



POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL

# Cahier-réponses

## Examen final

**PHS1101**

### Identification de l'étudiant(e)

Nom :	Prénom :	
Signature :	Matricule :	Groupe :

### Réservé

Q1 : /50

Q2 : /50

Q3 : /50

Q4 : /50

Total :

**200**

Sigle et titre du cours		Groupe	Trimestre
PHS1101 Mécanique pour ingénieurs		Tous	Automne 2020
Coordonnateur		Courriel	
Jérémie Villeneuve		jeremie.villeneuve@polymtl.ca	
Jour	Date	Durée	Heures
Vendredi	18 décembre 2020	2h30 pour l'examen + 30 min. (remise Moodle)	9h35 à 12h35

### Directives particulières

- Toute documentation est permise (examen à livre ouvert), mais vous vous engagez à faire l'examen de manière individuelle. Toute communication avec d'autres personnes est interdite pendant l'examen.
- Détaillez et justifiez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point. Toute réponse finale doit inclure les unités appropriées.
- Les données de certaines questions sont déterminées par votre matricule à 7 chiffres. Assurez-vous d'avoir votre matricule avec vous pendant l'examen.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, vous pouvez écrire au coordonnateur à l'adresse courriel ci-dessus.

**Important**

Cet examen contient **4** questions sur un total de **16** pages (excluant cette page).

La pondération de cet examen est de **45** %.

Comme indiqué dans le plan de cours, une note inférieure à **80/200 (40%)** à cet examen se traduira par un échec automatique au cours.

**Rédigez vos réponses lisiblement, à la main**, soit en utilisant un outil électronique (écran tactile, tablette) pour répondre directement sur ce cahier-réponses, soit en répondant sur ce cahier-réponses imprimé ou sur des feuilles de papier vierge et en numérisant/photographiant les feuilles ensuite.

**Remettez vos réponses** sous forme d'un **seul fichier PDF lisible, de taille inférieure à 20 Mo, dans la boîte de dépôt Moodle « Examen final – Énoncé et remise »**. Vous devez nommer ce fichier en respectant le format suivant :

**Matricule\_NomPrénom.pdf**

Tout fichier qui ne sera pas rédigé à la main ne sera pas corrigé.

Un nom de fichier non conforme au format décrit entraînera une pénalité.

**L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.**

**Question 1 (50 points)**

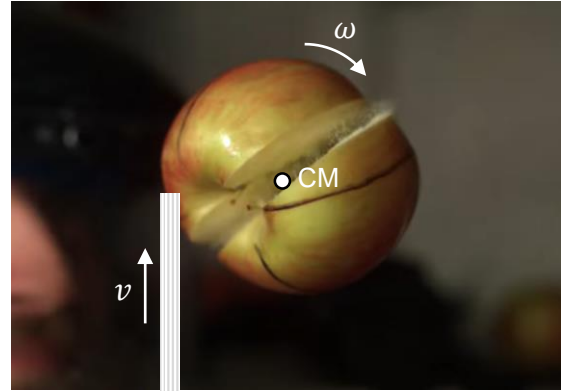
Répondez aux sous-questions suivantes en **expliquant votre raisonnement**. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.

Les sous-questions A à C sont indépendantes les unes des autres.

**A. [10 pts]** En vos propres termes, expliquez pourquoi la vitesse relative entre deux points sur un corps rigide est décrite par l'équation  $\vec{v}_{B/A} = \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$ .

**B. [10 pts]** Donnez un exemple d'une situation où le moment cinétique d'un objet en mouvement est conservé, mais où sa quantité de mouvement varie. Justifiez.

- C. [30 pts]** Le 29 novembre 2020, la chaîne YouTube *The Slow Mo Guys* a publié une vidéo dans laquelle une pomme est mise en rotation dans les airs à l'aide d'un pistolet à air comprimé. Voici le lien vers la vidéo si cela vous intéresse : <https://youtu.be/nedusgCUZC4?t=210> (visionnement facultatif).



Dans cette expérience, la pomme atteint une vitesse angulaire d'environ 6500 tr/min. À ce moment, la pomme éclate, car les forces internes ne sont plus suffisamment fortes pour générer l'accélération normale nécessaire pour être en rotation à cette vitesse.

