

مسابقه برنامه‌نویسی درس الگوریتم

بهار ۱۳۹۴

- مسابقه شامل ۹ سوال و زمان پاسخگویی ۵ ساعت است.
- کامپایلرهای موجود C++ و Java هستند.
- ورودی‌ها و خروجی‌های تمام سوالات، ورودی/خروجی استاندارد است.
- محدودیت زمانی تمام سوالات ۱۰ ثانیه است.

سوال	عنوان
A	مهندس دیوی
B	پیک نوروزی
C	انرژی ماده گیبس
D	اعداد بدون تکرار
E	عملیات تروریستی
F	سعید بدخط
G	میخ بازی
H	رشته‌های فیبوناتچی
I	جریان آب

مسئله A: مهندس دیوی



دیوی (یا دیبی!)، یکی از شخصیت‌های اصلی سریال کلاه‌قرمزی است که همه چیز را برعکس می‌گوید! بعد از شرکت موفقیت‌آمیز وی در این سریال، او تصمیم به ادامه تحصیل در دانشگاه را گرفت و مسئولین گروه کامپیوتر دانشگاه از بازیگری او به عنوان رزومه‌ی مثبت یاد نموده و با پذیرش وی در این رشته موافقت کردند. البته این امتیاز شامل هیچ شخصیت دیگری از این سریال از جمله جیگر نشده است!

دیوی به عنوان پروژه فارغ‌التحصیلی مایل است برنامه‌ی ماشین حسابی بنویسد که محاسبات مخصوص به خود را انجام دهد. وی در این ماشین حساب دو عدد به همراه یک عملگر دریافت می‌کند و خروجی را به سبک خود به این گونه چاپ می‌کند: در صورتی که عملگر، جمع (+) بود، تفریق دو عدد را چاپ می‌کند و در صورت تفریق بودن عملگر (-)، جمع آنها را چاپ می‌نماید. همچنین در صورتی که عملگر، تقسیم (/) بود، ضرب دو عدد و در صورت ضرب (*) حاصل تقسیم صحیح دو عدد را چاپ می‌نماید. وی از شما خواسته است که در ساخت برنامه‌اش به او کمک نمایید.

ورودی

در خط اول شامل یک عدد صحیح ($N < 1000$) است که تعداد ورودی‌ها را مشخص می‌کند. و پس از آن در N خط بعدی، دو عدد صحیح ($0 < a, b < 1000$) که با فاصله از هم جدا شده‌اند و یک کاراکتر c شامل $\{+, -, /, *\}$ وجود دارد.

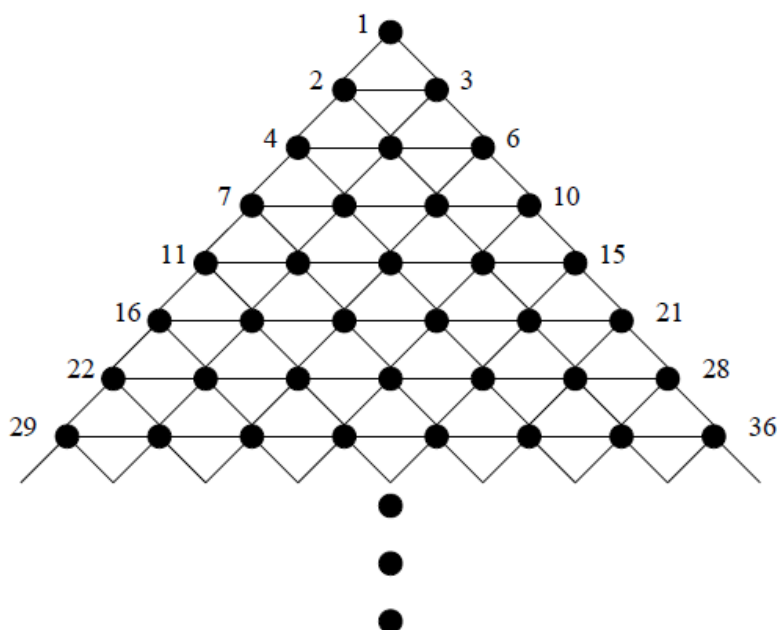
خروجی

خروجی می‌بایستی شامل N خط باشد که در هر خط، با توجه به ورودی و شیوه محاسباتی دیوی، عدد حاصل چاپ شود.

