QCM n° 10

Un peu de calcul.

Échauffement n°1 Soit $P = X^6 - 3X^5 - 6X^4 + 6X^3 + 9X^2 - 6X + 1$ Calculez $P(4)$ et donnez le quotient et le reste de la division euclidienne de P par $(X - 4)$.

Échauffement n°2 Effectuez la division euclidienne de $A = X^7 - X^6 + X^5 + 2X^2 + 1$ par $B = X^3 - X - 1$.

QCM - cocher une case si la phrase qui suit est correcte.

Question n°1 Soit f une fonction continue sur $[0, 1[$.

☐ Si $\forall x \in [0, 1[,\ f(x) > 0$, alors $\exists a > 0$ tel que $\forall x \in [0, 1[,\ f(x) \geqslant a$.
☐ Si f admet une limite finie en 1 alors f est prolongeable par continuité en 1.
☐ Si $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = +\infty$, alors f est minorée sur $[0, 1[$.
☐ Alors $\frac{f(x)-f\left(\frac{1}{2}\right)}{x-\frac{1}{2}}$ admet une limite quand x tend vers $\frac{1}{2}$.

Question n°2 Soit f une fonction définie et continue sur $]0, 1]$.

☐ Si f admet une limite en 0, alors f est prolongeable par continuité en 0.
☐ Alors f est bornée sur $]0, 1]$.
☐ Alors pour tout réel c de $]0, 1]$, f est bornée sur $[c, 1]$.
☐ Si f est croissante et majorée sur $]0, 1]$ alors f est bornée sur $]0, 1]$.

Question n°3 Soit f une fonction pérodique sur $\mathbb{R}$.

☐ Alors f est bornée.
☐ Si f admet une limite finie en $+\infty$, alors f est constante.
☐ Si f admet une limite finie en $+\infty$ et est continue, alors f est constante.
☐ Si f est continue, f est non seulement bornée, mais en plus elle atteint ses bornes.

Question n°4 Soit f une application continue sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

☐ Si $I = [a, b]$ alors f est bornée sur I
☐ Si $I = \mathbb{R}$ et f est bornée, alors f admet une limite en $+\infty$.
☐ Si $I = \mathbb{R}$ et f admet une limite en $-\infty$ et en $+\infty$, alors f est bornée.

Question n°5 Soit f une application continue.

- ☐ Si f ne s'annule pas, elle est de signe constant.
- ☐ f est bornée et atteint ses bornes.
- ☐ f admet un sup dans $\bar{\mathbb{R}}$.
- ☐ Si elle est monotone, elle admet une limite en tout point de son ensemble de définition.

Question n°6 Soit I un intervalle et $f : I \to \mathbb{R}$, et $a, b \in I$ tels que $a < b$.

- ☐ Si f est croissante, $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.
- ☐ Si f est continue, $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.
- ☐ Si f est décroissante et continue, f admet une limite à gauche en b.
- ☐ Si f est décroissante et continue, $f([a, b[) = [f(a), \lim\limits_{b-} f[$.
- ☐ Si f est décroissante et continue, $f([a, b[) =]\lim\limits_{b-} f, f(a)]$.

Question n°7 Soit A et B deux polynômes.

- ☐ Si $\deg A > \deg B$, alors $\deg(A + B) = \deg A$.
- ☐ $\deg(A + B) \geqslant \min(\deg A, \deg B)$.
- ☐ $\deg(A \circ B) = (\deg A) \times (\deg B)$.
- ☐ Si $A|B$, alors $\deg A \leqslant \deg B$.
- ☐ Si $A|B$, toute racine de A est racine de B.
- ☐ Si toute racine de A est racine de B, alors $A|B$.