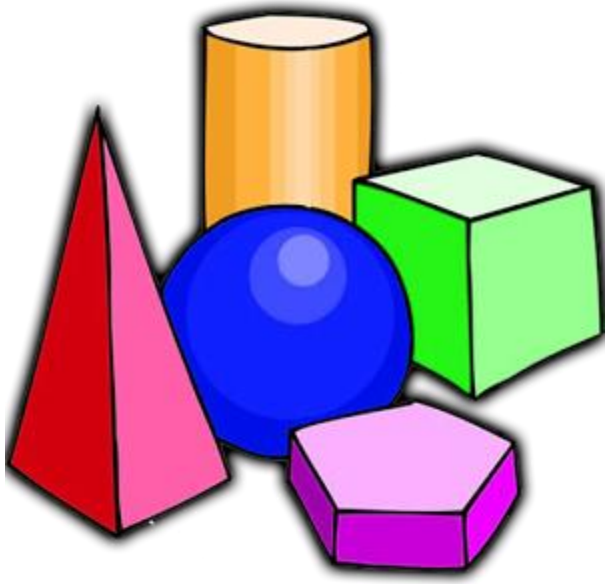
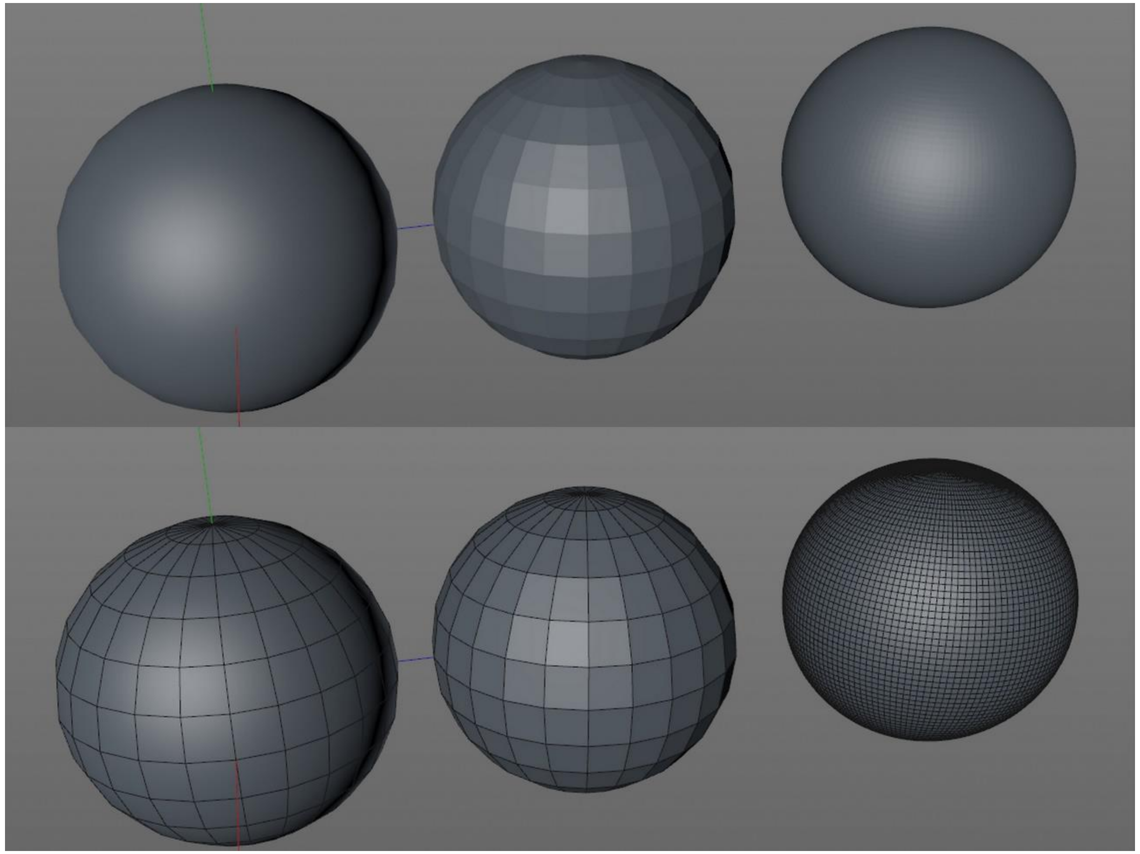
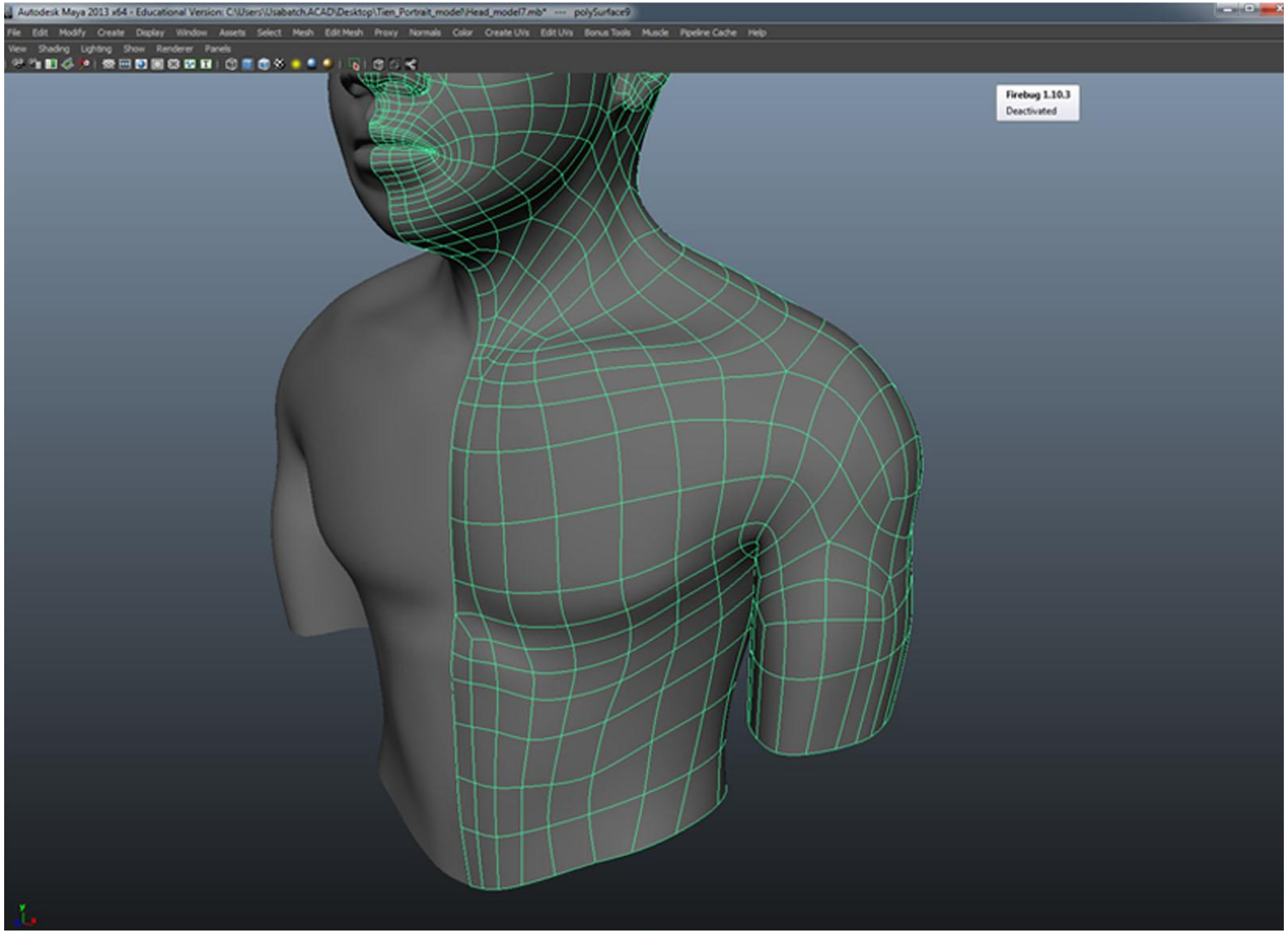
รูปทรงเรขาคณิต
Geometry