ورودی نمونه	خروجی
4	10
12 2 +	54
43 11 -	100
20 5 /	3
10 3 *	

مسئله B: پیک نوروزی

کلاه قرمزی قبل از شروع عید تمام تکالیف پیک نوروزی اش را به درستی انجام داد. گابی که خیلی گرسنه بود اشتباهی یکی از برگه های پیک نوروزی را می خورد. این صفحه دارای تمرینی در مورد تشخیص اشکال هندسی بوده است. از آنجا که گابی نمی خواهد کلاه قرمزی ناراحت شود. سعی دارد این سوال را حل کند. در این سوال تعدادی مثلث متساوی الاضلاع بر روی توری نامتناهی به شکل زیر فرض شده است:



اگر نقاط را از چپ به راست و از بالا به پایین عددگذاری کنیم، دسته هایی از این نقاط، رئوس شکل های هندسی خاصی را می سازند. شکلی قابل قبول است که دو شرط زیر را داشته باشد:

۱. هر ضلع باید بر روی یکی از لبه های توری قرار داشته باشد.

۲. همه اضلاع دارای طول یکسان باشند.

۳. محدب باشد.

برای مثال، مجموعه نقاط ۱، ۲، ۳ یا ۷، ۹، ۱۸ رئوس یک مثلث هستند؛ مجموعه ۱۱، ۱۳، ۲۶، ۲۴ یا ۲، ۷، ۹، ۱۸ رئوس متوازی الاضلاع هستند و مجموعه ۴، ۵، ۹، ۱۳، ۱۲، ۷ یا ۸، ۱۰، ۱۷، ۲۱، ۳۲، ۳۴ رئوس شش ضلعی هستند.

گابی از شما می‌خواهد که به او کمک کنید و برنامه‌ای بنویسید که یک مجموعه نقطه بر روی این توری را بگیرد و بررسی کند که آیا نقاط قابل قبول (رئوس مثلث، متوازی‌الاضلاع یا شش ضلعی) هستند یا خیر.

ورودی

ورودی شامل تعدادی نامعلوم مجموعه نقاط است. هر مجموعه نقطه در خطی جداگانه داده می‌شود. حداکثر شش نقطه در هر مجموعه وجود دارد و نقاط بین بازه [1 .. 32767] قرار دارند.

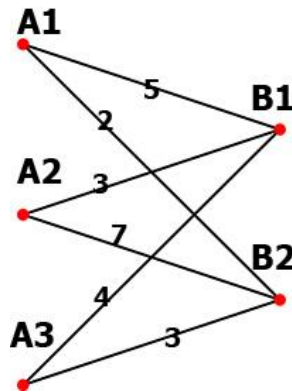
خروجی

برای هر مجموعه از نقاط ورودی، نتایج باید در خطوط مجزا چاپ شود. در خروجی ابتدا مجموعه نقاطی که در ورودی آمده است و بعد از فاصله عبارتی که معلوم می‌کند آیا این ورودی یکی از اشکال هندسی است یا خیر (مطابق فرمت زیر).

ورودی نمونه	خروجی
1 2 3	1 2 3 are the vertices of a triangle
11 13 29 31	11 13 29 31 are not the vertices of an acceptable figure
26 11 13 24	26 11 13 24 are the vertices of a parallelogram
4 5 9 13 12 7	4 5 9 13 12 7 are the vertices of a hexagon
1 2 3 4 5	1 2 3 4 5 are not the vertices of an acceptable figure
47	47 are not the vertices of an acceptable figure
11 13 23 25	11 13 23 25 are not the vertices of an acceptable figure

