica
|
ACCURATEZZA di misura

Le frecce sono molto vicine al centro ma non sono vicine tra di loro

Accuratezza + Precisione

ES: Cecchino che corregge il tiro: è preciso ma non accurato (non becca il centro)



Cosa succede se non riesco a mantenere le stesse condizioni di misura? Devo cambiare operatore o strumento o metodo di misura o il tempo di misurazione?

Es: Misura pistone prodotto in Polonia

RIPETIBILITA'

Se facciamo molte misurazioni, SENZA CAMBIARE LE CONDIZIONI, entro un periodo breve i risultati dovrebbero concordare tra loro.

↓

Se ogni volta che misuro ottengo misure molto diverse, la misura non è ripetibile.

RIPRODUCIBILITA'

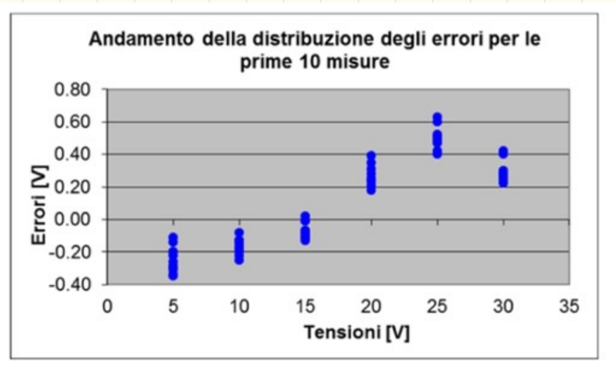
Se cambiamo le condizioni di misura (metodo, luogo, osservatore, tempo) i risultati sono ancora confrontabili?

↓

Se misuro qualcosa in italia e mando il prototipo in america, e con condiz. diverse le misure combaciano, allora la misura è riproducibile.

REGRESSIONE

Lezione_3E Regressione



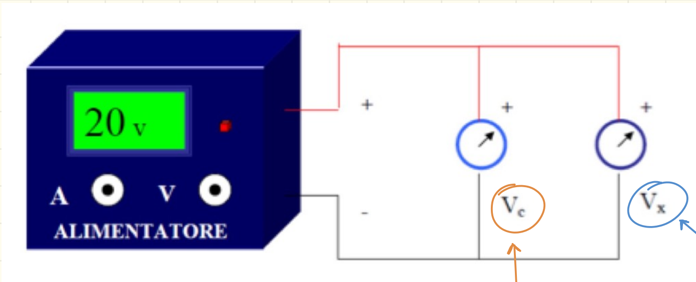
Dai dati campionari si ottiene un modello statistico che predice i valori di una variabile (Y) a partire dai valori dell'altra variabile (x)

Si parte da una RETTA e poi si passa a POLINOMI

Utilità:

- Prevedere andamenti futuri
- Descrivere Analiticamente la realtà
- Per interpretare la realtà

Utilità della Reg. nelle misure



Voltmetro da Tarare

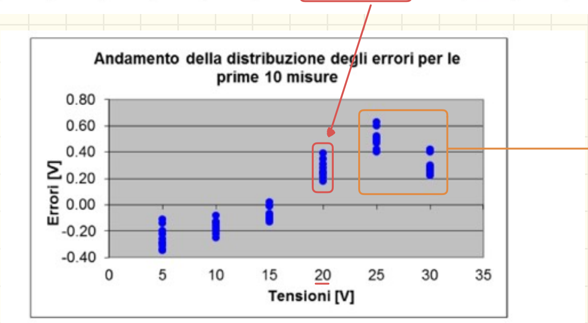
Voltmetro campione

Faccio 5 (N) misurazioni per ogni voltaggio (5,10,15,…,30V) in modo che il voltmetro da tarare segni sempre 20V; siccome è da tarare, segnerà valori diversi dal voltmetro campione (che segna il valore esatto della tensione). Possiamo quindi trovare l'errore (**incertezze**) i-esimo del voltmetro da tarare facendo la differenza tra Vc e Vx

