

其他东西

目录

其他东西	1
杜教多项式插值	1
求 $x^2+y^2=n$ 的(x,y)对数	2
AC 自动机 另一种写法	2
多项式相关	3
多项式除法	5

S

杜教多项式插值

```
#include<stdio.h>
#include<string.h>
#include<algorithm>
#include<assert.h>
using namespace std;
typedef long long ll;
const int mod = 1e9+7;
namespace polysum {
    #define rep(i,a,n) for (int i=a;i<n;i++)
    #define per(i,a,n) for (int i=n-1;i>=a;i--)
    const int D=2010;//最高幂次, 只需要扔这么多项进来
    ll a[D],f[D],g[D],p[D],p1[D],p2[D],b[D],h[D][2],C[D];
    ll powmod(ll a,ll b){ll res=1;a%=mod;assert(b>=0);for(;b>=>1){if(b&1)res=res*a%mod;a=a*a%mod;}return res;}
    ll calcn(int d,ll *a,ll n) { // a[0].. a[d] a[n]
        if (n<=d) return a[n];
        p1[0]=p2[0]=1;
        rep(i,0,d+1) {
            ll t=(n-i+mod)%mod;
            p1[i+1]=p1[i]*t%mod;
        }
        rep(i,0,d+1) {
            ll t=(n-d+i+mod)%mod;
            p2[i+1]=p2[i]*t%mod;
        }
        ll ans=0;
        rep(i,0,d+1) {
```

```
ll t=g[i]*g[d-i]%mod*p1[i]%mod*p2[d-i]%mod*a[i]%mod;
        if ((d-i)&1) ans=(ans-t+mod)%mod;
        else ans=(ans+t)%mod;
    }
    return ans;
}

void init(int M) { //最高幂次
    f[0]=f[1]=g[0]=g[1]=1;
    rep(i,2,M+5) f[i]=f[i-1]*i%mod;
    g[M+4]=powmod(f[M+4],mod-2);
    per(i,1,M+4) g[i]=g[i+1]*(i+1)%mod;
}

ll polysum(ll m,ll *a,ll n) { // a[0].. a[m] \sum_{i=0}^{n-1} a[i]
    ll b[D];
    for(int i=0;i<=m;i++) b[i]=a[i];
    b[m+1]=calcn(m,b,m+1);
    rep(i,1,m+2) b[i]=(b[i-1]+b[i])%mod;
    return calcn(m+1,b,n-1);
}

ll qpolysum(ll R,ll n,ll *a,ll m) { // a[0].. a[m] \sum_{i=0}^{n-1} a[i]*R^i
    if (R==1) return polysum(n,a,m);
    a[m+1]=calcn(m,a,m+1);
    ll r=powmod(R,mod-2),p3=0,p4=0,c,ans;
    h[0][0]=0;h[0][1]=1;
    rep(i,1,m+2) {
        h[i][0]=(h[i-1][0]+a[i-1])*r%mod;
        h[i][1]=h[i-1][1]*r%mod;
    }
    rep(i,0,m+2) {
        ll t=g[i]*g[m+1-i]%mod;
        if (i&1) p3=((p3-h[i][0]*t)%mod+mod)%mod,p4=((p4-h[i][1]*t)%mod+mod)%mod;
        else p3=(p3+h[i][0]*t)%mod,p4=(p4+h[i][1]*t)%mod;
    }
    c=powmod(p4,mod-2)*(mod-p3)%mod;
    rep(i,0,m+2) h[i][0]=(h[i][0]+h[i][1]*c)%mod;
    rep(i,0,m+2) C[i]=h[i][0];
    ans=(calcn(m,C,n)*powmod(R,n)-c)%mod;
```

```

        if (ans<0) ans+=mod;
        return ans;
    }
} // polysum::init();

```

求 $x^2+y^2=n$ 的(x,y)对数

```

typedef long long ll;
const ll inf = 1e9+7;
const ll maxn = 2e5+7;
int solve(int n){
    int sum=0;
    for(int i=1;i*i<=n;i++){
        if(n%i==0){
            if(i%4==1)sum++;
            else if(i%4==3)sum--;
            if(i*i!=n){
                if(n/i%4==1)sum++;
                else if(n/i%4==3)sum--;
            }
        }
    }
    return sum*4;
}
int solve2(int n){
    while(n%2==0)n/=2;
    int res=4;
    for(int i=2;i*i<=n;i++){
        if(n%i==0){
            int sum=0;
            while(n%i==0)n/=i,sum++;
            if(i%4==1)
                res=res*(sum+1);
            else if(i%4==3&&sum%2==1)
                return 0;
        }
    }
    if(n>1){
        if(n%4==1)
            res=res*2;
    }
    return res;
}

