

傅立叶变换与信息隐写术

胡船长

初航我带你，远航靠自己

系数表示法与点值表示法

大约用时: (10 mins)

下一部分: FFT 算法的作用

系数表示法与点值表示法

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + \cdots + a_n * x^n$$



$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n)$$

系数表示法与点值表示法

$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n) \longrightarrow (1, 2, 1, 4)$$

系数表示法与点值表示法

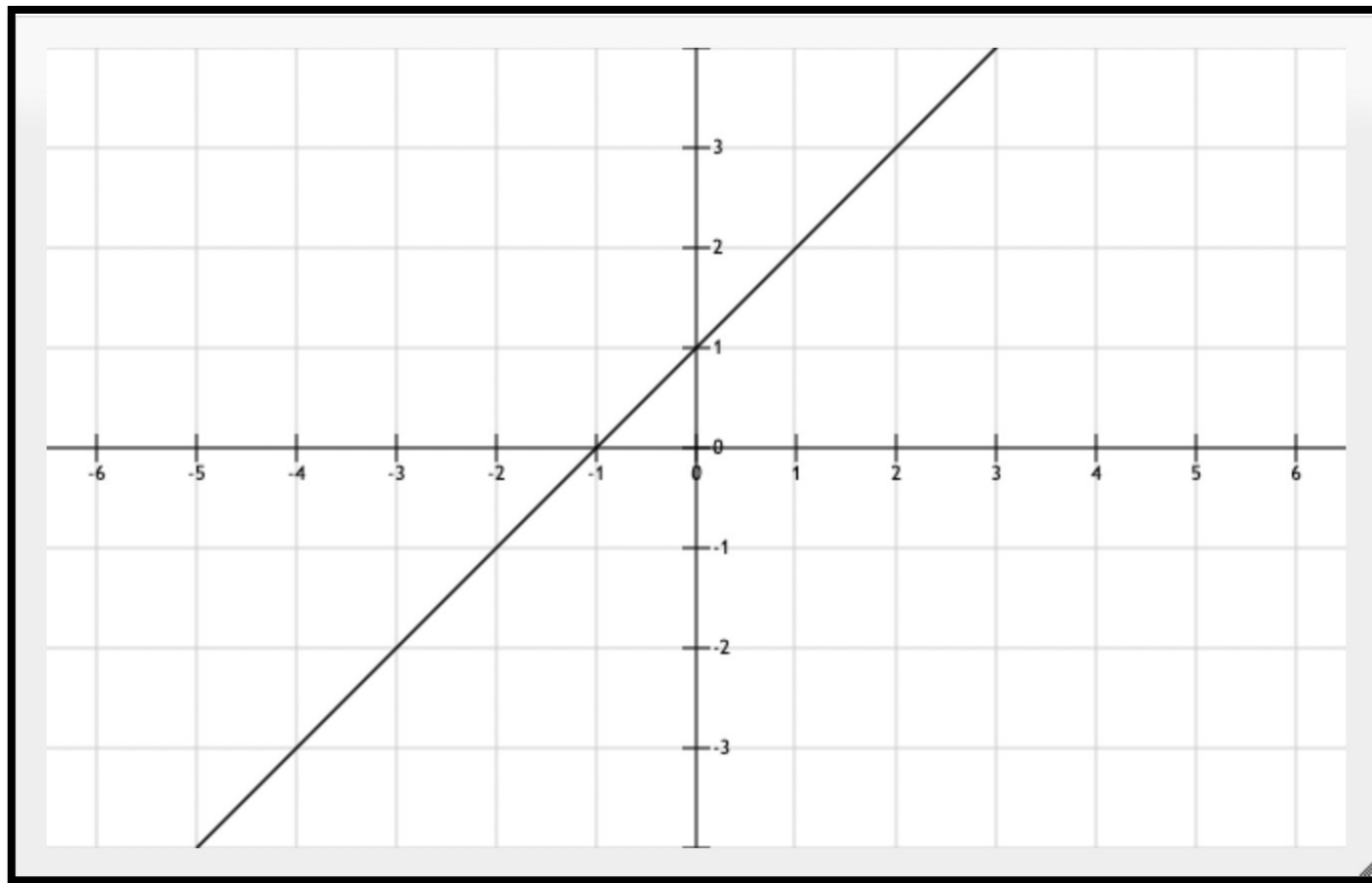
$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n) \longrightarrow (1, 2, 1, 4)$$



