Árvores Trie e Patricia

Disciplina de Algoritmos e Estrutura de Dados III

Prof. Marcos Antonio Schreiner

/05/2015

Introdução

- Seja uma busca de **x** em um conjunto de chaves **S = {s_1, ..., s_n}.**
- Nas estruturas estudadas organizávamos **S** de modo a fazermos comparações entre **s_i** e **x** até encontrarmos **x**.
- As chaves **s_i** e ***x*** *são tratadas* como um único elemento indivisível na estrutura.
- Qual o problema dessas estruturas?

Introdução

Problema:

- As chaves podem exceder o espaço definido para elas.

Suponha que se deseje armazenar um texto literário para, em seguida, tentar localizar as frases desse texto.

- Neste caso, as chaves corresponderia às frases do texto.

Neste cenário, as Árvores Trie ou Patricia e a Busca Digital são apropriadas.

Busca Digital

- Na busca digitar a chave é tratada como um elemento **divisível**.
- Cada chave é constituída de um conjunto de caracteres ou dígitos.
- Na busca, a comparação é efetuada, individualmente, entre os dígitos que compõem as chaves (dígito a dígito).

CHAVES: Características

- Cada **chave** formada por **palavras** sobre um **alfabeto** de **símbolos.**

- **Curiosidade:** Pesquise sobre **Autômatos Finitos.**

- Palavras com tamanho VARIÁVEL e ILIMITADO.

CHAVES: Características

Exemplos de **alfabetos**:

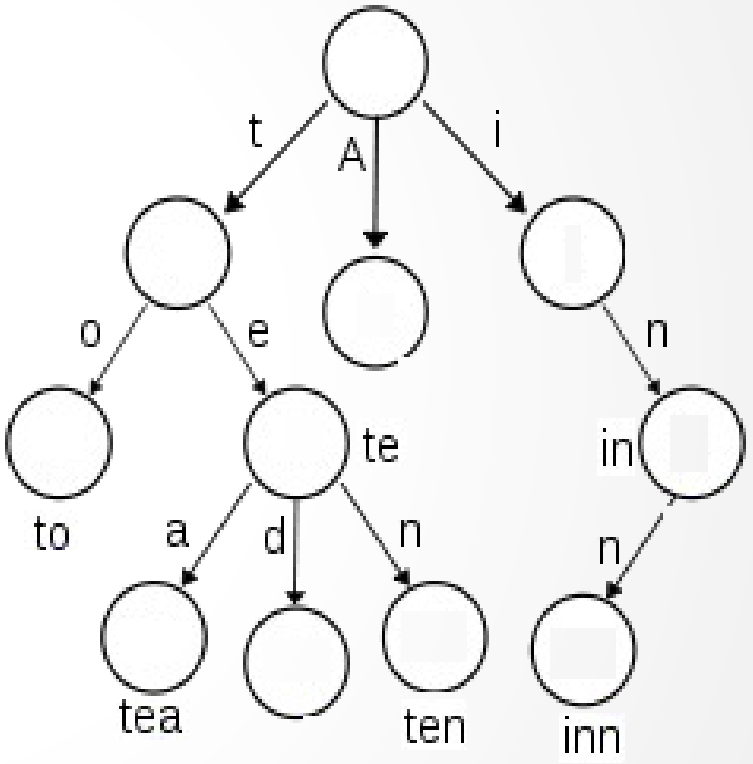
- {0,1}, {A, B, C,...Z, a, b, c,..., z}, {0,1,2,3,4,5,...,9}

Exemplos de **chaves**:

- 0101010100000000010100000001010
- ABABBBABABA, Maria
- 19034717

Introdução

- TRIE vem de RE**TRIE**VAL
  – RECUPERAÇÃO
- É um tipo de árvore de busca.
- Ideia geral: usar **partes** das CHAVES como caminho busca
- Origem: anos 60 por Edward Fredkin



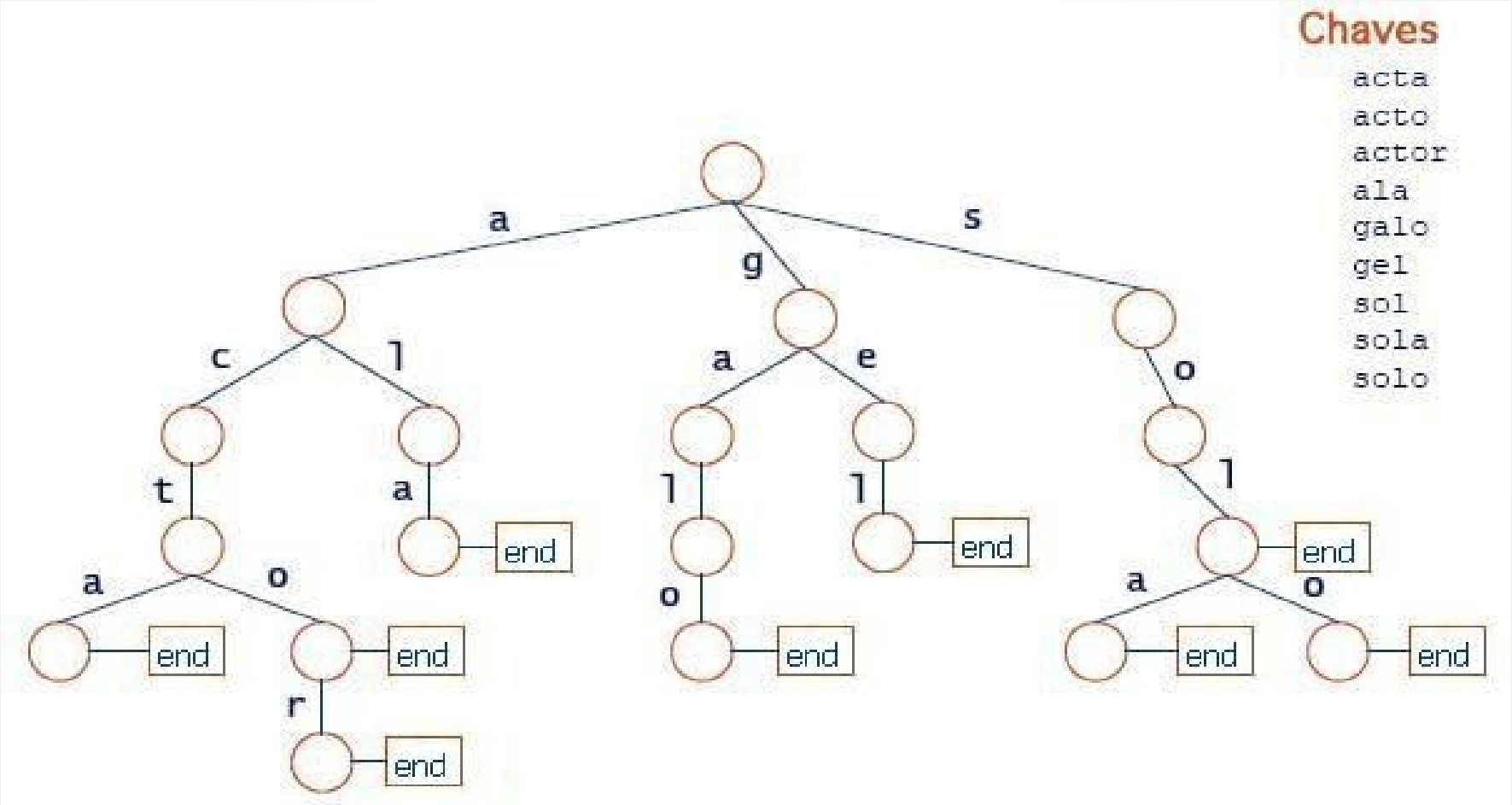
Árvore TRIE - Características

- Árvore N-ária.
- Chaves em geral são caracteres.
- Ao contrário da árvore de busca binária **nenhum nó** armazena a chave.
- Chave determinada pela posição na árvore.
- O grau da árvore corresponde ao tamanho do alfabeto

Árvore TRIE - Características

- Cada nível percorrido corresponde a avançar um elemento na chave.
- O caminho da raiz para qualquer nó é um prefixo de uma chave.
- Descendentes do mesmo nó tem o mesmo prefixo.
- Raiz representa a chave vazia.
- Nós devem indicar quando completar uma chave.

Árvore TRIE - Exemplo



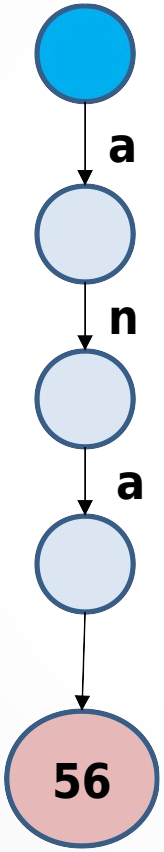
Árvore TRIE – Incluir Chaves

Vamos inserir os seguinte conjunto de dados em uma Árvore TRIE:

