

Ejercicio 1. Demostrar usando el método de diagonalización que el siguiente lenguaje es indecidible:

$$\text{DUP} = \{\langle M, w \rangle \mid M \text{ es una M.T. que duplica } w, \text{ es decir, } M(w) \text{ termina con } ww \text{ escrita en la cinta}\}$$

Ejercicio 2. Las *máquinas de Turing lectoras* (M.T.L.) son una variante de las máquinas de Turing en la que la máquina sólo puede escribir blancos ($_$) en la cinta. Considerar el siguiente lenguaje:

$$A_{MTL} = \{\langle M, w \rangle \mid M \text{ es una M.T.L. que acepta la palabra } w\}$$

- (a) ¿Es A_{MTL} decidable?
- (b) ¿Es A_{MTL} semi-decidible?

Ejercicio 3. Considerar el siguiente lenguaje:

$$\text{BB} = \{a^n b^m \mid \text{para toda M.T. } M \text{ de } n \text{ estados, o bien } M(\epsilon) \text{ no termina o bien termina en menos de } m \text{ pasos}\}$$

Reducir A_{MT} a BB y concluir que BB es indecidible.

Ejercicio 4. Sean $A, B \subseteq \Sigma^*$ lenguajes en el alfabeto Σ .

- (a) Si A y B son decidibles, ¿vale necesariamente que $A \setminus B$ es decidable?
- (b) Si A y B son semi-decidibles, ¿vale necesariamente que $A \setminus B$ es semi-decidible?
- (c) Si A es indecidible y B es semi-decidible, ¿vale necesariamente que $A \setminus B$ es indecidible?

Recordar que $A \setminus B$ denota la diferencia de conjuntos, es decir, $A \cap \overline{B}$.

Justificar todas las respuestas.