Colle MP 4: réduction 2

October 11, 2017

Colle 1

JAUAD Reda (note: 10): preuve de cours mal expliqué et peu rigoureuse
Borgeois Slava (note: 14): Très bien sur le cours mais exo décevant.
GUILLEMAUD Tom (note: 13): petits oublis dans la preuve
Abdel (note: 16): bien mais confond vecteur et endomorphisme dans les espace de fonctions

Exercice 1. Démo cours

Exercice 2. Soient u, v deux endo d'un EV E.

1. Si $\lambda \neq 0$ est v.p de $u \circ v$ mq λ est aussi v.p de $v \circ u$.
2. Mq (1) reste vrai si $\lambda = 0$ en dimension finie.
3. Soient $E = \mathbb{R}[X]$ et u, v deux endo définis par $u(P) = P'$ et $v(P) =$ primitive de P s'annulant en 0. Déterminer $Ker(u \circ v)$ et $Ker(v \circ u)$.

Exercice 3. Montrer $\chi_{AB} = \chi_{BA}$ pour $A \in GL$ puis A quelconque.
Indice: mq pour p assez grand, $A + \frac{1}{p} I_n \in GL_n$.

Colle 2

Nimo Champion (note: 10): preuve de cours mal expliqué et peu rigoureuse
SCHMIDT Arthur (note: 14): bien sur le cours, exo correct.
DAUDEY Clément (note: 14): Bien sauf erreur de calcul
LEMEDEF Stepan (note: 14): assez bien sauf quand il dit que $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$.

Exercice 1. Démo cours

Exercice 2. Diagonaliser

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

puis résoudre:

$$x' = x - y$$
$$y' = 2x + 4y$$

Exercice 3. Soit E $\mathbb{K}$-EV de dim n et p, q deux projecteurs de E qui commutent. Mq:

1. $p \circ q$ est un projecteur.
2. $Im(p \circ q) = Im(p) \cap Im(q)$
3. $Ker(p \circ q) = Ker(p) + Ker(q)$

Colle 3

Prost Vincent (note: 13): preuve cours à peu près ok mais peu rigoureuse
Elsa Maillot (note: 13): bien sur le cours mais bof sur les exos.
Bonnetain Baptiste (13): petits manques de rigueurs (ensemble = entier...)
AMRANE Paul (15): bien, mais ne se souvient pas bien du thm de décomposition en projecteurs
NADAL Julien (12): confond Sp et Rac. Pas bonne colle pour un 5/2

Exercice 1. Démo cours

Exercice 2. Polynome minimal d'un projecteur?

Exercice 3.

1. $$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & ... \\ 0 & 0 & 1 & ... \\ ... & ... & ... & 1 \\ 1 & 0 & ... & 0 \end{pmatrix}$$

   Calculer $J^2, ..., J^n$ puis montrer que J est diagonalisable, quelle sont ses v.p?

2. En déduire la valeur de:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & ... & a_n \\ a_n & a_1 & ... & a_{n-1} \\ ... & ... & ... & ... \\ a_2 & a_3 & ... & a_1 \end{vmatrix}$$

Exercice 4. Soit $M \in M_2(\mathbb{R})$ tq $M^2 + M = U_2$. Quelles sont les vp possibles de M?