Nom : Correcteur : Note :

Soit $A \subset \mathbb{R}$ non vide et majoré. Soit $a \in \mathbb{R}$. Montrer la caractérisation de la borne supérieure :

$$a = \sup(A) \Leftrightarrow ((\forall x \in A,\ x \leqslant a) \text{ et } (\forall \varepsilon > 0,\ \exists x \in A,\ a - \varepsilon < x)).$$

Montrer que tout réel est limite d'une suite de rationnels.

Soient $a, b, n \in \mathbb{Z}$ tels que $a \equiv b[n]$ et $c \equiv d[n]$. Que peut-on dire de $a + c$ et ac ? Le démontrer.

Soit $n, p \in \mathbb{N}$ vérifiant $p \leqslant n$ et $z \in \mathbb{C}$. Que vaut $\displaystyle\sum_{k=p}^{n} z^k$? Le démontrer.