

MP: Sujet 5

Coralie RENAULT

24 mai 2015

Exercice

Soit

$$E = \{f \in \mathcal{C}^2([0, \pi], \mathbb{R}) / f(0) = f'(\pi) = 0\}$$

a) Montrer que

$$N : f \mapsto \|f + f''\|_{\infty}$$

est une norme sur E .

b) Montrer que N est équivalente à

$$\nu : f \mapsto \|f\|_{\infty} + \|f''\|_{\infty}$$

Exercice

Montrer que pour tout $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$,

$$\det(\exp(A)) = \exp(\operatorname{tr} A)$$

Le résultat persiste-t-il sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$?