

بسم الله الرحمن الرحيم

برنامه‌ریزی نیمه‌معین برای طراحی الگوریتم‌های تقریبی

جلسه چهارم: ظرفیت شنون و تتای لواژ (۱)



كد بدون خطا

مسئله «ارسال بدون خطا»

DL9C D 5036

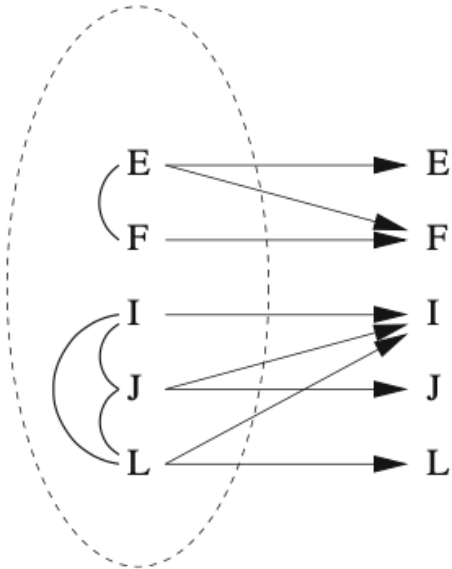


ارسال به ماه

DL9CD5036

مسئله «ارسال بدون خطا»

خطای تشخیص پس از ارسال



DL9C D 5036

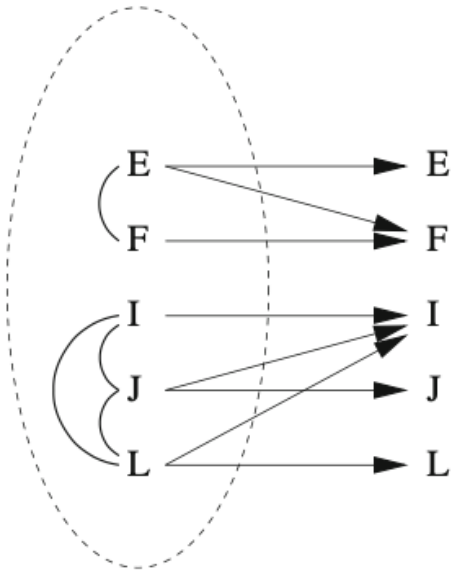


ارسال به ماه

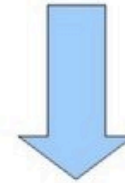
DL9CD5036

مسئله «ارسال بدون خطا»

خطای تشخیص پس از ارسال



DL9C D 5036



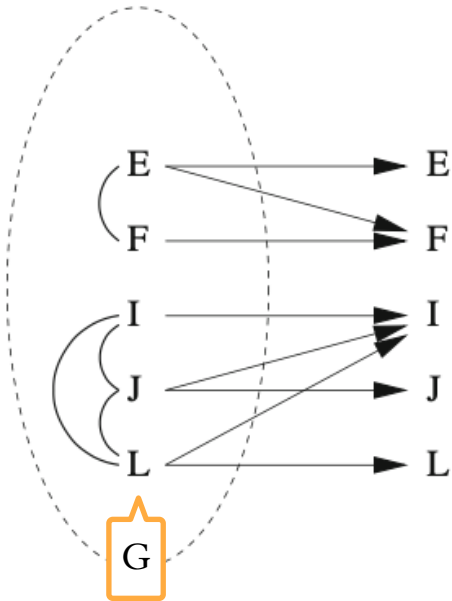
ارسال به ماه

DL9CD5036

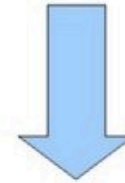
- حرف‌های با هم بد: حرفی که ممکن است با حرف دیگری اشتباه شود!

مسئله «ارسال بدون خطا»

خطای تشخیص پس از ارسال



DL9C D 5036



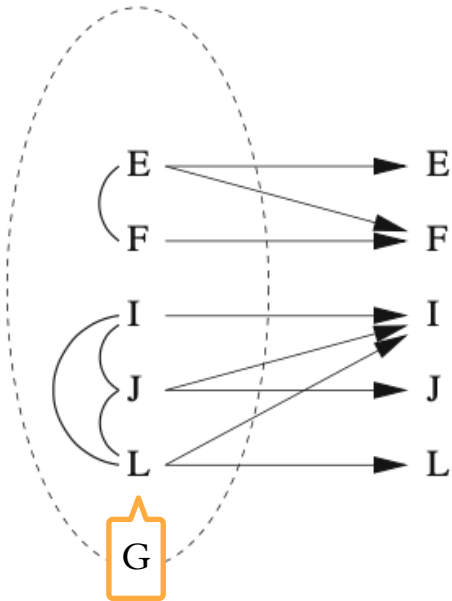
ارسال به ماه

DL9CD5036

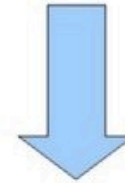
- حرف‌های با هم بد: حرفی که ممکن است با حرف دیگری اشتباه شود!

