MZNČ: transformace Cochrane a Orcutt (C-O)

- MZNČ při *AR*(1) autokorelaci náhodných složek, lze zobecnit pro *AR*(*q*).
- Varianta Prais-Winstenovy transformace: Opakovaně odhadujeme autokrelační koeficient, zároveň opakovaně transformujeme $\boldsymbol{y}$ a $\boldsymbol{X}$. Narozdíl od PW transformace ztrácíme první pozorování: období t = 1).
- Založena na konceptu (tvaru) zobecněných diferencí

Tvar zobecněných diferencí (příklad)

- Použijeme jednoduchý regresní model:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$$

- Vyjádříme tento model pro období: t-1:

$$Y_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + u_{t-1}$$

Pronásobíme zpožděnou rovnici koeficientem $|\rho| < 1$:

$$\rho Y_{t-1} = \rho\beta_0 + \rho\beta_1 X_{t-1} + \rho u_{t-1}$$

- Odečteme upravenou rovnici od původní rovnice pro Y_t a získáme tvar zobecněných diferencí:

$$(Y_t - \rho Y_{t-1}) = \beta_0(1 - \rho) + \beta_1(X_t - \rho X_{t-1}) + (u_t - \rho u_{t-1}) ,$$

který zjednodušeně zapisujeme takto:

$$Y_t^* = \beta_0^* + \beta_1^* X_t^* + \upsilon_t$$

MZNČ: iterativní transformace metodou C-O :

1. Vyjdeme z jednoduchého regresního modelu

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t \,, \qquad (1)$$

jehož odhad pomocí MNČ zapíšeme obvyklým způsobem:

$$Y_t = b_0 + b_1 X_t + e_t \quad , \qquad t = 1, \ldots , n \qquad (1a)$$

2. Pokud DW nebo BG test ukazuje na autokorelaci náhodné složky typu AR(1), použijeme vektor reziduí $\boldsymbol{e}^T = (e_1, \ \ldots \ , e_T)$ k odhadu AR(1) funkce (bez úrovňové konstanty). Odhad zapíšeme takto:

$$e_t = \hat{\rho}\, e_{t-1} + \varepsilon_t \quad , \qquad t = 2, \ldots , n \,; \ |\hat{\rho}| < 1$$

3. S využitím odhadnutého autoregresního koeficientu $\hat{\rho}$ převedu model (1) na tvar zobecněných diferencí:

$$Y_t^* = \beta_0^* + \beta_1^* X_t^* + \upsilon_t \quad , \qquad (2)$$

- generujeme hodnoty $Y_t^* = (Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1})$ a $X_t^* = (X_t - \hat{\rho} X_{t-1})$; $t = 2, \ldots. , n.$

- u modelů s více exogenními proměnnými generujeme: $X_{it}^* = (X_{it} - \hat{\rho} X_{it-1})$; $i = 1, \ldots. , k$ (počet exog. proměnných)

Model ve tvaru (2) odhadneme MNČ a získané odhady regresních koeficientů $b_0^* = \hat{\beta}_0^*$ a $b_1^* = \hat{\beta}_1^*$ použijeme k výpočtu parametrů $b_0^{/}$ a $b_1^{/}$ pro další iteraci s rovnicí (1a):

$$b_0^{/} = \frac{b_0^*}{(1-\hat{\rho})} \quad ; \quad b_1^{/} = b_1^* \quad .$$

4. Takto získané parametry $b_0^{/}$ a $b_1^{/}$ dosadíme do rovnice (1a):

$$Y_t = b_0^{/} + b_1^{/} X_t + e_t^{/} \ ,$$

ze které generujeme novou sadu reziduí:

$$e_t^{/} = Y_t - (b_0^{/} + b_1^{/} X_t) \ .$$

5. Postupujeme podle kroku 2 a použijeme rezidua $e_t^{/}$ pro opakovaný odhad *AR*(1) vztahu:

$$e_t^{/} = \hat{\hat{\rho}}\, e_{t-1}^{/} + \varepsilon_t^{/} \quad , \qquad t = 2, \ldots , n \ ; \ |\hat{\hat{\rho}}| < 1$$

6. Postup (kroky 2 až 5) opakujeme, dokud jednotlivé odhady ρ nekonvergují, tj. mezi dvěma iteracemi se odhad ρ liší o méně, než je předem stanovený limit.

MZNČ: iterativní transformace metodou C-O

- Konvergence ρ bývá poměrně rychlá (nízký počet iterací).
- **Smysl iterací**: protože při existenci autokorelace *AR*(1) není MNČ nejlepší odhadovou metodou, první odhad ρ (tj. $\hat{\rho}$) je pouze aproximativní.
- Konvergují-li odhady ρ k nějaké hodnotě $|\rho| < 1$, potom náhodná složka z modelu zobecněných diferencí (2) /tj.: $\upsilon_t = (u_t - \rho u_{t-1})$ / splňuje G.M. předpoklady a odhad je vydatný (min. rozptyl).