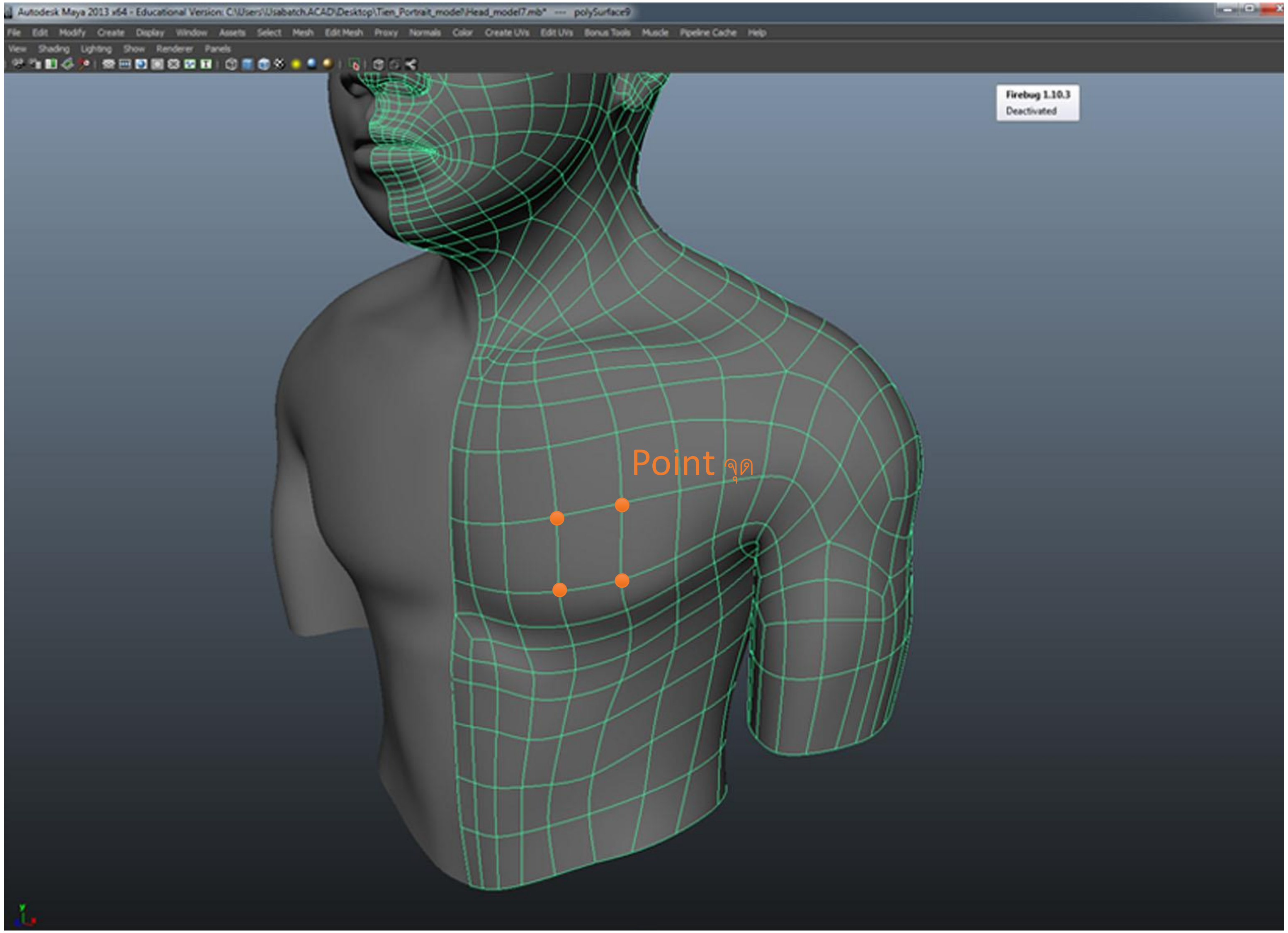


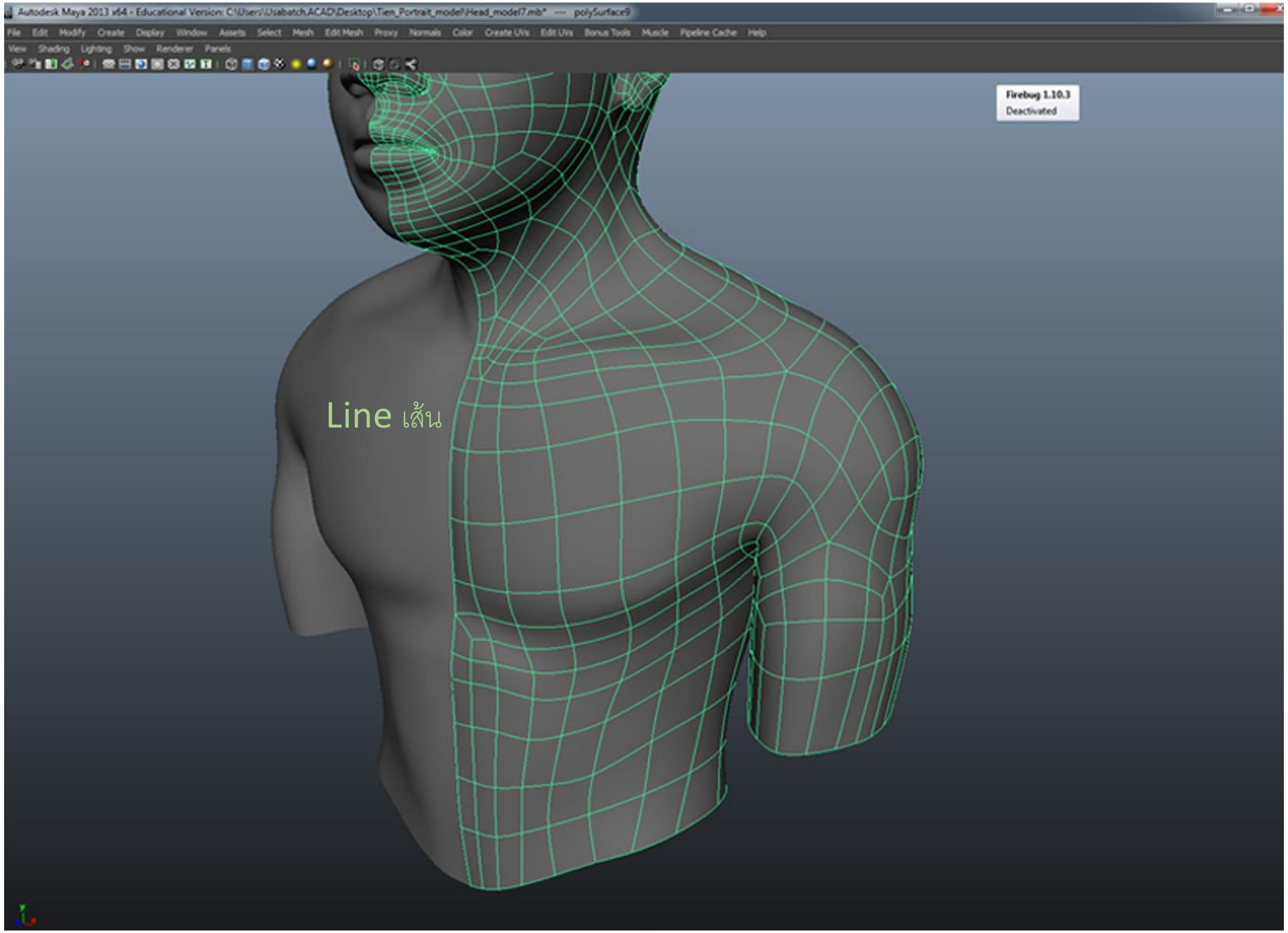
https://play.google.com/store/apps/details?id=com.stevekb.geometry

