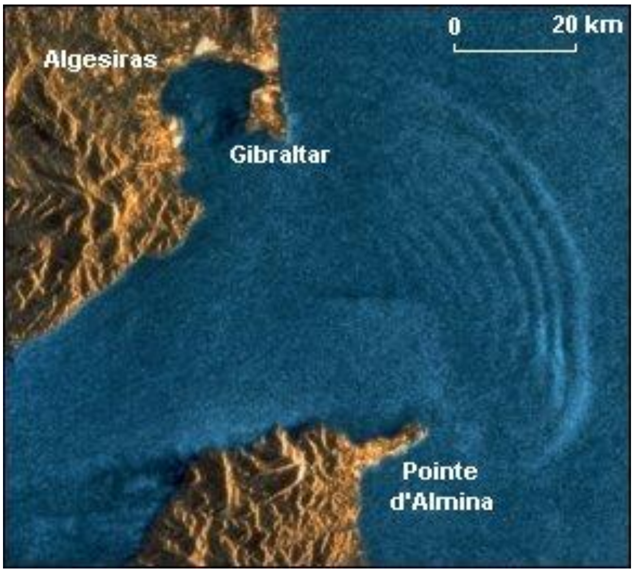
DIFFRACTION A L'INFINI

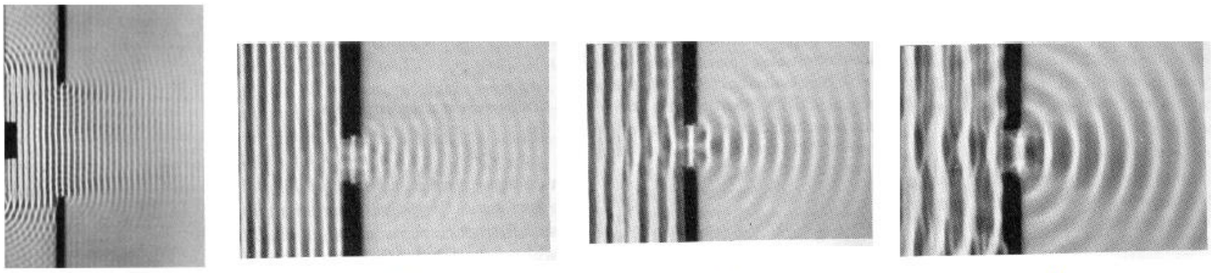
I Observations

Le phénomène de diffraction est commun à toutes les ondes.

• Ondes à la surface de l'eau



(Animation flash réglage a et λ)



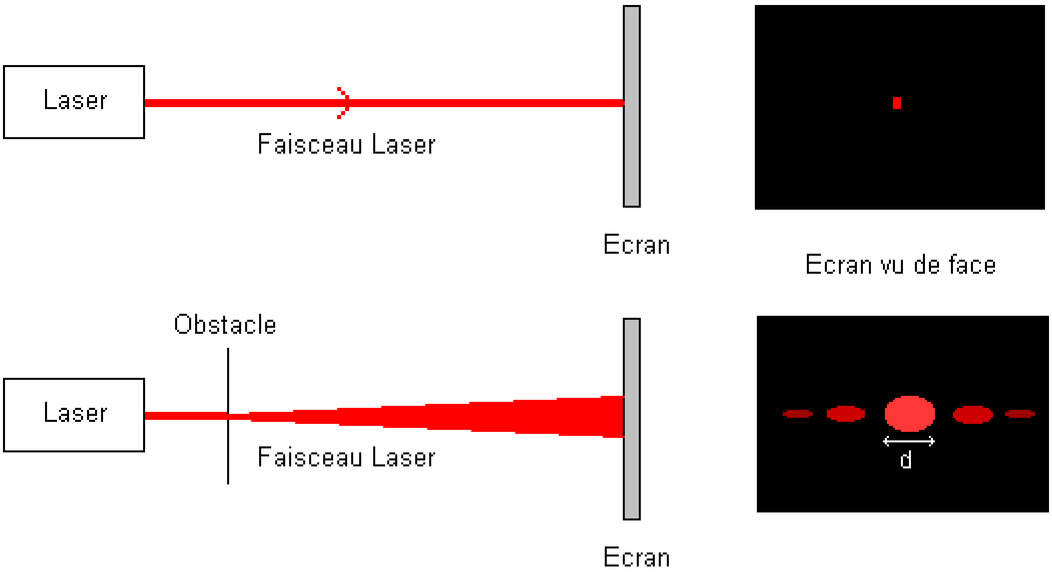
a) b) c) d)

Diffraction d'une onde à la surface de l'eau de longueur d'onde λ par un diaphragme de taille d ; de a) à d) le rapport λ / d augmente

On remarque que la diffraction augmente avec la petitesse des ouvertures. La diffraction est totale pour des ouvertures de taille de quelque λ