$$f(x) = 1 + 2 * x^1 + 1 * x^2 + 4 * x^3$$

系数表示法与点值表示法

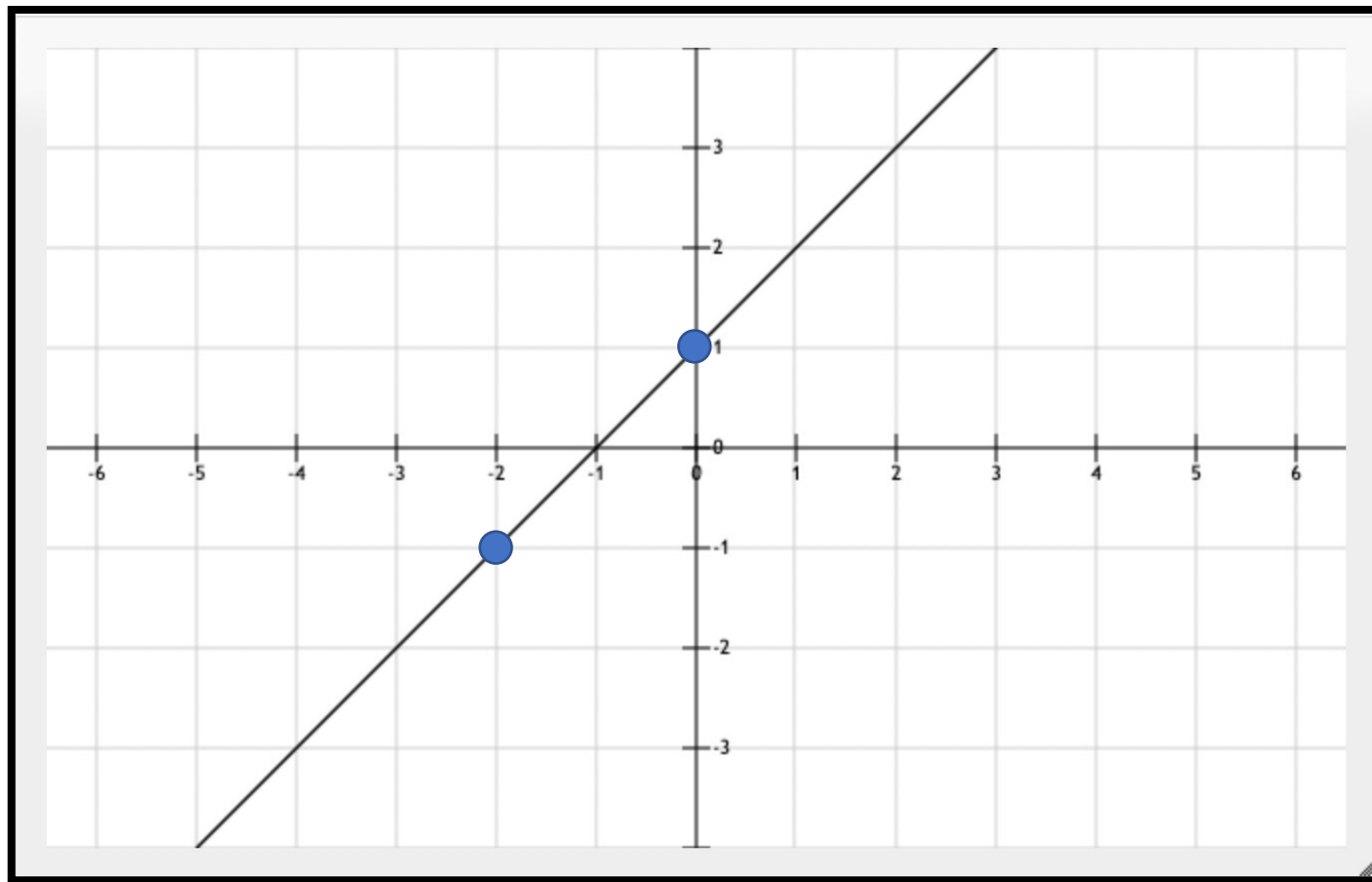
$$f(x) = 1 + x$$



系数表示法与点值表示法

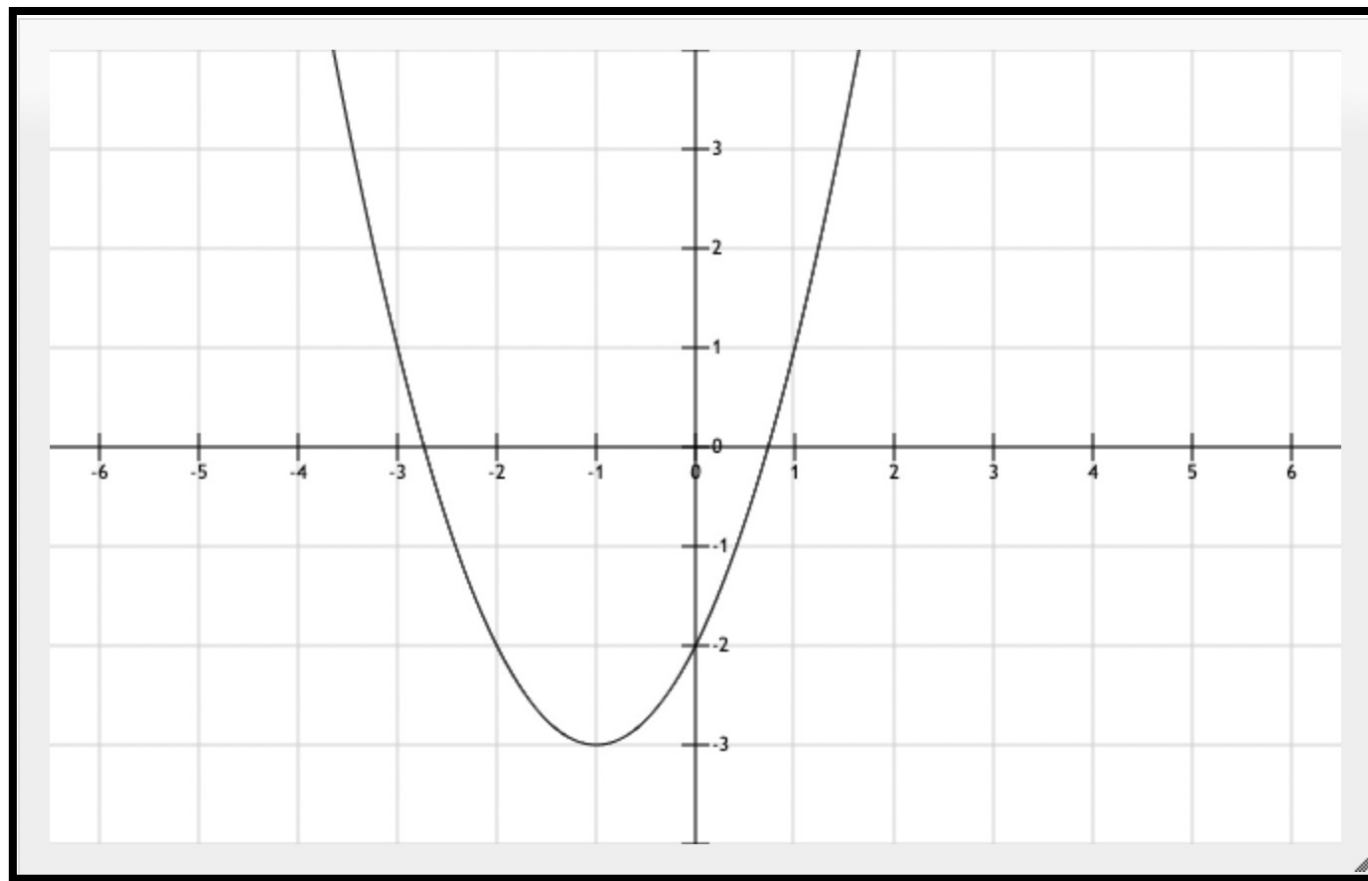
$$f(x) = 1 + x$$

$(-2, -1)$ 、 $(0, 1)$



系数表示法与点值表示法

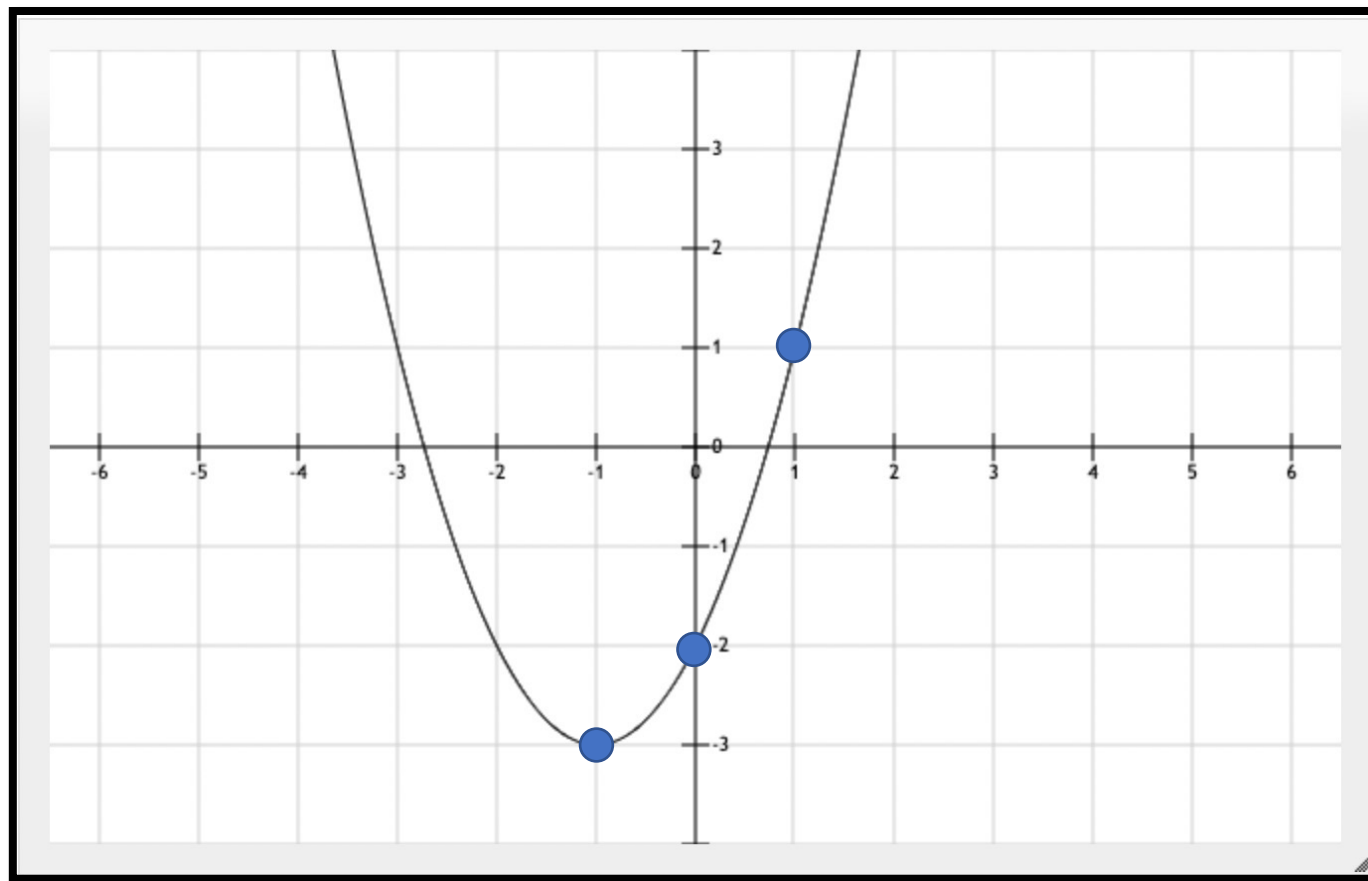
$$f(x) = -2 + 2x + x^2$$



系数表示法与点值表示法

$$f(x) = -2 + 2x + x^2$$

$(0, -2)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(-1, -3)$



系数表示法与点值表示法

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + \cdots + a_n * x^n$$



$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n)$$

系数表示法与点值表示法

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + \cdots + a_n * x^n$$



$$(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n)$$



$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$$

FFT 算法的作用

大约用时: (10 mins)

下一部分: 天才想法¹-快速取值

FFT 算法的作用

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + \cdots + a_m * x^m$$



(x_0, y_0) 、 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) ……、 (x_n, y_n)

FFT 算法的作用

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + \cdots + a_m * x^m$$

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, x_0, x_0^2, x_0^3, \dots, x_0^m \\ 1, x_1, x_1^2, x_1^3, \dots, x_1^m \\ 1, x_2, x_2^2, x_2^3, \dots, x_2^m \\ 1, x_3, x_3^2, x_3^3, \dots, x_3^m \\ \vdots \\ 1, x_n, x_n^2, x_n^3, \dots, x_n^m \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

FFT 算法的作用

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, x_0, x_0^2, x_0^3, \dots, x_0^m \\ 1, x_1, x_1^2, x_1^3, \dots, x_1^m \\ 1, x_2, x_2^2, x_2^3, \dots, x_2^m \\ 1, x_3, x_3^2, x_3^3, \dots, x_3^m \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1, x_n, x_n^2, x_n^3, \dots, x_n^m \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

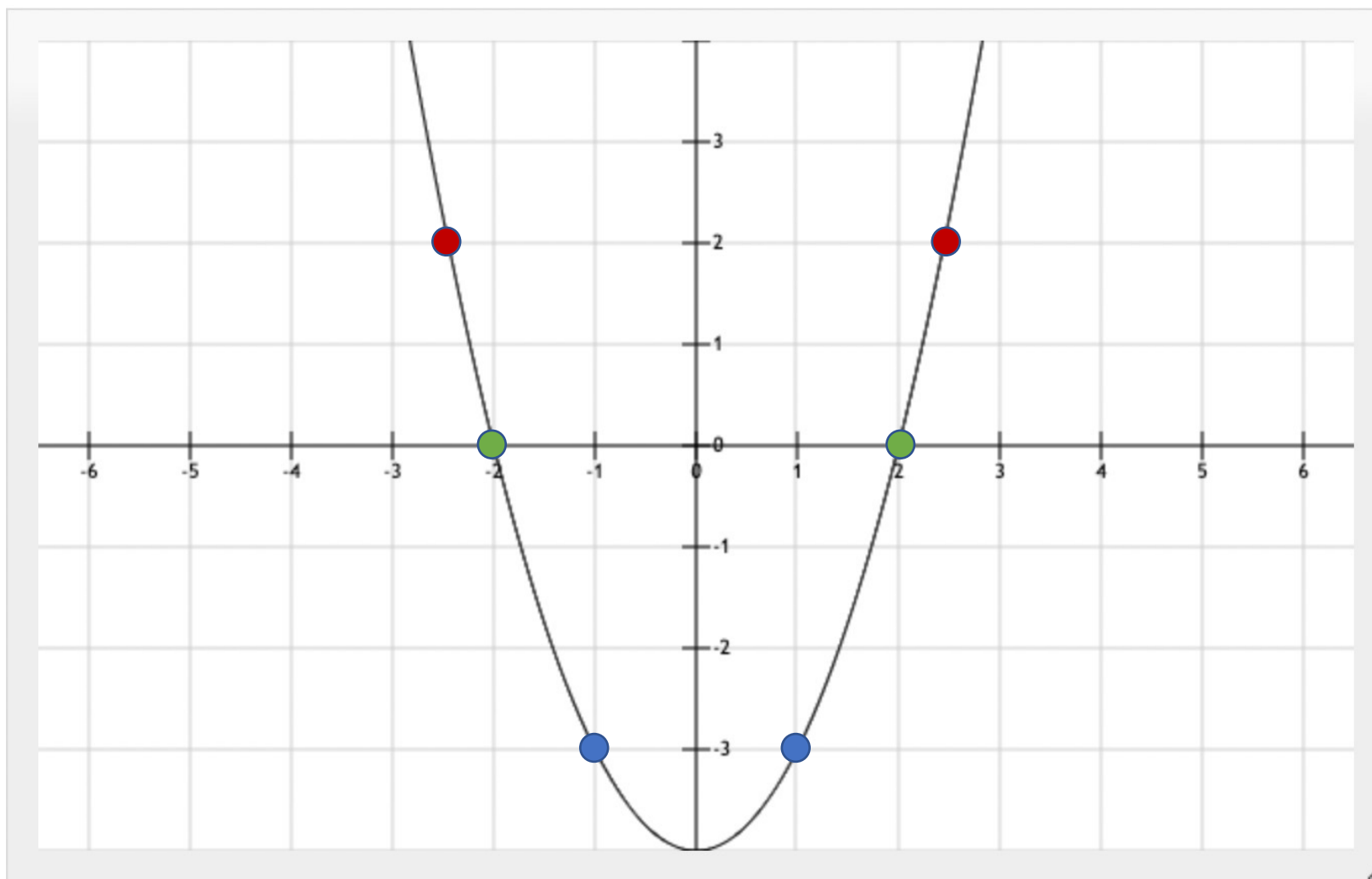
快速计算这个式子，得到 n 个值

天才想法1：快速取值

大约用时： (10 mins)

