

1 信息矩阵绘制

由图可知一共存在 9 组残差，即：

$$r = \begin{bmatrix} r(\xi_1, L_1) \\ r(\xi_1, L_2) \\ r(\xi_1, \xi_2) \\ r(\xi_2, L_1) \\ r(\xi_2, L_2) \\ r(\xi_2, L_3) \\ r(\xi_2, \xi_3) \\ r(\xi_3, L_2) \\ r(\xi_3, L_3) \end{bmatrix}$$

预估状态量为：

$$\gamma = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix}$$

分别就 r 的各项对预估状态量 γ 求雅克比矩阵然后构成整体的信息矩阵 Λ 。以 Λ_1 为例，先求出雅克比：

$$J_1 = \frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial \gamma} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial \xi_1} & 0 & 0 & \frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial L_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

因此 Λ_1 可以通过 $J_1^T \Sigma^{-1} J$ 计算得到：

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial \xi_1} \right)^T \Sigma^{-1} \frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial \xi_1} & 0 & 0 & \left(\frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial \xi_1} \right)^T \Sigma^{-1} \frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial L_1} \right)^T \Sigma^{-1} \frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial \xi_1} & 0 & 0 & \left(\frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial L_1} \right)^T \Sigma^{-1} \frac{\partial r(\xi_1, L_1)}{\partial L_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

一直计算子 Λ_i 直到 Λ_9 ，累加起来得到整个信息矩阵 Λ 。信息矩阵的绘制过程如下图所示。左上方九个矩阵从左到右从上到下依次为 $\Lambda_1, \Lambda_2 \dots \Lambda_9$ 。右上方得到了最终的信息矩阵。marg 掉 ξ_1 的过程在图的正下方。 ξ_1 在 marg 掉之后其信息传递给了 L_1 与 L_2 之间。

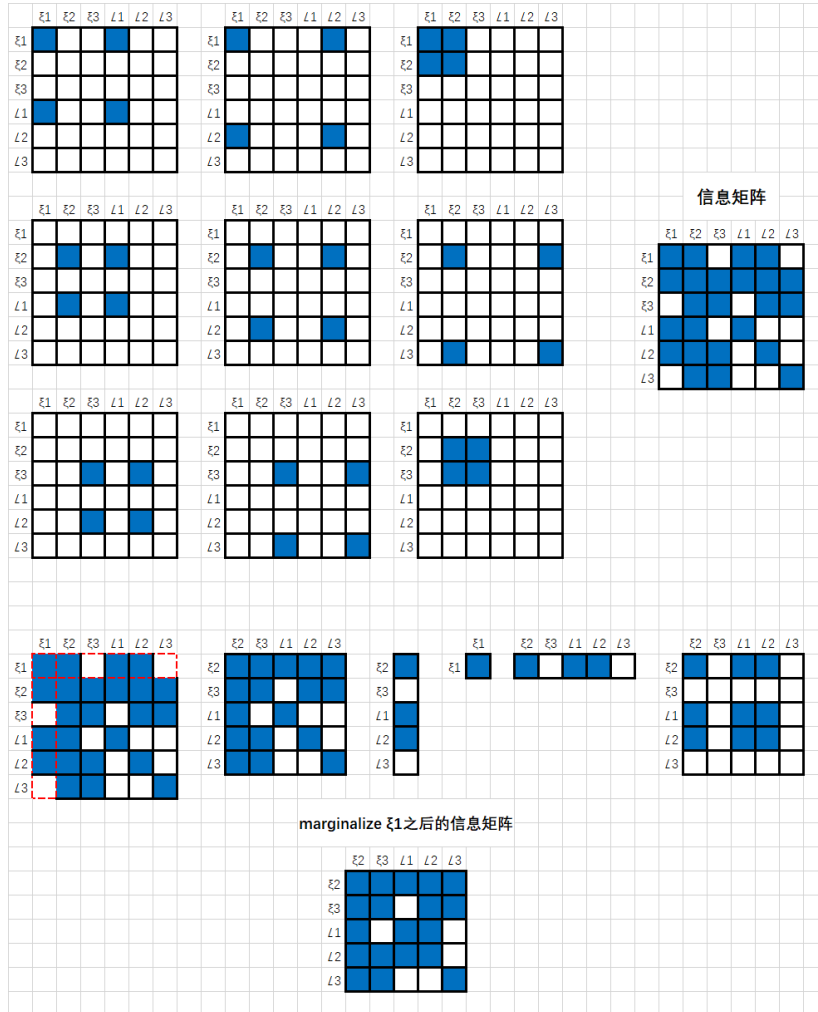


图 1: 信息矩阵绘制

2 零空间维度验证

添加代码中缺省的两项关于位姿与路标点的信息矩阵非零项计算：

```
1 {  
2  
3     H.block(i*6,i*6,6,6) += jacobian_Ti.transpose() * jacobian_Ti;  
4     H.block(j*3 + 6*poseNums,j*3 + 6*poseNums,3,3) += jacobian_Pj.transpose()*  
        jacobian_Pj;  
5     H.block(i*6,j*3 + 6*poseNums, 6,3) += jacobian_Ti.transpose()*jacobian_Pj;  
6     H.block(j*3 + 6*poseNums,i*6 , 3,6) += jacobian_Pj.transpose() * jacobian_Ti;  
7 }
```

得到结果的后七维奇异值如下：

$3.21708e-17$

$2.06732e-17$

$1.43188e-17$

$7.66992e-18$

$6.08423e-18$

$6.05715e-18$

$3.94363e-18$

表明零空间的维度为 7。