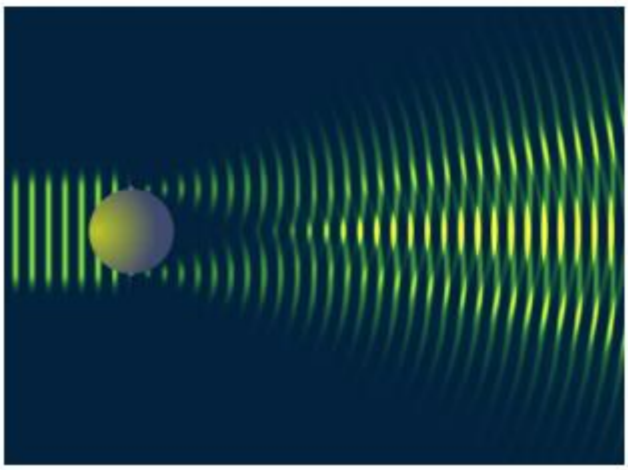
Le phénomène physique de diffraction se produit lorsqu'une onde rencontre un obstacle de taille comparable à la longueur d'onde. Il est particulièrement bien illustré par les photos ci-dessus, qui représentent des ondes à la surface de l'eau dans une cuve à ondes. Quand la longueur d'onde est beaucoup plus petite que l'obstacle, l'onde reste plane derrière l'obstacle. Par contre quand la longueur d'onde se rapproche de la taille de l'obstacle, les surfaces d'onde derrière l'obstacle sont de plus en plus courbées, et l'onde n'est ré-émise que dans une certaine ouverture angulaire qui augmente quand la taille de l'obstacle diminue, et qui augmente quand la longueur d'onde augmente. L'ouverture angulaire varie ainsi en λ / d, où d est la dimension latérale du trou.

• Ondes lumineuses
(Animation java ou flash)



Si on éclaire un diaphragme de diamètre d avec une onde lumineuse plane, on observe quand d est grand une tache lumineuse qui correspond à la projection du trou. Quand on diminue peu à peu la taille du diaphragme, la taille de sa projection diminue et la projection devient moins lumineuse. A partir d'une certaine valeur de d, la taille de la projection se met à augmenter au lieu de diminuer. De plus cette tache lumineuse apparaît alors comme étant « structurée », c'est-à-dire qu'elle comporte une alternance de lignes sombres et lumineuses.

• <u>Remarque</u> :
On peut observer le phénomène de diffraction dans deux conditions : soit l'onde rencontre un *diaphragme* qui masque une partie du front d'onde, soit elle rencontre un *obstacle*. Le deuxième cas correspond par exemple au cas d'une onde sonore diffractée par un poteau : si l'on se place derrière le poteau, on entend quand même le son. De même on peut diffracter la lumière par un trou ou une fente suffisamment petit(e) ou par un fil (cheveu par exemple).

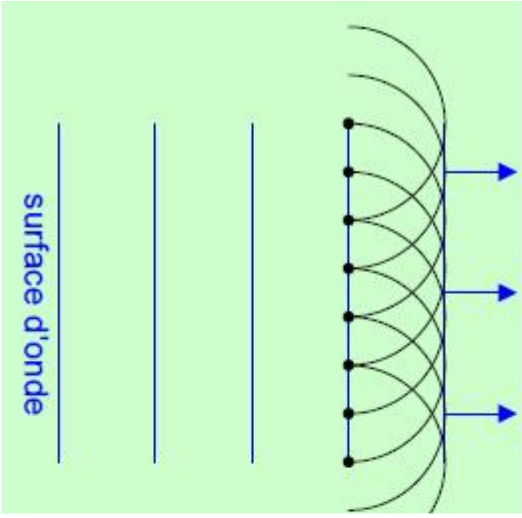


II. Interprétation

II.1. Principe Huygens-Fresnel

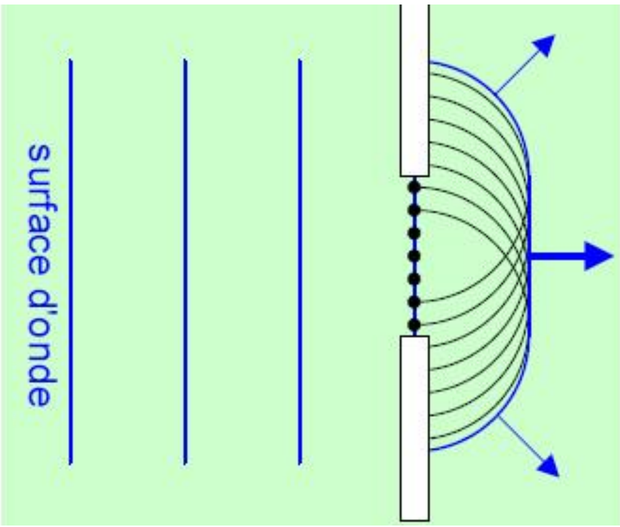
“Tous les points d’une surface d’onde peuvent être considérés comme des sources secondaires qui émettent des ondes”.

