Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 34 points, ramené sur 5 points.
- Exercice de TD et problème : chaque question sur 4 points, total sur 112 points, ramené sur 15 points, +75%.

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x\rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	c	p	$\varphi\left(\frac{5c}{34}+1,75\frac{15p}{112}\right)$
Note maximale	33	95	20+
Note minimale	11	13	$6,2$
Moyenne	$\approx 22,64$	$\approx 32,39$	$\approx 10,80$
Écart-type	$\approx 4,59$	$\approx 14,92$	$\approx 3,35$
Premier quartile	20	$22,75$	$8,5$
Médiane	22	$30,5$	$10,2$
Troisième quartile	26	39	$12,1$

Remarques générales.

• Les manipulations d'inégalités posent encore des problèmes insurmontables à certains. C'est consternant. Un rappel : on ne peut qu'additionner des inégalités (directement), pas les soustraire, ni les multiplier, ni les diviser.
• Vos réponses doivent être justifiées et les résultats simplifiés... et explicités.
• Ce n'est pas parce que la dérivée d'une fonction n'est pas strictement positive que cette fonction n'est pas strictement croissante (pensez à $x \mapsto x^3$).
• Le devoir était assez long, avec beaucoup de questions «élémentaires» (et peu abstraites). Les étudiants qui rédigent efficacement et travaillent vite peuvent gagner beaucoup de points sur une telle épreuve.
• Certains n'ont pas touché à la partie III. C'est dommage, il y avait énormément de choses simples à faire dedans et beaucoup de points à prendre. Sur un devoir de 3 h, vous pouviez sans problèmes passer 30 minutes sur cette partie et récolter beaucoup de points.

I – Un exercice vu en TD.

2) Une erreur vue parfois : $a+b < \lfloor a\rfloor + \lfloor b\rfloor + 2$, donc $a+b \leqslant \lfloor a\rfloor + \lfloor b\rfloor + 1$. Cet argument ne s'applique qu'aux entiers !

II – Étude d'une fonction complexe.

1) Lire des «f est définie si et seulement si $\bar{z}+2 \neq 0$» me déprime. Le premier membre ne dépend pas de z !

2a) Dire «$|z| = |\bar{z}|$ donc $|z+1| = |\bar{z}+2|$» est franchement maladroit, et je l'ai légèrement sanctionné. Vous n'appliquez pas la première propriété à z, mais à $z+2$. Il convenait aussi d'expliquer que $\overline{z+2} = \bar{z}+2$...
J'ai relevé plusieurs fois une ☠HORREUR☠ : $|z+2| = |z|+2$...

2b) $\{\, z \in \Delta_f \mid |z+1| = |z+2| \,\}$ n'est pas une réponse explicite.
Il convenait de faire attention à considérer que des élements de Δ_f.

4a) Il fallait étudier en détail $x \mapsto \frac{x+1}{x+2}$.
Répondre $\left\{ \frac{x+1}{x+2} \,\middle|\, x \in \mathbb{R}\setminus\{-2\} \right\}$ n'est pas convenable. Vous devez expliciter cela.

4b) La question précédente montre que 1 n'a pas d'antécédent *réel*. On ne peut en déduire que f n'est pas surjective.

5) Il n'est pas possible d'avoir $2\,\mathrm{Im}(z) = -i$...

7a) Une erreur de calcul coûte cher ici, surtout sur le discriminant... Vérifiez vos calculs. Vous pouviez rédiger astucieusement en observant que i est solution. L'observation pouvait se faire par résolution complète... au brouillon!

7b) Le signe du discriminant n'a plus aucun intérêt maintenant...

9b) Avant de dériver φ, justifiez que φ est dérivable.

Préférez un tableau de variations à des explications verbeuses et compliquées.

III – Construction de la fonction racine p-ième.

Au vu de l'énoncé, il était à chaque fois préférable de donner des arguments non analytiques aux différentes questions. Les étudiants ayant fait cet effort ont été récompensés.

1a) Vous ne pouviez «bien entendu» pas utiliser la croissance stricte de $x \mapsto x^p$ sur $\mathbb{R}_+$ ici...

La positivité au sens large de $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}x^p$ ne donne rien, ici.

Ne confondez pas fonctions et suites : montrer $\forall x \in \mathbb{R}_+$, $(x+1)^p > x^p$ était hors sujet.

1) La fonction $x \mapsto x^p$ n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$, pour un p quelconque.

2b) $(1 + x_0)^p > x_0$ ne montre pas immédiatement que $1 + x^0$ majore $A(x_0)$.

3b) N'oubliez pas de citer le nom du résultat utilisé : la propriété de la borne supérieure.