MP*: Oraux Planche 1

Coralie Renault

22 mai 2015

Exercice

Montrer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, qu'il existe un unique $P_n \in \mathbb{R}_{n+1}[X]$ tel que $P_n(0) = 0$ et $P_n(X+1) - P_n(X) = X^n$.

Exercice

Soit $f \in \mathcal{C}([a,b], \mathbb{R})$. On suppose que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\int_a^b x^n f(x)\,\mathrm{d}x = 0$$

a) Montrer que la fonction f est nulle.
b) Calculer

$$I_n = \int_0^{+\infty} x^n \mathrm{e}^{-(1-i)x}\,\mathrm{d}x$$

c) En déduire qu'il existe f dans $\mathcal{C}([0,+\infty[, \mathbb{R})$ non nulle, telle que, pour tout n dans $\mathbb{N}$, on ait

$$\int_0^{+\infty} x^n f(x)\,\mathrm{d}x = 0$$