DS n°6 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Analyse

Donner un exemple de fonction bijective et continue, dont la réciproque n'est pas continue.

(1)

Soit $f : x \mapsto \exp\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$, que l'on définit sur $\mathbb{R}_+^*$. On peut prolonger f par continuité en 0 en posant

$$f(0) = \quad . \tag{2}$$

Donner un intervalle $I \subset \mathbb{R}$ pour lequel la fonction f ainsi prolongée réalise une bijection de I sur $\mathrm{Im}(f)$.

$$I = \tag{3}$$

On note $g = f_{|I}$. Dériver g en précisant l'intervalle de dérivabilité.

$$g' : \tag{4}$$

Dériver g^{-1} en précisant l'intervalle de dérivabilité.

$$(g^{-1})' : \tag{5}$$

Polynômes

Écrire de la division euclidienne de $A = X^5 - 4X^4 + 2X^3 - X^2 + X + 2$ par $B = X^3 - 5X^2 - X + 1$.

$$A = B \times \boxed{} + \boxed{}\,. \tag{6}$$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, le reste de la division euclidienne de $X^{2n} - 3X^n + n$ par $X^2 - 1$ est

$$\boxed{}\,. \tag{7}$$

Soit $P = X^3 - 2X^2 - 5X + 6$ et $Q = X^4 - 2X^3 - X + 2$.

$$\mathrm{PGCD}(P, Q) = \boxed{}\,. \tag{8}$$

$$\mathrm{PPCM}(P, Q) = \boxed{}\,. \tag{9}$$

La multiplicité de 1 en tant que racine de $X^8 - 10X^7 + 24X^6 - 19X^5 - 4X^4 + 16X^3 - 12X^2 + 5X - 1$ est :

$$\boxed{}\,. \tag{10}$$

Factoriser $P = 2X^6 - 2X^5 + 2X^4 - 4X^3 + 2X^2 - 2X + 2$ en produit de facteurs irréductibles :

$$\text{sur } \mathbb{C},\ P = \boxed{}\,; \tag{11}$$

$$\text{sur } \mathbb{R},\ P = \boxed{}\,. \tag{12}$$

Déterminer un polynôme P vérifiant $P(-2) = -24$, $P(-1) = -7$, $P(1) = -3$ et $P(3) = 1$.

$$P = \boxed{} \tag{13}$$

Soit $P = 2X^6 - 3X^5 - X^4 + 3X^3 - 2X + 1$, calculer :

$$P(1 - i) = \boxed{}\,. \tag{14}$$

— FIN —