مسئله «ارسال بدون خطا»

خطای تشخیص پس از ارسال



DL9C D 5036



ارسال به ماه

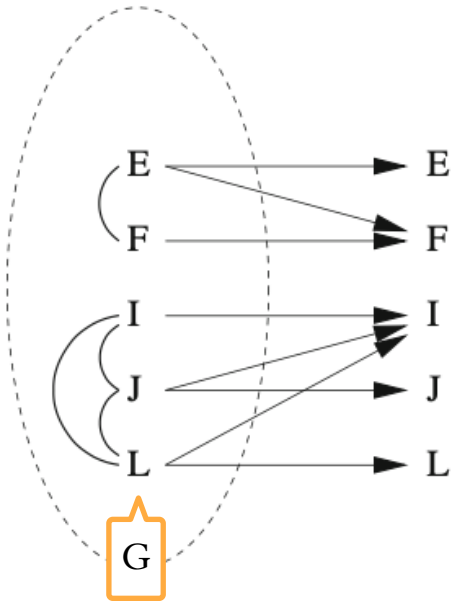
DL9CD5036

- حرف‌های با هم بد: حرفی که ممکن است با حرف دیگری اشتباه شود!

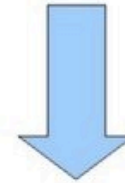
سوال: بزرگ‌ترین
مجموعه بدون خطا؟

مسئله «ارسال بدون خطا»

خطای تشخیص پس از ارسال



DL9C D 5036



ارسال به ماه

DL9CD5036

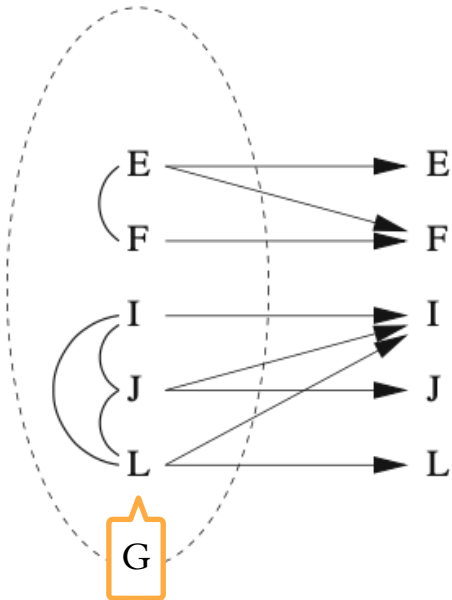
مجموعه مستقل G

سوال: بزرگترین
مجموعه بدون خطا؟

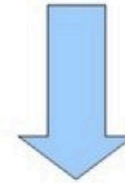
- حرف‌های با هم بد: حرفی که ممکن است
با حرف دیگری اشتباه شود!

مسئله «ارسال بدون خطا»

خطای تشخیص پس از ارسال



DL9C D 5036



ارسال به ماه

DL9CD5036

سخت!
NP-سخت

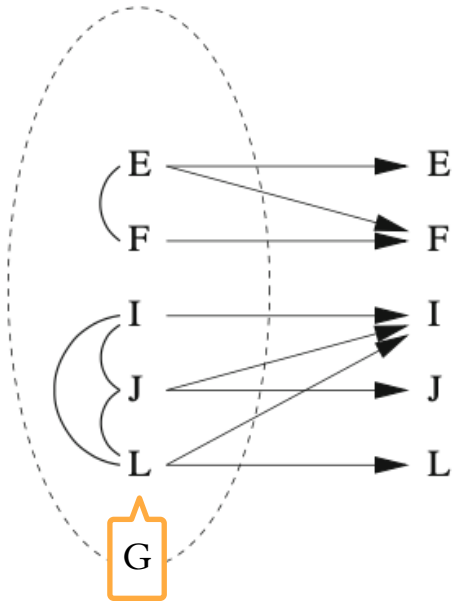
مجموعه مستقل G

سوال: بزرگترین
مجموعه بدون خطا؟

- حرف‌های با هم بد: حرفی که ممکن است
با حرف دیگری اشتباه شود!

