

DS n°2 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Logique.

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Nier la proposition (la réponse ne comportera pas de \Rightarrow) :

$$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x > y \Rightarrow [f(x) \leq 3y \Rightarrow f(y) < 2x \leq f(y+5)].$$

(1)

Sommes et produits.

Soit $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. Calculer (on donnera une forme simplifiée et factorisée) :

$$\prod_{i=2}^5 \frac{i^2 + 2i + 1}{i^2 - 2i + 1} =$$

(2)

$$\sum_{1 \leq i < j \leq n} (i + j - 1) =$$

(5)

$$\sum_{k=0}^5 2 \cos\left(k + \frac{1}{2}\right) \sin\left(\frac{1}{2}\right) =$$

(3)

$$\sum_{k=5}^9 \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right) =$$

(6)

$$\binom{11}{6} =$$

(4)

$$\sum_{k=0}^{32} \binom{n}{k} i^k =$$

(7)

Nombres complexes.

Mettre sous forme trigonométrique les nombres suivants.

$$(\sqrt{3} + i)^6 =$$

(8)

$$e^{5i\pi/7} + e^{-2i\pi/9} =$$

(9)

Matrices et systèmes.

Effectuer le produit suivant.

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 7 & 2 & 6 \\ 8 & -4 & 9 \end{pmatrix} = \quad (10)$$

Inverser les matrices suivantes.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^{-1} = \quad (11)$$

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -2 \\ -4 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B^{-1} = \quad (12)$$

Donner les ensembles de solutions des systèmes réels suivants.

$$\left\{ \begin{array}{rclcl} 5x & + & y & - & 3z & = & -1 \\ 3x & + & 10y & - & 7z & = & -1 \\ 8x & + & 2y & - & 5z & = & 1 \end{array} \right. : \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{rclcl} 3x & - & y & + & z & = & 2 \\ -x & + & 2y & + & z & = & -1 \\ 5x & & & + & 3z & = & 1 \end{array} \right. : \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{rclcl} -x & - & y & - & 8z & + & 10t & = & -3 \\ x & - & 7y & - & z & + & 7t & = & -5 \\ -x & - & 2y & - & 9z & + & 12t & = & -4 \\ 2x & + & 2y & + & z & - & 5t & = & 6 \end{array} \right. : \quad (15)$$

— FIN —