

ต้นไม้เอวีแอล

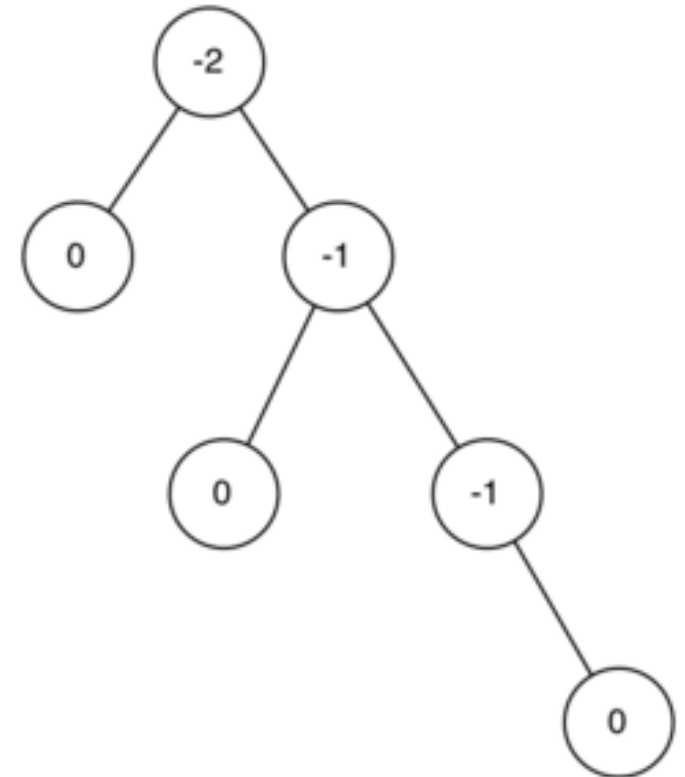
AVL Tree

ADT

- มี **method** เหมือนกับ **binary search tree**
- ต่างกันที่การทำงานข้างใน **method**
 - คำนึงถึงค่าความสมดุล (**balance factor**)

Balance factor

- $\text{balanceFactor} = \text{height}(\text{leftSubTree}) - \text{height}(\text{rightSubTree})$
- $\text{balance factor} > 0$ ต้นไม้หนักไปทางฝั่งซ้าย
- $\text{balance factor} < 0$ ต้นไม้หนักไปทางฝั่งขวา
- $\text{balance factor} = 0$ ต้นไม้สมดุลแบบสมบูรณ์
- AVL tree
 - $\text{balance factor} = -1, 0, 1$
 - ถ้าหลุดออกจากค่าพวกนี้ต้องทำการแก้ไข
 - ทำงานได้เร็วขึ้น