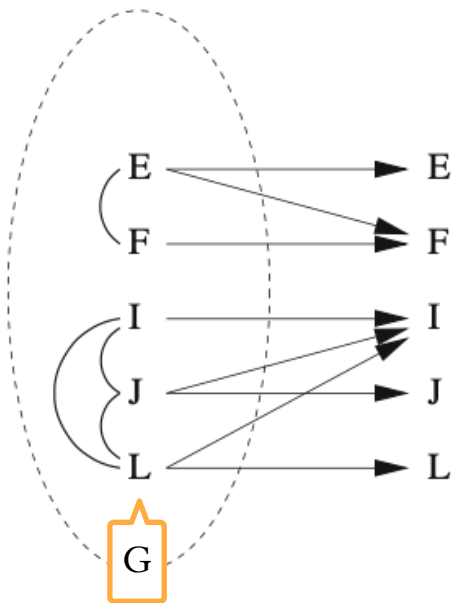
ایده: استفاده از چند حرفی ها

خطای تشخیص پس از ارسال



ایده: استفاده از چند حرفی ها

خطای تشخیص پس از ارسال



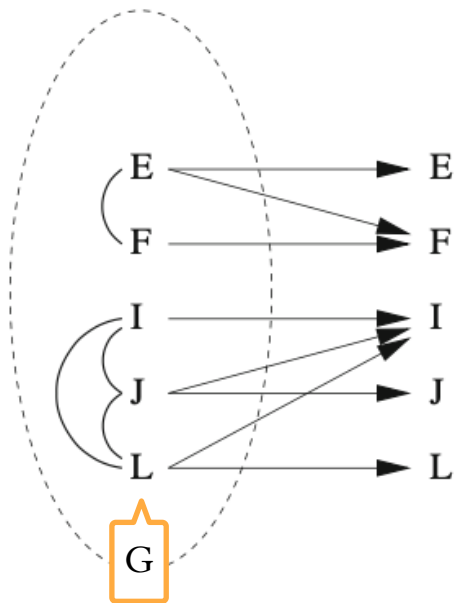
• کلمه های ۴ حرفی با هم بد:

• JILL و LILI <- IIII

• حتی اگر IIII در مجموعه واژه های ما نباشد!

ایده: استفاده از چند حرفی ها

خطای تشخیص پس از ارسال



• کلمه های ۴ حرفی با هم بد:

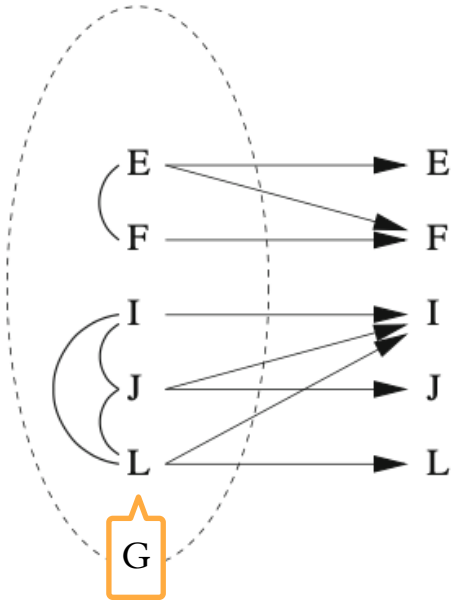
• JILL و LILI < IIII

• حتی اگر IIII در مجموعه واژه های ما نباشد!

سوال: بزرگ ترین
مجموعه k -حرفی
بدون خطا؟

ایده: استفاده از چند حرفی‌ها

خطای تشخیص پس از ارسال



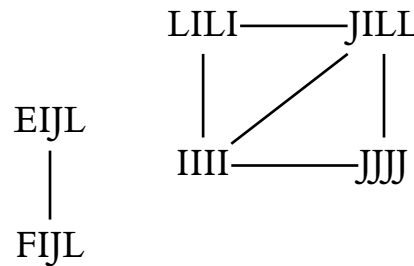
• کلمه‌های ۴ حرفی با هم بد:

• JILL و LILI < IIII

• حتی اگر IIII در مجموعه واژه‌های ما نباشد!

