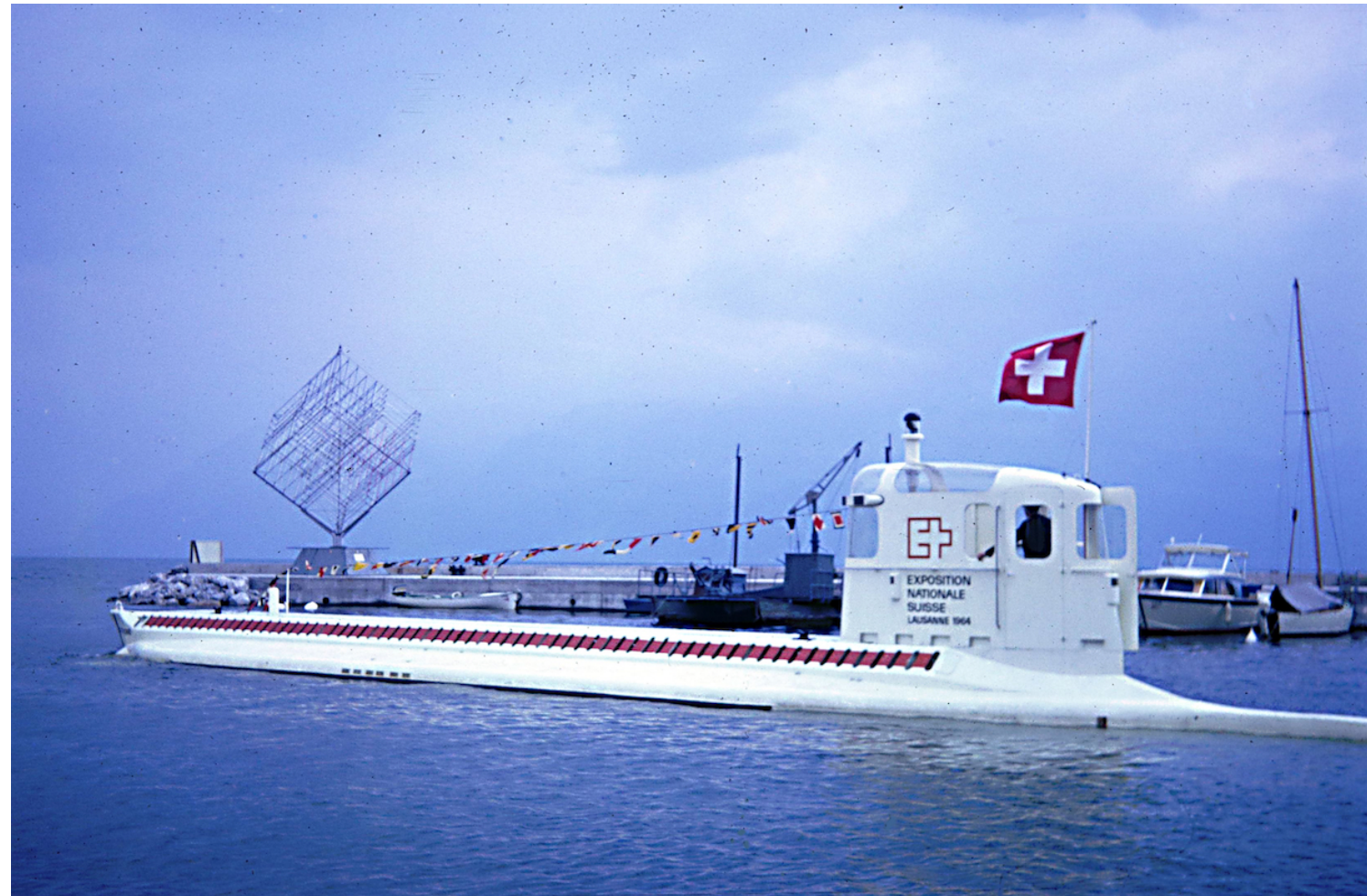


```
In [1]: %load_ext autoreload
        %autoreload 2
```



Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

L'attrattiva principale dell'Expo 1964 fu un sottomarino



- Faceva immersioni con passeggeri nel Lago di Ginevra



Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Per muoversi in verticale un sottomarino carica/scarica acqua

In questo modo esso varia la sua densità

- Se la densità è maggiore di ρ , il sottomarino "cade" nel fluido
- Se è minore, il sottomarino "cade" verso l'alto
- Se è uguale, il sottomarino si muove per inerzia

Per precisione, il sottomarino è soggetto a tre forze principali:

- La forza di gravità, che lo accelera verso il basso
- La forza di galleggiamento, che lo accelera verso l'alto
- L'attrito aerodinamico dell'acqua (trascinamento)



Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

La **forza di gravità** è data da (asse cartesiano orientato verso l'alto):

$$F_g = -g(m + \rho L)$$

- L il volume dell'acqua a bordo
- m è la massa del sottomarino
- g è l'accelerazione di gravità
- ρ è la densità dell'acqua

La **forza di galleggiamento** è data da (principio di Archimede):

$$F_b = g\rho V$$

- V è il volume del sottomarino



Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

L'attrito aerodinamico dell'acqua (**trascinamento**) è dato da:

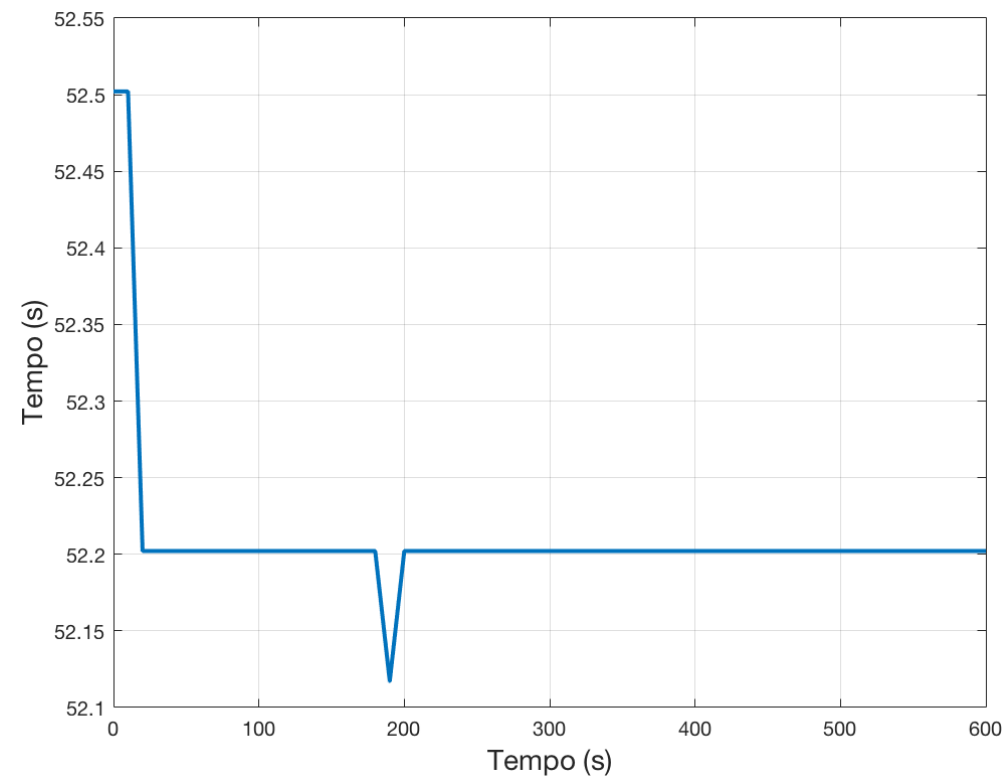
$$F_t = -\frac{1}{2} \rho A C_D v |v|$$

- A è l'area della sezione
- C_D è un coefficiente che dipende dalla forma
- v è la velocità
 - Il prodotto $v |v|$ ha lo stesso segno di v ...
 - ...ed il valore assoluto di v^2



Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Supponiamo che l'acqua a bordo vari nel modo seguente:



Il valore $L \simeq 52.2$ bilancia le forze di gravità e galleggiamento

- Si tratta di una funzione lineare a tratti
- ...E quindi valutabile con `numpy.interp`



Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

La quota del PX-8 nel tempo è regolata dall'ODE:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m + \rho L} (F_g + F_b + F_t)$$

Che può essere riscritta come:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \frac{1}{m + \rho L} (F_g + F_b + F_t) \end{pmatrix}$$

- La quota iniziale x_0 è -5 m
- In particolare, vogliamo sapere la quota dopo 10, 20 e 30 minuti
- ...Ma ci arriveremo per gradi



Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Prima di tutto recuperiamo i dati del problema

...Possiamo farlo eseguendo questa cella:

```
In [2]: import numpy as np

g = 9.81
D = 3.5
H = 28.5
V = np.pi * (D/2)**2 * H # Volume
A = D * H * 1.8
Cd = 0.47
m = 222e3 # Massa
rho = 1000 # Densita' dell'acqua
L0 = V - m / rho # Volume d'acqua iniziale (m^2)

Tp = [ 0, 10, 20, 180, 190, 200, 1800];
Lp = [L0+0.3, L0+0.3, L0, L0, L0-0.085, L0, L0];
```



Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Nel modulo `sol.piccard` si definisca una classe:

```
class PX8Dstate:
    def __init__(self, m, g, rho, V, A, Cd, Tp, Lp):
        ...

    def __call__(self, X, t):
        ...
```

...Che rappresenti la funzione che definisce l'ODE

- Il metodo `__call__` deve calcolare le derivate
- ...Recuperando il valore di L per il tempo corrente interpolando T_p e L_p
- ...E restituirle sotto forma di `numpy.array`

Nella cella seguente:

-  Si utilizzi la classe per calcolare il gradiente

- Per lo stato iniziale $(x_0, v_0) = (-5, 0)$ ed il tempo iniziale $t_0 = 0$

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Nel modulo `sol.piccard` si definisca una funzione:

```
def simulate(f, x0, t)
```

...Che si simuli il comportamento del sommergibile

- La funzione deve restituire una tupla contenente (nell'ordine):

- La matrice con gli stati visitati
- Il vettore con i valori del tempo

- La funzione deve anche disegnare un grafico utilizzando

`base.util.plot_state_evolution`

Si utilizzi la funzione per determinare il comportamento del sommergibile

- Per un periodo di 30'

- ...A partire dallo stato iniziale $(x, v) = (-5, 0)$



```
In [5]: from scipy.integrate import odeint
```

Esercizio: L'Auguste Piccard PX-8

Nel modulo `sol.piccard` si definisca una funzione:

```
def get_depth(X, t)
```

- Che restituisca una tupla contenente (nell'ordine):
 - La quota del sommergibile a 10 minuti
 - La quota del sommergibile a 20 minuti
 - La quota del sommergibile a 30 minuti

Si stampino a video i tre valori

```
In [6]: q10, q20, q30 = piccard.get_depth(X, t)
```

```
print(f'Quota a 10 minuti: {q10}')
```

```
print(f'Quota a 20 minuti: {q20}')
```

```
print(f'Quota a 30 minuti: {q30}')
```

```
Quota a 10 minuti: -5.521979798233806
```

```
Quota a 20 minuti: -6.782342264263152
```

```
Quota a 30 minuti: -6.782342264263152
```