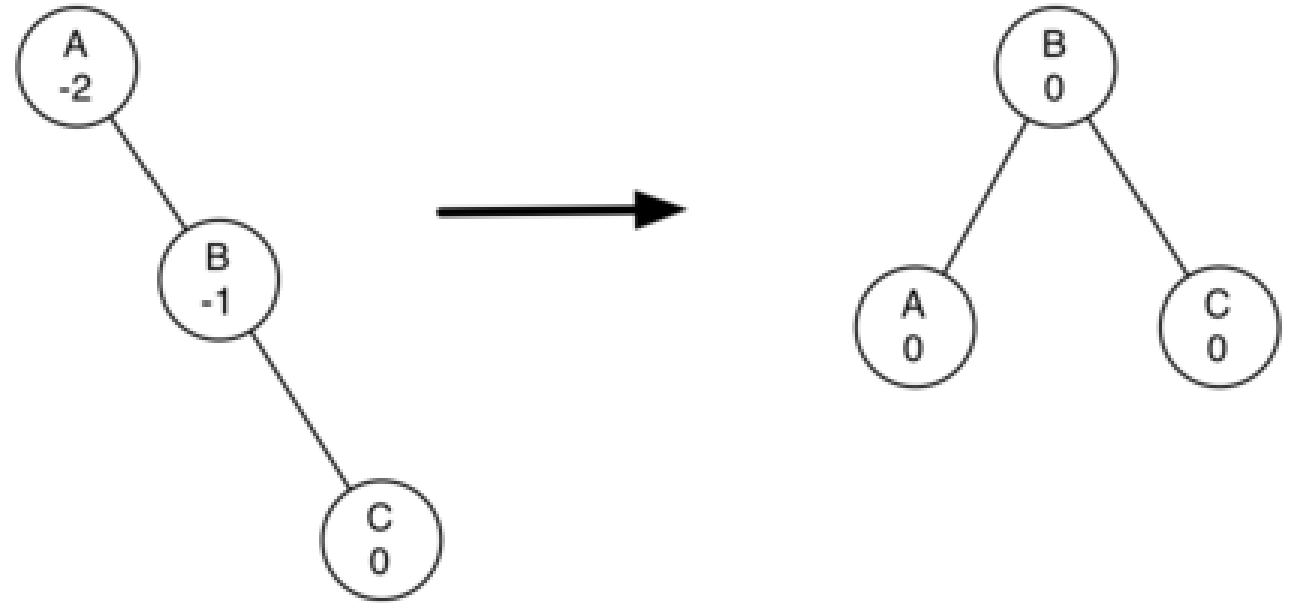
เพิ่ม node

- เพิ่ม left node
 - parent และ ต้นตระกูลมีค่า **balance factor** เพิ่ม 1
- เพิ่ม right node
 - parent และ ต้นตระกูลมีค่า **balance factor** ลด 1

```
def _put(self, key, val, currentNode):  
    if key < currentNode.key:  
        if currentNode.hasLeftChild():  
            self._put(key, val, currentNode.leftChild)  
        else:  
            currentNode.leftChild = TreeNode(key, val, parent=currentNode)  
            self.updateBalance(currentNode.leftChild)  
    else:  
        if currentNode.hasRightChild():  
            self._put(key, val, currentNode.rightChild)  
        else:  
            currentNode.rightChild = TreeNode(key, val, parent=currentNode)  
            self.updateBalance(currentNode.rightChild)
```

```
def updateBalance(self,node):  
    if node.balanceFactor > 1 or node.balanceFactor < -1:  
        self.rebalance(node)  
        return  
    if node.parent != None:  
        if node.isLeftChild():  
            node.parent.balanceFactor += 1  
        elif node.isRightChild():  
            node.parent.balanceFactor -= 1  
  
        if node.parent.balanceFactor != 0:  
            self.updateBalance(node.parent)
```