On étudie un modèle simplifié de cette expérience (voir figure de droite), en posant les hypothèses suivantes :

- Ouverture du pistolet à air comprimé : 1 cm de diamètre ;
- Masse volumique de l'air une fois éjecté :  $1,2 \text{ kg/m}^3$  ;
- Le débit d'air qui sort du pistolet est constant et le jet d'air exerce une force constante sur la pomme ;
- La pomme est une sphère homogène qui tourne sur elle-même autour d'un axe perpendiculaire à la page et qui passe par son centre de masse (CM). Le centre de masse reste immobile lors de la rotation.

Répondez aux questions suivantes en utilisant des valeurs réalistes (de votre choix) pour la masse et le rayon d'une pomme :

- Quelle force le jet d'air exerce-t-il sur la pomme pour la maintenir immobile dans les airs ?
- Quelle est la vitesse du jet d'air ?
- Selon ce modèle simplifié, combien de temps faut-il à la pomme pour atteindre une vitesse angulaire de 6500 tr/min à partir du repos ?



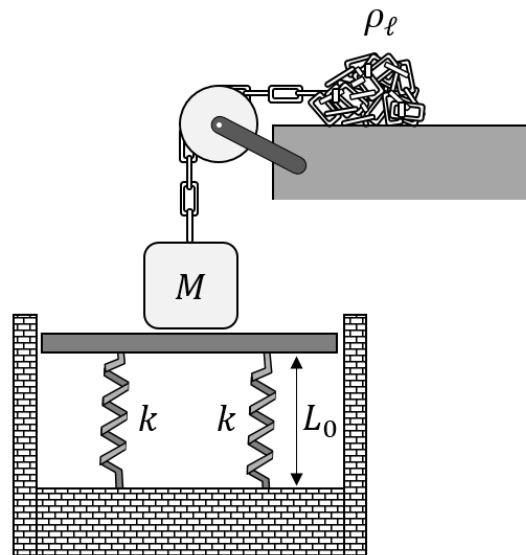
**Question 2 (50 points)**

Une chaîne d'acier de masse linéique  $\rho_\ell$  est fixée à un bloc de masse  $M$ .

À l'instant initial, on maintient le bloc immobile, juste au-dessus d'une plateforme de masse négligeable. Cette plateforme est fixée à deux ressorts verticaux identiques de constante  $k$ . À cet instant, les ressorts sont à leur longueur naturelle  $L_0$  et la longueur de chaîne verticale (au-dessus du bloc) est négligeable (voir figure).

On lâche ensuite le bloc qui se met à descendre. Son mouvement est amorti par les ressorts et par les frottements internes du système, de sorte que le bloc s'immobilise à nouveau dès la première descente (il ne remonte pas).

Ici, on modélise les frottements internes par une force de module  $f = bv^2$ , où  $b$  est une constante et  $v$  est la vitesse du bloc.



- A. [35 pts] Déterminez l'expression de l'accélération du bloc pendant qu'il tombe en réalisant un DCL-DCE approprié.
- B. [10 pts] Déterminez l'expression de la longueur des ressorts une fois le bloc immobilisé.
- C. [5 pts] Calculez la valeur numérique de la longueur obtenue en B pour le cas :

$$M = 5 \text{ kg}, \rho_\ell = 5,\text{ZZ} \text{ kg/m}, k = 50 \text{ N/m et } L_0 = \text{Y,YY} \text{ m}$$

où ZZ sont les 2 derniers chiffres de votre matricule et où Y,YY sont les 3 premiers chiffres. Exemple pour le matricule 1234567 :  $\rho_\ell = 5,67 \text{ kg/m}$  et  $L_0 = 1,23 \text{ m}$ .