مسئله C: انرژی ماده گیبس

گیبس نام ماده‌ای جامد است که به‌تازگی توسط دانشمندان کشف‌شده است. این ماده از دو نوع ذره به نام‌های A و B تشکیل‌شده است که این ذرات می‌توانند در حالت فعال و یا غیرفعال باشند، همچنین ساختار مولکولی این ماده همانند یک گراف دوبخشی کامل است بدین‌صورت که هر یک از ذرات A این ماده به تمام ذرات B تشکیل‌دهنده ماده متصل است و به‌طور مشابه هر یک از ذرات B نیز به‌طور مشابه به تمام ذرات A ماده متصل است. همچنین وزن اتصالات بین هر یک از ذرات در این ماده متفاوت است. به‌عنوان مثال شکل ساختار مولکولی یک ماده گیبس با دو ذره B و سه ذره A به‌صورت زیر است:



ویژگی خاص این ماده این است که دارای مقداری انرژی درونی است. مقدار انرژی درونی این ماده به نحوه‌ی فعالیت و جنب جوش ذرات A و B بستگی دارد. به‌طوری‌که هر یک از ذرات فعال این ماده به تمام ذرات فعالی که به آن متصل است به نسبت عکس مقدار وزن اتصال بینشان نیرو وارد می‌کند. انرژی کل ماده در یک حالت برابر ۲ به توان مجموع تمام نیروهای وارده توسط ذرات آن حالت به یکدیگر است.

به‌عنوان مثال اگر در شکل بالا سه ذره A1 و A3 و B1 در حالت فعال باشند و سایر ذرات غیرفعال و ساکن باشند آنگاه مجموع انرژی‌های وارده ذرات به یکدیگر برابر $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{9}{20}$ و انرژی ماده برابر $2^{\frac{9}{20}}$ است.

ماده گیبس بسیار ناپایدار است و در هر ثانیه به‌طورکلی وضعیت آن تغییر می‌کند یعنی هر یک از ذرات تشکیل‌دهنده آن به‌صورت تصادفی در حال تغییر بین دو وضعیت فعال یا غیرفعال هستند. اما آزمایش‌ها و آزمون‌های که بر روی این ماده انجام شد نشان داد که در هر ثانیه تغییر وضعیت این ماده به حالتی جدید، به انرژی آن حالت جدید وابسته است. به‌طوری‌که احتمال رفتن به هر حالت برابر نسبت انرژی آن حالت به مجموع انرژی کل حالات ممکن ماده گیبس است.

بنابراین برای شکل فوق، احتمال انتخاب و تغییر به آن حالت برابر است با:

$$P = \frac{\frac{9}{220}}{Total} = \frac{1.3660}{45.7881} = 0.0298$$

که مقدار Total، مجموع انرژی‌های هر یک از 32 وضعیت ممکن است که ماده گیبس با شکل فوق می‌تواند دارا باشد.

همان‌طور که مشخص است محاسبه Total بسیار زمان‌بر و دشوار است به همین دلیل از شما خواسته‌شده تا برنامه بنویسید که اطلاعات مربوط به ساختار یک ماده گیبس را از ورودی دریافت کند و با روشی مقدار Total را به دست آورد.

ورودی

در خط اول تعداد نمونه‌های ورودی داده شده است. برای هر نمونه ابتدا دو عدد M و N که $(1 \leq N \leq 10)$ و $(1 \leq M \leq 1000)$ به ترتیب تعداد ذرات نوع A و B ماده گیبس را مشخص می‌کند. سپس M خط بعد که هر کدام شامل N عدد است به‌طوری‌که عدد iام خط نام مشخص‌کننده W_{ij} ، که وزن اتصال بین دو ذره A_i و B_j است $(-20 \leq W_{ij} \leq 20, W_{ij} \neq 0)$.

خروجی

برای هر ورودی که دریافت می‌کنید باید لگاریتم در مبنا ۲ مقدار Total که در فرمول احتمال هر حالات مورد نیاز است را محاسبه و تا ۴ رقم اعشار چاپ کنید.

ورودی نمونه	خروجی
2 3 2 5 2 3 7 4 3 1 1 5	5.5169 2.0527

مسئله D: اعداد بدون تکرار

عدد بدون تکرار، یک عدد صحیح و مثبت است که شامل هیچ رقم تکراری نباشد. برای مثال، ۲۵ عضو ابتدایی اعداد بدون تکرار عبارتند از:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 27, . . .

