

بسم الله الرحمن الرحيم

درس تحقیق در عملیات

ترم پاییز ۱۳۹۹-۱۴۰۰



جلسه اول

درس تحقیق در عملیات



توصیف درس

- **Operations Research** (aka, Management Science, Analytics):

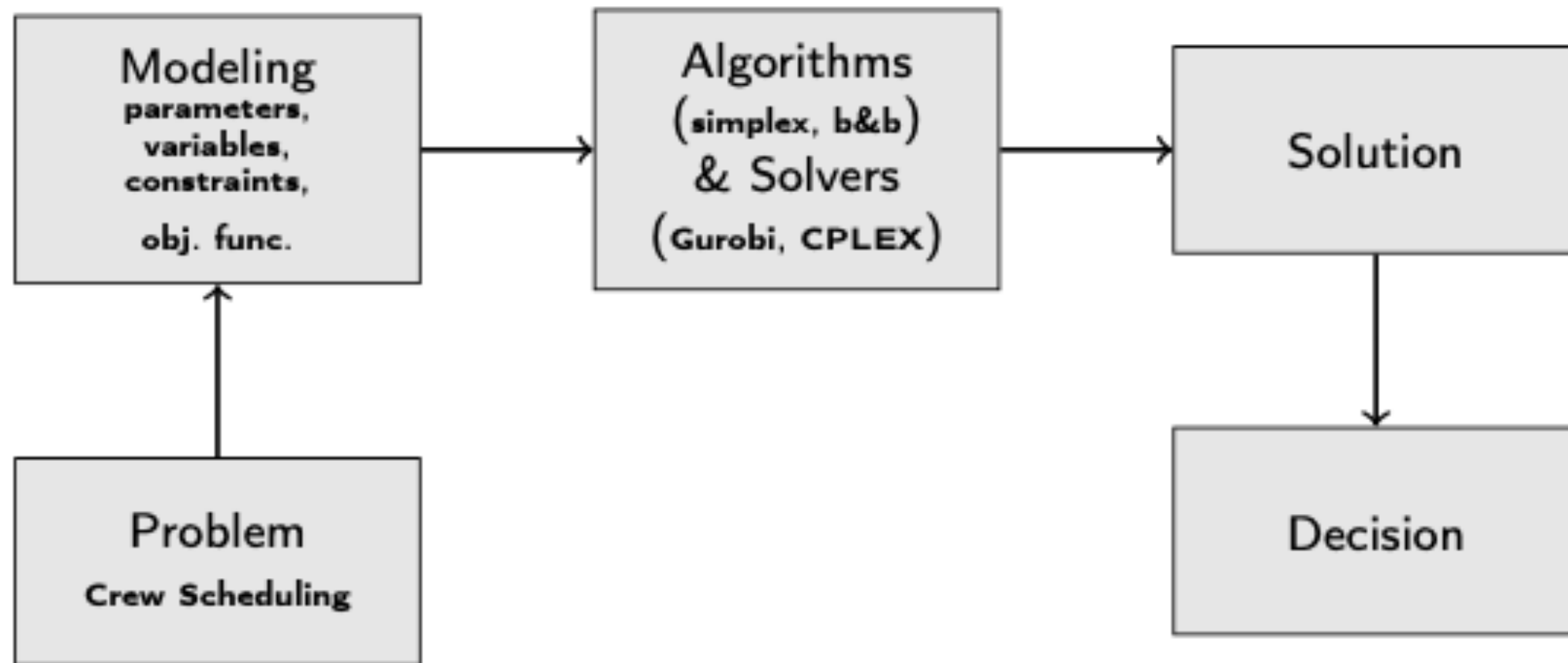
is the discipline that uses a scientific approach to decision making.