```

AC 自动机 另一种写法

```

// 2016 南宁 D
// 复杂度是所有串的 len 和
// 题意: 是否存在一个排列, 使得能一一对应
// 做法: 求每个点前相同 val 的 len 差, 然后直接 AC 自动机
// 修改 fail 的写法
namespace ACM {
    const int maxn=1e6+7;
    map<int,int> next[maxn];
    int fail[maxn],len[maxn],tot;
    bool mark[maxn];
    void init() {
        tot=0; len[0]=0; fail[0]=0; mark[0]=0; next[0].clear();
    }
    void insert(int s[],int n) {
        int i,p=0;
        REP(i,n) {
            int c=s[i];
            if (!next[p].count(c)) {
                next[p][c]=++tot; len[tot]=len[p]+1;
                fail[tot]=0; mark[tot]=0;
                next[tot].clear();
            } p=next[p][c];
        } mark[p]=1;
    }
    int Q[maxn],ST,ED;
    inline int getnext(int x,int c){
        for (;x=fail[x]){
            if (len[x]+1<=c) c=0;
            if (!x||next[x].count(c)) break;
        } if (next[x].count(c)) return next[x][c];
        return x;
    }
    void buildAC() {
        ST=0; ED=-1; Q[++ED]=0;
        while (ST<=ED) {
            int p=Q[ST++];
            for (auto now:next[p]){
                int c=now.first,nxt=now.second;
                if (p) fail[nxt]=getnext(fail[p],c);
                else fail[nxt]=0;
                Q[++ED]=nxt;
            } mark[p]=mark[fail[p]];
        }
    }
}

```

```

}
bool query(int a[],int n) {
    int p=0,have=0,i;
    REP(i,n) {
        int c=a[i]; p=getnext(p,c);
        have|=mark[p];
    } return have;
}
}

```

多项式相关

```

// 主要思路不是这个裸的乘法啥的啊!
// from picks' blog
// 对  $G(F(x))=0$  进行泰勒展开
//  $G'(F_{t+1}(x))=G(F_t(x))+G'(F_t(x))/1*(F_{t+1}-F_t)^1+....$ 
// 后方的系数在  $\text{mod } x^{2^{t+1}}$  的意义下全是 0!(因为减的那里的系数是  $2^t$ )
//  $F_{t+1}(x)=F_t(x)-G(F_t(x))/G'(F_t(x))$ 
// 所以手动求个导数即可!
// 注意这个  $G(F_t)$ 就是满足的那个式子! 注意要有常数项(否则可以全是  $0=_=!$ )
// 三角函数需要利用虚数来做,  $e^{iF(x)}=\cos(F(x))+i\sin(F(x))$ 
//  $\exp(x): F_{t+1}(x)=F_t(x)-F_t(x)*((\ln(F_t(x))-P(x))*F_t(x))$ 
//  $\ln(x): \ln(F(x))=\int F'(x)/F(x)$ 
// 注意  $F[0]$ 要是 0, 因为求导的时候会去掉这个贡献, 积分回来
// 当且仅当常数项有逆元, 可以多项式求逆
// 求逆:  $C*A \equiv 1 \pmod{x^n}$ 
//  $B*A \equiv 1 \pmod{x^{(n/2)}}$ 
//  $(B*A-1)*(B*A-1) \equiv 0 \pmod{x^{(n/2)}}$ 
//  $B*B*A*A-2*A*B+1 \equiv 0 \pmod{x^n}$ 
//  $B*B*A-2*B+C \equiv 0 \pmod{x^n}$ 
//  $C \equiv B*(2-A*B) \pmod{x^n}$ 

// 求根:  $C*C \equiv A \pmod{x^n}$ 
//  $B*B \equiv A \pmod{x^{n/2}}$ 
//  $(B*B-A)*(B*B-A) \equiv 0 \pmod{x^n}$ 
//  $B*B*B*B-2*C*B+B+C*C*C \equiv 0 \pmod{x^n}$ 
//  $(B*B+C*C)*(B*B+C*C) \equiv 4*C*B \pmod{x^n}$ 
//  $B*B+A \equiv 2*C*B \pmod{x^n}$ 
//  $C=(B*B+A)/(2*B)$ 
namespace FFT {

