

Calculs, logique et nombres complexes - consolidation

I - Formules et résultats à connaître par coeur

- 1) Donner la valeur des sommes $\sum_{k=1}^n k$, $\sum_{k=1}^n k^2$ et $\sum_{k=0}^n z^k$.
- 2) Énoncer le binôme de Newton.
- 3) Compléter : $a^n - b^n = \dots$.
- 4) Compléter : $\sum_{k=1}^n z_{k+1} - z_k = \dots$.
- 5) Donner les lois de De Morgan.
- 6) Compléter : $\mathbb{U}_n = \dots$.

II - Exercices à maîtriser

Exercice 1 Calculer $\binom{9}{4}$ grâce au triangle de Pascal.

Exercice 2 Calculer $\sum_{1 \leq i < j \leq 6} i - j$.

Exercice 3 Soit $a, b, c \in \mathbb{R}$. Donner l'ensemble des solutions du système suivant :

$$\begin{cases} 2x + 7y + 3z = a \\ 3x + 9y + 4z = b \\ x + 5y + 3z = c \end{cases}.$$

Exercice 4 Nier la proposition $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x \geq y$ et $(x \geq 0 \Rightarrow y > 2)$.

Exercice 5 Soit I un intervalle de \mathbb{R} et $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie sur I à valeurs réelles. Exprimer à l'aide de quantificateurs les assertions suivantes :

- | | |
|--|--|
| a) la fonction f s'annule ; | c) f ne peut s'annuler qu'une seule fois ; |
| b) la fonction f est la fonction nulle ; | d) f n'est pas une fonction constante. |

Exercice 6 Donner les racines carrées de $2 + 3i$ sous forme algébrique.