از شما خواسته شده است که به ازای ورودی n ، n امین عضو این دنباله را محاسبه کنید.

ورودی

ورودی، شامل تعدادی عدد صحیح است. هر خط ورودی شامل یک عدد صحیح و مثبت n است (با محدوده $1 \leq n \leq 1000000$) و $n = 0$ نشان دهندهی آخرین ورودی است.

خروجی

برای هر تست ورودی، n امین عدد بدون تکرار در هر خط چاپ شود.

ورودی نمونه	خروجی
25 10000 0	27 26057

مسئله E: عملیات تروریستی

گروه تروریستی «شوکو حلال» که به تازگی شکل گرفته است، در حال برنامه‌ریزی عملیاتی تروریستی هوایی است. طرح کلی عملیات به این شکل است که ابتدا یک هواپیما دزدیده شده، سپس با هواپیمای دیگری برخورد می‌کند. گروه، زمان کافی برای به دست آوردن برنامه حرکتی همه هواپیماها را ندارد، بنابراین مسیر حرکت هواپیماها را که از قبل داشته است مورد استفاده قرار می‌دهد و سعی می‌کند مسیری را برای هواپیمای دزدیده شده انتخاب کند که احتمال تصادف با هواپیماهای دیگر در آن از همه بیشتر باشد. احتمال برخورد هواپیما در یک مسیر متناسب است با تعداد مسیرهایی که با مسیر طی شده تلاقی دارند. بنابراین «شوکو حلال» مسیری را انتخاب خواهد کرد که با مسیرهای هوایی، بیشترین تعداد برخورد را دارد.

وزارت اطلاعات کشور «دوست و همسایه» از این عملیات مطلع شده و می‌خواهد شانس موفقیت عملیات آنها را محاسبه کند. برای این کار از شما خواسته شده است، با توجه به مسیرهای پرواز موجود، تعداد مسیرهایی که با مسیر گروه تروریستی برخورد دارند را مشخص نمایید.

ورودی

هر ورودی با عدد $1 \leq n \leq 500$ که تعداد مسیرهای هوایی است مشخص آغاز می‌شود. در n خط بعد هر یک از مسیرهای هوایی با چهار عدد صحیح نامنفی x_1 و y_1 و x_2 و y_2 مشخص می‌شوند که دو عدد اول طول و عرض مبدأ و دو عدد دوم طول و عرض مقصد پرواز هستند. حداکثر مقدار طول و عرض نقطه مبدأ و مقصد 10^9 است. انتهای ورودی با عدد 0 مشخص می‌شود که نباید پردازش شود.

خروجی

هر خط خروجی تعداد مسیرهایی است که با مسیر انتخاب شده توسط گروه تروریستی تلاقی دارند.

ورودی نمونه	خروجی
3 1 1 10 1 1 2 10 2 1 3 10 3 5 0 0 2 2 4 4 1 5 4 3 5 0 5 3 5 0 1 5 5 6 0	3 4

مسئله‌ی F: سعید بد خط

سعید، یک دانشجو است که به تدریس و یادگیری علاقه زیادی نشان می‌دهد. به همین خاطر استاد او از وی خواست تا برای حل تمرین (حَلّت!) درس با وی همکاری نماید. به دلیل آنکه سعید نمی‌توانست به دکتر، نه بگوید این وظیفه را قبول کرده است. بنابراین قرار شد سعید جلسه‌هایی را به منظور حل تمرین برای دانشجویان برگزار نماید. سعید دارای دو ویژگی بارز است:

- توانایی تدریس بالایی دارد! بنابراین دانشجویان شرکت‌کننده در کلاس او، خیلی زیاد هستند.
- توانایی یادگیری بالایی دارد! بنابراین همه خصوصیت‌های استاد خود، از جمله دست خط عجیب وی را نیز یاد گرفته است.

