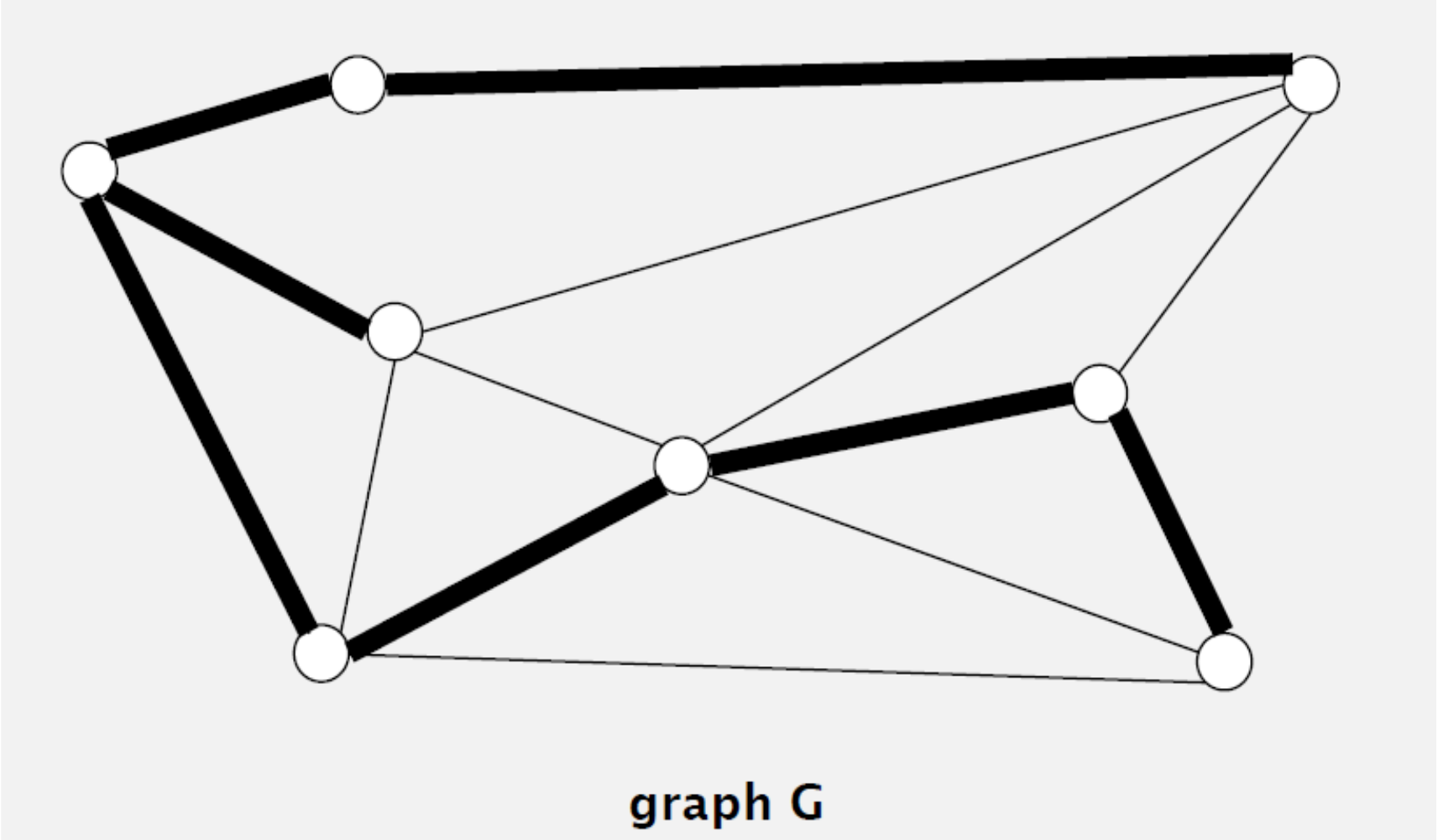
Graph’s applications

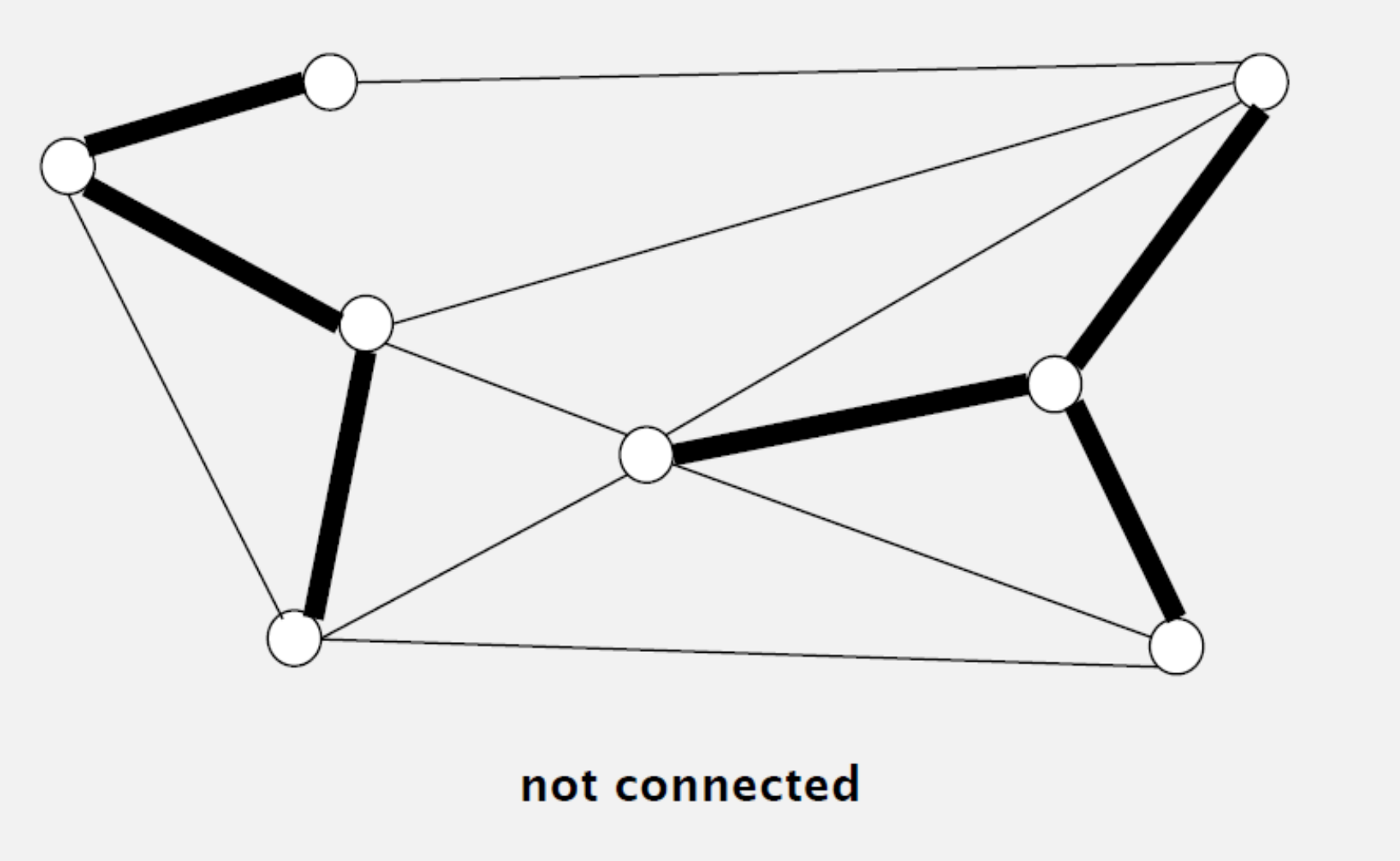
Minimum spanning tree

- กราฟย่อยที่
  - เชื่อมต่อกัน
  - ไม่เกิดวง
  - สร้างจากทุกจุดยอด



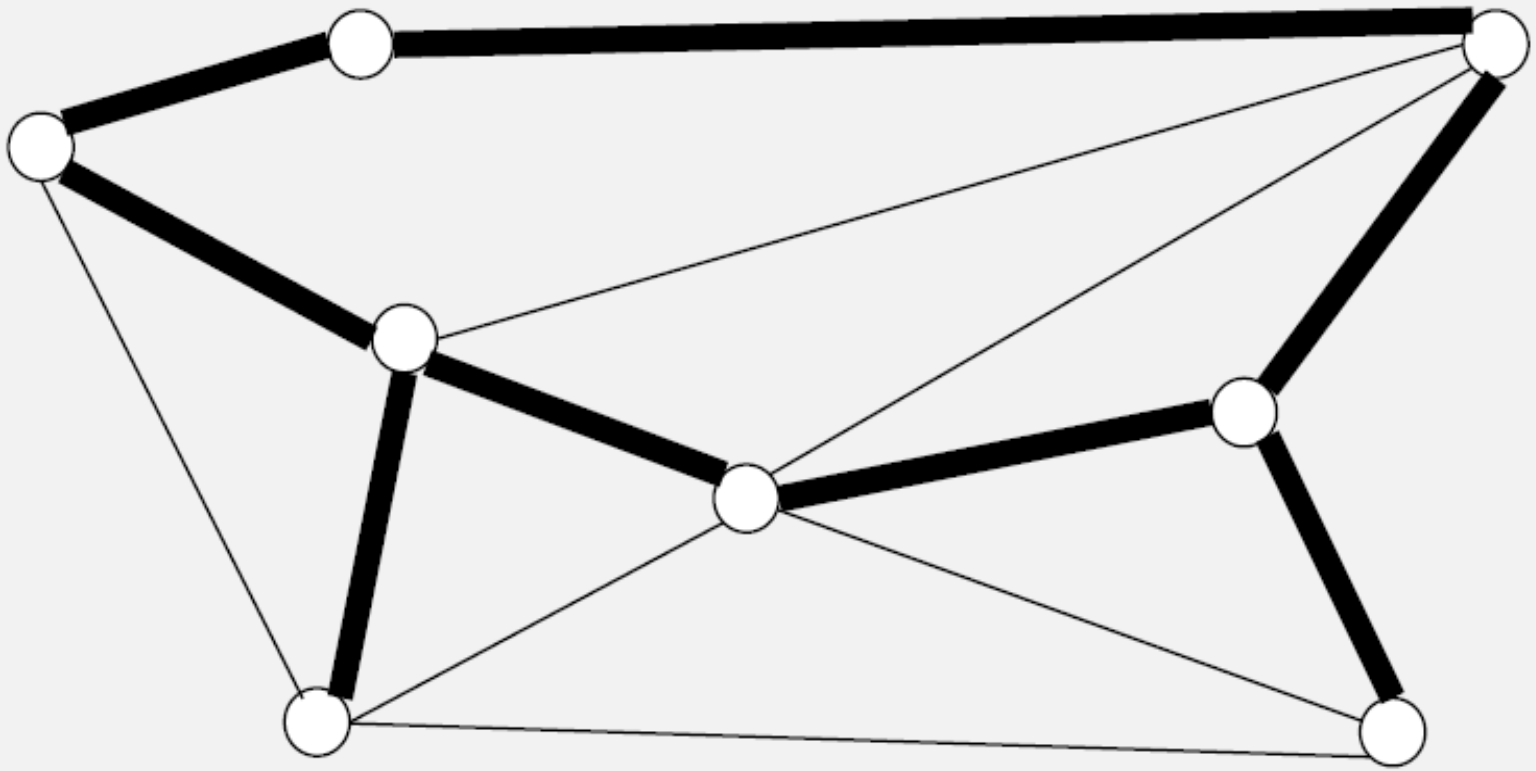
