Feuille d'exercice n° 06 : Intégration pour les équations différentielles - fiche d'entraînement

Exercice 1 Calculer les primitives suivantes :

1)
$$\int_{-\infty}^{x} t^3 \sqrt{4 + t^4} \, dt$$

$$2) \int^x \frac{\mathrm{d}t}{t \ln t}$$

$$3) \int^x \frac{(t+5)\,\mathrm{d}t}{\sqrt{t+4}}$$

4)
$$\int_{-\infty}^{x} t e^{-t/10} dt$$

5)
$$\int_{-\infty}^{x} t^2 e^{-t/10} dt$$

$$6) \int^x t^2 \ln t \, \mathrm{d}t$$

7)
$$\int_{-\infty}^{\infty} t^n \ln t \, dt \text{ (avec } n \in \mathbb{Z})$$

8)
$$\int_{-\infty}^{x} t^2 \sin t \, dt$$

9)
$$\int_{0}^{x} t^{3} e^{-t^{2}} dt$$

10)
$$\int_{-\infty}^{\infty} t^3 \sqrt{1+t^2} \, dt$$

11)
$$\int_{-\infty}^{x} Arcsin(t) dt$$

12)
$$\int_{-\infty}^{\infty} Arcsin^2(t) dt$$

13)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Arctan}(t) dt$$

14)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{9-t^2}}{t^2} \, \mathrm{d}t$$

$$15) \int^x \frac{\mathrm{d}t}{t\sqrt{1-t^2}}$$

$$16) \int^x \frac{\mathrm{d}t}{t\sqrt{a^2 + t^2}}$$

17)
$$\int_{-\infty}^{x} \sqrt{4+t^2} \, dt$$

18)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}t}{a^2 - t^2}$$

$$19) \int^x \frac{\sqrt{t^2 - a^2}}{t} \, \mathrm{d}t$$

20)
$$\int^x \frac{\mathrm{d}t}{(a^2 + t^2)^2}$$

Exercice 2 En notant g une primitive de f, et h une primitive de g, calculer :

1)
$$\int_{-\infty}^{x} t^3 f(t^2) dt$$

$$2) \int^x t^{2n-1} f(t^n) \, \mathrm{d}t$$

Exercice 3 Dans les primitives suivantes, trouver un entier n qui permette un calcul par changement de variable, et calculer la primitive :

$$1) \int^x t^n \sqrt{1-t^4} \, \mathrm{d}t$$

2)
$$\int_{-\infty}^{x} \frac{t^n}{\sqrt{1-t^4}} dt$$
 (il y a deux choix naturels possibles pour n)

3)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^n}{1+t^{10}} dt$$
 (il y a deux choix naturels possibles pour n)

4)
$$\int^x \frac{t^6}{1+t^n} dt$$
 (il y a deux choix naturels pos-

sibles pour n)

$$5) \int^x t^n e^{-t^2} dt$$

6)
$$\int_{-\infty}^{x} t^n e^{2t^5} dt$$

7)
$$\int_{-\infty}^{x} t^5 \sqrt{1-t^n} \, dt$$

8)
$$\int_{-\infty}^{x} \frac{t^{6}}{\sqrt{1-t^{n}}} dt$$
 (il y a deux choix naturels possibles pour n)

$$9) \int^x \frac{\mathrm{d}t}{t^n \ln t}$$

$$10) \int^x \frac{\mathrm{d}t}{t^n (\ln t)^7}$$

$$\mathbf{11)} \int_{-\infty}^{\infty} t^n \sin(t^6) \, \mathrm{d}t$$

$$\mathbf{12)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^n t \cos t}{\sqrt{3 + \sin^4 t}} \, \mathrm{d}t$$

$$\mathbf{13)} \int_{-\infty}^{x} \frac{\sin^3 t \cos t}{\sqrt{3 + \sin^n t}} \, \mathrm{d}t$$