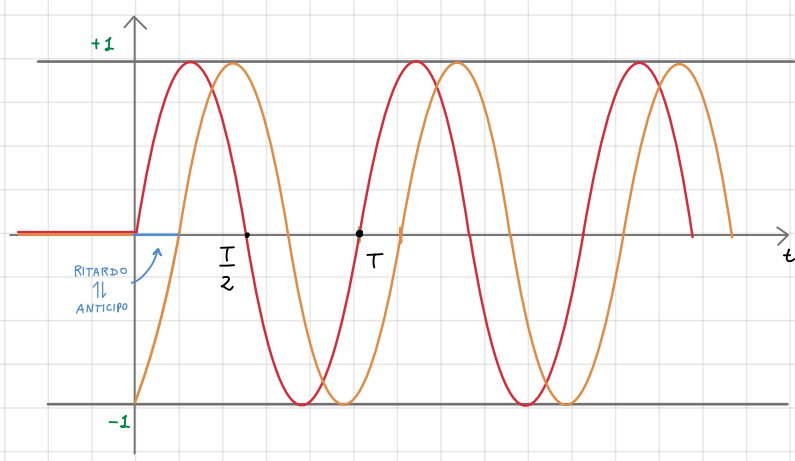


Come disegnare la funzione?

$$\begin{aligned}
 a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) &= \sqrt{a^2 + b^2} \left(\underbrace{\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}}_{\sin \beta} \cos(\omega t) + \underbrace{\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}}_{\cos(\beta)} \sin(\omega t) \right) \\
 &= \sqrt{a^2 + b^2} \left(\sin(\omega t) \cos(\beta) + \cos(\omega t) \sin(\beta) \right) \\
 &= \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sin(\omega t + \beta)
 \end{aligned}$$



$$\omega \bar{t} + \beta = 0 \rightarrow \omega \bar{t} = -\beta$$

$$\rightarrow \bar{t} = -\frac{\beta}{\omega} \leftarrow \text{Sempre } > 0$$

\rightarrow il segno di β dipende da β

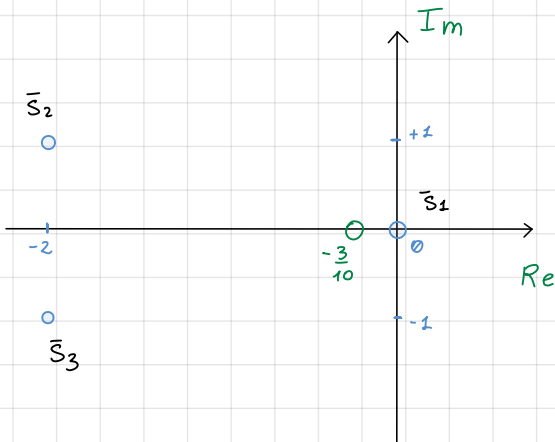
ES1

$$F(s) = \frac{10s + 3}{s^3 + 4s^2 + 5s}$$

Q: Trovare $f(t)$ e farne il Plot

Zero in $\bar{s} = -\frac{3}{10}$

Poli $s^3 + 4s^2 + 5s = 0 \rightarrow s(s^2 + 4s + 5) = 0 \rightarrow \bar{s}_1 = 0 \rightarrow s_{12} = \frac{-4 \pm \sqrt{4-5}}{2} \rightarrow \bar{s}_2 = -2+j, \bar{s}_3 = -2-j$



Attraverso il **feedback** possiamo cambiare i poli del sistema; ad esempio, se un sistema è inizialmente *lento*, attraverso il feedback potremmo *velocizzarlo* andando a modificare i suoi poli.