Minimum spanning tree

- กราฟย่อยที่
  - เชื่อมต่อกัน
  - ไม่เกิดวง
  - สร้างจากทุกจุดยอด



Minimum spanning tree

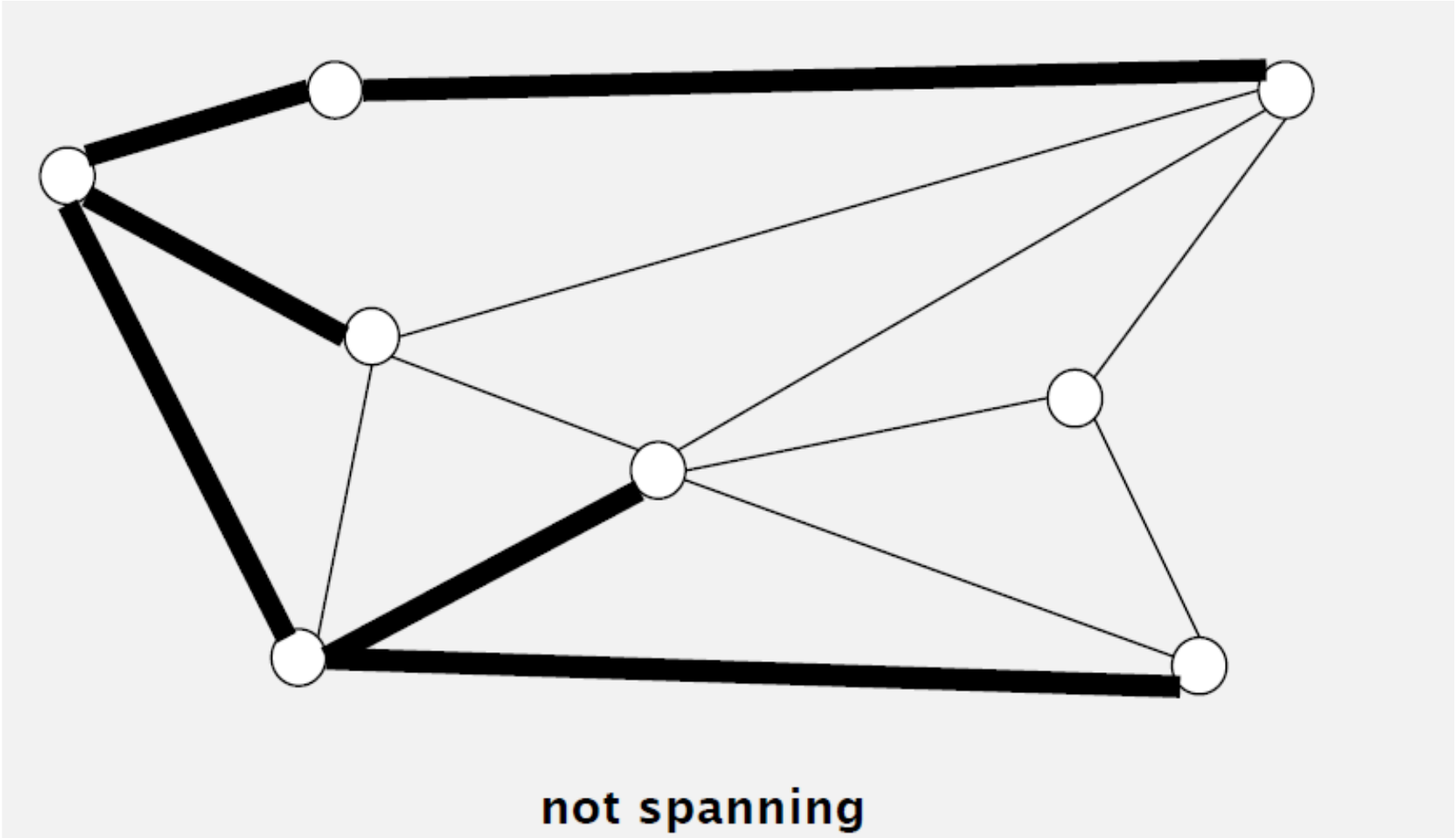
- กราฟย่อยที่
  - เชื่อมต่อกัน
  - ไม่เกิดวง
  - สร้างจากทุกจุดยอด