- ana 56
- amy 15
- emma 30
- rol 27
- roger 52

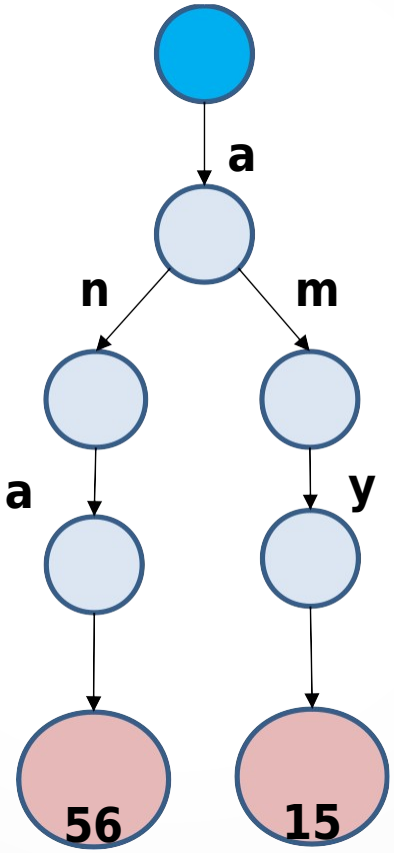
Árvore TRIE – Incluir Chaves

- ana 56



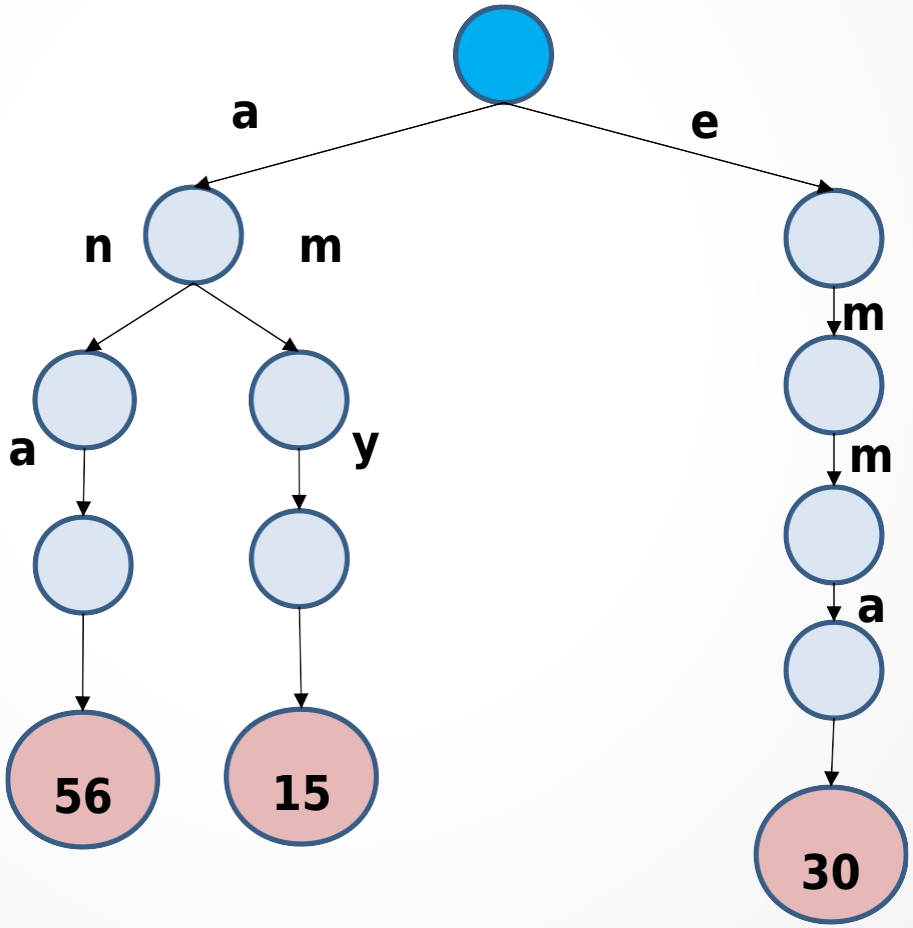
Árvore TRIE – Incluir Chaves

- amy 15



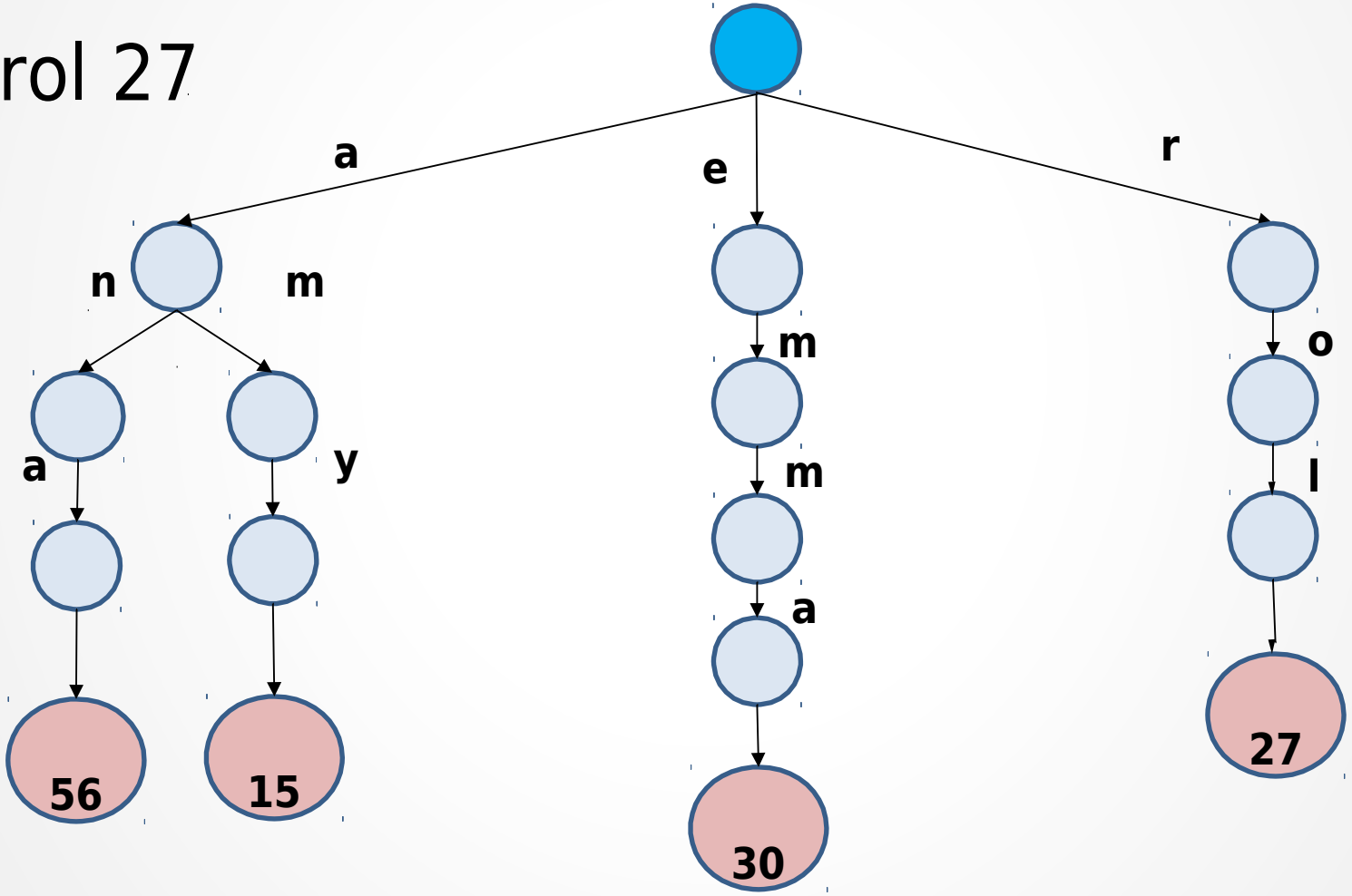
Árvore TRIE – Incluir Chaves

- emma 30



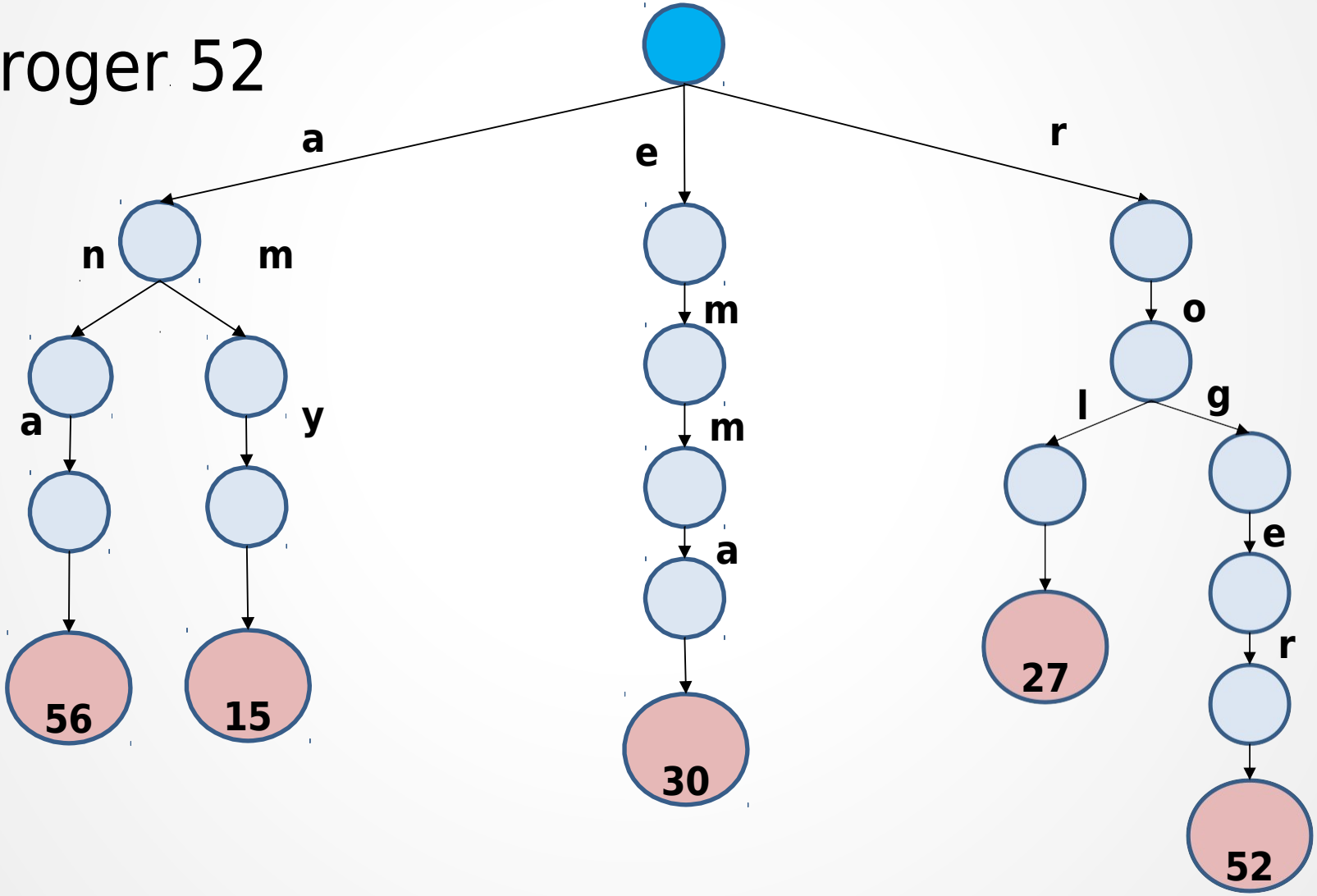
Árvore TRIE – Incluir Chaves

- rol 27



Árvore TRIE – Incluir Chaves

- roger 52



Árvore TRIE – Buscar Chaves

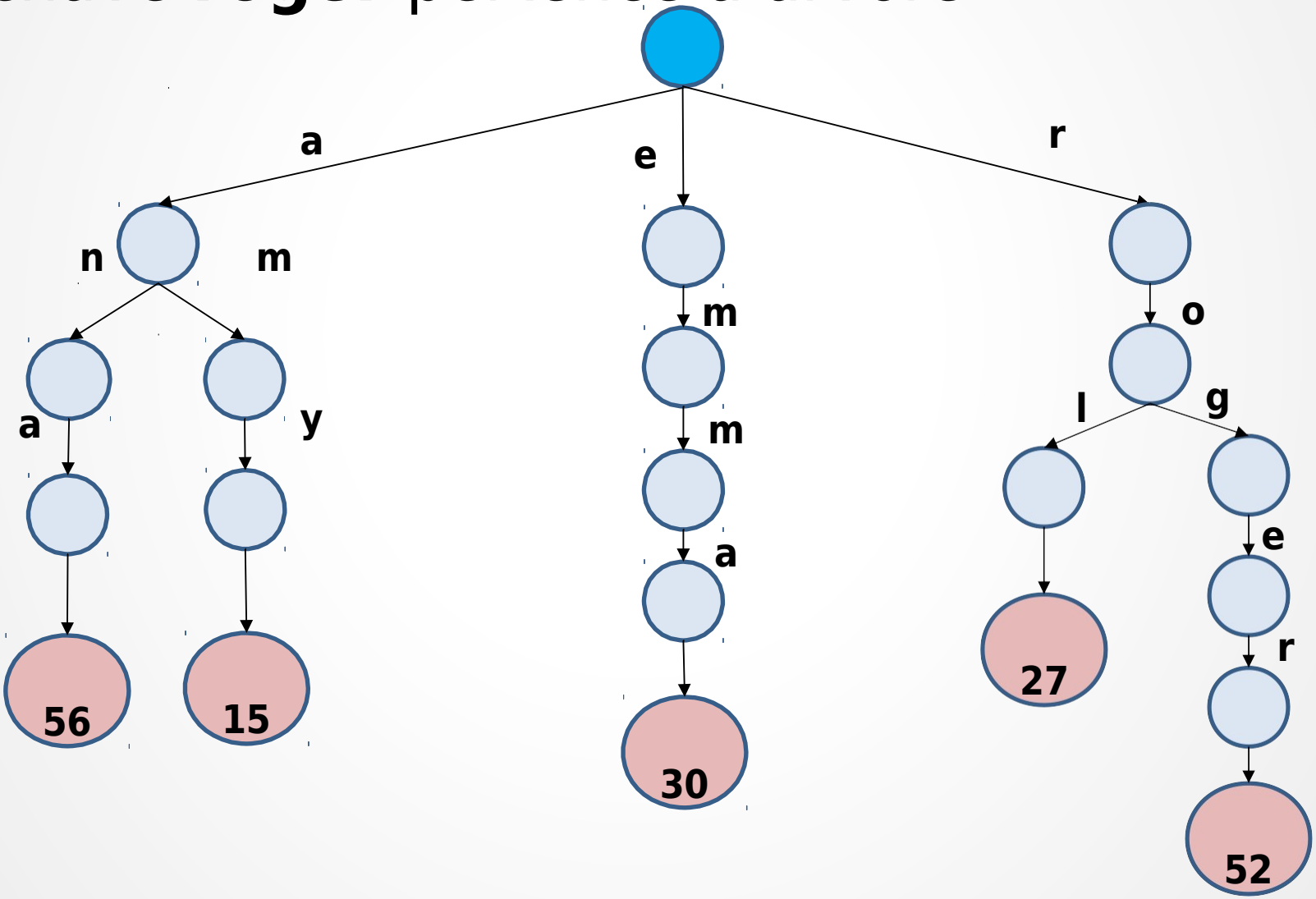
Busca caractere a caractere se a chave pertence a TRIE

1) Se o caractere não pertence a árvore a chave não pertence a TRIE;