\leq

بهینه‌سازی

- Production Planning and Inventory Control
- Budget Investment
- Blending and Refining
- Manpower Planning
- Crew Rostering (airline crew, rail crew, nurses)
- Packing Problems
- Knapsack Problem
- Cutting Problems
- Cutting Stock Problem
- Routing
- Vehicle Routing Problem (trucks, planes, trains ...)
- Locational Decisions
- Facility Location
- Scheduling/Timetabling
- Examination timetabling/ train timetabling ●
- + many more

- ◉ Planning decisions must be made
- ◉ The problems relate to quantitative issues
 - ◉ Cheapest
 - ◉ Shortest route
 - ◉ Fewest number of people
- ◉ Not all plans are feasible – there are constraining rules
 - ◉ Limited amount of available resources
- ◉ It can be extremely difficult to figure out what to do



ایده محوری:

Build a mathematical model describing exactly what one wants, and what the “rules of the game” are.
?However, what is a mathematical model and how

- ◉ In manufacturing industry, factory planning: find the best product mix.
- ◉ Example
 - ◉ A factory makes two products standard and deluxe.
 - ◉ A unit of standard gives a profit of 6k.
 - ◉ A unit of deluxe gives a profit of 8k.
 - ◉ The grinding and polishing times in terms of hours per week for a unit of each type of product are given below:
- ◉

	Standard	Deluxe
(Machine 1) Grinding	5	10
(Machine 2) Polishing	4	4
- ◉ Grinding capacity: 60 hours per week
- ◉ Polishing capacity: 40 hours per week
- ◉ Q: How much of each product, standard and deluxe, should we produce to maximize the profit?