$E_a = V_{c_i} - V_x$

...lutazione dell'incertezza assoluta:

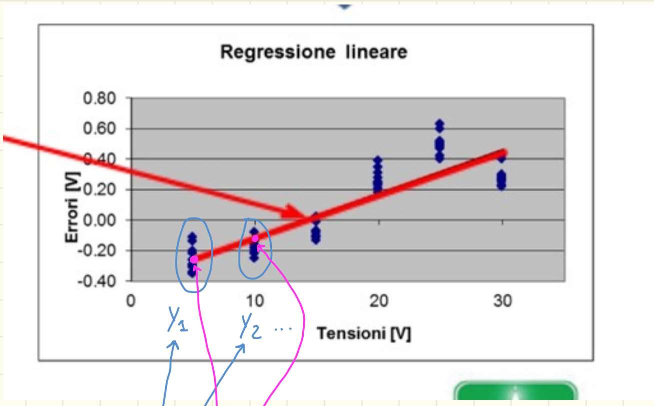
N	Vx=5V		Vx=10V		Vx=15V		Vx=20V		Vx=25V		Vx=30V	
	Vc	Ea	Vc	Ea	Vc	Ea	Vc	Ea	Vc	Ea	Vc	Ea
1	4.89	-0.11	9.86	-0.14	14.99	-0.01	20.25	0.25	25.40	0.40	30.22	0.22
2	4.66	-0.34	9.87	-0.13	14.99	-0.01	20.35	0.35	25.49	0.49	30.28	0.28
3	4.86	-0.14	9.78	-0.22	14.92	-0.08	20.39	0.39	25.42	0.42	30.25	0.25
4	4.71	-0.29	9.84	-0.16	14.90	-0.10	20.28	0.28	25.51	0.51	30.42	0.42
5	4.80	-0.20	9.75	-0.25	15.02	0.02	20.31	0.31	25.63	0.63	30.29	0.29



→ COSA ACCADE TRA 25V e 30V ?

Possiamo banalmente fare la media delle incertezze per 25 e 30 e collegare linearmente le due medie

Regressione lineare



La retta Rossa ha equazione

$$\hat{Y}_i = B_0 + B_1 X_i$$

VALORI STIMATI (RETTA)

← Per ogni $X_i \in (5, 10, \dots, 30)$ esiste un'ordinata $\hat{Y}_i$ che NON conosco!

Es: $X_0 = 10 \Rightarrow \hat{Y}_i(x_0) = B_0 + B_1 x_0$

L'obbiettivo è rendere MINIMA la somma dei quadrati delle differenze tra i valori osservati Y_i (punti blu) e valori stimati $\hat{Y}_i$ (Retta rossa)

$$\sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Valore reale i-esimo (punti blu)

Retta di regressione

ma scrivo $\hat{Y}_i = B_0 + B_1 X_i \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} [Y_i - (B_0 + B_1 X_i)]$ (1)

INCOGNITE

NOTI

⟶ B_0 e B_1 sono i coefficienti di Regressione, ma come li trovo?

Imponendo le derivate parziali per B_0 e B_1 della (1) uguali a zero, abbiamo un sistema!

Minimi quadrati

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\left(\sum_{i=1}^{n}[Y_i - (B_0 + B_1X_i)]^2\right)}{\partial A} = \sum_{i=1}^{n} 2X_i(B_1X_i + B_0 - Y_i) = 2\sum_{i=1}^{n}(B_1X_i^2 + B_0X_i - X_iY_i) \\ \dfrac{\partial \sum_{i=1}^{n}[Y_i - (B_0 + B_1X_i)]^2}{\partial B} = \sum_{i=1}^{n} 2(B_1X_i + B_0 - Y_i) = 2\sum_{i=1}^{n}(B_1X_i + B_0 - Y_i) \end{cases}$$

