



جلسه دوم

درس تحقیق در عملیات

کلاس را چگونه می‌گذرانیم؟ – تغییرات

● کوئیزک ساده کلاسی

● سازوکار مناسب

● سوال‌های سلیقه‌ای و سوال‌های

خیلی ساده

● سوال – دست بلند کردن – <

● کوئیز (با اعلام قبلی) کتاب – باز: ۵

● کلاس حل تمرین

◀ نمره‌دهی

◀ کوئیزک: ۲ نمره (از ۴ نمره)

◀ کوئیز: ۴

◀ میان‌ترم: ۴

◀ پایان‌ترم: ۵

◀ تمرین: ۴ نمره

◀ بدون تاخیر

◀ نظری و عملی (متلب+پایتون [آموزش

داده می‌شود]+جاوا+آر)

◀ ۵ تا تمرین. مشابهش در کوئیز و میان و

پایان‌ترم. عملی تصحیحی.

◀ جزوه: ۱

◀ + نمودار

◀ راستی‌آزمایی نهایی در صورت تشخیص تقلب

آدرس کوئیزک

or991quiz@gmail.com ●

برنامه ریزی خطی – مقدمه

123Freevectors.com

Maximize the value
among all vectors $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$
satisfying the constraints

$$x_1 + x_2$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

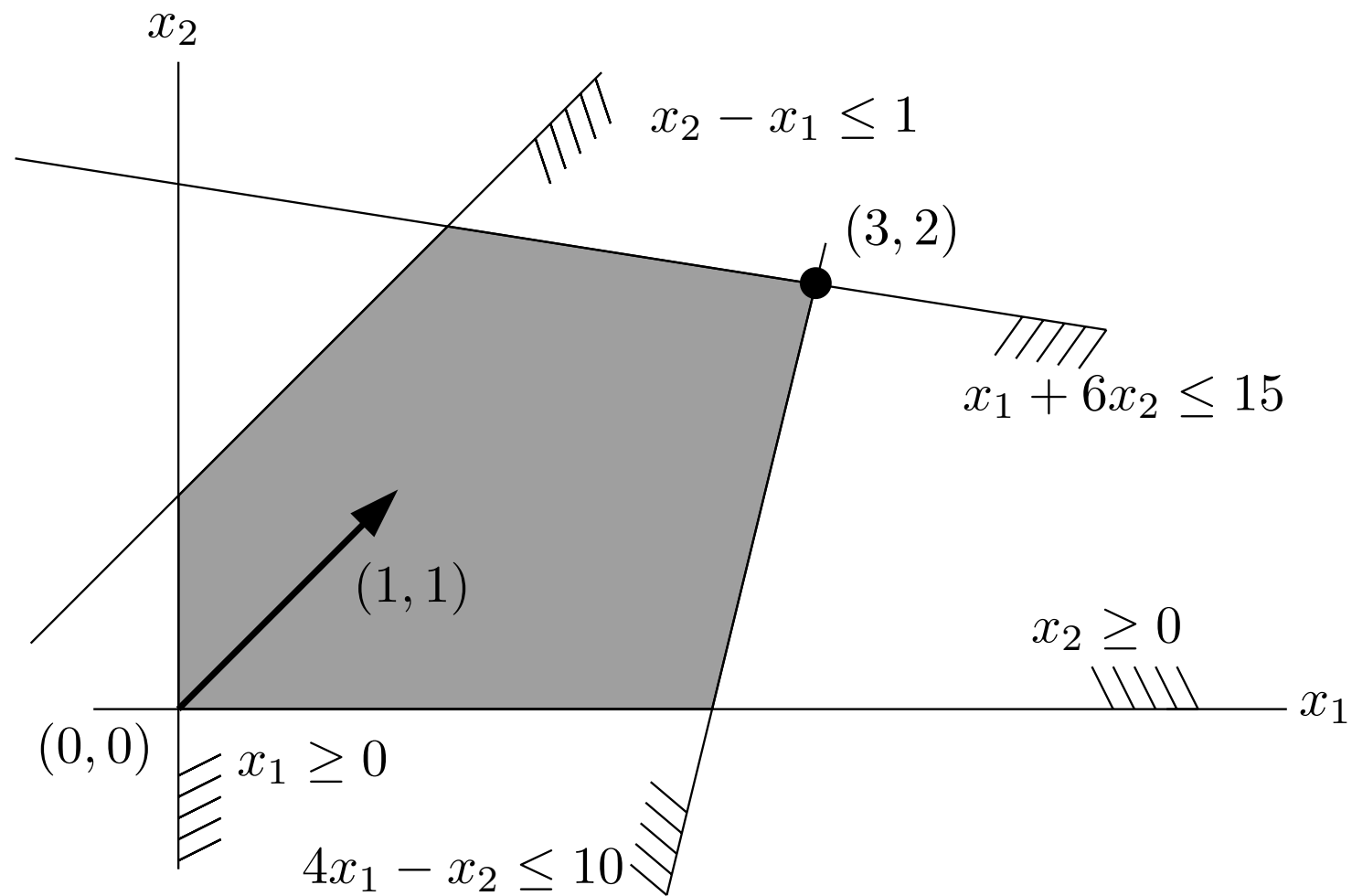
$$x_2 - x_1 \leq 1$$

$$x_1 + 6x_2 \leq 15$$

$$4x_1 - x_2 \leq 10.$$

Maximize the value
among all vectors $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$
satisfying the constraints

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 \\x_1 &\geq 0 \\x_2 &\geq 0 \\x_2 - x_1 &\leq 1 \\x_1 + 6x_2 &\leq 15 \\4x_1 - x_2 &\leq 10.\end{aligned}$$



سطوح تراز

Maximize the value
among all vectors $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$
satisfying the constraints

