

سوال ۱: صحیح یا غلط

- صحیح و غلط بودن موارد زیر را به صراحت ذکر کنید و در حداکثر یک خط و نیم توضیح دهید.
- مجموعه A که برابر است با همه زیر مجموعه‌های متناهی از رشته‌های عضو $\{0, 1\}^*$ شماراست.
 $(A = \{L \subset \{0, 1\}^* \mid |L| \in \mathbb{Z}\})$
- بنابر قضیه Rice زبان توصیف همه ماشین‌های تورینگ که رشته ۰۱ را می‌پذیرند و رشته ۱۰ را نمی‌پذیرند بازگشتی نیست.
- اشتراک دو مجموعه تشخیص‌پذیر توسط ماشین تورینگ^۱، مجموعه‌ای تشخیص‌پذیر توسط ماشین تورینگ است.
- نمونه‌هایی از مسئله PCP^۲ شامل دوتایی‌های (α_i, β_i) ($1 \leq i \leq n$) وجود دارند که ماشین تورینگ می‌تواند تصمیم‌بگیرد (اعلام کند) با آن نمونه‌ها نمی‌توان ترکیب صحیح را ساخت، یعنی هیچ دنباله‌ای از اعداد i_1, \dots, i_k وجود ندارد که داشته باشیم: $\alpha_{i_1}\alpha_{i_2}\dots\alpha_{i_k} = \beta_{i_1}\beta_{i_2}\dots\beta_{i_k}$
- نمونه‌هایی از مسئله PCP شامل دوتایی‌های (α_i, β_i) ($1 \leq i \leq n$) وجود دارند که ماشین تورینگ نمی‌تواند تصمیم‌بگیرد (اعلام کند) با آن نمونه‌ها نمی‌توان ترکیب صحیح را ساخت، یعنی هیچ دنباله‌ای از اعداد i_1, \dots, i_k وجود ندارد که داشته باشیم: $\alpha_{i_1}\alpha_{i_2}\dots\alpha_{i_k} = \beta_{i_1}\beta_{i_2}\dots\beta_{i_k}$
- ماشین تورینگ جهان‌شمول^۳ نمی‌تواند ماشین تورینگ جهان‌شمول را شبیه‌سازی کند.

سوال ۲: تعریف‌ها

- موارد زیر را تعریف کنید:
- محاسبه یک تابع جزئی^۴ چند متغیره توسط ماشین تورینگ.
 - زبان بازگشتی^۵

^۱Turing Machine Recognizable

^۲Post's Correspondence Problem

^۳Universal Turing Machine

^۴Partial Function

^۵Recursive

سوال ۳: تابع علی

علی تابع زیر را طراحی کرده است.

```
function HOTPO(n)
  while n > 0 do
    if n mod 2 = 0 then
      n ← n/2
    else
      n ← 3n + 1
```

- اگر خواستید تعریف شمارش یک زبان توسط یک ماشین تورینگ را بنویسید (صفر نمره)
- علی نمی داند که آیا تابعش به ازای عددهای مختلف پایان می پذیرد یا خیر. شما به مشکل علی کاری ندارید، بلکه ماشین تورینگ طراحی کنید که نمایش یگانی^۶ تمام اعداد n را بنویسد که برای آنها الگوریتم علی پایان می پذیرد.

سوال ۴: محاسبه پذیری همه یا هیچ

زبان

$$L = \{e(T_1)e(T_2) \mid L(T_1) \cup L(T_2) = \Sigma^* \text{ یا } L(T_1) \cap L(T_2) = \emptyset\}$$

را در نظر بگیرید که هر کدام از T_i ها یک ماشین تورینگ، $e(T)$ توصیف ماشین T و $L(T)$ زبان ماشین T است. ثابت کنید زبان L بازگشتی نیست اما بازگشتی شمارشی^۷ هست.

موفق باشید

^۶Unary

^۷Recursively Enumerable