DEVOIR EN TEMPS LIBRE : INDUCTION

Exercice n°1 (d'après CCP TSI 2015)

1. Utilisation du teslamètre

Le champ magnétique terrestre est de l'ordre de 5.10^{-5} T, or le teslamètre ne permet pas de mesurer des champs inférieurs à 0,1 mT.

---

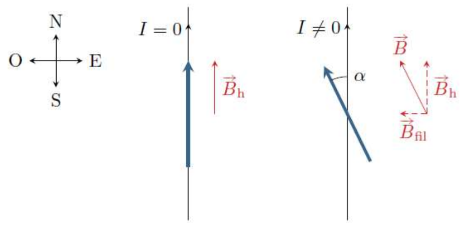
2. Application numérique

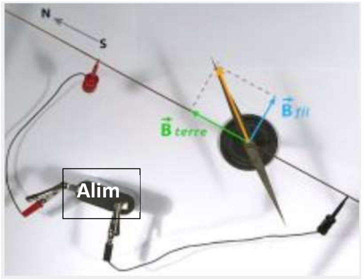
À partir de l'expression donnée, on trouve $\boxed{B = 1.10^{-5}\ T}$.

---

3. Expérience

On place le dispositif d'Ørsted selon la direction Nord-Sud, de telle sorte que l'aiguille soit parallèle au fil lorsqu'il n'est parcouru par aucun courant. On alimente le fil d'Ørsted grâce à l'alimentation stabilisée et d'un interrupteur. Ainsi il peut être parcouru par un courant constant. On placer le rapporteur de sorte à pouvoir mesurer la déviation de l'aiguille lorsque l'interrupteur est fermé. On utilise l'ampèremètre pouvoir mesurer l'intensité du courant.





Le sens de $\vec{B}_{fil}$ est obtenu à partir de la règle de la main droite, en raisonnant en vue de dessus avec l'aiguille aimantée placée en dessous du fil.

---

4. Les mesures

L'aiguille s'aligne sur le champ total, lui-même superposition du champ créé par le fil et du champ terrestre. Le dispositif est monté de telle sorte que les deux champs soient orthogonaux, si bien qu'on peut relier directement $\boxed{\tan\alpha = \frac{B_{fil}}{B_h}}$

En mesurant α pour différentes valeurs de I à partir desquelles on déduit B_{fil}, on peut alors obtenir B_h par une régression linéaire. Il faut par exemple représenter B_{fil} en fonction de $\tan\alpha$.

---

5. Ordre de grandeur

Si l'aiguille est située à 2cm sous le fil pour avoir un angle de $\pi/4$ soit $B_{fil} = B_h$ il faut un courant de $\boxed{5A}$.

Exercice n°2 (d'après Mines PSI 2016)

On choisit comme repère les coordonnées cylindriques de centre O et tels que $\vec{B} = B\vec{u_z}$

1. Moment des forces de Laplace

Expression de la force s'exerçant sur un élément d'arc : $\vec{dF_L} = I\vec{dl} \wedge \vec{B}$

Avec les coordonnées choisies :

$\vec{dF_L} = Idl\vec{u_\theta} \wedge B\vec{u_z} = Idl.B\vec{u_r}$ pour l'arc aller c'est-à-dire le plus grand

$\vec{dF_L} = -Idl\vec{u_\theta} \wedge B\vec{u_z} = -Idl.B\vec{u_r}$ pour l'arc retour c'est-à-dire le plus petit

Ainsi les forces de Laplace s'exerçant ur les arcs de cercle sont portées par le vecteur $\vec{u_r}$, elles sont colinéaires à $\vec{OM}$. **Leur moment en O est donc nul**.

---

2. A l'équilibre

Il n'y a donc que la force de Laplace qi s'exerce sur l partie rectiligne qui intervient.

Soit $\vec{F_L} = -IL\vec{u_r} \wedge B\vec{u_Z} = ILB\vec{u_\theta}$

Ainsi le moment en O $\vec{M_O} = a\vec{u_r} \wedge ILB\vec{u_\theta}$

On a donc $\boxed{\vec{M_O} = ILBa\vec{u_Z}}$

---

3. Relation entre la masse et le champ

Le bras gauche de la balance est soumis à la force de Laplace et à son propre poids. Le bras droit de la balance est soumis à son propre poids et à celui de la masse m additionnelle qui a été déposée sur le plateau. L'énoncé indique qu'à vide la balance est équilibrée, ce qui veut dire que les moments en O du poids de chaque bras se compensent.