rebalance



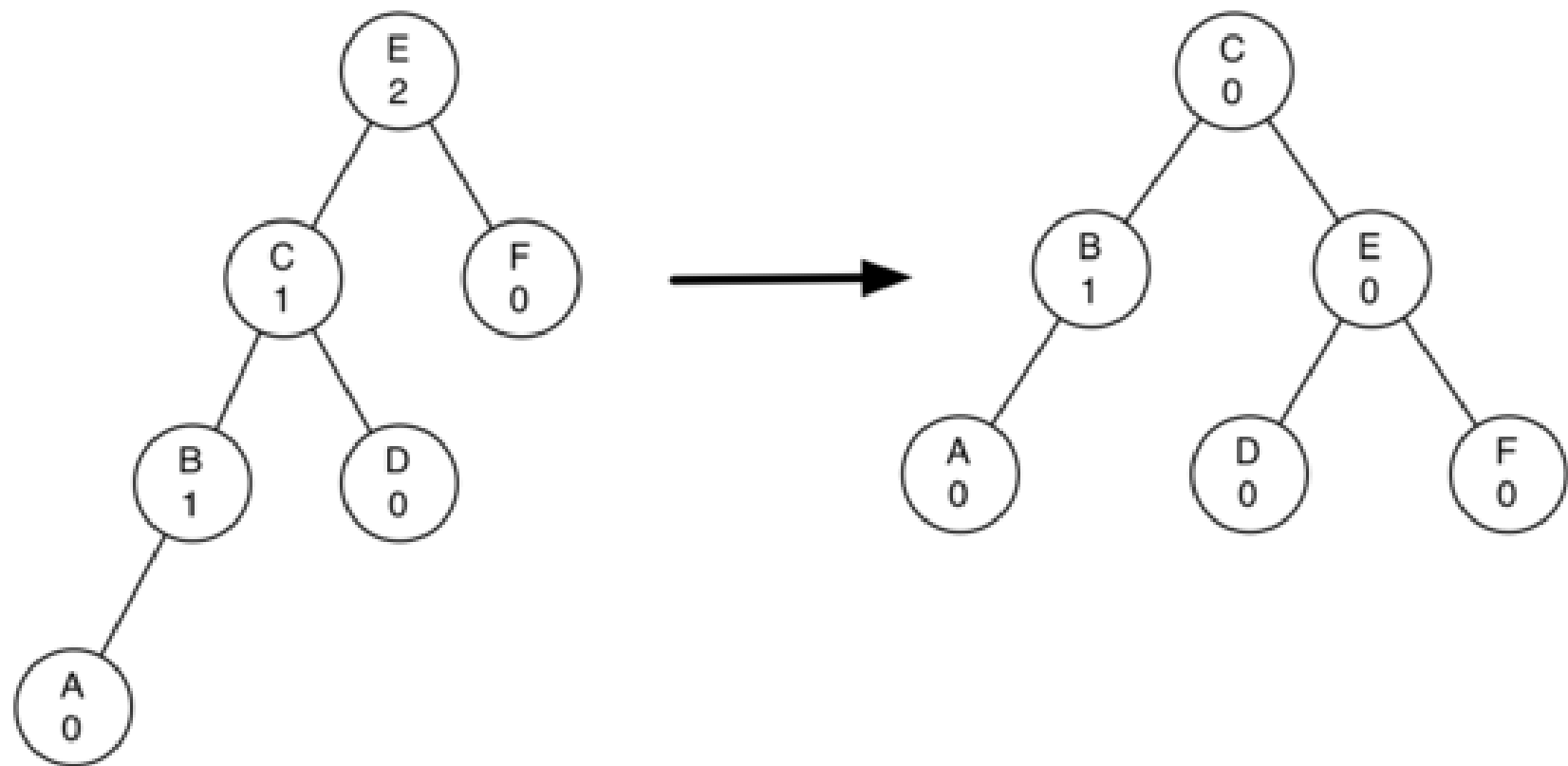
- rotation

- left rotation

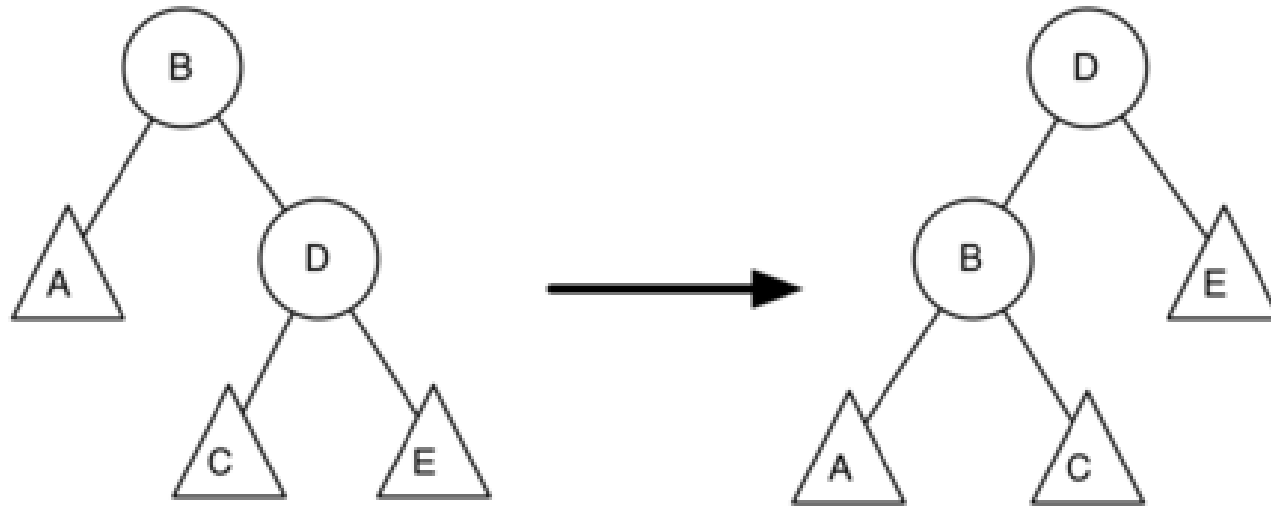
- ปรับ right child มาเป็น root ของ subtree
 - เอา root เดิมมาเป็น left child
 - ถ้า root ใหม่มี left child อยู่แล้วให้ปรับมาเป็น right child ของ left child ใหม่

