4EK211 Základy ekonometrie

Speciální případy použití MNČ

Cvičení 9

Speciální případy použití MNČ

- Cvičení 1 – 8: ekonometrické modely lineární v proměnných i v parametrech

- MNČ lze použít, i když je funkce

  a) nelineární v parametrech
  - před použitím MNČ musíme funkci vhodně transformovat
  - semilogaritmická nebo logaritmická transformace (řadu funkcí nelze linearizovat logaritmováním!)

  b) lineární v parametrech a nelineární v proměnných
  - v těchto případech aplikujeme přímo MNČ,
  - nelinearitu je možné jednoduše odstranit vhodnou substitucí, případně odlišnou definicí proměnných

Nelineární v parametrech – semilogaritmický model

- **SEMILOGARITMICKÝ MODEL:** speciální forma logaritmické transformace. V případech, kdy relativní změna vysvětlované proměnné ***y*** závisí lineárně na absolutní změně vysvětlující proměnné/proměnných ***x***
- **logaritmus je po transformaci pouze na jedné straně rovnice**

a) **logaritmicko-lineární model (log-lin)**

$\ln y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$

odpovídá **exponenciálnímu modelu**

$$y_i = e^{\beta_0 + \beta_1 x_i + u_i}$$

β_1= o kolik procent se změní y, když se x změní o 1 měrnou jednotku

aplikace: růstový model HDP / populace

b) **lineárně-logaritmický model (lin-log)**

$y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln x_i + u_i$

β_1= o kolik měrných jednotek se změní y, když se x změní o 1 %

aplikace: Engelova křivka (individuální příjem vs spotřeba)

Nelineární v parametrech - log-log model

- logaritmická transformace regresního modelu nelineárního v parametrech, logaritmování mocninné produkční nebo poptávkové funkce
- logaritmus je po transformaci na obou stranách rovnice

$$y_i = \beta_0 x_{1i}^{\beta_1} x_{2i}^{\beta_2} e^{u_i}$$

$\ln y_i = \ln \beta_0 + \beta_1 \ln x_{1i} + \beta_2 \ln x_{2i} + u_i$

β_1, β_2 = koeficienty pružnosti,

= o kolik procent se změní proměnná y, když se x_1 nebo x_2 změní o jedno procento

aplikace: Cobb-Douglasova produkční funkce

- v GRETLu i PcGivu funkce *log* vrací přirozené logaritmy (*ln*)

Nelineární v proměnných – lineární v parametrech

- hyperbola / inverzní model

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{x_i} + u_i \quad ; \quad \textit{transformace} \quad x_i^* = \frac{1}{x_i}$$

$$\textit{po transformaci (de facto pouze po substituci):}$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i^* + u_i$$

aplikace: Phillipsova křivka (inflace vs nezaměstnanost)

- parabola / polynomický model

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i}^2 + u_i$$

opět použijeme substituci typu: $x^* = x^2$

aplikace: nákladová funkce

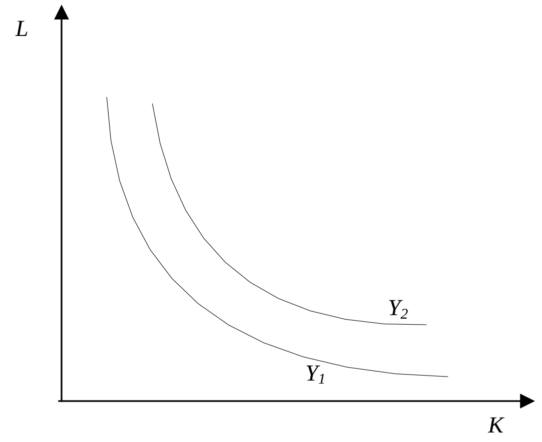
Produkční funkce

- vztah = vstupní výrobní faktory / inputy vs výstup / output
- cíl = maximalizace zisku + efektivní kombinace vstupů

Cobb-Douglasova produkční funkce

- statická: $y = AK^{\alpha}L^{\beta}e^{u}$
- dynamická: $y = AK^{\alpha}L^{\beta}e^{rt}e^{u}$

- s podmínkou $L = \varphi(K)$ pro $y = y_{konstantní}$
  - definuje křivku – IZOKVANTA



Cobb-Douglasova produkční funkce

- ***α, β, r, A*** = parametry
- ***A*** = úrovňová konstanta, její hodnota závisí na zvolených měřících jednotkách, je určena efektivností výrobního procesu
- ***α, β*** = koeficienty relativní pružnosti (interpretují se v %)

$$\alpha = \frac{\partial Y}{\partial K}\frac{K}{Y}$$

  – z intervalu (0,1) = ekonomická verifikace
  – *y* měla být funkce rostoucí a konkávní
  – př. *α* = 0,4 ... vzroste-li *K* o 1% (*L* je pevné), potom vzroste *y* v průměru o 0,4%

