Devoir surveillé n° 08 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 28 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice de TD sur 8 points, toutes les autres questions sur 4 points, total sur 104 (v1) et 116 (v2) points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Sujet 1 (sur 104)	Sujet 2 (sur 116)	Note finale
Note minimale	0	13	17	$2,5$
Note maximale	24	75	58	19
Moyenne	$\approx 9,58$	$\approx 34,8$	$\approx 39,87$	$\approx 9,92$
Écart-type	$\approx 5,54$	$\approx 15,16$	$\approx 10,61$	$\approx 4,11$

A). Un exercice vu en TD (v1).

Les résultats ont souvent été mémorisés correctement, mais les justifications ont souvent été floues voire fumeuses.

B). Autour du nombre e (v1).

La partie I n'a pas été trop mal traitée, les autres ont donné lieu à beaucoup d'énormités.

1.a) Introduisez t ! Et encore et toujours la même horreur, ou des variations sur ce mode : « $R_n(t)$ est solution ».

1.b) Quand on dit « donnez la solution générale », cela signifie « donnez l'ensemble des solutions ». Cet ensemble de solutions est encore trop souvent mal écrit : $\{R\mathrm{e}^t,\ R \in \mathbb{R}\}$ est une HORREUR !

1.c) Énormes confusions dans les variables et l'utilisation de $\int$. Attention : $\displaystyle\int f$ désigne UNE primitive, donc une fonction. Ainsi : $\displaystyle\mathrm{e}^t + \int \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$ n'est pas homogène et ne veut rien dire (il faut mettre des bornes à l'intégrale). Ensuite il faut distinguer la variable de la fonction et la variable d'intégration. Ainsi : $\displaystyle\int_0^t \mathrm{e}^t \,\mathrm{d}t$ n'a aucun sens ! C'est : $\displaystyle\int_0^t \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$, si t est la variable de la fonction.

1.d) et e) On pouvait utiliser l'inégalité de Taylor-Lagrange, même si ce n'était pas l'idée de l'énoncé. Mais il fallait alors énoncer et vérifier TOUTES les hypothèses. Et bien sûr connaître la bonne formule.

1.f) Dans la question précédente, on montré un résultat pour $t \geqslant 0$. Ici, il fallait montrer un résultat pour $t \in \mathbb{R}$, en utilisant le précédent. Il fallait donc le généraliser aux $t < 0$.

2.a) Que de fautes dans le calcul de $v_{n+1} - v_n$.

2.c) Il fallait d'abord savoir (avec les questions précédentes) que $u_n \to \mathrm{e}$, et utiliser la stricte croissance de (u_n) et la stricte décroissance de (v_n) (et les suites s'écrivent entre parenthèses ! !).

2.d) Avoir $a < n < b$ avec $n \in \mathbb{N}$ et $b-a < 1$ n'est pas une contradiction ! Ainsi $-0,0001 < 0 < 0,0001$.

2.e) Les points (i) et (iii) n'étaient que de bêtes questions de cours où il suffisait de resortir la définition quantifier de limite d'une suite. La question (ii) est une question hyper classique (mais pas forcément si facile) déjà vue en TD (moyenne de Césaro).

3) Que d'erreurs ! Soit dans la théorie, en tombant dans le piège écule « $1 - 1/n \to 1$ donc $(1 - 1/n)^{-n} \to 1$ » (il s'agit ici d'une forme indéterminée, passez au log pour le voir), soit dans les calculs (erreur de signe : $\ln(1 - 1/n) \sim -1/n$; composition d'équivalents). C'est pourtant une question on ne peut plus classique et vue plusieurs fois en cours.

4) Question de niveau quasi-terminale, généralement massacrée. Je suis éberlué par le nombre d'élèves qui arrivent à écrire « $\forall x \in [0, 1]$, $g'(x) = \ln x + 1$ ». Personne n'a parlé de la demi-tangente en 0.

6) L'hérédité a été en général bien traitée, pas l'initialisation : que g soit décroissante sur tel intervalle n'a rien à voir avec $-g(t_0) \leqslant t_0$.

7) À peu près su dans les grandes lignes.

8) Il est hallucinant de constater qu'en mode « question de cours » vous connaissez le résultat et ses hypothèses, et qu'en mode « question d'un problème », PLUS PERSONNE ne pense à vérifier les hypothèses, ou à expliquer à quelle fonction, à quels points et à quel ordre on applique la question de cours ! ! Beaucoup d'arnaques en prenant $n = 0$ pour avoir le bon membre de gauche, et on escroque à tour de bras pour sortir le membre de droite. Il fallait prendre $n = 1$ et constater que $g'(\mathrm{e}^{-1}) = 0$.

11.a) Affreux ... $x^{-x} = \mathrm{e}^{-x \ln x}$, qui n'est donc définie que sur $\mathbb{R}_+^*$. Il fallait justifier que cette fonction se prolongeait par continuité en 0, pour pouvoir l'intégrer.
Le reste de la question 11 n'a quasiment pas été abordé.

11.e) Il fallait faire une IPP, délicate car l'intégrande n'est pas définie en 0. Pour $p > 0$, il fallait le prolonger par continuité en 0, et la justification de la validité de l'IPP n'était pas si simple.

12) La subdivision n'est pas quelconque : elle doit être régulière.

13) Là encore, c'est stupéfiant : TOUT LE MONDE a pensé que la fonction devait être continue à la question précédente et (presque) PERSONNE ne l'a vérifié pour cette question ! Ça doit faire partie des réflexes de base : pour appliquer un résultat, **ON VÉRIFIE LES HYPOTHÈSES** (surtout quand on les connaît) ! !

C). Inégalité de Wirtinger (v2).

1) Il fallait faire un DL ; beaucoup d'erreurs sur ce point.

3) Dire « ça marche par continuité » était vraiment trop léger. Consultez le corrigé.

5.a) Il a souvent manqué l'hypothèse « $(\varphi - f')^2$ est continue », et pourtant, combien de fois j'ai insisté là-dessus en cours ...

D). Involutions dans un ensemble fini (v2).

Ce problème a été plutôt bien traité.