```

```

const int maxn=1<<18|7;
struct complex {
    double a,b;
    complex(double _a=.0,double _b=.0):a(_a),b(_b) {}
    complex operator+(const complex x)const {return
complex(a+x.a,b+x.b);}
    complex operator-(const complex x)const {return
complex(a-x.a,b-x.b);}
    complex operator*(const complex x)const {return
complex(a*x.a-b*x.b,a*x.b+b*x.a);}
};
complex wn[maxn];
void initwn(int l) {
    static int len=0; int i;
    if (len==l) return; else len=l;
    REP(i,len) wn[i]=complex(cos(2*pi*i/l),sin(2*pi*i/l));
}
void fft(complex *A,int len,int inv) {
    int i,j,k; initwn(len);
    for (i=1,j=len/2; i<len-1; i++) {
        if (i<j) swap(A[i],A[j]);
        k=len/2;
        while (j>=k) j-=k,k/=2;
        if (j<k) j+=k;
    } for (i=2; i<=len; i<=1) {
        for (j=0; j<len; j+=i) {
            for (k=j; k<(j+i/2); k++) {
                complex a,b; a=A[k];
                b=A[k+i/2]*wn[(ll)(k-j)*len/i];
                A[k]=a+b; A[k+i/2]=a-b;
            }
        }
    } if (inv===-1) REP(i,len)
A[i]=complex(A[i].a/len,A[i].b/len);
}
inline complex conj(const complex &A) {return complex(A.a,-
A.b);}
void mul(int *A,int *B,int *ans,int len,int mod) { //ans=A*B
    static complex x1[maxn],x2[maxn];
    static complex x3[maxn],x4[maxn];
    static const int S=1<<15; int i;
    REP(i,len) x1[i]=complex(A[i]/S,A[i]%S);
    REP(i,len) x2[i]=complex(B[i]/S,B[i]%S);
    fft(x1,len,1); fft(x2,len,1);
    REP(i,len) {/这个 k1, b1 就是前面的, 这就减掉了一

```

半常数

```
int j=(len-i)&(len-1);
complex
k1=(conj(x1[i])+x1[j])*complex(0.5,0);//dft k1
complex b1=(conj(x1[i])-
x1[j])*complex(0,0.5);//dft b1
complex
k2=(conj(x2[i])+x2[j])*complex(0.5,0);//dft k2
complex b2=(conj(x2[i])-
x2[j])*complex(0,0.5);//dft b2
x3[i]=k1*k2+k1*b2*complex(0,1);
x4[i]=b1*k2+b1*b2*complex(0,1);
} fft(x3,len,-1); fft(x4,len,-1);
REP(i,len) {
    ll kk=x3[i].a+0.5,kb=x3[i].b+0.5;
    ll bk=x4[i].a+0.5,bb=x4[i].b+0.5;

ans[i]=((kk%mod*S%mod+kb+bk)%mod*S%mod+bb)%mod;
}
}

const ll Mod=19260817;
// 下方的东西和 ntt 就根本无关, 这个模数是可以改的,
是多项式相关的东西
// 也就是说, 这个模数完全可以取其他的, 然后高精度的
mtt 来求, 不过可能会 T 到死
int elnv[maxn];
void initinv(int l) {
    int i; elnv[0]=elnv[1]=1;
    rep(i,2,l) elnv[i]=(Mod-Mod/i)*elnv[Mod%i]%Mod;
}
void Ftof(int *A,int *B,int l) {//derivative 求导
    int i;
    FOR(i,1,l) B[i-1]=(ll)A[i]*i%Mod;
}
void ftoF(int *A,int *B,int l) {//integral 积分
    int i; // todo:get B[0], getinv
    rFOR(i,1,l) B[i]=(ll)A[i-1]*elnv[i]%Mod;
    B[0]=0;
}
void inv(int *A,int *B,int l) { //B=inv(A)
    static int C[maxn],D[maxn];
    B[0]=elnv[A[0]]; B[1]=0;
    for (int len=2; len<=l; len<=1) {
        int i; fill(B+len,B+len+len,0);
```

```
copy(A,A+len,C); fill(C+len,C+len+len,0);
mul(C,B,D,len*2,Mod); fill(D+len,D+len+len,0);
mul(D,B,D,len*2,Mod);
REP(i,len) B[i]=(B[i]*2-D[i]+Mod)%Mod;
fill(B+len,B+len+len,0);
}
}
void ln(int *A,int *B,int l) {
    static int C[maxn];
    inv(A,B,l); Ftof(A,C,l);
    mul(B,C,B,l*2,Mod);
    ftoF(B,B,l);
}
void exp(int *A,int *B,int l) {
    static int C[maxn],i;
    B[0]=1; B[1]=0;
    for (int len=2; len<=l; len<=1) {
        fill(B+len,B+len+len,0);
        ln(B,C,len); fill(C+len,C+len+len,0);
        REP(i,len) C[i]=(C[i]-A[i]+Mod)%Mod;
        mul(B,C,C,len*2,Mod);
        REP(i,len) B[i]=(B[i]-C[i]+Mod)%Mod;
    }
}
//这里是更高一层的东西
static int A[maxn],B[maxn];
void multiply(int *a,int *b,int *ans,int n,int m)
{//C=A*B(actual)
    int len=1,i;
    while (len<n+m-2) len<=1;
    REP(i,n) A[i]=a[i]; rep(i,n,len) A[i]=0;
    REP(i,m) B[i]=b[i]; rep(i,m,len) B[i]=0;
    mul(A,B,ans,len,Mod);
}
void getexp(int *a,int *ans,int n) {
    int len=1,i;
    while (len<n) len<=1;
    REP(i,n) A[i]=a[i]; rep(i,n,len) A[i]=0;
    exp(A,ans,len);
}
void solve(int *a,int *ans,int m) {
    static int A[maxn];
    int i,j;
    FOR(i,1,m) {//无穷背包
        int now=(ll)i*a[i]%Mod;
```

```

        for (j=i-1; j<=m; j+=i) A[j]=(now+A[j])%Mod;
    } ftoF(A,A,m);
    getexp(A,ans,m+1);
}
}

