趣题：老鼠与毒药问题的推广

大家应该都听说过这个老题目：有 1000 个一模一样的瓶子，其中有 999 瓶是普通的水，有一瓶是毒药。任何喝下毒药的生物都会在一星期之后死亡。现在，你只有 10 只小白鼠和一星期的时间，如何检验出哪个瓶子里有毒药？

这个问题的答案也堪称经典：把瓶子从 0 到 999 依次编号，然后全部转换为 10 位二进制数。让第一只老鼠喝掉所有二进制数右起第一位是 1 的瓶子，让第二只老鼠喝掉所有二进制数右起第二位是 1 的瓶子，等等。一星期后，如果第一只老鼠死了，就知道毒药瓶子的二进制编号中，右起第一位是 1 ；如果第二只老鼠没死，就知道毒药瓶子的二进制编号中，右起第二位是 0 ……每只老鼠的死活都能确定出 10 位二进制数的其中一位，由此便可知道毒药瓶子的编号了。

现在，有意思的问题来了：如果你有两个星期的时间（换句话说你可以做两轮实验），为了从 1000 个瓶子中找出毒药，你最少需要几只老鼠？注意，在第一轮实验中死掉的老鼠，就无法继续参与第二次实验了。

答案：7 只老鼠就足够了。事实上，7 只老鼠足以从 3^7 = 2187 个瓶子中找出毒药来。首先，把所有瓶子从 0 到 2186 编号，然后全部转换为 7 位三进制数。现在，让第一只老鼠喝掉所有三进制数右起第一位是 2 的瓶子，让第二只老鼠喝掉所有三进制数右起第二位是 2 的瓶子，等等。一星期之后，如果第一只老鼠死了，就知道毒药瓶子的三进制编号中，右起第一位是 2 ；如果第二只老鼠没死，就知道毒药瓶子的三进制编号中，右起第二位不是 2，只可能是 0 或者 1 ……也就是说，每只死掉的老鼠都用自己的生命确定出了，三进制编号中自己负责的那一位是 2 ；但每只活着的老鼠都只能确定，它所负责的那一位不是 2 。于是，问题就归约到了只剩一个星期时的情况。在第二轮实验里，让每只活着的老鼠继续自己未完成的任务，喝掉它负责的那一位是 1 的所有瓶子。再过一星期，毒药瓶子的三进制编号便能全部揭晓了。

类似地，我们可以证明， n 只小白鼠 t 周的时间可以从 $(t+1)^n$ 个瓶子中检验出毒药来。

==

感到自己到弱智了，还有一道衍生题：

1000个瓶，但是2瓶有毒，10个老鼠，一周时间，最多可以确定多少瓶没有毒?

1个老鼠喝100瓶，可以确定800瓶没有毒。1只老鼠喝1000/11 = 91瓶，余下90瓶，可以确定1000 - 91*2 = 818瓶没有毒。

如果把1000瓶放入5x5的矩阵中，5只老鼠喝横行，5只老鼠喝纵列，最多有4个格子不能确定，这种情况发生在无法确定是(1,1)(2,2)还是(1,2)(2,1)的状态下。因此可以确定1000 - 1000/25 * 4 = 840瓶没有毒。

如果把1000瓶放入6x6的矩阵中，5只老鼠喝横行，5只老鼠喝纵列，空出没有老鼠喝的一行和一列，也是和上面一样可行的，最多也是4个格子无法确定，但这次可以确定1000 - 1000/36 * 4 = 888瓶没有毒。

如果二维的可行，那么我们可以扩展到3维。

把 1000瓶药水放入3x3x4的长方体阵，考虑老鼠可以空出一行一列不喝，分成4x4x5的长方体阵。3只老鼠喝横行，3只老鼠喝纵列，4只老鼠喝第三方 向空间延伸，横纵伸各空出一行来。最多有8个格子无法确定。和二维的类似，假设前两横行，前两纵列，前两延伸分别有2只老鼠共6只死去，在三维空间中形成 一个正方体。有毒的药水一定是4对对角线中的一种情况，而我们无法确定的就有8瓶药水了。所以可以确定出 1000 - 1000/(4*4*5) * 8 = 900瓶没有毒。