

1. ОПИСАНИЯ АЛГОРИТМОВ

1.1. Термины и обозначения

Среди стохастических методов оптимизации особенно хорошо зарекомендовали себя на практике методы, использующие закономерности и принципы, заимствованные у самой природы, такие как методы эволюционной оптимизации, методы роевого интеллекта, алгоритмы имитации отжига. Первые две группы относятся к так называемым популяционным методам, поскольку используют системы, состоящие из агентов (популяций агентов).

Как правило, под агентом понимается некоторая точка в пространстве поиска решений задачи, а процесс оптимизации заключается в перемещении агентов в этом пространстве. При этом методы эволюционной оптимизации предполагают создание на каждом шаге новых популяций агентов с учетом опыта, полученного предыдущими популяциями. Методы роевого интеллекта используют некоторые правила, задающие косвенный обмен информацией между агентами. Алгоритмы роевого интеллекта принципиально отличаются от эволюционных, поскольку не требуют создания на каждом шаге новых популяций путем отбора и скрещивания агентов предыдущей популяции, а используют коллективные децентрализованные перемещения агентов одной популяции, без процедур отбора, уничтожения старых и порождения новых агентов. Способ определения, относится ли тот или иной популяционный алгоритм к роевому интеллекту, предложен в [11]: в формулах, задающих поведение (перемещения, миграцию) агентов роя, должен присутствовать объект, обеспечивающий косвенный обмен информацией между агентами.

К эволюционным алгоритмам относятся:

- алгоритм растущих деревьев;
- алгоритм эволюции разума;
- бактериальная оптимизация;

- гармонический поиск;
- генетический алгоритм;
- культурный алгоритм;
- кукушкин поиск;
- меметические алгоритмы;
- сорняковый алгоритм.

Роевой интеллект включает в себя такие алгоритмы:

- алгоритм гравитационного поиска;
- алгоритм динамики формирования рек;
- алгоритм колонии муравьев;
- алгоритм летучих мышей;
- алгоритм роя бактерий;
- алгоритм роя пчел;
- алгоритм роя частиц;
- алгоритм светлячков;
- алгоритм стаи волков;
- гармонический поиск;
- интеллектуальные капли воды;
- обезьяний алгоритм;
- поиск косяком рыб;
- стохастический диффузионный поиск;
- тасующий алгоритм прыгающих лягушек;
- улучшенный алгоритм поиска кукушки;
- электромагнитный поиск.

Введем следующие обозначения [11]:

$f(X)$ – скалярная целевая функция (фитнесс-функция), для которой требуется найти экстремальное значение;

X – вектор варьируемых параметров;

D – область допустимых значений X , $D \in \mathbf{R}|X|$;

$G(X)$ – функция, задающая ограничения на X ;

$|S|$ – количество агентов популяции;

$S = \{s_1, s_2, \dots, s_{|S|}\}$ – множество всех агентов;

X_{ij} – вектор варьируемых параметров i -го агента на j -й итерации алгоритма;

X^{opt} – наилучшее значение вектора варьируемых параметров;

f^{opt} – наилучшее значение целевой функции;

$\varphi(X) = f(X)$ – значение фитнесс-функции в положении X (фитнесс-агента).

Рассматривается задача максимизации, которая легко сводится к задаче минимизации:

$$f^{\text{opt}} = f(X^{\text{opt}}) = \max_{X \in D} f(X). \quad (1)$$

Генетический алгоритм и алгоритм имитации отжига хорошо описаны в литературе, а в описании алгоритмов роевого интеллекта существуют некоторые трудности из-за отсутствия четкой общепринятой классификации и путаницы в терминах, поэтому эти алгоритмы описаны подробнее.

На основании проведенного анализа [11] предлагается единая схема обобщенного описания алгоритмов роевого интеллекта, предполагающая представление алгоритма в следующем виде:

$$SI = \{S, M, A, P, I, O\}, \quad (2)$$

где S – множество агентов роя; M – объект для обмена опытом между агентами S ; A – правила работы роевого алгоритма; P – параметры, используемые в правилах A ; I и O – порты (входы и выход) роевого алгоритма, посредством которых он взаимодействует с окружающей средой и управляющей системой.

Любой алгоритм роевого интеллекта включает в себя следующие этапы, определяемые правилами A :

- 1) инициализация начальных состояний агентов S ;
- 2) вычисление фитнес-функции для каждого агента;
- 3) миграция (перемещение) агентов S с учетом правил A , вектора параметров P и объекта обмена опытом между агентами M .

По этой схеме и будут даны описания алгоритмов роя пчел, роя частиц, колонии муравьев и алгоритма поиска косяком рыб.