```

多项式除法

```

// http://codeforces.com/contest/438/problem/E
// 题意: 问你有多少个二叉树点权从 c 中取, 而且权
// 值和是 k
// 做法: 考虑多一个点, 所以  $f[x]=\sum f[k]*f[x-k-s], (s \text{ in } c)$ 
// 所以 满足  $F=F^2*C+1$ , 左边是生成函数
// 所以  $F=[1-\sqrt{1-4C}]/2C=1/(1+\sqrt{1-4C})$ 
// 当且仅当常数项有逆元, 可以多项式求逆
// 求逆:  $C*A \equiv 1 \pmod{x^n}$ 
//  $B*A \equiv 1 \pmod{x^{n/2}}$ 
//  $(B*A-1)*(B*A-1) \equiv 0 \pmod{x^{n/2}}$ 
//  $B*B*A*A-2*A*B+1 \equiv 0 \pmod{x^n}$ 
//  $B*B*A-2*B+C \equiv 0 \pmod{x^n}$ 
//  $C \equiv B*(2-A*B) \pmod{x^n}$ 

// 求根:  $C*C \equiv A \pmod{x^n}$ 
//  $B*B \equiv A \pmod{x^{n/2}}$ 
//  $(B*B-A)*(B*B-A) \equiv 0 \pmod{x^n}$ 
//  $B*B*B*B-2*C*C*B*B+C*C*C*C \equiv 0 \pmod{x^n}$ 
//  $(B*B+C*C)*(B*B+C*C) \equiv 4*C*C*B*B \pmod{x^n}$ 
//  $B*B+A \equiv 2*C*B \pmod{x^n}$ 
//  $C=(B*B+A)/(2*B)$ 
namespace NTT {
    const int maxn=1<<20|7;
    const ll MOD=998244353;
    const ll g=3;
    int wn[maxn], invwn[maxn];
    ll mul(ll x, ll y) {
        return x*y%MOD;
    }
    ll poww(ll a, ll b) {
        ll ret=1;
        for (; b>=1; a=mul(a,a))
            if (b&1) ret=mul(ret,a);
        return ret;
    }
    void initwn(int l) {

