

Colle PCSI 7: Sommes et produits

November 23, 2016

Colle 1

Exercice 1. Formule de Bernoulli. Propriétés sur les sommes?

Exercice 2. Somme et produit des racines n ième de l'unité. Somme des distances des racines nièmes à 1?

Exercice 3. Calculer $\sum \binom{n}{k} \cos(kx)$, $\sum_{k=1}^n k \cos(kx)$.

Colle 2

NACHIN (cours: 8, exo: 9, note: 17): très bien.

Exercice 1. Formule pour $\sum_p^q \lambda^k$. Somme des k ? somme des k^2 ?

Exercice 2. Calculer:

$$\sum k k! \\ \sum k 2^{k-1}$$

Exercice 3.

1. Montrer $\forall n \in \mathbb{N}, x \notin \pi\mathbb{Z} :$

$$\sum_{k=0}^n \cos(2kx) = \frac{\sin((n+1)x) \cos(nx)}{\sin(x)}$$

2. Montrer:

$$|\sin(x)| \geq \frac{1 - \cos(2x)}{2}$$

3. Dédurre:

$$\sum_{k=1}^n |\sin(k)| \geq \frac{n}{2} - \frac{1}{2 \sin(1)}$$

Colle 3

Clément Couriol (cours: 4, exo: 5, note: 9): ne connaît pas la formule du binôme de Newton. Écrit $\sin(i)$

PANIER Estelle (cours: 6, exo: 5, note: 11): pas mal de petites bêtises pour les exos, mais connaît bien son cours.

Exercice 1. Formule de Pascal. Autres propriétés du coeff binomial?

Exercice 2.

1. Soit S un ensemble de taille n . Quel est le nombre de sous ensembles de S de taille k ? Retrouver la formule de Pascal.
2. Montrer qu'il y a autant de sous ensembles de taille pair que de sous ensembles de taille impair, dans S .
3. Combien y a-t-il de sous ensembles de S de taille un multiple de 3?