بسم الله الرحمن الرحیم

جلسه بیست و دوم

درس تحقیق در عملیات

یادگیری برخط،

برای حل سریع و تقریبی برنامه‌ریزی خطی

مرور

صورت مسئله متخصصین (نسخه اول)، غیر دست‌گرمی

- بورس، تعداد N متخصص،

- هر روز:
  - ۱ـ نظر متخصصان
  - ۲ـ سرمایه‌گذاری (سرمایه‌برداری) ما
  - ۳ـ تغییرات بورس
  - ۴ـ سود/ضرر روزانه ما
  - ۵ـ مشخص شدن سود/ضرر متخصصان

صورت مسئله متخصصین (نسخه اول)، غیر دست‌گرمی

- بورس، تعداد N متخصص،
- هر روز:
  - ۱ــ نظر متخصصان
  - ۲ــ سرمایه‌گذاری (سرمایه‌برداری) ما
  - ۳ــ تغییرات بورس
  - ۴ــ سود/ضرر روزانه ما
  - ۵ــ مشخص شدن سود/ضرر متخصصان

بورس خصمانه!
با دانستن عمل ما

صورت مسئله متخصصین (نسخه اول)، دست‌گرمی

- بورس، تعداد N متخصص،

- هر روز:
  - ۱ـ نظر متخصصان
  - ۲ـ سرمایه‌گذاری (سرمایه‌برداری) ما
  - ۳ـ تغییرات بورس
  - ۴ـ سود/ضرر روزانه ما
  - ۵ـ مشخص شدن سود/ضرر متخصصان

صورت مسئله متخصصین (نسخه اول)، دست‌گرمی

- بورس، تعداد N متخصص،

- هر روز:
  - ۱ــ نظر متخصصان
  - ۲ــ سرمایه‌گذاری (سرمایه‌برداری) ما
  - ۳ــ تغییرات بورس
  - ۴ــ سود/ضرر روزانه ما
  - ۵ــ مشخص شدن سود/ضرر متخصصان

فرض:
یک متخصص همیشه درست

صورت مسئله متخصصین (نسخه اول)، دست‌گرمی ـ روش

- بورس، تعداد N متخصص،
- هر روز:
  - ۱ ـ نظر متخصصان
  - ۲ ـ سرمایه‌گذاری (سرمایه‌برداری) ما
  - ۳ ـ تغییرات بورس
  - ۴ ـ سود/ضرر روزانه ما
  - ۵ ـ مشخص شدن سود/ضرر متخصصان

فرض:
یک متخصص همیشه درست

صورت مسئله متخصصین (نسخه اول)، دست‌گرمی ــ روش

- بورس، تعداد N متخصص،
- هر روز:
  - ۱ ــ نظر متخصصان
  - ۲ ــ سرمایه‌گذاری (سرمایه‌برداری) ما
  - ۳ ــ تغییرات بورس
  - ۴ ــ سود/ضرر روزانه ما
  - ۵ ــ مشخص شدن سود/ضرر متخصصان

فرض:
یک متخصص همیشه درست

روش ما:
- **مجموعه کاندیداهای متخصص همیشه درست**
- **انتخاب آن‌چه بیشترینشان می‌گویند**

صورت مسئله متخصصین (نسخه اول)، دست‌گرمی ـ روش

- بورس، تعداد N متخصص،

فرض:
یک متخصص
همیشه درست

- هر روز:
  - ۱ ـ نظر متخصصان
  - ۲ ـ سرمایه‌گذاری (سرمایه‌برداری) ما
  - ۳ ـ تغییرات بورس
  - ۴ ـ سود/ضرر روزانه ما
  - ۵ ـ مشخص شدن سود/ضرر متخصصان

روش ما:

- **مجموعه کاندیداهای متخصص همیشه درست**
- **انتخاب آن‌چه بیشترینشان می‌گویند**

تحلیل:
هر خطا، نصف متخصصان حذف
log N <= خطا

Weighted majority algorithm [2, 1]

- Set $w_i^{(1)} = 1$ for all i
- For $t = 1, 2, \ldots, T$
  - Experts make their decisions $\{x_1, \ldots, x_n\}$
  - We choose 1 if $\sum_{i:x_i=1} w_i^{(t)} \geq \sum_{i:x_i=0} w_i^{(t)}$ and 0 otherwise
  - Reveal the answer and incur a cost
  - Update weights
    - Incorrect experts: $w_i^{(t+1)} = (1-\epsilon)w_i^{(t)}$
    - Correct experts: $w_i^{(t+1)} = w_i^{(t)}$

