

# Incertezza composta

Taylor (1 var):  $\tilde{y}(x_0) = \sum_{i=0}^N \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x-x_0)^i \leftarrow \text{exp}$  =  $f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!} (x-x_0)$

Derivate  
Fattoriale  
Punto di linearizzazione  
Taylor al 1° ordine -> Lineare

Taylor (N var):  $y = \mu_0 + \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x - \mu_i)$

Centrato nella media  
Variabili presenti

Punto  $\mu_0$  a sx  $(Y - \mu_0) = \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x - \mu_i)$

Elevo al quadrato  $(Y - \mu_0)^2 = \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x - \mu_i) \right]^2$

Pongo  $(Y - \mu_0)^2 = u_c^2(y)$  "incertezza quadratica"  $\rightarrow u_c^2(y) = \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x - \mu_i) \right]^2$

Eseguo il quadrato sapendo che  $\left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 = \sum_{i=1}^N (x_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N (x_i \cdot x_j)$

$$u_c^2(y) = \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} (x - \mu_i) \right]^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} (x - \mu_i) \right]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} (x_i - \mu_i) (x_j - \mu_j)$$

Pongo  $\rho(x_i, x_j)$  = Coefficiente di Correlazione che moltiplica il secondo membro

$$\rightarrow u_c^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} (x - \mu_i) \right]^2 + \rho(x_i, x_j) \cdot 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} U(x_i) \cdot U(x_j)$$

Se  $\rho(x_i, x_j) = 0 \Rightarrow x_i$  e  $x_j$  INCORRELATI allora il II membro si elimina

$$\rightarrow u_c^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} (x - \mu_i) \right]^2$$

Le derivate parziali prendono il nome di SENSIBILITA'  $C_i$  e tutte le DIFFERENZE tra la variabile e la sua media  $\approx$  VARIANZA =  $U_i(x_i) \sim (x_i - \mu_i)^2 = U_i^2(x_i)$

$$\rightarrow u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N C_i^2 U_i^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N C_i^2 C_j^2 \cdot \rho(x_i, x_j) \cdot U_i^2(x_i) \cdot U_j^2(x_j)$$

se  $\rho \neq 0$