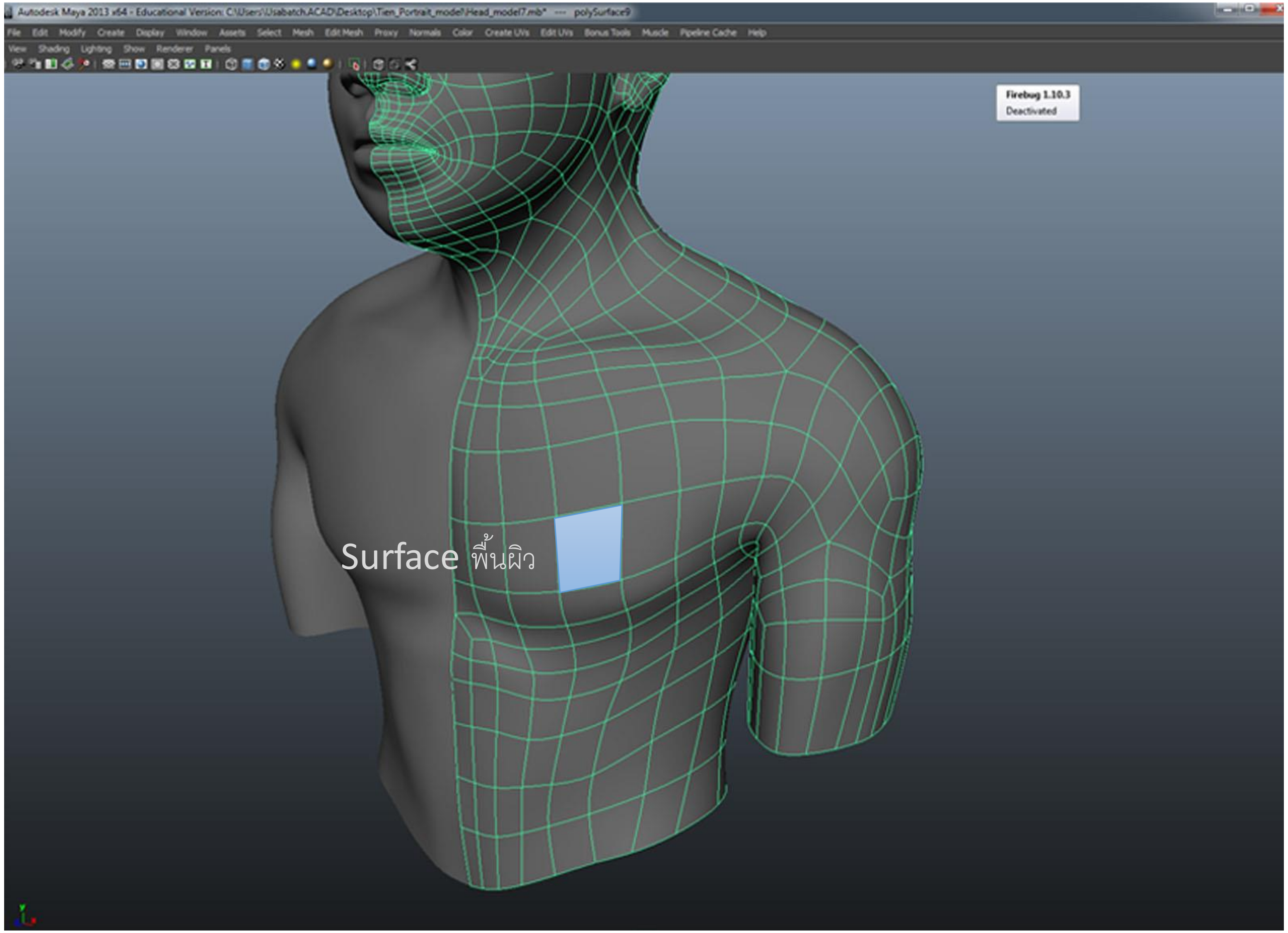
http://www.tested.com/tech/3d-printing/460456-bits-atoms-3d-modeling-best-practices-3d-printing/

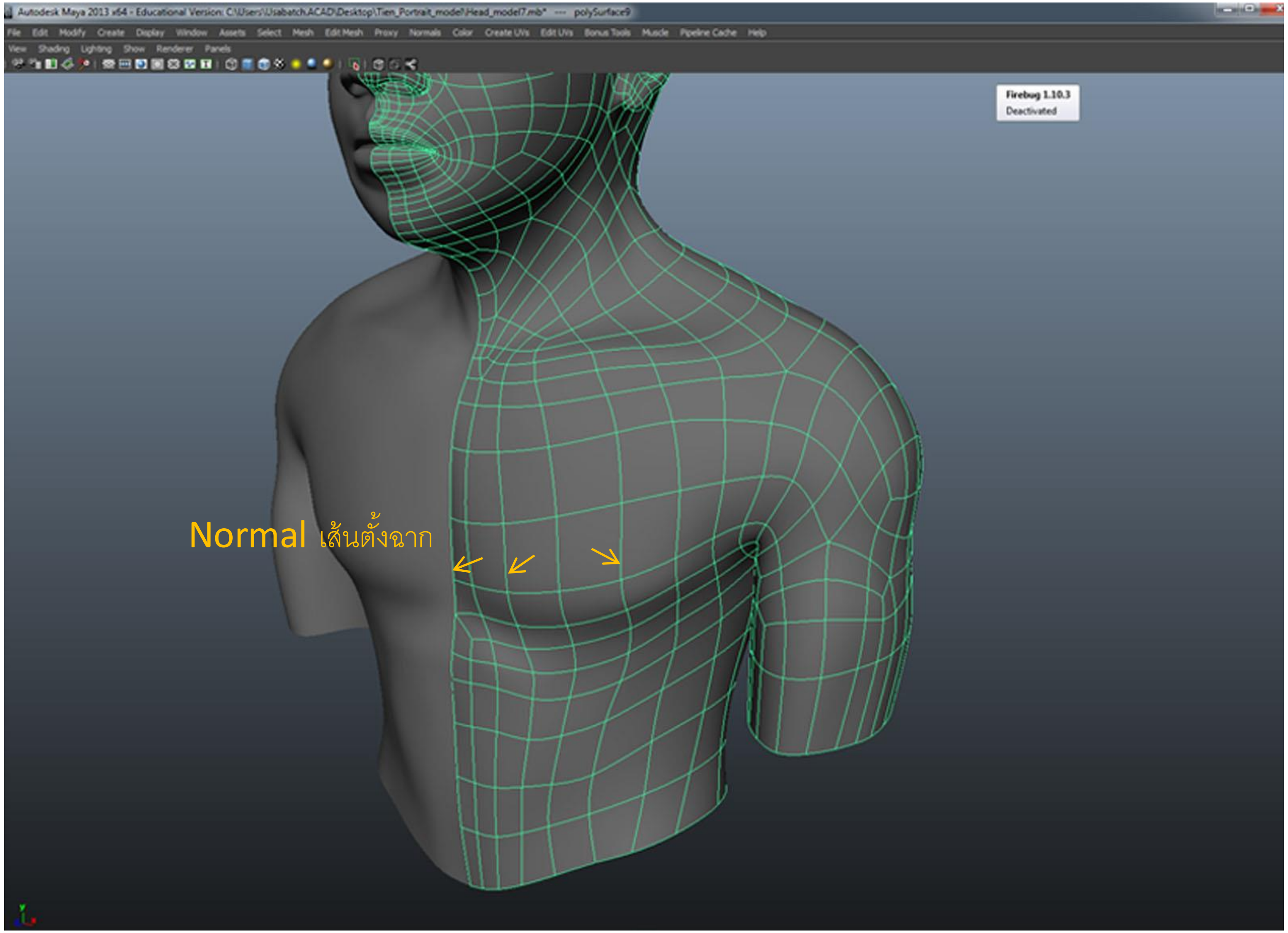


http://tien-trinh.blogspot.com/2012/09/bust-wire-frame-of-body-of-bust.html


Firebug 1.10.3
Deactivated
Point จุด


Line เส้น
Firebug 1.10.3
Deactivated


Surface พื้นผิว
Firebug 1.10.3
Deactivated

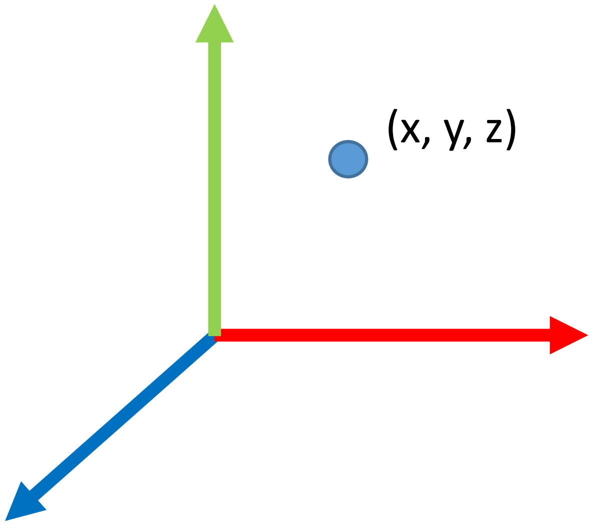

Autodesk Maya 2013 x64 - Educational Version: C:\Users\Usabatch.ACAD\Desktop\Tien_Portrait_model\Head_model7.mb* --- polySurface9
File Edit Modify Create Display Window Assets Select Mesh Edit Mesh Proxy Normals Color Create UVs Edit UVs Bonus Tools Muscle Pipeline Cache Help
View Shading Lighting Show Renderer Panels
Firebug 1.10.3
Deactivated
Normal เส้นตั้งฉาก

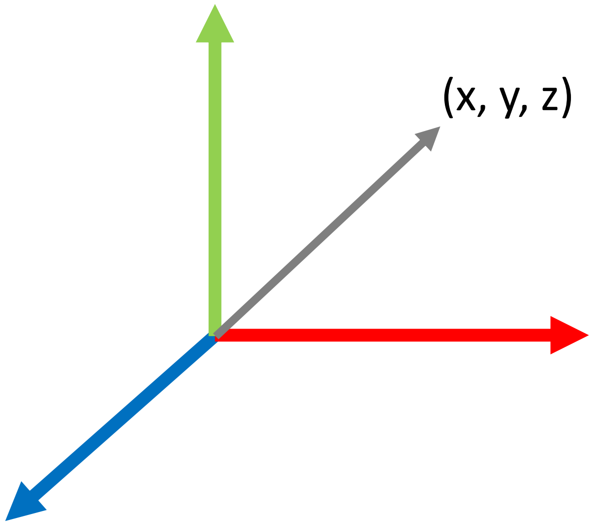
พีชคณิตเชิงเส้น (Linear Algebra)

- เวกเตอร์ (vector) และจุด (point)
- เมตริกซ์ (matrix)
- การแปลง (transformation)

