

# Colle PCSI: Techniques de calcul, Équations différentielles

September 20, 2016

## Colle 1

Karim Malmaud 11

Léa Schamberger 11

**Exercice 1.** Donner le théorème de décomposition en facteurs premiers, et

expliquer comment en déduire le PGCD et le PPCM de deux nombres. Calculer le PGCD et PPCM de 966 et 980.

**Exercice 2.** Résoudre le système suivant:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

**Exercice 3.** Soient  $A$  et  $B$  deux sous groupes d'un groupe  $G$ . Soit  $AB = \{ab \in G : a \in A, b \in B\}$ .

*Question 1.* Est-ce que  $AB$  est forcément un sous groupe de  $G$ ?

*Question 2.* Démontrer que  $AB$  est un sous groupe de  $G$  ssi  $AB = BA$ .

*Question 3.* Démontrer que, si  $AB = BA$ ,  $AB$  est le sous groupe de  $G$  engendré par  $A \cup B$ .

## Colle 2

Christian Morello 14

Fournier Julie 15

**Exercice 1.** Quels sont les sous groupes de  $(\mathbb{Z}, +)$ ? Preuve?

**Exercice 2.** Démontrer que, pour tout  $x \in ]0, \frac{\pi}{2}, \frac{2}{\pi}] \leq \frac{\sin(x)}{x} \leq 1$ .