



# 4EK211 Základy ekonometrie

Logistická křivka

Cvičení 11

# Logistická křivka – log-lineární model

- patří mezi poptávkové funkce, ty dělíme na:

## a) klasické

- $D = f(\text{příjem, cenový index, ...})$

## b) po předmětech dlouhodobé spotřeby (PDS)

- závisí na čase, příp. příjmu apod.
- dynamický model analýzy poptávky
- logistická křivka

## Předměty dlouhodobé spotřeby

- vybavenost PDS roste s růstem reálných příjmů
- nákupy PDS hrazeny mimo běžný příjem (z úspor)
- nasycenost PDS časem dosáhne hladiny, kdy se poptávka omezí na nahrazení opotřebovaných exemplářů
- zajímáme se o:
  - současnou vybavenost PDS – kolik se v současnosti používá
  - dlouhodobý trend

# Logistická křivka

- úroveň vybavenosti se asymptoticky blíží k horní hranici – tzv. hladině nasycení (resp. saturace)
- po dosažení saturace poptávka nereaguje na změny exogenních faktorů
- **absolutní vybavenost**
  - měřená celkovým počtem PDS v používání
- **relativní vybavenost**
  - množství PDS připadající na 100 (1000,...) obyvatel či domácností
- **čistá poptávka**
  - nákupy, které zvyšují vybavenost (tzv. první vybavení)
- **renovační poptávka**
  - nákupy PDS za účelem nahrazení vyřazených PDS z používání
  - nezvyšují vybavenost
  - zajišťují prostou reprodukci

# Logistická křivka – postup

## Logistický růstový model

- čas – jediná vysvětlující proměnná
- uvažujeme čistou poptávku (abstrahujeme od renovační popt.)

Kategorizace fází vývoje vybavenosti daným PDS

1. výrobek je nově uveden na trh
  - vybavenost nízká, vysoký potenciál růstu vybavenosti
2. poptávka po výrobku rychle akceleruje
  - s rostoucí informovaností o výrobku roste i vybavenost výrobkem
3. vybavenost se blíží hladině saturace (pokles nákupů)
  - většina domácností již výrobek má (vysoká vybavenost)
  - funkční tvar růstu vybavenosti: převáží tzv. **brzdící faktor**
  - objevuje se renovační poptávka

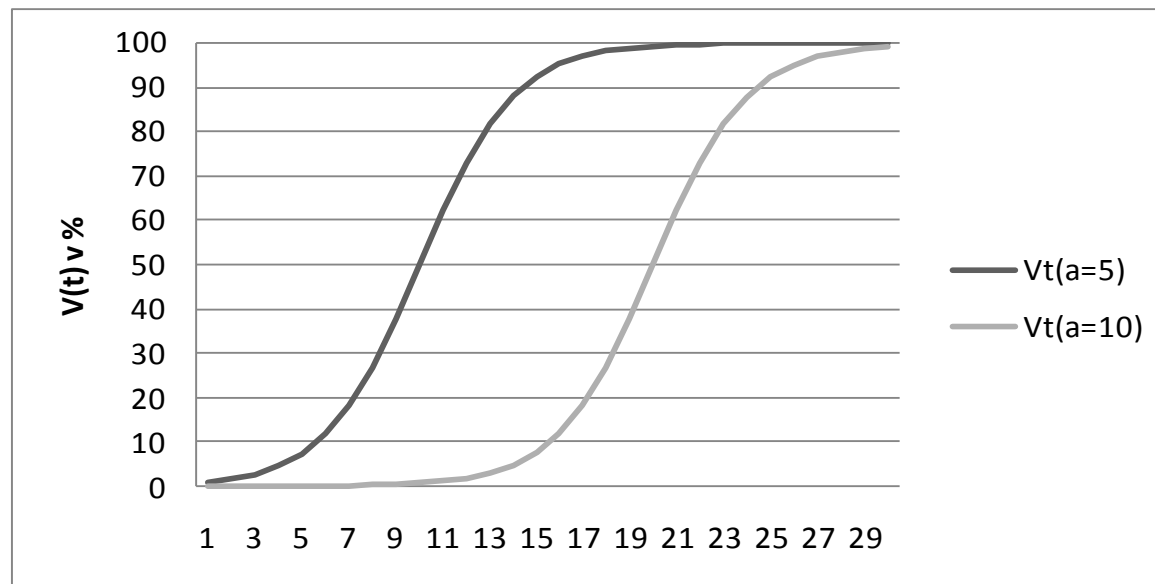
Alternativní kategorizace (podle typu spotřebitelů/kupujících):