เวกเตอร์

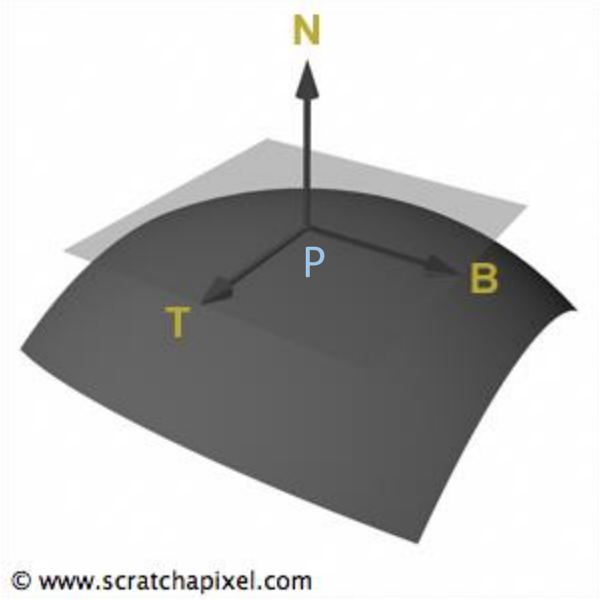
- V = (a, b, c, d, e, f) เมื่อ a, b, c, d, e, f เป็นจำนวนจริง
- ในมุมมองของโปรแกรมเมอร์ V[6] = {a, b, c, d, e, f}
- จุด, ทิศทาง ฯลฯ
  - จุดใน 3D (x, y, z)

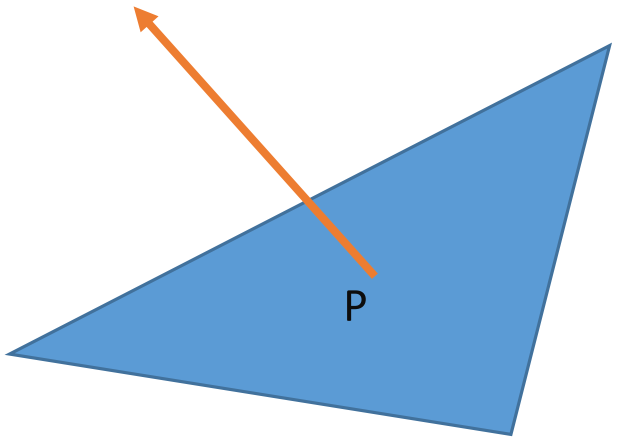




เวกเตอร์ตั้งฉาก (normal vector)

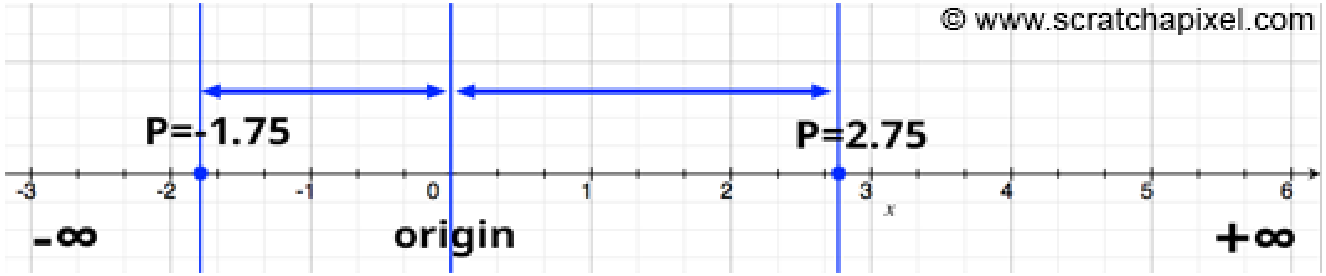
- อธิบายการวางตัวของพื้นผิวที่จุด P

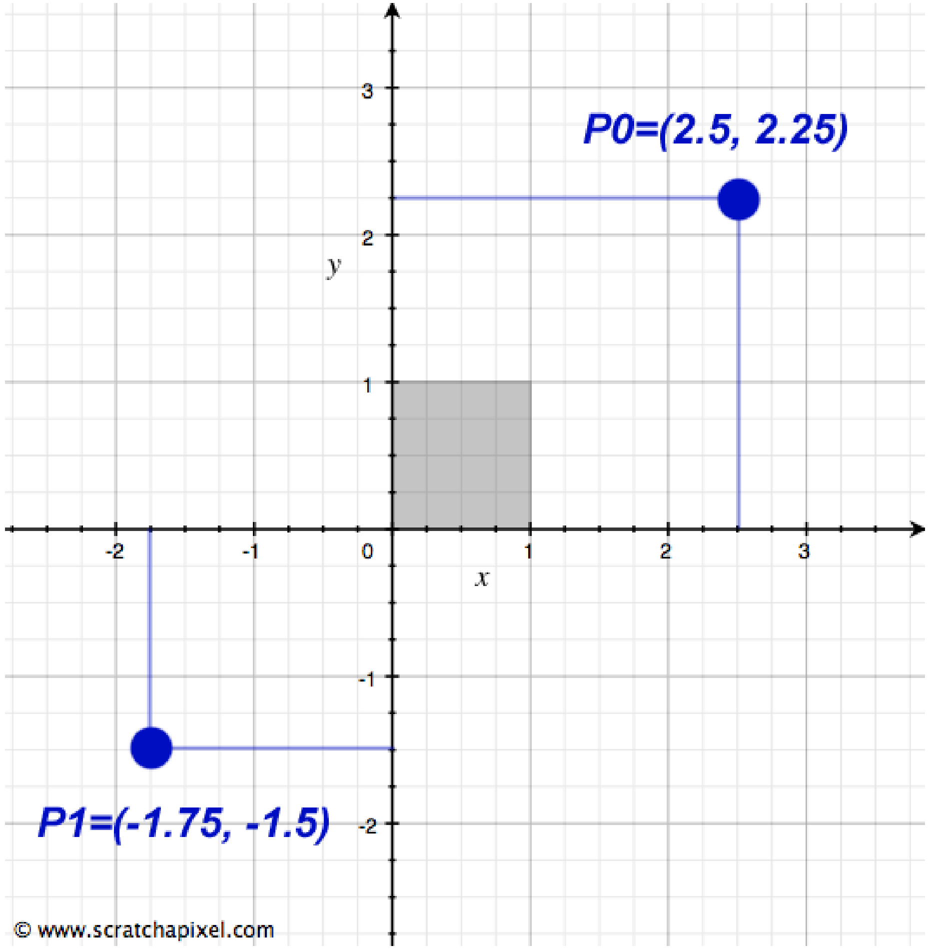




ระบบพิกัด (Coordinate Systems)

- จุดใน 2D (x, y)
- จุดใน 3D (x, y, z)
- x, y, z เป็นจำนวนจริง
  - วัดจากจุดกำเนิด
  - มีเครื่องหมาย + หรือ –





