**Пример функции зависимостей с выделенной внешней переменной**

Рассмотрим основную часть алгоритма перемножения трех квадратных матриц *A, B, D* порядка *N*. Пусть $C=AB$, $X=CD$.

```
// будем считать, что массивы c и x обнулены
    do  i = 1, N
       do  j = 1, N
           do  k = 1, N
                 S1:  c(i,j) = c(i,j) + a(i,k) b(k,j)
           enddo
        enddo
    enddo
    do  i = 1, N
       do  j = 1, N
           do  k = 1, N
                 S2:  x(i,j) = x(i,j) + c(i,k) d(k,j)
           enddo
        enddo
    enddo
```

В первой части алгоритма вычисляются $c(i,j)$, которые затем используются во второй части алгоритм. Каждый элемент массива *c* используется во второй части алгоритма *N* раз. Например, $c(N,1)$, вычисление, которого заканчивается на итерации $(N,1,N)$, затем используется на итерациях $(N,j,1)$, $j=1,2,\ldots,N$. На рисунке 1 схематично представлены области вычислений и требуемые для вычислений данные.

Зависимости, порождаемые массивом *c*, можно задать функцией

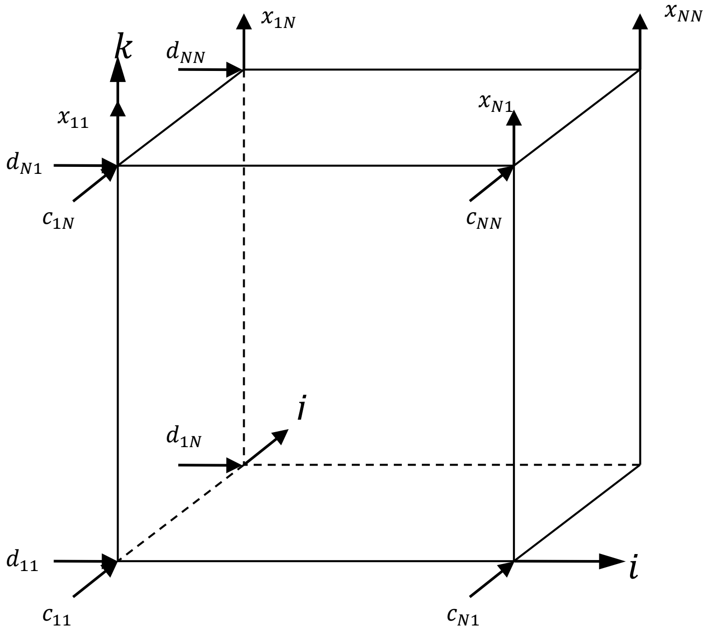
$$\overline{\Phi}_{1,2}(i,j,k)=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}i\\j\\k\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}N,\quad V_{1,2}=\{(i,j,k)\in\mathbf{Z}^3 \mid 1\le i,j,k\le N\}.$$

Функции зависимостей вида

$$\overline{\Phi}_{\alpha,\beta}(J)=\Phi_{\alpha,\beta}J+\Psi_{\alpha,\beta}N-\varphi^{(\alpha,\beta)},$$

$$J\in V_{\alpha,\beta},\ N\in\mathbf{Z}^e,\ \Phi_{\alpha,\beta}\in\mathbf{Z}^{n_\alpha\times n_\beta},\ \Psi_{\alpha,\beta}\in\mathbf{Z}^{n_\alpha\times e},\ \varphi^{(\alpha,\beta)}\in\mathbf{Z}^{n_\alpha},$$

позволяют использовать внешние переменные как параметр. Если не вводить в рассмотрение матрицу $\Psi$, то использование процедур автоматизированного распараллеливания (основанных на знании функций зависимостей) в некоторых случаях возможно только для конкретных *N*. Причина этого в том, что параметр *N* может присутствовать в векторе зависимостей; например, в рассматриваемом примере будет $\varphi^{(1,2)} = -\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ N \end{pmatrix}$.



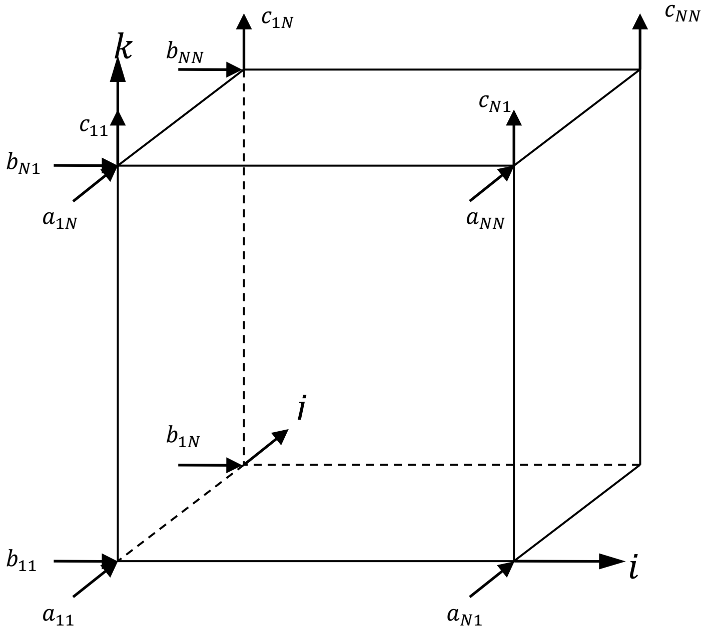




Рисунок 1 – Геометрическое представление алгоритма перемножения трех матриц