

# HW1: 博弈论与多臂老虎机算法基础

姓名: 学号: 日期:

## 1.1. 占优策略均衡与纳什均衡的关系

证明如下关于占优策略均衡与纳什均衡的关系的结论:

1. 如果每个参与人 $i$ 都有一个占优于其它所有策略的策略 $s_i^*$ , 那么 $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ 是纳什均衡;
2. 如果每个参与人 $i$ 都有一个严格占优于其它所有策略的策略 $s_i^*$ , 那么 $s^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ 是博弈的唯一纳什均衡。

## 1.2. $N$ 人古诺竞争

假设在古诺竞争中, 一共有 $J$ 家企业。当市场中所有企业总产量为 $q$ 时, 市场价格为 $p(q) = a - bq$ 。且每个企业生产单位产品的成本都是同一个常数 $c$ , 即企业 $i$ 的产量为 $q_i$ 时该企业的成本为 $c_i(q_i) = c \cdot q_i$ 。假设 $a > c \geq 0, b > 0$ 。

1. 求纳什均衡下所有企业的总产量以及市场价格;
2. 讨论均衡价格随着 $J$ 变化的情况, 你有什么启示?
3. 讨论 $J \rightarrow \infty$ 的均衡结果, 你有什么启示?

## 1.3. 公地悲剧

假设有 $I$ 个农场主, 每个农场主均有权利在公共草地上放牧奶牛。一头奶牛产奶的数量取决于在草地上放牧的奶牛总量 $N$ : 当 $N < \bar{N}$ 时,  $n_i$ 头奶牛产生的收入为 $n_i \cdot v(N)$ ; 而当 $N \geq \bar{N}$ 时,  $v(N) \equiv 0$ 。假设每头奶牛的成本为 $c$ , 且 $v(0) > c, v' < 0, v'' < 0$ , 所有农场主同时决定购买多少奶牛, 所有奶牛均会在公共草地上放牧(注: 假设奶牛的数量可以是小数, 也就是无需考虑取整的问题)。

1. 将上述情形表达为策略式博弈;
2. 求博弈的纳什均衡下所有农场主购买的总奶牛数(可以保留表达式的形式, 不用求出具体解);
3. 求所有农场主效用之和最大(社会最优)情况下的总奶牛数(可以保留表达式的形式, 不用求出具体解), 与上一问的结果比较, 你能从中得到什么启示?

## 1.4. 教育作为一种信号

## 1.5. 混合策略的不完全信息解释

## 1.6. 飞机跑道成本分配的沙普利置计算

## 1.7. $\epsilon$ -贪心算法的遗憾分析