

Colle MP: Variables aléatoires et fonctions vectorielles

24 janvier 2020

Colle 1

GUY Matthias (14) : petite erreur sur les espaces de départs et d'arrivées (intervalle de \mathbb{R} et non pas EV) des fonctions lors de la composition. Un peu lent sur l'exo.

Audrey (16) : très bien

Exercice 1. Composée de fonctions dérivables.

Exercice 2. En faisant apparaître une somme de Riemann, donner un équivalent de $\sum_{k=0}^n \sqrt{k}$.

Exercice 3. (exo 15)

1. Mq $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} P(X \geq k)$
2. Si X, Y sont uniformes sur $\{1, \dots, n\}$, quelle est l'espérance de $\min(X, Y)$ et $\max(X, Y)$?

Colle 2

GUILLET Lucas (16) : très bien

Emma (14) : ne reconnaît pas le développement de $-\ln(1-x)$. **Exercice 1.**

Inégalité de Bienaymé-Tchebychev

Exercice 2. Soit X une variable aléatoire suivant une loi géométrique de paramètre p . Calculer $E(\frac{1}{X})$.

Exercice 3. Trouver la limite de :

$$\sum_{k=1}^n \sin\left(\frac{k}{n}\right) \sin\left(\frac{k}{n^2}\right) \quad (= \int t \sin(t))$$

Aide : $\sin(\frac{k}{n^2}) \approx \frac{k}{n^2}$.

Colle 3

Pierre (13) : confusion dans la loi de Poisson

Lisa (13) : ne pense pas à utiliser la formule de dérivation des fonctions composées

Exercice 1. Inégalité de Cauchy-Schwarz

Exercice 2. Soit X loi géométrique de paramètre $1/n$. Mq $P(X \geq n^2) \leq \frac{1}{n}$ puis $P(|X - n| \geq n) \leq 1 - \frac{1}{n}$.

Exercice 3. Mq la somme de 2 variables de Poisson indépendantes est une variable de Poisson.

Exercice 4. Soit I un intervalle, E un espace vectoriel euclidien et $f : I \rightarrow E$ dérivable. On suppose de plus que f ne s'annule pas et on pose, pour tout $t \in I$, $g(t) = \|f(t)\|$. Démontrer que g est dérivable et donner g' .