

MP: convexité, intégration et algèbre linéaire

Coralie RENAULT

27 septembre 2014

Exercice

Calculer pour $n \in \mathbb{N}$,

$$I_n = \int_0^1 (x \ln x)^n dx$$

Exercice

On considère

$$f : t \mapsto \frac{\ln t}{(1+t)^2}$$

- a) Etudier l'intégrabilité de f sur $]0, 1]$ et $[1, +\infty[$.
- b) Calculer

$$\int_0^{+\infty} \frac{\ln t}{(1+t)^2} dt$$

Exercice

Soient a_0, \dots, a_n des réels distincts et $\varphi : \mathbb{R}_{2n+1}[X] \rightarrow \mathbb{R}^{2n+2}$ définie par

$$\varphi(P) = (P(a_0), P'(a_0), \dots, P(a_n), P'(a_n))$$

Montrer que φ est bijective.

Exercice

Soient E un \mathbb{K} -espace vectoriel et $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que $\forall x \in E$, la famille $(x, f(x))$ est liée. Montrer que f est une homothétie vectorielle.

Exercice

Soit $f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^6)$ tel que $\text{rg} f^2 = 3$. Quels sont les rangs possibles pour f ?