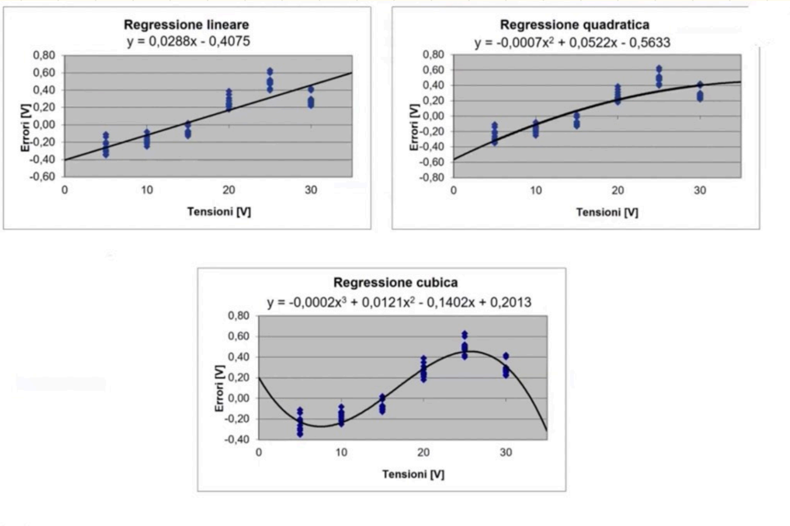
$$\begin{cases} 2\sum_{i=1}^{n}(B_1X_i^2 + B_0X_i - X_iY_i) = 0 \\ 2\sum_{i=1}^{n}(B_1x_i + B_0 - Y_i) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_1\sum_{i=1}^{n}X_i^2 + B_0\sum_{i=1}^{n}X_i = \sum_{i=1}^{n}X_iY_i \\ B_1\sum_{i=1}^{n}X_i + nB_0 = \sum_{i=1}^{n}Y_i \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} B_1 = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n}X_iY_i - (\sum_{i=1}^{n}X_i)(\sum_{i=1}^{n}Y_i)}{n\sum_{i=1}^{n}X_i^2 - (\sum_{i=1}^{n}X_i)^2} \\ B_0 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}Y_i}{n} - B_1\dfrac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n} \end{cases}}$$

Ci permette di trovare i coefficienti

INTRODUZIONE EXCEL

Da 1:15

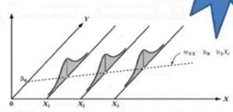


Il metodo dei minimi quadrati non conduce quasi mai a previsioni scevre da errori.

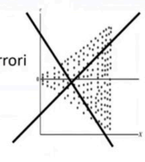
Le differenze tra i valori osservati Y_i ed i valori stimati determinati dalla retta di regressione che indichiamo con $\hat{Y}_i$ sono definiti **errori e/o residui**.

Le assunzioni per poter eseguire l'analisi della regressione richiedono:

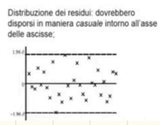
- Distribuzione normale degli errori: gli errori devono avere, per ogni valore di X, una distribuzione normale. Il modello di regressione è comunque robusto rispetto a scostamenti dall'ipotesi di normalità



- Omoschedasticità: la variabilità degli errori è costante per ciascun valore di X.



- Indipendenza degli errori: gli errori devono essere indipendenti per ciascun valore di X →



COEFFICIENTE DI DETERMINAZIONE R^2

E' una stima della "Bontà" della Regressione

$R^2 \in [0, 1]$ Se $R^2 \approx 1$ allora il modello di Reg è "BUONO".

