

INE5430 - Inteligência Artificial

Trabalho T3 - Raciocínio Probabilístico

Caique Rodrigues Marques
c.r.marques@grad.ufsc.br

Fernando Jorge Mota
contato@fjorgemota.com

Questão 1

Qual a probabilidade de não ver um zumbi dado que um feitiço mágico não foi lançado e não há um surto viral? Pelas informações fornecidas, é possível inferir:

$$P(Zb = N | Vr = N \wedge Mg = N) = 0.99 = 99\%$$

Questão 2

Qual a probabilidade do mundo estar no seguinte estado: $P(Mg = S, Hp = S, Zb = S, Vr = S, Tp = S)$? Tal estado significa todas as possíveis aparições dos seres e dos eventos ao mesmo tempo, portanto:

$$\begin{aligned} &P(Mg = S, Hp = S, Zb = S, Vr = S, Tp = S) \\ &= P(Mg = S) \times P(Vr = S) \times P(Hp = S | Mg = S) \\ &\quad \times P(Zb = S | Mg = S \wedge Vr = S) \times P(Tp = S | Vr = S) \\ &= 0.1 \times 0.2 \times 0.8 \times 0.6 \times 0.3 = 0.00288 \approx 0.288\% \end{aligned}$$

Questão 3

Qual a probabilidade de se ver um zumbi?

Como a aparição de um zumbi está relacionada com as aparições de um feitiço mágico e de um surto viral, estas variáveis *a priori* também devem ser consideradas:

$$\begin{aligned} &P(Zb = S) \\ &= P(Zb = S | Mg = S \wedge Vr = S) \times P(Mg = S) \times P(Vr = S) \\ &\quad + P(Zb = S | Mg = S \wedge Vr = N) \times P(Mg = S) \times P(Vr = N) \\ &\quad + P(Zb = S | Mg = N \wedge Vr = S) \times P(Mg = N) \times P(Vr = S) \\ &\quad + P(Zb = S | Mg = N \wedge Vr = N) \times P(Mg = N) \times P(Vr = N) \\ &= (0.6 \times 0.1 \times 0.2) + (0.5 \times 0.1 \times 0.8) + (0.4 \times 0.9 \times 0.2) + (0.01 \times 0.9 \times 0.8) \\ &= 0.012 + 0.04 + 0.072 + 0.0072 = 0.1312 = 13.12\% \end{aligned}$$

Questão 4

Qual a probabilidade de se ver um zumbi dado que está havendo um surto viral?

A aparição de um zumbi está relacionada com a aparição de um surto viral, portanto, há de se considerar a probabilidade de ambas acontecerem ao mesmo tempo.

$$\begin{aligned} &P(Zb = S \wedge Vr = S) \\ &= P(Zb = S | Mg = S \wedge Vr = S) \times P(Mg = S) \times P(Vr = S) \\ &\quad + P(Zb = S | Mg = N \wedge Vr = S) \times P(Mg = N) \times P(Vr = S) \\ &= (0.6 \times 0.1 \times 0.2) + (0.4 \times 0.9 \times 0.2) = 0.012 + 0.072 = 0.084 \end{aligned}$$

Portanto, pelo teorema de Bayes:

$$P(Zb = S | Vr = S) = \frac{P(Zb = S \wedge Vr = S)}{P(Vr = S)} = \frac{0.084}{0.2} = 0.42 = 42\%$$

Questão 5

Qual a probabilidade de se ver um hipogrifo dado que você conseguiu ver um zumbi?

Tanto a aparição de zumbi quanto a aparição de hipogrifo estão relacionados com o uso de feitiço mágico, assim, o caso em que zumbi e hipogrifo aparecem quando há o uso de feitiço mágico deve ser calculado:

$$\begin{aligned} P(Hp = S \wedge Zb = S \wedge Mg = S) \\ = P(Mg = S) \times P(Zb = S|Mg = S) \times P(Hp = S|Mg = S) \\ = 0.1 \times 0.52 \times 0.8 = 0.0416 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Zb = S|Mg = S) \\ = P(Zb = S|Mg = S \wedge Vr = S) \times P(Vr = S) + P(Zb = S|Mg = S \wedge Vr = N) \times P(Vr = N) \\ = (0.6 \times 0.2) + (0.5 \times 0.8) = (0.12) + (0.4) = 0.52 \end{aligned}$$

Inclusive, o caso dos avistamentos de zumbi e hipogrifo e o não uso de feitiço mágico deve ser considerado:

$$\begin{aligned} P(Hp = S \wedge Zb = S \wedge Mg = N) \\ = P(Mg = N) \times P(Zb = S|Mg = N) \times P(Hp = S|Mg = N) \\ = 0.9 \times 0.088 \times 0.7 = 0.05544 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Zb = S|Mg = N) \\ = P(Zb = S|Mg = N \wedge Vr = S) \times P(Vr = S) + P(Zb = S|Mg = N \wedge Vr = N) \times P(Vr = N) \\ = (0.4 \times 0.2) + (0.01 \times 0.8) = (0.08) + (0.008) = 0.088 \end{aligned}$$

Por fim, pelo teorema de Bayes:

$$\begin{aligned} P(Hp = S|Zb = S) \\ = \frac{P(Hp = S \wedge Zb = S \wedge Mg = S) + P(Hp = S \wedge Zb = S \wedge Mg = N)}{P(Zb = S)} \\ = \frac{0.0416 + 0.05544}{0.1312} = \frac{0.09704}{0.1312} = 0.73963414 \approx 73.97\% \end{aligned}$$

Questão 6

Qual a probabilidade de se ver um zumbi dado que você conseguiu ver um hipogrifo?