2) Se o caractere pertence a árvore, verifique o próximo. Caso todos os caracteres pertençam em sequencia a TRIE, a chave pertence a árvore.

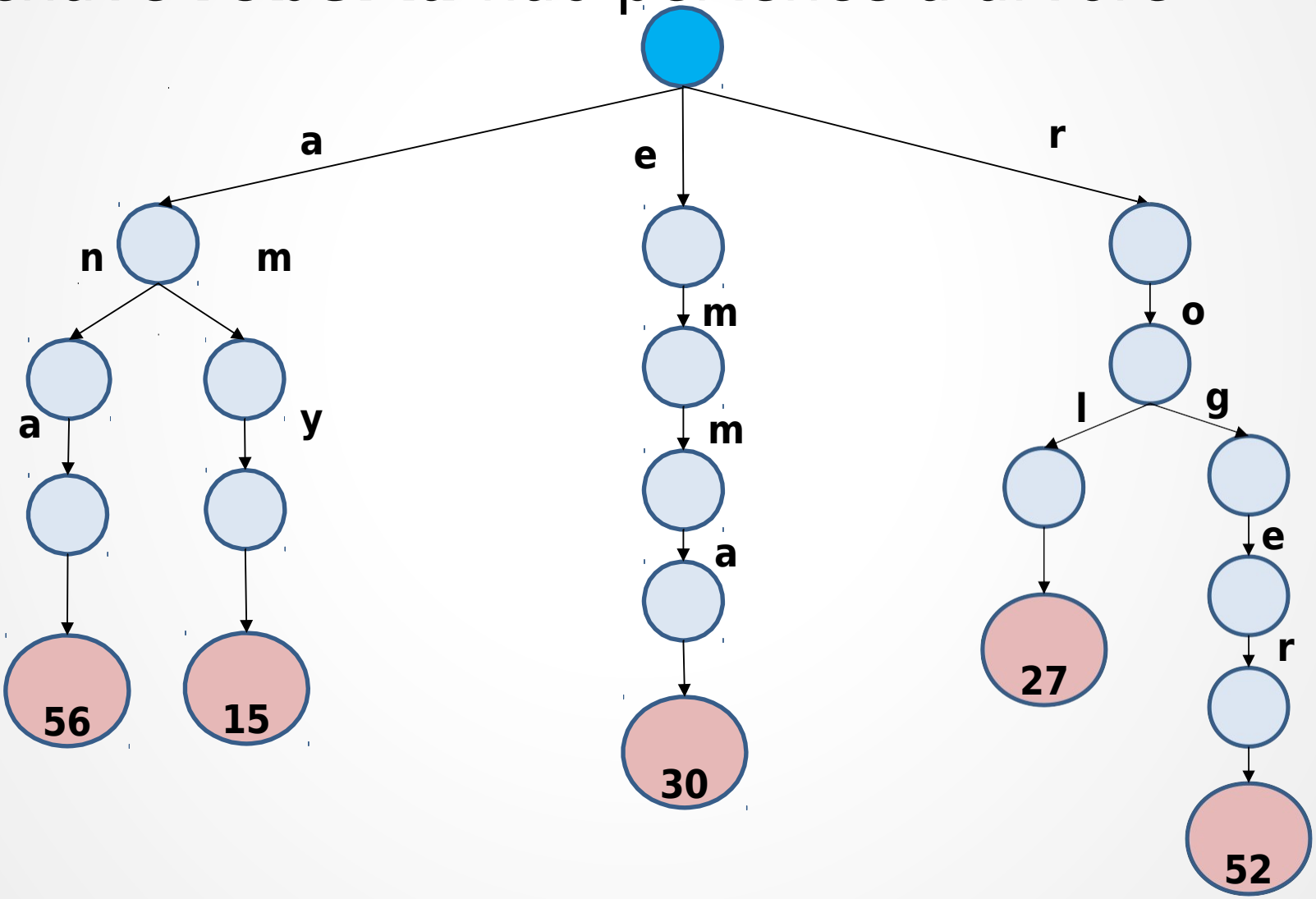
Árvore TRIE – Buscar Chaves

- A chave **roger** pertence a árvore



Árvore TRIE – Buscar Chaves

- A chave **roberta** não pertence a árvore



Incluir Chaves – Sequencia de Passos

1) Faz-se uma **busca** pela palavra a ser inserida. Se ela já existir na TRIE nada é feito.

2) Caso contrário, é recuperado o último nó **n** da maior **substring** da palavra a ser inserida.

3) O **restante** dos caracteres da chave são adicionados na TRIE a partir do nó **n.**

