

به نام خدا



نظریه محاسبه



خرداد ۱۳۹۵

تمرین سری چهارم

نام استاد: محمد هادی فروغمند اعرابی

کلاس توابع **EL** کوچکترین کلاس توابعی می باشد که شامل  $P_i^k, S(n) = n + 1, Z(n) = 0$  و  $\text{EXP}(n, m) = n^m$  است که تحت عملیات های **Bounded Recursion** و **Composition** بسته است. تابع  $f(n, \vec{x})$  ساخته شده توسط **Bounded Recursion** در کلاس توابع  $\mathcal{C}$  است اگر و تنها اگر توابع  $g, h, k \in \mathcal{C}$  وجود داشته باشند که ویژگی های زیر برقرار باشد:

$$f(0, \vec{x}) = g(\vec{x}) \bullet$$

$$f(n+1, \vec{x}) = h(f(n, \vec{x}), n, \vec{x}) \bullet$$

$$\forall n, \vec{x} \in \mathbb{N} : f(n, \vec{x}) \leq k(n, \vec{x}) \bullet$$

## ۱ سوال یک

- الف) نشان دهید  $\text{EL} \subsetneq \text{PR}$ .
- ب) در تعریف کلاس توابع **EL** به جای تابع **EXP** توابع  $+(m, n) = m + n$  و  $E(n) = 2^n$  را قرار دهید و نام کلاس حاصل شده را  $\text{EL}_1$  بگذارید. نشان دهید  $\text{EL} = \text{EL}_1$ .

## ۲ سوال دو امتیازی

تابع  $f(n, \vec{x})$  ساخته شده توسط **Bounded Minimization** در کلاس توابع  $\mathcal{C}$  است اگر و تنها اگر توابع  $g, h \in \mathcal{C}$  وجود داشته باشند به طوری که  $f(n, \vec{x}) = \min_{y \leq g(\vec{x})} [h(\vec{x}, y) = 0]$  حال در تعریف کلاس توابع **EL** جای عمل **Bounded Recursion** عمل **Bounded Minimization** را قرار دهید و همچنین توابع جمع، ضرب و تساوی را نیز اضافه کنید و نام کلاس حاصل شده را  $\text{EL}_2$  قرار دهید. نشان دهید  $\text{EL} = \text{EL}_2$ . تابع تساوی به این صورت عمل می کند که اگر دو عضو برابر باشند خروجی یک می دهد در غیر اینصورت خروجی صفر می دهد.