

Semaine 15 du 22 janvier 2018 (S4)

Limite d'une fonction

On n'attend pas des étudiants qu'ils maîtrisent la notion de voisinage (programme de spé). La notion de propriété vraie «au voisinage d'un point» a été définie et est manipulée comme l'est la notion de propriété vraie «à partir d'un certain rang» pour les suites. Les étudiants doivent savoir traduire cela concrètement dans les trois cas rencontrés : au voisinage d'un réel, de $+\infty$ et de $-\infty$.

1 Préliminaires.

2 Définitions de la limite d'une fonction.

2.1 Limite en un point.

2.2 Limites à gauche et à droite en un point.

3 Propriétés des limites de fonctions.

3.1 Opérations sur les limites.

3.2 Passage à la limite et relations d'ordre.

4 Théorèmes d'existence.

4.1 Théorèmes des gendarmes et de minoration/majoration.

4.2 Théorème de la limite monotone.

5 Cas des fonctions à valeurs complexes.

Continuité

1 Définitions et premières propriétés.

1.1 Définitions.

1.2 Prolongement par continuité en un point.

1.3 Caractérisation séquentielle de la continuité.

1.4 Opérations sur la continuité.

2 Les grands théorèmes.

2.1 Théorème des valeurs intermédiaires.

2.2 Image d'un segment par une fonction continue.

2.3 Rappels concernant les fonctions strictement monotones.

2.4 Monotonie stricte, bijectivité et continuité.

3 Extension au cas des fonctions à valeurs complexes.