Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 30 points, ramené sur 5 points, +5%.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 136 points (V1) ou 128 points (V2), ramené sur 15 points, +45% (V1) ou +85% (V2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème V1	Problème V2	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(1,05\frac{5c}{30}+1,45\frac{15p_1}{136}+1,85\frac{15p_2}{128}\right)$
Note maximale	30	75	85	20+
Note minimale	4	19	21	$5,2$
Moyenne	$\approx 15,81$	$\approx 44,20$	$\approx 42,75$	$\approx 10,42$
Écart-type	$\approx 5,98$	$\approx 14,59$	$\approx 18,74$	$\approx 3,44$
Premier quartile	12	33	$22,5$	$7,85$
Médiane	15	$42,5$	$41,5$	$9,7$
Troisième quartile	$20,5$	$55,5$	49	$12,55$

Remarques générales.

- Pour une fois, l'exercice «vu en TD» n'a pas été horriblement raté ☺.
- Trop de récurrences sont bâclées. Vous devez expliciter l'hypothèse, le type de récurrence...

Étude de deux suites récurrentes (V1).

Une erreur récurrente la confusion entre la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et le terme général u_n. Ce dernier est un réel. Écrire $u_n \in S$ est au mieux maladroit, et souvent compté comme une erreur.
La première partie était très simple. C'étaient presque 20 points cadeaux.

1) Vous n'avez pas $S \subset \mathbb{R}$.
La définition de «S est un espace vectoriel» n'est pas «S est stable par combinaisons linéaires».

3a) On vous faisait détailler le début de la synthèse ici.
Certains se sont compliqué la vie et ont exprimé α en fonction de u_2, u_3... Vous n'êtes pas des Shadoks :

3b) Vous devez annoncer le type de récurrence effectuée.

4 La liberté de cette famille était obtenue en **2b)**.

5a) Une ☠HORREUR☠ : si $u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \ell$, par passage à la limite, $\ell = (n+1)\ell + \ell$.
Du même acabit : «$u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \ell$, donc $nu_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} n\ell$»

5b) La réponse était à justifier.

6-7) Une suite strictement positive peut ne pas avoir de limite...
Une suite strictement croissante peut ne pas tendre vers $+\infty$.
Il suffisait de voir que (x_n) et (y_n) prenent des valeurs supérieures à 1 à partir d'un certain rang pour minorer x_n et y_n par $n+1$...

8-15) $a_{n+1} = z_{2n+2}$ et $b_{n+1} = z_{2n+3}$...

17) Une ☠HORREUR☠ : $x_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \theta y_n$.

18) $z_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \theta$ donne bien $\varepsilon_n = o(y_n)$. Mais comme (y_n) n'est pas bornée, cela ne mène à rien !

Étude d'un endomorphisme (V1).

Avec $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, vous n'avez surtout pas le droit d'écrire $g = A$! À gauche : une fonction, à droite : une matrice !

1) Il ne suffit pas de mettre g sous la forme $X \mapsto AX$. Encore faut-il rappeler la propriété du produit matriciel utilisée.

2) Vérifiez toujours vos calculs.

4) Vous devez déterminer *l'existence* de α et de β. Vous devez donc les introduire correctement.

Nulle unicité à montrer ici, procéder à une analyse est au mieux maladroit, au pire erroné (si vous utilisez sans justification l'unicité de α, β).

Ceux qui n'ont pas explicité α et β ont souvent été bloqués pour la suite.

5) Après avoir écrit $G_\beta = \mathrm{Vect}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$, n'oubliez pas de justifier que la famille exhibée est libre.

Étude d'une suite définie implicitement (V2).

1a) Encore une fois (après combien de rappels ?) : le TVI ne donne que l'existence d'une solution. Utilisez le théorème de la bijection (strictement monotone), en justifiant bien la monotonie STRICTE de la fonction étudiée.

1c) La monotonie de la suite de terme général $\sum_{k=0}^{p} x_p^k$ est loin d'être évidente.

1d) $0 < x_p < 1$ ne donne pas $x_p^p \xrightarrow[p \to +\infty]{} 0$. Pensez à $1 - \dfrac{1}{p}$!

3a-4a) Vous oubliez tout le temps la question de la définition des suites manipulées.

4e) Il convenait de justifier que $\ell \geqslant 0$.

Images et noyaux emboîtés (V2).

1a) Il convenait de justifier la linéarité de u^n.

1b) Pas de récurrence ici.

2a) La croissance de (G_n) ne donne pas que G est un sev de E.

2c) Il convenait de justifier que u^n est un automorphisme, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Et vu qu'il me reste un peu de place, un peu de culture...