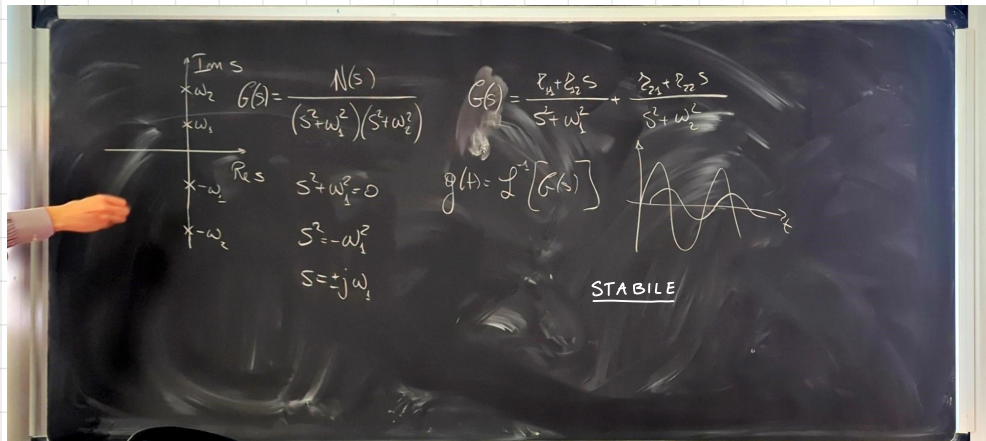


# Recap schema fine lezione 19



\* DIFFERENZE

## \* Esempio sys instabile

- FISSIONE NUCLEARE
- PENDOLO INVERSO —> E' un sys NON lineare

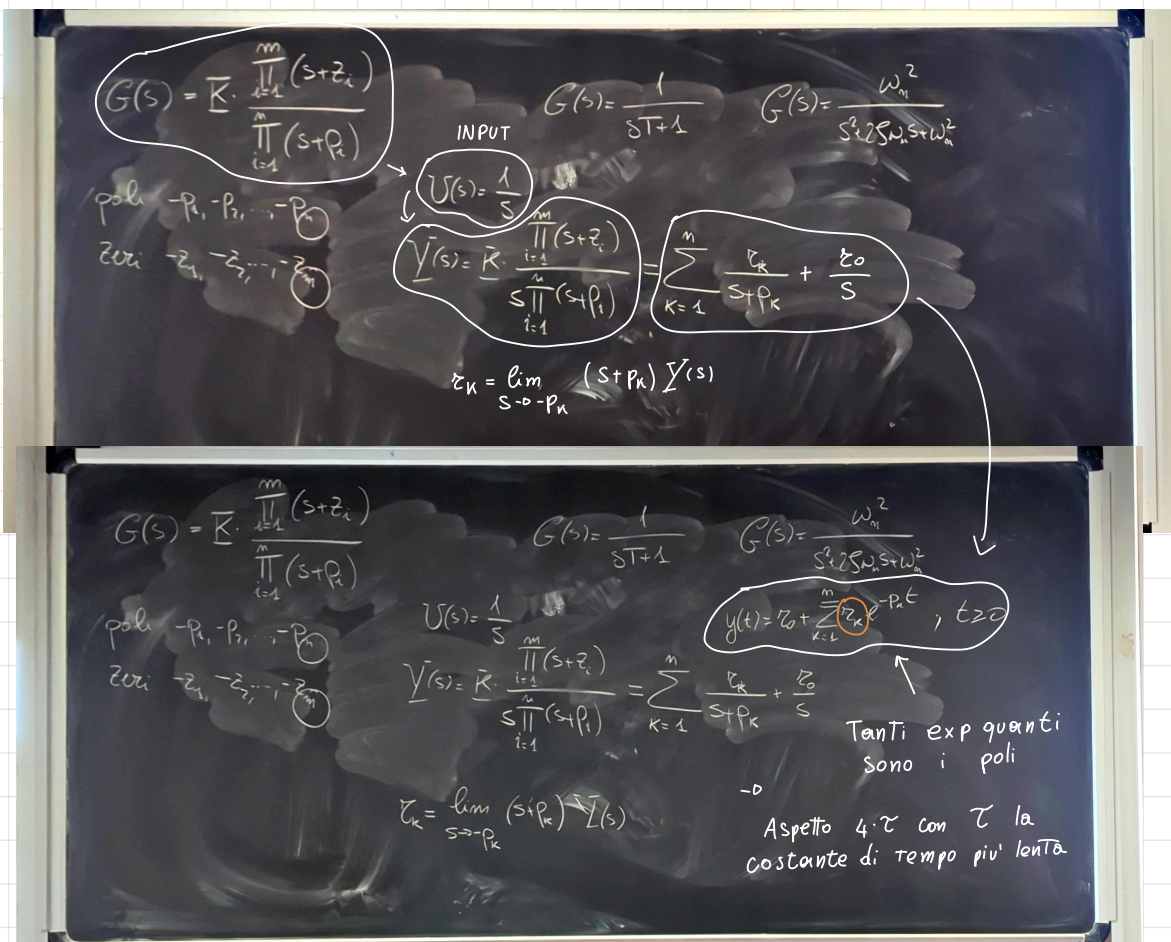
Se linearizzo il pendolo inverso e' un sys (LTI) INSTABILE