Onde plane



La diffraction est en fait un phénomène d’interférence entre une infinité de sources secondaires. Suivant les directions, nous aurons des interférences constructives ou destructives.

Diffraction par une fente



Remarque : la distinction entre interférences et diffraction n’est pas toujours évidente. Comme nous venons de le voir avec les ondelettes de Huyghens, les phénomènes de diffraction et d’interférences sont profondément liés : le phénomène de diffraction lui-même résulte de l’interférence d’une infinité d’ondes.

- quand on examine la superposition de deux ondes, il s’agit d’interférences
- quand on a un ensemble de points qui diffractent l’onde incidente, et que les ondes diffractées interfèrent entre elles, on parle de diffraction

II.2. Diffraction de la lumière par une fente

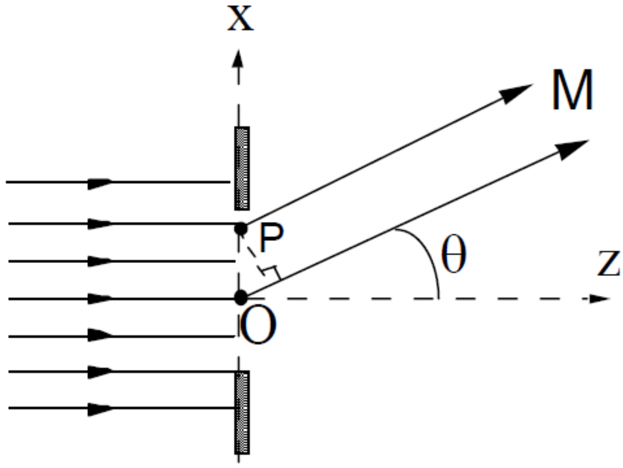
• Hypothèses

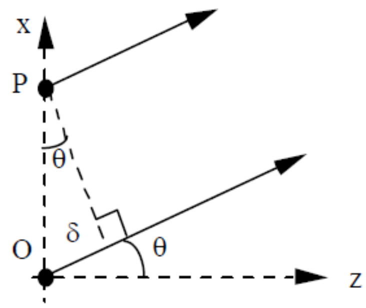
A priori, traiter rigoureusement de la propagation des ondes en présence d'obstacles est très complexe. On va utiliser une approximation connue en optique sous le nom de Huyghens-Fresnel.
- On va traiter uniquement des ondes à amplitude scalaire. En électro-magnétisme, on additionne simplement l'amplitude des champs électriques en supposant leur direction proche.
- On va supposer que chaque point du trou ou de la fente se comporte comme une nouvelle source ponctuelle (suivant ainsi l'idée de Huyghens). Les ondes réémises par les différents points du diaphragme vont *interférer* entre elles : au niveau du récepteur placé derrière le trou ou la fente, on va donc additionner les contributions de chacun des points du trou.
- De plus, on va supposer que **l'obstacle est plan, qu'il est éclairé par une onde plane, et on va placer le récepteur loin de l'obstacle**. On parle alors de *« diffraction à l'infini » ou « diffraction de Fraunhofer ».*

• Cas d'une fente infiniment longue et de largeur finie

Montrons que pour une ouverture de largeur a supérieure mais du même ordre de grandeur que la longueur d'onde λ de l'onde incidente, l'onde diffractée présente des maxima et des minima d'amplitude dans des directions déterminées.
On retrouvera ces mêmes caractéristiques dans le cas de la lumière.

Considérons une fente dans le plan Oxy, de largeur d dans la direction x, et infinie suivant y. Cette fente est éclairée par une onde plane incidente se propageant dans la direction Oz. . Dans un premier temps, on ne tient pas compte de ce qui se passe dans la direction Oy. Tous les points de l'ouverture sont donc des points équiphases pour l'onde incidente. Chaque point P du plan se comporte alors comme une source et émet une onde sphérique. Si on se place en M, loin de l'obstacle, toutes les amplitudes complexes émises par chacun des points de l'ouverture s'ajoutent. Si le point M est loin de l'obstacle alors PM et OM sont quasiment parallèles. On va donc s'intéresser à l'amplitude de l'onde réémise dans une direction θ.