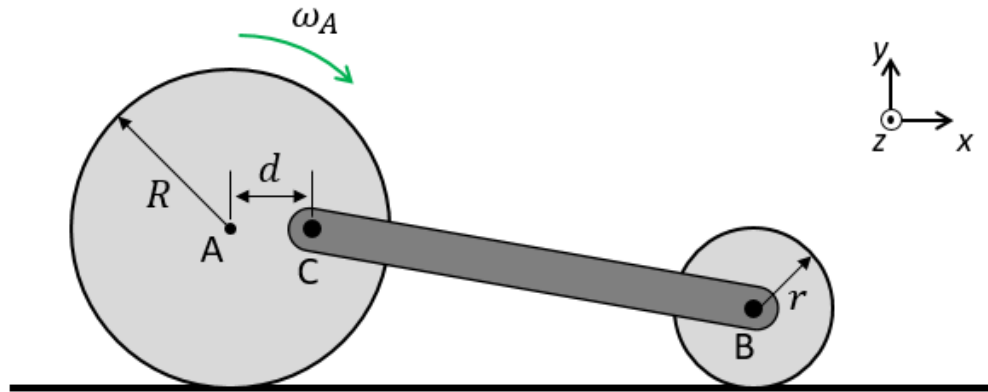






**Question 3 (50 points)**

Deux roues homogènes A et B sont reliées par une tige BC de longueur  $L$  et de masse négligeable. Les deux roues roulent sans glisser sur une surface horizontale. Les points A et C sont à la même hauteur du sol. A et B sont situés au centre de chaque roue.



À l'instant illustré sur la figure, la roue A possède une vitesse angulaire  $\omega_A = \text{Y,YY}$  rad/s en sens horaire. Ici, **Y,YY** sont les 3 premiers chiffres de votre matricule. Exemple pour le matricule 1234567 :  $\omega_A = 1,23$  rad/s.

On donne les distances :  $R = 20$  cm,  $r = 10$  cm,  $L = 50$  cm et  $d = 15$  cm.

On donne les masses :  $m_A = 8$  kg et  $m_B = 4$  kg.

- A. [10 pts]** En utilisant le système d'axes sur la figure, calculez le vecteur vitesse du point C à cet instant.
- B. [20 pts]** Calculez la vitesse angulaire de la tige BC à cet instant et spécifiez son sens.
- C. [20 pts]** Calculez l'énergie cinétique totale des deux roues à cet instant.



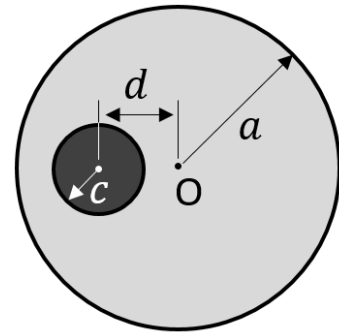




**Question 4 (50 points)**

Soit une pièce mécanique fabriquée de la manière suivante :

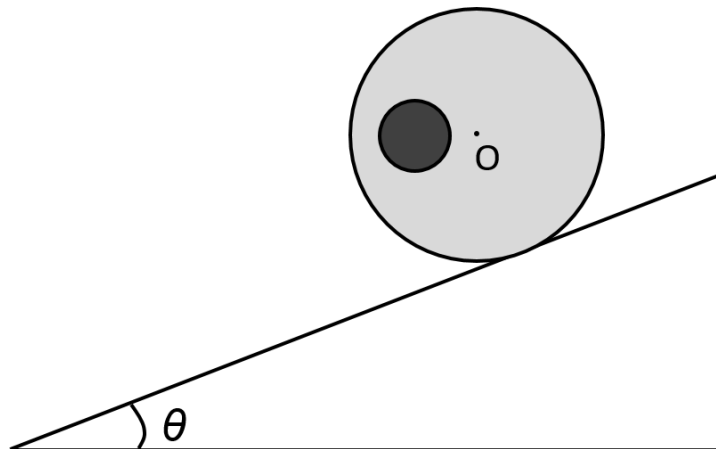
- On commence avec un cylindre d'aluminium ( $\rho_{Al} = 2\,700\text{ kg/m}^3$ ) de rayon  $a = 5\text{ cm}$  et de longueur  $b = 10\text{ cm}$  (perpendiculaire à la page).
- On creuse ensuite une cavité cylindrique de rayon  $c = \text{Y,YY cm}$  et de même longueur  $b$ , dont le centre est décalé d'une distance  $d = a/2$  par rapport au point central O.
- Enfin, on remplit cette cavité de fer ( $\rho_{Fe} = 7\,860\text{ kg/m}^3$ ).



Ici, **Y,YY** sont les 3 premiers chiffres de votre matricule. Exemple pour le matricule 1234567 :  $c = 1,23\text{ cm}$ .

- A. [10 pts]** Déterminez la distance entre le centre de masse de la pièce et le point central O.
- B. [20 pts]** Déterminez le moment d'inertie de la pièce par rapport à l'axe perpendiculaire à la page et qui passe par son centre de masse.

On dépose la pièce sur un plan incliné ( $\theta = 10^\circ$ ) et on la lâche à partir du repos. On suppose que la pièce roule sans glisser.