not acyclic

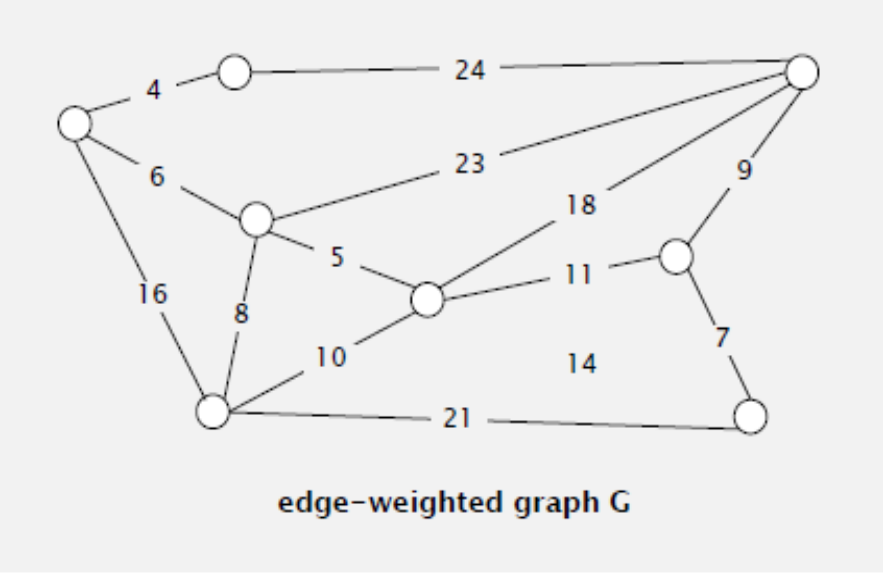
Minimum spanning tree

- กราฟย่อยที่
  - เชื่อมต่อกัน
  - ไม่เกิดวง
  - สร้างจากทุกจุดยอด

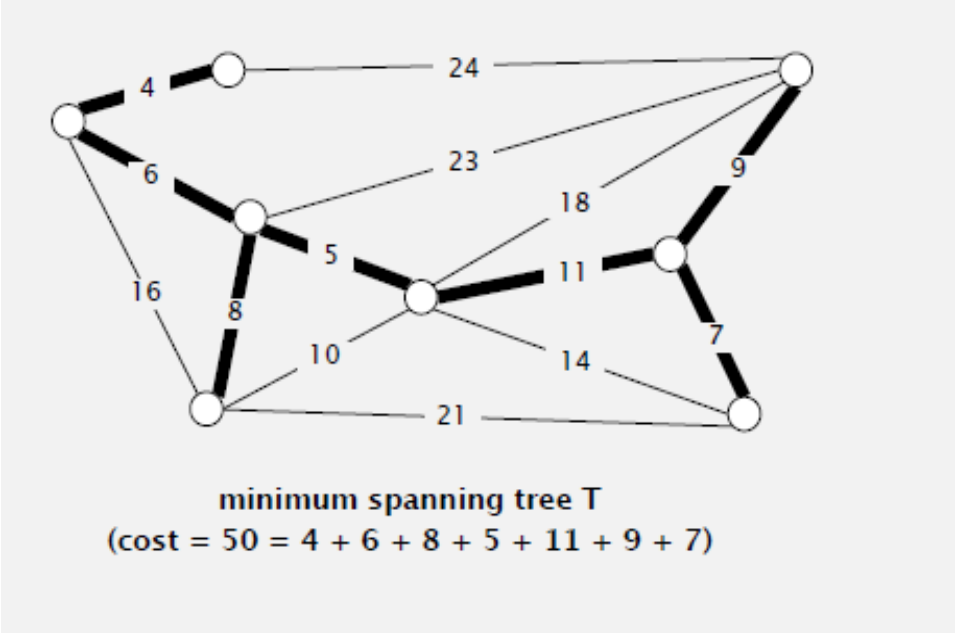


Minimum spanning tree

- มีกราฟ G ที่มีน้ำหนักของเส้นเชื่อมเป็นค่าบวก
- หา **spanning tree** ที่มีน้ำหนักรวมของเส้นเชื่อมน้อยที่สุด
- ต้นไม้ทอดข้ามน้อยสุด หรือ **MST**



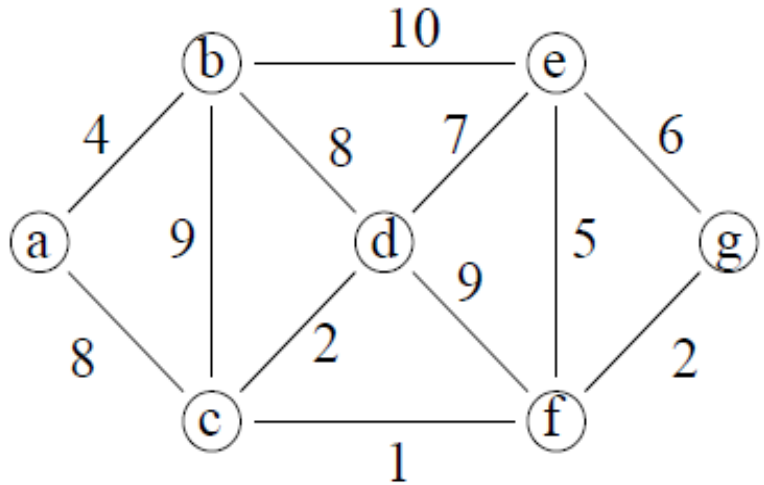
edge-weighted graph G



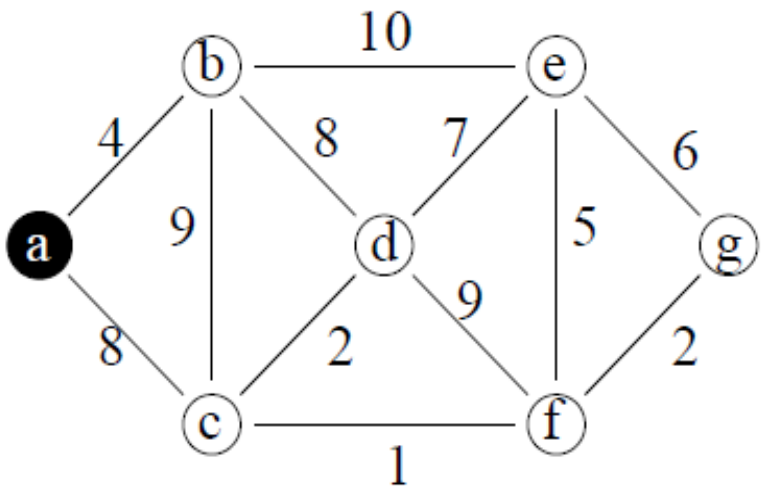
minimum spanning tree T
(cost = 50 = 4 + 6 + 8 + 5 + 11 + 9 + 7)

Prim’s algorithm

- กำหนดให้ต้นไม้ที่เราจะสร้างคือ S
- เริ่มที่จุดยอดแรกของกราฟ G แล้วค่อยๆ ขยายต้นไม้ S
- การขยายต้นไม้ทำโดยเลือกเส้นเชื่อมที่มีค่าน้อยที่สุดที่มีเส้นเชื่อมกับ S
- ทำซ้ำจนได้จำนวนเส้นเชื่อมเท่ากับจำนวนจุดยอด - 1