دانشجویان شرکت‌کننده در کلاس همیشه از دست خط بد او شکایت دارند. آنها نمی‌توانند به‌خوبی جزوه برداری نمایند زیرا ممکن است برخی حروف را با برخی دیگر اشتباه گیرند. برای مثال حروف 'D' ، 'O' ، 'Q' و عدد 0 در دست خط وی بسیار شبیه به هم است. ردیف‌های جدول زیر شامل حروفی است که در دست خط وی ممکن است توسط دانشجویان اشتباه گرفته شود. از شما خواسته شده است تا برنامه‌ای بنویسید که با توجه به متن نوشته شده در آن جلسه و تعداد دانشجویان حاضر، بیشترین تعداد جزوه‌هایی که مطمئناً می‌توان گفت کاملاً و در تمامی حروف با هم شبیه هستند محاسبه شود. توجه شود که حروف انگلیسی این جدول حروف بزرگ هستند.

1	I	!
Q	O	D
S	5	
Y	V	U
8	&	

ورودی

ورودی شامل یک عدد صحیح ($N < 1000$) در خط اول است که تعداد جلسات (ورودی‌ها) را مشخص می‌کند و به‌ازای هر ورودی، در یک خط، یادداشت‌های آن جلسه‌ی سعید و در خط بعد تعداد دانشجویان شرکت‌کننده در آن جلسه ($M < 10^9$) را مشخص می‌کند. فرض می‌کنیم که دانشجویان به اندازه کافی درس‌خوان هستند و همگی جزوه می‌نویسند و نیز فرض می‌شود که تعداد حروف استفاده شده از جدول فوق در هر خط، کمتر از ۲۵ عدد است.

خروجی

خروجی می‌بایستی شامل N خط باشد که در هر خط، بیشترین تعداد جزوه‌هایی که مطمئناً می‌توان گفت کاملاً و در تمامی حروف با هم شبیه هستند چاپ شود.

ورودی نمونه	خروجی
3 THIS LESSON IS VERY HARD :D 1000000 THERE'S A FEW CHANCE OF PASS B-) 33 BACK PLEASE. JUST KIDDING : (3	13 2 1

مسئله‌ی G: میخ‌بازی

نوید در نجّاری کار می‌کند و بازی مورد علاقه او میخ‌بازی است. بدین گونه که یک بُرد را با تعدادی حفره می‌سازد. هر حفره می‌تواند شامل میخ باشد. در این بازی فقط یک نوع حرکت مجاز وجود دارد، این حرکت به صورت پرش از روی یک میخ همسایه در جهت عمودی یا افقی است، مکان فرود، حفره‌ای خالی است و پس از پرش، میخی که از روی آن پرش انجام گرفته است، حذف می‌شود. هدف بازی اصلی انجام حرکات مجاز و رسیدن به حالتی است که تنها یک میخ بر روی بُرد وجود داشته باشد. این بازی فقط برای بردهایی با فرمت و حالت اولیه خاص راه حل دارد. نوید تغییراتی در این بازی به وجود آورده است تا به ازای هر حالت اولیه ممکن بتوان بازی را انجام داد. بدین صورت که هدف بازی، باقی ماندن کمترین تعداد میخ ممکن با انجام تعدادی حرکات مجاز بر روی بُرد است و همچنین این تعداد حرکات مجاز نیز کمینه باشد.

ورودی

اولین خط شامل عدد $1 \leq N \leq 100$ است که تعداد ورودی نمونه است. هر ورودی نمونه شامل تعدادی خط است که مشخص‌کننده‌ی حالت اولیه است.

کاراکتر ' ' حفره است و 'O' میخ و '#' بخشی از برد است که بدون حفره است. همه بُردها شکل یکسانی دارند. در حالت اولیه بُرد شامل حداکثر ۸ میخ است. یک خط خالی بین هر دو ورودی نمونه وجود دارد.

خروجی

برای هر نمونه ورودی باید خطی شامل دو عدد که با یک فاصله از هم جدا شده‌اند، چاپ شود. اولین عدد کمترین تعداد میخ‌های باقی مانده بعد از انجام همه حرکات مجاز، بر روی برد با موقعیت اولیه است و عدد دوم کمترین تعداد حرکت مورد نیاز است.