نظر اکثریت

خطای مشاور i

خطای ما

Theorem 1 ([2, 1])

After T steps, let $m_i^{(T)}$ be the number of mistakes of expert i and $M^{(T)}$ be the number of mistakes the weighted majority algorithm has made. Assuming $\epsilon \in (0, \frac{1}{2}]$, then we have the following bound:

$$M^{(T)} \leq \frac{2 \ln n}{\epsilon} + 2(1+\epsilon) m_i^{(T)} \qquad \forall i$$

In particular, this holds for $i =$ the best expert, i.e. having the least $m_i^{(T)}$.

حتی

حکم: در نهایت

خطای مشاور i $\leq$ خطای ما

حکم: در نهایت

خطای مشاور i $\leq$ خطای ما

اثر جدی

معکوس

مجموع وزن‌ها

حکم: در نهایت

خطای مشاور i $\leq$ خطای ما

اثر جدی معکوس

وزن مشاور i

مجموع وزن‌ها

اثر جدی معکوس

حکم: در نهایت

خطای مشاور i $\leq$ خطای ما

اثر جدی معکوس

وزن مشاور i $\geq$ **مجموع وزن‌ها**

اثر جدی معکوس

حکم: در نهایت

خطای مشاور i $\leq$ خطای ما

اثر جدی معکوس

وزن مشاور i $\geq$ **مجموع وزن‌ها**

اثر جدی معکوس

$\mathbf{w_i^{T+1}}$

حکم: در نهایت

خطای مشاور i ≤ خطای ما

اثر جدی معکوس

اثر جدی معکوس

وزن مشاور i ≥ **مجموع وزن‌ها**

$\mathbf{w_i}^{\mathbf{T+1}}$

$$w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

حکم: در نهایت

خطای مشاور i $\leq$ خطای ما

اثر جدی معکوس

وزن مشاور i $\geq$ **مجموع وزن‌ها**

اثر جدی معکوس

$\mathbf{w_i}^{\mathbf{T+1}}$

$$w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\Phi^{(t)} := \sum_i w_i^{(t)}$$

حکم: در نهایت

خطای مشاور i ≤ خطای ما

اثر جدی معکوس

اثر جدی معکوس

وزن مشاور i ≥ **مجموع وزن‌ها**

$\mathbf{w_i}^{\mathbf{T+1}}$

$\Phi^{(t)} := \sum_i w_i^{(t)}$

$w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$

$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}}$

حکم: در نهایت

خطای مشاور i $\leq$ خطای ما

اثر جدی معکوس

اثر جدی معکوس

وزن مشاور i $\geq$ **مجموع وزن‌ها**

$$\mathbf{w_i}^{\mathbf{T+1}}$$

$$\Phi^{(t)} := \sum_i w_i^{(t)}$$

$$w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}}$$

$$\Phi^{(t+1)} \leq \Phi^{(t)}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}(1-\epsilon)\right) = \Phi^{(t)}(1-\epsilon/2)$$

$$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}} \geq w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}} \quad \geq \quad w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\log n + M^{(T)} \log(1-\epsilon/2) \quad \geq \quad m_i^{(T)} \log(1-\epsilon)$$

$$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}} \quad \geq \quad w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\log n + M^{(T)} \log(1-\epsilon/2) \quad \geq \quad m_i^{(T)} \log(1-\epsilon)$$

$$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}} \quad \geq \quad w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\log n + M^{(T)} \log(1-\epsilon/2) \quad \geq \quad m_i^{(T)} \log(1-\epsilon)$$

$$-m_i^{(T)} \log(1-\epsilon) \geq -\log n - M^{(T)} \log(1-\epsilon/2)$$

$$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}} \geq w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\log n + M^{(T)} \log(1-\epsilon/2) \geq m_i^{(T)} \log(1-\epsilon)$$

$$m_i^{(T)}(\epsilon + \epsilon^2) \geq -m_i^{(T)} \log(1-\epsilon) \geq -\log n - M^{(T)} \log(1-\epsilon/2)$$

$$-\ln(1-x) \leq x + x^2$$

$$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}} \geq w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\log n + M^{(T)} \log(1-\epsilon/2) \geq m_i^{(T)} \log(1-\epsilon)$$

$$m_i^{(T)}(\epsilon + \epsilon^2) \geq -m_i^{(T)} \log(1-\epsilon) \geq -\log n - M^{(T)} \log(1-\epsilon/2) \geq -\log n + M^{(T)} \epsilon/2$$

