

Algorithme de Gram-Schmidt

Exercice 1 [01581] [[Correction](#)]

Dans \mathbb{R}^3 muni du produit scalaire canonique, orthonormaliser en suivant le procédé de Schmidt, la famille (u, v, w) avec

$$u = (1, 0, 1), v = (1, 1, 1), w = (-1, 1, 0)$$

Exercice 2 [03805] [[Correction](#)]

- a) Énoncer le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.
- b) Orthonormaliser la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$ pour le produit scalaire

$$(P, Q) \mapsto \int_{-1}^1 P(t)Q(t) \, dt$$

Corrections

Exercice 1 : [\[énoncé\]](#)

On obtient la famille (e_1, e_2, e_3) avec

$$e_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right), e_2 = (0, 1, 0) \text{ et } e_3 = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

Exercice 2 : [\[énoncé\]](#)

a) cf. cours !

b) Au terme des calculs, on obtient la base (P_0, P_1, P_2) avec

$$P_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}, P_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}X \text{ et } P_2 = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\left(X^2 - \frac{1}{3}\right)$$