

به نام خداوند رحمت‌گر مهربان

## پیچیدگی محاسبات (بهار ۱۳۹۴) – امتحان پایان‌ترم (۲)

زمان: ۲ ساعت

نام و نام خانوادگی:

پاسخ سوال‌ها را مختصر بنویسید.

سوال ۱ (همبندی کم عمق): خانواده مدار برای مسئله همبندی گراف ارائه کنید که عمق آن  $\text{polylog}(n)$  باشد.

سوال ۲: فرض کنید تابع  $f: \{1, \dots, n\} \rightarrow \mathbb{N}$  به صورت یک دانای کل به ما داده شده است. به عدد  $M$  میانه تابع  $f$  گفته می‌شود اگر برای حداقل نصف  $x \in \{1, \dots, n\}$  داشته باشیم  $f(x) \leq M$  و حداقل برای نصف  $x \in \{1, \dots, n\}$  داشته باشیم  $f(x) \geq M$ .

یک الگوریتم تصادفی با زمان اجرای چندجمله‌ای ارائه کنید که با گرفتن عدد  $m$  تشخیص بدهد که آیا  $m$  یک میانه برای تابع  $f$  هست و یا خیر. شرایط الگوریتم تصادفی را برای الگوریتم خود اثبات کنید.

سوال ۳: یک اثبات قابل بررسی احتمالاتی برای مسئله QUADREQ که در  $\text{PCP}(\text{poly } n, 1)$  باشد ارائه کنید. لازم نیست جزئیات اثبات خود را اثبات کنید.

سوال ۴: در مسئله MAX-POLY-ZERO تعدادی چندجمله‌ای روی  $n$  متغیر  $x_1, \dots, x_n$  در  $\text{GF}(2)$  داده شده است و هدف این است که یک مقداری برای متغیرهای  $x_1, \dots, x_n$  ارائه کنیم که بیشترین تعداد از چندجمله‌ای‌ها به طور هم‌زمان ۰ شوند. ثابت کنید با فرض نابرابری  $P$  و  $NP$  یک عدد ثابت  $\rho$  وجود دارد که مسئله MAX-POLY-ZERO قابل تقریب با ضریب  $\rho$  نیست.

راهنمایی: تحویلی مناسب از مسئله ۳-SAT به مسئله MAX-POLY-ZERO ارائه کنید.

موفق باشید