

## DS n° 04 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

### Relations d'ordre

On définit sur  $\mathbb{R}^2$  la relation d'ordre  $\ll$  définie de la manière suivante :

$$\forall (x, y), (x', y') \in \mathbb{R}^2, \quad (x, y) \ll (x', y') \iff |x' - x| \leq y' - y.$$

Alors, deux éléments non comparables de  $(\mathbb{R}^2, \ll)$  sont

(1)

On considère  $A = \left\{ \frac{3n^2 - 2}{n^2 + n + 1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$ . Alors, dans  $\overline{\mathbb{R}}$ ,

$\sup A =$

(2)

$\inf A =$

(3)

De plus (on répondra aux questions suivantes par **OUI** ou **NON**) :

$\sup A = \max A :$

(4)

$\inf A = \min A :$

(5)

Soit  $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ . Alors, dans  $\overline{\mathbb{R}}$ ,

$$x \mapsto x + \frac{1}{2x}$$

$\sup f =$

(6)

$\sup f|_{\mathbb{R}_+^*} =$

(8)

$\inf f =$

(7)

$\inf f|_{\mathbb{R}_+^*} =$

(9)

De plus :

$$f([-1, 1[\setminus \{0\}) = \quad (10)$$

$$f^{-1}([-2, 2]) = \left[ \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array} \right] \quad (11)$$

# Arithmétique

Décomposer en produit de facteurs premiers les entiers suivants.

$$90 = \boxed{\phantom{000}} \quad (12) \qquad 81 \ 400 = \boxed{\phantom{000000}} \quad (13)$$

Écrire la division euclidienne de 4563 par 35.

$$\square$$

Calculer le PGCD et le PPCM suivants puis donner une relation de Bézout sur 6720 et 1095.

$$6720 \wedge 1095 = \quad (15) \quad 6720 \vee 1095 = \quad (16)$$

$$\square$$

Déterminer l'ensemble des couples  $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$  solutions des équations suivantes.

$$30x - 42y = 33 : \quad (18)$$

$$10x + 6y = 22 : \quad (19)$$

Déterminer le reste de la division euclidienne de  $17^{3645}$  par 29.

$$\square \quad (20)$$

— FIN —