

Colle MP: Probabilités

December 3, 2018

Colle 1

Théophane DUCRET (14): bien mais ne se souvient pas de la formule de Pascal
Layla (15): bien

Exercice 1. Demo cours

Exercice 2. Mq (par récurrence) il existe $\binom{n+p-1}{n}$ p -uplets de \mathbb{N}^p dont la somme est égale à n .

Exercice 3. Combien y a-t-il d'applications strictement croissantes de $\{1, \dots, n\}$ vers $\{1, \dots, p\}$?

Colle 2

Guichon Joannes (12): confusion sur l'union/intersection
Laura (11): ne connaît pas bien la définition d'une tribu. Écrit $P(A) \cup P(B)$.

Exercice 1. Demo cours

Exercice 2. Montrer que $\mathcal{T} = \{A \subset \Omega \mid A \text{ ou } \overline{A} \text{ est dénombrable}\}$ est une tribu sur Ω .

Colle 3

Pauline (11): confusion entre \cup et $+$. Considère deux ensembles A, B pour montrer la stabilité par complémentaire (et regarde $\overline{A \cup B}$).

Jeanne (9): ne se souvient pas du tout de la définition d'une tribu

Ysaline (14): bien

Exercice 1. Demo cours

Exercice 2. Montrer que l'intersection de deux tribus est une tribu.

Exercice 3.

1. On tire uniformément au hasard un sous-ensemble de $\{1, \dots, n\}$. Quelle est la probabilité qu'il soit de taille pair?
2. On tire uniformément au hasard deux sous-ensembles A et B de $\{1, \dots, n\}$. Quelle est la probabilité que $A \subseteq B$? Que $A \cap B = \emptyset$?

Exercice 4. (Coupon collector)

Un enfant collectionne des cartes. Il y a n cartes et l'enfant les veut tous. A chaque achat d'une carte, il obtient une carte uniformément au hasard parmi les n possibles. Combien d'achats devra-t-il faire pour avoir toutes les cartes? (réponse: $\sim n \ln(n)$).

Indice: Si l'enfant a k cartes, quelle est la proba qu'il doive faire p achats pour obtenir une nouvelle carte? (réponse: $\frac{k^{p-1}}{n} (1 - \frac{k}{n})$)

Application numérique: estimer le nombre d'achats nécessaires pour avoir les 150 cartes de Pokémon.