1) inovátoři 2) osvojitelé 3) obezřetní 4) konzervativní



# Logistická křivka – postup

- vybavenost v čase  $t = V(t)$
- extrémní hodnoty vybavenosti:
  - nula
  - hladina saturace  $S$  (všichni potenciální vlastníci PDS zakoupili)
    - dána apriori (známá)
    - odhad – metoda vyrovnání tempa přírůstků (Hotelling, 1927)
  - $[S - V(t)]$  = domácnosti, které ještě PDS nejsou vybaveny, tento výraz udává „zbývající“ okruh potenciálních zákazníků



# Logistická křivka - postup

- tvar:  $V(t) = \frac{S}{1 + e^{a-bt+u}}$
- funkce nelineární ve třech parametrech:  $S, a, b$
- Lze linearizovat přes logaritmickou transformaci
- po substituci odhadujeme MNČ (semilogaritmický) tvar:

$$y^* = a - bt + u, \quad \text{kde } y^* = \ln((S/V(t)) - 1) \rightarrow \text{logit}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = S$$

- **inflexní bod**:  $t^* = a/b, V(t) = S/2$   
 $a$  – úrovněová konstanta ovlivňující výchozí úroveň  $V(t)$   
 $b$  – vyjadřuje rychlost nasycování trhu
- $dV(t)/dt$  ... změna relativní vybavenosti na přírůstku času (tj.  $dt$ ) v důsledku čisté poptávky po PDS

# Logistická křivka – postup

## Metoda vyrovnání tempa přírůstků – postup

$$R(t) = p + qV(t), \quad \text{tvar vhodný pro odhad MNČ}$$

*kde  $V(t)$  je vybavenost domácností*

$$R(t) = \frac{\Delta V(t)}{V(t)} = \frac{V(t+1) - V(t)}{V(t)}$$

$$p = b, \quad q = -\frac{b}{S}$$

$$L(t) = \ln \left[ \frac{S}{V(t)} - 1 \right] = a - bt + u$$

$$\hat{a} = \bar{L}_t + \hat{b}\bar{t}$$

$$V(t) = \frac{S}{1 + e^{a-bt+u}}$$

# Logistická křivka – příklad

**Soubor:** CV11\_PR1.xls

**Data:**  $t$  = čas (10 pozorování)

$V(t)$  = % vybavenost domácností PDS (v tis. domácností)

## Zadání:

1. Odhadněte  $S$  metodou vyrovnání tempa přírůstků.  
Určete explicitní tvar křivky  $V(t)$ .  
Určete inflexní bod  $t^*$ , (dobu, kdy je trh nasycen z 50-ti % hodnoty  $S$ ).  
**Pozor – odhaduji model na vzorku 1-9 (PcGive)!**
2. Z expertní analýzy víme, že hodnota  $S$  je 100.  
Určete explicitní tvar křivky  $V(t)$ .  
Určete inflexní bod  $t^*$ , (dobu, kdy je trh nasycen z 50-ti % hodnoty  $S$ ).  
**Pozor – odhaduji model na vzorku 1-10 (PcGive)!**



# Logistická křivka – příklad

**Soubor:** CV11\_PR2.xls

**Data:**  $t$  = čas (24 pozorování)

$V(t)$  = počet internetových domén na trhu

## Zadání:

1. Odhadněte  $S$  metodou vyrovnání tempa přírůstků.  
Určete explicitní tvar křivky  $V(t)$ .  
Určete inflexní bod  $t^*$ , (dobu, kdy je trh nasycen z 50-ti % hodnoty  $S$ ).  
**Pozor – odhaduji model na vzorku 1-23 (PcGive)!**
2. Z expertní analýzy víme, že hodnota  $S$  je 420 000 000.  
Určete explicitní tvar křivky  $V(t)$ .  
Určete inflexní bod  $t^*$ , (dobu, kdy je trh nasycen z 50-ti % hodnoty  $S$ ).  
**Pozor – odhaduji model na vzorku 1-24 (PcGive)!**