```

```

        static int len=0;
        if (len==l) return; len=l;
        ll w=poww(g,(MOD-1)/len); int i;
        ll invw=poww(w,MOD-2);
        wn[0]=invwn[0]=1;
        rep(i,1,len) {
            wn[i]=mul(wn[i-1],w);
            invwn[i]=mul(invw,invwn[i-1]);
        }
    }
    void ntt(ll *A, int len, int inv) {
        int i, j, k; initwn(len);
        for (i=1, j=len/2; i<len-1; i++) {
            if (i<j) swap(A[i], A[j]);
            k=len/2;
            while (j>=k) j-=k, k/=2;
            if (j<k) j+=k;
        } for (i=2; i<=len; i<=1) {
            for (j=0; j<len; j+=i) {
                for (k=j; k<(j+i/2); k++) {
                    ll a, b; a=A[k];
                    if (inv== -1)
                        b=mul(A[k+i/2], invwn[(ll)(k-j)*len/i]);
                    else b=mul(A[k+i/2], wn[(ll)(k-j)*len/i]);
                    A[k]=(a+b); (A[k]>=MOD)
                        &&(A[k]-=MOD);
                    A[k+i/2]=(a-b+MOD);
                    (A[k+i/2]>=MOD) &&(A[k+i/2]-=MOD);
                }
            }
        } if (inv== -1) {
            ll vn=poww(len, MOD-2);
            REP(i, len) A[i]=mul(A[i], vn);
        }
    }
    void mul(ll *A, ll *B, ll *C, int len) { //C=A*B
        int i;
        ntt(A, len, 1); ntt(B, len, 1);
        REP(i, len) C[i]=mul(A[i], B[i]);
        ntt(C, len, -1);
    }
    void inv(ll *A, ll *B, int l) { //B=inv(A)
        static ll C[maxn];
        B[0]=poww(A[0], MOD-2); B[1]=0;

```

```

        for (int len=2; len<=l; len<=1) {
            int i; fill(B+len,B+len+len,0);
            copy(A,A+len,C);
fill(C+len,C+len+len,0);
            ntt(C,len*2,1); ntt(B,len*2,1);
            REP(i,len*2) B[i]=mul(B[i],(MOD+2-
mul(C[i],B[i])));
            ntt(B,len*2,-1); fill(B+len,B+len+len,0);
        }
    }
void sqrt(ll *A,ll *B,int l) { //B=sqrt(A)
    static ll C[maxn],_B[maxn];
    B[0]=1; B[1]=0;// 这里应该是个二次剩余
    for (int len=2; len<=l; len<=1) {
        int i; ll inv2=poww(2,MOD-2);
        inv(B,_B,len); fill(B+len,B+len+len,0);
        copy(A,A+len,C);
fill(C+len,C+len+len,0);
        ntt(C,len*2,1); ntt(_B,len*2,1);
ntt(B,len*2,1);
        REP(i,len*2)
B[i]=mul(inv2,B[i]+mul(C[i],_B[i]));
        ntt(B,len*2,-1); fill(B+len,B+len+len,0);
    }
}
static ll A[maxn],B[maxn];
void multiply(ll *a,ll *b,ll *ans,int n,int m)
{//C=A*B(actual)
    int len=1,i;
    while (len<n+m-2) len<=1;
    REP(i,n) A[i]=a[i]; rep(i,n,len) A[i]=0;
    REP(i,m) B[i]=b[i]; rep(i,m,len) B[i]=0;
    mul(A,B,ans,len);
}
void inverse(ll *a,ll *ans,int n){
    int len=1,i;
    while (len<n) len<=1;
    REP(i,n) A[i]=a[i]; rep(i,n,len) A[i]=0;
    inv(A,ans,len);
}
void getsqrt(ll *a,ll *ans,int n){
    int len=1,i;
    while (len<n) len<=1;
    REP(i,n) A[i]=a[i]; rep(i,n,len) A[i]=0;
    sqrt(A,ans,len);
}
}
void divide(ll *a,ll *b,ll *ans,int n,int m,int &l) {
    if (n<m) {l=1; ans[0]=0; return;}
    int len=1,i; l=n-m+1;
    while (len<n-m+1) len<=1;
    REP(i,n) A[i]=a[i]; reverse(A,A+n); min_(n,l);
    REP(i,m) B[i]=b[i]; reverse(B,B+m); min_(m,l);
    rep(i,m,len) B[i]=0;
    inv(B,ans,len);
    multiply(A,ans,ans,len,n);
    reverse(ans,ans+l);
}
//ans1:答案; ans2:余数
void delivery(ll *a,ll *ans1,ll *ans2,int n,int
m,int &l1,int &l2) {
    divide(a,b,ans1,n,m,l1); l2=m-1;
    multiply(b,ans1,ans2,m,l1);
    int i; REP(i,l2) ans2[i]=(a[i]-ans2[i]+M)%M;
}
}
ll A[maxn],ans[maxn];
int main() {
    int i,k;
    scanf("%d%d",&n,&m);
    FOR(i,1,n) scanf("%d",&k),A[k]++;
    REP(i,m+1) A[i]=-4*A[i]; A[0]++;
    REP(i,m+1) mod_(A[i]);
    NTT::getsqrt(A,ans,m+1);
    add_(ans[0],1);
    NTT::inverse(ans,ans,m+1);
    FOR(i,1,m) mul_(ans[i],2);
    FOR(i,1,m) printf("%lld\n",ans[i]);
}

```