

توصیف درس «بهینه‌سازی ترکیبیاتی»

ارائه شده با نام آنالیز ترکیبی ۲ (شماره ۲۲۱۵۷)

تعداد واحد: ۴ واحد
مقطع: کارشناسی ارشد و دکتری

مدرس: محمد هادی فروغمند اعرابی

ترم پاییز سال تحصیلی ۱۳۹۴-۱۳۹۵
زمان: یک‌شنبه و سه‌شنبه ۱۳:۰۰ تا ۱۵:۰۰

۱ توصیف درس: الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای مسئله‌های ترکیبیاتی

بسیاری از مسئله‌هایی که با آن‌ها مواجهیم تبدیل می‌شوند به مسئله‌های ترکیبیاتی که علاقه‌مندیم تا پارامتری را روی آن‌ها بهینه کنیم. در این درس تلاش می‌کنیم الگوریتم‌های اولیه که برای بهینه‌سازی مسئله‌های ترکیبیاتی ارائه شده‌اند را مرور کنیم.

برای مثال مسئله یافتن تطابق در گراف را در نظر بگیرید. هر تطابق در یک گراف را می‌توانید به صورت یک شیء ترکیبیاتی در نظر بگیرید. هر مسئله بهینه‌سازی که روی تطابق‌های گراف تعریف کنیم یک مسئله بهینه‌سازی ترکیبیاتی است. برای مثال بیشینه کردن اندازه تطابق یا بیشینه کردن وزن تطابق دو مسئله مشهور بهینه‌سازی ترکیبیاتی هستند.

هم‌چنین امروزه روش‌های برنامه‌ریزی خطی و نظریه چندوجهی به صورت وسیع در روش‌های بهینه‌سازی ترکیبیاتی و الگوریتم‌های تقریبی کاربرد پیدا کرده‌اند. مانیز در این درس تلاش می‌کنیم از روش‌های برنامه‌ریزی خطی و نظریه چندوجهی کمال سود را ببریم. یعنی سعی می‌کنیم خیلی از مسئله‌های بهینه‌سازی ترکیبیاتی را با روش‌های برنامه‌ریزی خطی و نظریه چندوجهی حل کنیم و در مجموع با این روش آشنا شویم.

بسیاری از مسئله‌های ترکیبیاتی و الگوریتم‌ها را می‌توان حالت خاصی از روش اصلی-دوگان دانست. مثلاً الگوریتم یافتن کوتاه‌ترین مسیر در گراف یا الگوریتم تطابق بیشینه یا الگوریتم شار بیشینه همگی حالت خاصی از مسئله اصلی-دوگان هستند! این روش یکی از کاربردهای برنامه‌ریزی خطی است که در این درس با آن آشنا خواهیم شد.

۲ مطالب درس

- آشنایی با برنامه‌ریزی خطی کمی با برنامه‌ریزی خطی و روش‌های مدل کردن مسئله‌های ترکیبیاتی با معادلات خطی آشنا می‌شویم.
- نظریه چندوجهی در مورد چندوجهی‌ها در فضاهای با بعد بالا و خاصیت‌های آن‌ها صحبت می‌کنیم.^۱
- چندوجهی تطابق در گراف دوبخشی می‌توان تطابق در گراف را به صورت یک چندوجهی در نظر گرفت! این چندوجهی را توصیف می‌کنیم و براساس آن الگوریتمی برای تطابق در گراف دوبخشی را ارائه می‌کنیم.
- چندوجهی‌های خوش‌دست همه چندوجهی‌ها خوش‌دست نیستند! در این قسمت چندوجهی‌های خوش‌دست را مشخص می‌کنیم و خواهیم دید که اتفاقاً چندوجهی برای تطابق در گراف‌های دوبخشی خوش‌دست بوده که توانستیم برایش الگوریتم ارائه کنیم.
- تطابق در گراف‌های غیردوبخشی و چندوجهی‌اش یافتن تطابق در گراف‌های غیردوبخشی سخت است! ولی این را نیز در این درس یاد خواهیم گرفت.
- روش اصلی-دوگان یکی از هیجان‌انگیزترین روش‌های تولید الگوریتم روش اصلی-دوگان است که بسیاری از الگوریتم‌های بهینه‌سازی بر همین اساس ارائه می‌شوند.

۳ پیش‌نیاز

برای پیش‌نیاز باید با گراف و ساختمان داده آشنا باشید. آشنایی با الگوریتم‌های ابتدایی مانند یافتن کوتاه‌ترین مسیر در گراف هم لازم است. اگر این‌ها را ندانید خیلی سخت‌تر خواهد بود. آشنایی با برنامه‌ریزی خطی خیلی کمک خواهد کرد که کلاس را راحت‌تر جلو بیاوید. هم‌چنین آشنایی با دیگر الگوریتم‌های گراف مانند یافتن شار بیشینه یا تطابق در گراف دوبخشی هم به فهم مطالب کلاس خیلی کمک خواهد کرد.

مراجع

[1] Jiri Matousek, Bernd Gärtner. *Understanding and Using Linear Programming*, Springer, 2006.

[2] Jan Vondrak. *Polyhedral techniques in combinatorial optimization*, <http://theory.stanford.edu/~jvondrak/CS369P.html>, 2010.