Connected graph

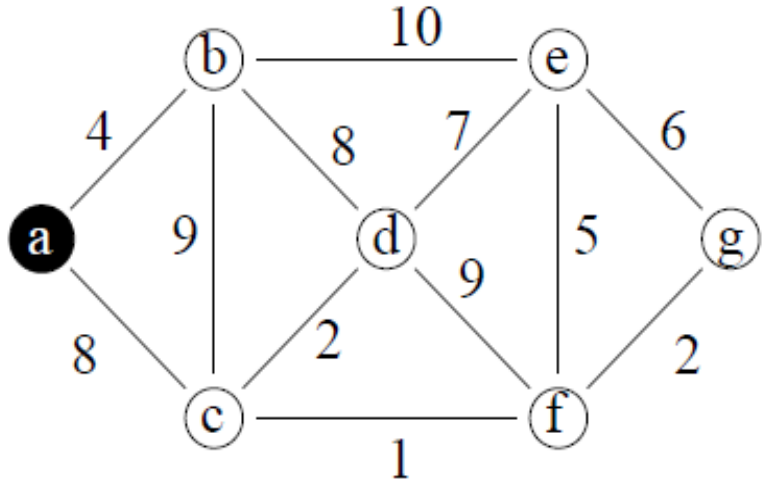


Step 0

S={a}

V \ S = {b,c,d,e,f,g}

lightest edge = {a,b}



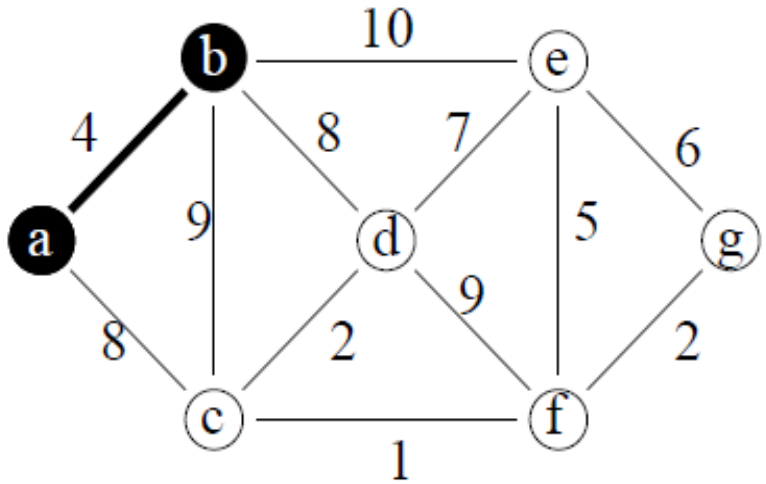
Step 1.1 before

S={a}

V \ S = {b,c,d,e,f,g}

A={}

lightest edge = {a,b}



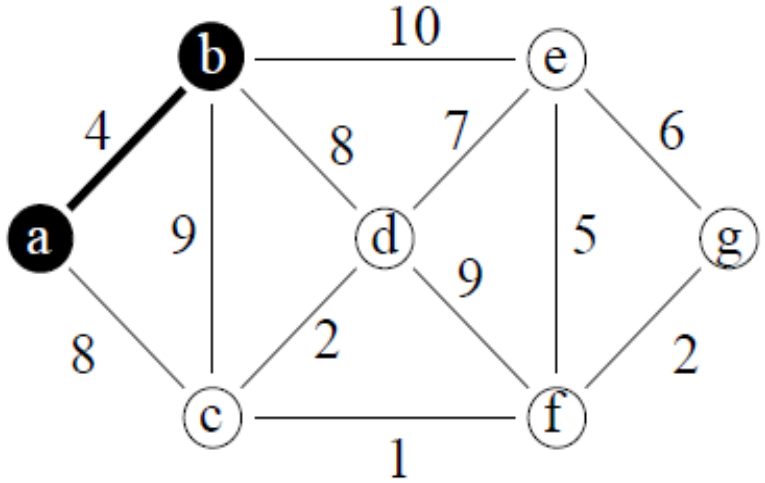
Step 1.1 after

S={a,b}

V \ S = {c,d,e,f,g}

A={{a,b}}

lightest edge = {b,d}, {a,c}



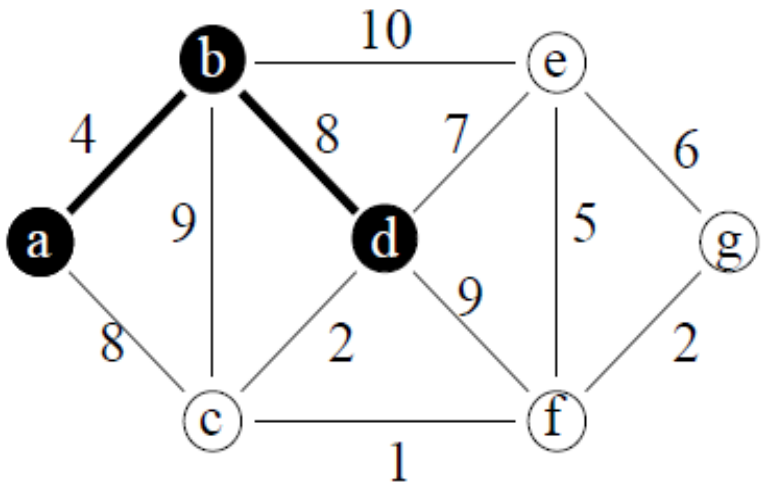
Step 1.2 before

S={a,b}

V \ S = {c,d,e,f,g}

A={{a,b}}

lightest edge = {b,d}, {a,c}



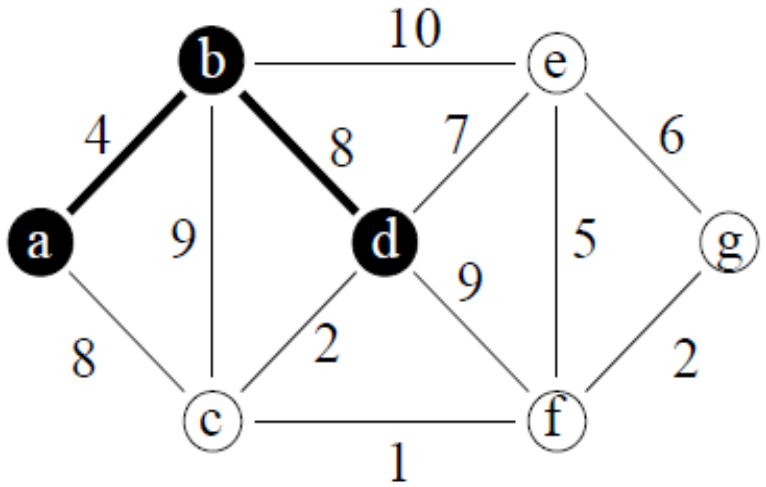
Step 1.2 after

S={a,b,d}

V \ S = {c,e,f,g}

A={{a,b},{b,d}}

lightest edge = {d,c}



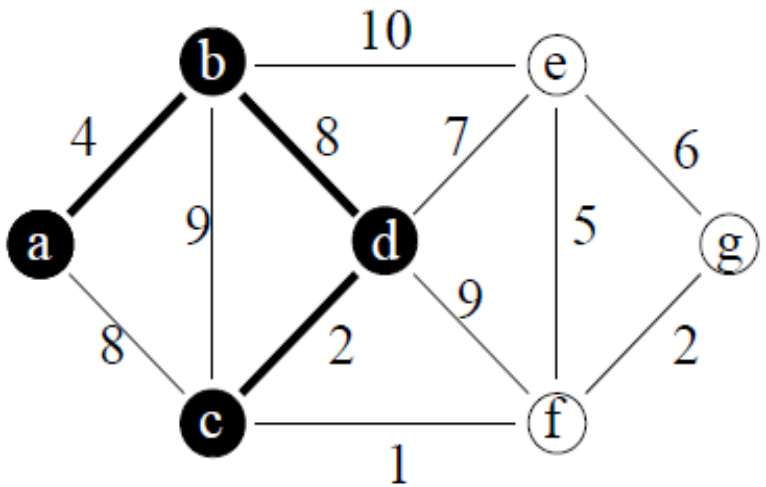
Step 1.3 before

S={a,b,d}

V \ S = {c,e,f,g}

A={{a,b},{b,d}}

lightest edge = {d,c}



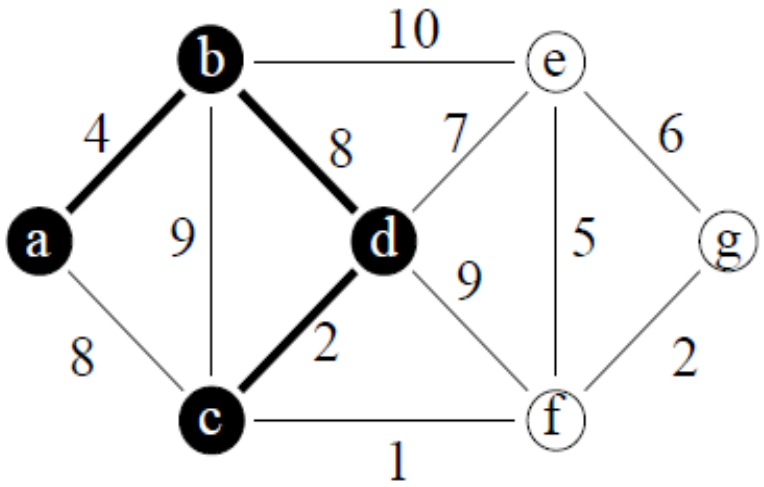
Step 1.3 after

S={a,b,c,d}

V \ S = {e,f,g}

