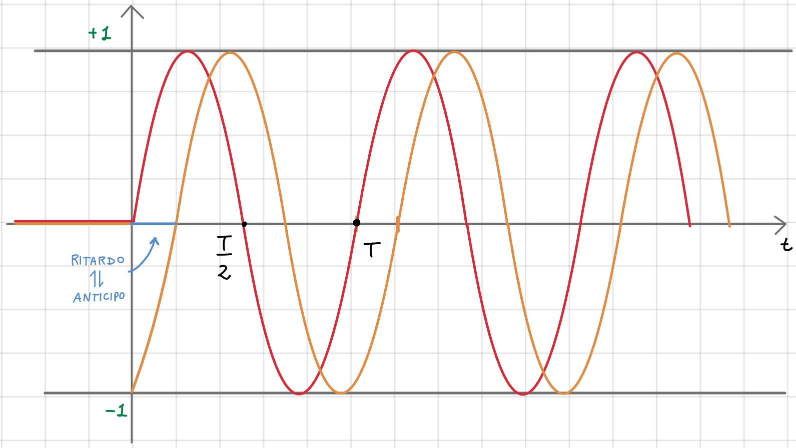
Come disegnare la funzione?

$$a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) = \sqrt{a^2+b^2}\left(\underbrace{\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}}_{\sin\beta}\cos(\omega t) + \underbrace{\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}}_{\cos(\beta)}\sin(\omega t)\right)$$

$$= \sqrt{a^2+b^2}\left(\sin(\omega t)\cos(\beta) + \cos(\omega t)\sin(\beta)\right)$$

$$= \sqrt{a^2+b^2} \cdot \sin(\omega t + \beta)$$



$\omega \bar{t} + \beta = 0 \rightarrow \omega \bar{t} = -\beta$

$\rightarrow \bar{t} = -\dfrac{\beta}{\omega}$ ← sempre >0

$\rightarrow$ il segno di β dipende da β

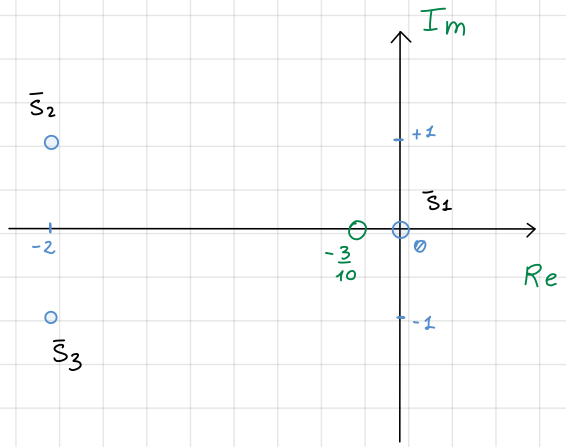
ES 1

$$F(s) = \frac{10s+3}{s^3+4s^2+5s}$$

Q: Trovare $f(t)$ e farne il Plot

Zero in $\bar{s} = -\frac{3}{10}$

Poli $s^3+4s^2+5s=0 \to s(s^2+4s+5)=0$ $\to$ $\bar{s}_1 = 0$; $\to s_{12} = \frac{-4 \pm \sqrt{4-5}}{2}$ $\to$ $\bar{s}_2 = -2+j$, $\bar{s}_3 = -2-j$



Attraverso il **feedback** possiamo <u>cambiare i poli</u> del sistema; ad esempio, se un sistema è inizialmente *lento*, attraverso il feedback potremmo *velocizzarlo* andando a modificare i suoi poli.

$f(t)$ = gradino

$$\to F(s) = \frac{10s+3}{s(s^2+4s+5)} = \frac{\tau_1}{s} + \frac{\tau_2 s + \tau_3}{s^2+4s+5}$$

Sembra non contare nel calcolo del valore finale $\to$ il termine avrà degli esponenziali negativi

* è proprio il valore finale

$$\tau_1 = \lim_{s \to 0} s \cdot F(s) = \lim_{s \to 0} \frac{10s+3}{s^2+4s+5} \to \frac{3}{5}$$

