

# Colle MP 3: réduction

October 2, 2018

## Colle 1

MOUROT Jeanne (8): très faible. Ne connaît pas la définition de valeur propre, confond scalaire et vecteur.

CORDIER Pauline (12): confusion sur le polynome caractéristique ( $\det(\chi_u)\dots$ ). Un peu lente.

**Exercice 1.** Question de cours.

**Exercice 2.** Trouver les suites vérifiant:

$$u_{n+1} = u_n - v_n$$

$$v_{n+1} = 2u_n + 4v_n$$

**Exercice 3.** Soient  $u, v$  deux endo d'un EV  $E$ .

1. Si  $\lambda \neq 0$  est v.p de  $u \circ v$  mq  $\lambda$  est aussi v.p de  $v \circ u$ .
2. Mq (1) reste vrai si  $\lambda = 0$  en dimension finie.
3. Soient  $E = \mathbb{R}[X]$  et  $u, v$  deux endo définis par  $u(P) = P'$  et  $v(P) =$  primitive de  $P$  s'annulant en 0. Déterminer  $\text{Ker}(u \circ v)$  et  $\text{Ker}(v \circ u)$ .

## Colle 2

Ysaline (13): assez bien.

GUICHON Joannes (14): démonstration incomplète. Bien sur les exos.

**Exercice 1.** Question de cours.

**Exercice 2.** (268) Soit  $A \in GL_n(\mathbb{C})$  et  $p \in \mathbb{N}^*$ . Mq  $A$  diagonalisable  $\iff A^p$  diagonalisable.

**Exercice 3.**

1.

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Calculer  $J^2, \dots, J^n$  puis montrer que  $J$  est diagonalisable, quelle sont ses v.p?

2. En déduire la valeur de:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_n & a_1 & \dots & a_{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_2 & a_3 & \dots & a_1 \end{vmatrix}$$

### Colle 3

Laura (12): lente pour diagonaliser une matrice.

Layla (17): Très bien.

Théophane (13): assez bien mais un peu brouillon.

**Exercice 1.** Question de cours.

**Exercice 2.** Trouver le polynome minimal de:  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

**Exercice 3.** Trouver toutes les suites  $u_n$  telles que:

$$\forall n, u_{n+3} = 2u_{n+2} + u_{n+1} - 2u_n$$