

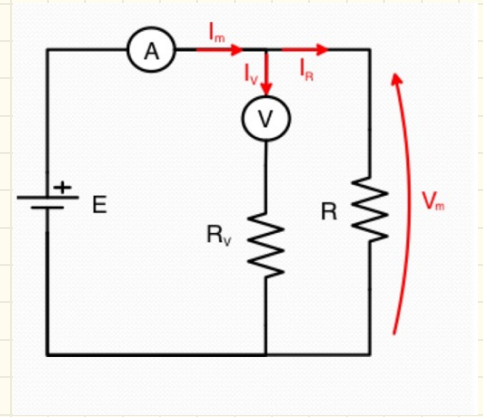
METODO VOLT AMPEROMETRICO

CASO 1: Voltmetro a Valle

→ quando $R_V \gg R$

Effetti di autoconsumo

Gli strumenti non sono ideali, quindi abbiamo un assorbimento di Potenza da parte degli strumenti. Quando andiamo a misurare le grandezze di un circuito, gli strumenti influenzano il comportamento del circuito e quindi avremo una misura sbagliata.



Lez 19 2020-12-03

$$R_H = \frac{V_M}{I_M} \quad \text{con} \quad \begin{cases} V_M = V_R \\ I_M = I_V + I_R \end{cases} \quad ?$$

① $I_V = \frac{V_M}{R_V}$ ← Res. int Voltmetro

Riusciamo ad eliminare il contributo della corrente in ingresso al voltmetro perché **conosciamo la sua resistenza interna** (ce la dà il costruttore) e conosciamo V_M fornita dal voltmetro stesso; possiamo quindi calcolare la corrente che lo attraversa.

$$\text{LKC: } I_M = I_R + I_V \\ \Rightarrow I_R = I_M - I_V$$

↑
Eliminare questo contributo

Come trovare la resistenza reale?

Siccome $R_M = \frac{V_M}{I_M}$ ma $I_M = I_R + I_V \Rightarrow R_M = \frac{V_M}{I_R + I_V}$ ma $\begin{cases} I_V = \frac{V_M}{R_V} \text{ ①} \\ I_R = \frac{V_M}{R} \leftarrow \text{il voltmetro misura "bene"}$

$$\Rightarrow R_M = \frac{V_M}{\frac{V_M}{R} + \frac{V_M}{R_V}} = \frac{V_M}{\frac{V_M R_V + V_M R}{R R_V}} = \frac{R R_V}{R + R_V} \quad R_M$$

Isolo $R \Rightarrow R \cdot R_V = R R_M + R_M R_V \Rightarrow R(R_V - R_M) = R_M R_V$

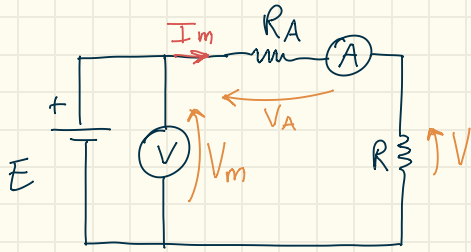
$$\Rightarrow R = \frac{R_M R_V}{R_V - R_M} \quad \text{per } R_V \rightarrow \infty \quad R \rightarrow \frac{R_M R_V}{R_V} \rightarrow \frac{R_M R_V}{R_V} \Rightarrow R \rightarrow R_M$$

Troscuro

Questa soluzione si usa quando la resistenza che dobbiamo misurare è **molto minore della resistenza del voltmetro**.

CASO 2 : Voltmetro a MONTE

→ Quando $R \gg R_A$



Scopo: Trovare R

$$R = \frac{V}{I_m} \quad \text{ma} \quad V = V_m - V_A$$

$$\Rightarrow R = \frac{V_m - V_A}{I_m}$$

$$\text{ma } V_A = R_A \cdot I_m \Rightarrow R = \frac{V_m - R_A \cdot I_m}{I_m} = \frac{V_m}{I_m} - R_A$$

$$\text{ma } \frac{V_m}{I_m} = R_m \Rightarrow R = R_m - R_A$$

per $R_A \ll R_m \Rightarrow R = R_m$

Questa soluzione si usa quando la resistenza che dobbiamo misurare è **molto maggiore** rispetto a quella interna all'amperometro

Quale inserzione usare?