τ_1 è calcolato come al solito

FRASE IMPORTANTE

τ_2 e τ_3 per sostituzione

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{s} + \frac{\tau_2 + \tau_3}{s^2+4s+5} = \frac{10s+3}{s(s^2+4s+5)} \to \frac{\frac{3}{5}s^2 + \frac{12}{5}s + 3 + \tau_2 s^2 + \tau_3 s}{\cancel{s(s^2+4s+5)}} = \frac{10s+3}{\cancel{s(s^2+4s+5)}}$$

$$\frac{3}{5}\cancel{s^2} + \tau_2 \cancel{s^2} = 0 \to \tau_2 = -\frac{3}{5} \quad \tau_2$$

$$\frac{12}{5} + \tau_3 = 10 \to \tau_3 = 10 - \frac{12}{5} = \frac{38}{5} \quad \tau_3$$

$$F(s) = \frac{3}{5s} + \frac{-\frac{3}{5}s + \frac{38}{5}}{s^2+4s+5} = \frac{3}{5}\left(\frac{1}{s} + \frac{-s + \frac{\cancel{5}}{3}\frac{38}{\cancel{5}}}{s^2+4s+5}\right) = \frac{3}{5}\left(\frac{1}{s} - \frac{s - \frac{38}{3}}{s^2+4s+5}\right)$$

$(s+2)^2$

$s^2+4s+(4+1)$ $+5$

$$= \frac{3}{5}\left(\frac{1}{s} - \frac{s+2}{(s+2)^2+1} + \frac{\frac{38}{3}+2}{(s+2)^2+1}\right) =$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{3}{5}\left[1 - e^{-2t}\cdot\left(\cos(t) - \frac{44}{3}\sin(t)\right)\right]\cdot 1(t)$$

$$\frac{3/5}{s} + \frac{\mathcal{E}_2 s + \mathcal{E}_3}{s^2+4s+5} = \frac{10s+3}{s(s^2+4s+5)} \to \frac{\frac{3}{5}s^2 + \frac{12}{5}s + 3 + \mathcal{E}_2 s^2 + \mathcal{E}_3 s}{\cancel{s(s^2+4s+5)}} = \frac{10s+3}{\cancel{s(s^2+4s+5)}}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}s^2 + \frac{12}{5}s + \mathcal{E}_2 s + \mathcal{E}_3 + 3 = 10s+3$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}\cancel{s^2} + \mathcal{E}_2 \cancel{s^2} = 0 \Rightarrow \mathcal{E}_2 = -\frac{3}{5}$$

$\mathcal{E}_2$

$$\frac{12}{5}\cancel{s} + \mathcal{E}_3 \cancel{s} = 10\cancel{s} \to \frac{12}{5} + \mathcal{E}_3 = 10 \to \mathcal{E}_3 = 10 - \frac{12}{5} = \frac{38}{5}$$

$\mathcal{E}_3$

→ Scrivo la $F(s)$ in fratti semplici

$$F(s) = \frac{10s+3}{s(s^2+4s+5)} = \frac{\mathcal{E}_1}{s} + \frac{\mathcal{E}_2 s + \mathcal{E}_3}{s^2+4s+5} = \frac{3/5}{s} + \frac{-\frac{3}{5}s + \frac{38}{5}}{s^2+4s+5}$$

$$= \frac{3}{5}\left[\frac{1}{s} - \frac{s - \frac{38}{3}}{s^2+4s+5}\right] = \frac{3}{5}\left[\frac{1}{s} - \frac{s+2-2}{\underbrace{(s+2)^2+1}_{s^2+4+4s+1}} - \frac{-38/3}{(s+2)^2+1}\right]$$

$$= \frac{3}{5}\left[\frac{1}{s} - \frac{s+2}{(s+2)^2+1} - \frac{+\frac{38}{3}+2}{(s+2)^2+1}\right] = \frac{3}{5}\left[\frac{1}{s} - \frac{s+2}{(s+2)^2+1} + \frac{\frac{44}{3}\cdot 1}{(s+2)^2+1}\right]$$

gradino 1 $\qquad e^{-2t}\cdot\cos(t) \qquad \omega = 1 \qquad e^{-2t}\sin(t)$

$$\Rightarrow F(s) \rightleftarrows \frac{3}{5}\left[1 - e^{-2t}\left(\cos(t) - \frac{44}{3}\sin(t)\right)\right]$$

Stesse cose scritte prima ma con qualche passaggio in piu

Applico le regole della Trasformata

→ Abbiamo già applicato il TVF: $\lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{s \to 0} s\,F(s) = \frac{3}{5}$

