Задание 2

Проверить, является ли f выпуклой /вогнутой на заданной мн-ве X, или указать область, в которых f является выпукла /вогнутой:

31. $f(x) = 4x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 6x_1 - x_2 - 2; X = R^2$

R^2 - выпуклое мн-во

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 8x_1 - 2x_2 + 6; \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = 2x_2 - 2x_1 - 1$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 8 \qquad\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 x_1} = -2$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = -2 \qquad\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = 2$$

$$И(f) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} \\[2mm] \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$M_1 = 8 \qquad\qquad\qquad\qquad \geqslant 0$

$\det(И(f)) = 16 - 4 = 12 > 0$

Т.к. оба главных минора положительны, матрица Гессе положительно определена.

Вывод: т.к. матрица Гессе положительно определена, функция $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 6x_1 - x_2 - 2$ является выпуклой на всём мн-ве R^2