$$-\ln(1-x) \leq x + x^2$$

$$\ln(x) \leq x - 1$$

$$\Phi^{(T+1)} \leq n(1-\epsilon/2)^{M^{(T)}} \geq w_i^{(T+1)} = (1-\epsilon)^{m_i^{(T)}}$$

$$\log n + M^{(T)} \log(1-\epsilon/2) \geq m_i^{(T)} \log(1-\epsilon)$$

$$m_i^{(T)}(\epsilon+\epsilon^2) \geq -m_i^{(T)} \log(1-\epsilon) \geq -\log n - M^{(T)} \log(1-\epsilon/2) \geq -\log n + M^{(T)}\epsilon/2$$

$$-\ln(1-x) \leq x + x^2$$

$$\ln(x) \leq x - 1$$

$$M^{(T)} \leq \frac{2\ln n}{\epsilon} + 2(1+\epsilon)m_i^{(T)} \qquad \forall i.$$

Weighted majority algorithm [2, 1]

- Set $w_i^{(1)} = 1$ for all i
- For $t = 1, 2, \ldots, T$
  - Experts make their decisions $\{x_1, \ldots, x_n\}$
  - We choose 1 if $\sum_{i:x_i=1} w_i^{(t)} \geq \sum_{i:x_i=0} w_i^{(t)}$ and 0 otherwise
  - Reveal the answer and incur a cost
  - Update weights
    - Incorrect experts: $w_i^{(t+1)} = (1-\epsilon)w_i^{(t)}$
    - Correct experts: $w_i^{(t+1)} = w_i^{(t)}$

تا کنون این را اثبات کردیم:

Theorem ([2, 1])

After T steps, let $m_i^{(T)}$ be the number of mistakes of expert i and $M^{(T)}$ be the number of mistakes the weighted majority algorithm has made. Assuming $\epsilon \in (0, \frac{1}{2}]$, then we have the following bound:

$$M^{(T)} \leq \frac{2 \ln n}{\epsilon} + 2(1+\epsilon)m_i^{(T)} \qquad \forall i$$

In particular, this holds for $i =$ the best expert, i.e. having the least $m_i^{(T)}$.

دنیای شماره ۲:

For $t = 1, \ldots, T$:

1. Each expert $i \in [N]$ advises some value in $[-1, 1]$.
2. Allocator picks some distribution $\vec{p}^{(t)} = (p_1^{(t)}, \ldots, p_N^{(t)})$ over the experts.
3. Adversary, with knowledge of the expert advice and $\vec{p}^{(t)}$, determines a cost vector $\vec{m}^{(t)} = (m_1^{(t)}, \ldots, m_N^{(t)}) \in [-1, 1]^N$.
4. Allocator observes the cost vector and suffers $\vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)}$.

دنیای شماره ۲:

For $t = 1, \ldots, T$:

1. Each expert $i \in [N]$ advises some value in $[-1, 1]$.
2. Allocator picks some distribution $\vec{p}^{(t)} = (p_1^{(t)}, \ldots, p_N^{(t)})$ over the experts.
3. Adversary, with knowledge of the expert advice and $\vec{p}^{(t)}$, determines a cost vector $\vec{m}^{(t)} = (m_1^{(t)}, \ldots, m_N^{(t)}) \in [-1, 1]^N$.
4. Allocator observes the cost vector and suffers $\vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)}$.

الگوریتم ما:

- Pick the distribution $p_j^{(t)} = w_j^{(t)} / \Phi^{(t)}$
- After observing the cost vector, set $w_i^{(t+1)} = w_i^{(t)} \cdot \exp(-\epsilon \cdot m_i^{(t)})$

دنیای شماره ۲:

For $t = 1, \ldots, T$:

1. Each expert $i \in [N]$ advises some value in $[-1, 1]$.
2. Allocator picks some distribution $\vec{p}^{(t)} = (p_1^{(t)}, \ldots, p_N^{(t)})$ over the experts.
3. Adversary, with knowledge of the expert advice and $\vec{p}^{(t)}$, determines a cost vector $\vec{m}^{(t)} = (m_1^{(t)}, \ldots, m_N^{(t)}) \in [-1, 1]^N$.
4. Allocator observes the cost vector and suffers $\vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)}$.

