

به نام خدا



دانشکده‌ی علوم ریاضی

اسفند ۱۳۹۴

تمرین سری دو

نام استاد: محمدهادی فروغمنداعرابی

## ۱ سوال ۱

نشان دهید مجموعه  $L \subseteq \Sigma^*$  یک مجموعه بازگشتی است اگر و تنها اگر تابع محاسبه پذیر و تام صعودی مثل  $f: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$  وجود داشته باشد که برد آن  $L$  باشد. (صعودی به معنی این است که اگر  $x$  در ترتیب کانونیکال بعد از  $y$  بیاید آنگاه  $f(x)$  در ترتیب کانونیکال بعد از  $f(y)$  باشد.)

## ۲ سوال ۲

نشان دهید که اگر  $L \subseteq \Sigma^*$  نامتناهی و بازگشتی شمارشی باشد آنگاه  $L$  یک زیرمجموعه بازگشتی نامتناهی دارد.

## ۳ سوال ۳

نشان دهید که اگر  $L \subseteq \Sigma^*$  نامتناهی و بازگشتی شمارشی باشد آنگاه  $L$  یک زیرمجموعه نامتناهی دارد که بازگشتی شمارشی نیست و هم چنین یک زیرمجموعه نامتناهی از  $L$  وجود دارد که بازگشتی شمارشی است ولی بازگشتی نیست.

## ۴ سوال ۴

نشان دهید مجموعه همه زبان های  $L$  بر روی  $\{0, 1\}$  که  $L$  و  $L'$  هیچ کدام بازگشتی شمارشی نیستند ناشمارا است.

## ۵ سوال ۵

فرض کنید تعدادی دایره در صفحه وجود دارد.

الف) اگر هر نقطه از صفحه داخل حداکثر شمارا دایره قرار گیرند آنگاه حداکثر شمارا دایره در صفحه قرار دارد.

ب) اگر مرکز هیچ دایره ای در دایره دیگری نباشد آنگاه حداکثر شمارا دایره در صفحه قرار دارد.