$$x_1 + x_2$$

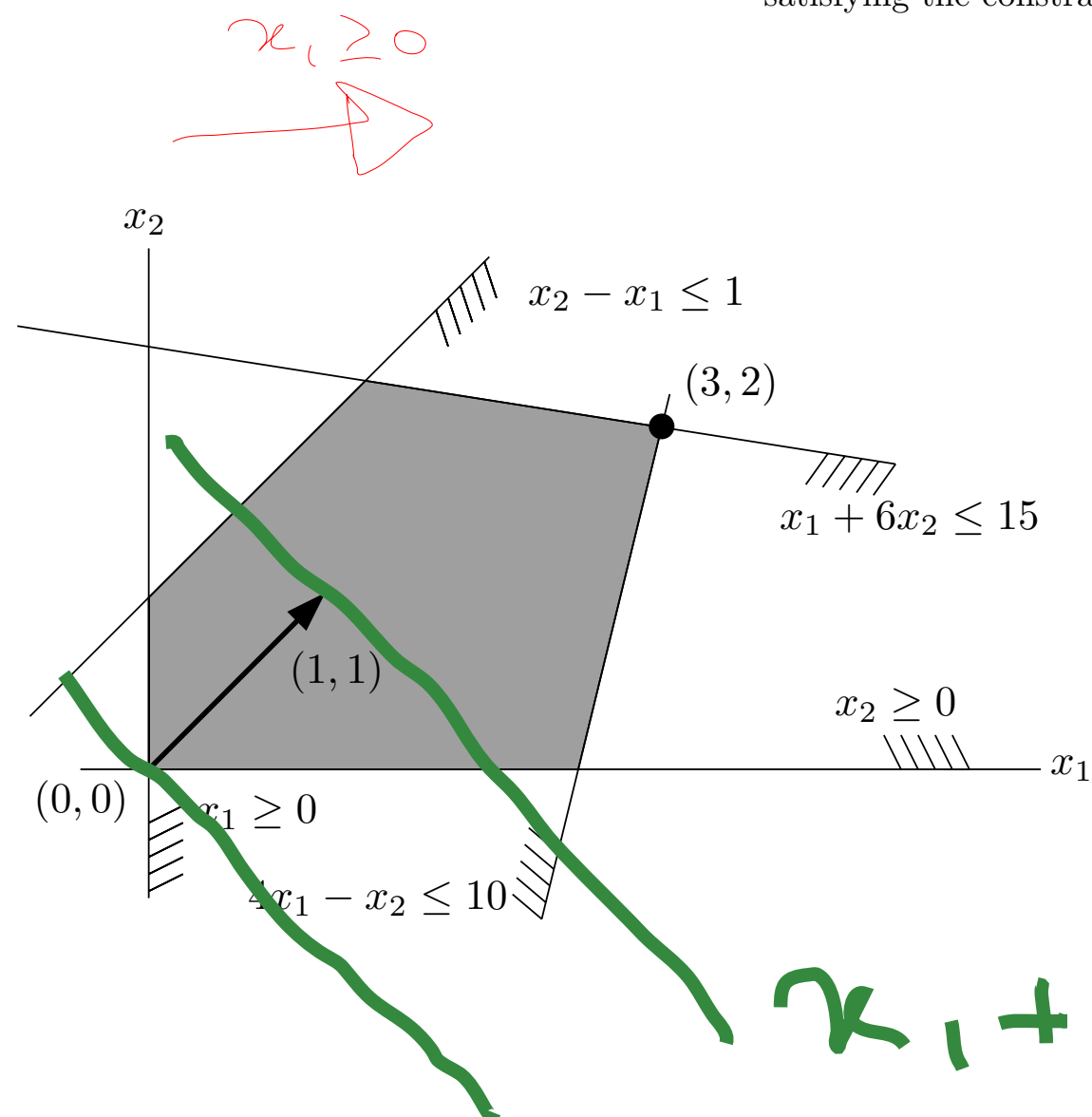
$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