الگوریتم ما:

- Pick the distribution $p_j^{(t)} = w_j^{(t)} / \Phi^{(t)}$
- After observing the cost vector, set $w_i^{(t+1)} = w_i^{(t)} \cdot \exp(-\epsilon \cdot m_i^{(t)})$

Theorem 16.2. *Suppose $\epsilon \leq 1$ and for $t \in [T]$, $\vec{p}^{(t)}$ is picked by Hedge. Then for any expert i,*

$$\underbrace{\sum_{t \leq T} \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)}}_{\text{امید خطا}} \leq \underbrace{\sum_{t \leq T} m_i^{(t)}}_{\text{خطای مشاور i}} + \frac{\ln N}{\epsilon} + \epsilon T$$

$$
\begin{aligned}
\Phi^{(t+1)} &= \sum_j w_j^{(t+1)} \\
&= \sum_j w_j^{(t)} \cdot \exp(-\epsilon m_j^{(t)}) \\
&\leq \sum_j w_j^{(t)} (1 - \epsilon m_j^{(t)} + \epsilon^2 (m_j^{(t)})^2) \\
&\leq \sum_j w_j^{(t)} (1 - \epsilon m_j^{(t)} + \epsilon^2) \\
&= \sum_j w_j^{(t)} (1 + \epsilon^2) - \sum_j w_j^{(t)} \cdot \epsilon \cdot m_j^{(t)} \\
&= \Phi^{(t)} (1 + \epsilon^2) - \epsilon \sum_j \Phi^{(t)} \cdot p_j^{(t)} \cdot m_j^{(t)} \\
&= \Phi^{(t)} (1 + \epsilon^2 - \epsilon (\vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)})) \\
&\leq \Phi^{(t)} \cdot \exp(\epsilon^2 - \epsilon \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)})
\end{aligned}
$$

$$e^x \leq 1 + x + x^2$$

$$1 + x \leq \exp(x)$$

$$\Phi^{(t+1)} \leq \Phi^{(t)} \cdot \exp(\epsilon^2 - \epsilon \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)})$$

$$\exp(-\epsilon \sum_t m_i^{(t)}) \leq \Phi^{(T+1)} \leq \Phi^{(1)} \cdot \exp(\epsilon^2 T - \epsilon \sum_t \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)})$$

$$\Phi^{(T+1)} \geq w_i^{(T+1)} = \exp(-\epsilon \textstyle\sum_{t \leq T} m_i^{(t)})$$

$$-\epsilon \sum_t m_i^{(t)} \leq \ln \Phi^{(1)} + \epsilon^2 T - \epsilon \sum_t \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)}$$

برای $\rho > ۱$ و T بزرگ:

برای $\rho > ۱$ و T بزرگ:

الگوریتم ما:

- Pick the distribution $p_j^{(t)} = w_j^{(t)} / \Phi^{(t)}$
- After observing the cost vector, set $w_i^{(t+1)} = w_i^{(t)} \cdot \exp(-\epsilon \cdot m_i^{(t)})$

$\epsilon / 2\rho$

$m_i^{(t)} / \rho$

برای $\rho > 1$ و T بزرگ:

$m_i^{(t)}/\rho$

الگوریتم ما:

$\epsilon/2\rho$

- Pick the distribution $p_j^{(t)} = w_j^{(t)}/\Phi^{(t)}$
- After observing the cost vector, set $w_i^{(t+1)} = w_i^{(t)} \cdot \exp(-\epsilon \cdot m_i^{(t)})$

Corollary 16.3. *Suppose $\epsilon \leq 1$ and for $t \in [T]$, $p^{(t)}$ is picked by Hedge in response to cost vectors $\vec{m}^{(t)} \in [-\rho, \rho]^N$. If $T \geq (4\rho^2 \ln N)/\epsilon^2$, then for any expert i:*

$$\frac{1}{T}\sum_t \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \leq \frac{1}{T}\sum_t m_i^{(t)} + 2\epsilon$$

Corollary 16.3. *Suppose $\epsilon \le 1$ and for $t \in [T]$, $p^{(t)}$ is picked by Hedge in response to cost vectors $\vec{m}^{(t)} \in [-\rho, \rho]^N$. If $T \ge (4\rho^2 \ln N)/\epsilon^2$, then for any expert i:*

$$\frac{1}{T}\sum_t \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \le \frac{1}{T}\sum_t m_i^{(t)} + 2\epsilon$$

