

## DS n° 05 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

### Structures algébriques

Sur  $\mathbb{R}$ , on pose  $x \star y = x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}$ . On utilise une notation multiplicative. Alors,  $(\mathbb{R}, \star)$

a une structure de

(1), le neutre de  $(\mathbb{R}, \star)$

est

(2) et, si  $x \in \mathbb{R}$ , l'inverse de  $x$  est

(3).

### Limites de fonctions.

Déterminer les limites suivantes (écrire **PAS DE LIMITE** le cas échéant).

$$\operatorname{ch}(x) \ln(1 + e^x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty}$$

(4)

$$x^{(x^x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0}$$

(5)

$$\left| \operatorname{sh} \left( \frac{\sin(x)}{x} \right) \right| \xrightarrow{x \rightarrow +\infty}$$

(6)

$$\left( \frac{\ln x}{x} \right)^{\frac{1}{x}} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty}$$

(7)

$$x \left( \sqrt{x + \sqrt{x+1}} - \sqrt{x + \sqrt{x-1}} \right) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty}$$

(8)

## Continuité

Donner un exemple de fonction bijective et continue, dont la réciproque n'est pas continue.

(9)

Soit la fonction  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right)$ . On prolonge  $f$  par continuité en posant

(10)

## Polynômes

Factoriser  $P = 2X^6 - 2X^5 + 2X^4 - 4X^3 + 2X^2 - 2X + 2$  en produit de facteurs irréductibles :

sur  $\mathbb{C}$ ,  $P =$  ; (11)

sur  $\mathbb{R}$ ,  $P =$  . (12)

Soit  $Q = X^6 - 2X^5 - 14X^4 + 59X^3 - 98X^2 + 100X - 56$ , alors, avec  $m$  la multiplicité de 2 comme racine de  $Q$  :

$m =$  (13)

$Q(-2) =$  (14)

Écrire la division euclidienne de  $C = 7X^5 - 4X^3 + 6X^2 + 3X - 1$  par  $D = X^2 - 5X + 7$  :

(15)

— FIN —