การเลือกระบบพิกัด

- เลือกวางจุดกำเนิดตรงไหนก็ได้

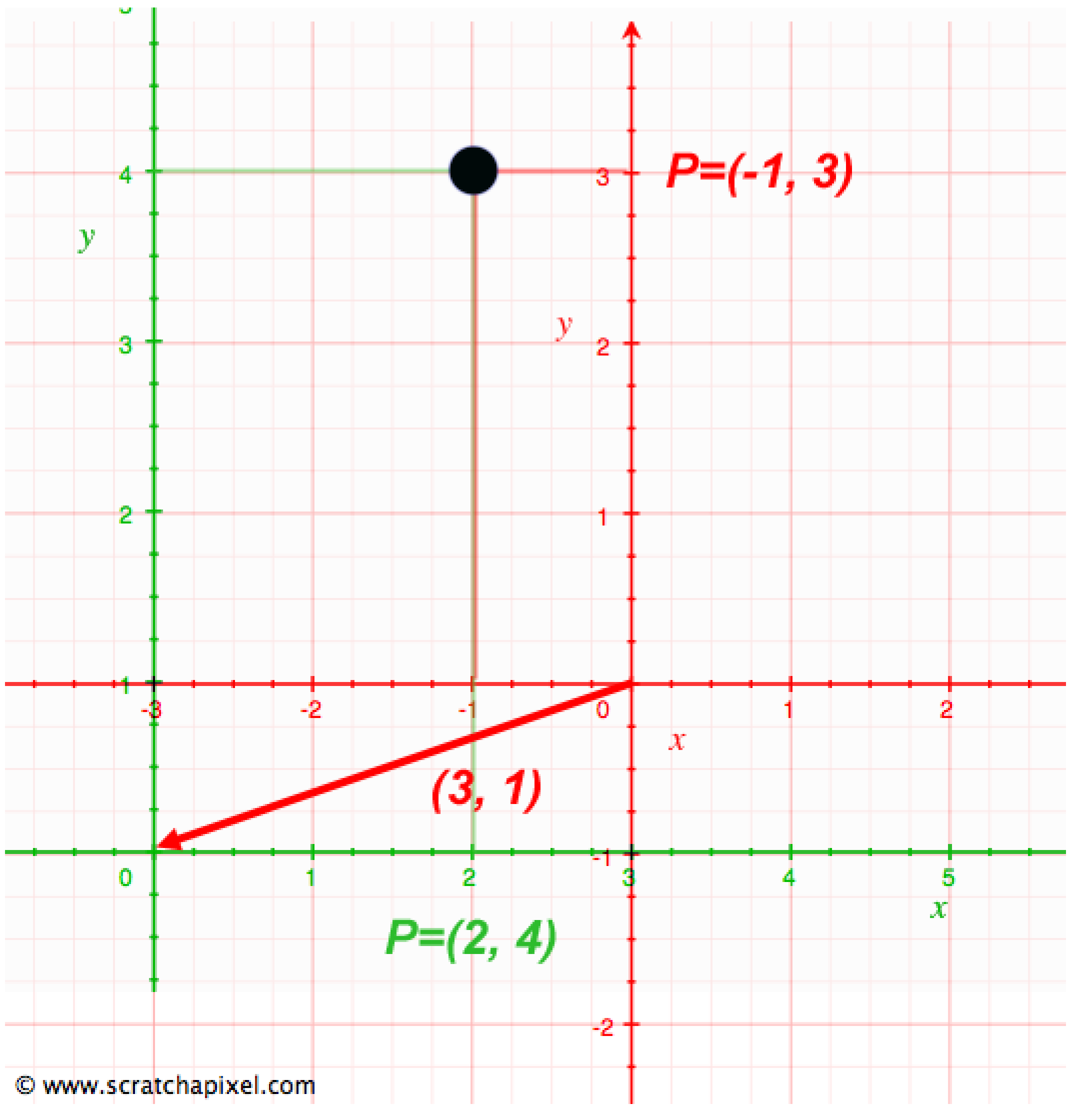
รู้ตำแหน่งจุด P บนพิกัดสีเขียว (2, 4)

และ -

รู้ตำแหน่งจุดกำเนิดของพิกัดสีแดงบนพิกัดสีเขียว (3, 1)

=

รู้ตำแหน่งจุด P บนพิกัดสีแดง (-1, 3)



การเลือกระบบพิกัด

- เลือกวางจุดกำเนิดตรงไหนก็ได้

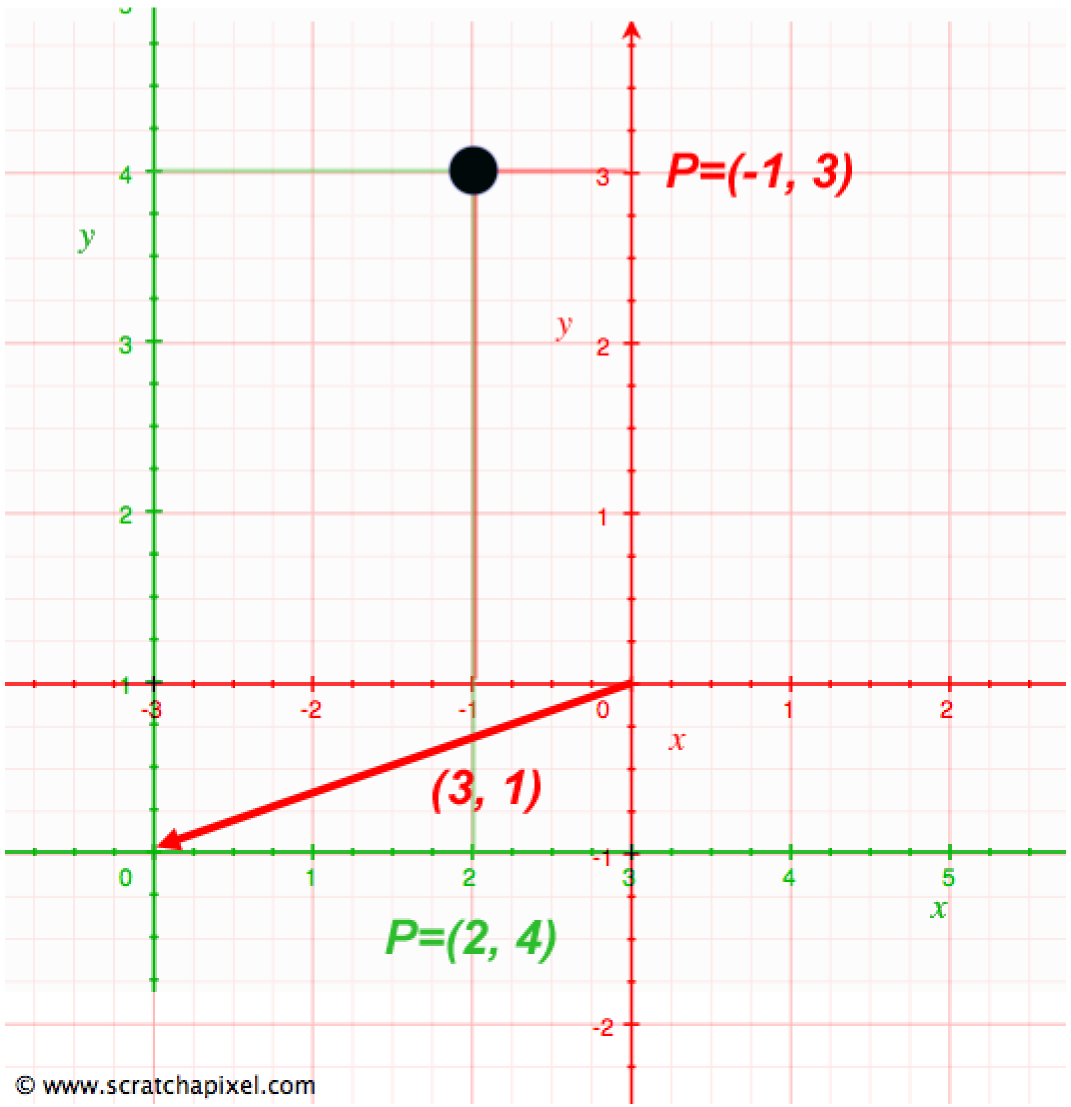
รู้ตำแหน่งจุด P บนพิกัดสีแดง (-1, 3)

และ -

รู้ตำแหน่งจุดกำเนิดของพิกัดสีเขียวบนพิกัดสีแดง (-3, -1)

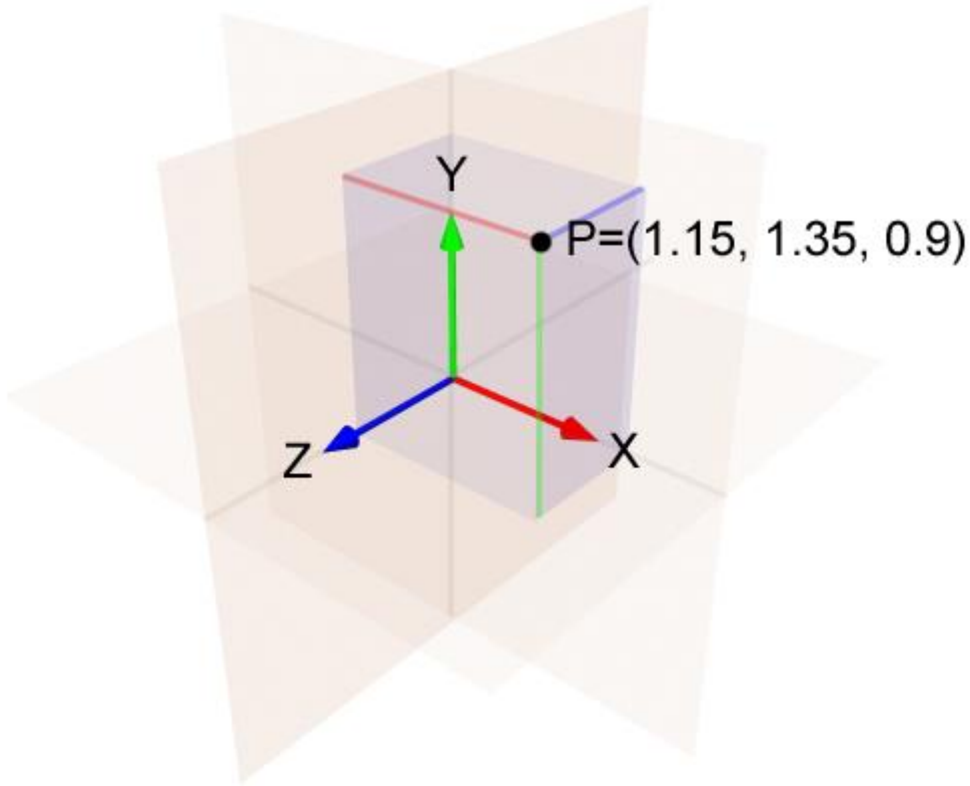
=

รู้ตำแหน่งจุด P บนพิกัดสีเขียว (2, 4)