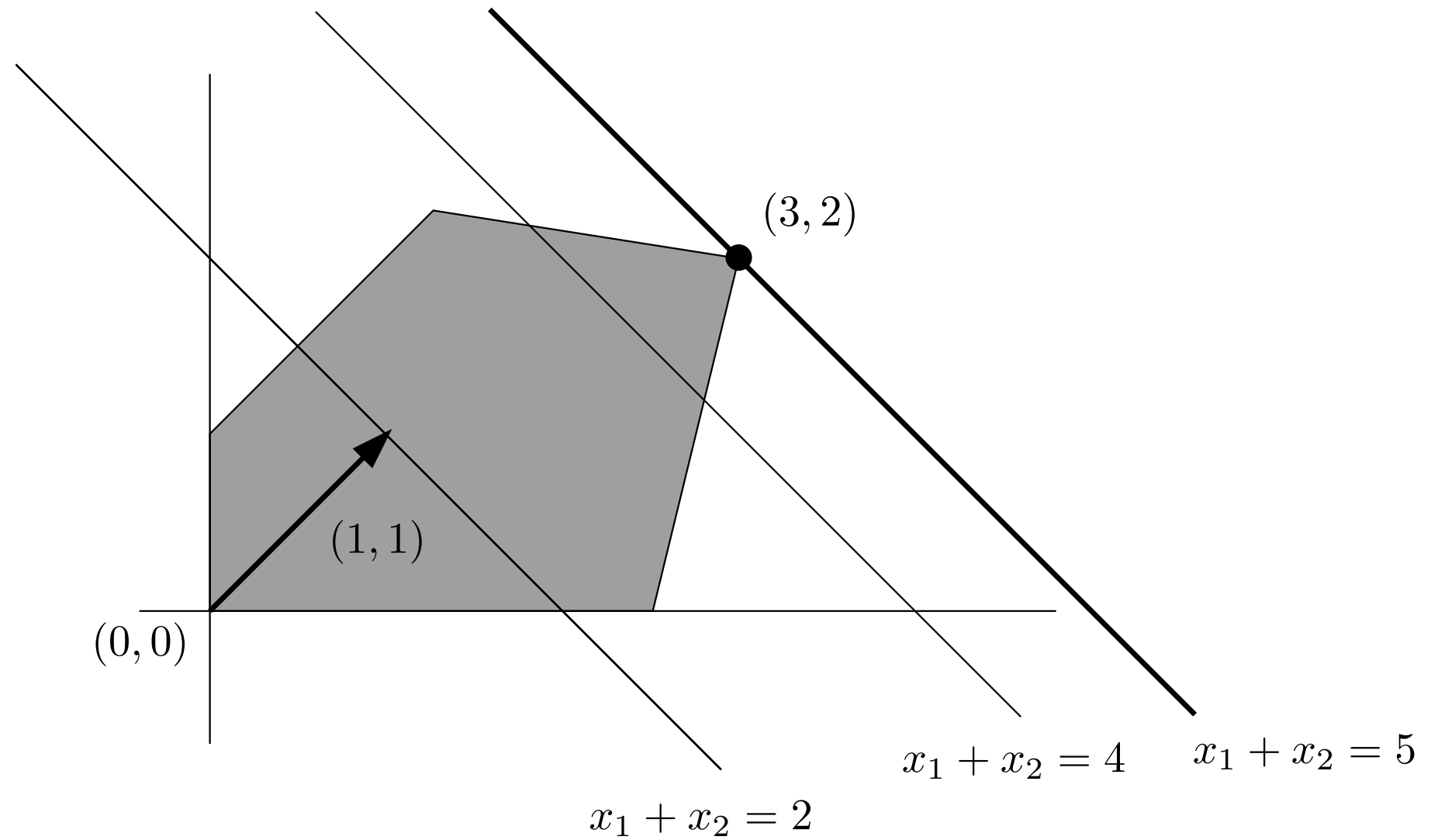
$$x_2 - x_1 \leq 1$$

$$x_1 + 6x_2 \leq 15$$

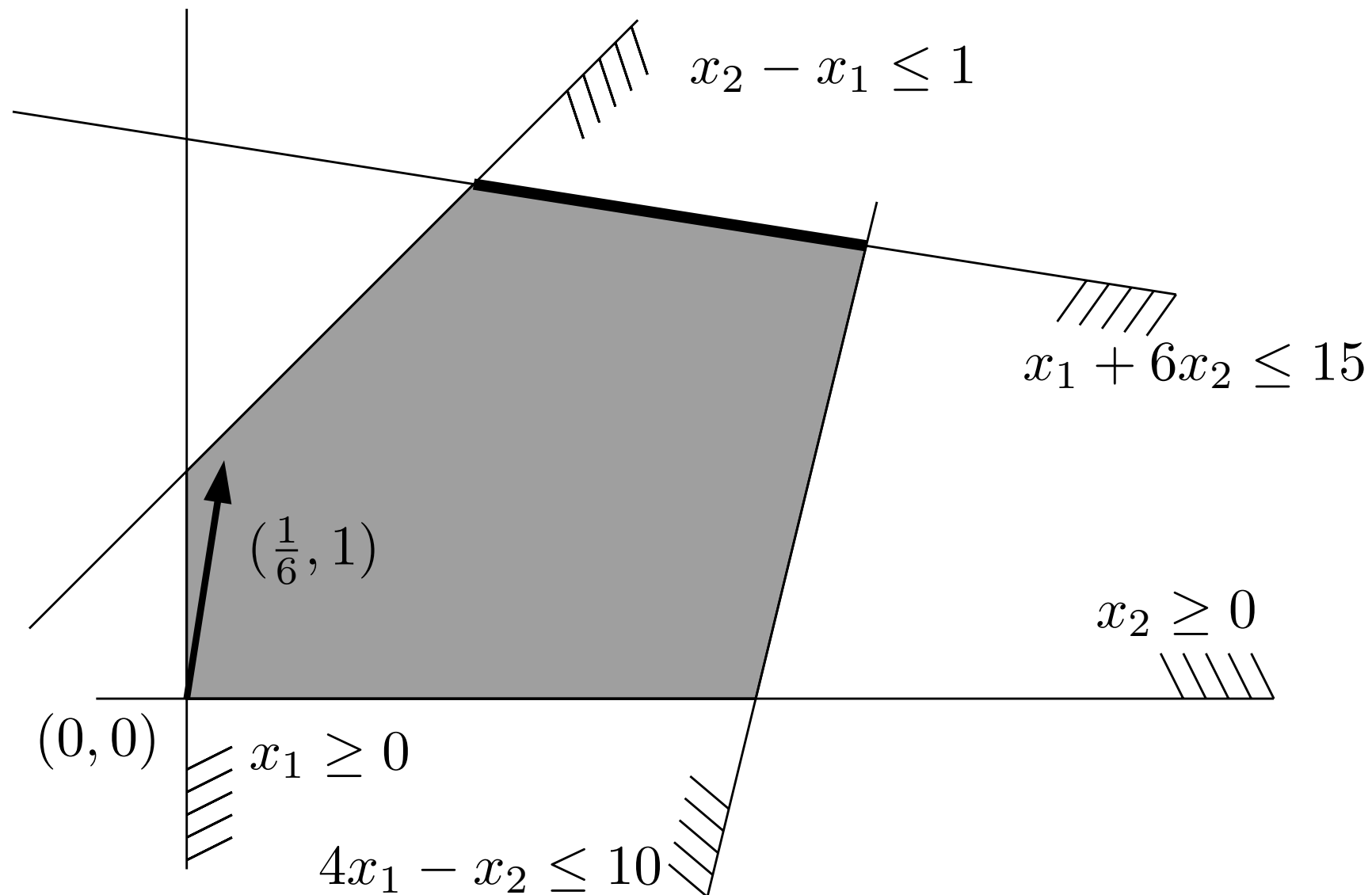
$$4x_1 - x_2 \leq 10.$$



تابع هدف (OBJECTIVE FUNCTION)

