

Devoir surveillé n° 6 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 28 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice de TD sur 8 points, chaque question sur 4 points, total sur 128 points (v1) et 92 points (v2), ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	v1	v2	Note finale
Note maximale	25	84	55	18
Note minimale	3	24	9	5
Moyenne	$\approx 13,18$	$\approx 46,89$	$\approx 29,93$	$\approx 10,28$
Écart-type	$\approx 4,92$	$\approx 18,38$	$\approx 14,01$	$\approx 3,61$

Remarques générales.

La qualité de votre rédaction s'est bien améliorée : bravo !

Un exercice vu en TD (v1).

Cet exercice a été très bien traité.

Une relation fonctionnelle (v1).

- 1, 2. et 3.** Il ne fallait pas oublier de montrer que les fonctions étaient continues.
- 5.a.** La partie « montrer que f s'annule sur \mathbb{R}_+^* » n'a pas toujours été bien expliquée. Ce n'était pas difficile, n'hésitez pas à donner les détails, sinon ça ressemble à du bluff.
- 5.b.** C'était tout simplement le théorème de la borne inf : E est non vide et minoré. Il y a encore trop d'échecs sur ce type de question. Certains sont allés chercher des points d'annulation négatifs pour minorer E : ça ne rime à rien.
- 5.c.** La première partie était une question de cours vue et revue et rerevue : l'inf d'un ensemble est limite d'une suite d'éléments de cet ensemble. Très peu de bonnes réponses (rappel : $a + 1/n > a = \inf E$, donc ne minore pas E).
La deuxième partie était un bête théorème d'encadrement : il est incroyable qu'il y ait tellement peu de bonnes réponses.
- 5.d.** Très bien pour le début. Beaucoup trop d'arnaques pour la fin. J'ai beaucoup lu « $f(a) = 0$ donc $a \in E$, donc $f(a) > 0$ ». Vous écrivez vraiment ce qui vous arrange ...

- 5.e. Beaucoup n'ont pas vu ce qu'il fallait faire, donc ils ont donné un argument un peu bidon, ont rajouté qu'ils utilisaient le TVI comme une incantation magique car l'énoncé disait de le faire, et hop, on a le résultat ! Et hop, aucun point ...
- 6. Souvent bien traité, même 6.d.
- 7. Il fallait récapituler ce qui avait été montré : les questions 1 et 3 forment une synthèse, la question 6 l'analyse. Après avoir dit cela, on peut conclure et donner l'ensemble des solutions.

Les polynômes de Tchebychev (v1).

Il y avait beaucoup de récurrences à rédiger. Ceux qui, de manière désespérante, ne les rédigent toujours pas correctement, ont perdu des points.

- 1.a. Attention, la récurrence devait être double.
Dans l'hérédité, il fallait donner le degré d'une somme de polynômes. Et non, $\deg P + Q = \max(\deg P, \deg Q)$ est faux en général. Ici il fallait utiliser, en le précisant soigneusement, que si $\deg P > \deg Q$, alors $\deg P + Q = \deg P$.
- 1.b. Une récurrence simple suffisait, mais en utilisant là aussi qu'on effectuait une somme de deux polynômes de degrés différents.
- 1.d. Encore des récurrences. Il était acceptable d'en faire une correctement et d'écrire « de même, par récurrence » pour les deux autres, sans les détailler. Mais je pense qu'il fallait en détailler une.

La fin a été peu abordée.

Dans l'algorithme, n'hésitez pas à commenter votre code : il sera plus facile à lire.

Une relation fonctionnelle (v2).

Bien traité.

- 2. Une fonction qui n'est pas strictement décroissante n'est pas forcément croissante ! Ici il fallait utiliser qu'une fonction bijective et continue sur un intervalle était strictement monotone.
- 5. Il s'agissait de donner **le plus grand** entier vérifiant une certaine propriété. Il fallait donc introduire un ensemble d'entiers judicieux et montrer qu'il était non vide et majoré. Attention, un élément qui n'est pas dans cet ensemble n'est pas nécessairement un majorant. On pouvait aussi utiliser la partie entière.
- 7. Les questions précédentes formaient une analyse du problème. Il s'agissait de le dire clairement et d'effectuer la synthèse, avant de conclure.

Un théorème de Kronecker (v2)

- 1.a. On demandait la définition des polynômes symétriques élémentaires, pas les relations coefficients-racines. Assez peu réussi. Heureusement pour vous, dans la suite on utilisait surtout σ_1 et σ_n .
- 3.a. Question plus difficile, il fallait expliciter \hat{P} . A donné lieu à pas mal d'arnaques.
- 3.b. Plus facile, mais que d'erreurs dans les identités remarquables et les signes !
- 3.c. N'oubliez pas de vérifier tous les points pour qu'un polynôme soit dans \mathcal{K}_n . Vos réponses étaient quasiment toutes incomplètes.
- 4.b. Beaucoup d'erreurs dans le nombre de n -uplets à coordonnées dans $\llbracket -N, N \rrbracket$: c'est $(2N + 1)^n$. On reverra ça dans le chapitre de dénombrement.