

MP*: Intégration sur un intervalle quelconque

Coralie RENAULT

27 novembre 2014

Exercice

Donner la nature de l'intégrale :

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^4 \sin^2(x)}$$

Exercice

Donner la nature de l'intégrale :

$$\int_0^{+\infty} |\sin(x)|^x$$

Exercice

Montrer que l'intégrale si-dessous est bien définie la calculer

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln t}{t^2 + a^2} dt$$

où $a > 0$.

Exercice

Etudier la nature de :

- $\int_{\frac{\pi}{2}}^{+\infty} \log(\cos(\frac{1}{t})) dt$
- $\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+t^\alpha)}{t^\beta} dt$

Exercice

Soit $f : [0, +\infty[$ une fonction continue par morceau, positive de carré intégrable. Montrer

$$\int_0^x f(t) dt \underset{x \rightarrow +\infty}{=} o(\sqrt{x})$$

Exercice

a) Justifier

$$\int_1^x \frac{\ln(t+1)}{t} dt \underset{x \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{1}{2} (\ln x)^2$$

b) Etablir qu'il existe $C \in \mathbb{R}$ telle que

$$\int_1^x \frac{\ln(t+1)}{t} dt = \frac{1}{2} (\ln x)^2 + C + \varepsilon(x) \text{ avec } \varepsilon(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$$

c) Déterminer un équivalent de la fonction ε en $+\infty$

Exercice

Déterminer un équivalent quand $x \rightarrow +\infty$ du terme

$$\int_x^{+\infty} e^{-t^2} dt$$

Exercice

Déterminer un équivalent quand $x \rightarrow +\infty$ de

$$\int_e^x \frac{dt}{\ln t}$$