

Semaine du 17 au 21 octobre

Alg 4 : Déterminant

- Rappels sur les propriétés du déterminant.
- Déterminant de matrice tridiagonale
- Déterminant de VanderMonde

An3 : Rayon de série entière

- Lemme d'Abel
- Rayon d'une série entière, propriétés.
- Méthodes pratiques de détermination d'une série entière.
- $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon.
- La série dérivée et la série intégrée ont même rayon que la série $\sum a_n z^n$

An3-b : Propriétés analytiques de $x \mapsto \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ sur $] - R, R[$.

- Continuité, DL en 0
- Primitive, intégration
- Dérivabilité. Toute somme de série entière est \mathcal{C}^∞ sur $] - R, R[$
- Série entière de Taylor associée à $f \in \mathcal{C}^\infty(] - \alpha, \alpha[)$

An3-c : Série produit de Cauchy. Application à exp et à la série géométrique.

- $\sum_{n=0}^{\infty} n z^{n-1}$: rayon et somme par produit de Cauchy
- exp vérifie $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2, \exp(z + z') = \exp(z) \times \exp(z')$. Propriétés de exp
- sin et cos trigonométrique et hyperbolique sur \mathbb{C} .

An 1 : Intégrale sur un segment (fonctions continues par morceaux)

- Révisions sur l'intégrale de Sup : généralisation et adaptation des résultats aux fonctions continues par morceaux sur un segment.

(Majoration, Changement de variable, IPP, intégrale nulle d'une fonction continue positive, intégrale de la borne supérieure, Somme de Riemann (f cont)...)

- Formule de Taylor reste intégral
- Comparaison série intégrale : Equivalent de somme partielle de série divergente. Equivalent de reste de série convergente.

Attention : Merci aux colleurs de poser à chaque élève un exercice de calcul de rayon de série entière, pour vérifier que les techniques sont connues.

Questions de cours : Les preuves font partie de la question de cours...

- * Lemme d'Abel
- * Diverses caractérisations du rayon d'une série entière. (Sup d'ensembles)
- * $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon.
- * Utilisation de la règle de d'Alembert pour déterminer le rayon d'une série entière.
- * Déterminant de matrice tridiagonale
- * Déterminant de VanderMonde (2 méthodes)
- * Application de VanderMonde à l'interpolation de Lagrange
- * a_i distincts deux à deux $\implies ((X - a_0)^n, (X - a_1)^n, \dots, (X - a_n)^n)$ base de $\mathbb{C}_n[X]$.
- * Divers calculs de déterminants (+ révision des exercices vus en SUP)
- * Rayon et somme de $\sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$ (par intégration ou dérivation) : Formule à connaître...
- * Série entière de coefficients u_n où u_n est une suite de Fibonacci. Calcul de la somme.
- * Formule de Taylor reste intégral
- * Thm des sommes de Riemann (démonstration pour les fonctions lipchitziennes)
- * Lemme de Lebesgue
- * Produit de Cauchy : $\frac{1}{(1-z)^2}, \exp(z + z') = \exp(z) \times \exp(z')$.
- * DL en 0 d'une somme de série entière