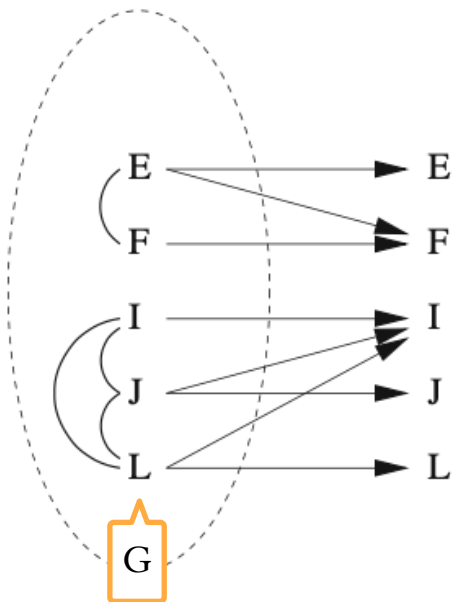
سوال: بزرگ‌ترین
مجموعه k-حرفی
بدون خطا؟

گراف مشابهت k-حرفی‌ها



ایده: استفاده از چند حرفی‌ها

خطای تشخیص پس از ارسال



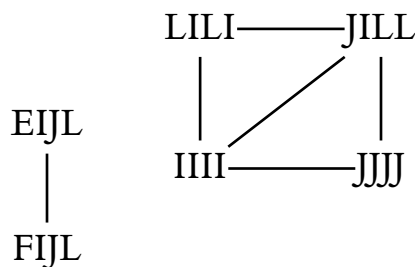
• کلمه‌های ۴ حرفی با هم بد:

• JILL و LILI < IIII


• حتی اگر IIII در مجموعه واژه‌های ما نباشد!

سوال: بزرگ‌ترین
مجموعه k-حرفی
بدون خطا؟

گراف مشابهت k-حرفی‌ها



جواب: بزرگ‌ترین
مجموعه مستقل در
«گراف مشابهت k-
حرفی‌ها»