A={{a,b},{b,d},{c,d}}

lightest edge = {c,f}



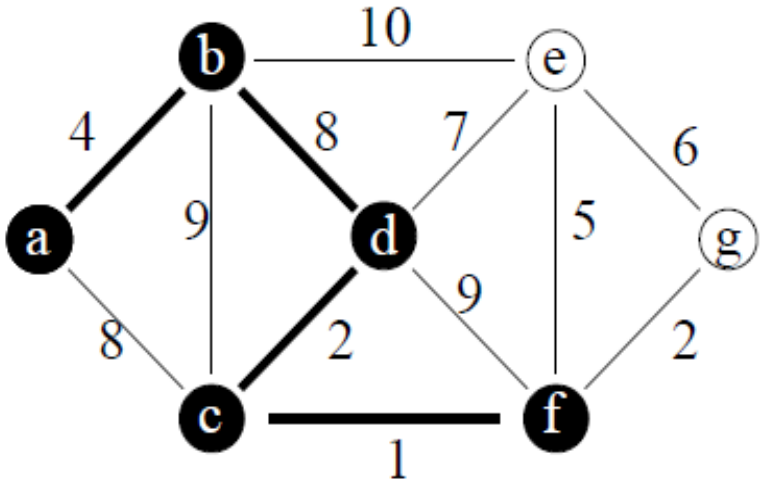
Step 1.4 before

S={a,b,c,d}

V \ S = {e,f,g}

A={{a,b},{b,d},{c,d}}

lightest edge = {c,f}



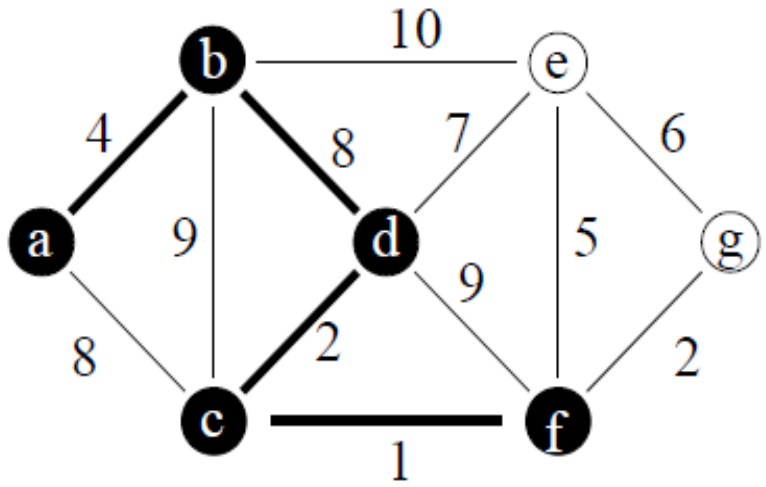
Step 1.4 after

S={a,b,c,d,f}

V \ S = {e,g}

A={{a,b},{b,d},{c,d},{c,f}}

lightest edge = {f,g}



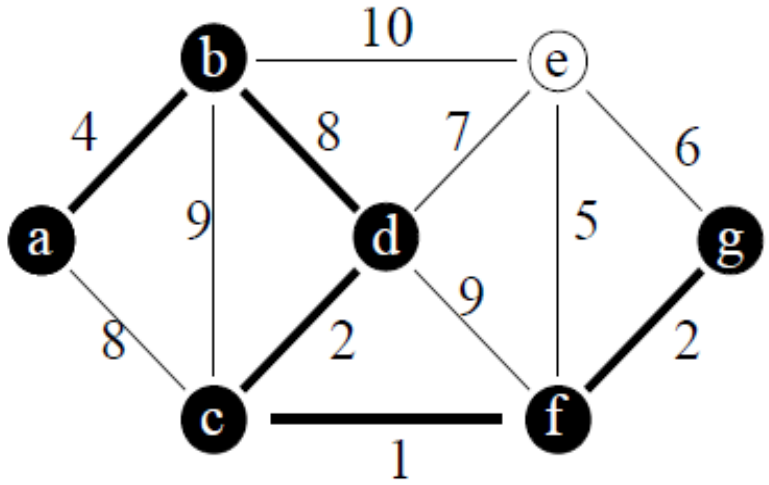
Step 1.5 before

S={a,b,c,d,f}

V \ S = {e,g}

A={{a,b},{b,d},{c,d},{c,f}}

lightest edge = {f,g}



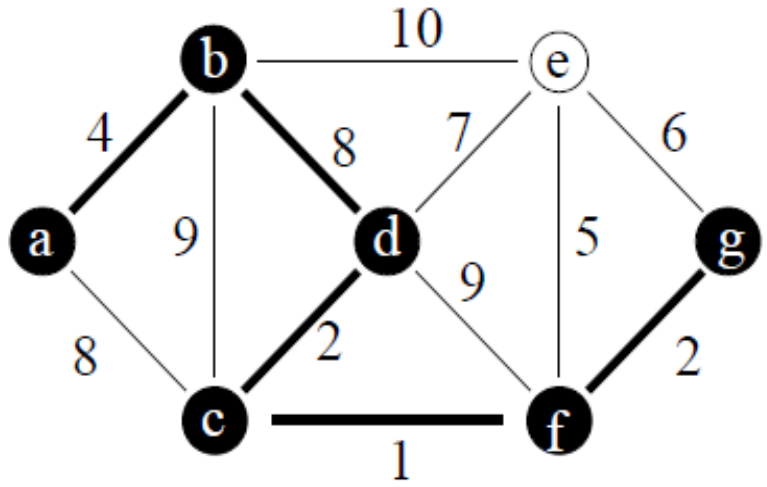
Step 1.5 after

S={a,b,c,d,f,g}

V \ S = {e}

A={{a,b},{b,d},{c,d},{c,f},
{f,g}}

lightest edge = {f,e}



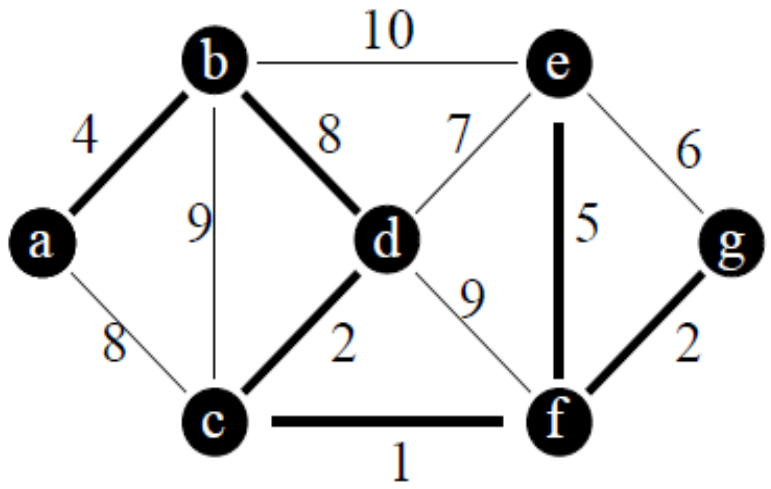
Step 1.6 before

S={a,b,c,d,f,g}

V \ S = {e}

A={{a,b},{b,d},{c,d},{c,f},
{f,g}}

lightest edge = {f,e}



Step 1.6 after

S={a,b,c,d,e,f,g}

V \ S = {}

A={{a,b},{b,d},{c,d},{c,f},