- right rotation

- ปรับ left child มาเป็น root ของ subtree
 - เอา root เดิมมาเป็น right child
 - ถ้า root ใหม่มี right child อยู่แล้วให้ปรับมาเป็น left child ของ right child ใหม่




```
def rotateLeft(self, rotRoot):
    newRoot = rotRoot.rightChild
    rotRoot.rightChild = newRoot.leftChild
    if newRoot.leftChild != None:
        newRoot.leftChild.parent = rotRoot
    newRoot.parent = rotRoot.parent
    if rotRoot.isRoot():
        self.root = newRoot
    else:
        if rotRoot.isLeftChild():
            rotRoot.parent.leftChild = newRoot
        else:
            rotRoot.parent.rightChild = newRoot
    newRoot.leftChild = rotRoot
    rotRoot.parent = newRoot
    rotRoot.balanceFactor = rotRoot.balanceFactor + 1 - min(newRoot.balanceFactor, 0)
    newRoot.balanceFactor = newRoot.balanceFactor + 1 + max(rotRoot.balanceFactor, 0)
```



$$newBal(B) = h_A - h_C$$

$$oldBal(B) = h_A - h_D$$

$$oldBal(B) = h_A - (1 + \max(h_C, h_E))$$



$$newBal(B) - oldBal(B) = h_A - h_C - (h_A - (1 + \max(h_C, h_E)))$$

$$newBal(B) - oldBal(B) = h_A - h_C - h_A + (1 + \max(h_C, h_E))$$

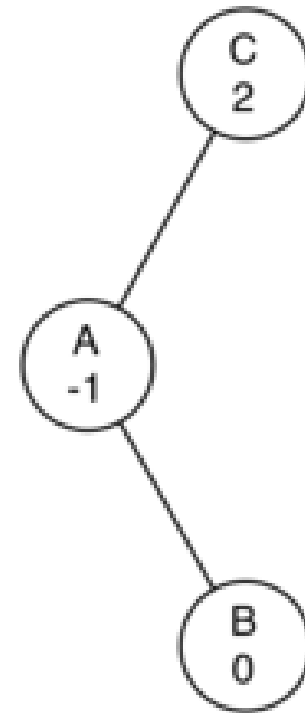
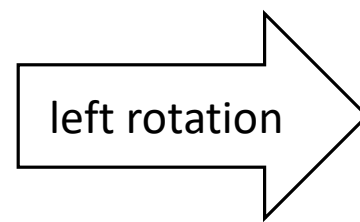
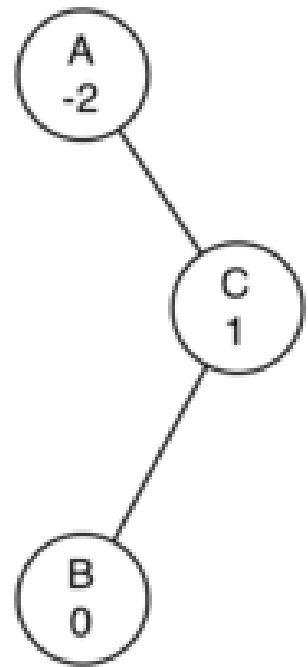
$$newBal(B) - oldBal(B) = h_A - h_A + 1 + \max(h_C, h_E) - h_C$$