• اندازه بزرگ‌ترین واژه‌نامه خوب برای ارسال $\alpha(G^k) ==$

3.1.2 Lemma. *For all $k, \ell \in \mathbb{N}$,*

$$\alpha(G^{k+\ell}) \geq \alpha(G^k)\alpha(G^\ell).$$

3.1.2 Lemma. For all $k, \ell \in \mathbb{N}$,

$$\alpha(G^{k+\ell}) \geq \alpha(G^k)\alpha(G^\ell).$$

کد k - حرفی



3.1.2 Lemma. For all $k, \ell \in \mathbb{N}$,

$$\alpha(G^{k+\ell}) \geq \alpha(G^k)\alpha(G^\ell).$$

کد k - حرفی



کد l - حرفی



3.1.2 Lemma. For all $k, \ell \in \mathbb{N}$,

$$\alpha(G^{k+\ell}) \geq \alpha(G^k)\alpha(G^\ell).$$

کد k - حرفی

○
○
○

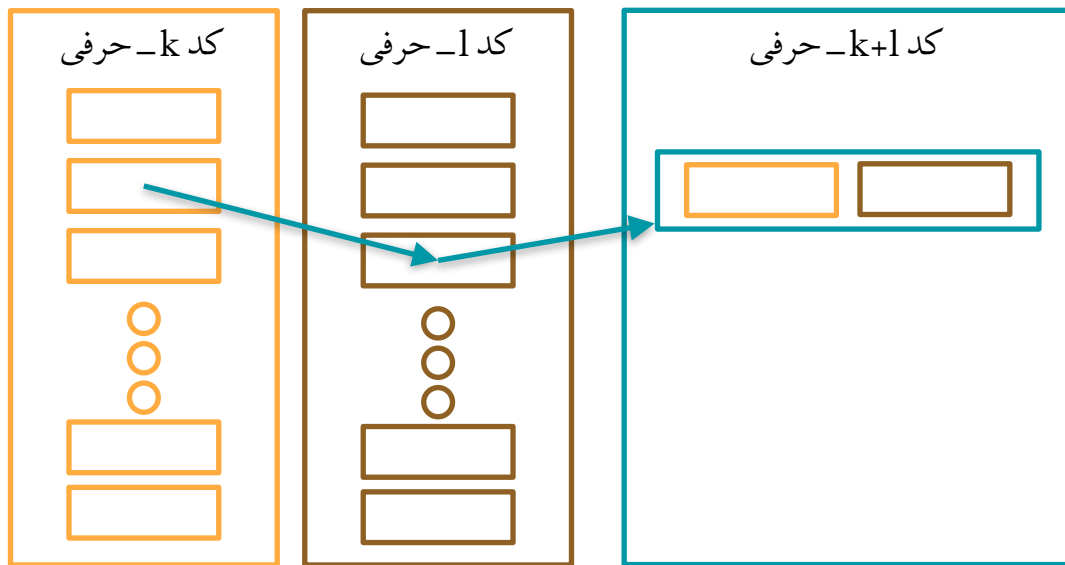
کد l - حرفی

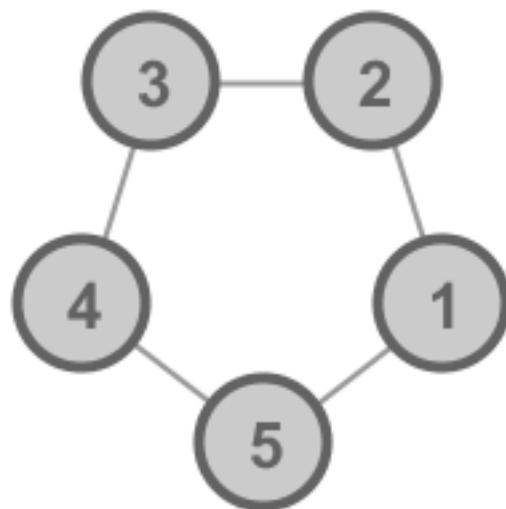
○
○
○

کد $k+l$ - حرفی

3.1.2 Lemma. For all $k, \ell \in \mathbb{N}$,