## SISTEMI DI ORDINE SUPERIORE

Assunto

Poli reali e distinti

la presenza degli zeri cambia la risposta del sys



Domina l'exp con il residuo piu' grande

$$r_k = \lim_{s \rightarrow -p_k} (s+p_k) \cdot K \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (s+z_i)}{s \cdot \prod_{i=1}^n (s+p_i)}$$

Solo un polo  $p_i$  sarà uguale a quello  $p_k$

=> Ne semplifico solo uno

$$Z_k = \lim_{s \rightarrow -p_k} (s + p_k) \bar{L}(s) = \lim_{s \rightarrow -p_k} (s + p_k) \cdot \bar{K} \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i)}$$

$$= \lim_{s \rightarrow -p_k} \bar{K} \cdot (s + p_k) \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (s + z_i)}{s \prod_{i=1, i \neq k}^n (s + p_i)}$$

$$= \bar{K} \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (-p_k + z_i)}{(-p_k) \prod_{i=1, i \neq k}^n (-p_k + p_i)}$$

Distanza  
Tra  $z$  e  $p$

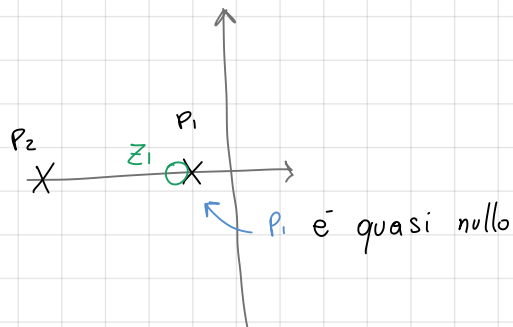
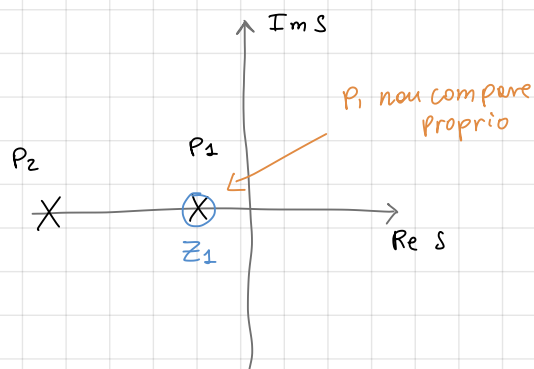
Uno zero coincide  
con un polo

