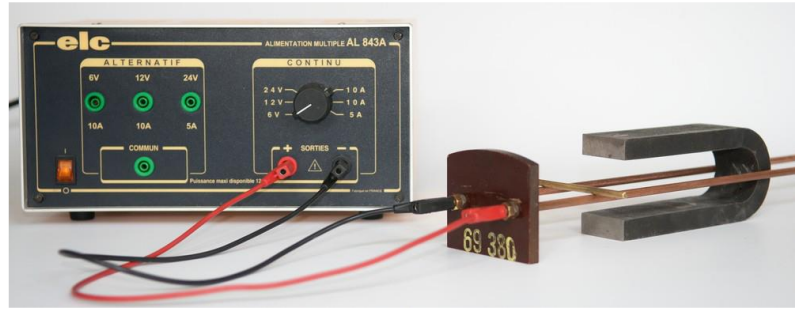


I. Force de Laplace

I.1. Mise en évidence

(Animation)

Un générateur fait circuler un courant continu dans un circuit constitué de trois barres fixes et une quatrième peut rouler sur les deux rails. Le tout est placé dans l'entrefer d'un aimant en U pour lequel le champ magnétique est vertical.



La barre se met en mouvement quand on fait circuler le courant.

Si on enlève l'aimant, cela ne marche plus.

Si on inverse le courant, le sens du déplacement s'inverse.

Si on inverse le sens du champ magnétique (en retournant l'aimant), le sens du déplacement s'inverse.

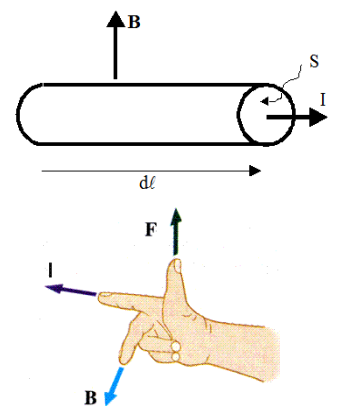
La force semble donc proportionnelle au champ magnétique et au courant.

I.2. Expression de la force

Soit un fil supposé rectiligne, parcouru par un courant électrique d'intensité I continu. Si un élément de courant $I d\vec{\ell}$ est soumis à un champ magnétique extérieur \vec{B} , il subit alors une force appelée force de Laplace : $d\vec{f} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$.

La force de Laplace est orthogonale à l'élément de courant et au champ magnétique.

Pour l'orientation de la force on retrouve la règle de la main droite.



La force totale qui s'exerce sur une longueur quelconque de conducteur parcouru par un courant I et plongé dans un champ magnétique \vec{B} vaut $\vec{F}_L = \int_{\text{le long du conducteur}} I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$.

On a simplement intégré la force élémentaire sur tout le conducteur.

I.3. Force de Laplace sur une tige en translation

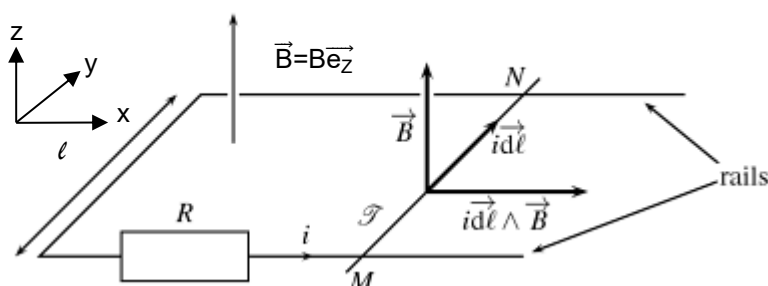
I.3.1. Présentation du problème

Soit une tige MN conductrice posée sur deux rails conducteurs.

Ces rails sont nommés rails de Laplace, ils sont espacés de la distance ℓ .

L'ensemble forme un circuit électrique fermé parcouru par un courant I créé par un générateur non représenté ici.