下一部分：天才想法2-复平面上的单位圆

天才想法1：快速取值



天才想法1：快速取值

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + a_4 * x^4 + a_5 * x^5$$

天才想法1：快速取值

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + a_4 * x^4 + a_5 * x^5$$

$$f(x) = (a_0 + a_2 * x^2 + a_4 * x^4) + (a_1 * x^1 + a_3 * x^3 + a_5 * x^5)$$

天才想法1：快速取值

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + a_4 * x^4 + a_5 * x^5$$

$$f(x) = (a_0 + a_2 * x^2 + a_4 * x^4) + (a_1 * x^1 + a_3 * x^3 + a_5 * x^5)$$

$$f(x) = (a_0 + a_2 * x^2 + a_4 * x^4) + x (a_1 + a_3 * x^2 + a_5 * x^4)$$

天才想法1：快速取值

$$f(x) = a_0 + a_1 * x^1 + a_2 * x^2 + a_3 * x^3 + a_4 * x^4 + a_5 * x^5$$

$$f(x) = (a_0 + a_2 * x^2 + a_4 * x^4) + (a_1 * x^1 + a_3 * x^3 + a_5 * x^5)$$

$$f(x) = \underbrace{(a_0 + a_2 * x^2 + a_4 * x^4)}_{P_0(x^2)} + x \underbrace{(a_1 + a_3 * x^2 + a_5 * x^4)}_{P_1(x^2)}$$

天才想法1：快速取值

$$f(x) = P_0(x^2) + x P_1(x^2)$$

$$P_0(x^2) = a_0 + a_2x + a_4x^2$$

$$P_1(x^2) = a_1 + a_3x + a_5x^2$$

天才想法1：快速取值

$$f(x) = P_0(x^2) + x P_1(x^2)$$

$$P_0(x^2) = a_0 + a_2x + a_4x^2$$

$$P_1(x^2) = a_1 + a_3x + a_5x^2$$

$$f(x) = P_0(x^2) + x P_1(x^2)$$

$$f(-x) = P_0(x^2) - x P_1(x^2)$$

天才想法1：快速取值

$$\begin{aligned} f(x) &= P_0(x^2) + x P_1(x^2) \\ f(-x) &= P_0(x^2) - x P_1(x^2) \end{aligned}$$

天才想法1：快速取值

$$\begin{aligned} f(x) &= P_0(x^2) + x P_1(x^2) \\ f(-x) &= P_0(x^2) - x P_1(x^2) \end{aligned}$$



```
function f(a, n) :  
    P0=f(aodd, n/2);  
    P1=f(aeven, n/2);  
    merge(P0+xP1, P0-xP1);
```

$O(n \log n)$

天才想法1：快速取值

$$\begin{aligned} f(x) &= P_0(x^2) + xP_1(x^2) \\ f(-x) &= P_0(x^2) - xP_1(x^2) \end{aligned}$$



$O(n \log n)$

```
function f(a, n) :  
    P0=f(aodd, n/2);  
    P1=f(aeven, n/2);  
    merge(P0+xP1, P0-xP1);
```

$f(-1, 1, -2, 2, -3, 3, -5, 5)$

天才想法1：快速取值

$$\begin{aligned} f(x) &= P_0(x^2) + xP_1(x^2) \\ f(-x) &= P_0(x^2) - xP_1(x^2) \end{aligned}$$



$O(n \log n)$

```
function f(a, n) :
    P0 = f(aodd, n/2);
    P1 = f(aeven, n/2);
    merge(P0 + xP1, P0 - xP1);
```

$f(-1, 1, -2, 2, -3, 3, -5, 5)$

$P_0(1), P_1(1)$

$P_0(4), P_1(4)$

$P_0(9), P_1(9)$

$P_0(25), P_1(25)$

天才想法1：快速取值

$$\begin{aligned} f(x) &= P_0(x^2) + xP_1(x^2) \\ f(-x) &= P_0(x^2) - xP_1(x^2) \end{aligned}$$



$O(n \log n)$

```
function f(a, n) :  
    P0=f(aodd, n/2);  
    P1=f(aeven, n/2);  
    merge(P0+xP1, P0-xP1);
```

$f(-1, 1, -2, 2, -3, 3, -5, 5)$

1

4

9

25

天才想法1：快速取值

$$\begin{aligned} f(x) &= P_0(x^2) + xP_1(x^2) \\ f(-x) &= P_0(x^2) - xP_1(x^2) \end{aligned}$$



$O(n \log n)$

```
function f(a, n) :
    P0 = f(aodd, n/2);
    P1 = f(aeven, n/2);
    merge(P0 + xP1, P0 - xP1);
```

$f(-1, 1, -2, 2, -3, 3, -5, 5)$

1

4

9

25

???

???

天才想法1：快速取值

$f(-1, 1, -2, 2, -3, 3, -5, 5)$

?

?

?

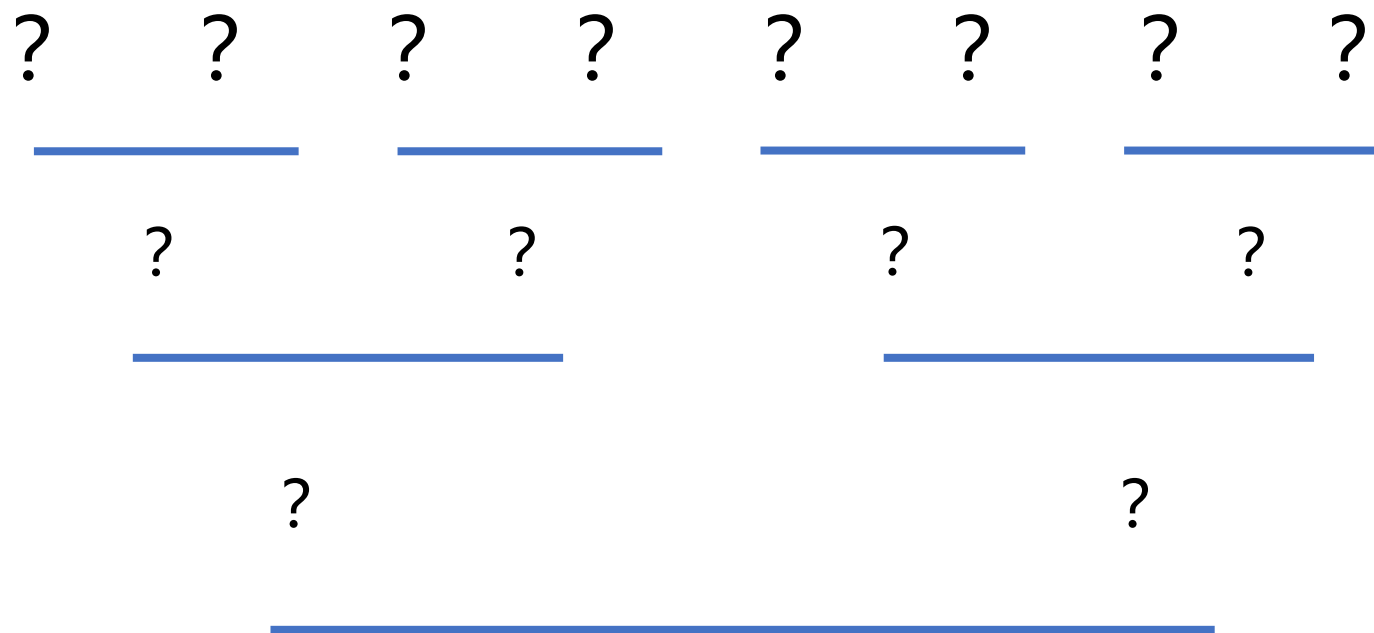
?

?

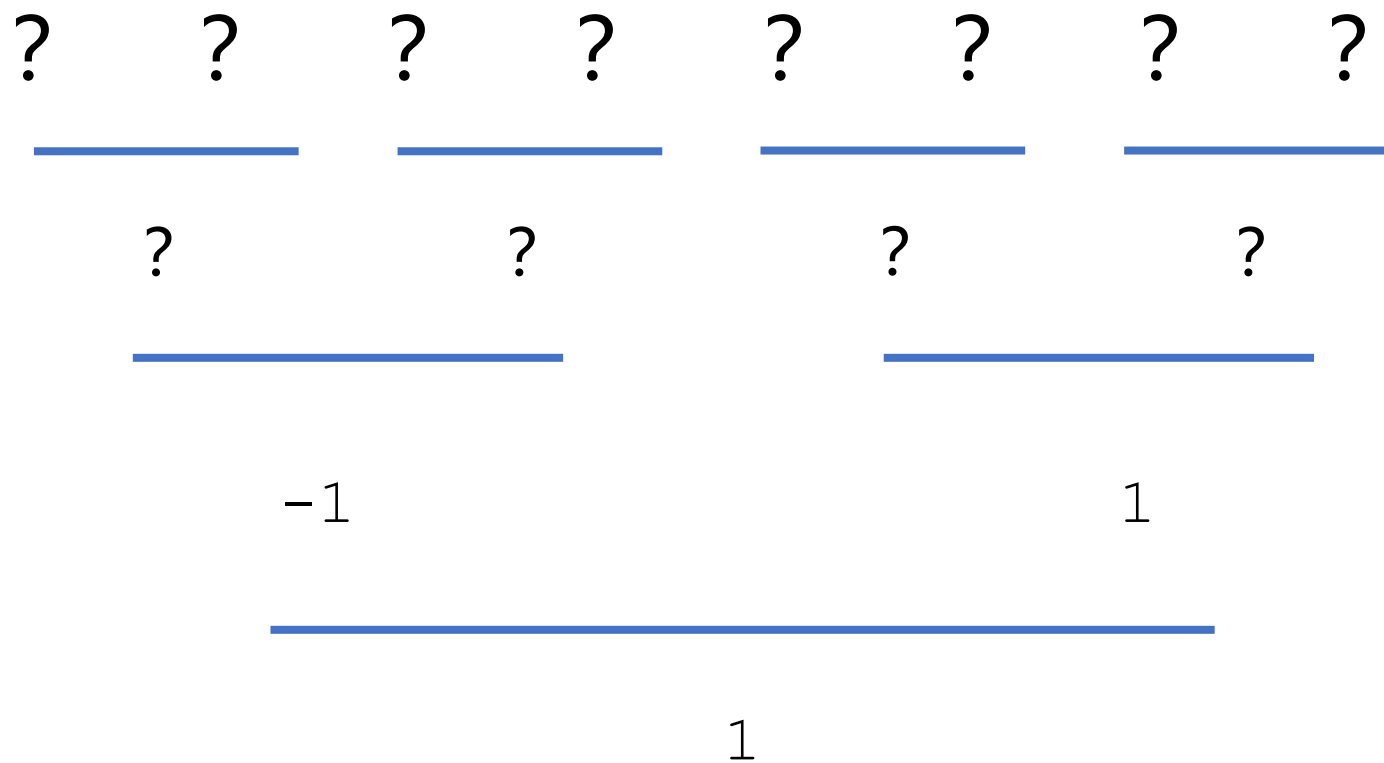
?