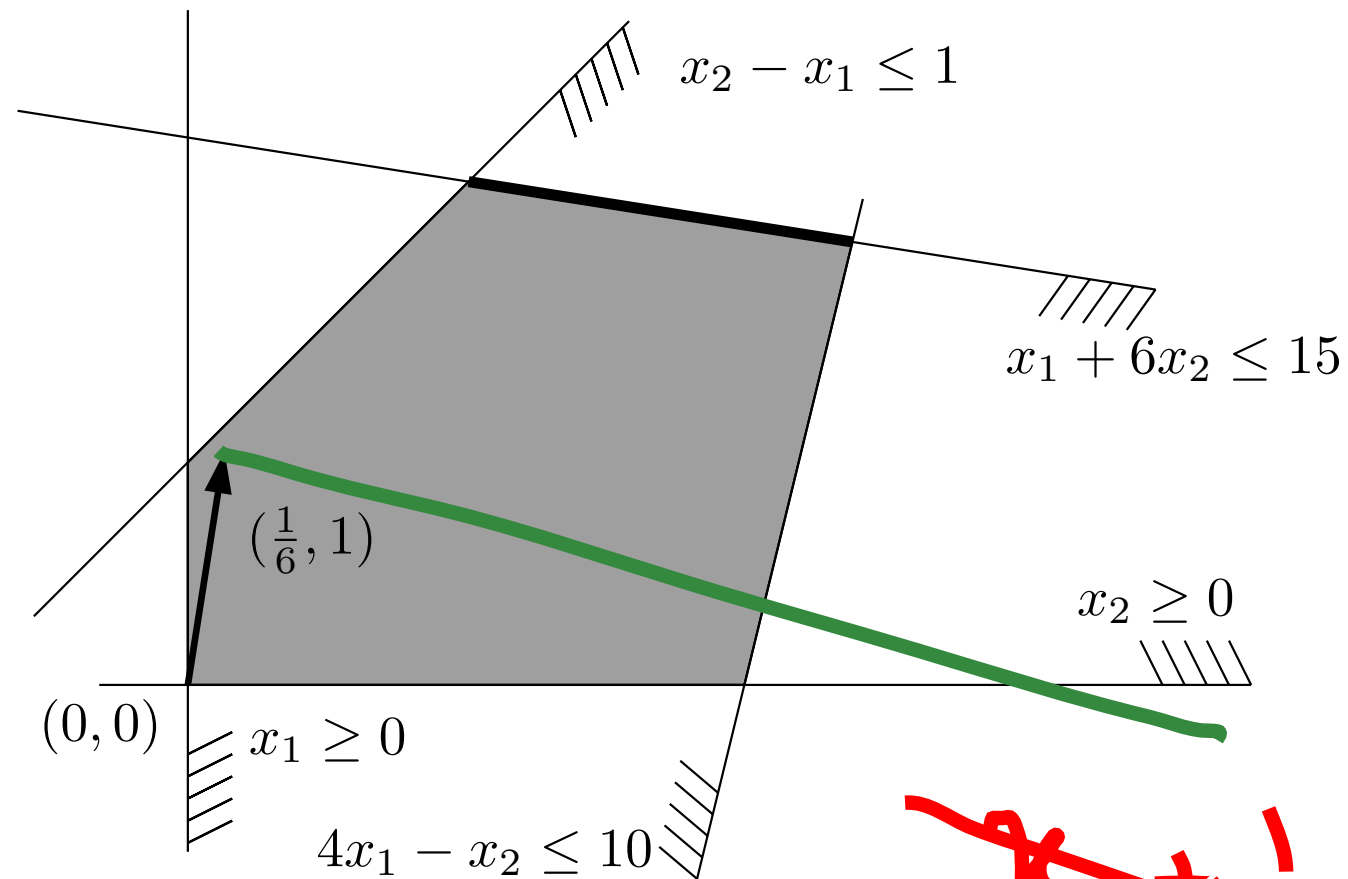


بیش از یک جواب بهینه



تابع هدف متناظر با بردار جهت

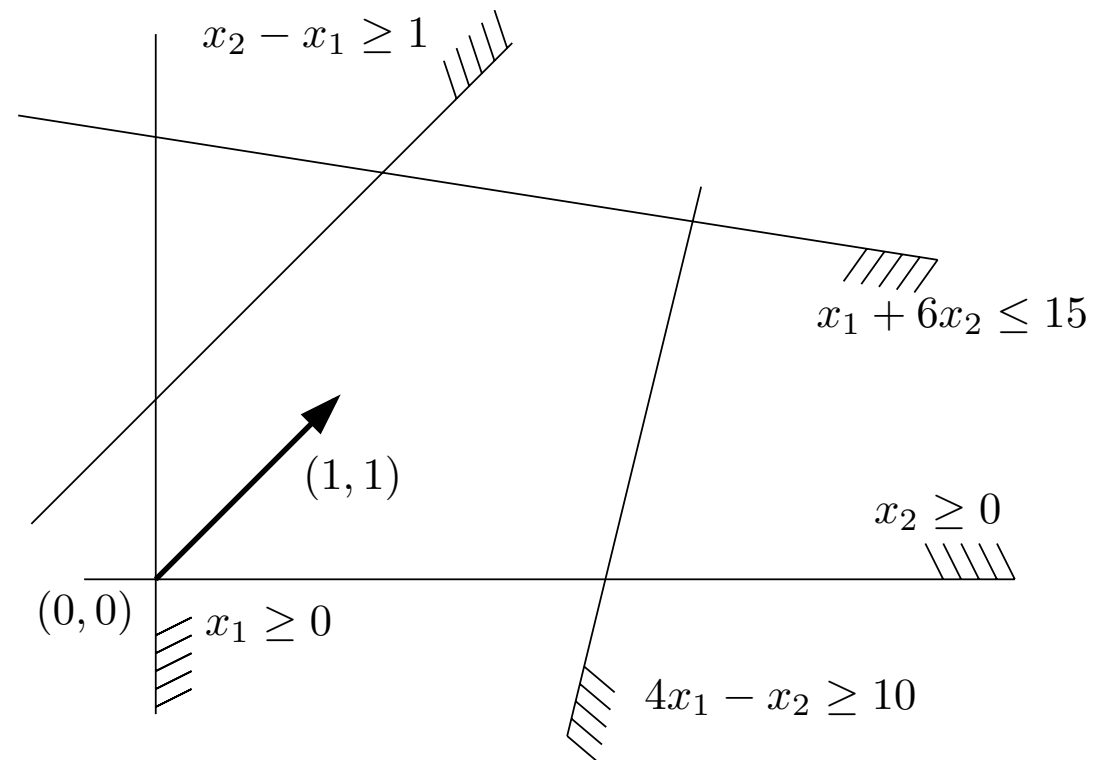
بیش از یک جواب بهینه



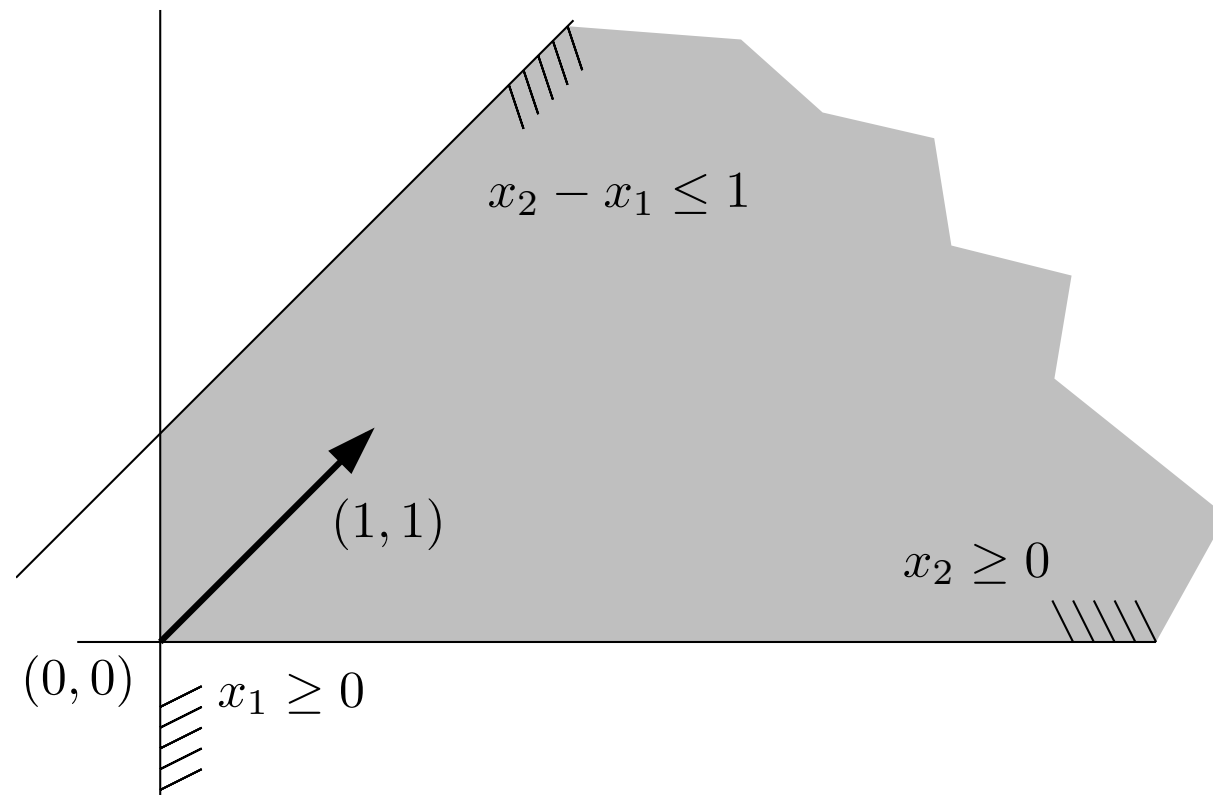
~~$x_1 + \frac{1}{7}x_2$~~

$\frac{1}{7}x_1 + x_2$

بدون جواب شدنی




تا بی نهایت ...



