

# ÁLGEBRA POLINOMIOS

## 1. Término algebraico

Es la expresión en la cual los elementos están relacionados principalmente mediante el producto y también por las operaciones o algoritmos de la DIVISIÓN, POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN.

$$\text{signo} \Rightarrow \underbrace{-6}_{\text{coeficiente}} \cdot \underbrace{x^3 \cdot y^2}_{\substack{\text{parte literal} \\ \text{(variables)}}} \quad \text{exponentes}$$

## 2. Términos semejantes

Son términos algebraicos que tienen la misma parte literal.

## 3. Grados de un polinomio

1. Grado Relativo en una expresión: Es el mayor exponente que afecta a la variable seleccionada en toda la expresión.
2. Grado Absoluto: Es la mayor suma de exponentes que presentan las variables en los términos de una expresión algebraica. Esta definición se puede aplicar a un término o a toda la expresión.

### 3.1. Polinomios de una variable

$$p(x) = a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_n \cdot x^n;$$

$$a_i \in \mathbb{R} \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

Los  $a_i$  se denominan coeficientes de  $p(x)$ , en particular  $a_0$  se llama término independiente y  $a_n \neq 0$  es el coeficiente principal,  $n$  es el grado de  $p(x)$ .

### 3.2. Monomio

Es un polinomio donde solo un coeficiente es distinto de cero; es decir es de la forma  $a \cdot x^n$ , donde  $a \neq 0$  y  $n \in \mathbb{N}$ .

### 3.3. Polinomios Idénticos

Dos polinomios de igual grado que están en función de la misma variable son idénticos si tienen los mismos coeficientes.

### 3.4. Polinomio Homogéneo

Sea  $P$  un polinomio no nulo de dos o más variables,  $P$  se llamará homogéneo de grado  $n \in \mathbb{N}$  si cada monomio de  $P$  tiene grado  $n$ .

### 3.5. Polinomio Ordenado

Es aquel en el que los exponentes de la variable que se toma como referencia, guardan un orden, ya sea ascendente o descendente.

### 3.6. Polinomio Mónico

Es aquel polinomio dependiente de una sola variable que tiene como coeficiente principal a la unidad.

### 3.7. Polinomio Completo

Es el que contiene todos los exponentes de la variable que se toma como referencia desde el mayor exponente hasta el exponente cero o término independiente.

### 3.8. Polinomio Nulo

Es aquel que tiene todos sus coeficientes nulos.

### 3.9. Polinomio Primitivo en $x$

Un polinomio no nulo, de coeficientes enteros, se denomina primitivo si el máximo común divisor de sus coeficientes es la unidad (es decir son primos entre sí).

#### NIVEL I

1. Hallar  $a + b$  si el polinomio es homogéneo:

$$p(x, y) = a \cdot x^{a-5} + b \cdot y^{a^3} + c \cdot x^{b^{a+1}}$$

a) 8

b) 9

c) 10

d) 11

e) 12

2. Si el monomio:  $M = 8 \cdot \sqrt[a]{x^b \cdot y} \sqrt[b]{x^a \cdot y^{b^2}}$  es de grado absoluto 4 y los grados relativos de "x", e "y" son iguales. Hallar  $7b - 5a$ .

- a)1                      b)7                      c)5  
d)12                    e)2

3. Sabiendo que  $P(x + 2) = 6x + 1$  además:  $P(f(x)) = 12x - 17$ . Hallar  $f(10)$ .

- a)19                    b)18                    c)12  
d)8                    e)21

4. Si:  $f(x) = ax^2 + b$ , además:  $f(f(x)) = 8x^4 + 24x^2 + c$ . Hallar  $a + b + c$ .

- a)22                    b)23                    c)24  
d)25                    e)26

5. Hallar la suma de coeficientes del polinomio homogéneo:

$$P(x, y, z) = (a+b)x^{ab} + (a-b)y^{ba} - (a^2 - b^2)z^{a^a - b}$$

- a)-2                    b)-4                    c)8  
d)6                    e)-6

6. Hallar "a + b" si:

$$ax^2 + bx + 7 = k(3x^2 - 2x + 1)$$

- a)4                    b)5                    c)6  
d)7                    e)8

7. Calcular  $m + 2n$  en :

$$m(x + n) + n(x + m) = 3x - 56$$

- a)-3                    b)-2                    c)-1  
d)3                    e)5

8. Se define:

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad ; \text{ además } f(a) = f(b) = f(c) = 0$$

$$\text{Calcular: } f(a^{-1} + b^{-1} + c^{-1})$$

- a)1                    b)2                    c)3  
d)4                    e)5

9. Si el grado absoluto del monomio:  $M = (a + b)x^{2(a-1)}y^{3b}$ ; es 17 y su coeficiente tiene el mismo valor que el grado relativo respecto a "x". Hallar  $a + b$ .