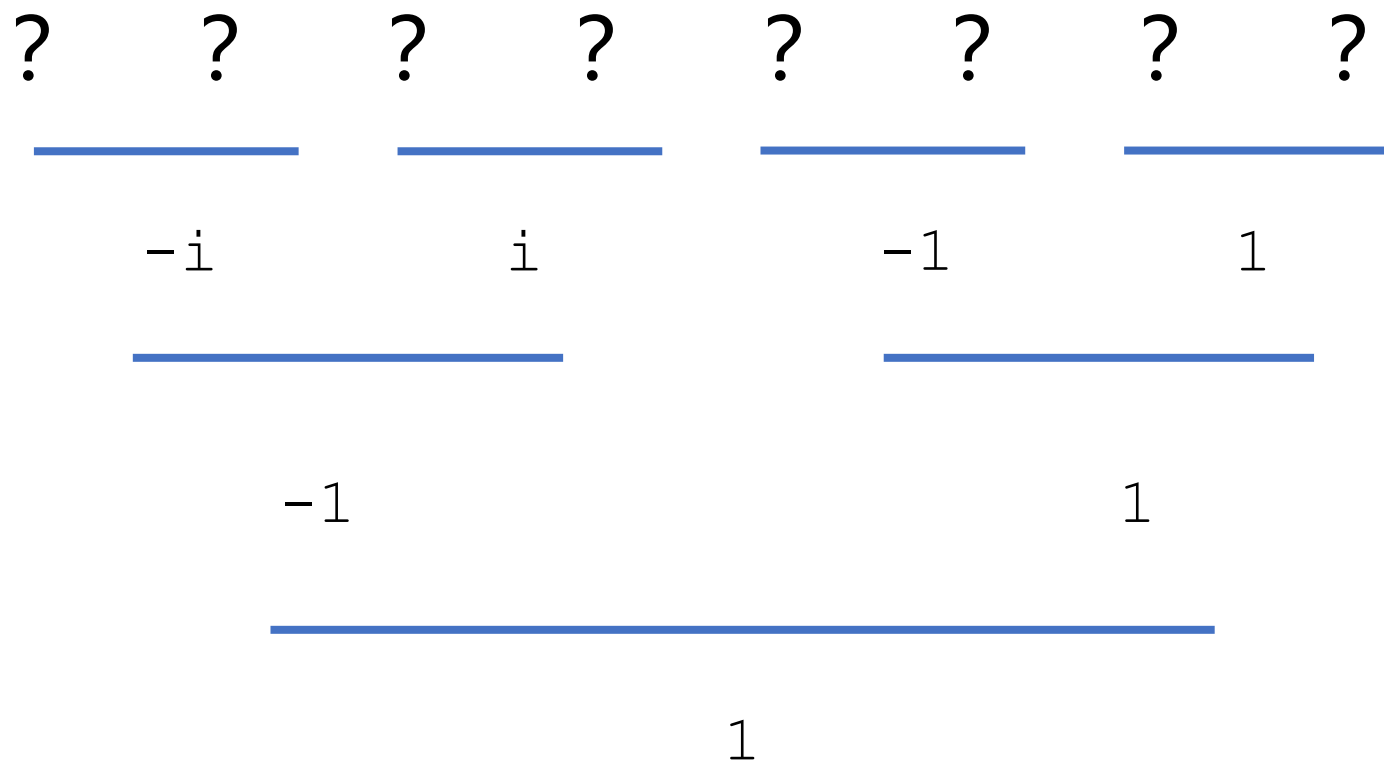
天才想法₁：快速取值



天才想法1：快速取值



天才想法1：快速取值



天才想法1：快速取值

$$\begin{matrix} -i & i & -1 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i & -\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i & -\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i & \sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i \end{matrix}$$

天才想法2：复平面上的单位圆

大约用时： (10 mins)

下一部分：FFT 算法闪亮登场

天才想法2：复平面上的单位圆



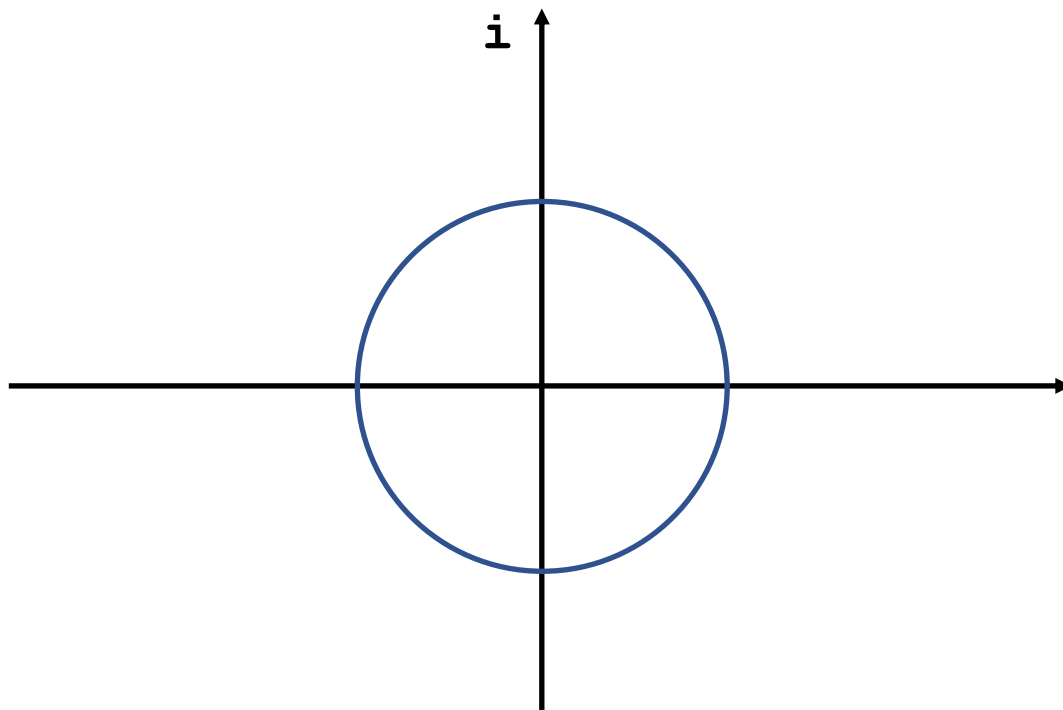
$-i$ i -1 1

$\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$ $-\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$ $-\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$ $\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$

天才想法2：复平面上的单位圆



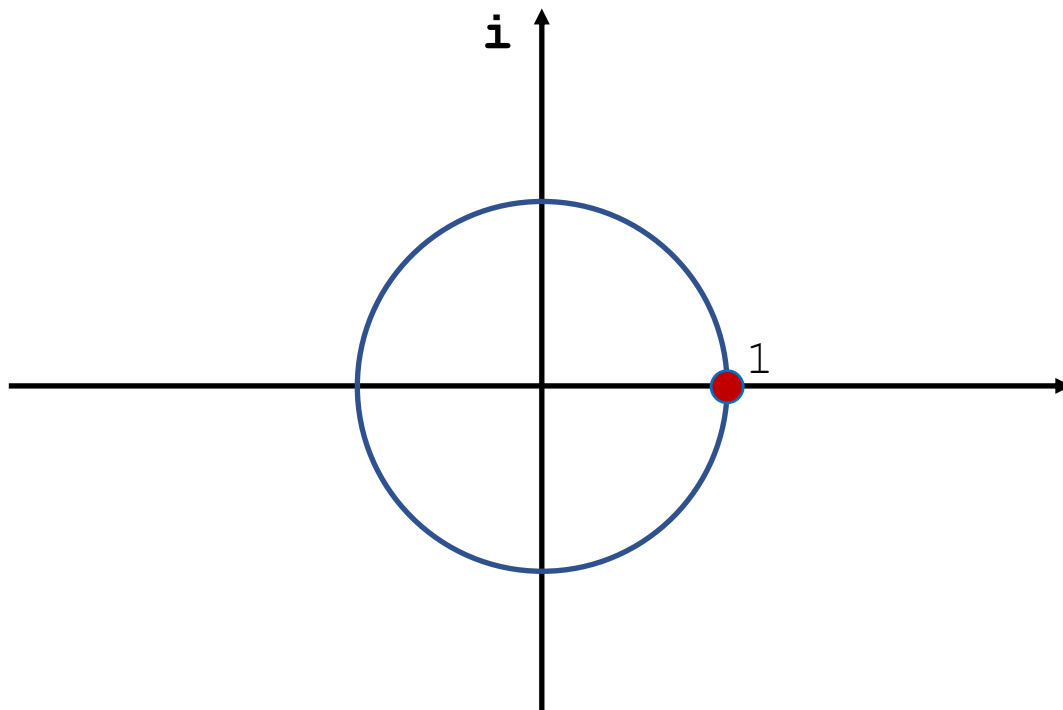
	$-i$	i	-1	1
$\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$	$-\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$	$-\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$	$\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$	



