

Prova scritta di Sistemi Dinamici

Dicembre 2023

Esercizio 1: risposta nel tempo

Dato il sistema lineare e tempo-invariante con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s + 1/2} \quad (1)$$

e l'ingresso $u(t)$ definito da

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ 2 & t \in [0, 1) \\ 5 & t \in (1, 3] \\ 5 - \frac{5}{3}(t - 3) & t \in [3, 6] \\ 0 & t \geq 6 \end{cases} \quad (2)$$

determinare:

1. L'espressione di $u(t) = \sum_{i=1}^n u_i(t)$ con n opportuno in modo che ciascun segnale $u_i(t)$ abbia una trasformata di Laplace nota e tracciare gli andamenti di $u_i(t)$ per $i = 1, \dots, n$.
2. Determinare la trasformata di Laplace $U_i(s)$ di ciascun segnale $u_i(t)$, per $i = 1, \dots, n$.
3. Individuare gli opportuni segnali $\hat{u}_j(t)$, con $j = 1, \dots, m$, che consentono poi di calcolare in maniera semplice tutte le trasformate di Laplace delle uscite $y_i(t)$ ai segnali $u_i(t)$. Calcolare le trasformate di Laplace $\hat{Y}_j(t) = G(s)\hat{U}_j(s)$, per $j = 1, \dots, m$, utilizzando la scomposizione in fratti semplici.
4. Calcolare le anti-trasformate di Laplace $\hat{y}_j(t)$ per ciascuna $\hat{Y}_j(s)$, per $j = 1, \dots, m$. Per ciascun modo:
 - (a) individuare valore iniziale, valore finale, costante di tempo, tempo di assestamento e, se opportuno, tempo di salita, tempo di picco e massima sovraelongazione;
 - (b) tracciare l'andamento nel tempo.

5. Calcolare analiticamente l'uscita $y_i(t)$ a ciascun ingresso $u_i(t)$, per $i = 1, \dots, n$.
6. Calcolare l'uscita $y(t)$ all'ingresso $u(t)$ e fare eventuali considerazioni sull'andamento di $y(t)$.

Esercizio 2: risposta in frequenza

Dato il sistema lineare e tempo-invariante con funzione di trasferimento

$$G(s) = 100 \frac{0.2s + 1}{s^2 + 21s + 20} \quad (3)$$

1. Esprimere $G(s)$ nella forma standard per i diagrammi di Bode, determinare poli e zeri e rappresentarli sul piano complesso.
2. Determinare i punti di rottura dei diagrammi di Bode asintotici.
3. Scegliere l'intervallo di frequenze d'interesse.
4. Determinare gli andamenti iniziali e finali dei diagrammi di Bode asintotici.
5. Tracciare i diagrammi di Bode asintotici.
6. Dato il segnale d'ingresso

$$u(t) = 5 \sin 10t \quad (4)$$

determinare l'espressione dell'uscita a regime $y_{ss}(t)$ e tracciare gli andamenti nel tempo dell'ingresso $u(t)$ e dell'uscita $y_{ss}(t)$.

7. Effettuare eventuali considerazioni sui diagrammi di Bode: andamenti esatti, moduli di risonanza, banda passante, variazioni di guadagno, aggiunta di poli o zeri.