

آنالیز الگوریتمها

سری چهارم تمرینات

نیمسال دوم ۹۴-۹۳

مدرس: دکتر هادی فروغمند - دکتر امید میرصادقی
دستیارهای استاد: پرهام افتخار - حسین بومری - لعلیا قدرتی

۱. الگوریتمی از مرتبه زمانی $O(V^2)$ برای پیدا کردن کوتاه‌ترین فاصله میان تمام جفت راس‌ها در یک درخت ارائه کنید.
۲. الگوریتمی از مرتبه زمانی $O(E \log v)$ برای پیدا کردن کم وزن ترین زیر گراف همبند یک گراف که ممکن است وزن یال‌های آن منفی باشد ارائه کنید.
۳. فرض کنید G یک گراف همبند وزن دار باشد. نشان دهید اگر وزن یال‌های G متفاوت باشند، G یک درخت فراگیر کمینه‌ی یکتا دارد.
۴. الگوریتمی از مرتبه زمانی $O(n)$ ارائه کنید که با دریافت یک مجموعه از n عدد طبیعی در صورتی وجود زیرمجموعه غیر تهی از این عناصر که جمع عناصر مضربی از n باشد یکی از این زیر مجموعه‌ها را پیدا کند. (عمل جمع و مقایسه دو عدد از مرتبه ثابت زمانی ثابت است)
۵. فرض کنید $E(X)$ تمام یال‌های با وزن کمترین مساوی مقدار X از مجموعه یال E را نشان می‌دهد. نشان دهید کمترین مقدار X برای اینکه زیرگراف $G(V, E(X))$ از گراف $G(V, E)$ همبند باشد، برابر وزن سنگین‌ترین یال بدست آمده در درخت پوشای کمینه بدست آمده توسط الگوریتم کراسکال، در گراف است. آیا این قضیه در مورد وزن سنگین‌ترین یال در درخت پوشای کمینه بدست آمده توسط الگوریتم $Prim$ نیز برقرار است؟ (در صورت برقرار بودن ثابت و در غیر این صورت مثال نقض بیاورید)
۶. فرض کنید وزن یک مسیر در یک گراف برابر وزن سنگین‌ترین یال در آن مسیر باشد. در این صورت الگوریتمی از مرتبه زمانی $O(V^2)$ برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین تمام زوج راس‌های این گراف ارائه دهید.