Comme pour les interférences il faut calculer la différence de marche entre deux ondes.
La différence de marche entre l'onde réémise dans la direction θ par le point P et celle réémise dans la même direction par le point O est :

$$\delta = -x\sin(\theta)$$

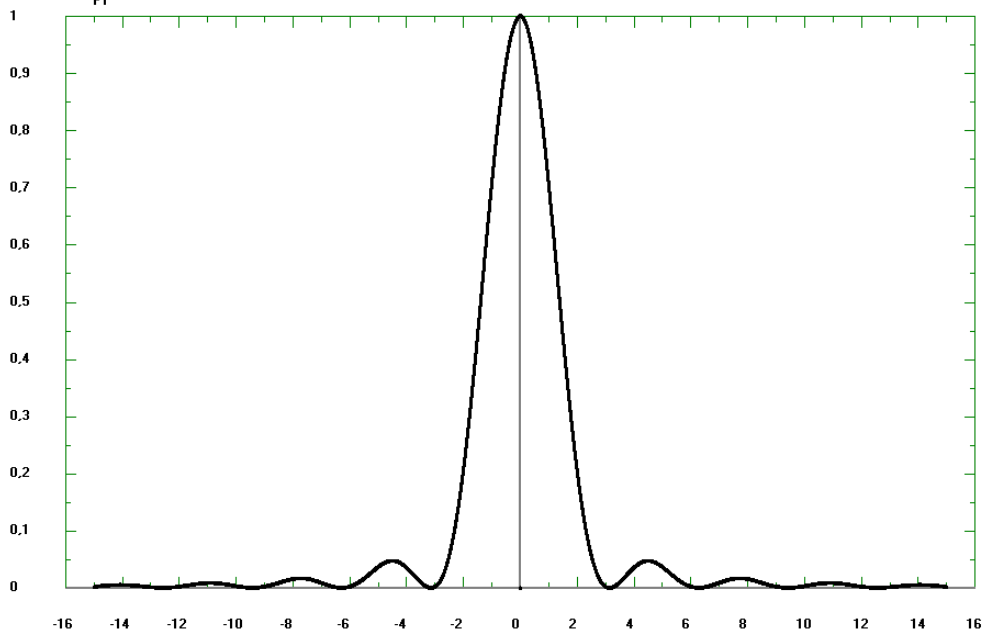
La différence de phase correspondante est donc

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}x\sin(\theta)$$

On note A l'amplitude de l'onde réémise par le point O. L'onde totale réémise dans la direction θ s'écrit donc la somme de toutes ces ondes pour tous les x compris entre –d/2 et + d/2.
Le calcul complet montre que l'intensité lumineuse est de la forme :

$$I(\theta) = I(0)\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \text{ avec } u = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

• <u>Représentation</u> :



On voit facilement que l'intensité présente des oscillations.

• <u>Largeur de la tache centrale</u> :

L'intensité est nulle pour sinu = 0

Soit $u=-\pi$ et $u=+\pi$

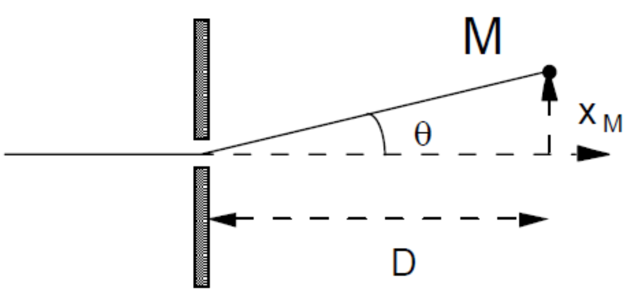
C'est-à-dire θ compris entre $-\theta_0$ et θ_0 avec : $\sin\theta_0=\frac{\lambda}{d}$.

C'est donc bien le rapport $\frac{\lambda}{d}$ qui pilote la diffraction. Plus d est petit, plus la tâche principale de diffraction, c'est-à-dire la tache centrale est grande.

Pour $\frac{\lambda}{d}<0.1$, alors la largeur angulaire de la tache centrale est $2\theta_0\approx2\frac{\lambda}{d}$, largeur angulaire entre les deux minima.

Comme il est souvent difficile de bien repérer les minima à cause du bruit, on repère souvent la largeur à mi-hauteur de cette tache centrale qui est voisine de la moitié de la largeur précédente soit $\frac{\lambda}{d}$.

On reste dans l'hypothèse où $\frac{\lambda}{d}<0.1$: alors la largeur angulaire de la tache de diffraction est faible. Si on place un écran perpendiculaire à l'axe Oz, on observe sur l'écran une série de taches, la largeur à mi-hauteur de la tache centrale étant donnée par $D\theta_0$, D étant la distance entre la fente et l'écran et en supposant des angles de diffraction faibles :



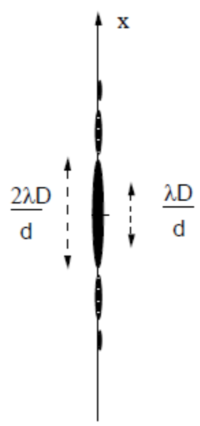


Schéma du montage de diffraction à l'infini : D>>d et D>>λ.

