

Colle MP : Structures, convexité

September 17, 2018

Colle 1

JEUFFRAULT Kévin (14): bien pour le cours. Assez bien pour l'exo.
CHOPARD Etienne (15): bien.

Exercice 1. Sous-groupes de \mathbb{Z}

Exercice 2. Soit x_1, \dots, x_n tq $\sum x_i = K$. Valeur minimum de $\sum x_i^2$?

Exercice 3. Donner une preuve ou un contre-exemple:

- La réunion de deux parties convexes est convexe.
- L'intersection de deux parties convexes est convexe.
- Une fonction convexe sur un intervalle ouvert est continue.
- Une fonction convexe sur un intervalle ouvert est dérivable.

Colle 2

Nathan DURY (12): ne sait pas bien interpréter la convexité sur un dessin. TB pour l'exo.
Réda (12): un peu lent

Exercice 1. Définition et diverses inégalités de convexité.
Propriété des cordes

Exercice 2. Démontrer que, pour tout $x \in]0, \frac{\pi}{2}]$, $\frac{2}{\pi} \leq \frac{\sin(x)}{x} \leq 1$.

Exercice 3. Soit G groupe tq $x^2 = e \ \forall x \in G$. Mq G est abélien.

Exercice 4. Soit G un groupe d'ordre pair. Montrer qu'il existe un élément $x \in G$, $x \neq e$ tel que $x^2 = e$.

Colle 3

AZIZI Marouane (12): bien pour le cours mais manque important de rigueur/clarté.

Julien (13): un peu lent.

Exercice 1. Idéaux de $K[X]$

Exercice 2. Exo option info: mq $x \mapsto x \log_2(x)$ est convexe puis en déduire par récurrence que la somme des profondeurs des n feuilles d'un arbre binaire est au moins $n \log_2(n)$.

Exercice 3. Soit G un groupe abélien et $x, y \in G$ d'ordres p, q .

Question 1. Si p et q sont premiers entre eux, montrer que l'ordre de xy est le ppcm de p et q .

Question 2. Est-ce toujours vrai si p et q ne sont pas premiers entre eux?