Сергиенко, 1в

Задание 1.
№ 5.18.
Вариант 4

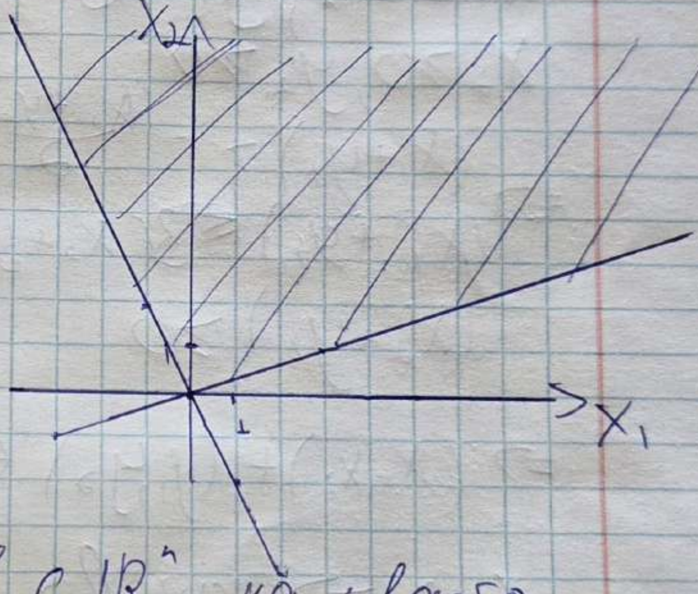
Доказать, что $X = \{X: 2X_1^2 - 5X_1X_2 - 3X_2^2 \le 0, X_2 \ge 0\}$ является выпуклым конусом и изобразить его на плоскости

$$2X_1^2 - 5X_1X_2 - 3X_2^2 = 0$$

$$D = 49X_2^2$$

$$X_{1,2} = \frac{5X_2 \pm \sqrt{49X_2^2}}{4} = \left[\begin{array}{l} -\frac{X_2}{2} \\ 3X_2 \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} X_1 \ge -\frac{X_2}{2} \\ X_1 \le 3X_2 \\ X_2 \ge 0 \end{cases}$$



Множество $X \subset \mathbb{R}^n$ называется выпуклым конусом, с вершиной в н.к., если из того, что $X, y \in X$ следует, что $X + y \in X$, $\lambda X \in X$ для всех $\lambda \ge 0$

$(x_1, x_2), (y_1, y_2) \in X$

1\. $\lambda x = (\lambda x_1, \lambda x_2)$

$$\begin{cases} \lambda x_1 \geq -\frac{\lambda x_2}{2} \\ \lambda x_1 \leq 3\lambda x_2 \\ \lambda x_2 \geq 0 \end{cases} \Big/ \cdot \frac{1}{\lambda} \Rightarrow$$ при $\lambda = 0$ верно, при $\lambda > 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 \geq -\frac{x_2}{2} \\ x_1 \leq 3x_2 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \lambda x \in X$$

2\. $$\begin{matrix} x_1 \geq -\frac{x_2}{2}, y_1 \geq \frac{-y_2}{2} \\ x_1 \leq 3x_2, y_1 \leq 3y_2 \\ x_2 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + y_1 \geq -\frac{x_2}{2} - \frac{y_2}{2} \\ x_1 + y_1 \leq 3x_2 + 3y_2 \\ x_2 + y_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{matrix} (x_1 + y_1) \geq -\frac{(x_2 + y_2)}{2} \\ (x_1 + y_1) \leq 3(x_2 + y_2) \\ (x_2 + y_2) \geq 0 \end{matrix} \Rightarrow (x_1 + y_1, x_2 + y_2) \in X \Rightarrow$$

$\Rightarrow (x_1, x_2) + (y_1, y_2) \in X \Rightarrow$ условие выполнено

$1, 2 \Rightarrow$ мн-во X – выпуклый конус