Comme la balance est de nouveau à l'équilibre, le moment du poids de la masse m doit exactement compenser celui des forces de Laplace.

On a $\vec{M'_O} = -a'mg\vec{u_Z}$ grâce au bras de levier

Ainsi à l'équilibre $a'mg = ILBa$

D'où $\boxed{B = \frac{a'mg}{ILa}}$

---

4. Plus petite valeur mesurable

La plus petite valeur de champ magnétique mesurable est celle pour laquelle $m = \delta_m$, c'est-à-dire

$\boxed{B = \frac{a'\delta_m g}{ILa} = 2\ mT}$

À titre de comparaison, le champ magnétique terrestre a pour norme 5.10^{-5} T et n'est pas mesurable avec la balance, mais le champ créé par un aimant permanent « basique » est de l'ordre de 100 mT. **La balance de Cotton est donc tout à fait utilisable**.

Exercice n°3 (d'après ATS 2014)

1. Description

- Juste avant d'entrer dans la zone soumise au champ magnétique, la luge a un mouvement de translation rectiligne à vitesse va.
- Dès qu'elle entre dans cette zone, l'aire du cadre soumise à $\vec{B}$ augmente, il y a donc un phénomène d'induction dans le cadre. D'après la loi de Lenz, de ce phénomène d'induction résulte une force de Laplace induite qui s'oppose au mouvement de la luge et la ralentit jusqu'à une vitesse v_1. Le champ induit atténue l'augmentation du flux et il est donc dirigé selon $-\vec{u_Z}$, le courant induit est donc orienté dans le sens trigonométrique autour de $\vec{u_Z}$.
- Une fois qu'elle est complètement entrée dans la zone de champ, le flux au travers du cadre ne varie plus et la force de freinage s'annule. La luge a alors un mouvement rectiligne uniforme à vitesse v_1. Il n'y a plus ni champ ni courant induit.
- Dès que l'avant de la luge commence à sortir de la zone où règne le champ, le flux au travers du cadre recommence à varier. Par induction, une force de Laplace induite réapparaît, et comme précédemment elle s'oppose au mouvement de la luge et la freine. Le champ induit atténue la diminution du flux et il est donc dirigé selon $+\vec{u_Z}$, le courant induit est donc orienté dans le sens horaire autour de $\vec{u_Z}$.
- Une fois que la luge est complètement sortie de la zone soumise au champ $\vec{B}$, il n'y a plus d'induction et elle reprend un mouvement rectiligne uniforme. Il n'y a plus ni champ ni courant induit.

---

2. Choix du champ

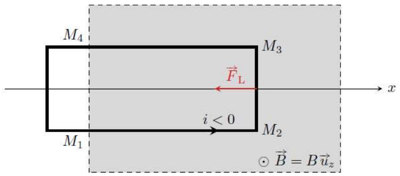
Un champ magnétique de 1T est un **champ fort**, voire plus, qui pourrait être créé **par un électroaimant**.
Le champ magnétique terrestre est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-5}$ T.

Remarque : Un champ magnétique uniforme sur une telle surface est comparable aux machines médicales IRM et nécessite pour 1T un aimant supraconducteur à refroidissement à hélium liquide ! Il est donc évident que l'hypothèse d'un champ uniforme n'est là que pour simplifier le calcul et permettre de comprendre les phénomènes mis en jeu ... ce qui ne facilite pas la tâche pour proposer un dispositif réaliste.

---

3. La fem induite

On oriente le cadre comme indiqué sur le schéma, sa normale est orientée selon $\vec{u_z}$



La surface du cadre soumise au champ magnétique est $S(t) = \ell x(t)$.

Le flux du champ magnétique est alors $\Phi(t) = S(t)\,\vec{u_z}.\vec{B}$

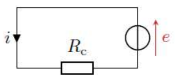
Soit $\boxed{\Phi(t) = B\ell x(t)}$.

D'après la loi de Faraday $\boxed{e(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\,\ell v(t)}$.

