

بیت های داده در جدول کارنو و افزایش توانایی های جدول در

تشخیص و تصحیح خطا

یافتن و اصلاح بیت های خطا در کد ارسالی با ارائه ی الگوی همینگ به صورت جدی تری مورد بررسی قرار گرفت. قابلیت الگوی همینگ این بود که می توانست وجود یک خطا در کد را تشخیص داده و اصلاح کند. با پیدا شدن شباهت های موجود بین این الگو و جدول کارنو تلاش برای پیدا و اصلاح کردن غلط های موجود در کد افزایش یافت و روش مؤثری در یافتن و اصلاح خطا موجود در کد ارسالی ارائه شد .

پیدا کردن مکان مناسب برای قرار دادن بیت های داده در جدول کارنو به گونه ای که جدول توانایی تشخیص تمام خطا های تک بیتی و دو بیتی در کلمه کدی که از 3 بیت داده و 7 بیت کمکی تشکیل شده باشد را داشته باشد (به این معنا که به هر کدام از حالت های ممکن برای یک خطا و دو خطا یکی از خانه های جدول اختصاص داده شده باشد.)، نیازمند زمان نسبتا طولانی برای بررسی تمام حالت های ممکن برای قرار گیری بیت های داده می باشد، از این رو ارائه الگوریتمی برای قرار دادن بیت های داده در جدول از اهمیت بالایی برخوردار می باشد. برای پیدا کردن الگوریتمی با حداکثر احتمال موفقیت برای قرار دادن بیت های داده در جدول، باید به گونه ای بیت های داده را در جدول قرار دهیم که در هر مرحله خانه هایی که باید، با توجه به ساختار جدول، به خطاهای 3 بیتی شامل حداقل یک بیت داده نسبت دهیم به صورت حداکثری بر روی خانه هایی از جدول که قبلا پر شده اند قرار گیرند تا در مرحله بعد برای قرار دادن بیت داده بعدی در جدول احتمال بیشتری برای پیدا کردن خانه مناسب داشته باشیم. برای این منظور باید در هر مرحله بیت های داده را به ترتیب در خانه های متمایز جدول قرار دهیم و تعداد خانه ها مورد نظر تکراری ایجاد شده را شمارش کنیم و خانه هایی با حداکثر تعداد خانه تکراری تولید شونده را انتخاب کنیم. با انجام این روش به این نتیجه رسیدیم که با قرار دادن هر 3 بیت داده در خانه هایی از جدول که کلمه کد نشان دهنده ی آنها دارای 4 یک و 3 صفر می باشند و فاصله ی همینگ 4 از هم دارند به بالا ترین احتمال موفقیت دست می یابیم.

s_6 s_4 s_7 s_5 s_3 s_1								
	000	001	011	010	110	111	101	100
0	000	N	P ₂	P ₂ P ₄	P ₄	P ₄ P ₆	X ₁ P ₇	P ₂ P ₆
1	000	P ₁	P ₁ P ₂	P ₁ P ₂ P ₄	P ₁ P ₄	X ₂ X ₃		P ₁ P ₂ P ₆
1	001	P ₁ P ₃	P ₁ P ₂ P ₃		P ₁ P ₃ P ₄	X ₂ X ₃ P ₃	X ₃ P ₅ P ₇	P ₁ P ₃ P ₆
0	001	P ₃	P ₂ P ₃	P ₂ P ₃ P ₄	P ₃ P ₄		X ₁ P ₃ P ₇	P ₂ P ₃ P ₆
0	011	P ₃ P ₅	X ₂ P ₇	X ₂ P ₄ P ₇		X ₁ X ₂		X ₂ P ₆ P ₇
1	011	X ₁ X ₃		X ₃ P ₆ P ₇	X ₁ X ₃ P ₄		X ₃ P ₇	X ₃ P ₄ P ₇
1	010	P ₁ P ₅	P ₁ P ₂ P ₅		P ₁ P ₄ P ₅	X ₂ X ₃ P ₅	X ₃ P ₃ P ₇	P ₁ P ₅ P ₆
0	010	P ₅	P ₂ P ₅	P ₂ P ₄ P ₅	P ₄ P ₅		X ₁ P ₅ P ₇	P ₂ P ₅ P ₆
0	110	P ₅ P ₇	X ₂ P ₃		P ₄ P ₅ P ₇	X ₁ P ₂ P ₅	X ₁ P ₅	P ₅ P ₆ P ₇
1	110	P ₁ P ₅ P ₇	X ₂ P ₁ P ₃	X ₃ P ₃ P ₆		X ₃ P ₂ P ₃	X ₃ P ₃	X ₃ P ₃ P ₄
1	111		X ₂ P ₁	X ₃ P ₆	X ₃ P ₂ P ₆	X ₃ P ₂	X ₃	X ₃ P ₄
0	111	X ₂ P ₂	X ₂	X ₂ P ₄	X ₂ P ₂ P ₄		X ₃ P ₁	X ₂ P ₆
0	101	P ₃ P ₇	X ₂ P ₅		P ₃ P ₄ P ₇	X ₁ P ₂ P ₃	X ₁ P ₃	P ₃ P ₆ P ₇
1	101	P ₁ P ₃ P ₇	X ₂ P ₁ P ₅	X ₃ P ₅ P ₆		X ₃ P ₂ P ₅	X ₃ P ₅	X ₃ P ₄ P ₅
1	100	P ₁ P ₇	P ₁ P ₂ P ₇	X ₁ P ₁ P ₆	P ₁ P ₄ P ₇		X ₁ P ₁	X ₁ P ₁ P ₄
0	100	P ₇	P ₂ P ₇	X ₁ P ₆	P ₄ P ₇	X ₁ P ₂	X ₁	X ₁ P ₄
0								P ₆ P ₇