Maximize the value of $c^T x$
among all vectors $x \in \mathbb{R}^n$ satisfying $Ax \leq b$

	Basic problem	Algorithm	Solution set
Linear algebra	system of linear equations	Gaussian elimination	affine subspace
Linear programming	system of linear inequalities	simplex method	convex polyhedron

A linear program is efficiently solvable both in
theory and in practice



مثال ها

مدل‌های خطی چقدر قدرتمندند!

مثال: برنامه غذایی

Food	Carrot, Raw	White Cabbage, Raw	Cucumber, Pickled	Required per dish
Vitamin A [mg/kg]	35	0.5	0.5	0.5 mg
Vitamin C [mg/kg]	60	300	10	15 mg
Dietary Fiber [g/kg]	30	20	10	4 g
price [€ /kg]	0.75	0.5	0.15*	—

*Residual accounting price of the inventory, most likely unsaleable.

برنامه غذایی

	x_1	x_2	x_3	
Food	Carrot, Raw	White Cabbage, Raw	Cucumber, Pickled	Required per dish
Vitamin A [mg/kg]	35	0.5	0.5	0.5 mg
Vitamin C [mg/kg]	60	300	10	15 mg
Dietary Fiber [g/kg]	30	20	10	4 g
price [€ /kg]	0.75	0.5	0.15*	—

*Residual accounting price of the inventory, most likely unsaleable.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & 0.75x_1 + 0.5x_2 + 0.15x_3 \\
 \text{موضوع} \quad & 35x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 \geq 0.5 \\
 & 60x_1 + 300x_2 + 10x_3 \geq 15 \\
 & 30x_1 + 20x_2 + 10x_3 \geq 4 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll}
\text{Minimize} & 0.75x_1 + 0.5x_2 + 0.15x_3 \\
\text{subject to} & x_1 \geq 0 \\
& x_2 \geq 0 \\
& x_3 \geq 0 \\
& 35x_1 + 0.5x_2 + 0.5x_3 \geq 0.5 \\
& 60x_1 + 300x_2 + 10x_3 \geq 15 \\
& 30x_1 + 20x_2 + 10x_3 \geq 4.
\end{array}$$

جواب بهينه: 0.07€

- carrot 9.5 g,
- cabbage 38 g,
- pickled cucumber 290 g

تاریخچه

● اولین مساله واقعی با برنامه‌ریزی خطی (1947)

