In [1]:

```
%load_ext autoreload
%autoreload 2
```

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

L'attrattiva principale dell'Expo 1964 fu un sottomarino

- Faceva immersioni con passeggeri nel Lago di Ginevra

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Per muoversi in verticale un sottomarino carica/scarica acqua

In questo modo esso varia la sua densità

- Se la densità è maggiore di ρ, il sottomarino "cade" nel fluido
- Se è minore, il sottomarino "cade" verso l'alto
- Se è uguale, il sottomarino si muove per inerzia

Per precisione, il sottomarino è soggetto a tre forze principali:

- La forza di gravità, che lo accelera verso il basso
- La forza di galleggiamento, che lo accelera verso l'alto
- L'attrito aerodinamico dell'acqua (trascinamento)

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

La forza di gravità è data da (asse cartesiano orientato verso l'alto):

$$F_g = -g(m + \rho L)$$

- L il volume dell'acqua a bordo
- m è la massa del sottomarino
- g è l'accelarazione di gravità
- ρ è la densità dell'acqua

La forza di galleggiameto è data da (principio di Archimede):

$$F_b = g\rho V$$

- V è il volume del sottomarino

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

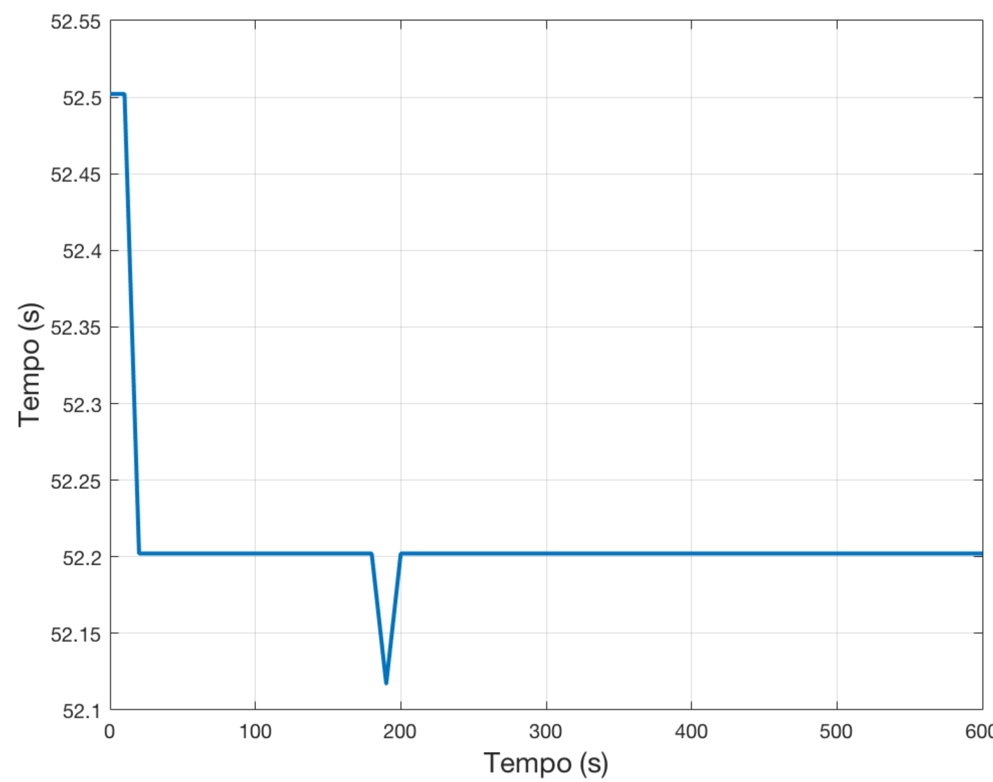
L'attrito aerodinamico dell'acqua (trascinamento) è dato da:

$$F_t = -\frac{1}{2}\rho A C_D\, v|v|$$

- A è l'area della sezione
- C_D è un coefficiente che dipende dalla forma
- v è la velocità
  - Il prodotto $v|v|$ ha lo stesso segno di v...
  - ...ed il valore assoluto di v^2

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Supponiamo che l'acqua a bordo vari nel modo seguente:



Il valore $L \simeq 52.2$ bilancia le forze di gravità e galleggiamento

- Si tratta di una funzione lineare a tratti
- ...E quindi valutabile con `numpy.interp`

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

La quota del PX-8 nel tempo è regolata dall'ODE:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m + \rho L}(F_g + F_b + F_t)$$

Che può essere riscritta come:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \frac{1}{m+\rho L}(F_g + F_b + F_t) \end{pmatrix}$$

- La quota iniziale x_0 è $-5\ m$
- In particolare, vogliamo sapere la quota dopo 10, 20 e 30 minuti
- ...Ma ci arriveremo per gradi

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Prima di tutto recuperiamo i dati del problema

...Possiamo farlo eseguendo questa cella:

In [2]:
```
import numpy as np

g = 9.81
D = 3.5
H = 28.5
V = np.pi * (D/2)**2 * H # Volume
A = D * H * 1.8
Cd = 0.47
m = 222e3 # Massa
rho = 1000 # Densita' dell'acqua
L0 = V - m / rho # Volume d'acqua iniziale (m^2)

Tp = [     0,      10, 20, 180,       190, 200, 1800];
Lp = [L0+0.3, L0+0.3, L0,  L0, L0-0.085,  L0,   L0];
```

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Nel modulo `sol.piccard` si definisca una classe:

```python
class PX8Dstate:
    def __init__(self, m, g, rho, V, A, Cd, Tp, Lp):
        ...

    def __call__(self, X, t):
        ...
```

...Che rappresenti la funzione che definisce l'ODE

- Il metodo `__call__` deve calcolare le derivate
- ...Recuparando il valore di L per il tempo corrente interpolando `Tp` e `Lp`
- ...E restiuirle sotto forma di `numpy.array`

Nella cella seguente:

- Si utilizzi la classe per calcolare il gradiente
- Per lo stato iniziale $(x_0, v_0) = (-5, 0)$ ed il tempo iniziale $t_0 = 0$

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Nel modulo `sol.piccard` si definisca una funzione:

```python
def simulate(f, X0, t)
```

...Che si simuli il comportamento del sommergibile

- La funzione deve restituire una tupla contenente (nell'ordine):
  - La matrice con gli stati visitati
  - Il vettore con i valori del tempo
- La funzione deve anche disegnare un grafico utilizzando

`base.util.plot_state_evolution`

Si utilizzi la funzione per determinare il comportamento del sommergibile

- Per un periodo di 30'
- ...A partire dallo stato iniziale $(x, v) = (-5, 0)$

In [4]:
```python
X0 = np.array([-5, 0])
```

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Nel modulo `sol.piccard` si definisca una funzione:

```
def get_depth(X, t)
```

- Che restituisca una tupla contentente (nell'ordine):
  - La quota del sommergibile a 10 minuti
  - La quota del sommergibile a 20 minuti
  - La quota del sommergibile a 30 minuti

Si stampino a video i tre valori

```
In [ ]:
```