Voltmetro a valle

- Si ha che:

$$R_m = \frac{R R_V}{R + R_V}$$

- In generale la resistenza interna del voltmetro è grande.
- Quindi, se $R \ll R_V$, si ha che $R_m \approx R$ e quindi l'errore commesso è trascurabile.

Voltmetro a monte

- Si ha che:

$$R_m = R + R_A$$

- In generale la resistenza interna dell'amperometro è piccola.
- Quindi, se $R \gg R_A$, si ha che $R_m \approx R$ e quindi l'errore commesso è trascurabile.

Ovviamente dobbiamo avere un'idea della misura della resistenza (almeno l'ordine di grandezza).

Anche se non volessimo "trascurare" l'eventuale resistenza interna, possiamo compensare l'errore conoscendo la resistenza interna data dal costruttore.

INCERTEZZA COMPOSTA

CASO 1: Voltmetro a Valle

Abbiamo visto che $R = \frac{R_V R_m}{R_V - R_m}$ con $R_m = \frac{V_m}{I_m} \Rightarrow R = \frac{R_V \frac{V_m}{I_m}}{R_V - \frac{V_m}{I_m}} = \frac{R_V V_m}{R_V I_m - V_m}$

Formula dell'incertezza Composta

$$U_R^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial V_m} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I_m} \right)^2 U_{I_m}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_V} \right)^2 U_{R_V}^2$$

Considero le misure come **scorrelate** (quindi statisticamente indipendenti) **tra loro**.

Se però teniamo conto di **tutti** i fattori, queste misure in realtà sono correlate tra loro.

$$R = \frac{R_V \frac{V_m}{I_m}}{R_V - \frac{V_m}{I_m}} = \frac{R_V V_m}{I_m R_V - V_m} = \frac{R_V V_m}{I_m} \cdot \frac{I_m}{I_m R_V - V_m} = \frac{R_V V_m}{I_m} \cdot \left(\frac{I_m R_V - V_m}{I_m} \right)^{-1}$$

15. Metodo Volt Amp.

FINISCI DI MOSTRAZIONE

#ToDo

38:00

Passaggi

$$U_R^2 = \left(\frac{1}{R_V - R_m} \right)^2 \left[(U_{V_m}^2 + U_{I_m}^2) R_V^2 + R_m^2 U_{R_V}^2 \right]$$

Se $R_V \gg R_m$ possiamo trascurare anche l'incertezza del voltmetro! oltre che il suo assorbimento di corrente

$$\text{Infatti: } U_R^2 = \left(\frac{1}{R_V - R_m} \right)^2 \left[(U_{V_m}^2 + U_{I_m}^2) R_V^2 + R_m^2 U_{R_V}^2 \right] \\ = \frac{1}{R_V^2} (U_{V_m}^2 + U_{I_m}^2) R_V^2$$

$$\Rightarrow U_R^2 = U_{V_m}^2 + U_{I_m}^2$$

Se la resistenza interna del voltmetro è molto maggiore rispetto a quella da misurare, l'**incertezza relativa** totale può essere ridotta alla somma delle incertezze delle misure di corrente e tensione!

* Recap

$$R = \frac{R_V R_m}{R_V - R_m} = \frac{R_V \frac{V_m}{I_m}}{R_V - \frac{V_m}{I_m}} = \frac{R_V V_m}{I_m R_V - V_m}$$

V_m è la tensione misurata dal voltmetro e I_m la corrente misurata dall'amperometro

$$U_R^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial V_m} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I_m} \right)^2 U_{I_m}^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_V} \right)^2 U_{R_V}^2$$

$$U_R^2 = \left(\frac{R_V (I_m R_V - V_m) + R_V V_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left(\frac{-R_V^2 V_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{I_m}^2 + \left(\frac{V_m (I_m R_V - V_m) + R_V V_m I_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{R_V}^2$$

$$U_R^2 = \left(\frac{R_V^2 I_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{V_m}^2 + \left(\frac{-R_V^2 V_m}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{I_m}^2 + \left(\frac{-V_m^2}{(I_m R_V - V_m)^2} \right)^2 U_{R_V}^2$$