L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\vec{e}_z$



I.3.2. Résultante de la force de Laplace

On utilise l'expression de la force élémentaire de la force de Laplace :

$$d\vec{f} = I d\vec{l} \wedge \vec{B} = I dy \vec{e}_y \wedge B \vec{e}_z$$

$$d\vec{f} = I dy B \vec{e}_x$$

On fait ensuite la somme sur toute la tige :

$$\vec{F}_L = \int_0^L I B dy \vec{e}_x$$

$$\vec{F}_L = I B \ell \vec{e}_x$$

Si on inverse le courant cela revient à inverser le sens de $d\vec{l}$ et la force sera selon $-\vec{e}_x$

Si on inverse le sens du champ magnétique la force sera selon $-\vec{e}_x$

I.3.3. Puissance de la force de Laplace

La tige a un mouvement de translation selon l'axe \vec{e}_x , soit sa vitesse $\vec{v} = v \vec{e}_x$.

La puissance de la force de Laplace s'écrit alors : $\mathcal{P} = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = I B \ell v$.

II. Cas d'un circuit fermé : une spire rectangulaire

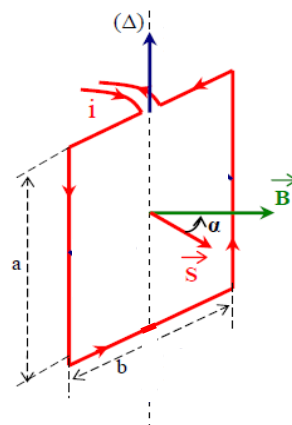
II.1. Notations

Considérons une spire de forme rectangulaire, parcourue par un courant I et capable de tourner autour d'un axe vertical Δ selon \vec{e}_z .

Cette spire est placée dans un champ magnétique uniforme B .

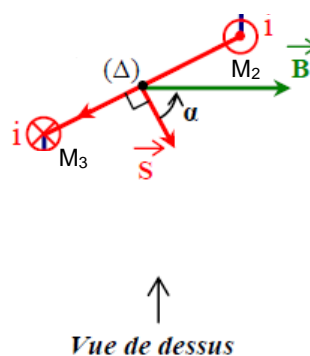
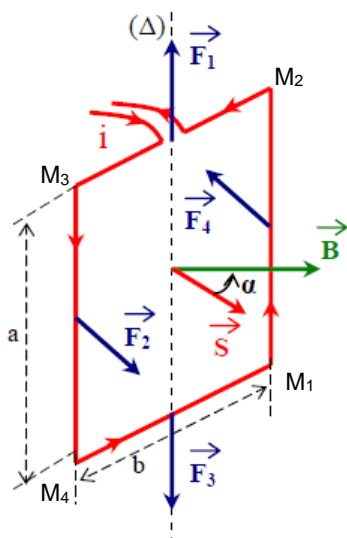
Le circuit est caractérisé par ses dimensions $a \times b$ (a côté vertical et b côté horizontal).

Le champ magnétique est orienté selon un axe perpendiculaire à Δ : $\vec{B} = B \vec{e}_x$



II.2. Résultante des forces

Nous allons montrer que pour des raisons de symétrie le bilan des forces de Laplace appliquées au cadre est nul.



- Contribution des parties verticales

→ Côté M_1M_2

$$\vec{F}_{L_{M1 \rightarrow M2}} = \int_{M1 \rightarrow M2} Id\vec{l} \wedge \vec{B} = \left(\int_{z=0}^{z=a} Idl \vec{e}_z \right) \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_{L_{M1 \rightarrow M2}} = aI \vec{e}_z \wedge \vec{B}$$

→ Côté M_3M_4

$$\vec{F}_{L_{M3 \rightarrow M4}} = \int_{M3 \rightarrow M4} Id\vec{l} \wedge \vec{B} = \left(\int_{z=a}^{z=0} Idl \vec{e}_z \right) \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_{L_{M3 \rightarrow M4}} = -aI \vec{e}_z \wedge \vec{B}$$

Les deux forces s'opposent la résultante sur ces deux segments est nulle.

- Contribution des parties horizontales

→ Côté M_2M_3

$$\vec{F}_{L_{M2 \rightarrow M3}} = \int_{M2 \rightarrow M3} Id\vec{l} \wedge \vec{B} = \left(\int_{M2 \rightarrow M3} Idl \vec{u} \right) \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_{L_{M2 \rightarrow M3}} = bI \vec{u} \wedge \vec{B}$$

→ Côté M_4M_1

$$\vec{F}_{L_{M4 \rightarrow M1}} = \int_{M4 \rightarrow M1} Id\vec{l} \wedge \vec{B} = \left(\int_{M4 \rightarrow M1} Idl \vec{u} \right) \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F}_{L_{M4 \rightarrow M1}} = -bI \vec{u} \wedge \vec{B}$$

Les deux forces s'opposent la résultante sur ces deux segments est nulle.