{f,g},{f,e}}

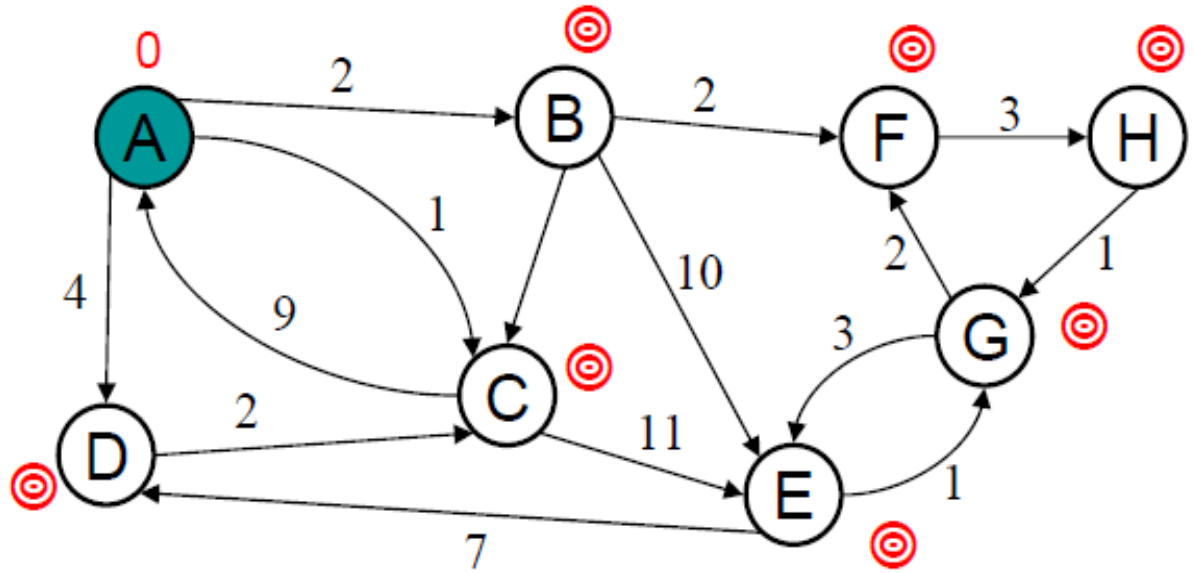
MST completed

Shortest path

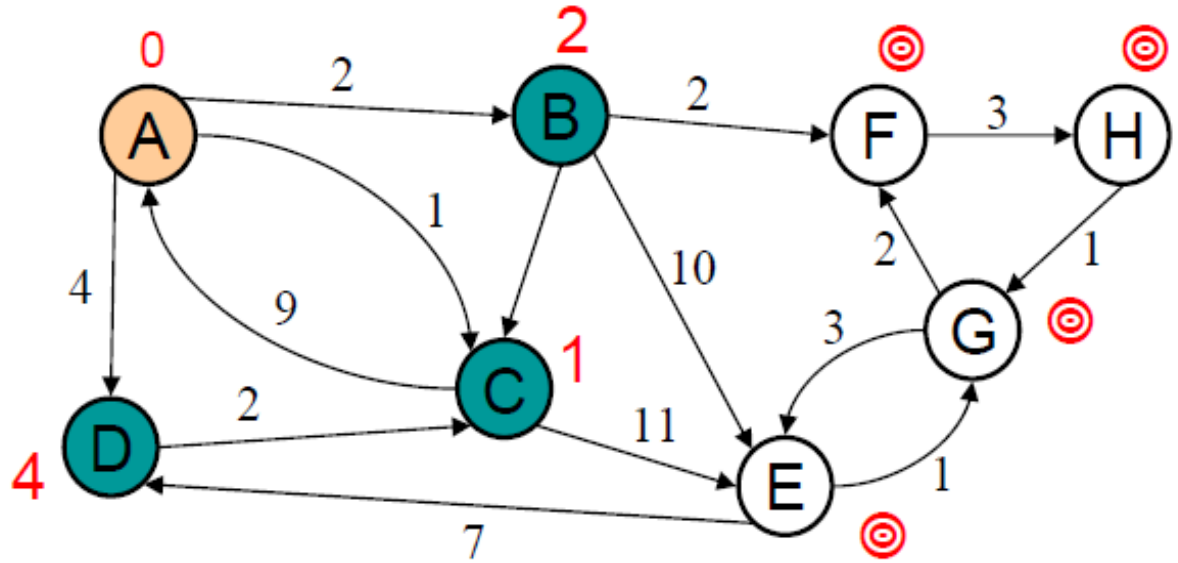
- หาเส้นทางสั้นสุดจากจุดยอดหนึ่งไปยังจุดยอดอื่นๆ ทั้งหมด
- Dijkstra’s algorithm
- แบ่งจุดยอดเป็น 2 ประเภท
  - จุดยอดที่รู้ระยะทางแล้ว (known)
  - จุดยอดที่ยังไม่รู้ระยะทาง (unknown)
- หลักการ
  - หยิบ unknown ที่มีระยะสั้นสุด
  - เพิ่มเข้าในส่วน known
  - ปรับค่าระยะทาง

Dijkstra’s algorithm

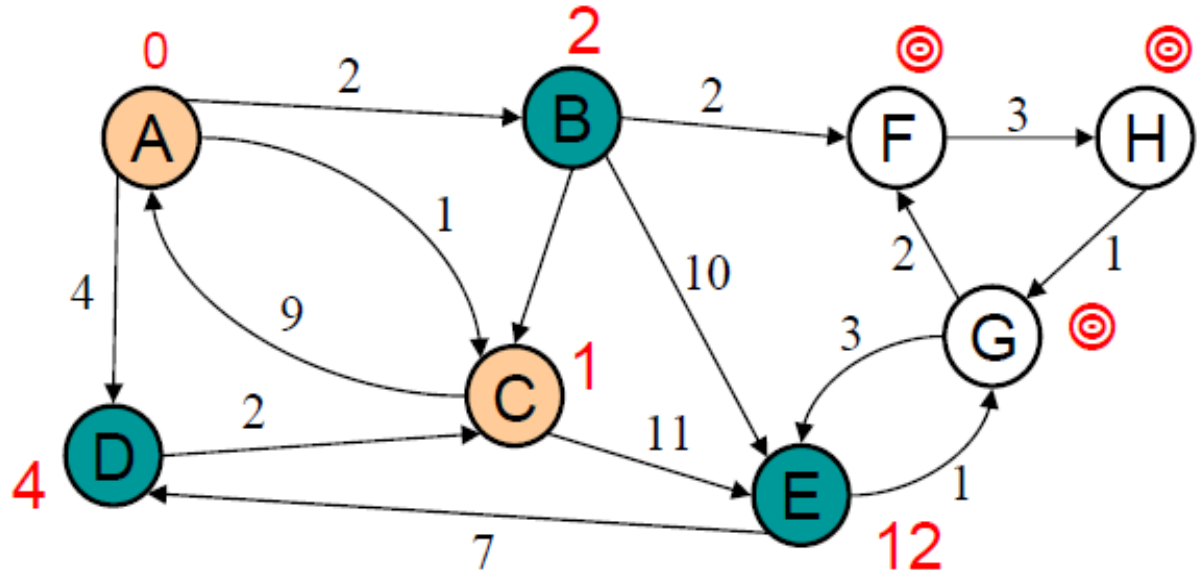
- เริ่มต้นระยะทางที่จะไปถึงแต่ละจุดยอดเป็น ∞
- เริ่มต้นระยะทางของจุดยอดเริ่มต้นเป็น 0
- While ยังมี unknown
  - หยิบ unknown ที่มีระยะทางน้อยสุด กำหนดให้ชื่อ b
  - เปลี่ยน b เป็น known
  - For each จุดยอด a ที่เชื่อมต่อกับ b
    - ปรับระยะ a เป็น min(ระยะที่มาถึง a เก่า, ระยะที่มาถึง b + ระยะจาก b ไป a)
    - เปลี่ยนเส้นทางเข้าหา a หากระยะที่มาถึง b + ระยะจาก b ไป a สั้นกว่า



