Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 30 points, ramené sur 5 points, +100%.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 100 points (V1 et V2), ramené sur 15 points, +180% (V1) ou +215% (V2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème V1	Problème V2	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(2\frac{5c}{30} + 1,8\frac{15p_1}{100} + 2,15\frac{15p_2}{100}\right)$
Note maximale	20	$43,5$	51	$20+$
Note minimale	3	11	19	$4,6$
Moyenne	$\approx 7,74$	$\approx 26,29$	$\approx 29,46$	$\approx 10,62$
Écart-type	$\approx 3,75$	$\approx 8,15$	$\approx 9,55$	$\approx 3,31$
Premier quartile	5	$20,75$	$23,25$	$8,15$
Médiane	6	$25,75$	$28,5$	$10,35$
Troisième quartile	10	$31,25$	$30,5$	$12,53$

Remarques générales.

• Certains ont toujours autant de difficultés à manipuler les inégalités. Si c'est votre cas : détaillez toujours toutes vos inégalités. Rappelez-vous bien que pour la plupart des manipulations, vous devez commencer par comparer vos objets avec 0...
• Pour faire un beau dessin, placez les points remarquables, puis les tangentes en ces points. Ensuite, reliez harmonieusement ! Enfin, un beau dessin se doit d'être gros !
• Les intégrations par parties doivent être détaillées et justifiées. Les étudiants qui ne les détaillent pas se trompent souvent...

Un exercice vu en TD (V1).

1) Il convient d'exprimer d'abord une équivalence : $Y \subset E$ est disjoint de X si et seulement si Y est une partie de $E \setminus X$. On peut ensuite dénombrer ces objets.
Une erreur vue plusieurs fois : Y est disjoint de X donc Y a $n - p$ éléments.

2) Certains font partir la somme de 1.

Calcul d'une intégrale (V1).

Les questions de raccordement continu/dérivable/$\mathscr{C}^1$ ont dans l'ensemble été très mal étudiées. Quelques rappels.

1) Pour montrer la continuité, on étudie juste l'existence de la limite en un point (souvent à gauche ou à droite, avec comparaison de la valeur).

2) Ensuite, pour la dérivabilité, on exprime le taux d'accroissement et on établit sa limite. Alternativement, on peut écrire un DL à l'ordre 1.

3) Ensuite, pour le caractère $\mathscr{C}^1$, on calcule la dérivée hors du point considéré et l'on considère sa limite en le point.

Alternativement aux points 2) et 3), on peut utiliser le théorème de la limite de la dérivée, après avoir justifié la continuité. Encore faut-il le connaître précisément !

1) La question n'était pas «montrer que l'équation admet une unique solution dans $]0,1]$», mais «montrer que l'équation admet une unique solution et que cette solution est dans $]0,1]$». Ce n'est pas la même chose !

2a) Étudier f à gauche de 0 n'a aucun sens.
On ne cherche pas à prolonger f par continuité en 0 : f est déjà définie en 0.

2b) Comme toujours, on attend les variations *strictes* de f...

2c) Il convenait de ne pas oublier le cas $x = 0$...
Vous aviez $f(\alpha) = -\alpha$, cela doit apparaître sur la figure, comme la tangente verticale en 0. Certains ont réussi à faire tenir le dessin... dans un carré d'un carreau de côté ! Ce n'est pas raisonnable...

3) On vous demande de montrer la VALEUR d'un tel réel a... encore faut-il qu'il EXISTE ! Les rédactions du type «Soit $a \in \mathbb{R}$ [...] donc $a = -\dfrac{1}{2\pi}$» montrent une incompréhension profonde de la question posée, de mon point de vue.

4) On vous demande UNE intégrale, pas plusieurs. La réponse $S_n = -\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\int_0^{\pi} t^2 \cos(kt)\,\mathrm{d}t$ est incomplète.

5) Question archi-classique, faite tant de fois en début d'année qu'il est déprimant de constater le faible taux de réponses... tentées.

6) Une ☠HORREUR☠ vue : $-1 \leqslant \sin \leqslant 1$, donc $-1 \leqslant \frac{1}{\sin} \leqslant 1$.
Certains ont tenté des développements limités, pour justifier la dérivabilité en 0. C'était une bonne idée ! Mais la réalisation technique faisait souvent défaut... Peu ont remarqué qu'un équivalent (ordre 1) suffisait !

7b) Vous devez justifier l'existence du maximum.

8b) Il fallait bien penser à étudier le cas $x = 0$, notamment en montrant que la formule établie se prolongeait bien en 0.

Nombre de dérangements (V1).

5) Il convenait de justifier l'utilisation de l'inégalité de Taylor-Lagrange.

Densité de Schnirelmann (V2).

Pour une suite réelle u, ce n'est pas parce que $u \to 0$ que $\inf u = 0$. Il fallait manipuler précisément la borne inférieure.

1a) Vous ne deviez surtout pas oublier le caractère minoré de la partie !

1b) Il convenait d'exprimer que 0 est le minimum de cette partie.

1d) J'aurais apprécié que le «passage à la borne inférieure» soit détaillé.

Résolution d'une équation fonctionnelle (V2).

$x \mapsto \displaystyle\int_0^x (x-t)f(t)\,\mathrm{d}t$ ne rentre pas dans le cadre vu en cours...

2) Vous avez montré que tout solution de $(\mathscr{E})$ est solution de $(\mathscr{F})$. La réciproque n'a aucune raison d'être vraie : vous devez vérifier que les fonctions solutions de $(\mathscr{F})$ dans ce cas particulier sont solution de $(\mathscr{E})$.

3) Peu ont pensé au lien injectivité/noyau pour une transformation linéaire !

Et vu qu'il me reste un peu de place, un peu de culture...