Conclusion : La résultante des forces de Laplace sur le cadre est nulle. Pour autant, les actions mécaniques ne sont pas nulles puisqu'on observe une rotation du cadre.

Lorsqu'un système est soumis à une résultante de forces nulle mais que les points d'application sont différents on dit que le système est soumis à un couple de forces.

II.3. Le moment résultant

- Contribution des parties verticales

→ Côté M_1M_2

Notons M un point courant sur le segment

$$\vec{OM} = \frac{b}{2} \sin \alpha \vec{e}_x + \frac{b}{2} \cos \alpha \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

Lorsqu'on passe de M_1 à M_2 z varie de 0 à a .

Contribution au moment en O :

$$d\vec{\Gamma}_O = \vec{OM} \wedge d\vec{F}_L(M)$$

$$d\vec{\Gamma}_O = \vec{OM} \wedge (Id\vec{l} \wedge \vec{B})$$

$$d\vec{\Gamma}_O = \left(\frac{b}{2} \sin \alpha \vec{e}_x + \frac{b}{2} \cos \alpha \vec{e}_y + z \vec{e}_z \right) \wedge (Idz \vec{e}_z \wedge B \vec{e}_x)$$

$$d\vec{\Gamma}_O = \left(\frac{b}{2} \sin \alpha \vec{e}_x + \frac{b}{2} \cos \alpha \vec{e}_y + z \vec{e}_z \right) \wedge (Idz B \vec{e}_y)$$

$$d\vec{\Gamma}_O = Idz B \left(\frac{b}{2} \sin \alpha \vec{e}_z - z \vec{e}_x \right)$$

Soit le moment par rapport à l'axe $Oz = \Delta$

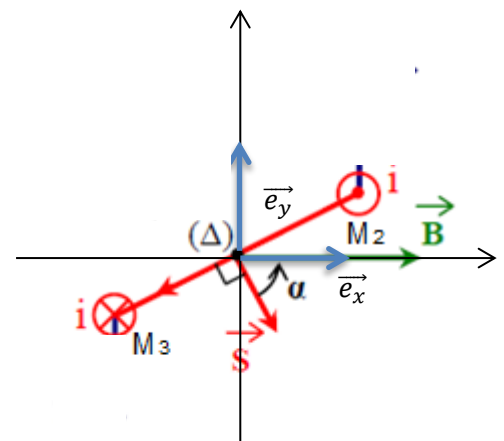
$$d\Gamma_{Oz} = Idz B \left(\frac{b}{2} \sin \alpha \vec{e}_z - z \vec{e}_x \right) \cdot \vec{e}_z$$

$$d\Gamma_{Oz} = Idz B \frac{b}{2} \sin \alpha$$

Il suffit à présent d'intégrer sur tout le côté M_1M_2

$$\Gamma_{Oz(M1M2)} = \int_{z=0}^{z=a} IB \frac{b}{2} \sin \alpha dz$$

$$\Gamma_{Oz(M1M2)} = IBa \frac{b}{2} \sin \alpha$$



→ Côté M_3M_4

Notons M un point courant sur le segment

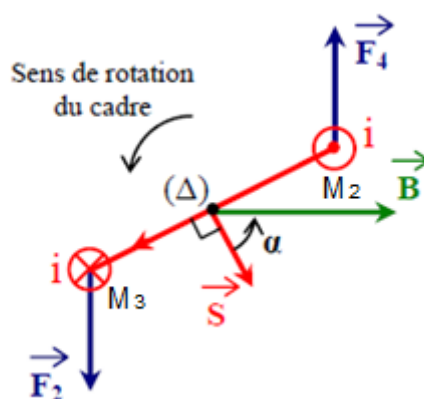
$$\overrightarrow{OM} = -\frac{b}{2} \sin \alpha \vec{e}_x - \frac{b}{2} \cos \alpha \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

La composant utile au couple par rapport à l'axe Oz change de signe, mais le courant lui aussi change de sens donc on ajoute à nouveau un signe $-$ ($I d\vec{l} = -Idz \vec{e}_z$)

La prise en compte de ces deux signes moins conduit finalement au même résultat :

$$\Gamma_{Oz(M3M4)} = IBa \frac{b}{2} \sin \alpha$$

D'où la rotation autour de Δ



• Contribution des parties horizontales

Montrons que le moment résultant est nul.