Primeiramente, é necessário verificar a probabilidade de se ver um hipogrifo:

$$\begin{aligned} P(Hp = S) \\ = P(Hp = S|Mg = S) \times P(Mg = S) + P(Hp = S|Mg = N) \times P(Mg = N) \\ = (0.8 \times 0.1) + (0.7 \times 0.9) = 0.08 + 0.63 = 0.71 \end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned} P(Zb = S|Hp = S) \\ = \frac{P(Hp = S \wedge Zb = S \wedge Mg = S \wedge Vr = S) + P(Hp = S \wedge Zb = S \wedge Mg = S \wedge Vr = N)}{P(Hp = S)} \\ + \frac{P(Hp = S \wedge Zb = S \wedge Mg = N \wedge Vr = S) + P(Hp = S \wedge Zb = S \wedge Mg = N \wedge Vr = N)}{P(Hp = S)} \\ = \frac{P(Zb = S|Vr = S \wedge Mg = S) \times P(Mg = S) \times P(Vr = S) \times P(Hp = S|Mg = S)}{P(Hp = S)} \\ + \frac{P(Zb = S|Vr = N \wedge Mg = S) \times P(Mg = S) \times P(Vr = N) \times P(Hp = S|Mg = S)}{P(Hp = S)} \\ + \frac{P(Zb = S|Vr = S \wedge Mg = N) \times P(Mg = N) \times P(Vr = S) \times P(Hp = S|Mg = N)}{P(Hp = S)} \\ + \frac{P(Zb = S|Vr = N \wedge Mg = N) \times P(Mg = N) \times P(Vr = N) \times P(Hp = S|Mg = N)}{P(Hp = S)} \\ = \frac{0.6 \times 0.1 \times 0.2 \times 0.8}{P(Hp = S)} + \frac{0.5 \times 0.1 \times 0.8 \times 0.8}{P(Hp = S)} + \frac{0.4 \times 0.9 \times 0.2 \times 0.7}{P(Hp = S)} + \frac{0.01 \times 0.9 \times 0.8 \times 0.7}{P(Hp = S)} \\ = \frac{0.0096 + 0.032 + 0.0504 + 0.00504}{0.71} = \frac{0.09704}{0.71} = 0.136676056 \approx 13.67\% \end{aligned}$$

Questão 7

Qual a probabilidade de se ver um zumbi dado que você conseguiu ver um hipogrifo e um viajante do tempo? Dado que as aparições de hipogrifo e viajante do tempo são eventos independentes (lembrando que já sabemos a probabilidade *a priori* de aparição de hipogrifos, vide questão 6), portanto:

$$\begin{aligned}
 &P(Hp = S \wedge Tp = S) \\
 &= P(Hp = S) \times P(Tp = S) \\
 &= (0.71) \times (P(Tp = S|Vr = S) \times P(Vr = S) + P(Tp = S|Vr = N) \times P(Vr = N)) \\
 &= (0.71) \times (0.3 \times 0.2 + 0.1 \times 0.8) = 0.71 \times 0.14 = 0.0994
 \end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned}
 &P(Zb = S|Hp = S \wedge Tp = S) \\
 &= \frac{P(Zb = S \wedge Hp = S \wedge Tp = S \wedge Mg = S \wedge Vr = S)}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &\quad + \frac{P(Zb = S \wedge Hp = S \wedge Tp = S \wedge Mg = S \wedge Vr = N)}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &\quad + \frac{P(Zb = S \wedge Hp = S \wedge Tp = S \wedge Mg = N \wedge Vr = S)}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &\quad + \frac{P(Zb = S \wedge Hp = S \wedge Tp = S \wedge Mg = N \wedge Vr = N)}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &= \frac{P(Zb = S|Mg = S \wedge Vr = S) \times P(Mg = S) \times P(Vr = S) \times P(Hp = S|Mg = S) \times P(Tp = S|Vr = S)}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &\quad + \frac{P(Zb = S|Mg = S \wedge Vr = N) \times P(Mg = S) \times P(Vr = N) \times P(Hp = S|Mg = S) \times P(Tp = S|Vr = N)}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &\quad + \frac{P(Zb = S|Mg = N \wedge Vr = S) \times P(Mg = N) \times P(Vr = S) \times P(Hp = S|Mg = N) \times P(Tp = S|Vr = S)}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &\quad + \frac{P(Zb = S|Mg = N \wedge Vr = N) \times P(Mg = N) \times P(Vr = N) \times P(Hp = S|Mg = N) \times P(Tp = S|Vr = N)}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &= \frac{0.6 \times 0.1 \times 0.2 \times 0.8 \times 0.3}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} + \frac{0.5 \times 0.1 \times 0.8 \times 0.8 \times 0.1}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &\quad + \frac{0.4 \times 0.9 \times 0.2 \times 0.7 \times 0.3}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} + \frac{0.01 \times 0.9 \times 0.8 \times 0.7 \times 0.1}{P(Hp = S \wedge Tp = S)} \\
 &= \frac{0.00288 + 0.0032 + 0.01512 + 0.000504}{0.0994} = \frac{0.021704}{0.0994} = 0.21835010060 \approx 21.84\%
 \end{aligned}$$