ورودی نمونه	خروجی
3 ###...### ..○○.....○○.. ###...### ###...### ..○○.○... ...○.○○.. ...○○..... ###...### ###○...### .○.○○..... ○.○..... .○.○..... ###...###	1 3 1 7 1 7

مسئله H: رشته‌های فیبوناچی

علی، پسری کنجکاو است و بازی با رشته‌های بیتی را دوست دارد! او به تازگی مسأله‌ای پیدا کرده است که در آن، دنباله فیبوناچی را با اعداد بیتی می‌سازند. به این صورت که هر دنباله فیبوناچی از رشته‌ای از بیت‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(n) = \begin{cases} 0 & \text{if } n = 0 \\ 1 & \text{if } n = 1 \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{if } n \geq 2 \end{cases}$$

در جدول زیر برای تعدادی از اعداد، نحوه الحاق رشته‌ها آمده است:

n	$F(n)$
0	0
1	1
2	10
3	101
4	10110
5	10110101
6	1011010110110
7	10110101101101010101
8	101101011011010101010101010110
9	10110101101101

حال با دادن الگوی p و یک عدد n تعداد دفعاتی که رشته‌ی p در $F(n)$ تکرار شده است، مطلوب است. علی از شما می‌خواهد که با نوشتن برنامه‌ای در حل این مسأله او را یاری نمایید.

ورودی

برای هر تست، ورودی در دو خط داده می‌شود، در خط اول یک عدد صحیح n ($0 \leq n \leq 100$) و در خط بعدی الگوی بیتی p موجود است. الگوی بیتی p تهی نیست و دارای طولی با حداکثر 100 000 کاراکتر است.

خروجی

برای هر تست، شماره ورودی آن و تعداد دفعات تکرار الگوی بیتی P در $F(n)$ چاپ می‌شود. این عدد کمتر از 2^{63} خواهد بود. الگوهای پیدا شده ممکن است با یکدیگر هم‌پوشانی داشته باشد.

ورودی نمونه	خروجی
6	Case 1: 5
10	Case 2: 8
7	Case 3: 4
10	Case 4: 4
6	Case 5: 7540113804746346428
01	
6	
101	
96	
10110101101101	

مسئله I: جریان آب

می‌خواهیم از یک چشمه به منبع آب یک ده آبرسانی کنیم. نقشه منطقه به صورت یک ماتریس ارتفاعی داده شده است. انتقال آب با کشیدن نهر از چشمه به منبع انجام می‌پذیرد. بنابراین آب تنها می‌تواند بین دو ناحیه مجاور هم ارتفاع یا از ناحیه با ارتفاع بیشتر به ناحیه مجاور با ارتفاع کمتر جاری گردد. می‌خواهیم با کمترین عملیات خاکبرداری نهری از چشمه به منبع بکشیم. این نهر تنها در راستای جنوب و شرق احداث می‌گردد. دو ناحیه مجاور، نواحی هستند که در یک ضلع مشترکند. چشمه به گوشه بالا-چپ و منبع به گوشه پایین-راست متصل است. چشمه در حداکثر ارتفاع و منبع در ارتفاع صفر است.

ورودی

ورودی با یک سطر حاوی عدد صحیح t ($t \leq 20$) تعداد سناریوها شروع می‌گردد. هر سناریو با سطری حاوی دو عدد صحیح m ($1 \leq m \leq 20$) و n ($1 \leq n \leq 20$) آغاز می‌گردد و در ادامه آن m سطر حاوی n عدد می‌آید که ارتفاع آن ناحیه را تعیین می‌کند. ارتفاع‌ها عدد صحیح و بین 0 تا 10 هستند.

خروجی

به ازای هر سناریو کمترین میزان عملیات خاکبرداری را در یک سطر چاپ نمایید.

ورودی نمونه	خروجی
2	3
4 5	1
3 3 3 3 3	
4 4 4 3 9	
7 6 5 9 9	
3 3 3 3 3	
3 3	
4 2 3	
1 2 3	
1 2 3	