MP Programme de colle n° 10

Chapitre 7
Probabilités

Colleurs, attention : sur le site et sur mon poly de cours, c'est le chapitre 6 !

Cours : tout le chapitre

Les démos à connaître (en rouge les plus conséquentes)

2.4

> Propriété de la continuité décroissante
>
> Soit $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'événements décroissante pour l'inclusion
>
> Alors la suite $(P(A_n))_{n\in\mathbb{N}}$ converge et $\lim\limits_{n\to+\infty} P(A_n) = P\left(\bigcap\limits_{n=0}^{+\infty} A_n\right)$.

- la propriété de continuité croissante est supposée connue.

> Inégalité de Boole (sous-additivité)
>
> Soit $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite d'événements, alors $P\left(\bigcup\limits_{n=0}^{+\infty} A_n\right) \leqslant \sum\limits_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$.

3.1

> Propriété L'application $P_B : \mathcal{T} \to [0,1]$ définit une probabilité sur $(\Omega, \mathcal{T})$

3.3

> Théorème : **formule des probabilités composées**
>
> Soit $(A_i)_{i\in[\![1,n]\!]}$ une famille d'événements d'un espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{T}, P)$
>
> telle que $P\left(\bigcap\limits_{i=1}^{n-1} A_i\right) > 0$. Alors :
>
> $$P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) = P(A_1)\times P_{A_1}(A_2)\times P_{A_1\cap A_2}(A_3)\times\ldots\times P_{A_1\cap A_2\cap\ldots\cap A_{n-1}}(A_n).$$

3.4

> Théorème : **formule des probabilités totales**
>
> Soit $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ un système complet d'événements non négligeables.
>
> Soit $B\in\mathcal{T}$. Alors la série $\sum P(B\cap A_n)$ converge et
>
> $$P(B) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(B\cap A_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} P(A_n)\times P_{A_n}(B)$$

3.5

Théorème : **formule de Bayes**

Soit $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ système complet d'événements non négligeables. Soit $B \in \mathcal{T}$.

Alors la série $\sum P(B \cap A_n)$ converge et $\boxed{P_B(A_j) = \dfrac{P(A_j) \times P_{A_j}(B)}{\sum\limits_{n=0}^{+\infty} P(A_n) \times P_{A_n}(B)}}$

4.1.b

Propriété 2 Si A et B sont indépendants, alors $\overline{A}$ et B sont indépendants.

4.2.b

Propriété 2 Si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite d'événements mutuellement indépendants, alors : $P\left(\bigcap\limits_{n=0}^{+\infty} A_n\right) = \lim\limits_{n\to+\infty} \prod\limits_{k=0}^{n} P(A_k) = \prod\limits_{n=0}^{+\infty} P(A_n)$.