Ниже кратко рассмотрены семь распространенных стохастических алгоритма дискретной оптимизации:

- случайный поиск и поиск с возвратом;
- алгоритм имитации отжига (Simulated Annealing),
- генетический алгоритм (Genetic Algorithm),
- алгоритм роя части (Particle Swarm Optimization),
- алгоритм роя пчел (Art Bee Colony),
- алгоритм колонии муравьев,
- алгоритм поиска косяком рыб.

Каждый из этих алгоритмов имеет большое количество модификаций, поэтому даются базовые описания.

1.5. Алгоритм роя частиц

Специалист в области компьютерной графики Крейг Рейнольдс создал в 1986 году компьютерную модель для визуальной имитации поведения стаи птиц, основанную на том, что движение каждой птицы описывается рядом простых правил, связанных с ориентацией на остальных птиц стаи. Модель заинтересовала ученых и в 1995 году Джеймс Кеннеди и Рассел Эберхарт предложили метод для оптимизации непрерывных функций, названный ими алгоритмом роя частиц [26].

Стая птиц всегда действует скоординированно, каждая птица действует согласно простым правилам, следит за другими птицами и согласует свое движение с ними. Найдя источник пищи, птица сообщает о нем всей стае. Именно этот факт создает коллективное поведение и роевой интеллект. Источники пищи обычно расположены случайным образом, и одной птице очень сложно быстро найти их. Только в том случае, если птицы будут обмениваться информацией, вся стая сможет выжить.

При переходе к модели слово «птица» заменено на слово «частица» и вводятся следующие положения:

- частицы существуют в мире, где время дискретно;
- частицы оценивают свое положение с помощью фитнес-функции;
- каждая частица знает позицию в пространстве, в которой она нашла наибольшее количество пищи (своя наилучшая позиция);
- каждая частица знает позицию в пространстве, в которой найдено наибольшее количество пищи среди всех позиций, в которых были все частицы (общая наилучшая позиция);
- частицы имеют тенденцию стремиться к лучшим позициям, в которых были сами, и к общей наилучшей позиции;
- частицы случайным образом меняют свою скорость, так что описанная тенденция определяет лишь усредненное движение частиц;
- частицы обладают инерцией, поэтому их скорость в каждый момент времени зависит от скорости в предыдущий момент;
- частицы не могут покинуть заданную область поиска.

Основная идея метода заключается в перемещении частиц в пространстве решений. Пусть решается задача нахождения минимума (максимума) функции вида $f(X)$, где X – вектор варьируемых параметров, которые могут принимать значения из некоторой области D . Тогда каждая частица в каждый момент времени характеризуется значением параметров X из области D (координатами точки в пространстве решений) и значением оптимизируемой функции $f(X)$ (привлекательностью

данной точки). При этом частица «помнит» наилучшую точку в пространстве решений, в которой была, и стремится в нее вернуться, но подчиняется также закону инерции и имеет склонность к небольшому стохастическому изменению направления движения. Однако этих правил недостаточно для перехода к системе, так как не заданы связи между элементами. В качестве связи используется так называемая общая память, благодаря которой каждая частица знает координаты наилучшей точки среди всех, в которых была любая частица роя. В итоге на движение частицы влияют стремление к своему наилучшему положению, стремление к наилучшему среди всех частиц положению, инерционность и случайные отклонения.

Алгоритм завершается при достижении заданного числа итераций либо при достижении удовлетворительного решения, либо после истечения отведенного на работу времени. Таким образом, алгоритм можно записать следующим образом.

1. Случайно распределить частицы в области решения, назначить нулевые начальные скорости.
2. Значения оптимизируемой функции по каждой частице с обновлением при необходимости локальных и глобальных лучших решений.
3. Вычислить новые значения скоростей по каждой частице.
4. Вычислить новые координаты частиц.
5. Если выполнено условие завершения, закончить алгоритм, иначе перейти на шаг 2.

Результатом работы алгоритма является глобальное лучшее решение.

Согласно формуле (2) алгоритм роя частиц $PSO = \{S, M, A, P, I, O\}$.

1. Множество агентов (частиц) $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{|S|}\}$, $|S|$ – количество частиц. На j -й итерации i -я частица характеризуется состоянием $s_{ij} = \{X_{ij}, V_{ij}, X_{ij}^{best}\}$, где $X_{ij} = \{x_{ij}^1, x_{ij}^2, \dots, x_{ij}^\ell\}$ – вектор варьируемых параметров (положение частицы); $V_{ij} = \{v_{ij}^1, v_{ij}^2, \dots, v_{ij}^\ell\}$ – вектор скоростей частицы; $X_{ij}^{best} = \{b_{ij}^1, b_{ij}^2, \dots, b_{ij}^\ell\}$ – наилучше по значению фитнес-функции положение частицы среди всех положений, которые она занимала в процессе работы алгоритма от 1-й до j -й итераций; ℓ – количество варьируемых параметров.

