# ERRORI NEL MEZZEDIMI DI GAAL

21 giugno 2015

## TYPO

1. **(pag. 21)** *Nella proposizione 2.4.6 e nel teorema 2.4.7 c'è scritto molte volte $\mathbb{K}^n$ al posto di $\mathbb{K}^q$. Andrebbe cambiato in*
   Notazione: Fissiamo il campo $\mathbb{K}^q$. Denotiamo:
   $$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{K}^q, \dots, e_q = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{K}^q$$
   Osservazione: $L_A(e_1) = A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = A^1, \dots, L_A(e_q) = A \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = A^q$, quindi [. . .]
   [. . .] Grazie all'osservazione precedente è chiaro che l'unica matrice di questo tipo può essere solo
   $$A = \begin{pmatrix} g(e_1) & \dots & g(e_q) \end{pmatrix}$$
   [. . .]
2. **(pag. 44)** *Nelle osservazioni sotto la Definizione 2.8.2, il terzo punto:*
   [. . .] 3) Se $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_n\}$ è base di $V$, allora $[]_{\mathcal{B}}(v_i) = e_i$, cioè $[]_{\mathcal{B}}$ trasforma $\mathcal{B}$ nella base canonica di $\mathbb{K}^n$
3. **(pag. 67)** *Nella proposizione 3.2.12, alla terz'ultima riga $X + iY$ va sostituito con $X + tY$*
   [. . .] poiché in quel caso $A$ e $B$ sarebbero simili grazie a $X + tY \in \mathfrak{M}(n, \mathbb{R})$
4. **(pag. 69)** *Nelle Osservazioni (nella riga appena sopra alla proposizione 3.3.3)*
   [. . .] In generale, se $A^{n-1}X = \lambda^{n-1}X$, procedendo come sopra [. . .]
5. **(pag. 119)** *Nell'ultima riga del 5 $\implies$ 1 la somma centrale $\sum_{i,j} x_i y_j$ va sostituita con*
   [. . .] = $\sum_{i,j} x_i y_j \delta_{ij} = \phi(v, w)$
6. **(pag. 130)** *Nella proposizione 5.1.10 nella terzultima riga andrebbe*
   [. . .] $\implies \rho_H \circ f$ è lineare e dim Fix $(\rho_H \circ f) \geq 1$, [. . .]

## CONCETTI

1. **(pag. 61)** *L' osservazione 2) in cima alla pagina ha una giustificazione falsa: Infatti le dimostrazioni NON sono un caso particolare dell'SD-equivalenza, pur essendo analoghe e facilmente deducibili da quelle sull'SD-equivalenza.*
   *Si potrebbe semplicemente giustificare dicendo* Per la dimostrazione di questa affermazione si può riadattare quella dell' analogo enunciato relativo all'SD-equivalenza

2. **(pag. 80)** *Il corollario 3.5.8 con le ipotesi attuali è falso: Servirebbe*
   COROLLARIO 3.5.8: $f \in \text{End}\,(V), q(t) \in \text{I}(f)$. Sia $q = q_1 \cdot \ldots \cdot q_m$, con MCD $(q_i, q_j) = 1$ se $i \neq j$ $[\ldots]$
   *Infatti usando* $q_1(t) = (t-1)(t-2), q_2(t) = (t-2)(t-3), q_3(t) = (t-1)$ *si trova un controesempio*

3. **(pag. 104)** *La proposizione 4.2.15 non è vera: infatti può capitare durante l'algoritmo di Lagrange di dover scambiare tra di loro due vettori della base (perché quello attuale è isotropo), operazione la cui matrice non ha determinante* $1$ *su tutti i minori principali.*
   *Andrebbe modificato con:*
   PROPOSIZIONE 4.2.15: Le trasformazioni di base con le mosse dell'algoritmo di Lagrange nel caso il vettore non sia isotropo conservano i determinanti dei minori principali
   *Intendo cioè che non bisogna mai ricorrere alla seconda od alla terza mossa dell'algoritmo (ovvero cambiare i vettori o l'ordine dei vettori della base).*
   *Nel caso del criterio di Jacobi siamo in questa situazione perché non si incorre mai in vettori isotropi*

4. **(pag. 137)** *La formula di Grassmann Affine nel punto 2 è probabilmente sbagliata (ovvero non funziona per due rette sghembe in* $\mathbb{R}^3$*). D'altra parte non so bene come aggiustarla, ma una formula che resiste a vari test empirici è*
   Se $H \cap L = \emptyset \implies \dim\,(H + L) = \dim\,(H) + \dim\,(L) - \dim\,(W_H \cap W_L) + 1$

## SUGGERIMENTI

1. **(pag. 127)** *Nella proposizione 5.1.5, il terzo punto è dimostrato un po' frettolosamente. Proporrei una dimostrazione più esplicita:*
   Poiché $A^2 = I$, $A$ è diagonalizzabile ed ha solo autovalori $1$ e $-1$. Inoltre $V_1(A)$ e $V_{-1}(A)$ sono ortogonali fra loro. Infatti se $x \in V_{-1}(A)$ e $y \in V_1(A)$, allora

   $$\langle x \mid y \rangle = {}^t xy = {}^t(-Ax)Ay = -{}^t x {}^t AAy = -{}^t xy = -\langle x \mid y \rangle \qquad \implies \qquad \langle x \mid y \rangle = 0$$

   Ma per il punto $1) B \in V_{-1}(A)$ , quindi $B$ è ortogonale a $V_1(A) = \text{Fix}\,(A)$