天才想法2：复平面上的单位圆



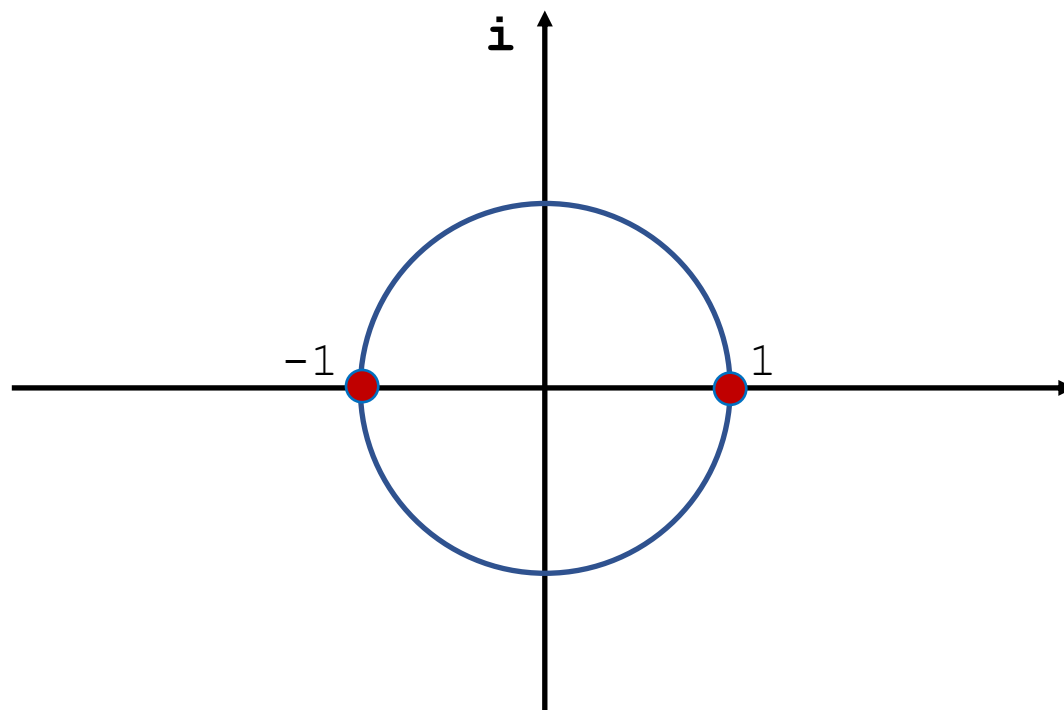
	$-i$	i	-1	
$\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$	$-\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$	$-\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$	$\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$	



天才想法2：复平面上的单位圆



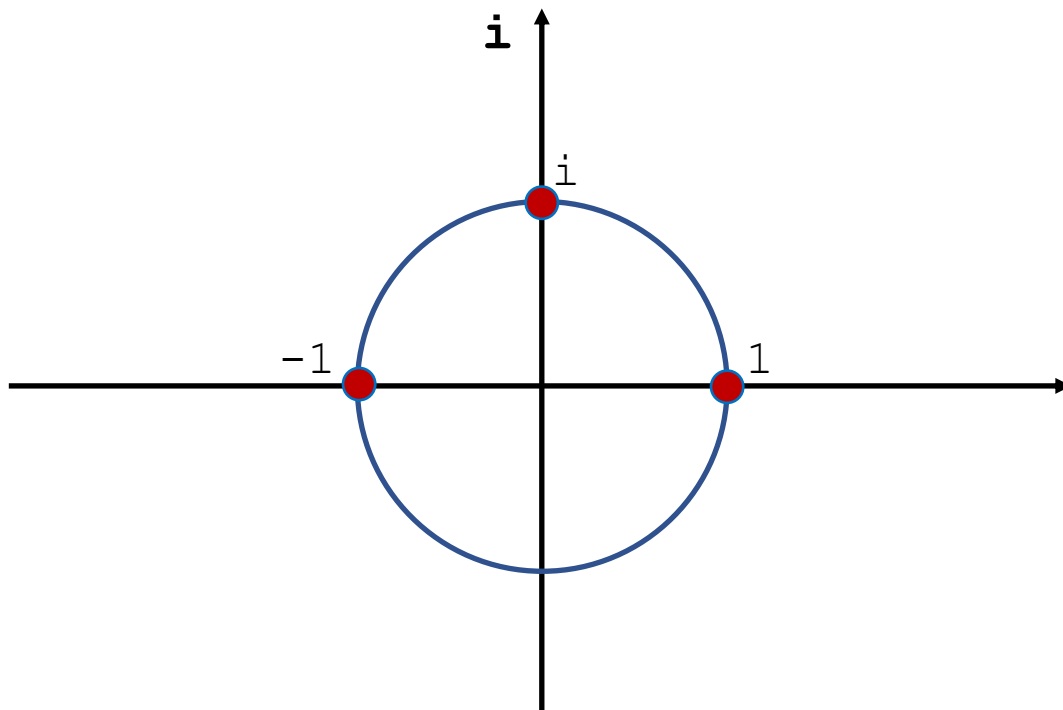
$$\begin{array}{cccc} & -i & i & \\ \sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i & -\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i & -\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i & \sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i \end{array}$$



天才想法2：复平面上的单位圆



$$\begin{array}{cccc} & & -i & \\ \sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i & -\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i & -\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i & \sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i \end{array}$$



