

## DEVOIR EN TEMPS LIBRE

### MECANIQUE QUANTIQUE

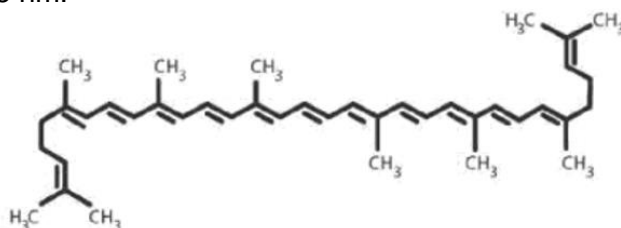
#### Couleur rouge de la tomate

On modélise un électron de masse  $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg comme une particule se déplaçant librement sur un segment de droite entre les abscisses  $x = 0$  et  $x = L$ .

Son énergie potentielle  $E_p$  est nulle sur le segment et infinie partout ailleurs.

Son énergie se réduit donc sur le segment à son énergie cinétique et sa fonction d'onde  $\Psi(x)$  est liée à son énergie  $E$  par l'équation de Schrödinger  $\frac{h^2}{8\pi^2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + E\Psi = 0$

1. Résoudre cette équation et déterminer la forme générale de  $\Psi(x)$ .
2. L'électron étant confiné entre  $x = 0$  et  $x = L$ , la probabilité de le trouver dans les zones où  $x < 0$  ou encore  $x > L$  est nulle. On en déduit que la fonction d'onde est nulle sur ces intervalles. On admet la continuité de la fonction d'onde. Quelle conséquence ces conditions aux limites impliquent-elles sur la solution  $\Psi(x)$  précédente ?
3. Montrer que le confinement de l'électron entraîne une quantification de l'énergie et montrer que les niveaux d'énergie s'écrivent  $E_n = n^2 E_1$  en notant  $n$  un entier naturel, on exprimera  $E_1$  en fonction de  $m$ ,  $L$  et  $h$ .
4. Retrouver ces valeurs par une analogie simple avec la corde vibrante fixée à ses deux extrémités.
5. Pour un système macroscopique comme une boule de billard de masse  $m = 0,20$  kg libre de se déplacer sur un tapis de taille caractéristique  $L = 2,0$  m, montrer que la quantification n'est pas observable. On donne  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s.
6. Le lycopène de formule  $C_{40}H_{56}$  est un antioxydant qu'on trouve dans la tomate, la pastèque ou encore le pamplemousse. On l'utilise aussi comme colorant alimentaire sous le code E160D. La structure de la molécule est donnée ci-dessous, elle comporte onze doubles liaisons conjuguées sur une longueur  $L = 1,85$  nm.



Le comportement des électrons de liaisons conjuguées peut être interprété à l'aide du modèle du puits infini. Une transition électronique a lieu entre le dernier niveau occupé et le premier niveau vide lorsque la molécule absorbe un photon issu de la lumière qui l'éclaire. Dans l'état fondamental, ces électrons de masse  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg occupent les onze niveaux d'énergie les plus bas. Calculer les énergies  $E_{11}$  et  $E_{12}$  avec le modèle précédent.

7. En déduire la longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide d'un photon absorbé par la molécule lorsqu'un électron passe du niveau 11 au niveau 12. On donne  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m.s<sup>-1</sup> la vitesse de la lumière. En déduire une explication possible de la couleur rouge des fruits contenant du lycopène.