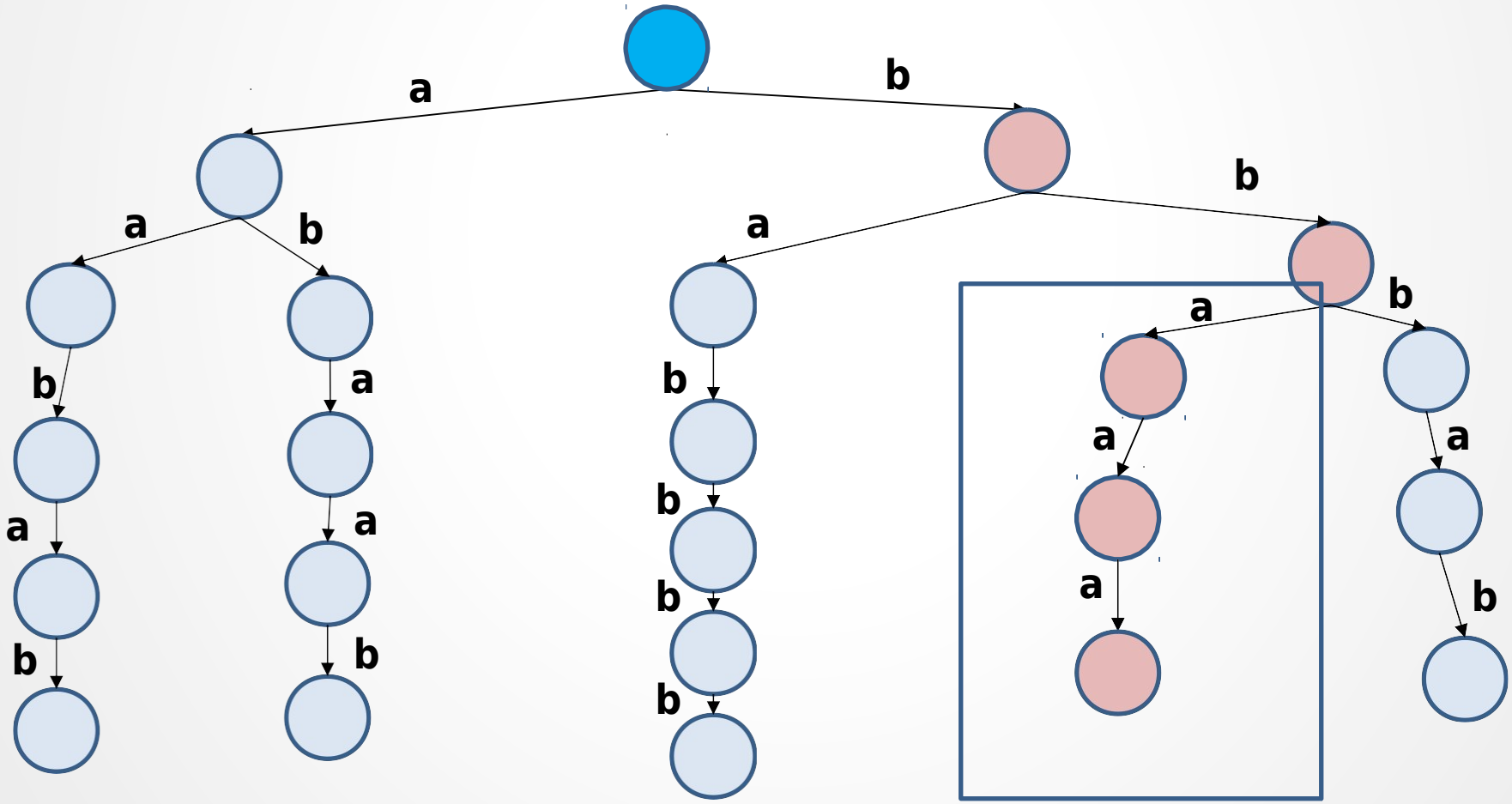
Árvore TRIE – Remover Chave

1) Busca-se a chave a ser removida.

2) A partir da folha (buttom-up), são removidos todos os nós que tem apenas um filho.

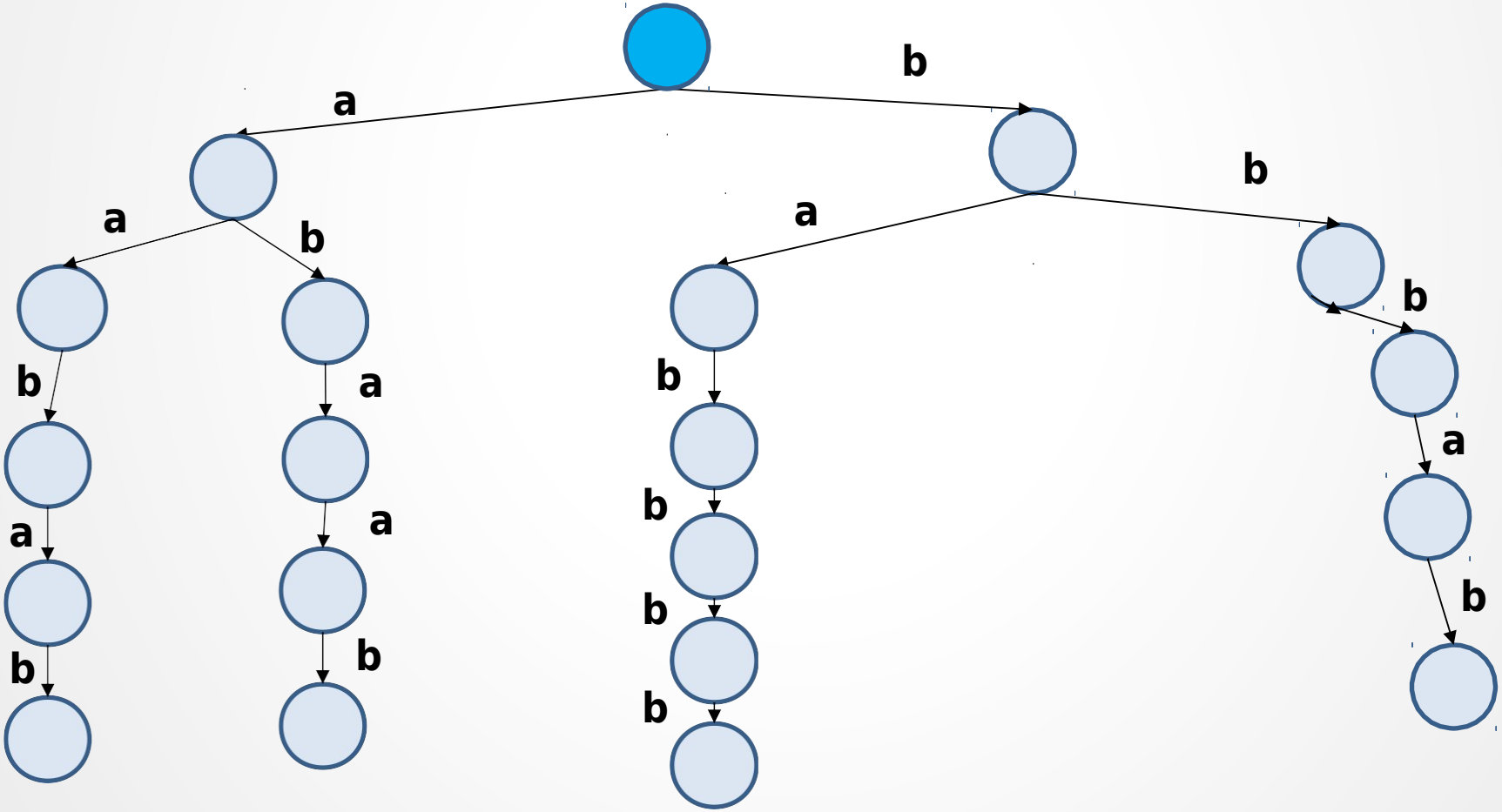
Árvore TRIE – Remover Chave

Remoção da chave **bbaaa**



Árvore TRIE – Remover Chave

Remoção da chave **bbaaa**



Aplicações para árvore TRIE

Solução do problema de busca de chaves semelhantes.

Pela estrutura de representação de caractere a caractere usada nas TRIES.

É fácil perceber que as TRIES tem um estrutura adequada para solução destes problemas.

Aplicações para árvore TRIE

Um exemplo de uso de TRIE é corretor ortográfico.

Nesse tipo de programa as palavras são comparadas com as palavras de um dicionário armazenado numa TRIE.

Se não são encontradas indica-se as opões para correção.

As palavras semelhantes são apresentadas ao usuário (do caractere com erro até as folhas)

Aplicações para árvore TRIE

Um exemplo de uso de TRIE é corretor ortográfico.

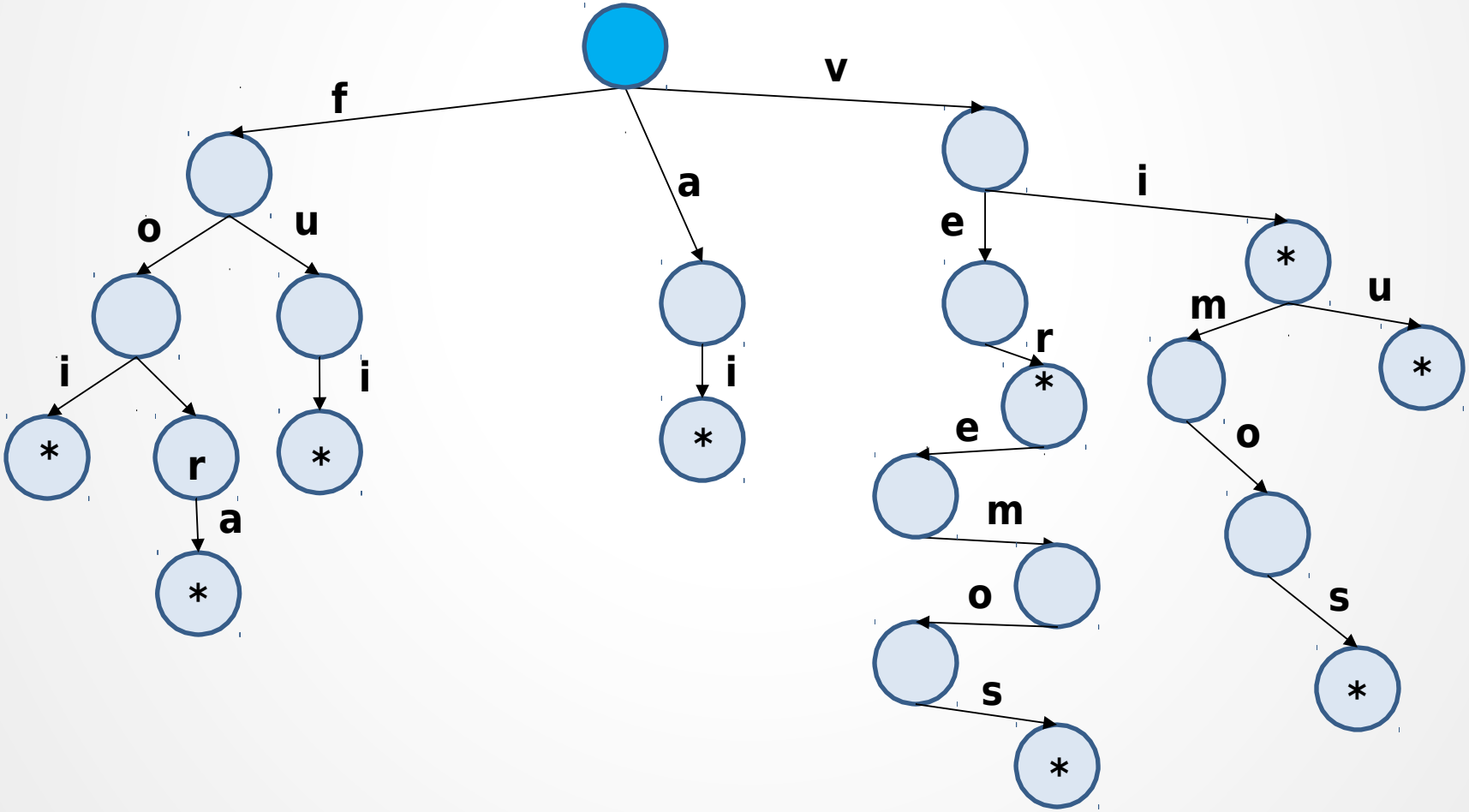
Nesse tipo de programa as palavras são comparadas com as palavras de um dicionário armazenado numa TRIE.