La force de Laplace est perpendiculaire au champ \vec{B} et à $I d\vec{l}$ donc sur les côtés M_2M_3 et M_4M_1 la résultante de la force de Laplace est portée par \vec{e}_z .

Ainsi le moment résultant par rapport à Oz est nul

• Bilan

Le moment est dû aux seules contributions des parties verticales du cadre.

D'après les calculs précédents on a

$$\Gamma_{\text{Laplace}/Oz} = IB a b \sin \alpha$$

• Autre écriture

La spire rectangulaire peut être caractérisée par son moment magnétique :

$$\vec{m} = I \vec{S} = I a b \vec{n}$$

où \vec{n} est le vecteur unitaire perpendiculaire à la spire orientée par le sens du courant.

$$\text{Ainsi : } \Gamma_{\text{Laplace}/Oz} = IB a b \sin \alpha = m B \sin \alpha = m B \sin(\vec{m}, \vec{B})$$

On peut donc en déduire :

$$\vec{\Gamma}_{\text{Laplace}} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

L'intérêt de cette formule est qu'elle reste valable pour toutes les géométries de spire, ou pour un système comme un aimant dans la mesure où on peut le modéliser simplement par son moment magnétique.

II.4. Puissance de l'action de Laplace

On peut considérer la spire comme un solide en rotation autour de l'axe $\Delta = Oz$ à la vitesse angulaire $\omega = -\dot{\alpha}$ (le signe $-$ provient du fait que si on associe des coordonnées polaires à la spire $\alpha = -\theta$).

La puissance développée par le moment $\Gamma_{\text{Laplace}/Oz}$ s'écrit comme on l'a vu :

$$\mathcal{P} = \Gamma_{\text{Laplace}/Oz} \cdot \omega$$

Ainsi d'après les calculs précédents : $\mathcal{P} = -\dot{\alpha} m B \sin \alpha$

III. Action d'un champ magnétique extérieur sur un aimant

III.1. Expérience d'Oersted

- Expérience :

On place une boussole à proximité d'un fil conducteur parcouru par un courant d'intensité de l'ordre de 5 à 10A.

- Observations :

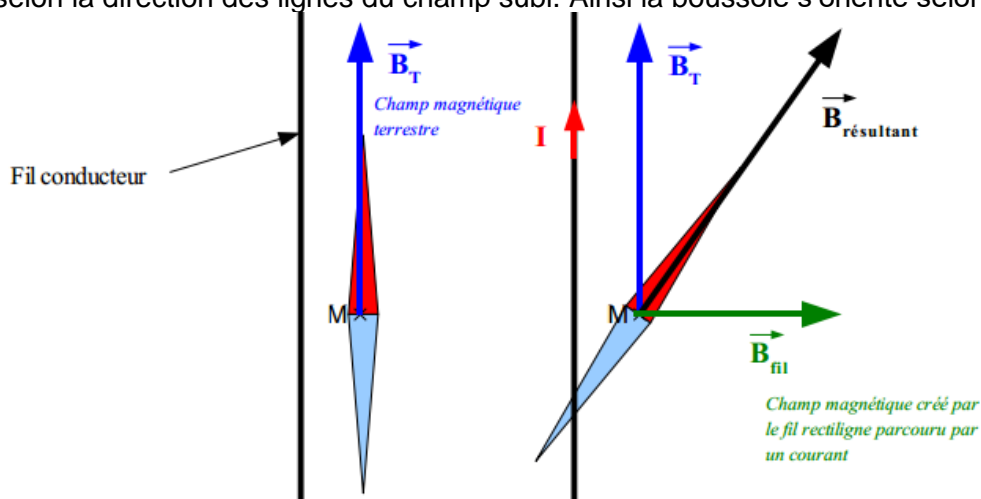
On constate que lorsque le fil est parcouru par un courant d'intensité suffisamment élevé, l'aiguille aimantée de la boussole change de direction.

- Interprétation :

La déviation de l'aiguille aimantée de la boussole est due à l'apparition d'un champ magnétique qui se superpose au champ magnétique terrestre.

