Сергиенко Лев

Задания 3

Из целевых функций а и ограничений б, приведенных ниже, сформировать задачи выпуклого программирования и решить их.

№21 а) Целевая функция:

$$F = \frac{1}{2}x_1^2 - \frac{1}{4}x_2$$

№13 б) Ограничения:

$$2x_1 + x_2 \le 6 \qquad 2x_1 + x_2 - 6 \le 0$$

$$2x_1 + x_2 \ge 2 \quad \Rightarrow \quad 2 - 2x_1 - x_2 \le 0$$

$$x_1 \ge 0 \qquad -x_1 \le 0$$

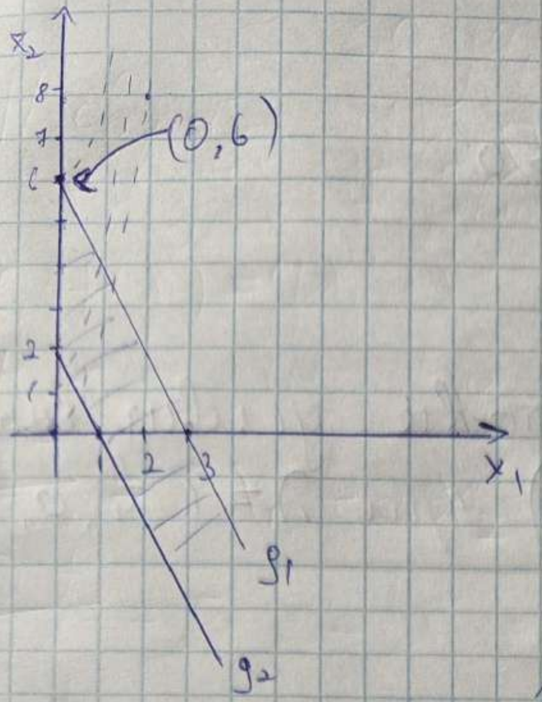
$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = x_1 \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = -\frac{1}{4}$$

$$H(F) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} \Delta_1 = 1 \ge 0 \\ \Delta_2 = 0 \ge 0 \end{matrix} \Rightarrow \text{функция выпуклая}$$

$\Rightarrow$ Задача:

$$F(x) = \frac{1}{2}x_1^2 - \frac{1}{4}x_2 \to \min$$

$$\begin{cases} g_1 = 2x_1 + x_2 - 6 \le 0 \\ g_2(x) = 2 - 2x_1 - x_2 \le 0 \\ g_3(x) = -x_1 \le 0 \end{cases}$$



F – ~~аппликата~~ параболы против оси OX_2 $\Rightarrow$ чем выше парабола, тем меньше F.

(0, 6) – графическое решение.

Мн-во планов регулярно.

Выполнение теоремы Куна-Таккера:

$$F(X,\lambda) = \frac{1}{2}X_1^2 - \frac{1}{4}X_2 + \lambda_1(2X_1 + X_2 - 6) + \lambda_2(2 - 2X_1 - X_2) + \lambda_3(-X_1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial F(X,\lambda)}{\partial X_1} = X_1 + 2\lambda_1 - 2\lambda_2 - \lambda_3 = 0 \\ \frac{\partial F(X,\lambda)}{\partial X_2} = -\frac{1}{4} + \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \\ \lambda_1(2X_1 + X_2 - 6) = 0 \\ \lambda_2(2 - 2X_1 - X_2) = 0 \\ \lambda_3(-X_1) = 0 \\ \lambda \geq 0 \end{cases}$$

g_1 – активно $(2X_1 + X_2 - 6)$ $(2\cdot0 + 6 - 6 = 0)$, g_2 – пассивно $(\lambda_2 = 0)$ $(2 - 2\cdot0 - 6 < 0)$, g_3 – активно $(-X_1 \geq 0)$ $(0 = 0)$

$$\begin{cases} \lambda_3 = \frac{1}{2} \\ \lambda_1 = \frac{1}{4} \\ \lambda_2 = 0 \\ x_1 = 0 \\ x_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \lambda \geq 0$$

Легко видеть, что все условия выполняются на плане $(0, 6)$ при $\lambda = (\frac{1}{4}, 0, \frac{1}{2})$

Ответ: $(0, 6)$