2. Вектор $M = X_j^{best}$ – наилучшее значение вектора варьируемых параметров, которое было получено среди всех частиц от 1-й до

j -й итерации алгоритма. Этот вектор обеспечивает косвенный обмен опытом между частицами.

3. Алгоритм A описывает механизмы функционирования роя частиц. Существуют различные модификации этого алгоритма. Далее представлено описание базового алгоритма.

3.1. Генерация начальных положений и скоростей ($j = 1$):

$$X_{i1} = rand(G(X)), \quad i = 1, \dots, |S|,$$

где $rand(G(X))$ – вектор равномерно распределенных случайных величин, отвечающих ограничениям на область поиска;

$$V_{i1} = rand(V_{\min}, V_{\max}), \quad i = 1, \dots, |S|,$$

где $rand(V_{\min}, V_{\max})$ – вектор равномерно распределенных случайных величин в диапазоне (V_{\min}, V_{\max}) .

$$X_{i1}^{best} = X_{ij}, \quad i = 1, \dots, |S|.$$

Произвольно выбирается наилучшая позиция (при вычислении фитнес-функций будет определена действительно наилучшая позиция):

$$X_1^{best} = X_{11}.$$

3.2. Вычисление фитнес-функций и определение наилучшего положения:

$$X_{ij}^{best} = X_{ij}, \varphi(X_{ij}^{best}) < \varphi(X_{ij}), \quad i = 1, \dots, |S|,$$

$$X_j^{best} = X_{ij}, \varphi(X_j^{best}) < \varphi(X_{ij}), \quad i = 1, \dots, |S|.$$

Вычисление $\varphi(X) = f(X)$ происходит во внешней среде с помощью обмена данными по обратной связи (I_{oc} , O_{oc}).

3.3. Перемещения частиц:

$$V_{ij+1} = V_{ij}\omega + \alpha_1 (X_{ij}^{best} - X_{ij})rnd_1 + \alpha_2 (M - X_{ij})rnd_2, \quad i = 1, \dots, |S|,$$

$$V_{ij+1} = \begin{cases} V_{ij+1}, V_{\min} \leq V_{ij+1} \leq V_{\max}, \\ V_{\min}, V_{ij+1} \leq V_{\min}, & i = 1, \dots, |S|, \\ V_{\max}, V_{ij+1} \geq V_{\max}; \end{cases}$$

$$X_{ij+1} = \begin{cases} X_{ij} + V_{ij+1}, G(X_{ij} + V_{ij+1}) = 1, \\ X_{ij}, G(X_{ij} + V_{ij+1}) = 0, & i = 1, \dots, |S|, \end{cases}$$

где rnd_1 и rnd_2 – случайные числа, равномерно распределенные в интервале $[0,1)$; $G(X)$ здесь используется как предикат, который показывает, принадлежит ли X области допустимых значений D .

3.4. Если на j -й итерации выполнено условие остановки, то значение $X_{final}^{best} = X_j^{best}$ подается на выход O_1 . Иначе происходит переход к итерации 2.

4. Вектор $P = \{\alpha_1, \alpha_2, \omega\}$ – коэффициенты алгоритма A , которые используются в формуле и влияют на перемещения частиц в пространстве поиска. Коэффициенты α_1 и α_2 определяют соответственно степень учета индивидуального и группового опыта агентов. Коэффициент ω характеризует инерционные свойства частиц.

5. Идентификаторы I и O – описанные выше вход и выход роя, которые не зависят от реализации алгоритмов роевого интеллекта.

1.6. Алгоритм роя пчел

Алгоритм роя пчел (Artificial Bee Colony Algorithm или Bees Algorithm) разработан в 2005 году несколькими авторами [28]. Метод основан на симуляции поведения пчел при поиске нектара. Рой пчел отправляет несколько разведчиков в случайных направлениях для поиска нектара. Вернувшись, разведчики сообщают о найденных на поле участках с цветами, содержащими нектар, и на них вылетают остальные пчелы. При этом чем больше на участке нектара, тем больше пчел к нему устремляется. Однако при этом пчелы могут случайным образом отклоняться от выбранного направления. После возвращения всех пчел в улей вновь происходит обмен информацией и отправка пчел-разведчиков и пчел-рабочих. Фактически разведчики действуют по алгоритму случайного поиска.