

بسم الله الرحمن الرحيم
پیچیدگی محاسبات (بهار ۱۳۹۴)

مسئله امتیازی برای حل در خانه

هدف این سوال این است که اثبات کنید مسئله تاخوردگی زنجیره سیاه و سفید در ۲ بعد، در رده پیچیدگی NP-Complete قرار دارد.

در مسئله تا کردن زنجیره سیاه و سفید شما یک زنجیره دارید که از n نقطه تشکیل شده و نقاط متوالی با میله‌هایی به طول ۱ به هم متصل‌اند. شما می‌توانید این زنجیره به صورت دلخواه در فضای ۲-بعدی قرار دهید با این محدودیت که باید فاصله هر دو نقطه متوالی دقیقاً ۱ واحد باشد، نقطه‌ها روی هم قرار نگیرند، و هر دو میله متوالی زاویه‌ای 90° یا 180° درجه داشته باشند. به این نوع قرارگیری یک «تاخوردگی معتبر» برای زنجیره گفته می‌شود.

توجه کنید که در این مسئله فقط برای ما طرز قرارگیری زنجیره در صفحه مهم است و اینکه چه مراحل باید طی شود تا برای مثال از زنجیره کاملاً باز به یک حالت از تاخوردگی برسیم اهمیتی ندارد، و حتی اگر بتوان یک تاخوردگی برای زنجیره پیدا کرد که نتوان به آن رسید نیز برای ما اهمیت ندارد.

امتیاز یک تاخوردگی معتبر برابر است با تعداد نقاط سیاهی که فاصله‌شان دقیقاً برابر با ۱ است.

در مسئله تاخوردگی بهینه زنجیره هدف ما یافتن یک تاخوردگی معتبر با بیشینه امتیاز برای یک زنجیره است. پس ورودی مسئله یک رشته به طول n است که مشخص کننده سیاه و سفید بودن نقطه‌هاست و یک عدد صحیح k . خروجی مسئله این است که بگویید آیا تاخوردگی معتبری برای زنجیره ورودی موجود است که امتیازش بیشتر یا مساوی k باشد و یا خیر.

شما باید اثبات کنید که مسئله تاخوردگی بهینه زنجیره در رده پیچیدگی NP-Complete است.

موفق باشید