- Decision Variables

- $x_1 \geq 0$ units of product standard
- $x_2 \geq 0$ units of product deluxe

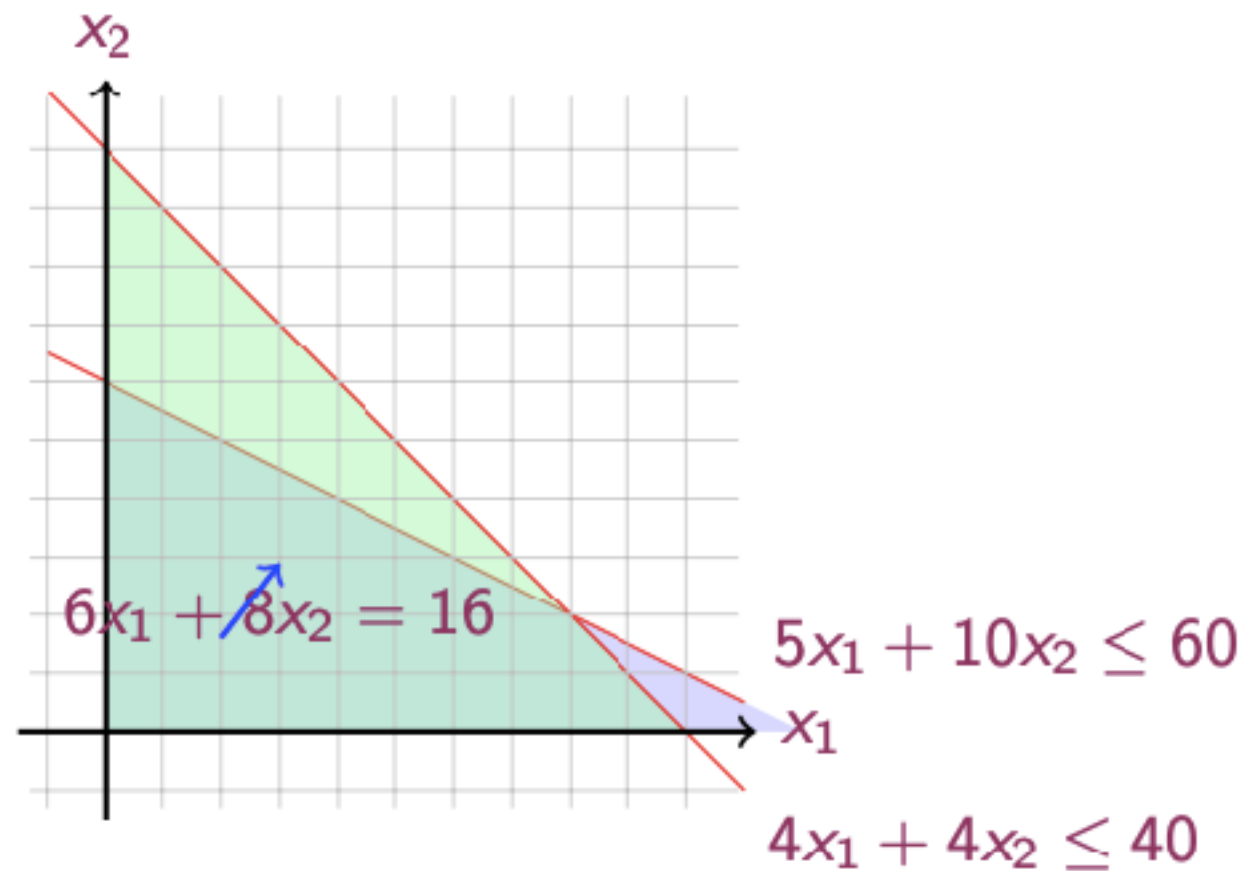
- Object Function

- $\max 6x_1 + 8x_2$ maximize profit

- Constraints

- $5x_1 + 10x_2 \leq 60$ Grinding capacity
- $4x_1 + 4x_2 \leq 40$ Polishing capacity

- $\max 6x_1 + 8x_2$
- $5x_1 + 10x_2 \leq 60$
- $4x_1 + 4x_2 \leq 40$
- $x_1 \geq 0$
- $x_2 \geq 0$



