

# Colle MP : Variables alatoires et fonctions vectorielles

13 fvrier 2020

## Colle 1

GUY Matthias (14) : petite erreur sur les espaces de dparts et d'arrives (intervalle de  $\mathbb{R}$  et non pas EV) des fonctions lors de la composition. Un peu lent sur l'exo.

Audrey (16) : trs bien

**Exercice 1.** Compose de fonctions drivables.

**Exercice 2.** En faisant apparatre une somme de Riemann, donner un quivalent de  $\sum_{k=0}^n \sqrt{k}$ .

**Exercice 3.** (exo 15)

1. Mq  $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} P(X \geq k)$
2. Si  $X, Y$  sont uniformes sur  $\{1, \dots, n\}$ , quelle est l'esprance de  $\min(X, Y)$  et  $\max(X, Y)$  ?

## Colle 2

GUILLET Lucas (16) : trs bien

Emma (14) : ne reconnat pas le dveloppement de  $-\ln(1-x)$ . **Exercice 1.**

Ingalit de Bienaym-Tchebychev

**Exercice 2.** Soit  $X$  une variable alatoire suivant une loi gomtrique de paramtre  $p$ . Calculer  $E(\frac{1}{X})$ .

**Exercice 3.** Trouver la limite de :

$$\sum_{k=1}^n \sin\left(\frac{k}{n}\right) \sin\left(\frac{k}{n^2}\right) \quad (= \int t \sin(t))$$

Aide :  $\sin(\frac{k}{n^2}) \approx \frac{k}{n^2}$ .

## Colle 3

Pierre (13) : confusion dans la loi de Poisson

Lisa (13) : ne pense pas utiliser la formule de dérivation des fonctions composées

**Exercice 1.** Inégalité de Cauchy-Schwarz

**Exercice 2.** Soit  $X$  loi binomiale de paramètre  $1/n$ . Montrer  $P(X \geq n^2) \leq \frac{1}{n}$  puis  $P(|X - n| \geq n) \leq 1 - \frac{1}{n}$ .

**Exercice 3.** Montrer que la somme de 2 variables de Poisson indépendantes est une variable de Poisson.

**Exercice 4.** Soit  $I$  un intervalle,  $E$  un espace vectoriel euclidien et  $f : I \rightarrow E$  dérivable. On suppose de plus que  $f$  ne s'annule pas et on pose, pour tout  $t \in I$ ,  $g(t) = \|f(t)\|$ . Montrer que  $g$  est dérivable et donner  $g'$ .