

# آنالیز الگوریتم (بهار ۹۴-۱۳۹۳)

کوئیز دوم

زمان: ۴۵ دقیقه

مباحث: طراحی الگوریتم با استقراء و

الگوریتم‌های مربوط به مجموعه‌ها و رشته‌ها

نام و نام خانوادگی:

مسئله اول: فرض کنید به شما یک جعبه جادویی داده شده که این جعبه دو ورودی و یک خروجی دارد. شما می‌توانید به ورودی اول جعبه یک مجموعه از اعداد صحیح مانند  $S$  را بدهید و به ورودی دوم جعبه یک عدد صحیح مانند  $k$ . هنگامی که به جعبه ورودی‌ها را دادید، جعبه به صورتی جادویی بررسی می‌کند که آیا زیرمجموعه‌ای از اعداد مجموعه  $S$  هست که جمعشان برابر با  $k$  بشود یا خیر و این جواب را در خروجی خود نشان می‌دهد. حال فرض کنید به شما مجموعه  $A$  از  $n$  عدد و یک عدد  $x$  داده شده است. الگوریتمی ارائه دهید که در زمان چند جمله‌ای بر حسب  $n$  و با حداکثر  $n$  بار استفاده از جعبه جادویی زیرمجموعه‌ای از  $A$  را بیابد که مجموع اعضایش برابر با  $x$  باشد و یا تشخیص بدهید که چنین زیرمجموعه‌ای وجود ندارد.

مسئله دوم: فرض کنید  $n$  عدد داده شده به طوری که حداکثر  $\lceil \log_2(n) \rceil$  تایشان متفاوت هستند. یک الگوریتم با حداکثر  $O(n \log \log n)$  مقایسه برای مرتب‌سازی این دنباله از اعداد ارائه دهید.

مسئله سوم: دو رشته  $A = a_1, a_2, \dots, a_n$  و  $B = b_1, b_2, \dots, b_n$  داده شده‌اند. می‌خواهیم ببینیم آیا رشته  $B$  یک جابجایی دوری از  $A$  هست یا خیر. یعنی می‌خواهیم ببینیم آیا عدد  $0 \leq k \leq n-1$  وجود دارد که به ازای هر  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) داشته باشیم  $b_{i+k \bmod n} = a_i \bmod n$ ؟ الگوریتمی با زمان  $O(n)$  ارائه دهید که با گرفتن  $A$  و  $B$  تشخیص بدهد آیا چنین  $k$ ‌ای وجود دارد یا خیر، و اگر چنین  $k$ ‌ای وجود دارد آن را پیدا کند.

موفق باشید