Se não são encontradas indica-se as opões para correção.

As palavras semelhantes são apresentadas ao usuário (do caractere com erro até as folhas)

Árvore TRIE – Exercícios

1) Quais chaves/palavras estão representadas nesta TRIE?



Árvore TRIE – Exercícios

2) Crie uma árvore TRIE com a seguinte frase:

- O rato roeu a roupa do rei de Roma e a rainha de raiva roeu o resto. O rei então ficou furioso e brigou com a rainha.

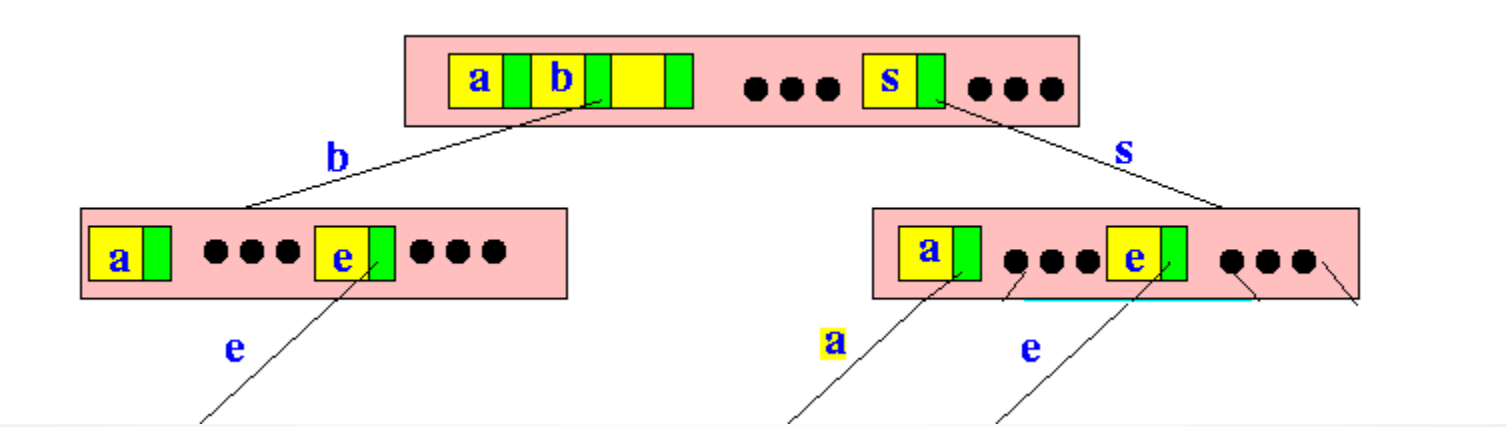
3) Remova as seguintes chaves da árvore do exercício 2:

- rei, rainha, roeu, rato, então, furioso.

Árvore TRIE – Implementação

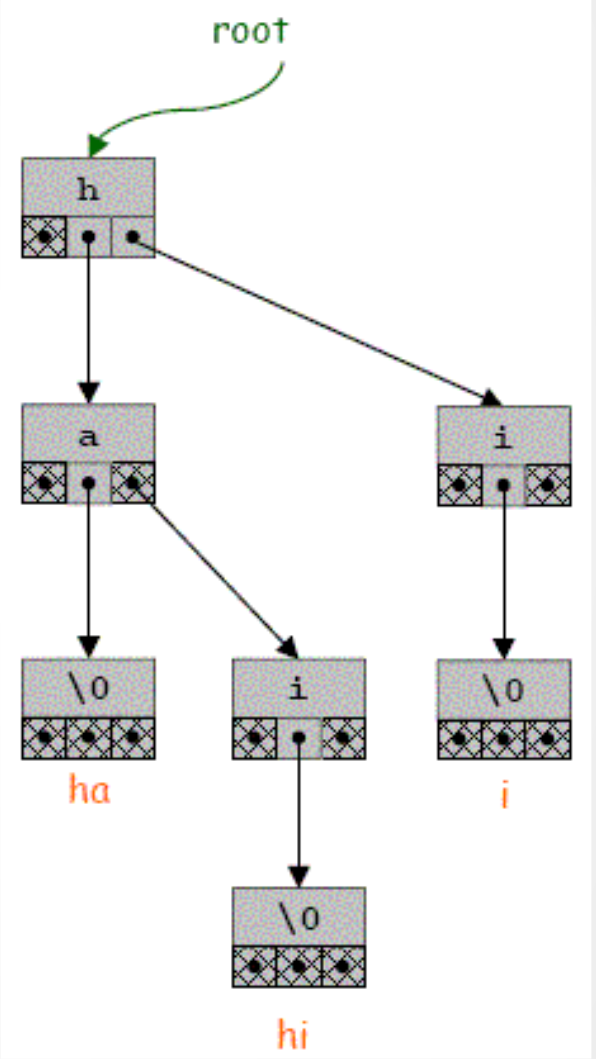
- A implementação mais simples: **R-WAY**
  - Cada nó contém todos os valores do alfabeto mais 1 símbolo especial para determinar se é uma chave.

- Há desperdício de espaço.



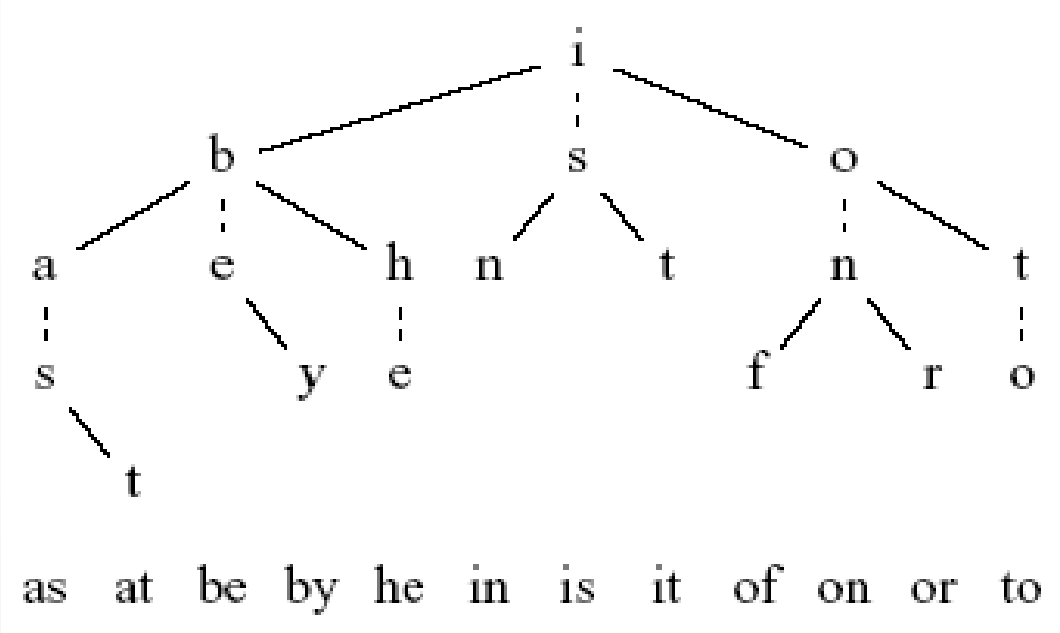
Árvore TRIE – Implementação

- **TST**- Ternary Search Tree (Árvore de busca composta por três partes)
- Cada nó aloca três ponteiros
- **Centro:** caractere seguinte.
- **Filho da esquerda:** caractere alternativo menor.
- **Filho da direita:** caractere alternativo maior.
- Resolve o problema de desperdício de espaço.



Árvore TRIE – Implementação - TST

- Para a árvore ficar balanceada as chaves devem estar ordenadas.



Árvore Digital Binária

- Árvore digital binária é uma árvore digital m-ária com ***m=2***.
- O alfabeto é composto por {0,1}
- A aresta esquerda representa o dígito 0 e a direita o digito 1.

Árvore Digital Binária - Exemplo

- Chaves:

00

0000

00010

00011

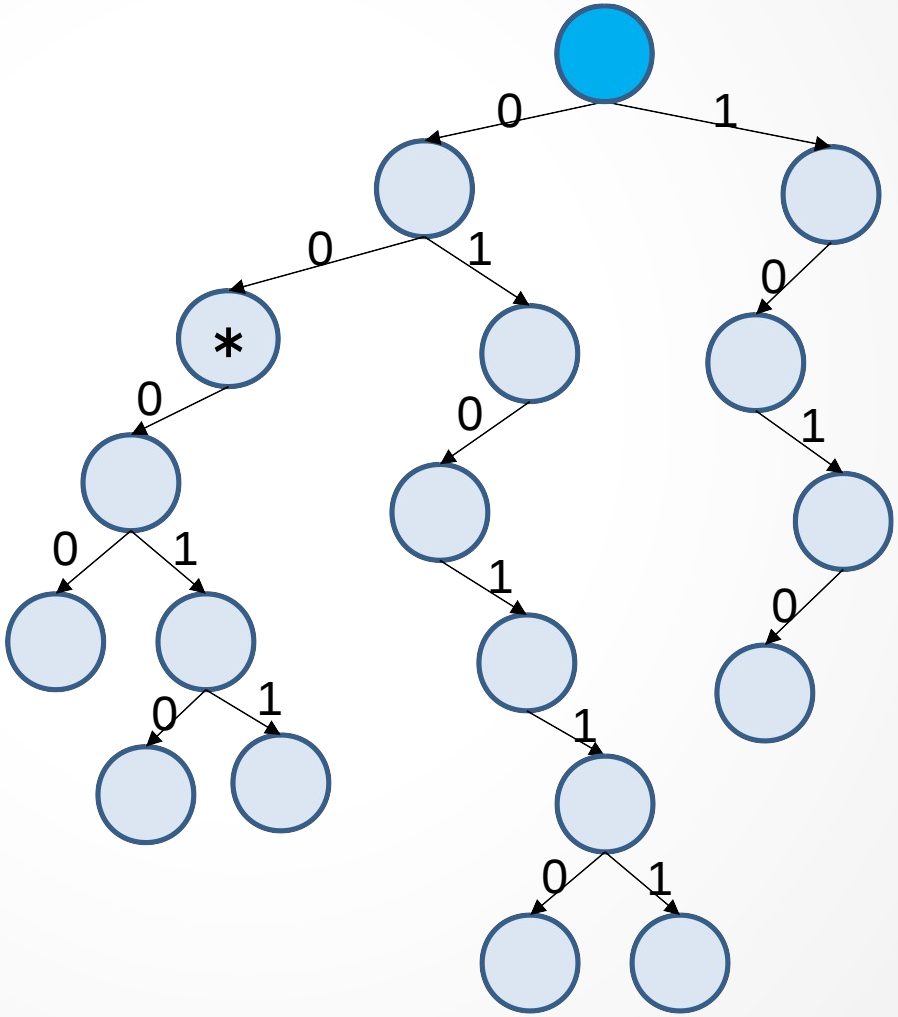
010110

010111

10

101

1010



Árvore Digital Binária de Prefixo

- Podemos verificar que algumas chaves são prefixos de outras:

Por exemplo:

00	010110	10
0000	010111	101
00010		1010
00011		

- Ou seja, o caminho da raiz até o nó de chave 00 é parte do caminho da raiz até o nó de chave 00010
- Para melhor manipular a estrutura, tal situação não é desejável
- **Uma árvore digital binária de prefixo** é uma árvore digital binária tal que **nenhum** código seja prefixo do outro.

Árvore Digital Binária de Prefixo

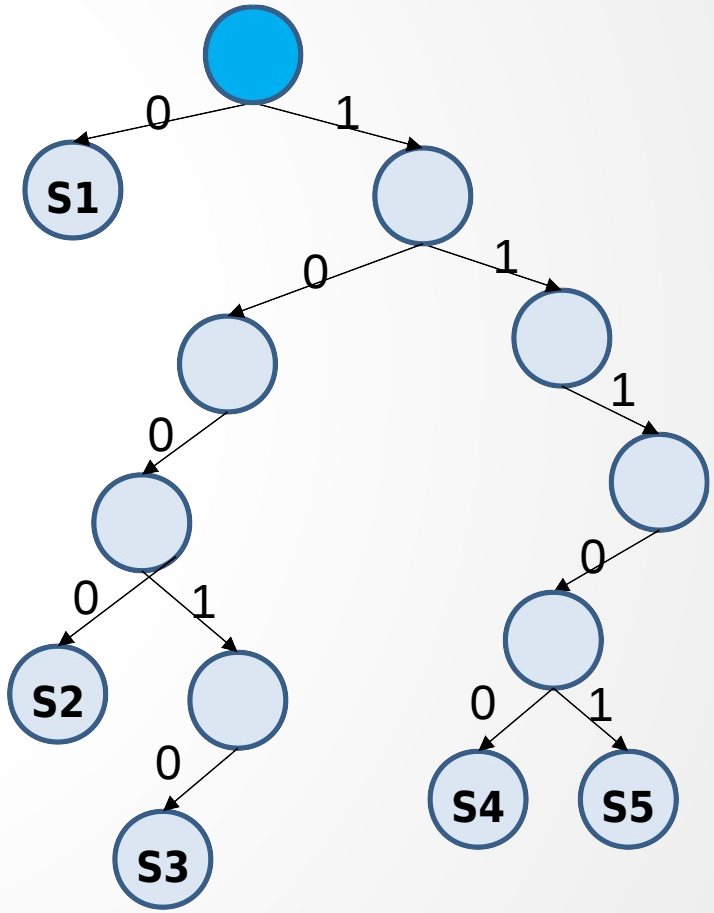
S1 = 0

S2 = 1000

S3 = 10010

S4 = 11100

S5 = 11101



Na árvore digital binária de prefixo cada chave é representada por uma folha

Árvore PATRICIA

P ratical
A lgorithm
T o
R etrieve
I nformation
C oded
I n
A lphanumeric

Algoritmo prático para recuperar informações alfanuméricas

Árvore PATRICIA

- Definida em 1968 por Donald R. Morrison
- Também conhecida como TRIE Compactada Binária.
- É constituída a partir de uma árvore binária de prefixo.
- Caminhos que possuem nós com apenas 1 filho são agrupados em uma única aresta

Árvore PATRICIA

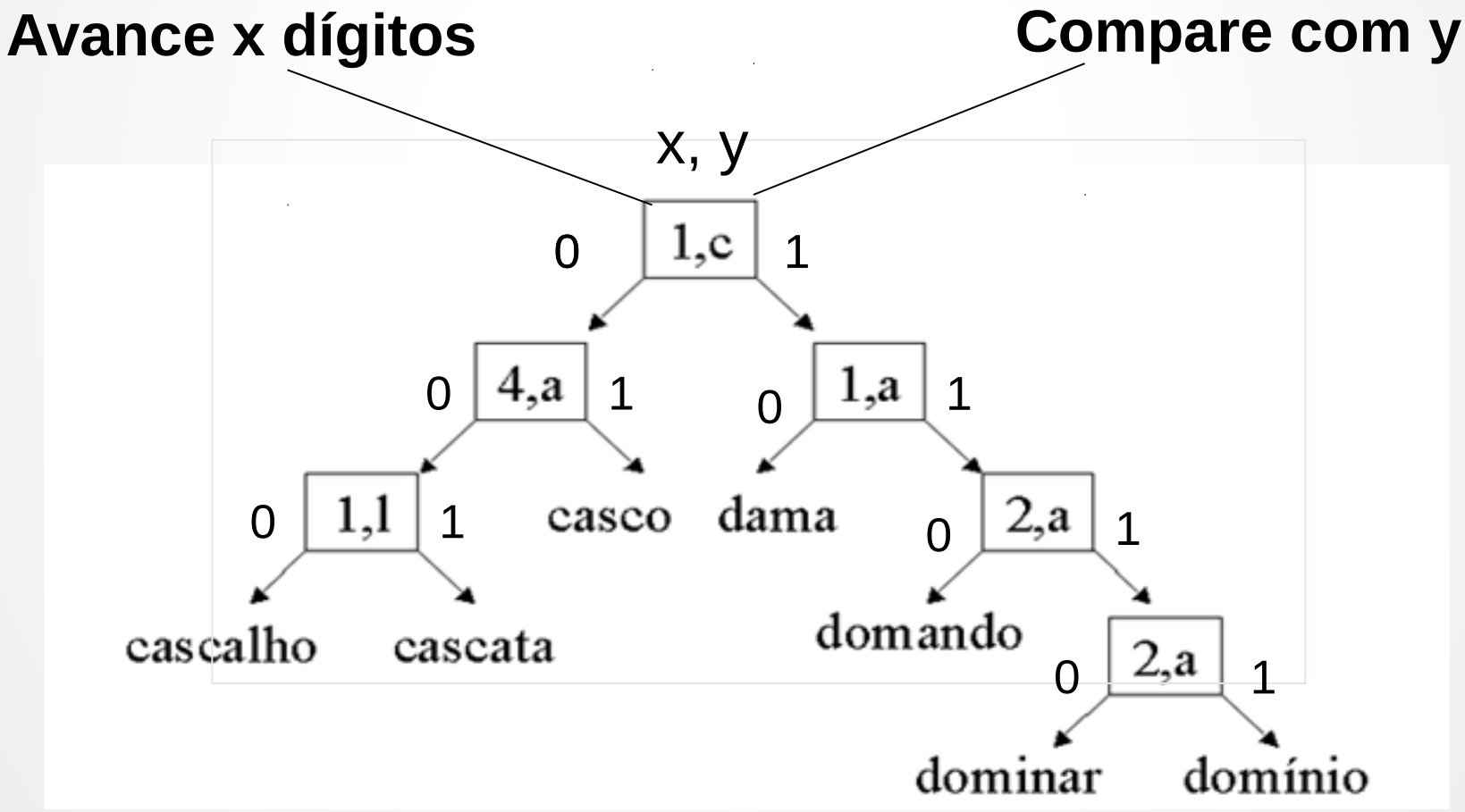
- Os nós contém o caractere **y** que deve ser comparado e a quantidade de posições **x** que se deve avançar na chave para efetuar a comparação.

- Se menor ou igual a **y** avança a esquerda (0), se maior que **y** avança a direita (1).

- As chaves válidas encontram-se nas folhas da árvore.

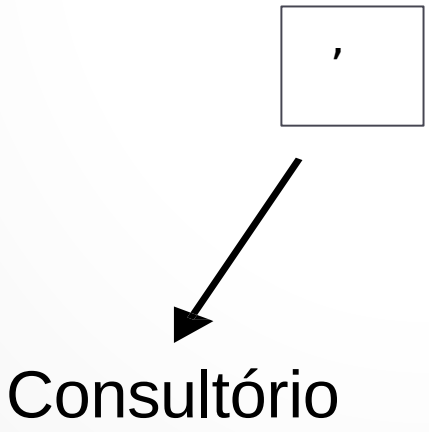
Árvore PATRICIA

Exemplo de Representação:



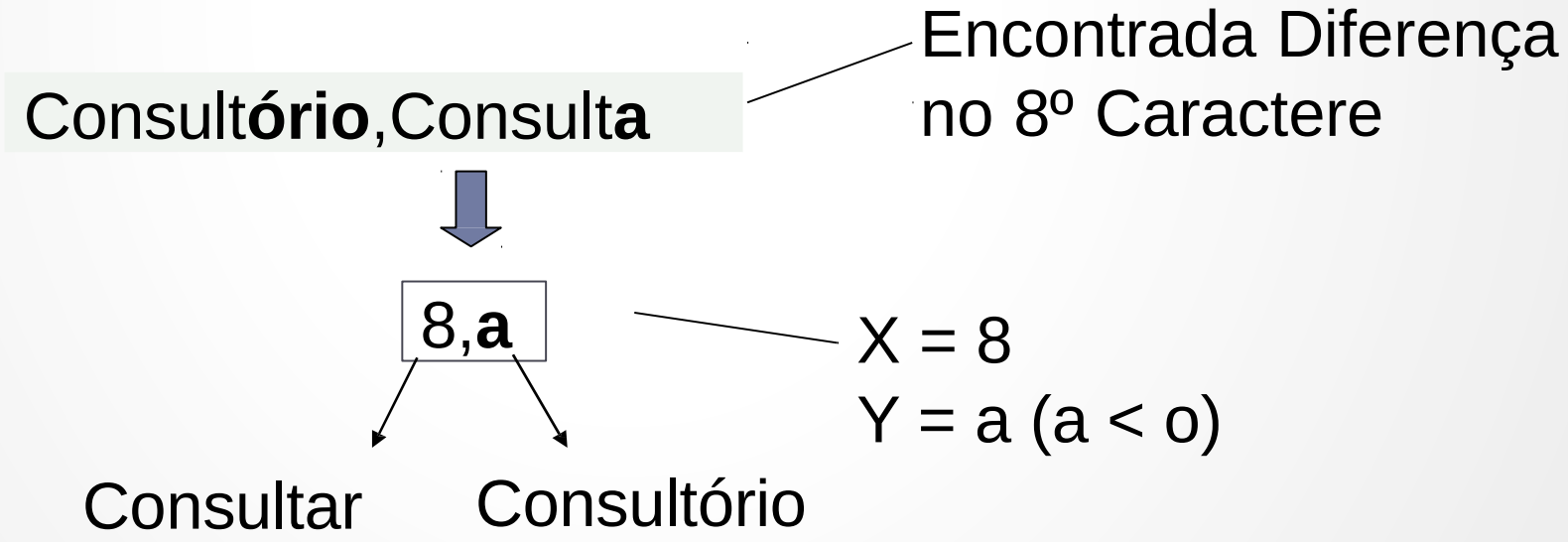
Árvore PATRICIA – Inserir Chave

Palavra 1: Consultório



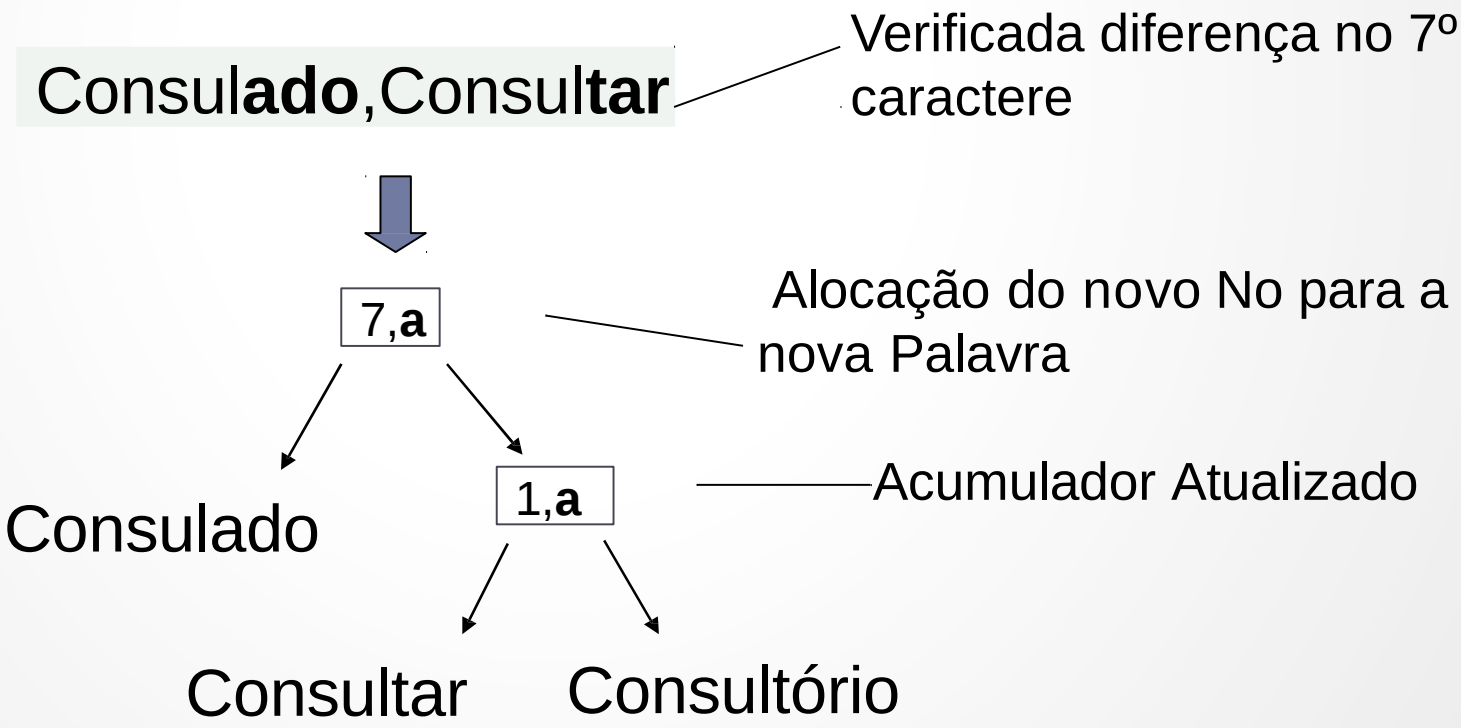
Árvore PATRICIA – Inserir Chave

Palavra 1: Consultório
Palavra 2: Consultar



Árvore PATRICIA – Inserir Chave

Palavra 3: Consulado



Árvore PATRICIA – Inserir Chave

Palavra 4: Consultado

Consul**tado**,Consul**ado**

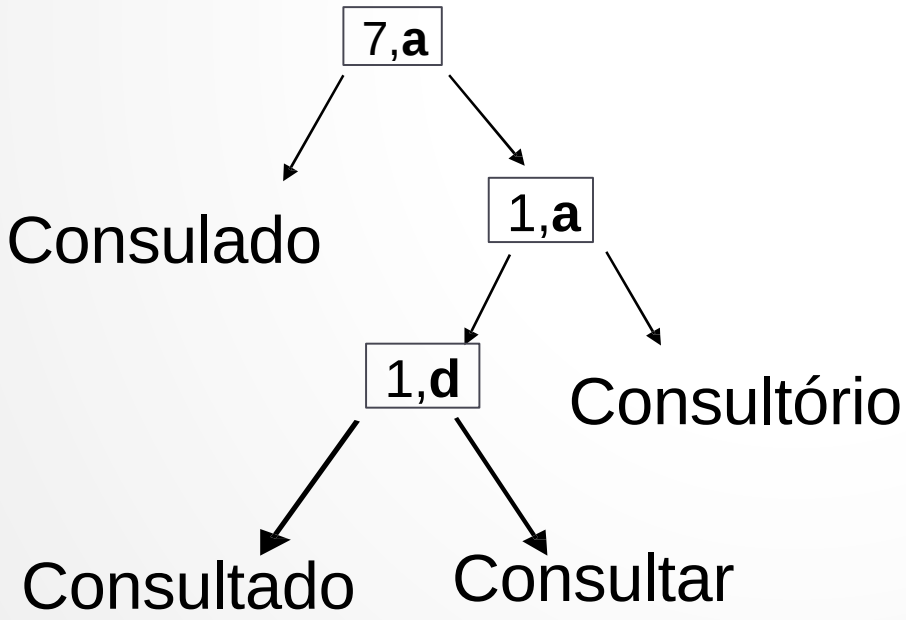
Consult**ado**,**a**

Consulta**do**,Consultar

t > a no 7º caractere

a = a no 8º caractere (direita)

d < r no 9º caractere



Alocação do novo No para distinguir consultado de consultar

Árvore PATRICIA – Buscar Chave

Sequencia de passos:

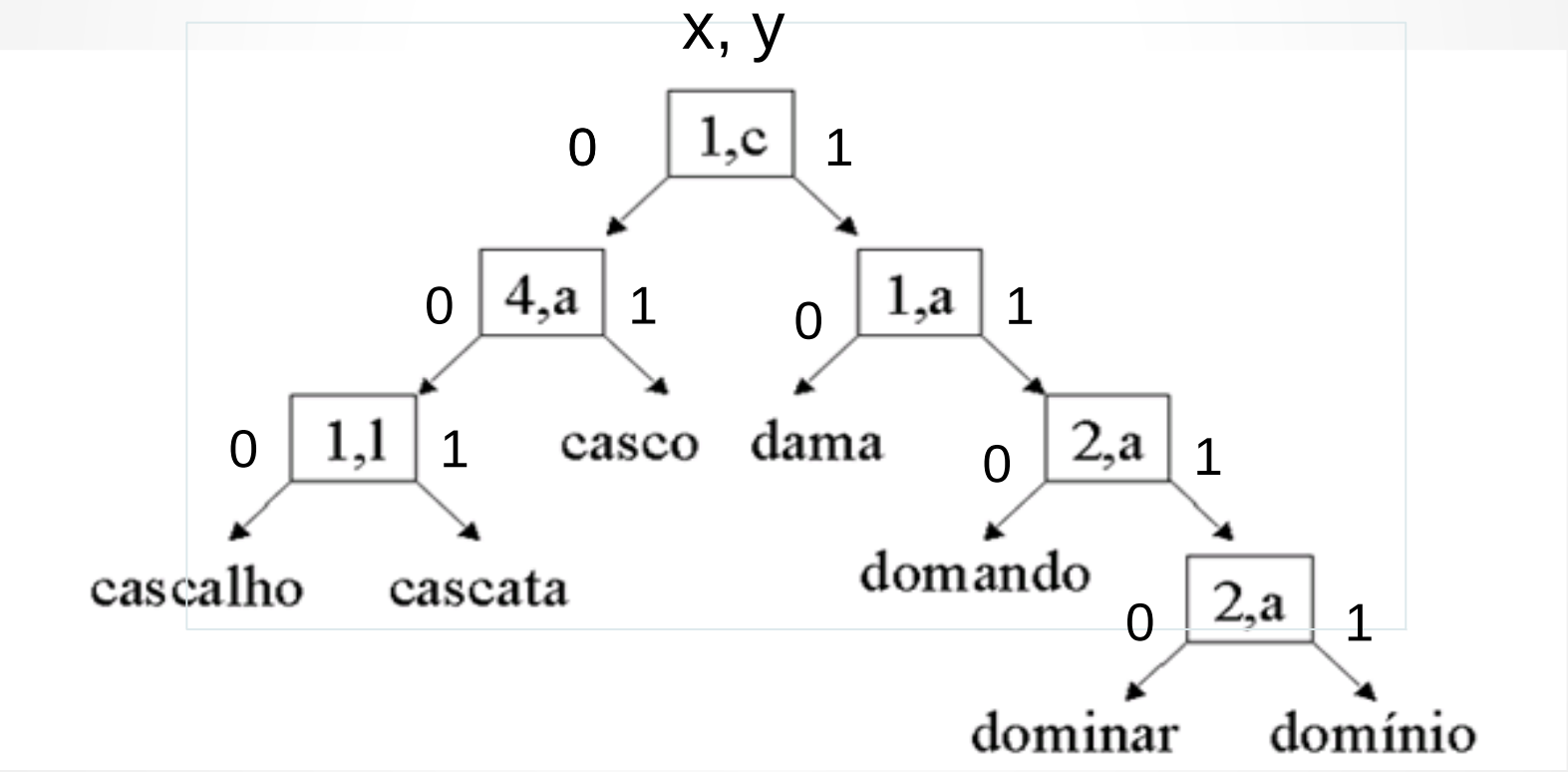
Comparar o caractere na posição **x** com o caractere **y**.