- a)5                    b)2                    c)7  
d)8                    e)9

10. Hallar  $a + b + c$ , si el polinomio es idénticamente nulo.

$$P(x) = a(3x^2 - x + 2) + b(2x - 1) - c(x^2 - x) - 6x$$

- a)5                    b)6                    c)7  
d)8                    e)9

11. Si:  $f(f(f(x))) = 189 + 8x$ . Calcular:  $f(5) + f(0)$ .

- a)72                    b)58                    c)67  
d)64                    e)62

12. Si la expresión  $P = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{x^3} \cdot \sqrt[n]{x^5} \dots \sqrt[n]{x^{2n-1}}$  es de octavo grado. Hallar "n".

- a)6                    b)10                    c)4  
d)9                    e)8

13. Reducir  $P(x)$ , si es homogéneo:

$$P(x) = abc \sqrt[a]{\sqrt[b]{\sqrt[c]{x^3}}} + bc \sqrt[b]{\sqrt[c]{x^2}} + c \sqrt[c]{x} + \sqrt[4]{x^c}$$

- a) $8\sqrt{x}$                     b) $13\sqrt{x}$                     c) $10\sqrt{x}$   
d)8                    e)1

14. Si  $P(x)$  es un polinomio completo y ordenado ascendentemente. Hallar  $a + b + c + d$ .

$$P(x) = x^{c+d-1} + 2x^{b-c+1} + 3x^{a+b-4} + x^{a-3}$$

- a)9                    b)10                    c)8  
d)7                    e)11

15. Si  $P(x) = 5x^2 + 7x - 12$ , y  $f(x) = x^2 - 3x + 1$ . Calcular:

$$S = [P(-1)]^{P[1]} + \frac{f(-2) + f(-1)}{f(4) - f(3)}$$

- a)5                      b)6                      c)3  
d)4                      e)9

16. Hallar el grado absoluto del monomio.

$$M = \sqrt[a]{x^b} \cdot \sqrt[c]{y^a} \cdot \sqrt[b]{z^c}$$

Si:  $\frac{a+b}{a} = \frac{b+c}{b} = \frac{a+c}{c} = 12$

- a)30                      b)29                      c)28  
d)33                      e)32

17. Hallar  $A + B + C$ . Si:

$$\frac{x^2 + 3x - 2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+1}$$

- a)2                      b)-4                      c)-3  
d)3                      e)1

18. Calcular  $a + b$ , si la fracción es independiente de "x", e "y".

$$f = \frac{(a-b)x^2 + xy + (3b-a+1)y^2}{(a+b)x^2 + 5xy + (6a-4b)y^2}$$

- a)-1                      b)-2                      c)-5  
d)5                      e)4

19. Si  $f(ax+2) = (ax)^2 + 5ax + 6$ . Hallar:

$$E = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h}, \quad h \neq 0$$

- a)4x+2                      b)2x+4                      c)x+1  
d)x-1                      e)2

20. Hallar  $a + b$  si el GA del monomio  $M(x, y) = (a+b)x^{2a-2}y^{3b}$  es 17 su coeficiente tiene el mismo valor que el GR respecto a "x"

- a)5                      b)2                      c)7  
d)8                      e)4

21. Al multiplicar  $(x+2)^{12}$  y  $(x-1)^n$  se obtiene  $a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \dots + a_p \cdot x^p$ , donde  $a_p \neq 0$ . Calcule  $n \cdot p$ , si además  $a_1 + a_3 + a_5 + \dots = 4$ ; (todos los posibles índices impares).

- a)16                      b)48                      c)24  
d)30                      e)45

22. Si el trinomio:  $\sqrt[a]{x^{a+b}} + \sqrt[b]{x^{b+c}} + \sqrt[c]{x^{a+c}}$ , es homogéneo de grado 2, ¿de qué grado es el monomio:

$$\sqrt[a]{x^b} \cdot \sqrt[c]{y^a} \cdot \sqrt[b]{z^c}$$

- a)7                      b)2                      c)3  
d)4                      e)1