

بهینه‌سازی ترکیبیاتی (پاییز ۹۵-۹۴)  
تمرین چهارم

---

۱. الگوریتم یافتن کوتاهترین مسیر با روش اولیه-دوگان را در نظر بگیرید. جواب بهینه RP را بر اساس جواب بهینه DRP در حین اجرای الگوریتم اولیه-دوگان توصیف کنید. به عنوان معادله‌های اولیه این مسئله، معادله‌هایی را در نظر بگیرید که راس مبدا را در آن‌ها حذف کرده‌ایم.
۲. فرض کنید در الگوریتم تطابق وزن‌دار در گراف غیردوبخشی وزن‌ها همگی اعداد صحیح هستند. اثبات کنید مقدار متغیرها در حین اجرای الگوریتم همیشه مضربی از  $1/4$  هستند.
۳. فرض کنید یک گراف کامل  $n$  راسی با یال‌های وزن‌دار با وزن‌های نامنفی و یک زیرمجموعه  $S$  از راس‌های آن داده شده است. به یک زیرگراف  $H$  از گراف اصلی  $S$  -فرد می‌گوییم اگر در  $H$  درجه راس‌های  $S$  فرد باشد و درجه باقی راس‌هایش زوج (مثلاً صفر) باشد. الگوریتمی چندجمله‌ای ارائه دهید که با گرفتن وزن‌های گراف اصلی و مجموعه  $S$  از رئوس زیرگراف  $S$  -فرد با کمترین مجموع وزن یال‌ها از گراف اصلی را بیابد.
۴. (مسئله پستیچی چینی) فرض کنید گراف همبند  $G$  با وزن‌های صحیح و مثبت داده شده است. می‌خواهیم گشتی با کمترین وزن را بیابیم که از هر یال حداقل یک بار بگذرد، توجه کنید که اگر گشت از یک یال چند بار بگذرد باید هزینه آن را چندبار پرداخت کند. الگوریتمی با زمان اجرای چندجمله‌ای برای این مسئله ارائه کنید.

موفق باشید