

Colle MP 18: théorèmes d'intégration

March 18, 2019

Colle 1

Stepan (15): petite confusion sur les variables (x et t)

Valentin (16): petite confusion sur les variables (x et t)

Exercice 1. TCD

Exercice 2. Mq $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n (1 - \frac{x^2}{n^2})^{n^2} = \int_0^\infty e^{-x^2} dx$.

Exercice 3. (131)

1. Mq $\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t} dt$ est bien définie.
2. Soit $F(x) = \int_0^\infty \frac{e^{-xt} \sin t}{t}$. Quelle est $\lim_{\infty} F(x)$?
3. Calculer F' sur $]0, \infty[$.
4. En supposant F continue en 0, calculer I .

Colle 2

Tom (16): bien

Achille (14): ne pense pas à utiliser les questions précédentes de l'exercice

Exercice 1. intégration terme à terme d'une série de fonctions

Exercice 2. Soit $f(x) = \int_0^x e^{-t^2}$ et $g(x) = \int_0^1 \frac{e^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2}$.

Mq g est dérivable et $g'(x) = -2f'(x)f(x)$.

Mq $g(x) + f(x)^2 = \frac{\pi}{4}$ En déduire $\lim_{\infty} f(x)$.

Exercice 3. Calcul de $\int_0^\infty \frac{\sin(t)}{t} e^{-tx} dt, \forall x > 0$.

Colle 3

Lily (16): bien

Julien Rauch (13): majore par une fonction constante sur \mathbb{R} (en disant qu'elle est intégrable). Manque parfois de rigueur (écrit par exemple $\lim f(x) \longrightarrow \dots$).

Arnaud (13): bien mais lent

Exercice 1. dérivabilité sous le signe intégrale

Exercice 2. (29) Mq $\int_0^\infty \frac{t}{e^t - 1} dt = \sum_1^\infty \frac{1}{n^2}$.

Exercice 3. Limite puis équivalent de $\int_1^\infty e^{-x^n} dx$? (poser $t = x^n$)

Exercice 4. Calcul de $\int_0^\infty e^{-t^2} \cos(xt) dt$?