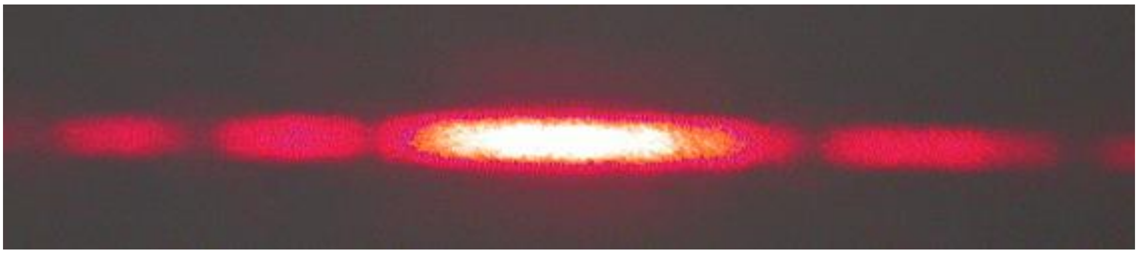
Observation sur l'écran pour $\frac{\lambda}{d}<0.1$

Expérimentalement on se rend compte qu'en optique on n'a plus de diffraction si d>100λ, c'est plus petit pour les ondes mécaniques.

• <u>Position des minimums et des maximums :</u>
Les minima et maxima de lumière correspondent aux conditions suivantes :

I est nulle pour sinu = 0 soit pour sinθ = n$\frac{\lambda}{d}$

I est max pour sinu = 1 soit pour sinθ = (2n+1)$\frac{\lambda}{2d}$



Il est important de noter les rapports des intensités des autres taches par rapport à la tache centrale :

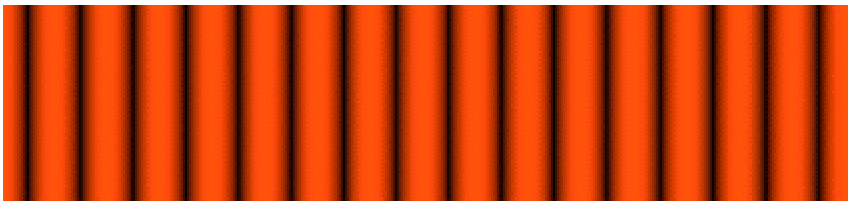
Tache centrale	Tache 1	Tache 2	Tache 3
1	0.044	0.017	0.008

II.3. Diffraction de la lumière par deux fentes

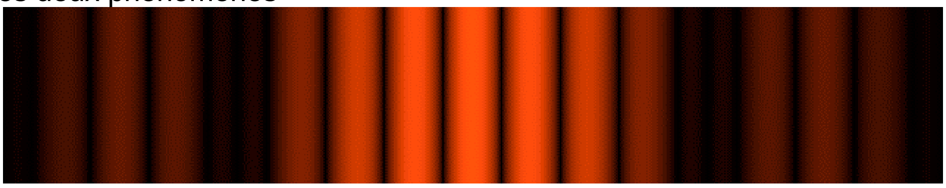
Considérons maintenant un ensemble de deux fentes de largeurs d séparées de a. S'il y a interférences, c'est que les fentes diffractent et les figures d'interférences apparaissent là où les faisceaux diffractés se superposent. Les deux phénomènes ne sont donc pas indépendants.

