При n=2 задачу ЛП удобно решать графическим методом. Его суть состоит в следующем. Система линейных неравенств на плоскости задает выпуклый многоугольник (возможно неограниченный). Это и будет множество планов. Известно, что любая функция $f(x)$ возрастает в направлении градиента grad $f(x)$ = $(\partial f/\partial x_1, ..., \partial f/\partial x_n)$. Для целевой функции задачи ЛП градиентом является вектор с. Таким образом, целевая функция $c'x$ возрастает в направлении вектора с. Поэтому, двигаясь в направлении вектора c до тех пор, пока множества уровня имеют общие точки с множеством планов X, найдем точку x^0, в которой линия уровня в последний раз касается множества X. Это и будет точка максимума. Заметим, что множество уровня в последний раз может касаться множества планов не в одной точке (вершине), а по ребру. В таком случае каждая точка этого ребра — оптимальный план. Может случиться и такая ситуация, когда множество планов не ограничено, а вектор с направлен в сторону неограниченности множества планов, так что точки последнего касания множества уровня с множеством планов удалены в бесконечность. В таком случае целевая функция неограниченно возрастает на множестве планов и задача не имеет решения.

Пример Рассмотрим задачу

$$2x_1 + 6x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 26, \\ 3x_1 + 5x_2 \le 94, \\ x_1 + 4x_2 \le 57, \end{cases}$$

$$5 \le x_1 \le 20,\ 3 \le x_2 \le 12.$$

На рис. изображено множество X переменных x_1, x_2, удовлетворяющих ограничениям задачи (1.4).

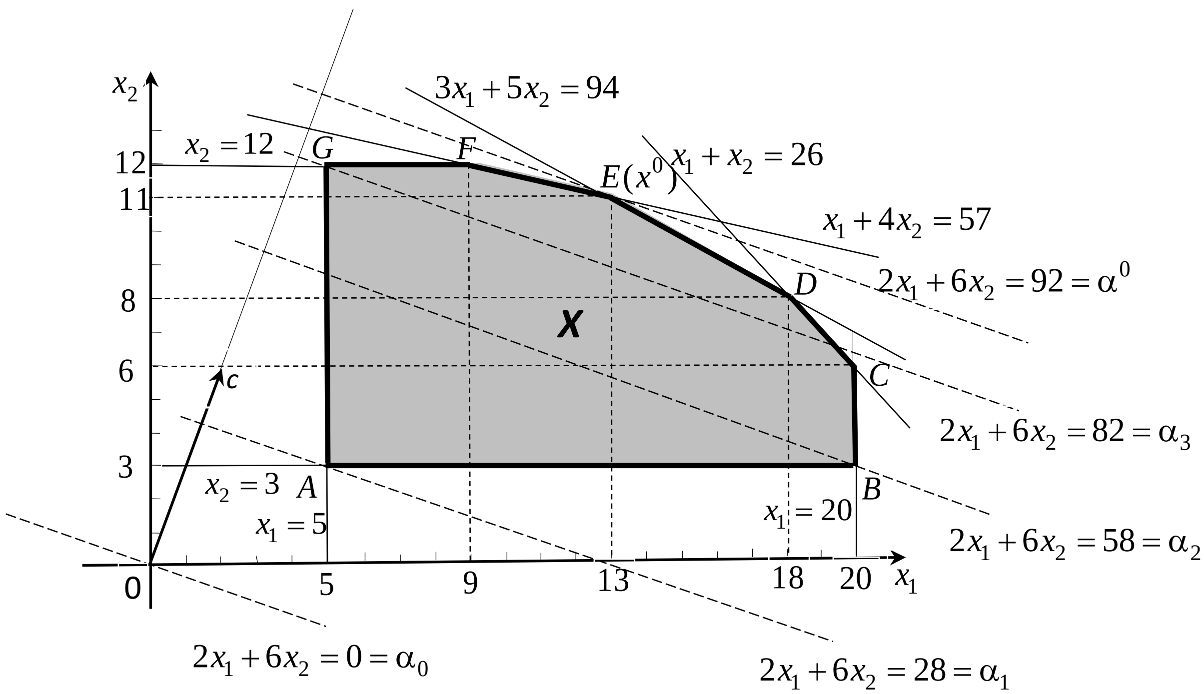

Рис. 1.1

Точки A, B, C, D, E, F, G – ***угловые*** (***крайние***) точки многогранника (***вершины***), отрезки $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DE]$, $[EF]$, $[FG]$, $[GA]$ – ***ребра*** многогранника.

В задаче $c = (2;\,6)$. Изобразим на рис. 1.1 линии уровня – прямые $2x_1 + 6x_2 = \alpha$. При увеличении значения α множество уровня X_α будет передвигаться в направлении вектора градиента $c = (2;\,6)$. Будем увеличивать α до тех пор, пока X_α не коснется множества X в последний раз. Как видно из рис. 1.1, последней точкой касания является точка E. Ее координаты (вектор x^0=(13; 11)) и составят решение задачи с максимальным значением функции $\varphi(x)$, равным $\alpha^0 = \varphi(x^0) = 2x_1^0 + 6x_2^0 =$ $2 \cdot 13 + \ \ + 6 \cdot 11 = 92$.