

MP: Sujet 9

Coralie RENAULT

5 juin 2015

Exercice

Soient $k > 0$ et

$$f(x) = \int_0^1 t^k \sin(xt) dt$$

- a) Montrer que f est continue sur \mathbb{R} .
- b) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et vérifie

$$\forall x \in \mathbb{R}, x f'(x) + (k+1)f(x) = \sin x$$

- c) Déterminer toutes les fonctions développables en série entière en 0 solutions de $xy' + (k+1)y = \sin x$ en précisant le rayon de convergence.

Exercice

Résoudre le système différentiel suivant

$$\begin{cases} x' = 2x - y + 2z \\ y' = 10x - 5y + 7z \\ z' = 4x - 2y + 2z \end{cases}$$