● برنامه غذایی

● 77 متغیر

● 9 قید

● ۱۲۰ نفر-روز

● بعدها، برنامه غذایی George Dantzig برای خودش

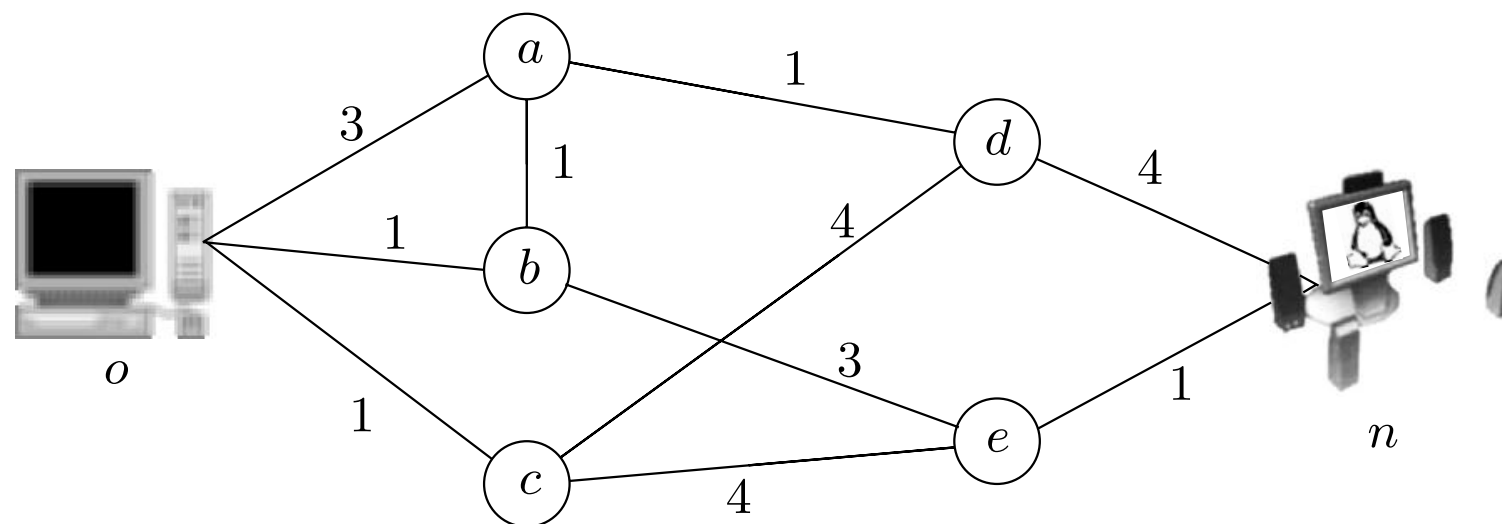
● با کامپیوتر

● روزانه چندین لیتر سرکه، حذف

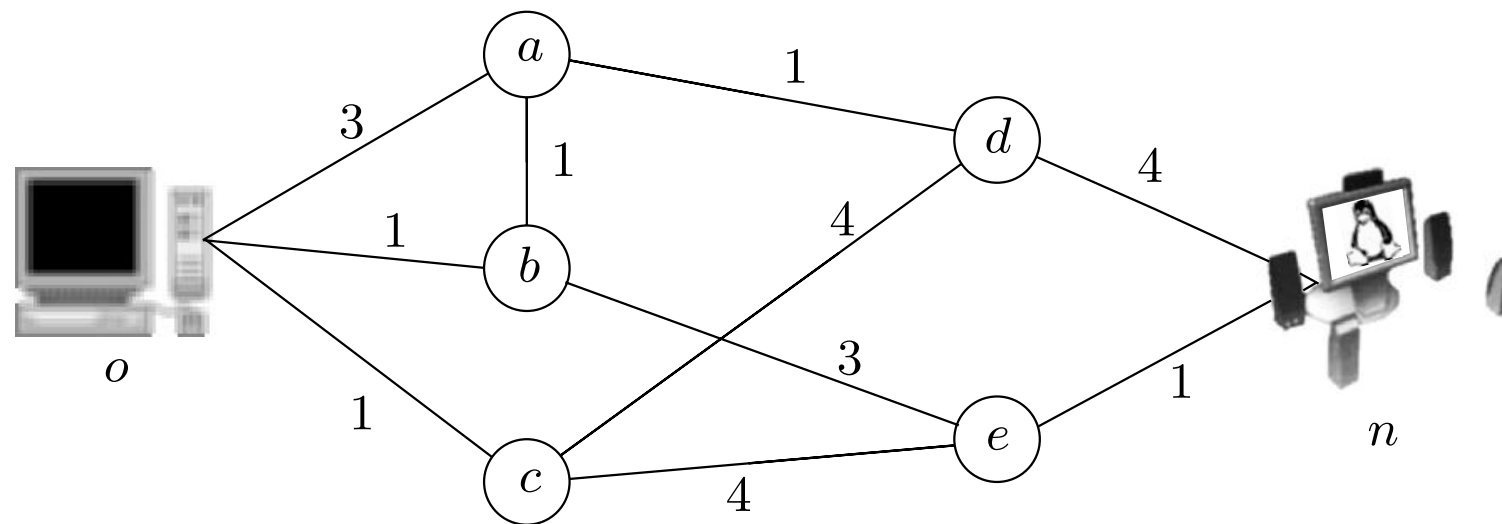
● ۲۰۰ bouillon cubes، حذف

● ...

مثال: شبکہ شمار



برنامه‌ریزی خطی [با هم تولید کنیم]