Diffraction due à une seule fente

Phénomènes d'interférence

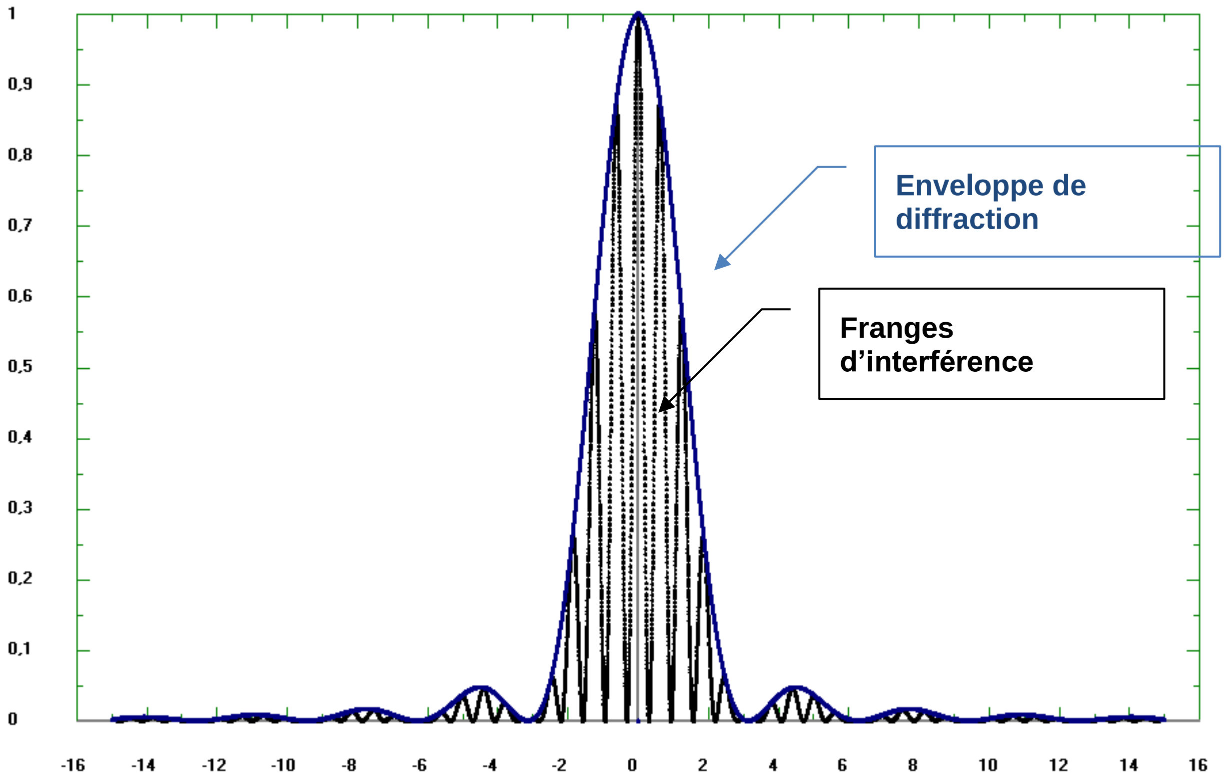


Superposition des deux phénomènes



Un calcul mène au résultat suivant pour l'intensité lumineuse, en on note d la largeur des fentes et a leur écartement

$$I(\theta) = I(0)\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \cos^2\beta \quad \text{avec } u = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda} \text{ et } \beta = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$



Les maxima d'interférences correspondent à

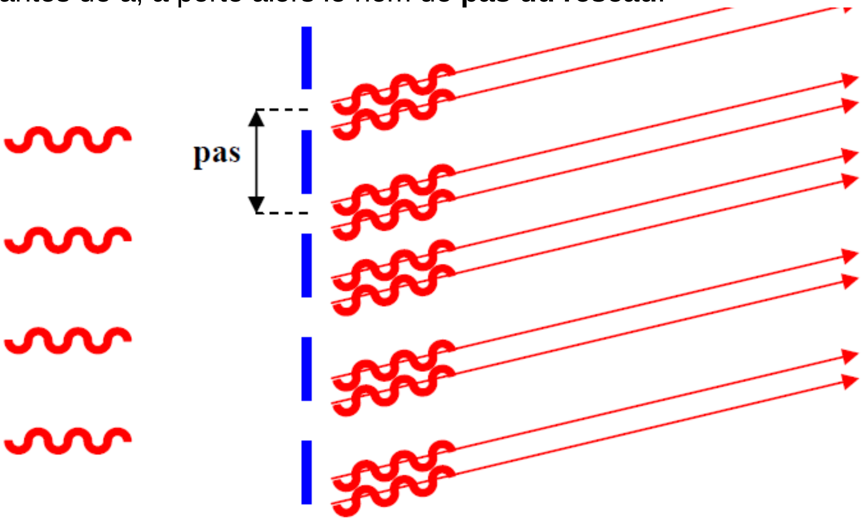
I est max pour cosβ = 1 soit pour sinθ = n$\frac{\lambda}{a}$

