

Feuille d'exercice n° 20 : **Intégration - indications**

- Exercice 1** Élémentaire, revenez aux définitions quantifiées.
- Exercice 2** Très proche de l'exemple traité en cours (fonction inverse).
- Exercice 3** Élémentaire sur chaque intervalle de la forme $[0, a]$ et $[a, +\infty[$. Il faut ensuite recoller les morceaux, mais cela ne se fait pas si simplement que ça !
- Exercice 4** Sur un intervalle de longueur 1, la fonction f peut-elle descendre arbitrairement bas ?
- Exercice 5** Dans le cas où $\int_a^b g > 0$, divisez par $\int_a^b g$. On veut démontrer qu'il existe $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = \dots$. C'est un cadre connu !
- Exercice 6** Il suffit de voir que $\frac{1}{2} = \int_0^1 g$, où g est une fonction bien connue et très utile chaque fois que l'on parle de point fixe.
- Exercice 7** Traitez d'abord l'exercice n°2.2.14 du poly de cours (version en ligne). Ensuite, si f a au plus n zéros distincts, que peut-on dire de f entre deux zéros ?
- Exercice 8** Vous pouvez toujours considérer $-f$. « f positive » équivaut à « $f = |f|$ ».
- Exercice 9** Élémentaire, tout se fait directement.
- Exercice 10** Commencez par faire un dessin. Cherchez à encadrer l'intégrale par deux fonctions en escalier.
- Exercice 11** Commencez par faire un dessin. Cherchez à encadrer l'intégrale par deux fonctions en escalier.
- Exercice 12** 1 et 3 : un encadrement direct suffit.
2 : il va falloir faire une petite transformation !
- Exercice 13** Calcul brutal.
- Exercice 14** Calcul brutal.
- Exercice 15** Calcul brutal.
- Exercice 16** Ne cherchez pas de majorations trop compliquées.
- Exercice 17** Exercice assez élémentaire. Pensez à intégrer par parties.
- Exercice 18** Revenez explicitement au théorème fondamental du calcul différentiel.
- Exercice 19** 3b : il va falloir encadrer terme à terme.
- Exercice 20** Très proche des intégrales de Wallis traitées dans le DM n°14.
5 : commencez par montrer que $f(x) \sim f(x+1)$.

Exercice 21 1 : epsiloniser.
2 : se ramener au 1.

Exercice 22 Il suffit de trouver deux points a et b entre lesquels appliquer la formule.

Exercice 23 Passez par les complexes.

Exercice 24 C'est un rappel de cours sur les fractions rationnelles.

Exercice 25 Très proche de l'exercice n°7.1.5 du cours d'intégration. Veillez à le rédiger correctement.

Exercice 26 Très proche de l'exercice n°7.1.5 du cours d'intégration. Veillez à le rédiger correctement.

Exercice 27 Il y a un (petit) piège ! Vous savez résoudre cet exercice depuis le mois d'octobre.

Exercice 28 On aimerait revenir à une somme et voir une somme de Riemann.

Pour l'équivalent, utilisez le résultat du cours : « si f est \mathcal{C}^1 , l'erreur d'approximation de \int_a^b par les sommes de Riemann est un $O(1/n)$ ».

Exercice 29 On aimerait revenir à une somme et voir une somme de Riemann.

Exercice 30 On veut déterminer un équivalent de u_n . Vous pouvez appliquer deux méthodes du cours.