DS n°5 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Suites.

Une suite (u_n) telle que (u_n) converge et $\frac{u_{n+1}}{u_n} \xrightarrow[n\to+\infty]{} \frac{1}{2}$ est par exemple la suite telle

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_n = \boxed{} \quad (1)$$

Une suite (v_n) telle que (v_n) n'est pas majorée et ne tend pas vers $+\infty$ est par exemple la suite telle

$$\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = \boxed{} \quad (2)$$

Déterminer la suite réelle u vérifiant : $u_1 = -1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n - 3$.

$$\boxed{}\,. \quad (3)$$

Déterminer l'ensemble des suites réelles u vérifiant : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 6u_{n+1} - 9u_n$.

$$\boxed{}\,. \quad (4)$$

Pour chacune de ces suites réelles définies par récurrence, donner l'ensemble maximal auquel appartient le premier terme pour que la suite soit définie, puis discuter la convergence de la suite en fonction du premier terme (écrire **DIV** en cas de divergence).

$$u : \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3},\ u_0 \in \boxed{} \quad (5)$$

et

$$u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \boxed{} \quad (6)$$

$$v : \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = \sqrt{2 - v_n},\ v_0 \in \boxed{} \quad (7)$$

et

$$v_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \boxed{} \tag{8}$$

$$w : \forall n \in \mathbb{N}, w_{n+1} = \frac{3}{w_n},\ w_0 \in \boxed{} \tag{9}$$

et

$$w_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \boxed{} \tag{10}$$

Structures.

On définit sur $\mathbb{R}^*$ la loi $\star$ par $a \star b = |a|b$. Indiquer si $\star$ est associative, si $\mathbb{R}^*$ possède un élément neutre pour $\star$ (le donner s'il existe) et, le cas échéant, si chaque élément de $\mathbb{R}^*$ admet un inverse pour $\star$ (le donner s'il existe).

$$\boxed{} \tag{11}$$

Déterminer l'ensemble des morphismes de groupes de $(\mathbb{Q}, +)$ dans $(\mathbb{Z}, +)$.

$$\boxed{} \tag{12}$$

Soit l'endomorphisme de $\mathbb{R}^2$: $\varphi : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \mapsto & (2x-y, -4x+2y) \end{array}$. Alors

$$\operatorname{Ker}\varphi = \boxed{} \tag{13}$$

Limites de fonctions.

Calculer les limites de fonctions suivantes (écrire Pas de limite le cas échéant) :

$$x^{(x^x)} \xrightarrow[x\to 0]{} \boxed{} \tag{14}$$

$$\left\lfloor \operatorname{sh}\left(\frac{\sin(x)}{x}\right) \right\rfloor \xrightarrow[x\to+\infty]{} \boxed{} \tag{15}$$

$$x\left(\sqrt{x+\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+\sqrt{x-1}}\right) \xrightarrow[x\to+\infty]{} \boxed{} \tag{16}$$

— **FIN** —