Les minima de diffraction correspondent à

I est nulle pour sinu = 0 soit pour sinθ = n'$\frac{\lambda}{d}$

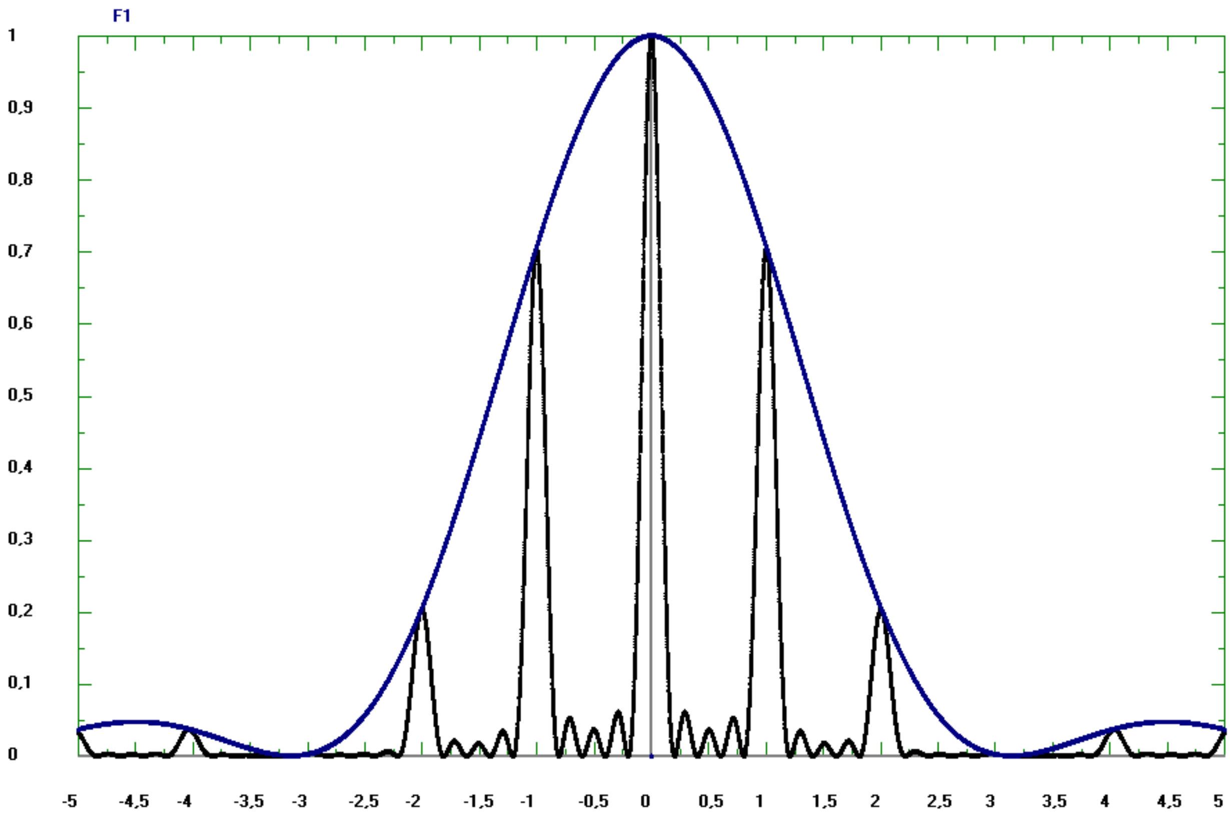
II.4. Cas d'un réseau

Un réseau est constitué de N fentes identiques parallèles et également espacées de largeur d et distantes de a, **a** porte alors le nom de **pas du réseau**.



Les calculs d'intensité pour l'onde résultante sont assez complexes et aboutissent à :

$$I(\theta) = I(0)\underbrace{\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2}_{\text{diffraction}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin N\beta}{N\sin\beta}\right)^2}_{\text{interference}}$$



Si le nombre de fentes N est très grand, on observe une série de franges brillantes très étroites correspondant à la condition angulaire : sinθ = = n$\frac{\lambda}{a}$

Il s'agit des maxima principaux d'interférence, n porte alors le nom d'ordre

On observe des taches lumineuses régulièrement espacées dans la limite des petits angles, l'espacement angulaire entre les taches étant donné par λ/*a*, où *a* est la distance entre les fentes du réseau. La largeur de ces taches dépend de la largeur de réseau éclairée Na et vaut λ/N*a.* L'intensité des taches dépend de la largeur des fentes, plus exactement du rapport λ/*d*.

II.5. Cas d'une ouverture circulaire

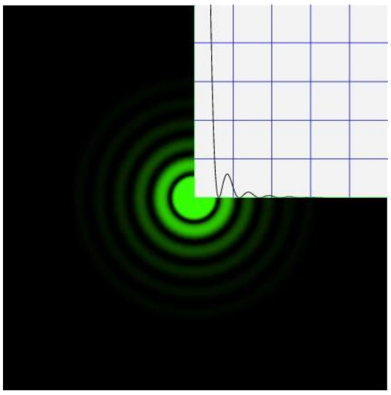
Le calcul est plus difficile, mais on peut comprendre à partir de la diffraction par une fente que la figure de diffraction d'une ouverture circulaire a une symétrie circulaire.

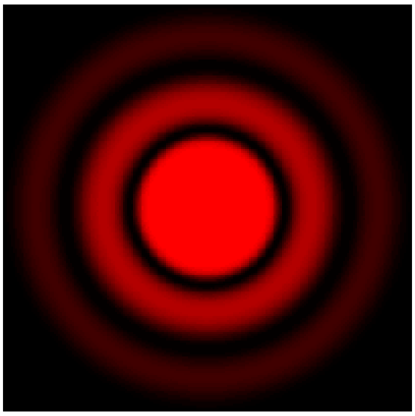
C'est un cas très fréquent en diffraction car la monture des lentilles ou des miroirs utilisés dans les instruments d'optique (appareils photographiques, télescopes, …) sont généralement circulaires.

La figure de diffraction obtenue à la symétrie de révolution : elle se compose d'anneaux alternativement sombres et brillants, entourant une tache centrale beaucoup plus brillante, qui porte le nom de Tache d'Airy.