---

4. L'intensité du courant induit

Schéma équivalent :



D'après la loi de Pouillet $\boxed{i = e/R_c}$ $\boxed{= -\ell B\frac{v(t)}{R_c}}$

---

5. La force élémentaire de Laplace

La force de Laplace élémentaire $\vec{dF_L}$ qui s'exerce sur un élément de cadre $\vec{dl}$ $\boxed{\vec{dF_L} = i\vec{dl}\wedge\vec{B}}$

La force totale

Avec les notations et les orientations introduites à la question 3 :

$$\vec{F_L} = i\overrightarrow{M_1M_2}\wedge\vec{B} + i\overrightarrow{M_2M_3}\wedge\vec{B} + i\overrightarrow{M_3M_4}\wedge\vec{B} = i\overrightarrow{M_1M_2}\wedge\vec{B} + i\overrightarrow{M_2M_3}\wedge\vec{B} - i\overrightarrow{M_1M_2}\wedge\vec{B}$$

$$\vec{F_L} = i\overrightarrow{M_2M_3}\wedge\vec{B} = i\,\ell B\vec{u_x}$$

Avec i négatif on a $\boxed{\vec{F_L} = -\ell^2B^2\frac{v(t)}{R_c}\vec{u_x}}$

6. Equation différentielle

Référentiel : $\Re_T$ Galiléen
Système : La luge
Forces : La force de Laplace
Le poids
La réaction du sol

Comme le mouvement est horizontal le poids et la réaction du sol se compensent.

Loi : seconde loi de Newton $m\vec{a} = \vec{F}$

Projection : sur l'axe Ox : $\boxed{m\frac{dv}{dt} = -\ell^2\frac{B^2}{R_c}v}$

---

7. Expression de τ

L'équation sous forme canonique : $\frac{dv}{dt} = -\ell^2\frac{B^2}{mR_c}v$

Par identification $\boxed{\tau = \frac{mR_c}{B^2\ell^2} = 0{,}4s}$

---

8. Expression de x(t)

Il suffit d'intégrer la loi de vitesse avec les conditions initiales $\boxed{x(t) = v_a\tau(1 - \exp(-t/\tau))}$

---

9. Durée de la première phase

Le temps T est tel que l'avant de la luge se trouve à une distance L de l'entrée dans la zone de champ.
Soit $x(T) = L$
donc $\exp(-T/\tau) = 1 - L/v_a\tau$
D'où $\boxed{T = -\tau\ln(1 - L/v_a\tau) = 35\text{ ms}}$

---

10. La vitesse à T

On a $\exp(-T/\tau) = 1 - L/v_a\tau$
Donc $v(T) = v_a(1 - L/v_a\tau)$
D'où une variation $\boxed{\Delta v = L/\tau = 2{,}5\text{ m.s}^{-1}}$

---

11. Vitesse de la deuxième phase

Comme on l'a expliqué à la question 1, il n'y a plus d'induction, donc plus de force de Laplace induite, dès que la luge est entièrement dans la zone soumise à $\vec{B}$. Comme la luge n'est plus freinée, elle poursuit son mouvement à vitesse constante *v*(*T*). Pour maximiser le freinage de la luge, la longueur idéale de la zone soumise au champ magnétique est donc **égale à la longueur *L* du cadre.**

---

12. Sortie de la zone

Lorsque la luge sort de la zone il y a à nouveau une variation du flux du champ magnétique, une fem induite et donc une force de Laplace de freinage qui apparait.
Les calculs précédents restent identiques.
Il y a une nouvelle perte de vitesse $\Delta v = L/\tau$

---

13. Nombres de zones

Au total entre l'entrée et la sortie d'une zone magnétique le cadre perd une vitesse de $\Delta v = 2L/\tau = 5\text{m.s}^{-1}$.
Pour que la vitesse de la luge diminue jusqu'à 5m.s^{-1}, soit une perte de 25 m.s^{-1}, il faut donc installer **cinq zones magnétiques successives**. Cela demande une longueur totale
$\boxed{L_{tot} = 5 \times 2L = 10\text{m}}$

---

14. Autre exemple

Le freinage par induction est utilisé par exemple dans les métros ou les véhicules hybrides ou électriques.