# Devoir surveillé n° 2 - Remarques

## Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 42 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice de TD sur 8 points, chaque question sur 4 points, total sur 88 points, ramené sur 15 points.

## Statistiques descriptives.

| | Calculs | Problème | Note finale |
|---|---|---|---|
| Note maximale | 36 | 65 | 19 |
| Note minimale | 4 | 8 | $5,5$ |
| Moyenne | $\approx 22,76$ | $\approx 31,55$ | $\approx 10,76$ |
| Écart-type | $\approx 7,52$ | $\approx 12,74$ | $\approx 3,15$ |

## Remarques générales.

Vos feuilles de calculs sont plutôt réussies : bravo !

Il faut encadrer tous vos résultats : à partir du prochain DS, les résultats non encadrés ne seront plus pris en compte.

Il faut introduire toutes les variables que vous utilisez.

Vous utilisez encore beaucoup trop d'équivalences là où des implications suffisent. Ou alors vous utilisez le symbole $\Leftrightarrow$ comme une abréviation pour ne pas avoir à écrire « donc ».

## I. Un exercice vu en TD.

Des problèmes de quantification : $x$ et $y$ doivent être systématiquement introduites avant leur utilisation. Dans la synthèse, il faut introduire $f$ : ça n'est plus la même que dans l'analyse, puisque dans l'analyse vous êtes partis d'une fonction que vous avez supposée être une solution, alors que dans la synthèse vous introduisez une fonction précise.

## II. Calcul approché de $\pi$.

**1.** Il est anormal qu'il ait aussi peu de réponses correctes : c'est une formule importante à connaître par coeur. De plus, l'à-peu-près n'est pas toléré : la formule est juste, ou elle est fausse, point barre. Et si une lettre ou un indice est faux, c'est toute la formule qui est fausse.
Là encore, dites qui sont $z$ et $n$ avant de donner une formule dont on ne connaît pas les objets !

**2.** Pour expliquer que $f_n$ est dérivable, il faut en particulier expliquer pourquoi $S_n$ l'est : parlez de fonction polynomiale, c'est inévitable !
Le calcul de $f_n'$ a été raté dans les grandes largeurs : déjà beaucoup ne savent pas dériver $x \mapsto \dfrac{x^{2k+1}}{2k+1}$, ce qui est assez incroyable. Certains dérivent le $2k+1$ du dénominateur ( ? ? ? ?) .
Enfin l'énoncé suggérait d'utiliser la formule de sommation géométrique. Il fallait donc la faire apparaître. Pour cela, il fallait écrire $(-1)^k x^{2k} = (-x^2)^k$.

**3.** Répondez à la totalité de la question : le tableau de signe de $f_n$ est très souvent passé à la trappe. Lisez bien l'énoncé ! Énoncé qui d'ailleurs vous demandait de donner ces tableaux sur $]-1,1[$ et non seulement sur $]0,1[$. Alors oui, on avait fixé $x \in ]0,1[$ plus haut. Mais en quoi avoir fixé un objet dans $]0,1[$ vous empêcherait d'étudier une fonction, qui n'a rien voir avec $x$, sur $]-1,1[$ ? Les variables sont muettes. Si vous appelez $t$ la variable de $f_n$, voyez-vous encore un problème ?
Certains mettent un + (pour $n$ pair) dans le tableau de signe de $f_n'$, de $-1$ à 1. Certains écrivent carrément que $f_n' > 0$ : c'est faux, $f_n'(0) = 0$. Attention, les inégalités strictes et les larges, ça n'est pas la même chose. Il fallait donc écrire « + 0 + » dans le tableau. Je vous rappelle qu'un + dans un tableau de signe signifie « strictement positif ».

**6.** Si dans un premier cas vous avez $a \leqslant b$, et dans un autre cas différent vous avez $-b \leqslant a$, alors vous ne poivez pas conclure que dans tous les cas vous avez $|a| \leqslant b$.

**7.** $\approx$ et $\simeq$ ne veulent tout simplement rien dire en maths, donc ne les utilisez pas. Vous devez écrire « $a$ est une valeur approchée de $b$ à $e$ près », ou $|a-b| \leqslant e$, où $e$ est l'erreur d'approximation, qui doit impérativement être mentionnée quand vous parlez de valeur approchée.
Pour illustrer cela : $-1 \approx 1000000$ vous paraît-il raisonnable ? Eh bien ni oui ni non. Car $-1$ n'est pas une valeur approchée de 1000000 à 1 près, mais ça en est une valeur approchée à 1000002 près.

## III. Représentation de Zeckendorf d'un entier.

Il y avait ici quelques récurrences à rédiger : n'appelez pas $F_n$ votre hypothèse : $F_n$ est déjà défini dans l'énoncé, c'est un réel. Et donc « $F_n$ est vraie » ne veut rien dire du tout.

**1.** Ceux qui n'ont pas 4 points peuvent s'en vouloir lourdement.

**2.** On ne peut pas dire que $F_n$ est une somme d'entiers sans justement savoir que les termes précédents sont des entiers. Il fallait donc rédiger une récurrence, double en l'occurrence (une simple ne suffisait pas).

**3.** Inutile de raisonner par récurrence : $F_{n-1} \in \mathbb{N}^*$, donc $F_{n-1} \geqslant 1$, donc $F_{n+1} = F_n + F_{n-1} \geqslant F_n + 1$.
Attention, $(F_n)$ est croissante, mais elle n'est strictement croissante qu'à partir du rang 2.

**4.** La minoration $F_n \geqslant 0$ est correcte mais totalement inutile pour la suite. Et passer une page à la justifier n'est pas normal. De plus, il existe plein de suites strictement croissantes qui sont majorées et ne tendent donc pas vers $+\infty$, et le fait qu'elles soient minorées ou pas par 0 ne change absolument rien.

**5.** Attention, lisez l'énoncé ! Les indices des $F_k$ dans cette représentation devaient être supérieurs à 2, et ne pas être consécutifs.

**6.a.** Dès qu'on vous demande de montrer l'existence d'un « plus grand entier » tel que blablabla, il faut utiliser le principe du maximum, toujours. Souvenez-vous en.
De plus, on veut ici montrer l'existence de $p$ : donc comment est-il possible d'utiliser $p$ dès le début de cette question ? Il n'existe pas encore !

**7.** Donner le résultat est bien, mais ici on voulait voir un algorithme à l'oeuvre (celui de la question précédente).