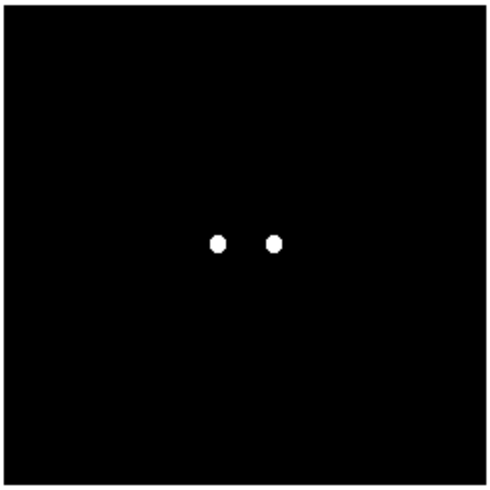
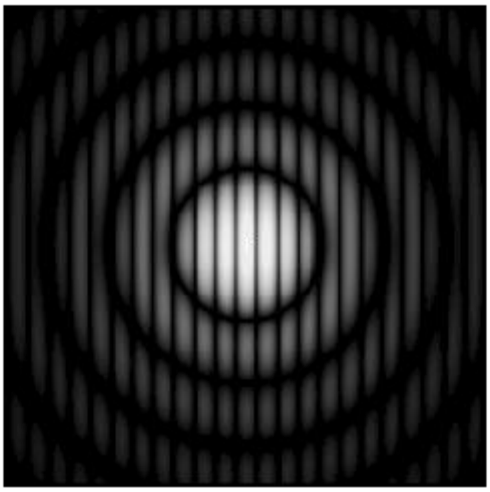
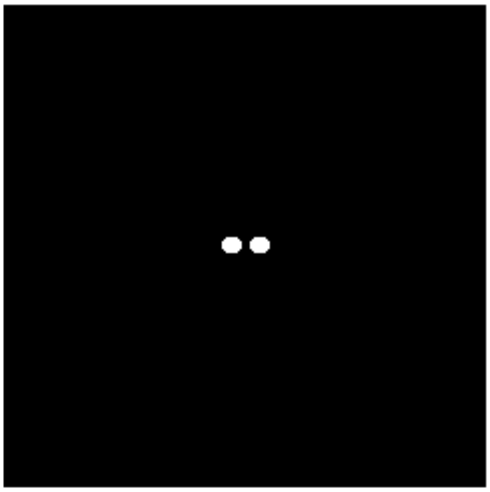
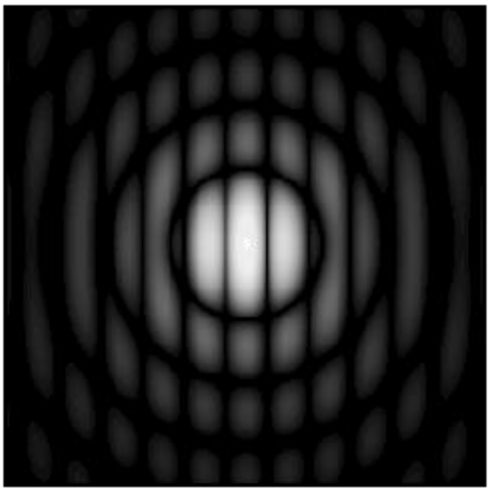
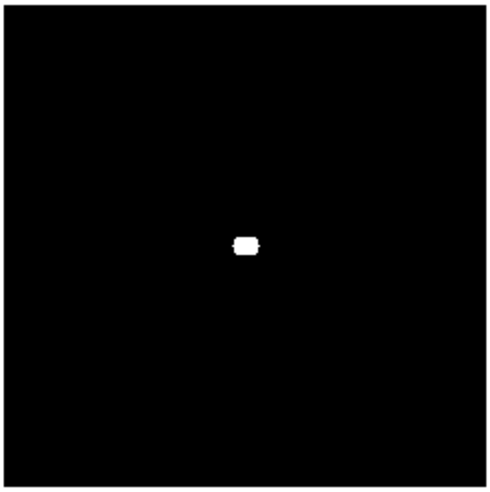
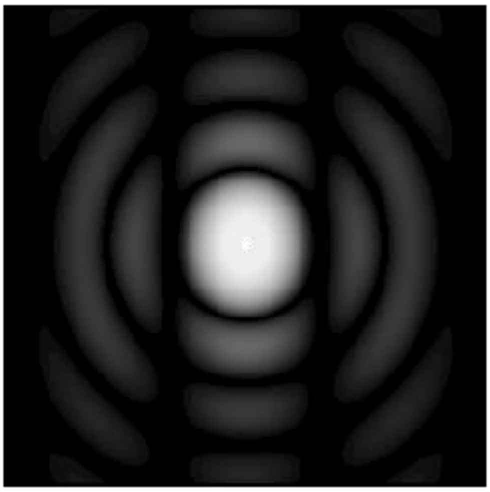
Les limites angulaires de la tâche d'Airy sont données par : $\sin\theta_L = 1.22\frac{\lambda}{D}$

où D est le diamètre du diaphragme circulaire.





Cas de plusieurs ouvertures circulaires, superposition des interférences et de la diffraction.

	Ecran	Tache de diffraction
$D=3a$		
$D=1.5\ a$		
$D=\dfrac{a}{2.44}$		

DIFFRACTION A L'INFINI