ระบบพิกัดใน 3D

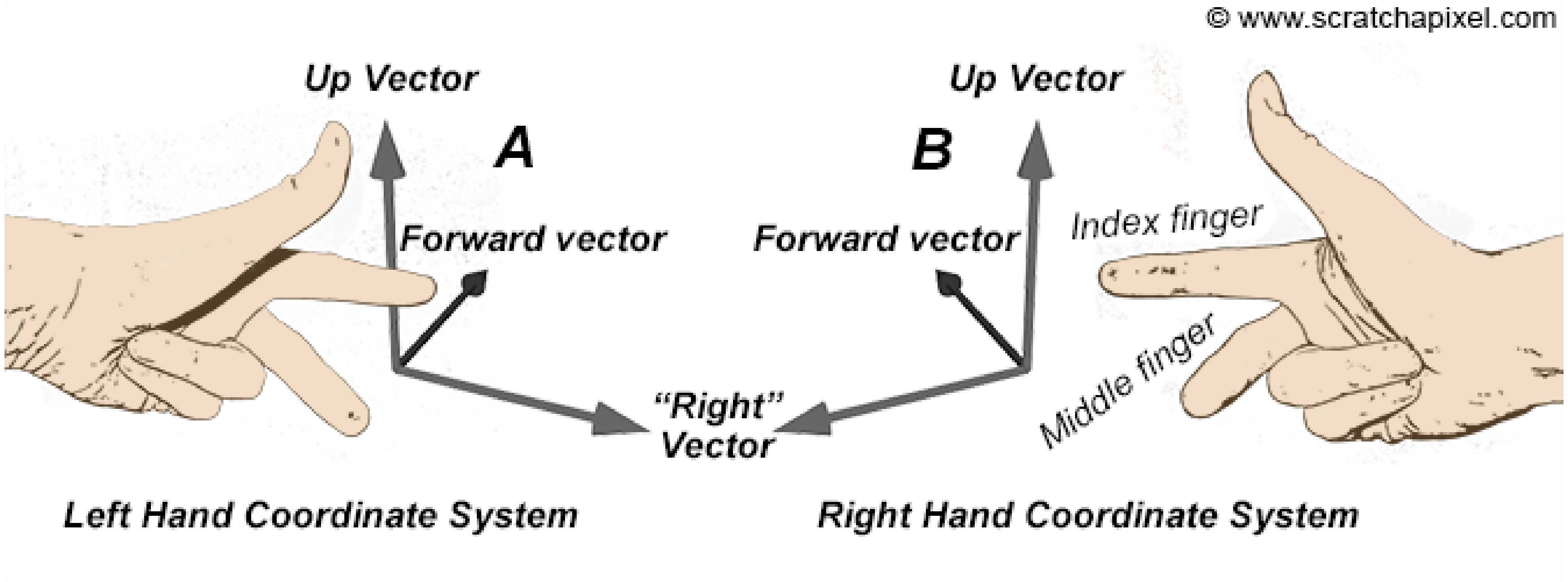
- เพิ่มแกน z มาจาก 2D
- Euclidean space



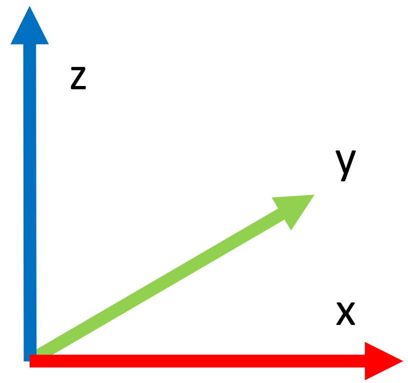
© www.scratchapixel.com

ระบบพิกัดมือขวา - มือซ้าย

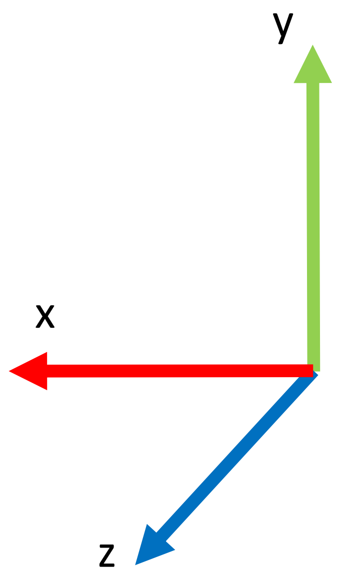
- 3D Studio Max ใช้ระบบพิกัดมือขวา
- Unity ใช้ระบบพิกัดมือซ้าย



แกนขวา(ซ้าย) บนและชี้ออก (ชี้เข้า)



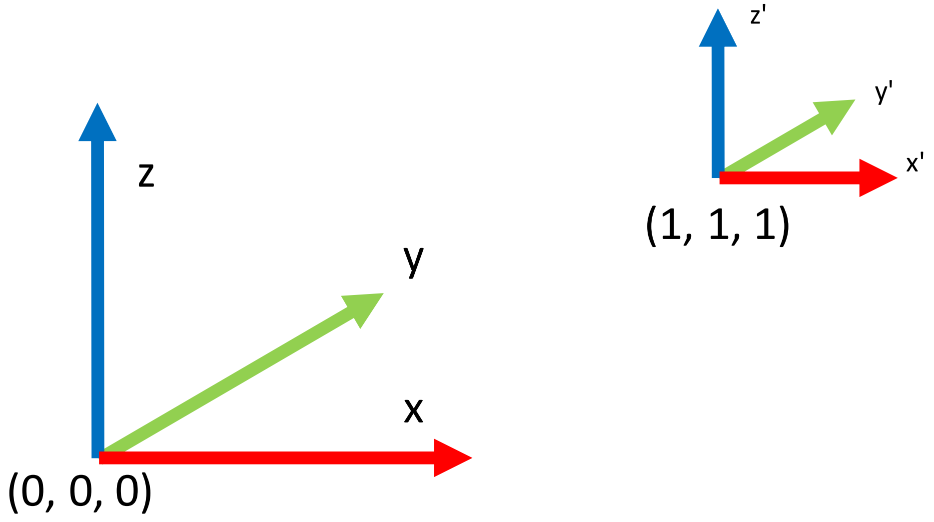
3D Studio Max



Unity

พิกัดโลก (World Coordinate)

- พิกัดอื่นๆ จะอ้างอิงที่พิกัดโลก



การดำเนินการเวกเตอร์

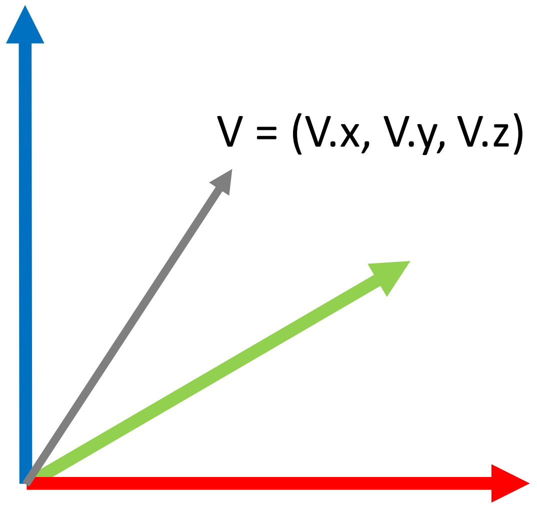
- บวก ลบ
- ความยาว
- การทำให้เป็นบรรทัดฐาน (normalization)
- dot product
- cross product

บวก ลบ

- $W = V + U$
  - $W.x = V.x + U.x$
  - $W.y = V.y + U.y$
  - $W.z = V.z + U.z$
- $W = V - U$
  - $W.x = V.x - U.x$
  - $W.y = V.y - U.y$
  - $W.z = V.z - U.z$