مصورسازی

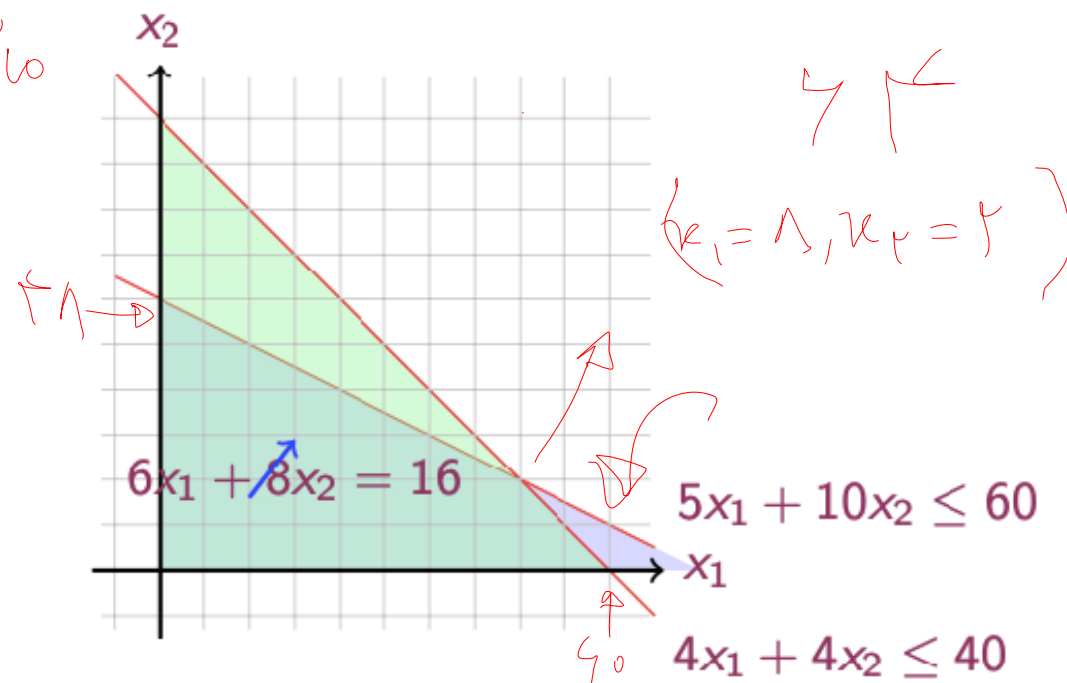
• $\max 6x_1 + 8x_2$

• $5x_1 + 10x_2 \leq 60$ ماشین ۵

• $4x_1 + 4x_2 \leq 40$ ماشین ۴

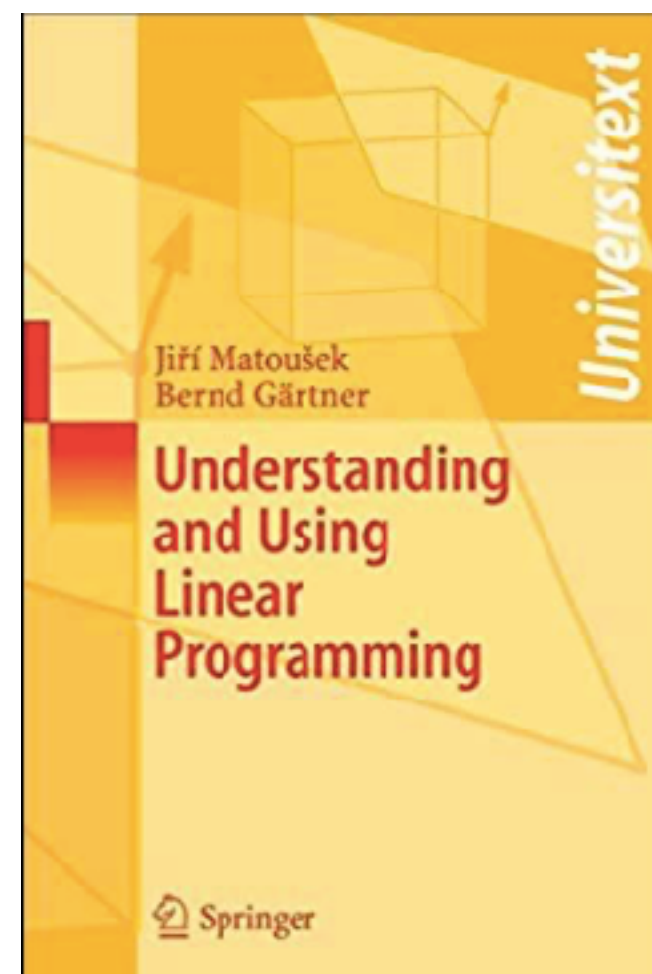
• $x_1 \geq 0$

• $x_2 \geq 0$



برنامه‌ریزی خطی و علوم کامپیوتر

- علوم کامپیوتر: مساله‌های در مورد اشیاء ترکیبیاتی
- \leq بهینه‌سازی ترکیبیاتی
- بهینه‌سازی ترکیبیاتی \leq انتقال به فضای پیوسته
- بهینه‌سازی در فضای پیوسته
- زیرمجموعه بهینه‌سازی در فضای پیوسته: بهینه‌سازی محدب
- قابل حل!
- زیرمجموعه بهینه‌سازی محدب: بهینه‌سازی خطی = برنامه‌ریزی خطی
- الگوریتم مادر الگوریتم‌های مشهور ترکیبیاتی = الگوریتم اولیه – دوگان



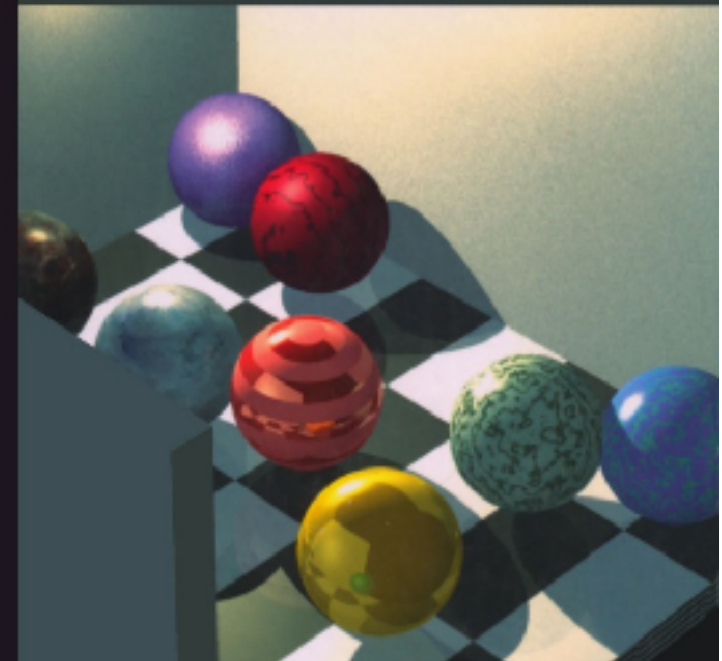
5.4	Exception Handling: Infeasibility	63
5.5	Simplex Tableaus in General	65
5.6	The Simplex Method in General	66
5.7	Pivot Rules	71
5.8	The Struggle Against Cycling	72
5.9	Efficiency of the Simplex Method	76
5.10	Summary	79
6.	Duality of Linear Programming	81
6.1	The Duality Theorem	81
6.2	Dualization for Everyone	84
6.3	Proof of Duality from the Simplex Method	87
6.4	Proof of Duality from the Farkas Lemma	89
6.5	Farkas Lemma: An Analytic Proof	95
6.6	Farkas Lemma from Minimally Infeasible Systems	97
6.7	Farkas Lemma from the Fourier–Motzkin Elimination	100
7.	Not Only the Simplex Method	105
7.1	The Ellipsoid Method	106
7.2	Interior Point Methods	115
8.	More Applications	131
8.1	Zero-Sum Games	131
8.2	Matchings and Vertex Covers in Bipartite Graphs	142
8.3	Machine Scheduling	148
8.4	Upper Bounds for Codes	156
8.5	Sparse Solutions of Linear Systems	167
8.6	Transversals of d -Intervals	177
8.7	Smallest Balls and Convex Programming	184
9.	Software and Further Reading	193
	Appendix: Linear Algebra	195
	Glossary	201
	Index	217