Theorem 16.2. *Suppose $\epsilon \le 1$ and for $t \in [T]$, $\vec{p}^{(t)}$ is picked by Hedge. Then for any expert i,*

$$\sum_{t \le T} \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \le \sum_{t \le T} m_i^{(t)} + \frac{\ln N}{\epsilon} + \epsilon T$$

$$\sum_{t \le T} \vec{p}^{(t)} \cdot \frac{\vec{m}^{(t)}}{\rho} \le \sum_{t \le T} \frac{m_i^{(t)}}{\rho} + \frac{\ln N}{\epsilon/2\rho} + \epsilon T$$

Corollary 16.3. *Suppose $\epsilon \le 1$ and for $t \in [T]$, $p^{(t)}$ is picked by Hedge in response to cost vectors $\vec{m}^{(t)} \in [-\rho, \rho]^N$. If $T \ge (4\rho^2 \ln N)/\epsilon^2$, then for any expert i:*

$$\frac{1}{T}\sum_t \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \le \frac{1}{T}\sum_t m_i^{(t)} + 2\epsilon$$

Theorem 16.2. *Suppose $\epsilon \le 1$ and for $t \in [T]$, $\vec{p}^{(t)}$ is picked by Hedge. Then for any expert i,*

$$\sum_{t \le T} \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \le \sum_{t \le T} m_i^{(t)} + \frac{\ln N}{\epsilon} + \epsilon T$$

$$\sum_{t \le T} \vec{p}^{(t)} \cdot \frac{\vec{m}^{(t)}}{\rho} \le \sum_{t \le T} \frac{m_i^{(t)}}{\rho} + \frac{\ln N}{\epsilon/2\rho} + \epsilon T$$

$$\sum_{t \le T} \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \le \sum_{t \le T} m_i^{(t)} + \rho\frac{\log N}{\epsilon/2\rho} + \rho\frac{\epsilon}{2\rho}T$$

Corollary 16.3. *Suppose $\epsilon \leq 1$ and for $t \in [T]$, $p^{(t)}$ is picked by Hedge in response to cost vectors $\vec{m}^{(t)} \in [-\rho, \rho]^N$. If $T \geq (4\rho^2 \ln N)/\epsilon^2$, then for any expert i:*

$$\frac{1}{T}\sum_t \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \leq \frac{1}{T}\sum_t m_i^{(t)} + 2\epsilon$$

Theorem 16.2. *Suppose $\epsilon \leq 1$ and for $t \in [T]$, $\vec{p}^{(t)}$ is picked by Hedge. Then for any expert i,*

$$\sum_{t \leq T} \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \leq \sum_{t \leq T} m_i^{(t)} + \frac{\ln N}{\epsilon} + \epsilon T$$

$$\sum_{t \leq T} \vec{p}^{(t)} \cdot \frac{\vec{m}^{(t)}}{\rho} \leq \sum_{t \leq T} \frac{m_i^{(t)}}{\rho} + \frac{\ln N}{\epsilon/2\rho} + \epsilon T$$

$$\sum_{t \leq T} \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \leq \sum_{t \leq T} m_i^{(t)} + \rho\frac{\log N}{\epsilon/2\rho} + \rho\frac{\epsilon}{2\rho}T$$

$$\times\frac{1}{T} \qquad\qquad \leq \frac{1}{T}\sum_{t \leq T} m_i^{(t)} + \frac{\rho^2}{T}\frac{\log N}{\epsilon/2} + \frac{\epsilon}{2}$$

Corollary 16.3. *Suppose $\epsilon \leq 1$ and for $t \in [T]$, $p^{(t)}$ is picked by Hedge in response to cost vectors $\vec{m}^{(t)} \in [-\rho, \rho]^N$. If $T \geq (4\rho^2 \ln N)/\epsilon^2$, then for any expert i:*

$$\frac{1}{T}\sum_t \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \leq \frac{1}{T}\sum_t m_i^{(t)} + 2\epsilon$$

Theorem 16.2. *Suppose $\epsilon \leq 1$ and for $t \in [T]$, $\vec{p}^{(t)}$ is picked by Hedge. Then for any expert i,*

$$\sum_{t \leq T} \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \leq \sum_{t \leq T} m_i^{(t)} + \frac{\ln N}{\epsilon} + \epsilon T$$

$$\sum_{t \leq T} \vec{p}^{(t)} \cdot \frac{\vec{m}^{(t)}}{\rho} \leq \sum_{t \leq T} \frac{m_i^{(t)}}{\rho} + \frac{\ln N}{\epsilon/2\rho} + \epsilon T$$

$$\sum_{t \leq T} \vec{p}^{(t)} \cdot \vec{m}^{(t)} \leq \sum_{t \leq T} m_i^{(t)} + \rho\frac{\log N}{\epsilon/2\rho} + \rho\frac{\epsilon}{2\rho}T$$

$$\times \frac{1}{T} \qquad \leq \frac{1}{T}\sum_{t \leq T} m_i^{(t)} + \underbrace{\frac{\rho^2}{T}\frac{\log N}{\epsilon/2} + \frac{\epsilon}{2}}_{\leq \epsilon}$$