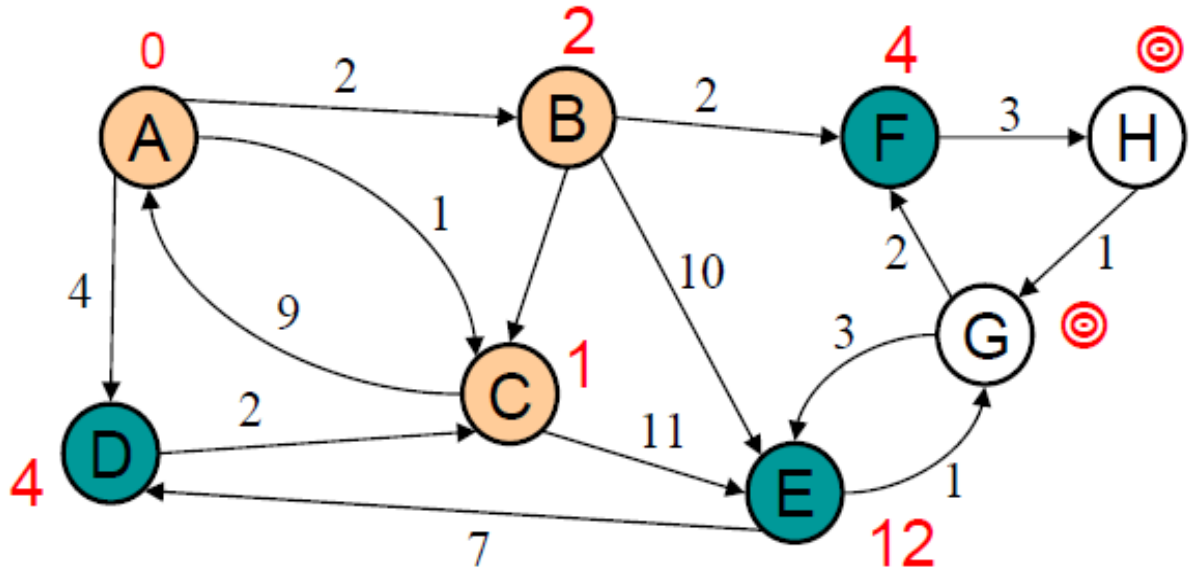
Vertex	Visited?	Cost	Found by
A		0	
B		??	
C		??	
D		??	
E		??	
F		??	
G		??	
H		??	



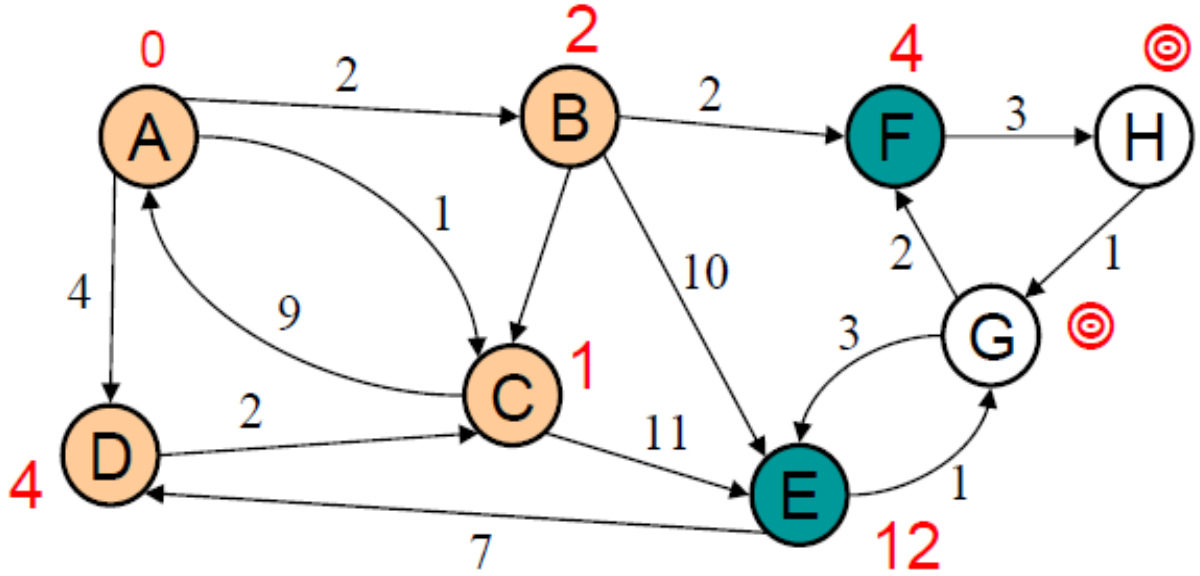
Vertex	Visited?	Cost	Found by
A	Y	0	
B		<=2	A
C		<=1	A
D		<=4	A
E		??	
F		??	
G		??	
H		??	



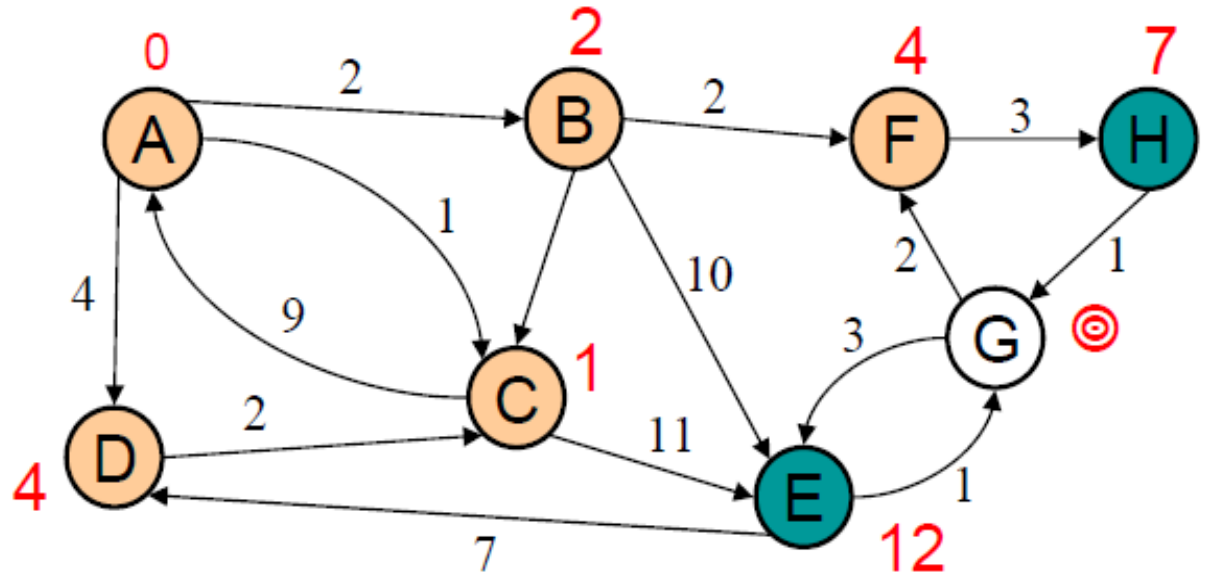
Vertex	Visited?	Cost	Found by
A	Y	0	
B		<=2	A
C	Y	1	A
D		<=4	A
E		<=12	C
F		??	
G		??	
H		??	