Preface	v
1. What Is It, and What For?	1
1.1 A Linear Program	1
1.2 What Can Be Found in This Book	6
1.3 Linear Programming and Linear Algebra	7
1.4 Significance and History of Linear Programming	8
2. Examples	11
2.1 Optimized Diet: Wholesome and Cheap?	12
2.2 Flow in a Network	14
2.3 Ice Cream All Year Round	16
2.4 Fitting a Line	19
2.5 Separation of Points	21
2.6 Largest Disk in a Convex Polygon	23
2.7 Cutting Paper Rolls	26
3. Integer Programming and LP Relaxation	29
3.1 Integer Programming	29
3.2 Maximum-Weight Matching	31
3.3 Minimum Vertex Cover	37
3.4 Maximum Independent Set	39
4. Theory of Linear Programming:	
First Steps	41
4.1 Equational Form	41
4.2 Basic Feasible Solutions	44
4.3 ABC of Convexity and Convex Polyhedra	48
4.4 Vertices and Basic Feasible Solutions	53
5. The Simplex Method	57
5.1 An Introductory Example	57
5.2 Exception Handling: Unboundedness	61
5.3 Exception Handling: Degeneracy	62



Introduction to **LINEAR**
OPTIMIZATION

Dimitris Bertsimas
John N. Tsitsiklis



کلاس را چگونه می‌گذرانیم؟

● کوئیزک ساده کلاسی

● سازوکار مناسب

● سوال‌های سلیقه‌ای و سوال‌های

خیلی ساده

● سوال – دست بلند کردن – <

● کوئیز (با اعلام قبلی) کتاب – باز: ۵

● کلاس حل تمرین

◀ نمره‌دهی

◀ کوئیزک: ۴ نمره (از ۶ نمره)

◀ کوئیز: ۴

◀ میان‌ترم: ۴

◀ پایان‌ترم: ۶

◀ تمرین: ۱

◀ بدون تاخیر

◀ نظری و عملی (متلب+پایتون [آموزش

داده می‌شود]+جاوا+آر)

◀ ۵ تا تمرین تصحیح نمی‌شود.

مشابهش در کوئیز و میان و پایان‌ترم.

عملی تصحیحی.

◀ جزوه: ۱

◀ راستی‌آزمایی نهایی در صورت تشخیص تقلب

● گروه مشترک



حل تمرین‌ها

- خانم محمدی ۹۷ ارشد
- آقای یآوری ۹۶
- آقای رنجبرزاده ۹۶
- آقای توفیقی ۹۶
- آقای سجادیان ۹۵

نتیجه کلی درس

● چرا و چقدر علوم کامپیوتر به سمت برنامه‌ریزی خطی گرایش یافته