

نظریه یادگیری محاسباتی (بهار ۱۳۹۴) - امتحان پایان ترم

نام و نام خانوادگی:

زمان: ۲ ساعت

سوال ۱: فرض کنید C_1 و C_2 دو کلاس فرضیه باشند.

الف) نشان دهید برای کلاس فرضیه $C = \{c_1 \cap c_2 : c_1 \in C_1, c_2 \in C_2\}$ داریم $\tau_C(m) \leq \tau_{C_1}(m) \tau_{C_2}(m)$

ب) حال فرض کنید C کلاس فرضیه با بعد VC d باشد که از اشتراک s فرضیه از C به دست آمده باشد. ثابت کنید بعد VC کلاس فرضیه C حداکثر $2ds \log_2(3s)$ است.

(راهنمایی: نشان دهید: $\log_2(3x) < 9x/(2e)$ برای $x \geq 2$).

سوال ۲ (یادگیری زیرمجموعه‌های اعداد طبیعی): در الگوریتم‌های معمول یادگیری PAC ابتدا تعداد نمونه‌های مورد نیاز را بر اساس ϵ و δ مشخص می‌کردیم و سپس الگوریتم یادگیری را اجرا می‌کردیم. حال می‌خواهیم برای یک کلاس فرضیه ناشمارا الگوریتم یادگیری ارائه بدهیم که با روشی متفاوت کار می‌کند.

کلاس فرضیه‌مان را همه زیرمجموعه‌های اعداد طبیعی در نظر بگیرید.

الف) نخست نشان دهید این کلاس فرضیه قابل یادگیری PAC نیست.

الگوریتم زیر را در نظر بگیرید:

- نخست به تعداد L نمونه می‌گیریم.
- نمونه‌ها به صورت $(x_1, l_1), \dots, (x_L, l_L)$ را در نظر بگیرید. فرض کنید بیشینه مقدار x_i ‌ها برابر با X باشد.
- ...

ب) الگوریتم بالا را کامل کنید و نشان دهید این الگوریتم شرط یادگیری PAC را برای کلاس فرضیه فوق ارضا می‌کند.

سوال ۳: کلاس فرضیه $\mathcal{H} = \{h_{p,t}\}$ را در نظر بگیرید که p یک چندجمله‌ای و t یک عدد است و

$$h_{p,t}(x) = \begin{cases} 1 & p(x) \leq t \\ 0 & p(x) > t \end{cases}$$

کلاس فرضیه \mathcal{H} با کدام الگوریتم قابل یادگیری است؟

سوال ۴: الگوریتم Stochastic Gradient Descent را توضیح دهید. توضیح دهید این الگوریتم چه کاربردی در یادگیری دارد؟

سوال ۵: تفاوت رگرسیون ستیغ^۱ و رگرسیون لوجیستیک و رگرسیون عادی چیست. نشان دهید رگرسیون عادی قابل یادگیری PAC نیست.

سوال ۶: روش k -fold cross validation را معرفی کنید و توضیح دهید هدف این روش چیست و در چه شرایطی به کار می آید.

سوال ۷: ثابت کنید اگر کلاس فرضیه \mathcal{H} قابل یادگیری PAC کارا با یک الگوریتم تصادفی باشد، آنگاه کلاس فرضیه $\mathcal{H} \cup \{h_0, h_1\}$ قابل یادگیری PAC کارا با الگوریتم قطعی است، که h_i فرضیه ای است که همیشه خروجی i تولید می کند.

موفق باشید

^۱Ridge Regression