DS n°3 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Nombres complexes

Exprimer en fonction de $\cos(x)$:

$$\frac{\sin(5x)}{\sin x} = \qquad (1)$$

Linéariser :

$$(\cos x) \times (\sin x)^4 = \qquad (2)$$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Donner les ensembles des solutions complexes de chacune des équations suivantes.

$$z^2 = 5 + 12i : \qquad (3)$$

$$z^2 + (2 - 2i)z - 2i - 4 = 0 : \qquad (4)$$

$$z^4 = -7 - 24i : \qquad (5)$$

$$z^n = -3i : \qquad (6)$$

Soit $n \in \mathbb{N}^*$, soit $x \in \mathbb{R}$. Donner une expression simplifiée de la somme suivante.

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cos^2(kx) = \qquad (7)$$

On considère la similitude directe du plan complexe $f : z \mapsto -2iz + 5 + 5i$. Déterminer les éléments caractéristiques de f.

Rapport : Angle : Centre : (8)

Calculs d'intégrales et de primitives

Calculer les intégrales et primitives suivantes.

$$\int_0^1 (3t^2 - 2t + 5)\mathrm{e}^{t}\,\mathrm{d}t = \boxed{} \tag{9}$$

$$\int^x t\ln(t)\,\mathrm{d}t = \boxed{} \tag{10}$$

$$\int^x \frac{\sin(t)}{\cos^3(t)}\,\mathrm{d}t = \boxed{} \tag{11}$$

$$\int_1^3 \frac{\operatorname{Arctan}\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}}\,\mathrm{d}t = \boxed{} \tag{12}$$

Équations différentielles

Déterminer l'ensemble des solutions de $(\mathscr{E})$: $y' - \operatorname{th}(x)y = \ln(x)\operatorname{ch}(x)$.

$$\boxed{} \tag{13}$$

Déterminer la solution y de $(\mathscr{E})$ vérifiant $y(1) = 0$.

$$\boxed{} \tag{14}$$

Soit $(\mathscr{F})$: $y'' + y' - 6y = \operatorname{ch}(x)$. L'ensemble des solutions homogènes réelles de $(\mathscr{F})$ est

$$\boxed{} \tag{15}$$

et une solution particulière de $(\mathscr{F})$ est

$$\boxed{}\,. \tag{16}$$

L'unique solution y de $(\mathscr{F})$ vérifiant $y(0) = 0$ et $y'(0) = 0$ est

$$\boxed{}\,. \tag{17}$$

— FIN —