Les actions mécaniques sur l'aiguille aimantée sont celles que nous avons calculées plus haut. Si on note \vec{m} le moment magnétique de l'aimant, alors le champ magnétique créé par le fil exerce sur l'aiguille un moment de la forme : $\vec{T} = \vec{m} \wedge \vec{B}$

L'action mécanique du champ sur l'aimant est telle que le moment magnétique a tendance à s'orienter selon la direction des lignes du champ subi. Ainsi la boussole s'oriente selon les lignes de champ locale.



III.2. Position d'équilibre

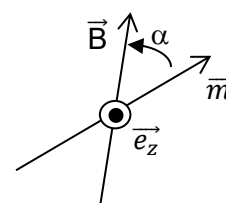
Lorsqu'on place un aimant dans un champ magnétique, il subit un couple : $\vec{T} = \vec{m} \wedge \vec{B}$ qui tend à aligner le vecteur \vec{m} selon les lignes de champ.

Regardons le cas d'un aimant pouvant tourner autour d'un axe Oz :

On a alors $\Gamma_{Oz} = m \cdot B \sin \alpha$

Le couple tend à faire tourner l'aimant dans le sens positif lié à l'axe Oz selon le schéma ci-contre. Ainsi l'influence du couple sera d'aligner l'aimant sur le champ magnétique.

Lorsque le moment magnétique sera parallèle au le champ magnétique l'angle α sera nul et donc il en sera de même avec le couple, l'aimant ne tournera plus et il restera dans cette position.



Lorsque le moment magnétique sera antiparallèle au le champ magnétique l'angle α vaudra π et donc il le couple sera nul, l'aimant ne tournera plus. Mais contrairement au cas parallèle si une petite perturbation écarte l'aimant de cette position le couple tend en l'éloigner en faisant tourner l'aimant jusqu'à la position parallèle.

Conclusion :

\vec{m} parallèle au champ \vec{B} il s'agit d'une position d'équilibre stable

\vec{m} antiparallèle au champ \vec{B} il s'agit d'une position d'équilibre instable

IV. Effet moteur d'un champ tournant

IV.1. Création d'un champ magnétique tournant

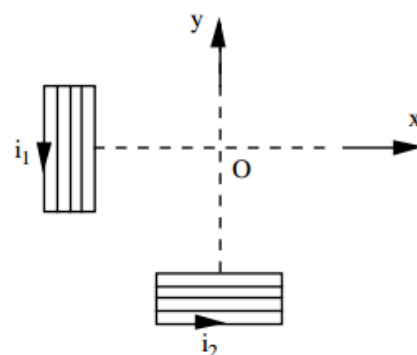
- Deux bobines placées en quadrature spatiale (axes orthogonaux) et parcourues par des courants en quadrature temporelle :

$i_1(t) = I_0 \cos(\Omega_0 t)$ et $i_2(t) = I_0 \sin(\Omega_0 t)$ créent un champ magnétique au point O qui aura la forme :

$$\vec{B}(O) = B_0 [\cos(\Omega_0 t) \vec{e}_x + \sin(\Omega_0 t) \vec{e}_y]$$

C'est un champ de norme constante et tournant autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire Ω_0 .

En agissant sur la fréquence des courants alimentant les bobines, on contrôle la vitesse de rotation du champ tournant.



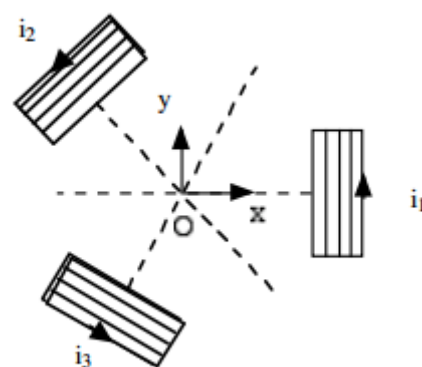
- Le système diphasé ci-dessus n'est pas le plus utilisé en pratique. Le réseau de distribution électrique délivrant du courant triphasé, on préfère recourir à un système de 3 bobines dont les axes font deux à deux un angle de $2\pi/3$ et parcourues par des courants déphasés temporellement de $2\pi/3$.