- C. [20 pts]** Faites le DCL-DCE de la pièce et déterminez son accélération angulaire lorsqu'elle est lâchée dans la position illustrée sur la figure (le centre du cylindre de fer est à la même hauteur que le point O).

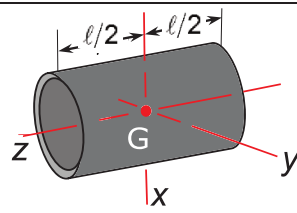
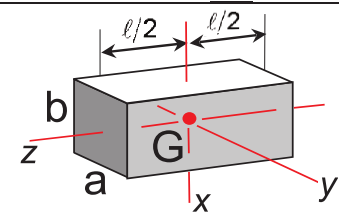
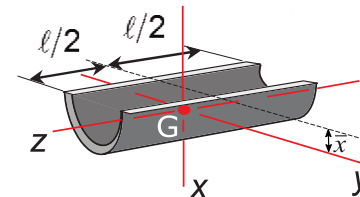
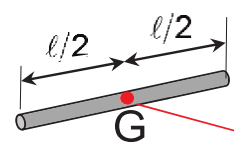
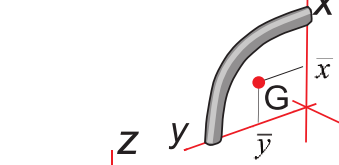
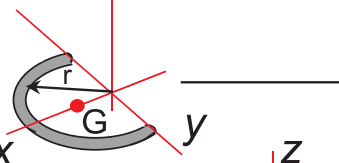
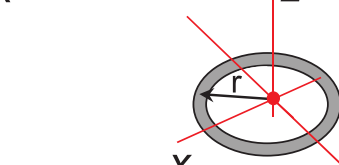
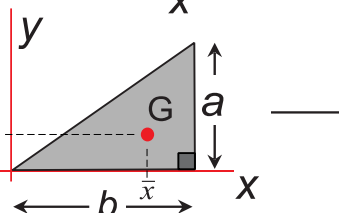
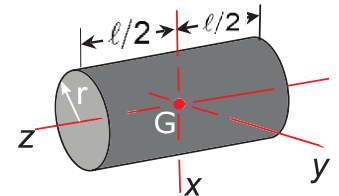
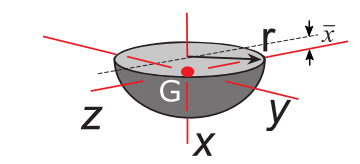
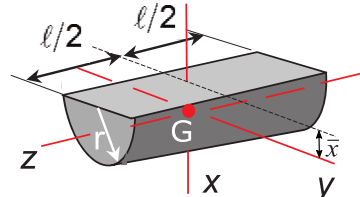
**BONUS [10 pts]** À l'instant illustré sur la figure, le frottement sur la pièce est-il orienté vers le haut ou vers le bas du plan incliné ? Justifiez par des calculs.









Corps	Centre de masse	Moments d'inertie	Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = mr^2$			$I_{xx} = \frac{1}{12}m(a^2 + \ell^2)$ $I_{yy} = \frac{1}{12}m(b^2 + \ell^2)$ $I_{zz} = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$
	$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$	<p style="text-align: center;"><b>CORPS MINCES</b></p>     		
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2}mr^2$			
	$\bar{x} = \frac{3r}{8}$	$I_{xx} = \frac{2}{5}mr^2$ $I_{yy} = I_{zz} = \frac{83}{320}mr^2$			
	$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{4} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2$			
			<p style="text-align: center;"><math>\bar{x} = \bar{y} = \frac{2r}{\pi}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\bar{x} = \frac{2r}{\pi}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\bar{x} = \frac{2r}{\pi}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\bar{x} = \frac{2}{3}b</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\bar{y} = \frac{1}{3}a</math></p>		
			<p style="text-align: center;"><math>I_{yy} = \frac{1}{12}m\ell^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>I_{zz} = mr^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>I_{zz} = mr^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>* I_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>* I_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>I_{zz} = mr^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>I_{xx} = \frac{1}{6}ma^2</math></p> <p style="text-align: center;"><math>I_{yy} = \frac{1}{2}mb^2</math></p> <p style="text-align: center;">Triangle rectangle mince</p>		

\*Demi-cercle : les moments d'inertie avec une barre sont calculés par rapport à un axe qui passe par le centre de masse de l'objet.