**ОТЧЁТ**

**ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 4**

**Численное интерполирование и дифференцирование**

**(Вариант 15)**

*Выполнил студент 3 курса ПМ*

*Ушаков Никита*

Пусть на отрезке [*а; b*] заданы точки и значения функции в этих точках: *.*

Интерполяционный многочлен Лагранжа:

.

Оценка погрешности формулы Лагранжа:

,

где 

Если надо вычислить не общее выражение , а лишь его значение на конкретном , то используется интерполяционная схема Эйткена:

,

,

и т.д.

**Задания. Первая часть**

1) Известная функция задана таблицей, в которой приведены значения в узлах с некоторой точностью. Составить по таблице интерполяционный многочлен Лагранжа. Вычислить значение функции в заданной точке  аналитически и с помощью многочлена Лагранжа. Найти левую, правую и центральную производную в этой точке и ее точное значение. Оценить погрешности полученных результатов.

2) Функции задана таблицей (одинаковой для всех вариантов):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1, 00 | 1,08 | 1,20 | 1,27 | 1,31 | 1,38 |
|  | 1,17520 | 1,30254 | 1,50946 | 1,21730 | 1,22361 | 1,23470 |

Пользуясь интерполяционной схемой Эйткена найти , в заданной точке *x\** последовательно, используя все значения из таблицы

Точность вычислений определяется числом значащих цифр в условии.

**Вторая часть. Численное дифференцирование**

Во второй части задания вычислить таблицу на отрезке [a,b] на равномерной сетке (5 узлов), и в этих узлах и в точке **m** найти значение первой производной функции по формулам 1-го (левая и правая) и 2-го порядка точности и значение второй производной по формулам 2-го порядка точности, где это возможно. Значение функции в точке m получить интерполированием по всем 5 точкам. Во всех точках найти точные значения производных. Оценить погрешность. Результаты свести в таблицу. Точность – 4 значащих цифры.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | численно | | | | точно | |
| *xk, m* | *f’(x)* слева | *f’(x)* справа | *f’(x)* центр | *f’’(x)* | *f’(x)* | *f’’(x)* |
|  |  |  |  |  |  |  |

Для точки m, кроме этого, указать значение функции и интерполированное значение.

**Решение:**

**Первая часть** № 15

*1)y = sin x*, *х=*1,04

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1,00 | 1,05 | 1,10 | 1,15 |
|  | 0,84147 | 0,86742 | 0,89121 | 0,91276 |

2) x\*=1,040

**Вторая часть** № 15 , *а=*0, *b=1*, *m=*0,06.

**Задание 1:**

**Часть 1:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Значение** | **Погрешность** |
| Функция | **0.8624042272433384** |  |
| Многочлен Лагранжа | **0.86240024** | **3.987243338388069\*10-6** |
| Производная | **0.8624042272433384** |  |
| Левая | **0.5066513749403256** | **0.3557528523030128** |
| Правая | **0.505788970785015** | **0.3566152564583235** |
| Центральная | **0.5062201728626703** | **0.35618405438066814** |

**Часть 2:**

Вычисленное значение по Эйткену: 0.8624042203018922

Имеет погрешность: 6.941446195618539\*10-9

**Задание 2:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | численно | | | | | | | | точно | |
| *xk, m* | *f’(x)* слева | Погрешность | *f’(x)* справа | Погрешность | *f’(x)* центр | Погрешность | *f’’(x)* | Погрешность | *f’(x)* | *f’’(x)* |
| 0.0 |  |  | 0.49999997 | 2.0833\*10-8 |  |  |  |  | 0.5 | 0.0 |
| 0.06 | 0.49977 | 3.7286\*10-6 | 0.49977 | 3.7702\*10-6 | 0.49977 | 2.08239\*10-8 | -0.007498 | 1.54584\*10-10 | 0.49977501 | -0.007498 |
| 0.25 | 0.49611 | 1.5563\*10-5 | 0.49608 | 1.5605\*10-5 | 0.49609 | 2.06707\*10-8 | -0.031168 | 6.55932\*10-9 | 0.49609883 | -0.0311686 |
| 0.5 | 0.48448 | 3.0905\*10-5 | 0.48442 | 3.0945\*10-5 | 0.48445 | 2.0185\*10-8 | -0.061850 | 1.26058\*10-9 | 0.4844562 | -0.0618509 |
| 0.75 | 0.46529 | 4.5764679634\*10-5 | 0.4652080075 | 4.5803450777\*10-5 | 0.4652537 | 1.9385571481\*10-8 | -0.0915681304 | 1.8600661\*10-9 | 0.4652538109 | -0.0915681322 |
| 1.0 | 0.43885 | 5.9909\*10-5 |  |  |  |  |  |  | 0.438791 | -0.119856 |

Значение функции в точке m: 0.02999550020249566

Вычисленное значение по Эйткену: 0.029995500202495654

Погрешность: 6.938893903907228\*10-18

**Приложение**