TVI $\lim_{t \to 0^+} f(t) = f(0^+) = \lim_{s \to \infty} s\,F(s) = \lim_{s \to \infty} \sim \frac{3}{s} \to 0$

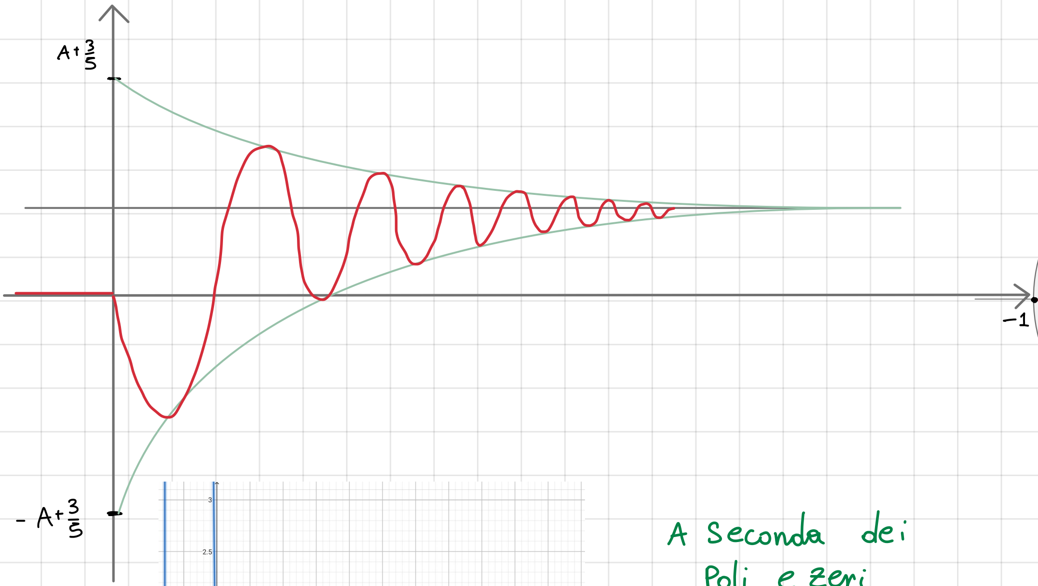
TVF e TVI da Applicare SEMPRE!

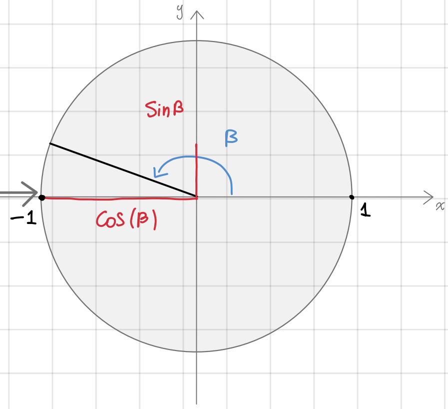
Riscrivo $f(t) = \left(\frac{3}{5} - \underbrace{\frac{3}{5}\, e^{-2t} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{44}{3}\right)^2}} \cdot \sin(\omega t + \beta) \right) \cdot 1\!\!1(t)$

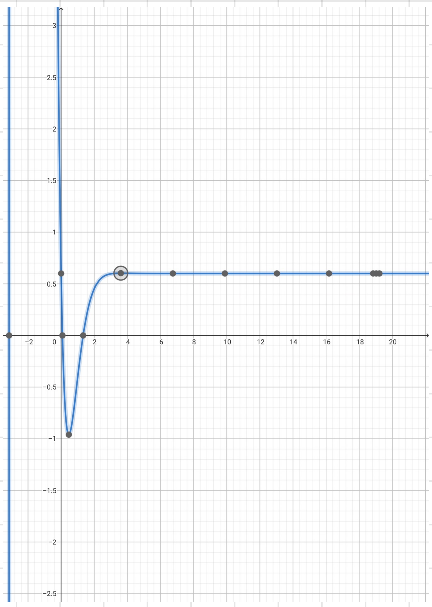
1

$\sin(\beta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{44}{3}\right)^2}}$

$\cos\beta = \frac{-\frac{44}{3}}{\sqrt{1 + \left(\frac{44}{3}\right)^2}}$







A Seconda dei Poli e zeri abbiamo oscillazioni o meno

DISCORSO SU EVOLUZIONE LIBERA E FORZATA

↓

DIPENDE DALLA CONDIZIONE INIZIALE

* Esercizio Con errori