Ex. 12 : f est linéaire.

$$f : \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \longmapsto \underbrace{\begin{pmatrix}-5&2&0\\-12&5&0\\-4&2&-1\end{pmatrix}}_{A} \times \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}-5&2&0\\-12&5&0\\-4&2&-1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}-5&2&0\\-12&5&0\\-4&2&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

dc $f^2 = f\circ f : \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \longmapsto A^2 \times \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$

dc $f^2 = id_{\mathbb{R}^3}$ dc f est 1 symétrie

f est la symétrie par rapport à $\ker(f-id)$

$//^{t}$ à $\ker(f+id)$.

- $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \ker(f-id)$ ssi : $\begin{cases}-6x+2y=0\\ \cancel{-12x+4y=0}\\ -4x+2y-2z=0\end{cases}$ ssi : $\begin{cases}y=3x\\ -2x+y-z=0\end{cases}$

ssi : $\begin{cases} x = x \\ y = 3x \\ z = x \end{cases}$ dc $\ker(f - id) = \mathrm{Vect}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

• $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \ker(f + id)$ ssi $\begin{cases} -4x + 2y = 0 \\ -12x + 6y = 0 \\ -4x + 2y = 0 \end{cases}$ ssi $y = 2x$

ssi : $\begin{cases} x = x \\ y = 2x \\ z = z \end{cases}$ dc $\ker(f + id) = \mathrm{Vect}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$

f est la symétrie (vectorielle) par rapport à $\mathrm{Vect}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

et $/\!/^{\text{t}}$ à $\mathrm{Vect}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$.