$\rightarrow F(s) = \frac{10s + 3}{s(s^2 + 4s + 5)} = \frac{\frac{z_1}{s}}{s} + \frac{\frac{z_2 s + z_3}{s^2 + 4s + 5}}{s}$

$f(t) = \text{gradino}$

Sembra non contare nel calcolo del valore finale \rightarrow il termine avrà degli esponenti negativi

* è proprio il Valore finale

$z_1 = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{10s + 3}{s^2 + 4s + 5} \rightarrow \frac{3}{5}$ z_1 è calcolato come al solito

FRASE IMPORTANTE 🎵

z_2 e z_3 per Sostituzione

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{s} + \frac{z_2 + z_3}{s^2 + 4s + 5} = \frac{10s + 3}{s(s^2 + 4s + 5)} \rightarrow \frac{\frac{3}{5}s^2 + \frac{12}{5}s + 3 + z_2 s^2 + z_3 s}{s(s^2 + 4s + 5)} = \frac{10s + 3}{s(s^2 + 4s + 5)}$$

$$\frac{3}{5}s^2 + z_2 s^2 = 0 \rightarrow z_2 = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{12}{5} + z_3 = 10 \rightarrow z_3 = 10 - \frac{12}{5} = \frac{38}{5}$$

$$F(s) = \frac{3}{5s} + \frac{-\frac{3}{5}s + \frac{38}{5}}{s^2 + 4s + 5} = \frac{3}{5} \left(\frac{1}{s} + \frac{-s + \frac{38}{5}}{s^2 + 4s + 5} \right) = \frac{3}{5} \left(\frac{1}{s} - \frac{s - \frac{38}{5}}{s^2 + 4s + 5} \right)$$

$$= \frac{3}{5} \left(\frac{1}{s} - \frac{s+2}{(s+2)^2 + 1} + \frac{\frac{38}{5} + 2}{(s+2)^2 + 1} \right) =$$

$$(s+2)^2 + 1 = s^2 + 4s + 4 + 1 = s^2 + 4s + 5$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{3}{5} \left[1 - e^{-2t} \left(\cos(t) - \frac{4}{3} \sin(t) \right) \right] \cdot 1(t)$$

$$\frac{3/5}{s} + \frac{\xi_2 s + \xi_3}{s^2 + 4s + 5} = \frac{10s + 3}{s(s^2 + 4s + 5)} \rightarrow \frac{\frac{3}{5}s^2 + \frac{12}{5}s + 3 + \xi_2 s + \xi_3 s}{s(s^2 + 4s + 5)} = \frac{10s + 3}{s(s^2 + 4s + 5)}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}s^2 + \frac{12}{5}s + \xi_2 s + \xi_3 + 3 = 10s + 3$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}s^2 + \xi_2 s^2 = 0 \Rightarrow \xi_2 = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{12}{5}s + \xi_3 s = 10s \Rightarrow \frac{12}{5} + \xi_3 = 10 \Rightarrow \xi_3 = 10 - \frac{12}{5} = \frac{38}{5}$$

→ Scrivo la $F(s)$ in fratti semplici:

$$F(s) = \frac{10s + 3}{s(s^2 + 4s + 5)} = \frac{\xi_1}{s} + \frac{\xi_2 s + \xi_3}{s^2 + 4s + 5} = \frac{3/5}{s} + \frac{-\frac{3}{5}s + \frac{38}{5}}{s^2 + 4s + 5}$$

$$= \frac{3}{5} \left[\frac{1}{s} - \frac{s - \frac{38}{5}}{s^2 + 4s + 5} \right] = \frac{3}{5} \left[\frac{1}{s} - \frac{s+2-2-\frac{38}{5}}{(s+2)^2+1} - \frac{-38/5}{(s+2)^2+1} \right]$$

$$= \frac{3}{5} \left[\frac{1}{s} - \frac{s+2}{(s+2)^2+1} - \frac{\frac{38}{5}+2}{(s+2)^2+1} \right] = \frac{3}{5} \left[\frac{1}{s} - \frac{s+2}{(s+2)^2+1} + \frac{\frac{44}{5}}{(s+2)^2+1} \right]$$

\downarrow
 $s^2 + 4s + 5$
 $+1$
 \downarrow
 $\frac{1}{s}$ gradino 1
 $\frac{s+2}{(s+2)^2+1}$ $\xrightarrow{-2t}$ $e^{-2t} \cdot \cos(t)$
 $\frac{44/5}{(s+2)^2+1}$ $\xrightarrow{w=1}$ $e^{-2t} \sin(t)$

$$\Rightarrow F(s) \Leftrightarrow \frac{3}{5} \left[1 - e^{-2t} \left(\cos(t) - \frac{44}{5} \sin(t) \right) \right]$$