$$i_1 = I_0 \cos \omega_0 t ; i_2 = I_0 \cos(\omega_0 t - 2\pi/3) ; i_3 = I_0 \cos(\omega_0 t - 4\pi/3)$$

Le champ magnétique en O est alors :

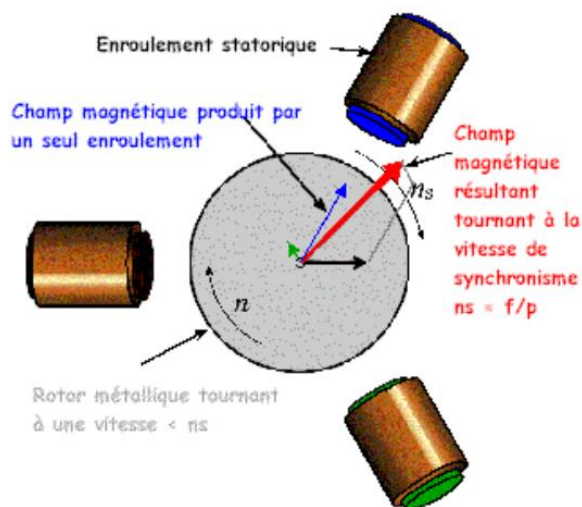
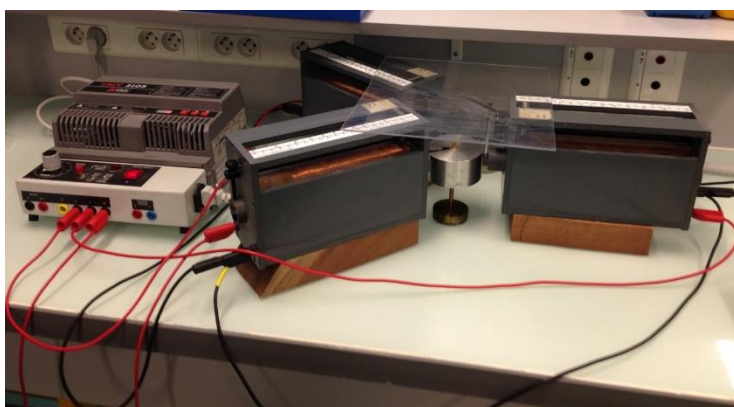
$$\vec{B}(O) = \frac{3}{2} B_0 [\cos(\omega_0 t) \vec{e}_x + \sin(\omega_0 t) \vec{e}_y]$$

L'intérêt de mettre plusieurs bobines est d'homogénéiser et d'intensifier le champ magnétique autour du point O.



IV.2. Action sur un aimant

Si on place une aiguille aimantée en O, l'action du champ magnétique exerce comme on l'a vu un couple. Ainsi l'aimant tourne pour s'orienter parallèle au champ magnétique. Comme celui-ci tourne, l'aiguille va en faire de même. Sa vitesse angulaire sera aussi Ω_0 . C'est le principe du moteur asynchrone.



BS2 : ACTION D'UN CHAMP MAGNETIQUE

<u>I . Force de Laplace.....</u>	<u>1</u>
<u>I.1. Mise en évidence</u>	<u>1</u>
<u>I.2. Expression de la force</u>	<u>1</u>
<u>I.3. Force de Laplace sur une tige en translation</u>	<u>1</u>
I.3.1. Présentation du problème	1
I.3.2. Résultante de la force de Laplace	2
I.3.3. Puissance de la force de Laplace	2
<u>II. Cas d'un circuit fermé : une spire rectangulaire.....</u>	<u>2</u>
<u>II.1. Notations</u>	<u>2</u>
<u>II.2. Résultante des forces</u>	<u>2</u>
<u>II.3. Le moment résultant</u>	<u>3</u>
<u>II.4. Puissance de l'action de Laplace</u>	<u>4</u>
<u>III. Action d'un champ magnétique extérieur sur un aimant</u>	<u>5</u>
<u>III.1. Expérience d'Oersted</u>	<u>5</u>
<u>III.2. Position d'équilibre</u>	<u>5</u>
<u>IV. Effet moteur d'un champ tournant</u>	<u>6</u>
<u>IV.1. Création d'un champ magnétique tournant</u>	<u>6</u>
<u>IV.2. Action sur un aimant</u>	<u>6</u>