$$x_{oa} \geq 0$$

$$x_{ob} \geq 0$$

$$x_{oc} \geq 0$$

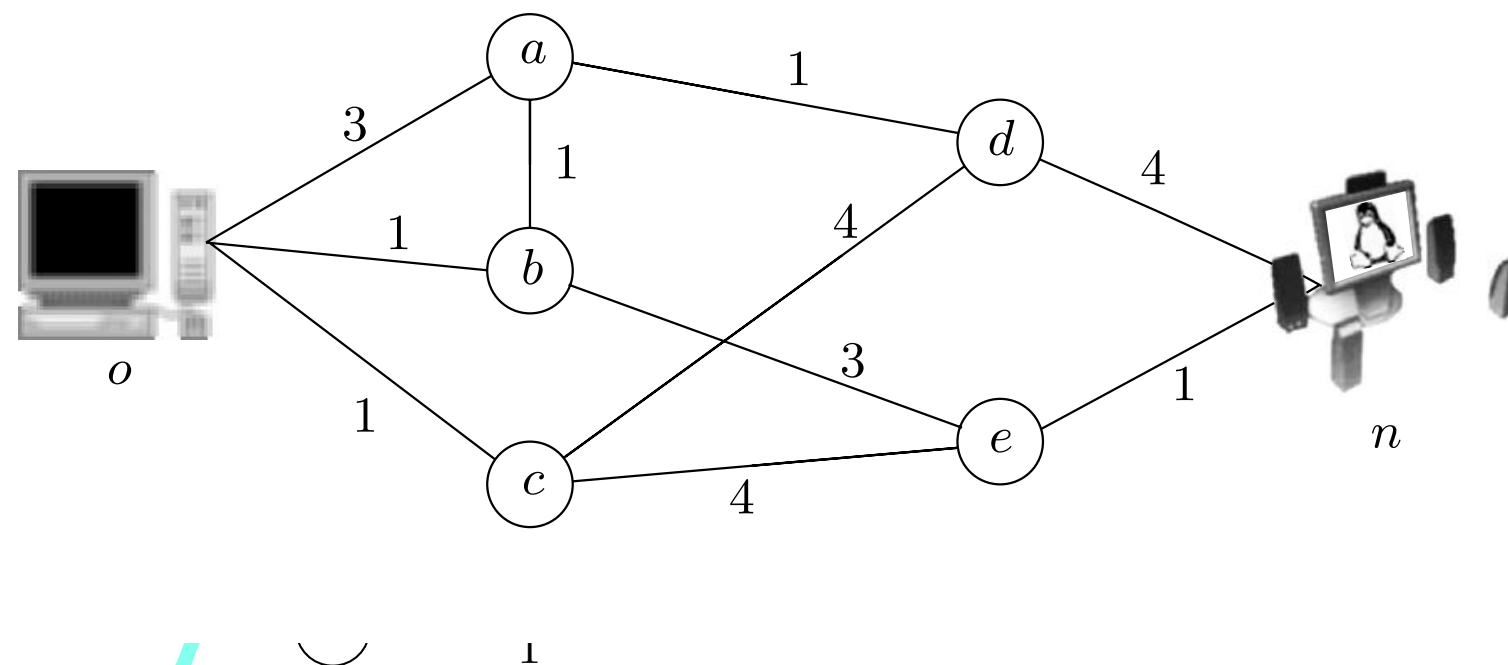
$$x_{ad} \leq 1$$

$$-1 \leq x_{ad}$$

$$x_{ad} + x_{cd} - x_{dn} = 0$$

max

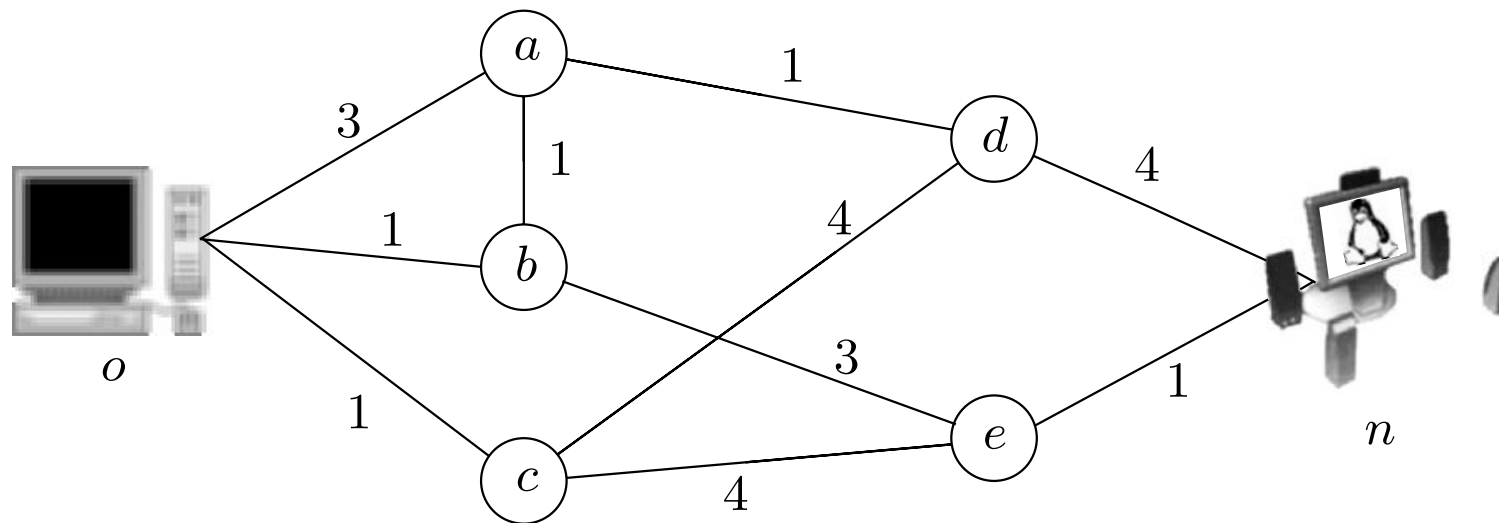
$$x_{oa} + x_{ob} + x_{oc}$$



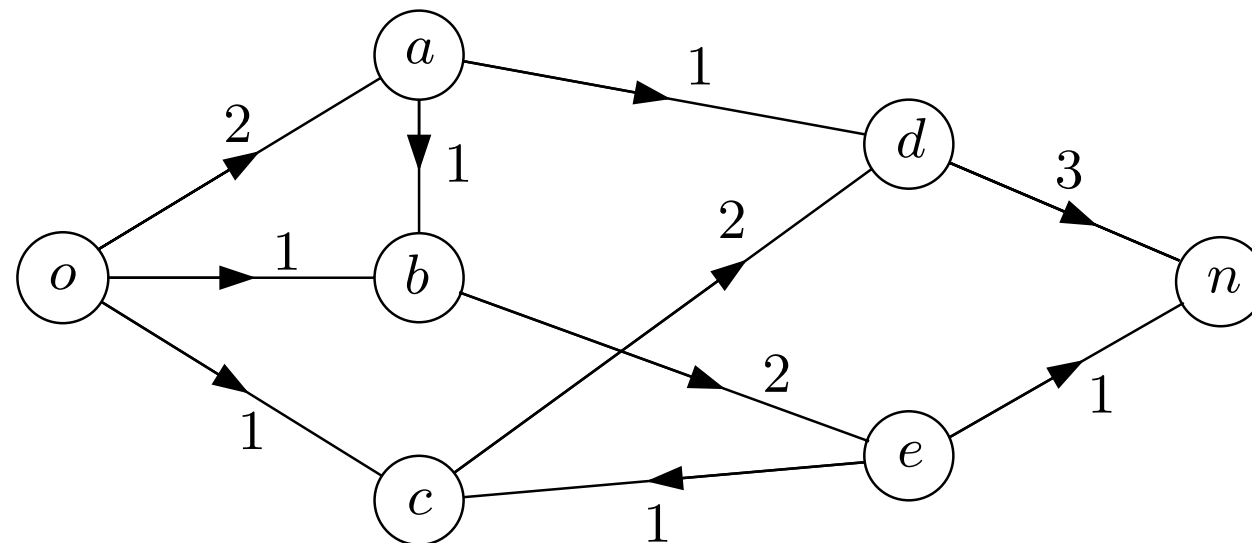
حال

زیر $\rightarrow \{ \}$

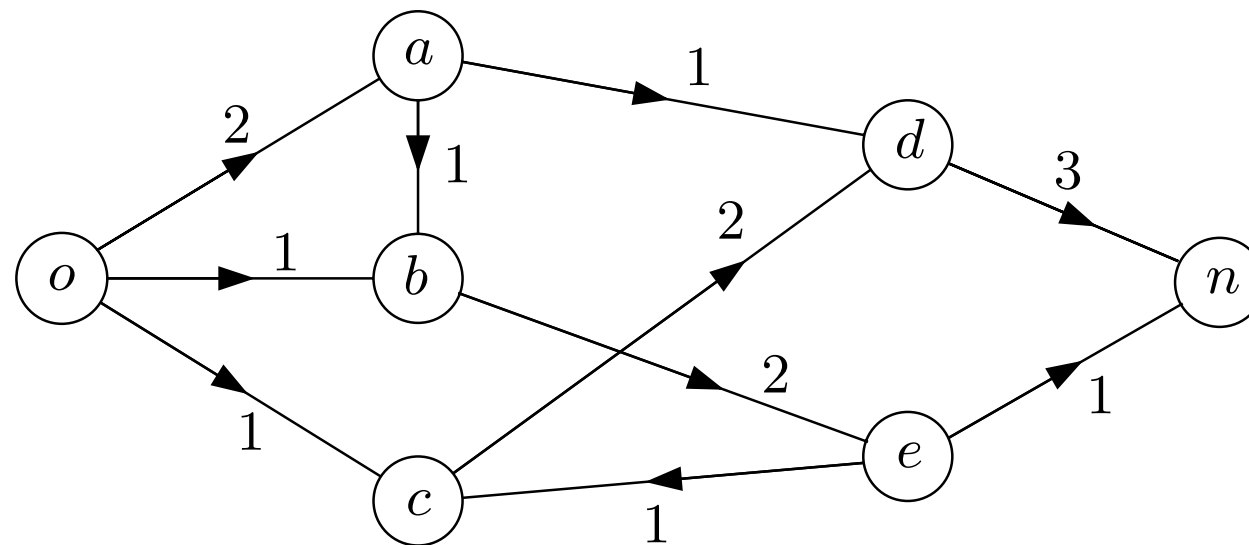
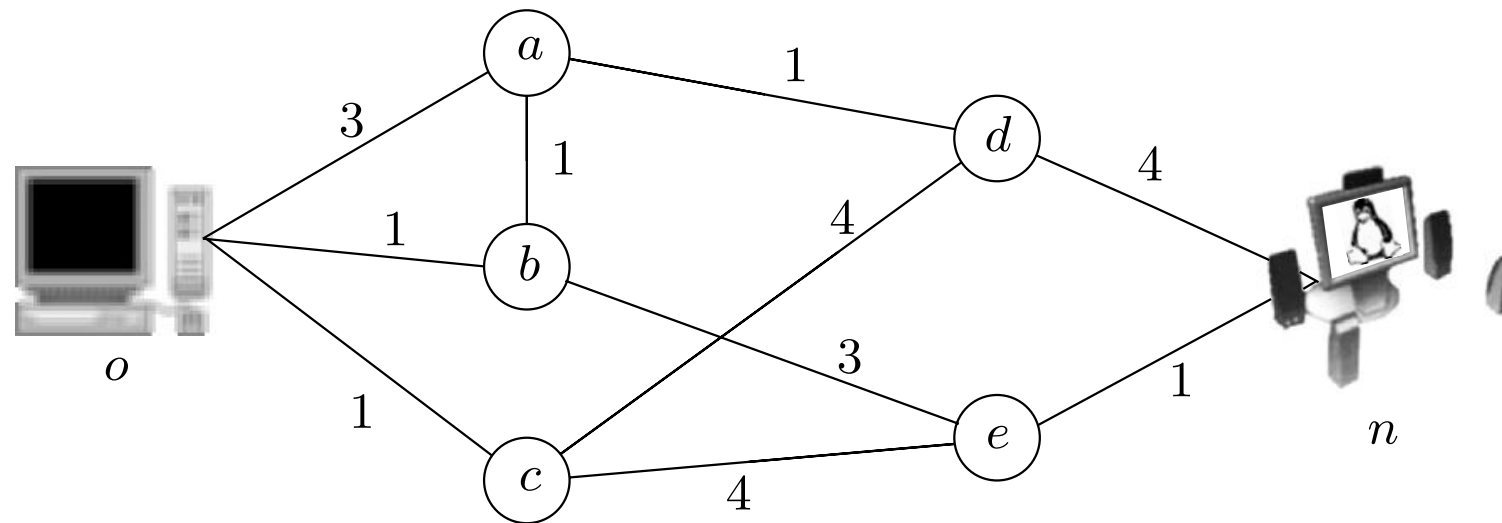
ای هدف:



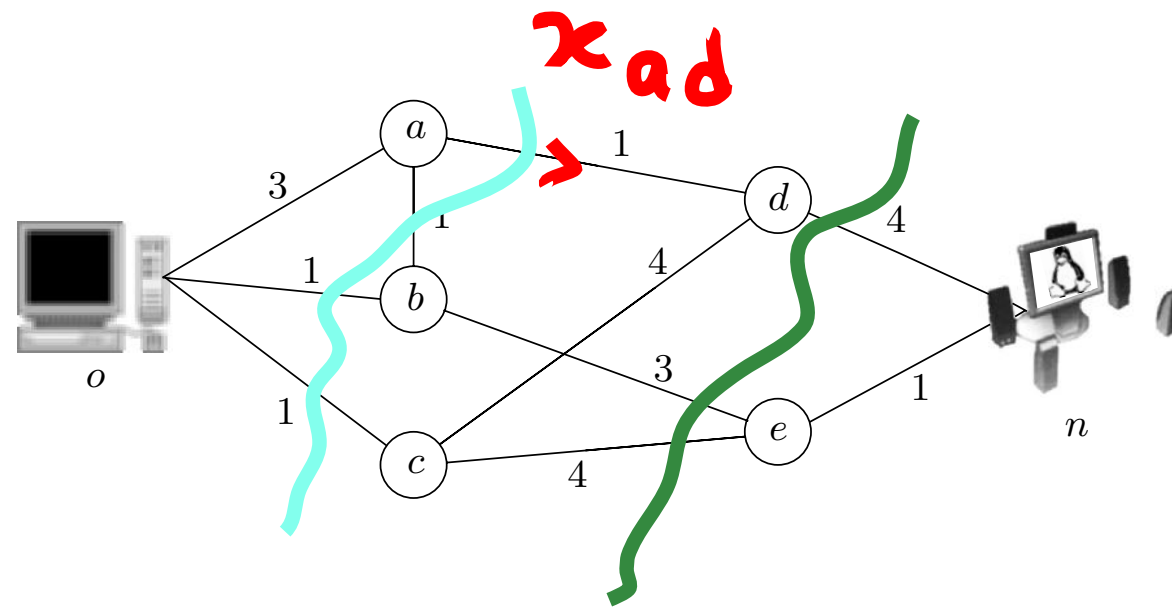
$$\begin{array}{ll}
 \text{Maximize} & x_{oa} + x_{ob} + x_{oc} \\
 \text{subject to} & -3 \leq x_{oa} \leq 3, \quad -1 \leq x_{ob} \leq 1, \quad -1 \leq x_{oc} \leq 1 \\
 & -1 \leq x_{ab} \leq 1, \quad -1 \leq x_{ad} \leq 1, \quad -3 \leq x_{be} \leq 3 \\
 & -4 \leq x_{cd} \leq 4, \quad -4 \leq x_{ce} \leq 4, \quad -4 \leq x_{dn} \leq 4 \\
 & -1 \leq x_{en} \leq 1 \\
 & x_{oa} = x_{ab} + x_{ad} \\
 & x_{ob} + x_{ab} = x_{be} \\
 & x_{oc} = x_{cd} + x_{ce} \\
 & x_{ad} + x_{cd} = x_{dn} \\
 & x_{be} + x_{ce} = x_{en}.
 \end{array}$$



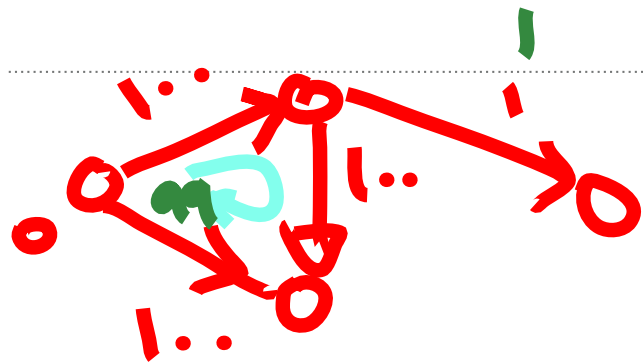
شار بیشینه، برش کمینه



شار بیشینه / برش کمینه



اگر برای مبدا شروط اضافه نگذاریم چه می شود؟



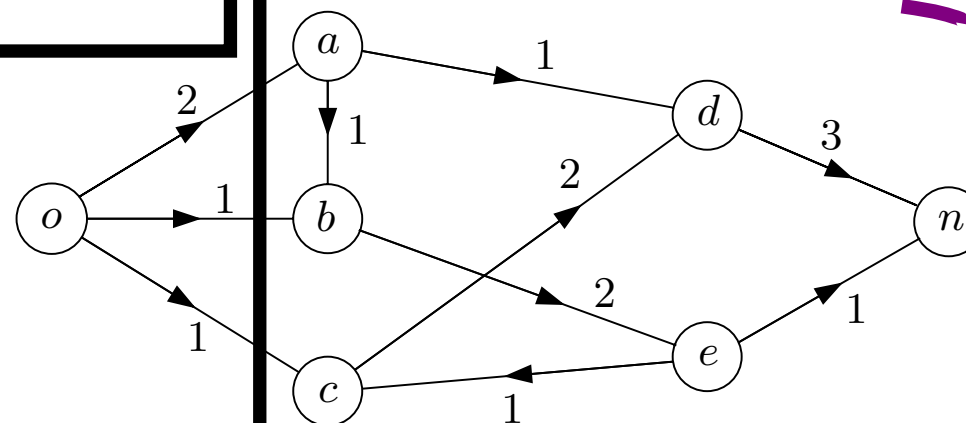
تایم صرف = 1

جواب بهینه

اگر بگذاریم از هر دو جهت یال هم زمان شار بگذرد:

$$0 \leq x_{nd} \leq 5$$

$$0 \leq x_{dn} \leq 5$$



$$x_{ad} + x_{da}$$

$$+ x_{nd}$$

$$- x_{dn} = 0$$

$$z_{ad} = 2 \left\{ \begin{array}{l} (x_{da} - x_{ad}) \\ 2 \\ 0 \end{array} \right.$$

تاریخچه

➤ اولین بار:

➤ ارتش آمریکا

➤ اختلال شبکه ریلی شوروی