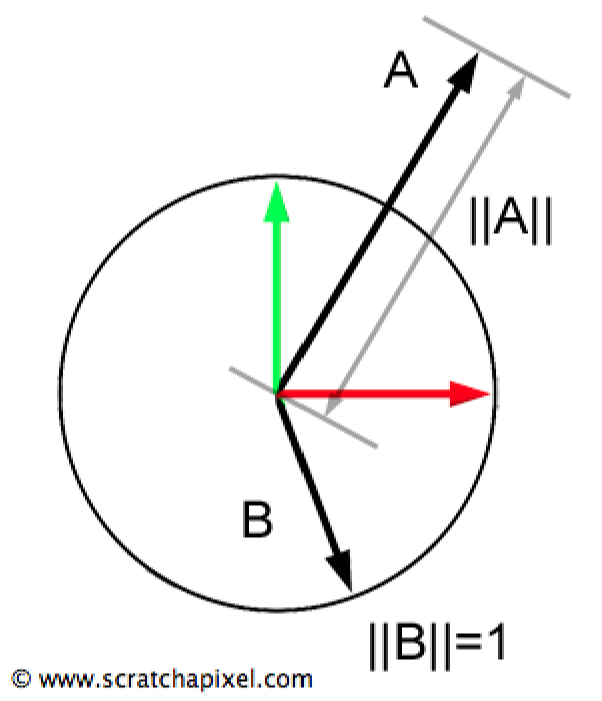
ความยาวเวกเตอร์

- $\| V \| = \sqrt{V.x \; * V.x + V.y \; * V.y + V.z \; * V.z}$



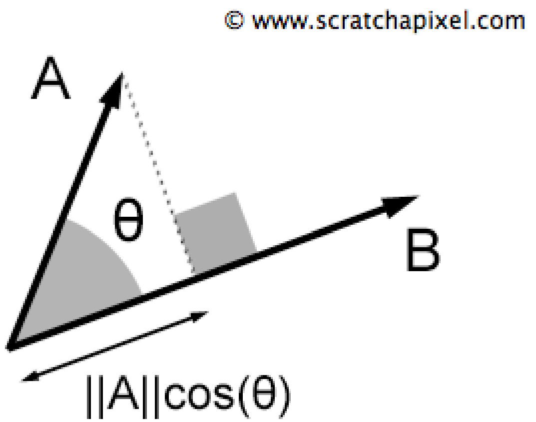
Normalization

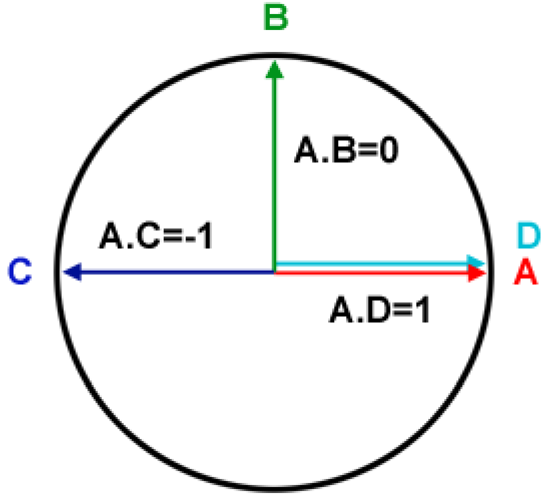
- เวกเตอร์หนึ่งหน่วย (unit vector)
- $\hat{V} = \frac{V}{\|V\|}$



Dot product

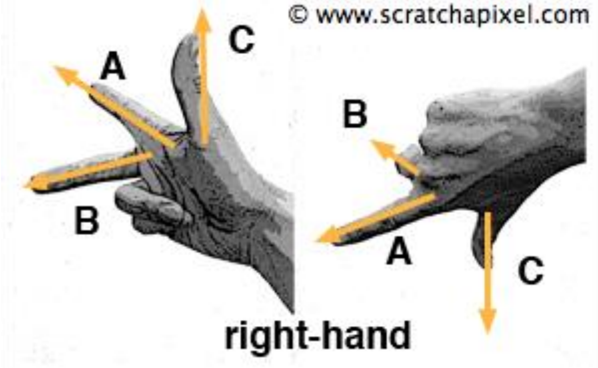
- $A \cdot B = A.x \ * B.x + A.y \ * B.y + A.z \ * B.z$
- ถ้า $A = B$ แล้วเราใส่ $\sqrt{A \cdot B}$ จะได้อะไร?
- Dot product มีความเกี่ยวข้องกับ $\cos\theta$
  - $A \cdot B = \| A \| \| B \| \cos\theta$
  - ถ้า B เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย $A \cdot B = \| A \| \cos\theta$
    - ภาพฉายของ A ในทิศทาง B
  - ถ้า A และ B เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยทั้งคู่
    - $A \cdot B = \cos\theta$
    - $\theta = \cos^{-1}(A \cdot B)$

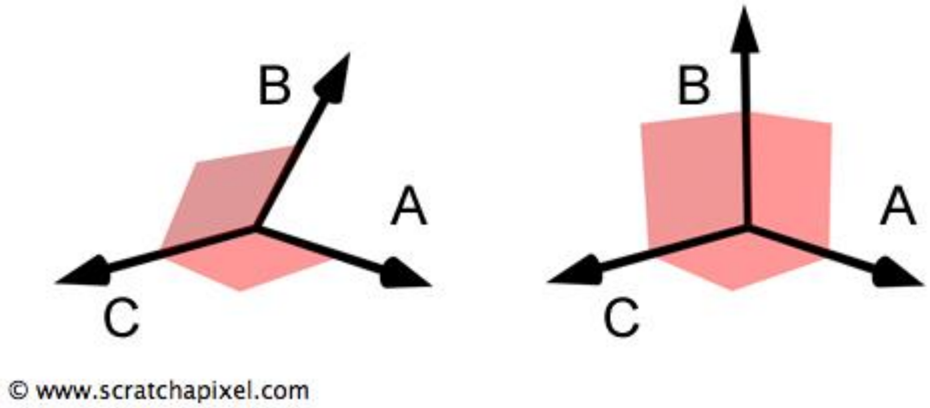




Cross product

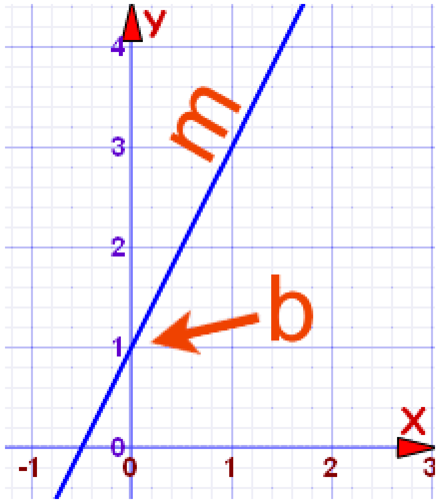
- $C = A \times B$
  - $C.x = A.y * B.z - A.z * B.y$
  - $C.y = A.z * B.x - A.x * B.z$
  - $C.z = A.x * B.y - A.y * B.x$



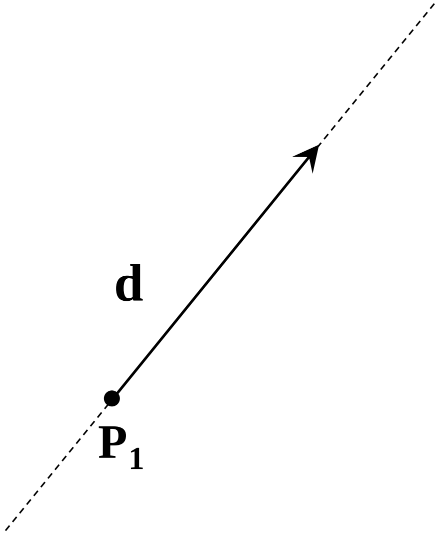


เส้น (line)

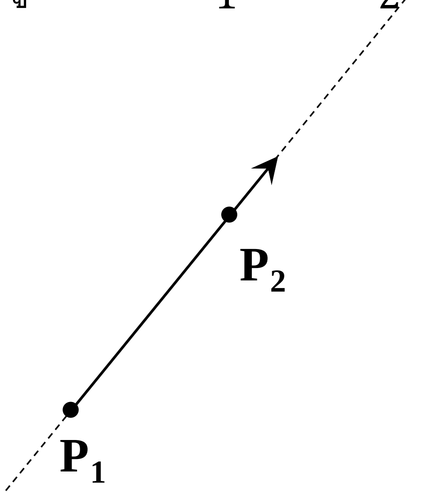
- สมการเส้นตรง $y = mx + b$
  - m คือความชัน
  - b คือจุดตัดแกน y (เมื่อ $x = 0$)



- ผลบวกของจุดกับเวกเตอร์
  - $P = P_1 + \alpha d$



- ผลรวมสัมพรรค (affine combination) ของ 2 จุด
  - $P = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2$, เมื่อ $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$
  - เมื่อ $0 \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq 1$, P จะอยู่ระหว่าง P_1 และ P_2

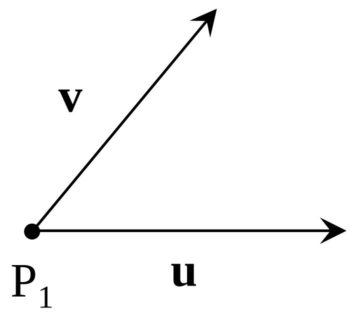


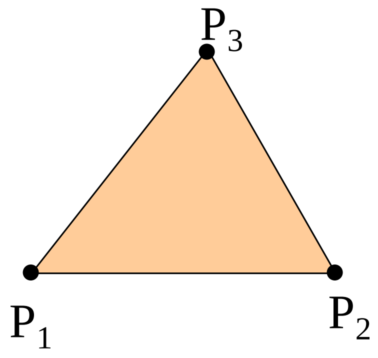
https://www.mathsisfun.com/equation_of_line.html

ระนาบ (plane) และสามเหลี่ยม

- ระนาบเกิดจากผลรวมของจุดกับอีก 2 เวกเตอร์
  - $P = P_1 + \alpha u + \beta v$
- สามเหลี่ยมเกิดจากผลรวมสัมพรรคของ 3 จุด
  - $P = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3$

