

Ejercicio 1. Sea LAMBDA el lenguaje de los códigos de máquinas de Turing que aceptan la palabra vacía:

$$\text{LAMBDA} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ es una máquina de Turing tal que } M(\lambda) \text{ acepta}\}$$

¿El lenguaje LAMBDA es reconocible? Responder que sí o que no y demostrarlo.

(Recordar que “reconocible” es sinónimo de “semi-decidible”).

Ejercicio 2. Dado un lenguaje $L \subseteq \Sigma^*$, escribimos $\mathbb{M}(L)$ para denotar el conjunto de códigos de máquinas de Turing que reconocen el lenguaje L , es decir:

$$\mathbb{M}(L) = \{\langle M \rangle \mid \mathcal{L}(M) = L\}$$

1. Si L es un lenguaje reconocible, ¿ $\mathbb{M}(L)$ es decidible? Responder que sí o que no y demostrarlo.
2. Si L es un lenguaje no reconocible, ¿ $\mathbb{M}(L)$ es decidible? Responder que sí o que no y demostrarlo.

Ejercicio 3. Demostrar las siguientes afirmaciones:

1. Transitividad de las reducciones many-one: si $A \leq_m B$ y $B \leq_m C$, entonces $A \leq_m C$.
2. Transitividad de las reducciones de Turing: si $A \leq_T B$ y $B \leq_T C$, entonces $A \leq_T C$.

Ejercicio 4. Decimos que una máquina de Turing M es *acotada* si existe un número natural $n \geq 0$ tal que cada vez que M acepta una palabra lo hace en a lo sumo n pasos. Es decir, para toda palabra $w \in \Sigma^*$ tal que $M(w)$ **acepta** se tiene que $M(w)$ termina en una cantidad $m \leq n$ de pasos. Considerar el lenguaje:

$$\text{ACOTADA}_{TM} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ es una máquina de Turing acotada}\}$$

El lenguaje ACOTADA_{TM} ¿es decidible? Responder que sí o que no y demostrarlo.

Justificar todas las respuestas.