1) Se menor ou igual: Segue ramo a esquerda;
2) Se maior: Segue ramo a direita

Repete isso até chegar numa folha

Árvore PATRICIA – Buscar Chave

Buscar as palavras:
Cascata, domínio, carro



Árvore PATRICIA – Remover Chave

Sequencia de Passos:

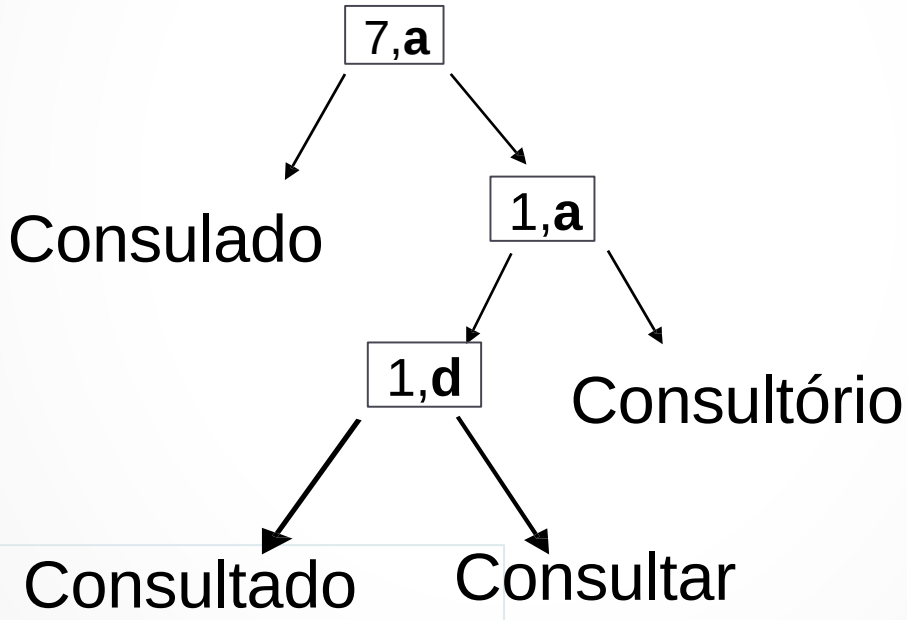
1) Buscar e apagar a chave da Árvore;

2) O pai da chave deve ser apagado;

3) Soma-se o valor do **Campo Avançar** do Nó Pai a Todos os nós Filhos.

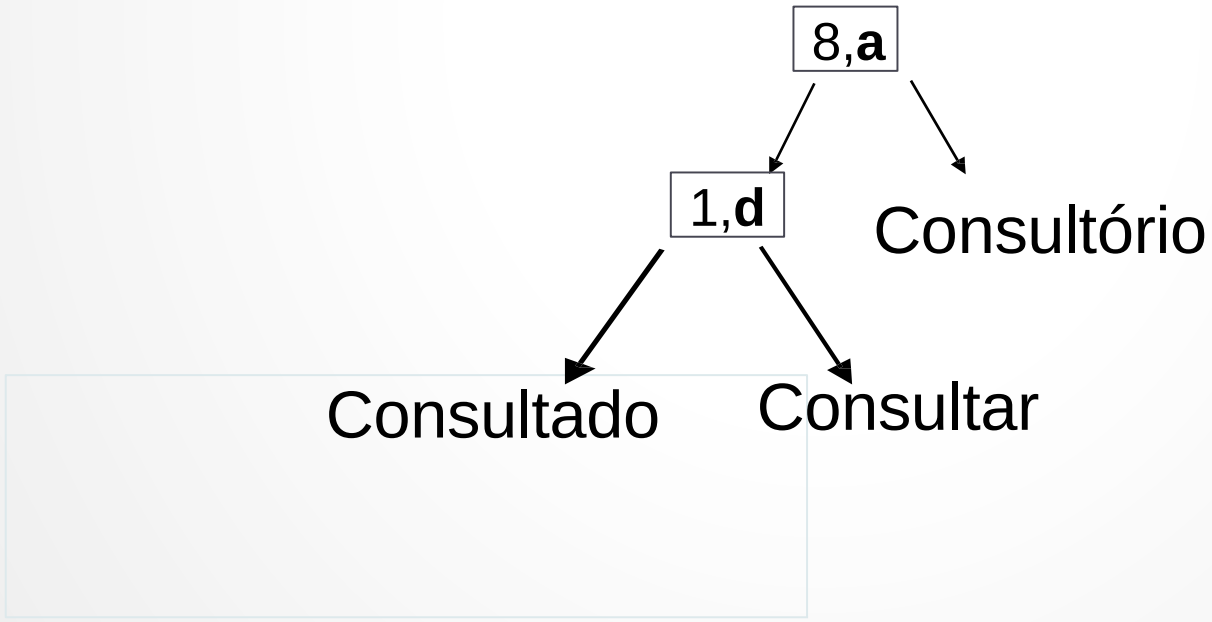
Árvore PATRICIA – Remover Chave

Remover **Consulado**



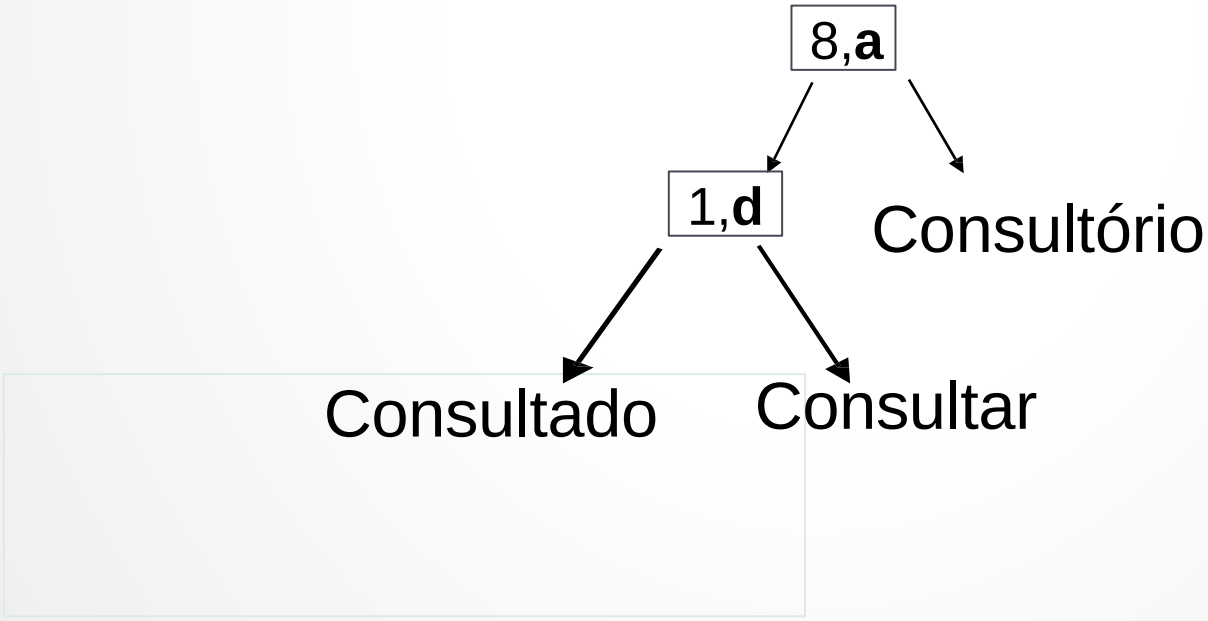
Árvore PATRICIA – Remover Chave

Remover **Consulado**



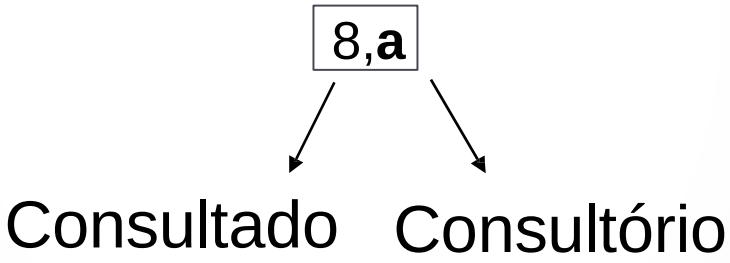
Árvore PATRICIA – Remover Chave

Remover **Consular**



Árvore PATRICIA – Remover Chave

Remover **Consular**



Exercícios

4) Represente a árvore de exercício 2 na formato R-Way e no formato TST.

5) Crie uma árvore PATRICIA com a seguinte frase:

- O rato roeu a roupa do rei de Roma e a rainha de raiva roeu o resto. O rei então ficou furioso e brigou com a rainha.

6) Remova as seguintes chaves da árvore do exercício 5:

- rei, rainha, roeu, rato, então, furioso.

Referências

SZWARCFITER, J. L., MARKENZON, L. Estruturas de Dados e seus Algoritmos. 3a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010.

TENENBAUM, A. M., LANGSAM, Y., AUGENSTEIN, M. J. Estruturas de Dados Usando C. São Paulo: Makron, 1995.

LEISERSON, C. E., RIVEST, R. L., CORMEN, T. H., STEIN, C. Algoritmos – Teoria e prática. Rio de Janeiro: Campus, 2002.

http://www.inf.ufrgs.br/~cagmachado/INF01124/t3.htm