

درس الگوریتم‌های خلاصه‌سازی برای مه‌داده

نیم‌سال اول سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۴۰۰

آزمونک پنجم

برای این آزمونک می‌توانید از جزوه‌های درس استفاده کنید، اما نمی‌توانید با دیگران مشورت کنید.

۱ تحلیل AliasingFFT

الگوریتم AliasingFFT(a) را در نظر بگیرید. فرض کنید \hat{a} بردار تبدیل فوریه a باشد.

Algorithm 1 Aliasing FFT.

```

1: function ALIASINGFFT( $a$ )
2:    $L \leftarrow n/k^2$ 
3:   Sample two corresponding sequences of signals, each of length  $k^2$ 
4:    $a' \leftarrow \{a_0, a_L, a_{2L}, \dots\}$ 
5:    $a'' \leftarrow \{a_1, a_{L+1}, a_{2L+1}, \dots\}$ 
6:   Run FFT on  $a'$  and  $a''$  to obtain  $\hat{a}'$  and  $\hat{a}''$ 
7:   Recover  $\hat{a}$  by applying Two Point Sampling for each non-zero  $\hat{a}'_u$ 
   return  $\hat{a}$ 
8: end function

```

۱. این الگوریتم برای چه شرایطی طراحی شده؟ یعنی فرضمان در مورد ورودی چیست؟

۲. تبدیل فوریه a' را برحسب \hat{a} بنویسید. یعنی به صورت

$$\hat{a}'_u = \sum_{l=0}^{L-1} \dots$$

۳. فرض کنید در \hat{a} حداکثر k درایه غیرصفر وجود دارد و این هر کدام از درایه‌ها به صورت یکنواخت و تصادفی از میان n درایه \hat{a} انتخاب شده. در جمع بالا، برای هر u چقدر احتمال دارد از میان جمله‌های جمع حداکثر یکی‌شان غیر صفر باشد.

۴. با فرض قبلی، چقدر احتمال دارد که برای همه u از میان جمله‌های جمع حداکثر یکی‌شان غیرصفر باشد.

۵. تبدیل فوریه a'' را برحسب \hat{a} بنویسید.

$$\hat{a}''_u = \sum_{l=0}^{L-1} \dots$$

۶. توضیح دهید چگونه با روش نمونه‌گیری دو نقطه‌ای برحسب \hat{a}' و \hat{a}'' می‌توان آن درایه غیرصفر احتمالی را پیدا کرد؟ در نتیجه خط ۷ از الگوریتم بالا را بازنویسی کنید.

۷. این الگوریتم چند درایه از ورودی را می‌خواند؟