$$newBal(B) - oldBal(B) = 1 + \max(h_C, h_E) - h_C$$

$$newBal(B) = oldBal(B) + 1 + \max(h_C - h_C, h_E - h_C)$$

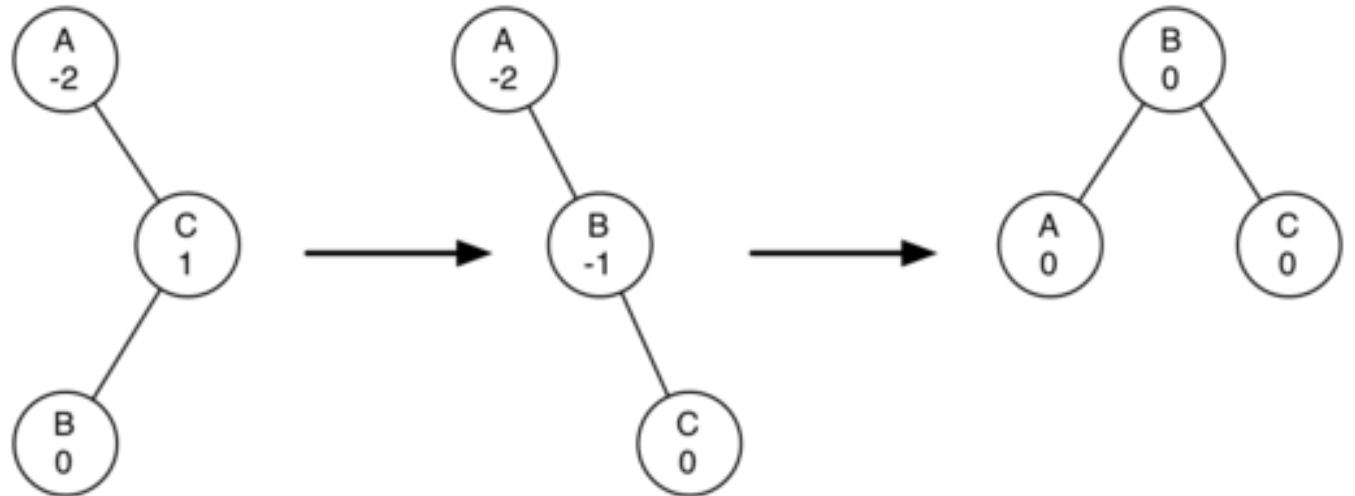
$$newBal(B) = oldBal(B) + 1 + \max(0, -oldBal(D))$$

$$newBal(B) = oldBal(B) + 1 - \min(0, oldBal(D))$$



double rotation

- ทำ left rotation
 - ถ้า right child มี balance factor > 0 (หนักไปทางฝั่งซ้าย) ให้ทำ right rotation ที่ right child ก่อน แล้วจึงทำ left rotation ปกติ
- ทำ right rotation
 - ถ้า left child มี balance factor < 0 (หนักไปทางฝั่งขวา) ให้ทำ left rotation ที่ left child ก่อน แล้วจึงทำ right rotation ปกติ



```
def rebalance(self,node):
    if node.balanceFactor < 0:
        if node.rightChild.balanceFactor > 0:
            self.rotateRight(node.rightChild)
            self.rotateLeft(node)
        else:
            self.rotateLeft(node)
    elif node.balanceFactor > 0:
        if node.leftChild.balanceFactor < 0:
            self.rotateLeft(node.leftChild)
            self.rotateRight(node)
        else:
            self.rotateRight(node)
```