

Лабораторная работа № 1

«Интерполяция алгебраическими многочленами»

На отрезке $[a, b]$ заданы функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Постройте интерполяционные многочлены в форме Ньютона степени n , интерполирующие каждую из них

- 1) на сетке равноотстоящих узлов;
- 2) на сетке чебышёвских узлов.

В дальнейшем интерполяционный многочлен степени n , построенный к функции $f_1(x)$ на сетке равноотстоящих узлов будем обозначать $P_{1,n}$, а на сетке чебышёвских узлов – $C_{1,n}$. Интерполяционный многочлен степени n , построенный к функции $f_2(x)$ на сетке равноотстоящих узлов будем обозначать $P_{2,n}$, а на сетке чебышёвских узлов – $C_{2,n}$.

По результатам лабораторной работы оформляется отчет. В содержание отчета должна быть включена следующая информация:

- Способ выбора узлов.
- Представление, использованное при построении интерполяционных многочленов.
- Три пары графиков: график $P_{1,n}$ и график $C_{1,n}$ для $n = 3, 10, 20$. Каждый из этих графиков должен для сравнения быть совмещён с графиком интерполируемой функции $f_1(x)$.

Построение графиков: График $P_{1,n}$ строится по массиву точек, сгенерированному вашей программой. В файл необходимо вывести набор точек вида $(\bar{x}_i, P_{1,n}(\bar{x}_i))$, где $\bar{x}_i = a + i(b-a)/100$, $i = 0..100$. Для построения графика по данным из файла можно использовать всё, что угодно. К построению других графиков требования такие же.

- Таблицу вида (погрешность интерполяции)

n	$\max_{i=0,100} P_{1,n}(\bar{x}_i) - f_1(\bar{x}_i) $	$\max_{i=0,100} C_{1,n}(\bar{x}_i) - f_1(\bar{x}_i) $
\vdots	\vdots	\vdots

для n от 3 до 30.

- Три пары графиков: график $P_{2,n}$ и график $C_{2,n}$ для $n = 3, 10, 20$. Каждый из этих графиков должен для сравнения быть совмещён с графиком интерполируемой функции $f_2(x)$.
- Таблицу вида (погрешность интерполяции)

n	$\max_{i=0,100} P_{2,n}(\bar{x}_i) - f_2(\bar{x}_i) $	$\max_{i=0,100} C_{2,n}(\bar{x}_i) - f_2(\bar{x}_i) $
\vdots	\vdots	\vdots

для n от 3 до 30.

- Выводы о сходимости интерполяционного процесса по равноотстоящим и чебышёвским узлам.
- Листинг программы с комментариями.

Варианты заданий

Номер варианта	Функции
1	$f_1(x) = e^{\cos x}$, $f_2(x) = x x - 1 $, $[a, b] = [-3, 3]$.
2	$f_1(x) = x^3 \cos(3x - 1)$, $f_2(x) = 5 \cos 3x + 3 $, $[a, b] = [-2, 2]$.

3	$f_1(x) = e^{\sin x}, \quad f_2(x) = 2 \sin 2x - 1 , \quad [a, b] = [-3, 3].$
4	$f_1(x) = \sin x \cos x, \quad f_2(x) = \frac{1}{1 + 12x^4}, \quad [a, b] = [-3, 3].$
5	$f_1(x) = x \cos(x + 5), \quad f_2(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}, \quad [a, b] = [-5, 5].$
6	$f_1(x) = \sin(\cos x), \quad f_2(x) = x - 1 , \quad [a, b] = [-3, 3].$
7	$f_1(x) = x^2 \cos 2x, \quad f_2(x) = \frac{1}{1 + 5x^2}, \quad [a, b] = [-3, 3].$
8	$f_1(x) = \sin 2x \ln(x + 5), \quad f_2(x) = \sqrt{2 x + x^2}, \quad [a, b] = [-2, 2].$
9	$f_1(x) = \sin x, \quad f_2(x) = \sqrt{ x + 4}, \quad [a, b] = [-3, 3].$
10	$f_1(x) = x^3 \sin 2x, \quad f_2(x) = x - 1, \quad [a, b] = [-2, 2].$