

DS n°4 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Applications

On définit de \mathbb{R}^2 dans lui même la fonction $f : (x, y) \mapsto (x + y, xy)$. Dire si f est injective/surjective/bijective.

(1)

Soit $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$. Alors, dans $\overline{\mathbb{R}}$,

$$x \mapsto x + \frac{1}{2x}$$

$$\sup f =$$

(2)

$$\sup f|_{\mathbb{R}_+^*} =$$

(4)

$$\inf f =$$

(3)

$$\inf f|_{\mathbb{R}_+^*} =$$

(5)

De plus :

$$f([-1, 1[\setminus \{0\}) =$$

(6)

$$f^{\leftarrow}([-2, 2]) =$$

(7)

Relations d'ordre et d'équivalence

Sur \mathbb{R} , on définit la relation binaire \mathcal{R} par « $x\mathcal{R}y$ si $\cos^2(x) + \sin^2(y) = 1$ ». Quelles propriété(s) remarquable(s) vérifie donc \mathcal{R} ?

(8)

Sur \mathbb{R} , on considère la relation d'équivalence \sim définie par « $x \sim y$ si $x^2 - y^2 = x - y$ ». La classe d'équivalence d'un réel x est alors

$$\bar{x} = \left[\begin{array}{c} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \\ \bar{x}_5 \\ \bar{x}_6 \\ \bar{x}_7 \\ \bar{x}_8 \\ \bar{x}_9 \\ \bar{x}_{10} \\ \bar{x}_{11} \\ \bar{x}_{12} \\ \bar{x}_{13} \\ \bar{x}_{14} \\ \bar{x}_{15} \\ \bar{x}_{16} \\ \bar{x}_{17} \\ \bar{x}_{18} \\ \bar{x}_{19} \\ \bar{x}_{20} \\ \bar{x}_{21} \\ \bar{x}_{22} \\ \bar{x}_{23} \\ \bar{x}_{24} \\ \bar{x}_{25} \\ \bar{x}_{26} \\ \bar{x}_{27} \\ \bar{x}_{28} \\ \bar{x}_{29} \\ \bar{x}_{30} \\ \bar{x}_{31} \\ \bar{x}_{32} \\ \bar{x}_{33} \\ \bar{x}_{34} \\ \bar{x}_{35} \\ \bar{x}_{36} \\ \bar{x}_{37} \\ \bar{x}_{38} \\ \bar{x}_{39} \\ \bar{x}_{40} \\ \bar{x}_{41} \\ \bar{x}_{42} \\ \bar{x}_{43} \\ \bar{x}_{44} \\ \bar{x}_{45} \\ \bar{x}_{46} \\ \bar{x}_{47} \\ \bar{x}_{48} \\ \bar{x}_{49} \\ \bar{x}_{50} \\ \bar{x}_{51} \\ \bar{x}_{52} \\ \bar{x}_{53} \\ \bar{x}_{54} \\ \bar{x}_{55} \\ \bar{x}_{56} \\ \bar{x}_{57} \\ \bar{x}_{58} \\ \bar{x}_{59} \\ \bar{x}_{60} \\ \bar{x}_{61} \\ \bar{x}_{62} \\ \bar{x}_{63} \\ \bar{x}_{64} \\ \bar{x}_{65} \\ \bar{x}_{66} \\ \bar{x}_{67} \\ \bar{x}_{68} \\ \bar{x}_{69} \\ \bar{x}_{70} \\ \bar{x}_{71} \\ \bar{x}_{72} \\ \bar{x}_{73} \\ \bar{x}_{74} \\ \bar{x}_{75} \\ \bar{x}_{76} \\ \bar{x}_{77} \\ \bar{x}_{78} \\ \bar{x}_{79} \\ \bar{x}_{80} \\ \bar{x}_{81} \\ \bar{x}_{82} \\ \bar{x}_{83} \\ \bar{x}_{84} \\ \bar{x}_{85} \\ \bar{x}_{86} \\ \bar{x}_{87} \\ \bar{x}_{88} \\ \bar{x}_{89} \\ \bar{x}_{90} \\ \bar{x}_{91} \\ \bar{x}_{92} \\ \bar{x}_{93} \\ \bar{x}_{94} \\ \bar{x}_{95} \\ \bar{x}_{96} \\ \bar{x}_{97} \\ \bar{x}_{98} \\ \bar{x}_{99} \\ \bar{x}_{100} \end{array} \right]. \quad (9)$$

On définit sur \mathbb{R}^2 la relation d'ordre \ll définie de la manière suivante :

$$\forall (x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2, \quad (x, y) \ll (x', y') \iff |x' - x| \leq y' - y.$$

Alors, deux éléments non comparables de (\mathbb{R}^2, \ll) sont

$$\square$$

Arithmétique de \mathbb{Z}

Écrire la division euclidienne de 1638 par 714 :

On a : $1638 \wedge 714 =$ (12)

et une relation de Bézout pour 1638 et 714 est :

Le reste de la division euclidienne de $55^{(97031^3)}$ par 7 est :

Donner les ensembles de solutions dans \mathbb{Z}^2 des équations suivantes.

$$154x - 66y = 42 : \quad \boxed{\hspace{15cm}} \quad (15)$$

$$17x - 33y = 42 \quad :$$

Décomposer en produits de facteurs premiers les entiers suivants.

$$90 = \boxed{} \quad (17)$$

$$81\,400 = \boxed{} \quad (18)$$

— FIN —