

NOM :

Prénom :

Interrogation n° 13 - 22/2/2021

Exercice 1 : Soit $u, v \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ deux suites ne s'annulant pas à partir d'un certain rang. Compléter et démontrer :

$$u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n \quad \Leftrightarrow \quad u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} v_n$$

Exercice 2 : Soit F et G deux sev. d'un \mathbb{K} -ev. E . Donner la définition de « F et G sont en somme directe ». Quel lien y a-t-il entre cette notion et $F \cap G$? Le démontrer.

Exercice 3 : Soit $a \in \overline{\mathbb{R}}$, soit f, g deux fonctions réelles ne s'annulant pas au voisinage de a . Donner les définitions et les notations de Landau pour les notions suivantes : « f est négligeable devant g au voisinage de a », « f est dominée par g au voisinage de a » et « f et g sont équivalentes au voisinage de a ».

Exercice 4 : Dans \mathbb{R}^3 , on considère les sous-espaces vectoriels $\mathcal{P} = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + z = 0 \}$ et $\mathcal{D} = \text{Vect}((1, 0, 0))$. Montrer que $\mathbb{R}^3 = \mathcal{P} \oplus \mathcal{D}$.