$T \geq (4\rho^2 \ln N)/\epsilon^2$,

استفاده از MWU برای حل LP

برنامه‌ریزی خطی

$$
\begin{aligned}
&\min c^\top x \\
\text{s.t. } \; &Ax \geq b \\
&x \geq 0
\end{aligned}
$$

برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} \min\, c^\top x & \\ \text{s.t.}\quad Ax &\ge b \\ x &\ge 0 \end{aligned}$$

تقریب

تقریبی از برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} c^\top \widetilde{x} &= \mathrm{OPT} \\ A\widetilde{x} &\ge b - \epsilon \mathbf{1} \\ \widetilde{x} &\ge 0 \end{aligned}$$

برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} \min\, & c^\top x \\ \text{s.t.}\ \ & Ax \geq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

تقریب

تقریبی از برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} c^\top \widetilde{x} &= \mathrm{OPT} \\ A\widetilde{x} &\geq b - \epsilon \mathbf{1} \\ \widetilde{x} &\geq 0 \end{aligned}$$

یک جواب شدنی

$$K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}$$
$$Ax \geq b$$

برنامه‌ریزی خطی

$$
\begin{aligned}
\min\ & c^\top x \\
\text{s.t.}\ \ & Ax \geq b \\
& x \geq 0
\end{aligned}
$$

تقریب

تقریبی از برنامه‌ریزی خطی

$$
\begin{aligned}
c^\top \widetilde{x} &= \mathrm{OPT} \\
A\widetilde{x} &\geq b - \epsilon \mathbf{1} \\
\widetilde{x} &\geq 0
\end{aligned}
$$

یک جواب شدنی

$$
K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}
$$

$$
Ax \geq b
$$

اگر فقط یک معادله

$$
K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}
$$

$$
\alpha^\top x \geq \beta
$$

برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} &\min c^\top x \\ \text{s.t.}\quad &Ax \geq b \\ &x \geq 0 \end{aligned}$$

تقریب

تقریبی از برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} c^\top \widetilde{x} &= \mathrm{OPT} \\ A\widetilde{x} &\geq b - \epsilon\mathbf{1} \\ \widetilde{x} &\geq 0 \end{aligned}$$

یک جواب شدنی

$$K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}$$
$$Ax \geq b$$

ایده: تبدیل به تعدادی

اگر فقط یک معادله

$$K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}$$
$$\alpha^\top x \geq \beta$$

برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} &\min c^\top x \\ \text{s.t.}\quad & Ax \geq b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

تقریب

تقریبی از برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} c^\top \tilde{x} &= \mathrm{OPT} \\ A\tilde{x} &\geq b - \epsilon \mathbf{1} \\ \tilde{x} &\geq 0 \end{aligned}$$

یک جواب شدنی

$$K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}$$
$$Ax \geq b$$

ایده: تبدیل به تعدادی

اگر فقط یک معادله

$$K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}$$
$$\alpha^\top x \geq \beta$$

دانای کل:

ساده. مثلا اگر $c \geq 0$:

جواب: $x = \frac{\mathrm{OPT}}{c_i} e_i$ **یا نشدنی**

برنامه‌ریزی خطی

$$\min c^\top x$$
$$\text{s.t.}\ \ Ax \geq b$$
$$x \geq 0$$

ایده:

تبدیل به تعدادی

$$K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}$$
$$\alpha^\top x \geq \beta$$

برنامه‌ریزی خطی

$$\begin{aligned} &\min c^\top x \\ \text{s.t.}\ \ &Ax \geq b \\ &x \geq 0 \end{aligned}$$

ایده:

تبدیل به تعدادی

$$K = \{x \in \mathbb{R}^n \mid x \geq 0, c^\top x = \mathrm{OPT}\}$$
$$\alpha^\top x \geq \beta$$

هر سطر یک مشاور

- وزن‌دهی به مشاوران
- یک نامعادله از ترکیب وزنی معادله‌ها
  - ==> حل
- خطای مشاور i: خرابی نامعادله i.
  - به‌روزرسانی وزن‌ها