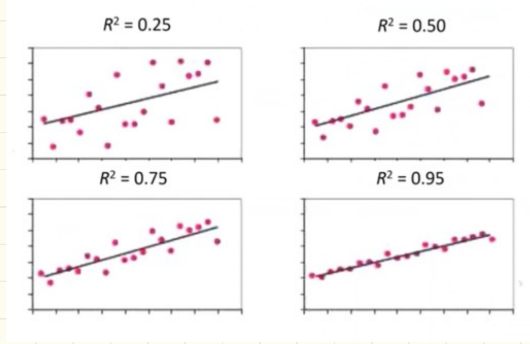
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}$$

STIME date dalla retta di Regressione

MEDIA delle y_i

Errori Assoluti

MISURE Reali



Se i valori sono compatti lungo la regressione allora $R^2 \approx 1$ e il modello è Buono

PROBLEMI

Il coefficiente di determinazione presenta alcuni inconvenienti:
- può assumere valori elevati anche quando la relazione non è di tipo lineare;
- cresce sempre al crescere del numero dei regressori, pertanto non è un indicatore adeguato per il confronto tra modelli con un diverso numero di regressori.

ERRORE STANDARD DELLA STIMA

E' più sensibile alla variazione dei dati

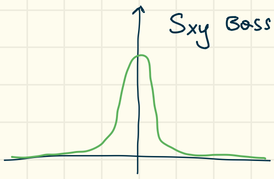
$$S_{xy} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - y_i)^2}{n-2}}$$

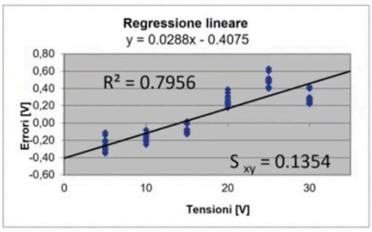
! ATTENZIONE ! Nella formula $\hat{y}_i$ e y_i sono scambiati rispetto alla formula prec.

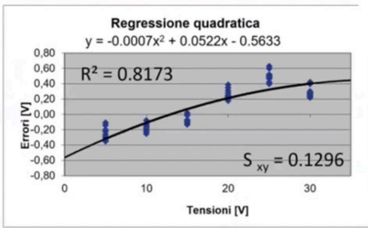
Scegliamo il valore di S_{xy} PIÙ BASSO per avere errori più bassi

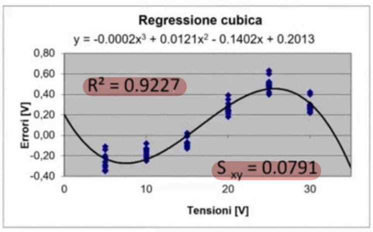
✗ S_{xy} Alto

✓ S_{xy} Basso

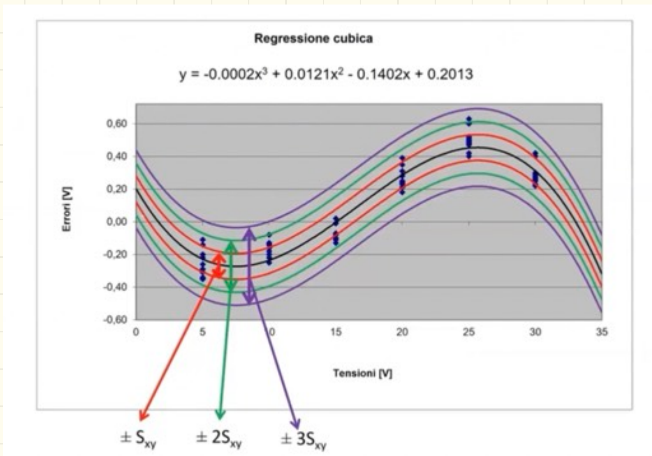








Confrontando i valori di R^2 e S_{xy} delle diverse regressioni calcolate, la migliore risulta quella cubica, ovvero quella con il valore di R^2 più grande e il valore di S_{xy} più piccolo.



* Scegliamo una reg. cubica. Possiamo tracciare le curve per $K = 1, 2, 3$ ($3\sigma \rightarrow 99.7\%$)