有趣的莫比乌斯反演

胡船长

初航我带你，远航靠自己

海贼宝藏
专注IT教育在线学习平台

引出问题

大约用时：（10 mins）
下一部分：莫比乌斯函数

另一个令人头秃的问题

给定 N，M，求 $1<=x<=N$，$1<=y<=M$ 且 gcd(x，y)为质数的(x，y)有多少对

莫比乌斯函数

大约用时：（20 mins）

下一部分：狄利克雷卷积

莫比乌斯函数

$$\mu(n) = \begin{cases} = 1 & | \ n \text{为偶数个不同素因子乘积} \\ = 0 & | \ \text{其余情况} \\ = -1 & | \ n \text{为奇数个不同素因子乘积} \end{cases}$$

莫比乌斯函数

$$\sum_{d|n} \mu(d) = \begin{cases} 1 & (n == 1) \\ 0 & \end{cases}$$

狄利克雷卷积

大约用时：（20 mins）

下一部分：莫比乌斯反演

狄利克雷卷积

运算规则：$l * g = \sum_{d|n} l(d) * g(\frac{n}{d})$

单 位 元：$\epsilon(n) = 1 \ (n == 1)$

逆 元：$f * f^{-1} = \epsilon$

几个有趣的式子结果：

$$1 * 1 = \sigma_0$$

$$\mu * 1 = \mu * \mu^{-1} = \epsilon$$

狄利克雷卷积

运算规则：$l * g = \sum_{d|n} l(d) * g(\frac{n}{d})$

单 位 元：$\epsilon(n) = 1 \ (n == 1)$

逆　　元：$f * f^{-1} = \epsilon$

几个有趣的式子结果：

$$1 * 1 = \sigma_0$$

$$\mu * 1 = \mu * \mu^{-1} = \epsilon$$

莫比乌斯反演

大约用时：（15 mins）

下一部分：最终问题说

莫比乌斯反演

海贼宝藏
专注IT教育在线学习平台

如果：$F(n) = \sum_{d\,|\,n} f(d)$

则：$f(n) = \sum_{d\,|\,n} \mu(d) F(\frac{n}{d})$

<u>证明：</u>

莫比乌斯反演的意义

如果： $F(n) = \sum_{d\,|\,n} f(d)$

则： $f(n) = \sum_{d\,|\,n} \mu(d) F(\frac{n}{d})$

莫比乌斯反演，提供了一种问题转化能力

莫比乌斯反演的意义

莫比乌斯反演，提供了一种问题转化能力

实际上，大多数的算法设计，就是在进行问题形式的转化

最终问题说

大约用时：（15 mins）

下一部分：经典面试题刷题专项环节

另一个令人头秃的问题

给定 N，M，求 1<=x<=N，1<=y<=M 且 gcd(x，y)为质数的(x，y)有多少对

另一个令人头秃的问题

海贼宝藏
专注IT教育在线学习平台

给定 N，M，求 1<=x<=N，1<=y<=M 且 gcd(x，y)为质数的(x，y)有多少对

F(n) 为 gcd(x，y) 是 n 的倍数的 (x，y) 的对数

f(n) 为 gcd(x，y) 是 n 的(x，y) 的对数

另一个令人头秃的问题

F(n) 为 gcd(x, y) 是 n 的倍数的 (x, y) 的对数
f(n) 为 gcd(x, y) 是 n 的(x, y) 的对数

F(n) 好求，f(n) 不好求

海贼宝藏
专注IT教育在线学习平台

经典面试题刷题专项环节

大约用时：（120 mins）

下一部分：大家晚安

问题板书

每天都想干翻这个世界
到头来，被世界干的服服帖帖

大家晚安
--船长