تشخیص و تصحیح خطا در سیگنال های ارسالی به صورت باینری از اهمیت بالایی برخوردار می باشد به گونه ای که با ارائه روش موثر برای این منظور نه تنها می توان دقت و کارایی سیستم مورد نظر را بالابرد بلکه می توان هزینه های عملیاتی موجود را تا حد چشمگیری کاهش داد.

جدول کارنو n متغیر از 2^n خانه تشکیل می شود به گونه ای که هم سطر و هم ستون های آن بر حسب کد گری باشد که در آن هر دو کد مجاور تنها در یک بیت فرق دارند، در نتیجه خانه های مجاور جدول کارنو نیز تنها در یک بیت با هم فرق دارند. برای تشخیص و تصحیح خطا با استفاده از جدول کارنو، ابتدا بیت های داده و بیت های کمکی را در مجموعه هایی قرار می دهیم به گونه ای که در هر مجموعه تنها یک بیت کمکی باشد و مقدار آن بیت کمکی را به گونه ای انتخاب می کنیم که زوجیت کلی هر مجموعه با مقدار پیش فرض آن (زوج یا فرد) برابر شود. در گیرنده با تشکیل مجدد این مجموعه ها و چک کردن زوجیت هر مجموعه با مقدار پیش فرض آن، مجموعه شامل خطا را تشخیص می دهیم و در کدی که از کنار هم قرار دادن مجموعه ها (به صورت تک بیت) به دست می آید به جای آن مجموعه 1 می گذاریم. در نهایت کد تولید شده یکی از خانه های جدول کارنو را نشان می دهد و محتویات آن خانه بیت یا بیت های خطا را معین می کند.

پس از ارائه الگوریتمی برای قرار گیری بیت های داده، برای افزایش کارایی جدول لازم است محل قرار گیری 3 خطایی های هم زمان مورد بررسی قرار گیرد و جدولی با بیشترین توانایی برای تشخیص 3 خطایی ها، و به طور همزمان، تمام حالت های تک بیت خطا و 2 بیت خطا ارائه شود. برای این منظور، با اعمال الگوریتم ارائه شده در حالت های متفاوت(قرار گیری بیت های داده در حالت های مختلف) تعداد خطا های 3 تایی را که جدول پوشش می دهد، مورد شمارش قرار می دهیم وحالتی با بیشترین نتیجه را ارائه می دهیم. لازم به ذکر است که برای تشخیص موثر خطا باید در هر خانه از جدول تنها یکی از 3 خطایی ها قرار گیرند. پس از بررسی حالت های متفاوت به این نتیجه رسیدیم که جدولی که طبق الگوی جدول ارائه شده در روبرو باشد بالاترین توانایی تشخیص خطا را دارا می باشد که در آن X_i نشان دهنده ی بیت داده و P_j نشان دهنده ی بیت کمکی می باشد..

از آنجایی که وقوع خطا های متوالی در کلمه کد ارسالی از احتمال بالایی برخوردار می باشد، توانایی روش ارائه شده در تشخیص و اصلاح این گونه خطا ها از اهمیت زیادی برخوردار می باشد. در نتیجه، برای آنکه روش ما توانایی اصلاح 3 خطایی های متوالی را در کلمه کد ارسالی داشته باشد باید به دنبال الگو هایی برای ارسال 3 بیت داده و 7 بیت کمکی بگردیم که تمامی حالت های 3 خطایی های متوالی ممکنه در کلمه کد، در جدول روبرو موجود باشد، با بررسی های انجام شده الگوهای یافت شده به شرح زیر می باشند:

$$X_1P_7P_3P_6X_3P_2P_4P_1P_5X_2$$
$$X_1P_2P_5X_3P_4P_3P_1P_6P_7X_2$$
$$X_2P_5X_3P_2P_4P_3P_7P_6P_1X_1$$

منابع و مراجع

- [1] P.Pezeshkpour, M.Tabandeh” Data Bits in Karnaugh Map & Increasing map Capability in error correcting” submitted in Scientia Iranica.
- [2] R.K.Ward, M.Tabandeh.”Error Correction and detection a geometric approach” the computer journal, 27(3).pp.24 6-253 (1984)
- [3] M.Tabandeh. “application of Karnaugh map for easy generation of correcting codes” *Scientia Iranica, Volume 19, Issue 3, June 2012, Pages 690-695.*
- [4] R.H.Morelos-zaragoza, The Art of Error Correcting Coding , Johnwiley , west Sussex (2002)

گردآورنده: پویا پزشکیپور

89104375