天才想法2：复平面上的单位圆

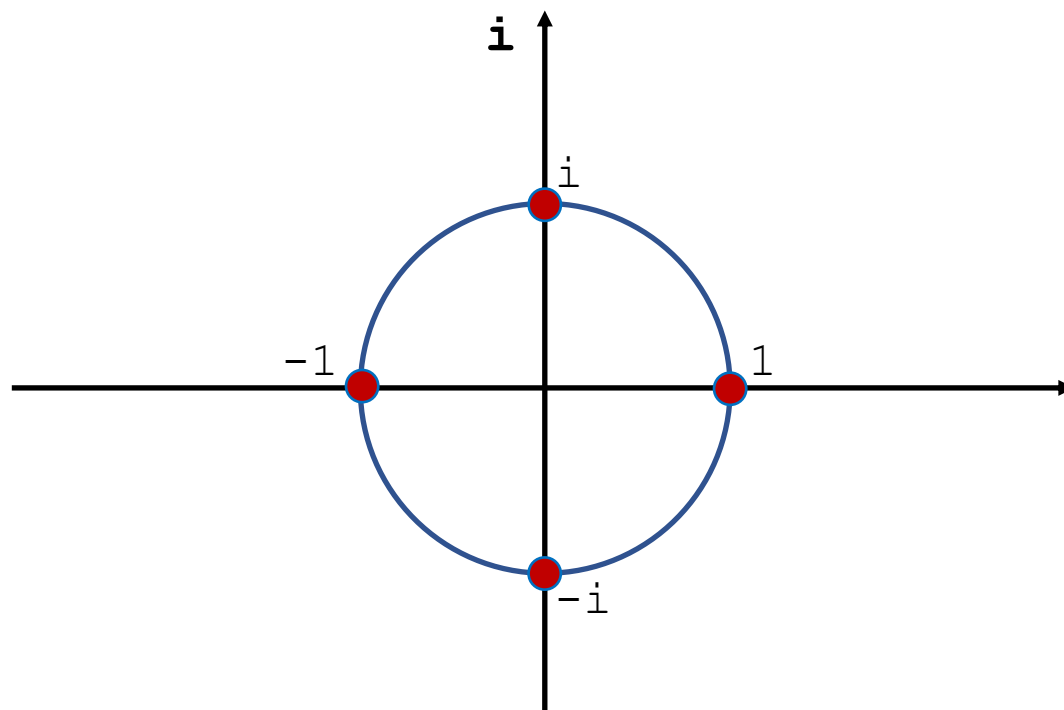


$$\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$$

$$-\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$$

$$-\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$$

$$\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$$



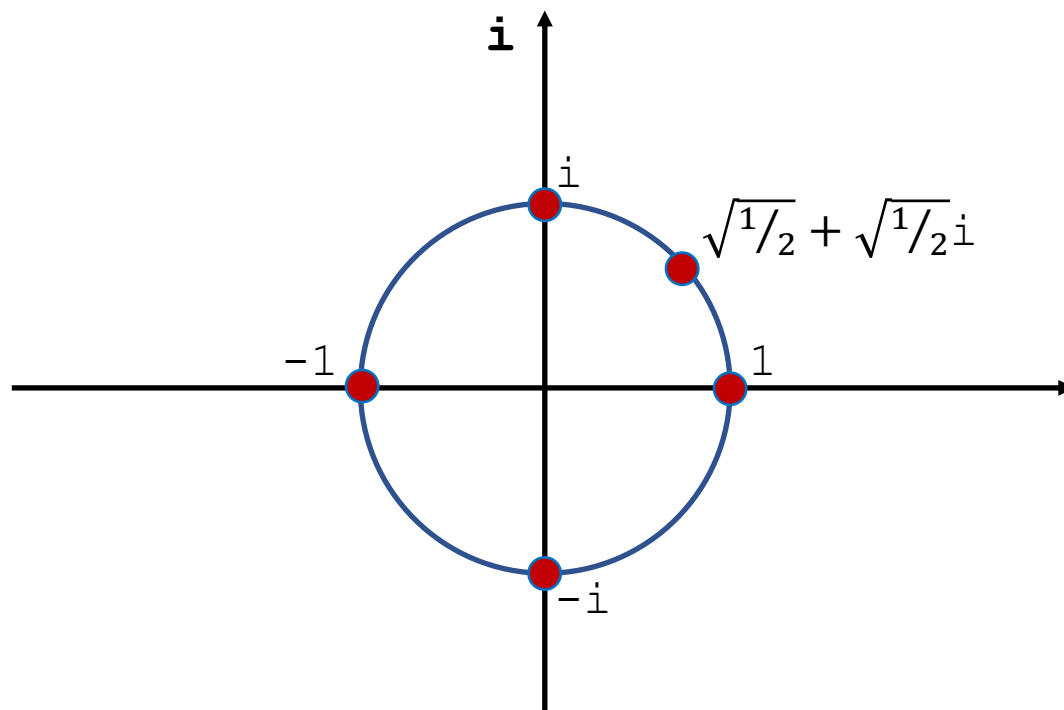
天才想法2：复平面上的单位圆



$$\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$$

$$-\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$$

$$-\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$$

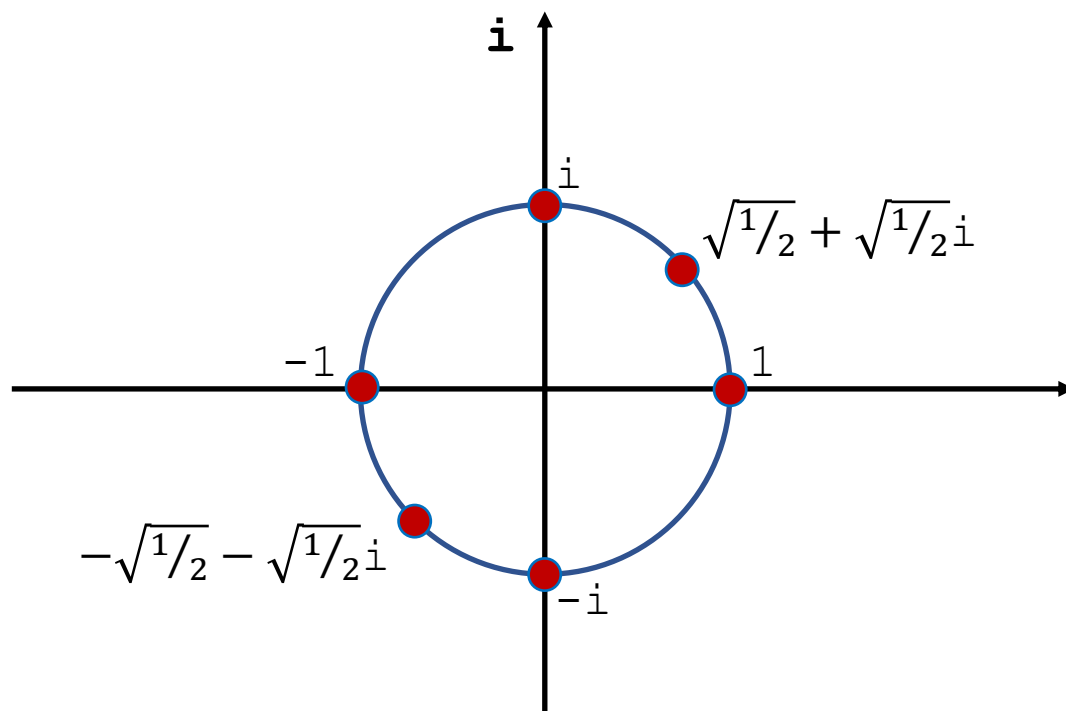


天才想法2：复平面上的单位圆



$$\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$$

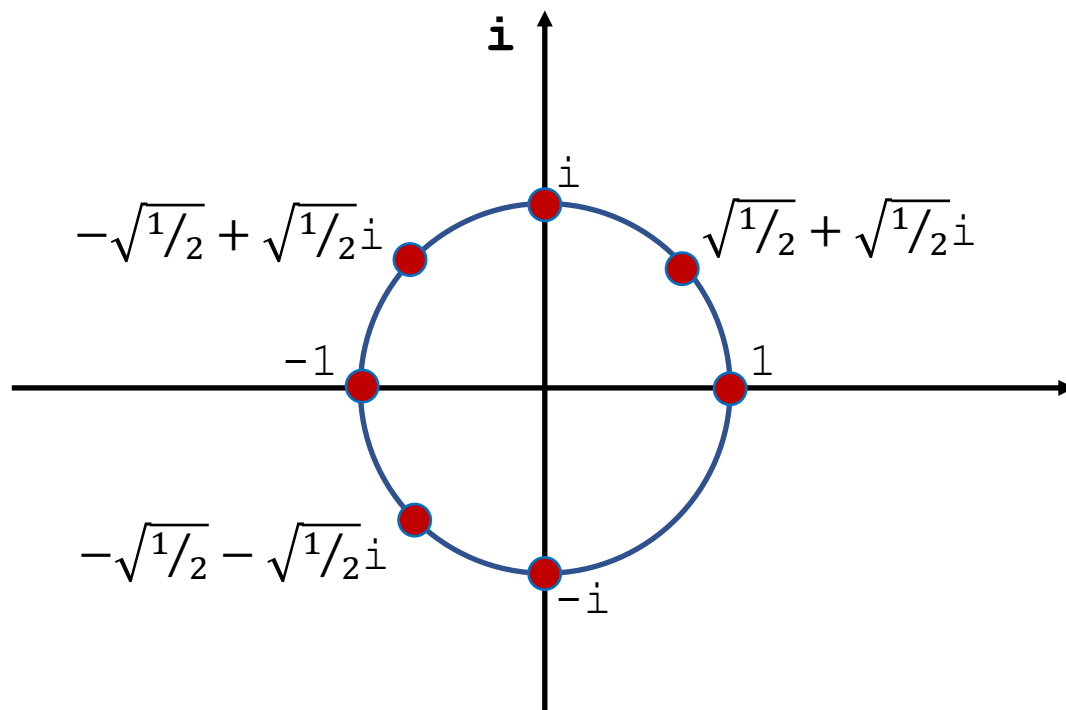
$$-\sqrt{1/2} + \sqrt{1/2}i$$



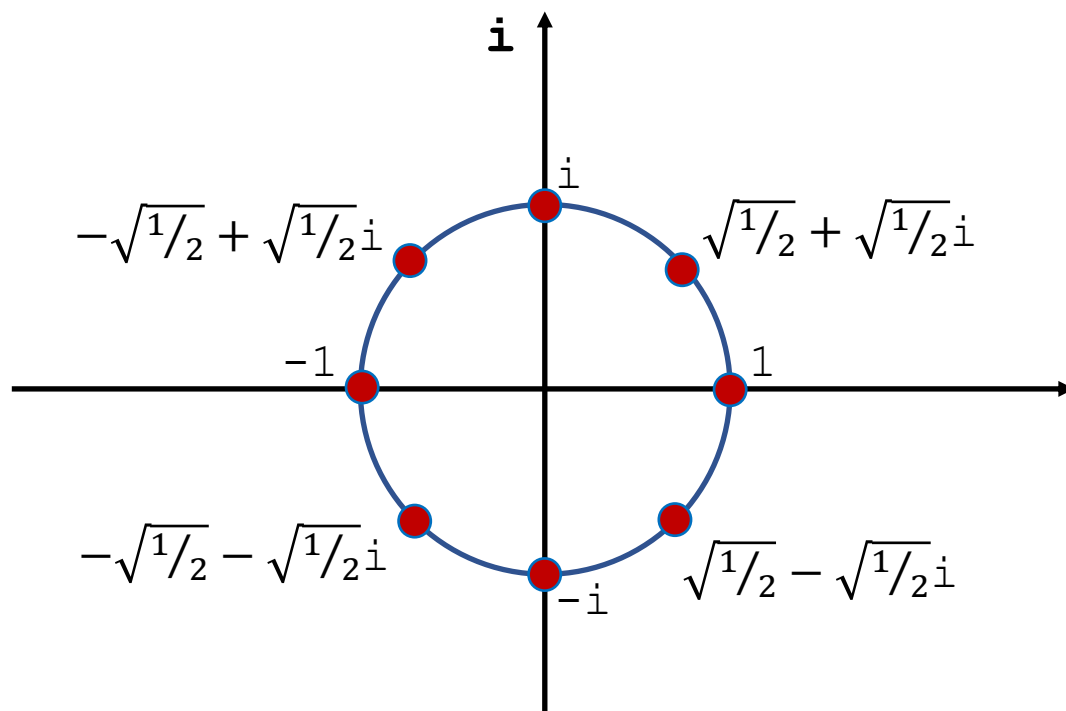
天才想法2：复平面上的单位圆



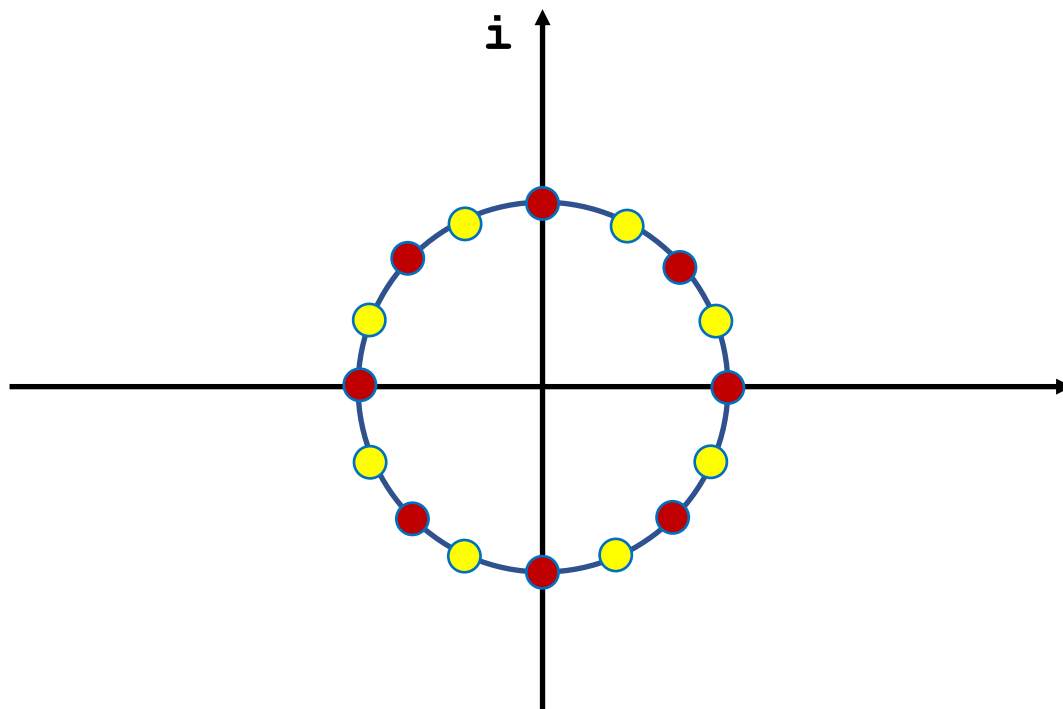
$$\sqrt{1/2} - \sqrt{1/2}i$$



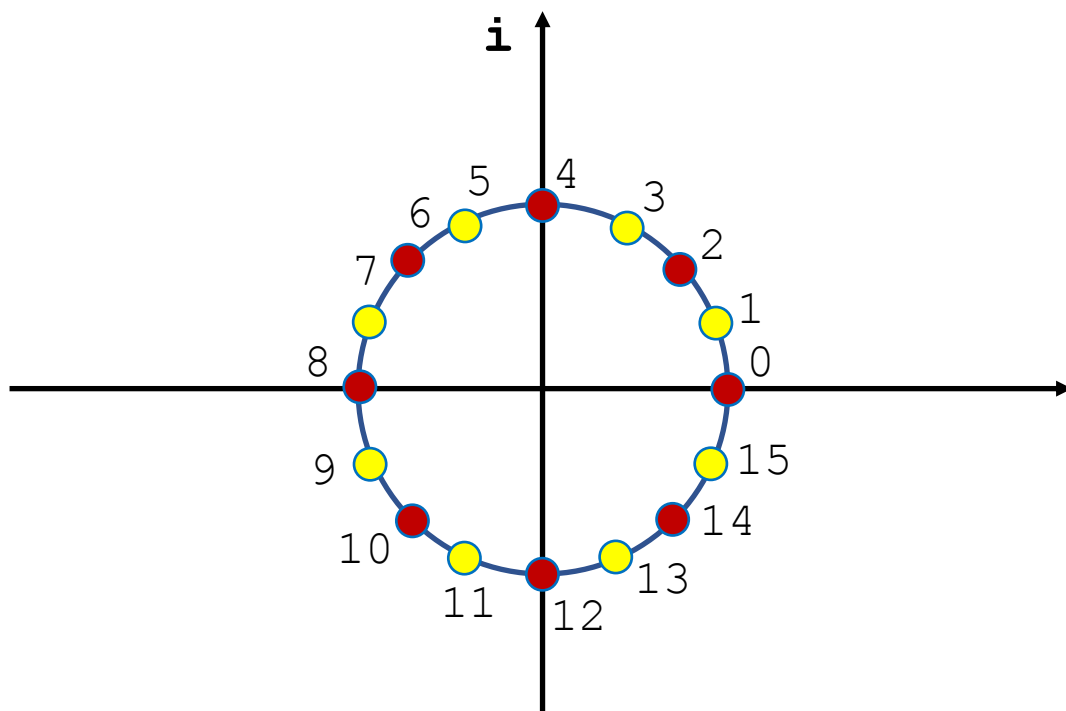