se  $z_i = p_k = 0$   $z_k = 0$

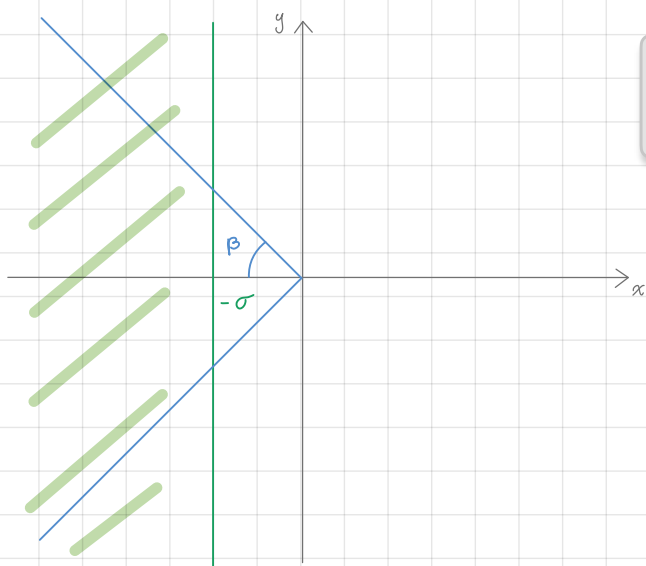
l'exp non compare  
nella risposta

E quindi

gli zeri cambiano la risposta  
del sys.



$$G(s) = K \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i) \prod_{i=1}^{n_2} (s^2 + 2\zeta_i \omega_{ni} s + \omega_{ni}^2)}$$



Posso definire delle **zone** e dire che tutti gli  
esponenziali saranno sicuramente più lenti di un certo  
"-sigma"



# EVOLUZIONE LIBERA

L'evoluzione libera è la risposta del sistema quando parte da uno stato iniziale diverso da zero.

Evoluzione libera  
 Evoluzione forzata

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{dw(t)}{dt}\right] = sW(s) - w(0)$$

$$\begin{aligned} s\bar{X}(s) - x(0) &= A\bar{X}(s) + BU(s) \\ s\bar{X}(s) - A\bar{X}(s) &= x(0) + BU(s) \\ (sI - A)\bar{X}(s) &= x(0) + BU(s) \\ \bar{X}(s) &= (sI - A)^{-1}x(0) + (sI - A)^{-1}BU(s)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= C\bar{X}(s) + DU(s) \\ &= C(sI - A)^{-1}x(0) + \underbrace{[C(sI - A)^{-1}B + D]}_{G(s)}U(s)
 \end{aligned}$$

Evoluzione Forzata

$$\Rightarrow Y(s) = \underbrace{C(sI - A)^{-1}x(0)}_{E. \text{ LIBERA}} + \underbrace{G(s) \cdot U(s)}_{\text{Evoluzione Forzata}}$$

$$\begin{array}{l} A \in \mathbb{R}^{n \times m} \\ B \in \mathbb{R}^{n \times 1} \end{array} \quad \begin{array}{c} \boxed{A} \quad n \\ \boxed{B} \quad n \end{array}$$

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + G(s) \cdot U(s)$$

$$\begin{aligned} Y(s) &= C\bar{X}(s) + DU(s) \\ &= C(sI - A)^{-1}x(0) + \underbrace{[C(sI - A)^{-1}B + D]}_{G(s)}U(s)
 \end{aligned}$$

$C(sI - A)^{-1}x(0) \cdot \mathcal{L}[\delta(t)]$   
 $= C(sI - A)^{-1}x(0)$

Diagramma del sistema:  $Y(s) = C(sI - A)^{-1}x(0) + G(s)U(s)$   
 -  $C(sI - A)^{-1}x(0)$  è l'evoluzione libera.  
 -  $G(s)U(s)$  è l'evoluzione forzata.

