

Colle MP 12: endomorphismes symétriques

December 17, 2018

Colle 1

Rauch Julien (12): manque de clarté, beaucoup de confusions. oubli de $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$

Arnaud (9): erreur dans la définition d'une matrice associée à un endomorphisme. a complètement oublié comment l'étude pratique d'endomorphisme orthogonaux en dimension 3.

Stepan (14): oubli de $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$

Exercice 1. équivalence matrice symétrique et endo symétrique

Exercice 2. Soit u un endomorphisme symétrique d'un espace euclidien E vérifiant, pour tout $x \in E$, $u(x), x = 0$. Mq $u = 0$.

Colle 2

ARRIGONI Valentin (14): Assez bien.

Tom (16): Bien

Exercice 1. Stabilité pour les endo orthogonaux.

Exercice 2. Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$. Démontrer que la matrice tAA est diagonalisable et que ses valeurs propres sont des réels positifs.

Exercice 3. (57) Mq S_n et A_n sont supplémentaire orthogonaux pour le prod canonique. Distance d'une matrice ... à S_3 ?

Exercice 4. (39) Soit f endo d'un espace euclidien tq $(f(x)|x) = 0, \forall x$. Mq $\text{Ker } f = \text{Im } f^\perp$.

Colle 3

Achille (15): oubli d'une petite partie de la démo

Lily (16): Bien.

Exercice 1. 1ers lemme du thm spectral

Exercice 2. Caractériser la nature géométrique d'une matrice orthogonale.

Exercice 3. Mq $O_n(\mathbb{R})$ est un compact non connexe par arc. Quelles sont ses composantes connexes par arcs?

Exercice 4. Soit $A \in O_n(\mathbb{R})$. Mq:

$$|\sum a_{i,j}| \leq n$$

Indice: utiliser vecteur avec que des 1.

Exercice 5. Soit $M \in O_n(\mathbb{R})$. Mq:

$$\sum |m_{i,j}| \leq n\sqrt{n}$$

Indice: utiliser $(A, B) \mapsto \text{tr}({}^tAB)$.