天才想法2：复平面上的单位圆



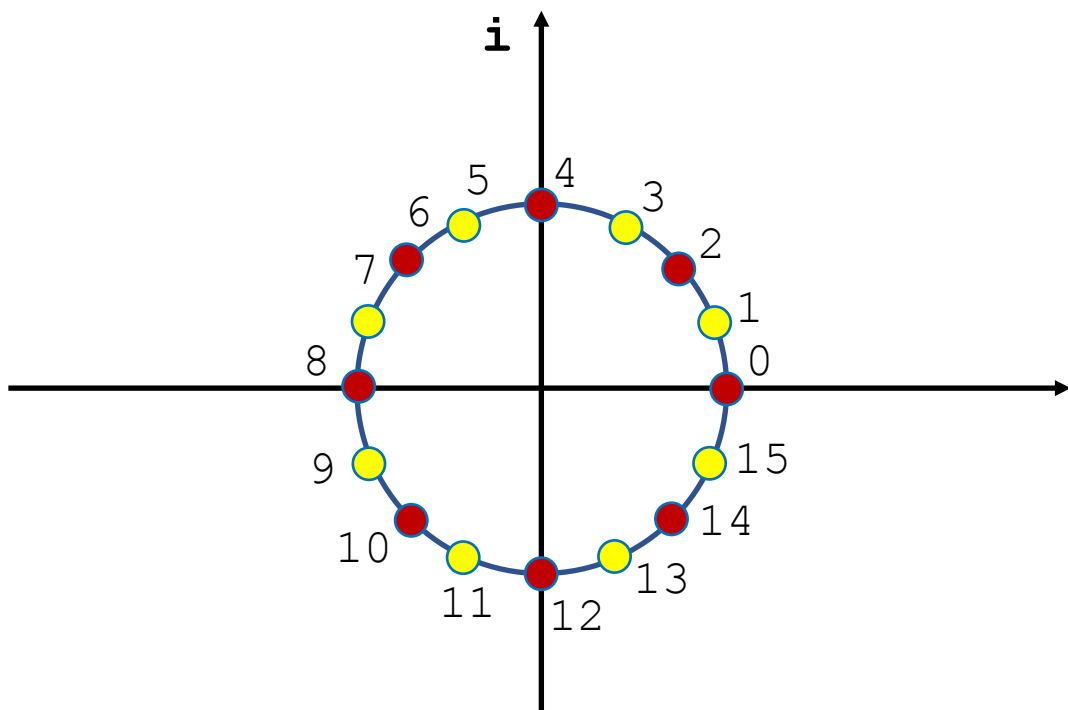
天才想法2：复平面上的单位圆



天才想法2：复平面上的单位圆

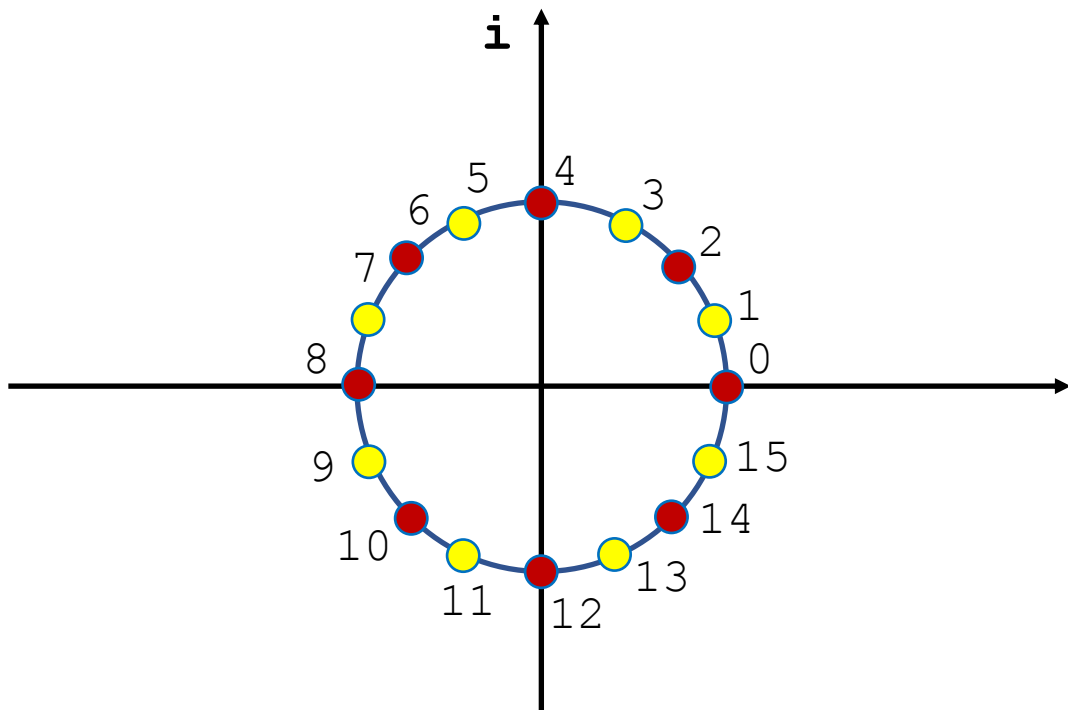


天才想法2：复平面上的单位圆



$$\omega_n^k = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

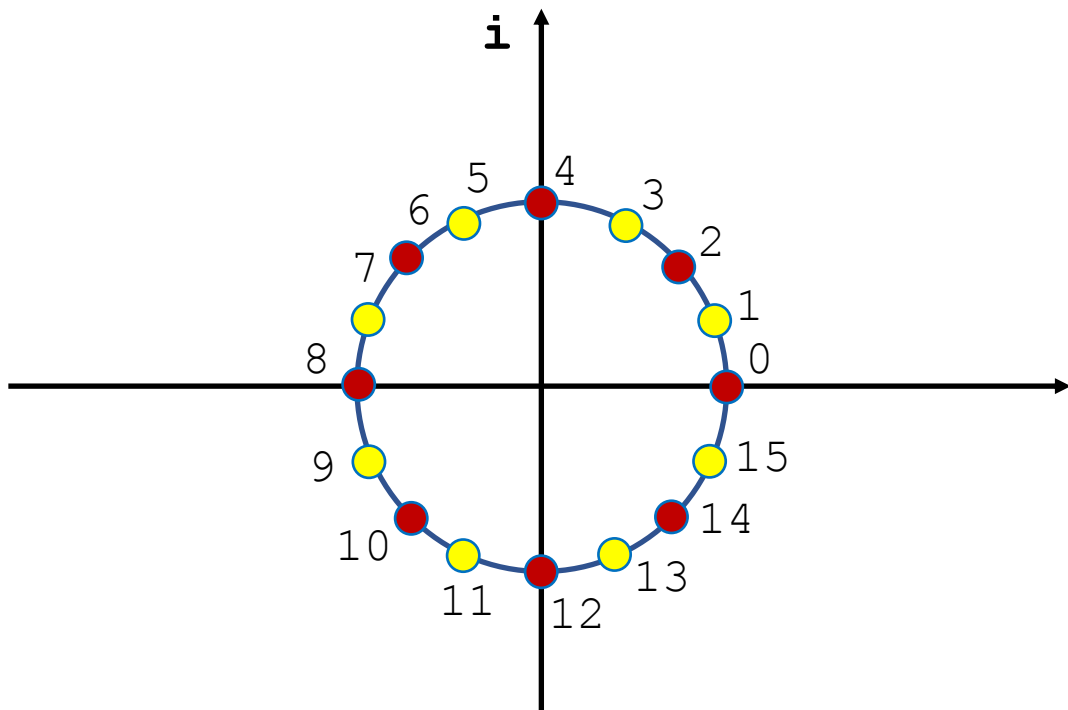
天才想法2：复平面上的单位圆



$$\omega_n^k = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

$$(\omega_n^k)^2 = \omega_n^{2k} = \omega_{n/2}^k$$

天才想法2：复平面上的单位圆

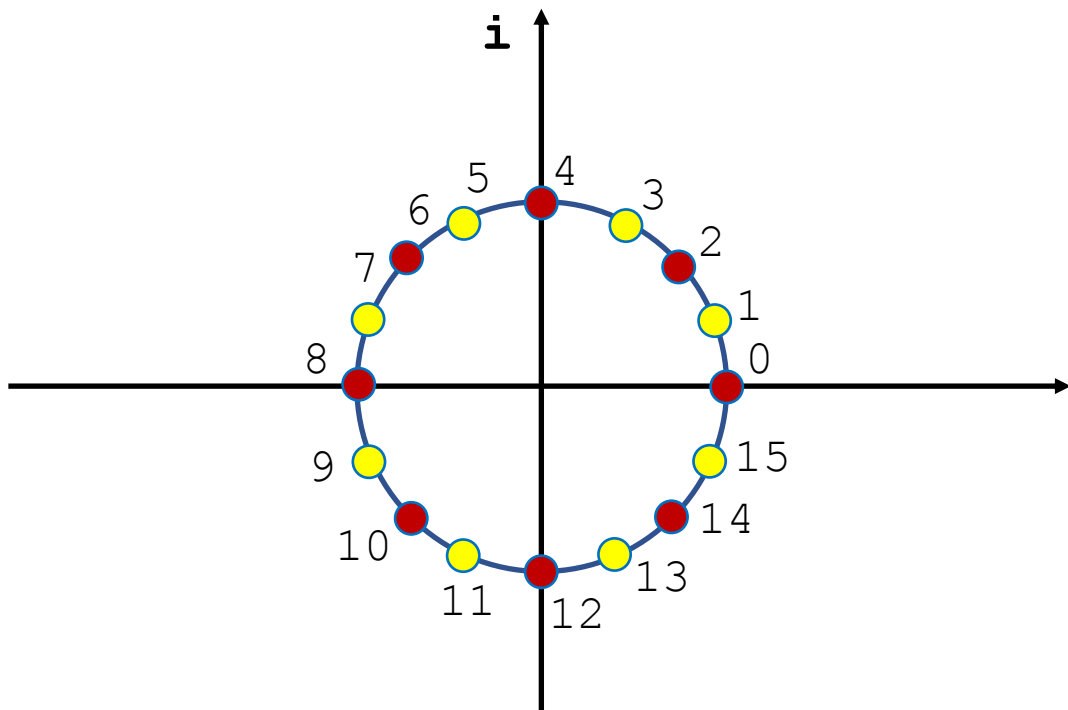


$$\omega_n^k = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

$$(\omega_n^k)^2 = \omega_n^{2k} = \omega_{n/2}^k$$

$$-\omega_n^k = \omega_n^{k+n/2}$$

天才想法2：复平面上的单位圆



$$\omega_n^k = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

$$(\omega_n^k)^2 = \omega_n^{2k} = \omega_{n/2}^k$$

$$-\omega_n^k = \omega_n^{k+n/2}$$

$$\omega_n^{-k} = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) - \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