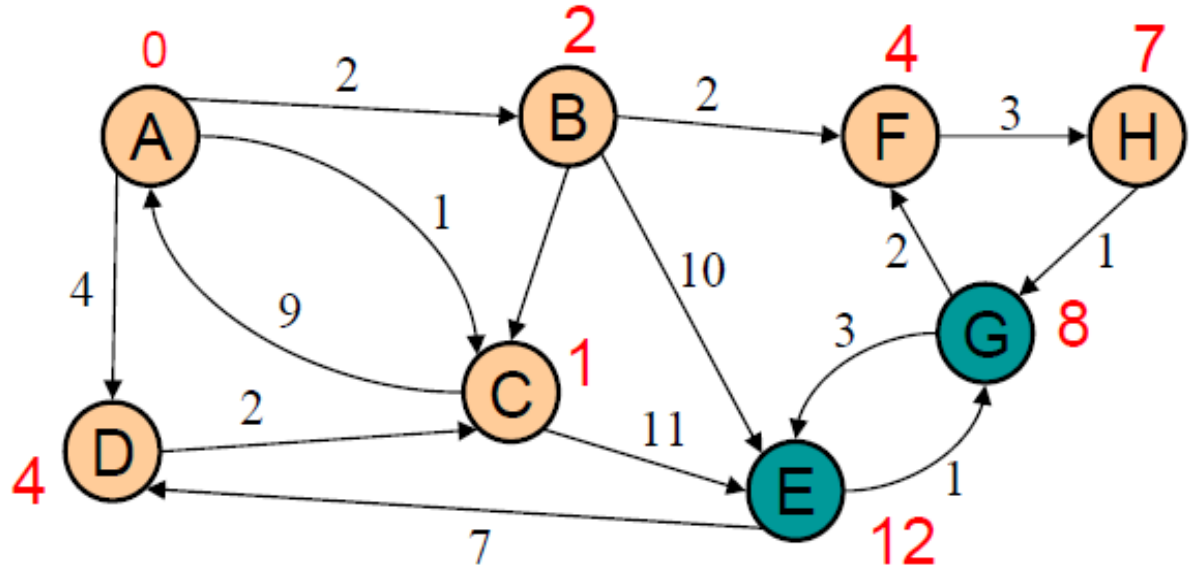
Vertex	Visited?	Cost	Found by
A	Y	0	
B	Y	2	A
C	Y	1	A
D		<=4	A
E		<=12	C
F		<=4	B
G		??	
H		??	



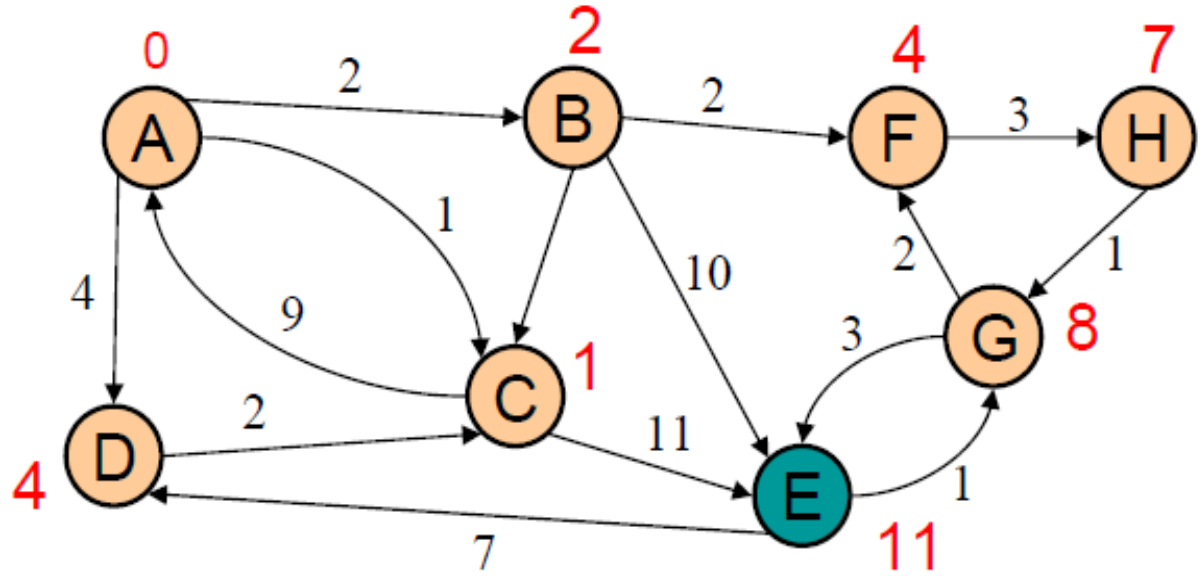
Vertex	Visited?	Cost	Found by
A	Y	0	
B	Y	2	A
C	Y	1	A
D	Y	4	A
E		<=12	C
F		<=4	B
G		??	
H		??	



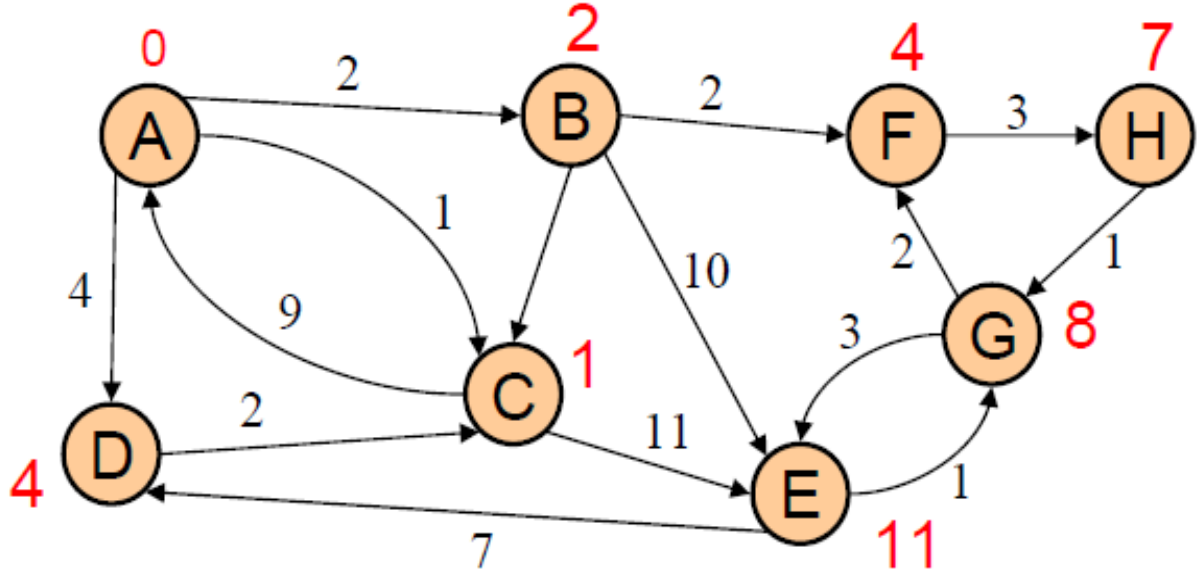
Vertex	Visited?	Cost	Found by
A	Y	0	
B	Y	2	A
C	Y	1	A
D	Y	4	A
E		<=12	C
F	Y	4	B
G		??	
H		<=7	F



Vertex	Visited?	Cost	Found by
A	Y	0	
B	Y	2	A
C	Y	1	A
D	Y	4	A
E		<=12	C
F	Y	4	B
G		<=8	H
H	Y	7	F



Vertex	Visited?	Cost	Found by
A	Y	0	
B	Y	2	A
C	Y	1	A
D	Y	4	A
E		<=11	G
F	Y	4	B
G	Y	8	H
H	Y	7	F



Vertex	Visited?	Cost	Found by
A	Y	0	
B	Y	2	A
C	Y	1	A
D	Y	4	A
E	Y	11	G
F	Y	4	B
G	Y	8	H
H	Y	7	F