Stesse cose scritte prima ma con qualche passaggio in più

Applico le regole della Trasformata

→ Abbiamo già applicato il TVF: $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s) = \frac{3}{5}$

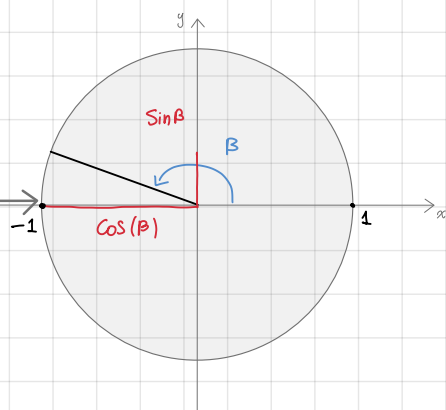
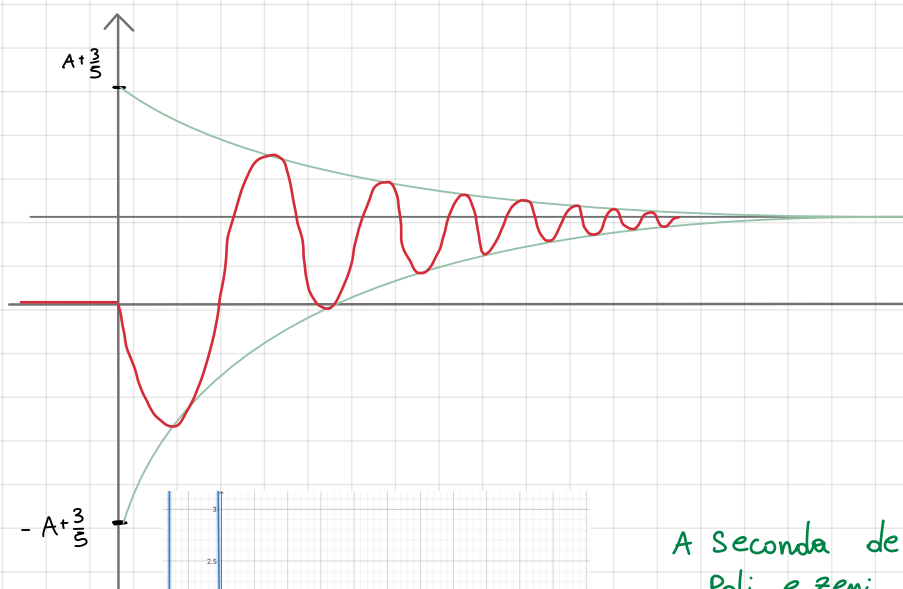
TVI $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = f(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \sim \frac{3}{s} \rightarrow 0$

TVF e TVI da Applicare SEMPRE!

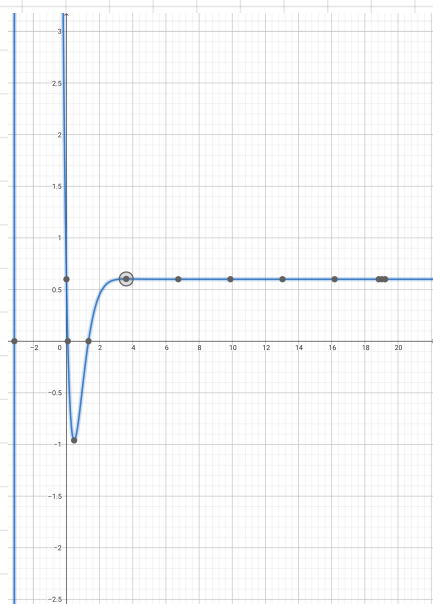
Riscrivo $f(t) = \left(\frac{3}{5} - \frac{3}{5} e^{-2t} \sqrt{1 + \left(\frac{44}{3}\right)^2} \cdot \sin(\omega t + \beta) \right) \cdot 1(t)$

$$\sin(\beta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{44}{3}\right)^2}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{-\frac{44}{3}}{\sqrt{1 + \left(\frac{44}{3}\right)^2}}$$



A seconda dei
Poli e zeri
abbiamo oscillazioni
o meno



DISCORSO SU
EVOLUZIONE
LIBERA E FORZATA



DIPENDE DALLA CONDIZIONE
INIZIALE

* Esercizio Con errori

