

## MP Programme de colle n° 21

### Chapitre 15 Calcul différentiel

4. Cas des applications numériques
5. Vecteurs tangents à une partie d'un e.v.n.
6. Applications de classe  $\mathcal{C}^1$
7. Exemples d'équations aux dérivées partielles

### Chapitre 16 Compléments d'algèbre et d'arithmétique

1. Groupes : compléments
  - 1.1. Groupe engendré par une partie A.
  - 1.2. Le groupe  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
  - 1.3. Ordre d'un élément dans un groupe.

#### Exemples d'exercices à donner

- Recherche d'extremums locaux sur un ouvert
- Recherche d'extremums globaux sur un compact
- Equation du plan tangent à une surface
- Equation de la droite tangente à une ligne de niveau
- Equations aux dérivées partielles : le changement de variable sera indiqué
- Eléments générateurs de  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  , théorème de Bezout (révision d'arithmétique)

#### Démos à connaître du chapitre 15

5.2

Proposition : Soit  $f \in \mathcal{C}^1(U, \mathbb{R})$  où  $U$  est un ouvert de  $\mathbb{R}^2$ .

✚ Si  $X$  est le graphe de  $f$ , alors l'ensemble des vecteurs tangents à  $X$  en  $M_0(x_0, y_0, z_0)$  où  $z_0 = f(x_0, y_0)$  est un plan vectoriel  $P$ .

✚ Le plan affine  $\mathcal{P} = a + P$  tangent a pour équation cartésienne :

$$z = z_0 + \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)(x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)(y - y_0) \quad \text{où } z_0 = f(x_0, y_0)$$

5.3

Proposition : Soit  $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ , différentiable sur  $U$ , un ouvert de  $E$ .

Si  $X$  est une ligne de niveau de  $f$ , les vecteurs tangents à  $X$  en un point  $a$  sont orthogonaux au vecteur  $\overrightarrow{\text{grad}} f(a)$ .

6.4

Théorème : Soit  $U$  un ouvert connexe par arcs et  $f \in \mathcal{C}^1(U, F)$ . Alors :

$$[f \text{ est constante}] \Leftrightarrow [df = 0]$$