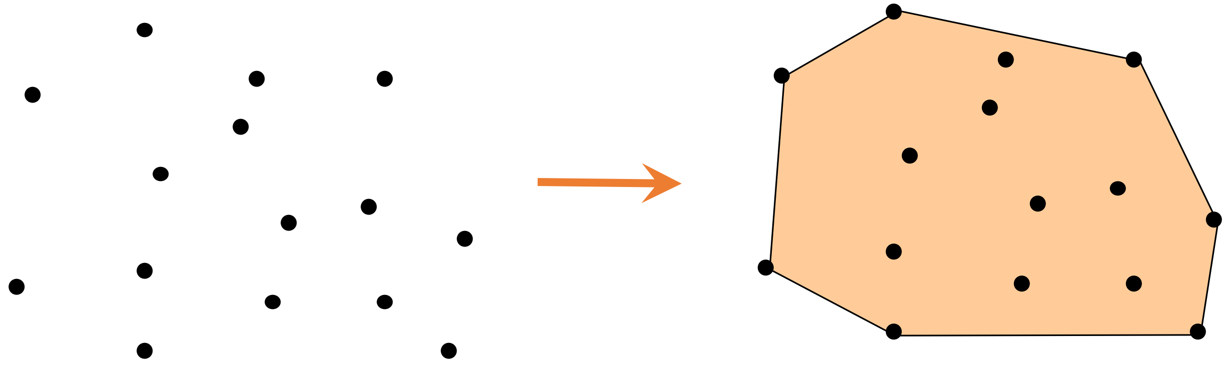
  เมื่อ $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ และ $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$





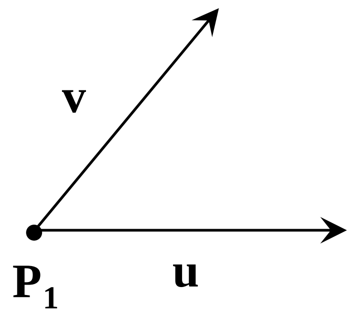
ผลรวมสัมพรรค (affine combination)

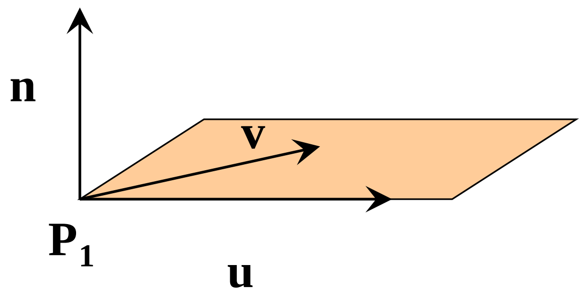
- ผลรวมสัมพรรคของจุดใดๆ คือ คอนเวกซ์ฮัลล์
  - รูปหลายเหลี่ยมที่ไม่มีส่วนเว้าที่คลุมจุดทั้งหมด
- $P = \alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \cdots + \alpha_n P_n$, เมื่อ $\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n = 1$ และ $0 \leq \alpha_i$



เวกเตอร์ตั้งฉากของระนาบ

- ระนาบเกิดจากผลรวมของจุดกับอีก 2 เวกเตอร์
  - $P = P_1 + \alpha u + \beta v$
  - $P - P_1 = \alpha u + \beta v$
- เวกเตอร์ตั้งฉากคำนวณได้จาก
  - $n = u \times v$
- จุด P ใดๆ จะอยู่บนระนาบเมื่อ
  - $n \cdot (P - P_1) = 0$





สมการของระนาบ

สมมติให้ $n = (a, b, c), P = (x, y, z), P_1 = (x_1, y_1, z_1)$

จาก $n \cdot (P - P_1) = 0$

จะได้ $a(x - x_1) + b(y - y1) + c(z - z_1) = 0$

เมื่อเราอยากรู้ว่า P อยู่บนระนาบที่ถูกอธิบายด้วย P_1 และ n

ตัวแปรที่เป็นค่าคงที่คือ a, b, c, x_1, y_1, z_1

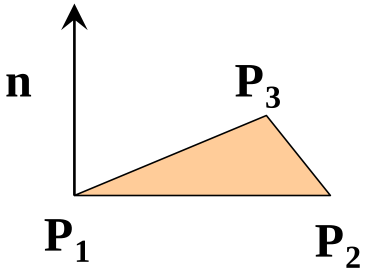
จะได้ว่า $ax + by + cz + d = 0$

โดยมี a, b, c ที่บอกถึงเวกเตอร์ตั้งฉากและ $d = -ax_1 - by_1 - cz_1$

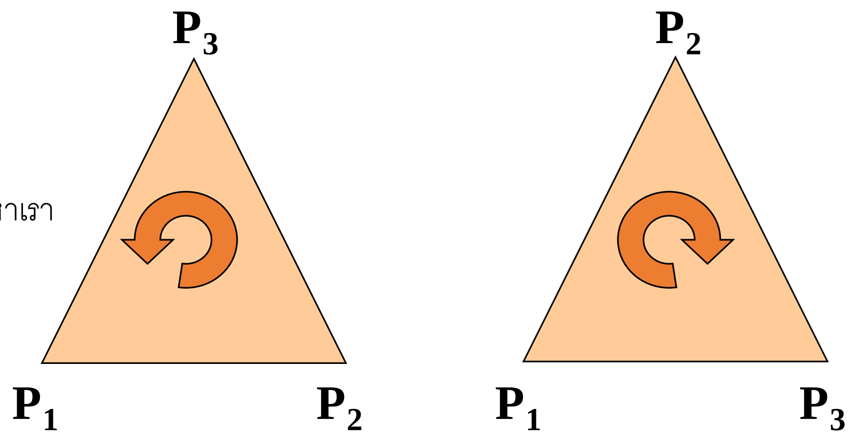
เวกเตอร์ตั้งฉากของสามเหลี่ยม

เวกเตอร์ตั้งฉากของระนาบสามเหลี่ยม (P_1, P_2, P_3) คือ

$$n = (P_2 - P_1) \times (P_3 - P_1)$$



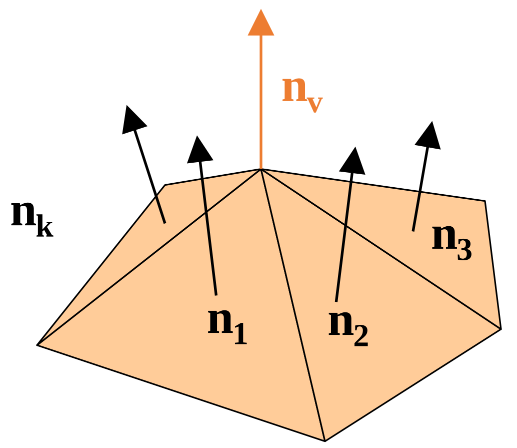
เวกเตอร์ชี้เข้าหาเรา



- การสร้างโมเดลต้องใช้ลำดับของจุดแบบเดียวกัน :
  - ตามเข็มหรือทวนเข็ม
- โดยปกติจะให้เวกเตอร์ตั้งฉากชี้ออกจากตัวโมเดล

เวกเตอร์ตั้งฉากของจุดบนร่างแหสามเหลี่ยม

- $n_v = \dfrac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)}{k}$



เมตริกซ์

$$A_{n\times m} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

บวก

$$C_{n\times m} = A_{n\times m} + B_{n\times m}$$

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

A และ B จะต้องมีมิติเท่ากัน

เมตริกซ์

คูณ

$$C_{n\times p} = A_{n\times m}B_{m\times p}$$

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{m} a_{ik}b_{kj}$$

A และ B จะต้องมีมิติที่สอดรับกัน

$$A_{n\times n}B_{n\times n} \neq B_{n\times n}A_{n\times n}$$

เมตริกซ์เอกลักษณ์

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & 0 \\ \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \\ 0 & 0 & \ddots & 1 \end{pmatrix}$$

$$IA = AI = A$$

เมตริกซ์

- คุณสมบัติการจัดกลุ่ม
  - T*(U*(V*p)) = (T*U*V)*p
- คุณสมบัติการกระจาย
  - T*(u+v) = T*v + T*v

เมตริกซ์

- การสลับเปลี่ยน (transpose)

$$C_{m\times n} = A^T{}_{n\times m}$$

$$c_{ij} = a_{ji}$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$

$$(AB)^T = B^T A^T$$

ถ้า $A^T = A$ แสดงว่า A เป็นเมตริกว์แบบสมมาตร

เมตริกซ์

- ตัวกำหนด (determinant)

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

A ต้องเป็นเมตริซ์จตุรัส

$$\det\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

เมตริกซ์

- การผกผัน (inverse)

$$A_{n\times n}A^{-1}{}_{n\times n} = A^{-1}{}_{n\times n}A_{n\times n} = I$$

A ต้องเป็นเมตริซ์จตุรัส

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$