$$\alpha(G^{k+\ell}) \geq \alpha(G^k)\alpha(G^\ell).$$





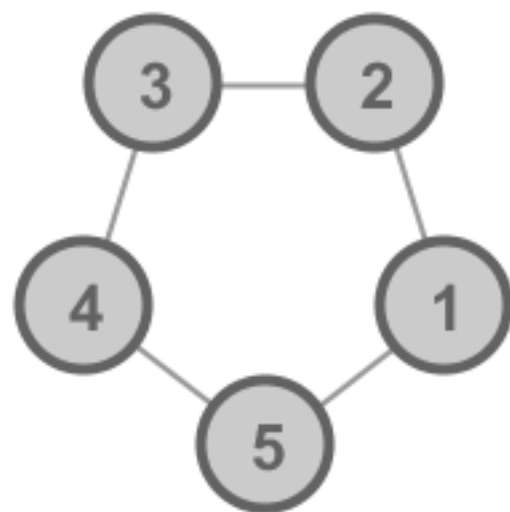
۱۴ •

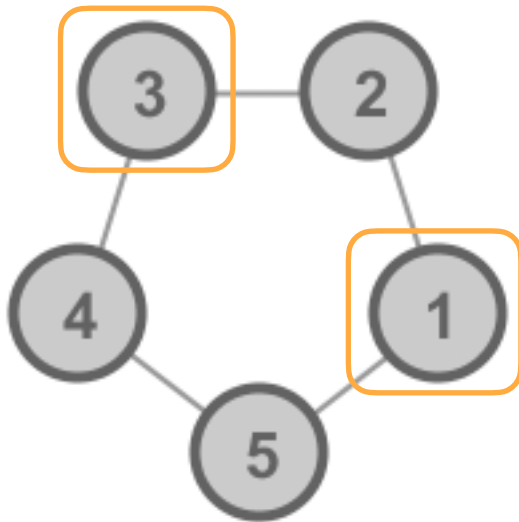
۲۵ •

۳۱ •

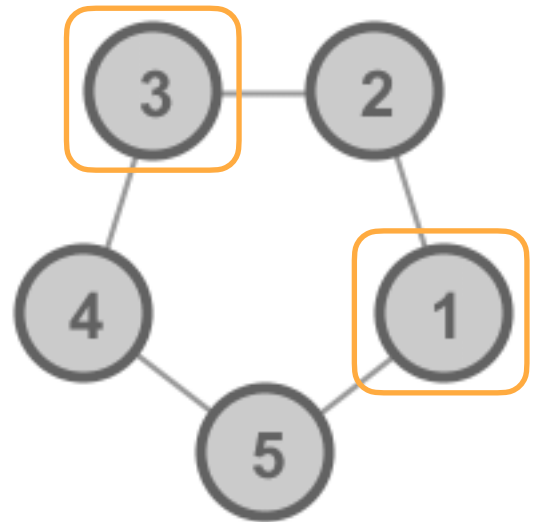
۴۲ •


۵۳ •





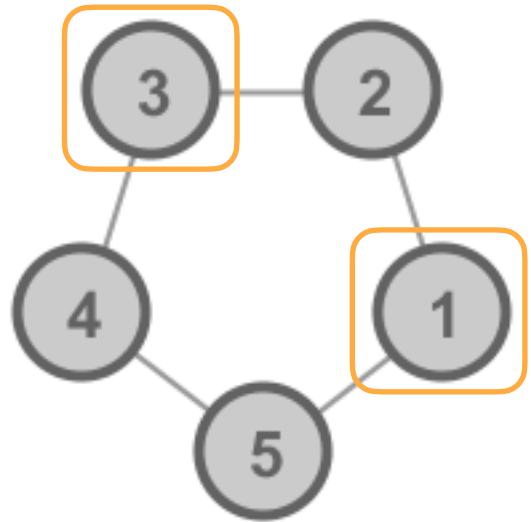
$$\alpha(C_5) = 2$$



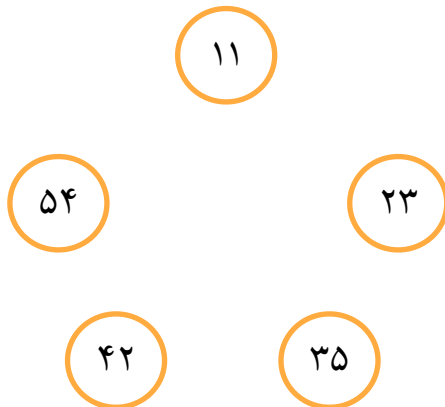

$$\alpha(C_5^2) \geq$$

???

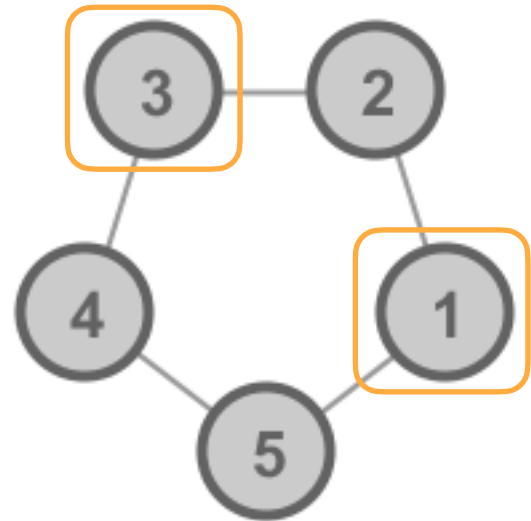
$$\alpha(C_5) = 2$$



$$\alpha(C_5^2) \geq \boxed{???}$$

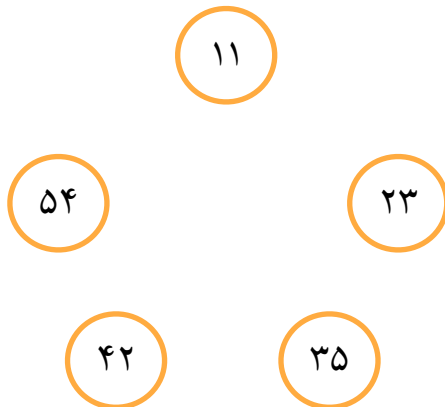


$$\alpha(C_5) = 2$$

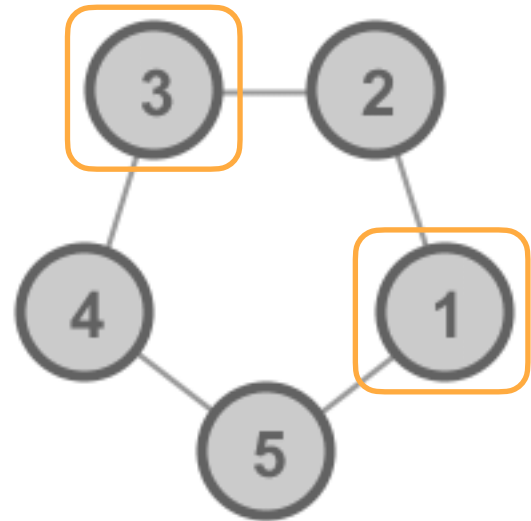



$$\alpha(C_5^2) \geq \boxed{???}$$

$$5 > \alpha(C_5)^2$$



$$\alpha(C_5) = 2$$





چه کدی ارسال کنیم؟ طول مناسب؟

چه کدی ارسال کنیم؟ طول مناسب؟

$$\frac{1}{k} \log \alpha(G^k)$$

متوسط اطلاعات هر حرف:

چه کدی ارسال کنیم؟ طول مناسب؟

$$\frac{1}{k} \log \alpha(G^k)$$

متوسط اطلاعات هر حرف:

بیشترین نرخ ارسال با گراف G :

$$\sigma(G) = \sup \left\{ \frac{1}{k} \log \alpha(G^k) : k \in \mathbb{N} \right\},$$

چه کدی ارسال کنیم؟ طول مناسب؟

$$\frac{1}{k} \log \alpha(G^k)$$

متوسط اطلاعات هر حرف:

بیشترین نرخ ارسال با گراف G :

$$\sigma(G) = \sup \left\{ \frac{1}{k} \log \alpha(G^k) : k \in \mathbb{N} \right\},$$

$$\alpha(C_5^2) \geq 5$$

چه کدی ارسال کنیم؟ طول مناسب؟

$$\frac{1}{k} \log \alpha(G^k)$$

متوسط اطلاعات هر حرف:

بیشترین نرخ ارسال با گراف G :

$$\sigma(G) = \sup \left\{ \frac{1}{k} \log \alpha(G^k) : k \in \mathbb{N} \right\},$$

$$\sigma(C_5) \geq \frac{1}{2} \log 5, \quad \alpha(C_5^2) \geq 5$$

3.2.1 Lemma. *For every graph $G = (V, E)$, $\sigma(G)$ is bounded and satisfies*

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right).$$

3.2.1 Lemma. *For every graph $G = (V, E)$, $\sigma(G)$ is bounded and satisfies*

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right).$$

$$\sigma(G) \leq \log |V|$$

$$\alpha(G^k) \leq |V|^k$$

3.2.1 Lemma. For every graph $G = (V, E)$, $\sigma(G)$ is bounded and satisfies

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right).$$

$$\sigma(G) \leq \log |V|$$

$$\alpha(G^k) \leq |V|^k$$

ابرجمعی $(x_k)_{k \in \mathbb{N}} = (\log \alpha(G^k))_{k \in \mathbb{N}}$

همگرا به سوپریمم

$$\left(\frac{x_k}{k} \right)_{k \in \mathbb{N}}$$

نویسه‌های لوواژ

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right)$$

$$\Theta(G) = 2^{\sigma(G)}$$

- ظرفیت شنون (به روایت لوواژ)

نویسه‌های لوواژ

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right)$$

• ظرفیت شنون (به روایت لوواژ)

$$\Theta(G) = 2^{\sigma(G)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{\alpha(G^k)}$$

نویسه‌های لوواژ

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right)$$

• ظرفیت شنون (به روایت لوواژ)

$$\Theta(G) = 2^{\sigma(G)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{\alpha(G^k)}$$

$$\alpha(G) \leq \Theta(\bar{G})$$

نویسه‌های لوواژ

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right)$$

• ظرفیت شنون (به روایت لوواژ)

$$\Theta(G) = 2^{\sigma(G)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{\alpha(G^k)}$$

$$\alpha(G) \leq \Theta(G) \leq |V|$$

نویسه‌های لوارژ

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right)$$

• ظرفیت شنون (به روایت لوارژ)

$$\Theta(G) = 2^{\sigma(G)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{\alpha(G^k)}$$

$$\alpha(G) \leq \Theta(G) \leq |V|$$

$$\Theta(C_2) \geq \sqrt{5}$$

$$\sigma(C_5) \geq \frac{1}{2} \log 5,$$

نویسه‌های لوواژ

$$\sigma(G) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \log \alpha(G^k) \right)$$

• ظرفیت شنون (به روایت لوواژ)

$$\Theta(G) = 2^{\sigma(G)} = \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{\alpha(G^k)}$$

$$\alpha(G) \leq \Theta(G) \leq |V|$$

واقعا چند است؟

$$\Theta(C_2) \geq \sqrt{5}$$

$$\sigma(C_5) \geq \frac{1}{2} \log 5,$$