- ***r*** = definuje nezpředmětněný technický pokrok (TP) = je mírou TP

$$r = \frac{\partial Y}{\partial t}*100$$

  – př.: *r* = 0.02 → *r* = 2% ... objem produkce *y* roste ročně (čtvrtletně, mezi dvěma násleujícími obdobími) o 2% (za předpokladu ceteris paribus: pro neměnné *K* a *L*)

Cobb-Douglasova produkční funkce

- odhad parametrů CDPF (statická/dynamická verze):
  - je třeba provést logaritmickou transformaci:
    $\ln y = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L + u$
    $\ln y = \ln A + \alpha \ln K + \beta \ln L + rt + u$
- v GRETLU, resp. v PcGivu:
    $\log(y) = \log A + \alpha \log(K) + \beta \log(L) + u$
    $\log(y) = \log A + \alpha \log(K) + \beta \log(Z) + rt + u$

- odhadem MNČ získáme:
  - **log A** (ln úrovňové konstanty původní specifikace)
    nutno zpětně transformovat: $\ln(A) = b_0 \rightarrow A = e^{b_0}$
  - α, β , r (dosadíme přímo z odhadu logaritmizovaného modelu, odhadnuté koef. platí pro původní specifikaci modelu)

Cobb-Douglasova produkční funkce

Přírůstkové produktivity faktorů

- mezní produkt kapitálu: $\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \frac{Y}{K}$
- mezní produkt práce: $\frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \frac{Y}{L}$
- absolutní pružnosti
- počítají se vždy pro konkrétní pozorování (*Y*, *L*, *K*, *t*)

Přírůstkové míry substituce

- mezní míra substituce pracovních sil kapitálem

  $$R = \frac{\alpha}{\beta} \frac{L}{K}$$

- mezní míra substituce kapitálu pracovními silami $\frac{1}{R}$
- počítají se vždy pro konkrétní pozorování

Cobb-Douglasova produkční funkce

Pružnost substituce faktorů

- snadnost záměny K za L dána koeficienty pružnosti substituce
- $\delta = f(R)$ a leží v intervalu $(0, \infty)$
- $\delta \rightarrow 0$
  - rektangulární izokvanta (tj. tvar L)
  - neexistuje substituce
- $\delta \rightarrow \infty$
  - izokvanta je přímka
  - dokonalá substituce
- $\delta \rightarrow 1$
  - $L = \varphi(K)$ ..... izokvanta CDPF

Cobb-Douglasova produkční funkce

Efekt z rozsahu výroby

- $\alpha + \beta$ dohromady slouží k určení efektu z rozsahu výroby
  - na vstupu – K a L vzrostou λ-krát
  - proces výroby
  - na výstupu – Y vzroste ρ-krát

- $\rho = \lambda^{\alpha + \beta}$, kde ρ je efekt z rozsahu výroby

- $\alpha + \beta = 1 \rightarrow \rho = \lambda$ ..... PF homogenní 1. stupně
- $\alpha + \beta > 1 \rightarrow \rho > \lambda$ ..... PF intenzivního typu – rostoucí výnosy z rozsahu
- $\alpha + \beta < 1 \rightarrow \rho < \lambda$ ..... PF extenzivního typu – klesající výnosy z rozsahu

CDPF – příklad

Soubor: CV09_PR1.xls

Data: ***y*** = objem produkce (tis. Kč)
K = úroveň fixního kapitálu ve stálých cenách (tis. Kč)
L = odpracované hodiny (tis. hod)

Zadání: Odhadněte statickou CDPF.
Odhadněte dynamickou CDPF.
Interpretujte pro rok 1979:

- relativní pružnost
- mezní produkt kapitálu
- mezní míru substituce pracovních sil kapitálem
- výnosy z rozsahu

statická: $y = AK^{\alpha}L^{\beta}e^{u}$
dynamická CDPF : $y = AK^{\alpha}L^{\beta}e^{rt}e^{u}$

CDPF – příklad

Soubor: CV09_PR2.xls

Data: y = objem produkce (tis. Kč)
K = úroveň fixního kapitálu ve stálých cenách (tis. Kč)
L = odpracované hodiny (tis. hod)

Zadání: Odhadněte statickou CDPF.
Odhadněte dynamickou CDPF.
Interpretujte pro pozorování 18:

- relativní pružnost
- mezní produkt kapitálu
- mezní míru substituce pracovních sil kapitálem
- výnosy z rozsahu

statická: $y = AK^{\alpha}L^{\beta}e^{u}$

dynamická CDPF : $y = AK^{\alpha}L^{\beta}e^{rt}e^{u}$