

MP: Sujet 2

Coralie RENAULT

14 mai 2015

Exercice

Justifier que

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

est diagonalisable et trouver P et D telle que ${}^tPAP = D$ soit diagonale et $P^{-1} = {}^tP$.

Exercice

Soient $E = C^1([0, 1], \mathbb{R})$ et $N : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ définie par

$$N(f) = \sqrt{f^2(0) + \int_0^1 f'^2(t) dt}$$

- a) Montrer que N définit une norme sur E .
- b) Comparer N et $\|\cdot\|_\infty$.