天才想法2：复平面上的单位圆



$$\begin{aligned}f(x) &= P_0(x^2) + x P_1(x^2) \\f(-x) &= P_0(x^2) - x P_1(x^2)\end{aligned}$$

$$\omega_n^k = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

$$(\omega_n^k)^2 = \omega_n^{2k} = \omega_{n/2}^k$$

$$-\omega_n^k = \omega_n^{k+n/2}$$

$$\omega_n^{-k} = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) - \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

天才想法2：复平面上的单位圆



$$\begin{aligned}f(x) &= P_0(x^2) + x P_1(x^2) \\f(-x) &= P_0(x^2) - x P_1(x^2)\end{aligned}$$

$$f(\omega_n^k) = P_0(\omega_{n/2}^k) + \omega_n^k P_1(\omega_{n/2}^k)$$

$$f(\omega_n^{k+n/2}) = P_0(\omega_{n/2}^k) - \omega_n^k P_1(\omega_{n/2}^k)$$

$$\omega_n^k = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

$$(\omega_n^k)^2 = \omega_n^{2k} = \omega_{n/2}^k$$

$$-\omega_n^k = \omega_n^{k+n/2}$$

$$\omega_n^{-k} = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) - \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right)i$$

FFT 算法闪亮登场

大约用时: (10 mins)

下一部分: 实战问题-多项式系数求解

FFT 算法闪亮登场

$$f(x) = P_0(x^2) + x P_1(x^2)$$

$$f(-x) = P_0(x^2) - x P_1(x^2)$$

$$f(\omega_n^k) = P_0(\omega_{n/2}^k) + \omega_n^k P_1(\omega_{n/2}^k)$$

$$f(\omega_n^{k+n/2}) = P_0(\omega_{n/2}^k) - \omega_n^k P_1(\omega_{n/2}^k)$$

$$\omega_n^k = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right) i$$

$$(\omega_n^k)^2 = \omega_n^{2k} = \omega_{n/2}^k$$

$$-\omega_n^k = \omega_n^{k+n/2}$$

$$\omega_n^{-k} = \cos\left(\frac{2\pi k}{n}\right) - \sin\left(\frac{2\pi k}{n}\right) i$$

FFT 算法闪亮登场

$$f(\omega_n^k) = P_0(\omega_{n/2}^k) + \omega_n^k P_1(\omega_{n/2}^k)$$

$$f(\omega_n^{k+n/2}) = P_0(\omega_{n/2}^k) - \omega_n^k P_1(\omega_{n/2}^k)$$



```
function f(a, n) :  
    P0=f(aodd , n/2);  
    P1=f(aeven, n/2);  
    merge(P0+xP1 , P0-xP1);
```

$O(n \log n)$

实战问题：多项式系数求解

大约用时：（10 mins）

下一部分：经典面试题刷题专项环节

实战问题：多项式系数求解

问题描述：给出 $A(x)$ ， $B(x)$ 多项式的系数表示，求 $C(x)=A(x)*B(x)$ 的系数表示

假设： $A(x)$ 的系数表示为 $(1, 1)$ ， $B(x)$ 的系数表示为 $(1, 3)$

则： $C(x)$ 的系数表示为 $(1, 4, 3)$

$$A(x)=x+1$$

$$B(x)=3x+1$$

$$C(x)=3x^2+4x+1$$

实战问题：多项式系数求解

问题描述：给出 $A(x)$, $B(x)$ 多项式的系数表示，求 $C(x)=A(x)*B(x)$ 的系数表示

假设： $A(x)$ 的系数表示为 $(1, 1)$ ， $B(x)$ 的系数表示为 $(1, 3)$

则： $C(x)$ 的系数表示为 $(1, 4, 3)$

A 的 4 个点值表示： (x_0, a_0) 、 (x_1, a_1) 、 (x_2, a_2) 、 (x_3, a_3)

B 的 4 个点值表示： (x_0, b_0) 、 (x_1, b_1) 、 (x_2, b_2) 、 (x_3, b_3)

C 的 4 个点值表示： (x_0, a_0*b_0) 、 (x_1, a_1*b_1) 、 (x_2, a_2*b_2) 、 (x_3, a_3*b_3)

实战问题：多项式系数求解

问题描述：给出 $A(x)$ ， $B(x)$ 多项式的系数表示，求 $C(x)=A(x)*B(x)$ 的系数表示

A 的 4 个点值表示： (ω_4^0, a_0) 、 (ω_4^1, a_1) 、 (ω_4^2, a_2) 、 (ω_4^3, a_3)

B 的 4 个点值表示： (ω_4^0, b_0) 、 (ω_4^1, b_1) 、 (ω_4^2, b_2) 、 (ω_4^3, b_3)

C 的 4 个点值表示： (ω_4^0, a_0*b_0) 、 (ω_4^1, a_1*b_1) 、 (ω_4^2, a_2*b_2) 、 (ω_4^3, a_3*b_3)

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \omega_4^0 & (\omega_4^0)^2 & (\omega_4^0)^3 \\ 1 & \omega_4^1 & (\omega_4^1)^2 & (\omega_4^1)^3 \\ 1 & \omega_4^2 & (\omega_4^2)^2 & (\omega_4^2)^3 \\ 1 & \omega_4^3 & (\omega_4^3)^2 & (\omega_4^3)^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

实战问题：多项式系数求解

问题描述：给出 $A(x)$, $B(x)$ 多项式的系数表示，求 $C(x) = A(x) * B(x)$ 的系数表示

A 的 4 个点值表示: (ω_4^0, a_0) 、 (ω_4^1, a_1) 、 (ω_4^2, a_2) 、 (ω_4^3, a_3)

B 的 4 个点值表示: (ω_4^0, b_0) 、 (ω_4^1, b_1) 、 (ω_4^2, b_2) 、 (ω_4^3, b_3)

C 的 4 个点值表示: $(\omega_4^0, a_0 * b_0)$ 、 $(\omega_4^1, a_1 * b_1)$ 、 $(\omega_4^2, a_2 * b_2)$ 、 $(\omega_4^3, a_3 * b_3)$

$$P = WC$$

实战问题：多项式系数求解

问题描述：给出 $A(x)$, $B(x)$ 多项式的系数表示，求 $C(x) = A(x) * B(x)$ 的系数表示

A 的 4 个点值表示： (ω_4^0, a_0) 、 (ω_4^1, a_1) 、 (ω_4^2, a_2) 、 (ω_4^3, a_3)

B 的 4 个点值表示： (ω_4^0, b_0) 、 (ω_4^1, b_1) 、 (ω_4^2, b_2) 、 (ω_4^3, b_3)

C 的 4 个点值表示： $(\omega_4^0, a_0 * b_0)$ 、 $(\omega_4^1, a_1 * b_1)$ 、 $(\omega_4^2, a_2 * b_2)$ 、 $(\omega_4^3, a_3 * b_3)$

$$W^{-1}P = W^{-1}WC = EC = C$$

实战问题：多项式系数求解

问题描述：给出 $A(x)$ ， $B(x)$ 多项式的系数表示，求 $C(x)=A(x)*B(x)$ 的系数表示

A 的 4 个点值表示： (ω_4^0, a_0) 、 (ω_4^1, a_1) 、 (ω_4^2, a_2) 、 (ω_4^3, a_3)

B 的 4 个点值表示： (ω_4^0, b_0) 、 (ω_4^1, b_1) 、 (ω_4^2, b_2) 、 (ω_4^3, b_3)

C 的 4 个点值表示： (ω_4^0, a_0*b_0) 、 (ω_4^1, a_1*b_1) 、 (ω_4^2, a_2*b_2) 、 (ω_4^3, a_3*b_3)

$$\begin{bmatrix} 1/4 & \omega_4^0/4 & (\omega_4^0)^2/4 & (\omega_4^0)^3/4 \\ 1/4 & \omega_4^{-1}/4 & (\omega_4^{-1})^2/4 & (\omega_4^{-1})^3/4 \\ 1/4 & \omega_4^{-2}/4 & (\omega_4^{-2})^2/4 & (\omega_4^{-2})^3/4 \\ 1/4 & \omega_4^{-3}/4 & (\omega_4^{-3})^2/4 & (\omega_4^{-3})^3/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

实战问题：多项式系数求解

问题描述：给出 $A(x)$ ， $B(x)$ 多项式的系数表示，求 $C(x)=A(x)*B(x)$ 的系数表示

A 的 4 个点值表示： (ω_4^0, a_0) 、 (ω_4^1, a_1) 、 (ω_4^2, a_2) 、 (ω_4^3, a_3)

B 的 4 个点值表示： (ω_4^0, b_0) 、 (ω_4^1, b_1) 、 (ω_4^2, b_2) 、 (ω_4^3, b_3)

C 的 4 个点值表示： (ω_4^0, a_0*b_0) 、 (ω_4^1, a_1*b_1) 、 (ω_4^2, a_2*b_2) 、 (ω_4^3, a_3*b_3)

$$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & \omega_4^0 & (\omega_4^0)^2 & (\omega_4^0)^3 \\ 1 & \omega_4^{-1} & (\omega_4^{-1})^2 & (\omega_4^{-1})^3 \\ 1 & \omega_4^{-2} & (\omega_4^{-2})^2 & (\omega_4^{-2})^3 \\ 1 & \omega_4^{-3} & (\omega_4^{-3})^2 & (\omega_4^{-3})^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$$

经典面试题刷题专项环节

大约用时：（120 mins）

下一部分：大家晚安

问题板书



每天都想干翻这个世界
到头来，被世界干的服服帖帖

大家晚安
--船长