DS n° 03 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Fonctions usuelles.

Simplifier : $\operatorname{Arcsin}\left[\cos\left(\frac{24\pi}{7}\right)\right] = \boxed{}$. (1)

Donner un réel x tel que $\operatorname{Arctan}(\tan(x)) \neq \tan(\operatorname{Arctan} x)$: $\boxed{}$. (2)

Donner l'ensemble des solutions de l'équation $\operatorname{sh}(x) = 3$.

$\boxed{}$ (3)

Dérivation.

La fonction $f : x \mapsto \operatorname{Arccos}(\tan x)$ vérifie les propriétés suivantes :

f est définie sur $\boxed{}$; (4)

f est dérivable sur $A = \boxed{}$; (5)

$\forall x \in A,\ f'(x) = \boxed{}$. (6)

Calculs d'intégrales et de primitives.

Donner une primitive de Arcsin :

$\boxed{}$. (7)

Calculer les intégrales suivantes.

$$\int_0^1 (x^3 + 2x^2 - x + 1)\mathrm{e}^{\,2x+1}\,\mathrm{d}x = \boxed{} \tag{8}$$

$$\int_{\mathrm{e}}^1 -\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} = \boxed{} \tag{9}$$

$$\int_{1/6}^{3/2} \frac{\mathrm{d}x}{2\sqrt{x} + 4x\sqrt{x}} = \boxed{} \tag{10}$$

Équations différentielles.

Soit $(\mathscr{E})$: $(1+x^2)y' + 2xy = \ln(2x)$. L'ensemble des solutions homogènes réelles de $(\mathscr{E})$ est

$$\boxed{} \tag{11}$$

et une solution particulière de $(\mathscr{E})$ est

$$\boxed{}\;. \tag{12}$$

L'unique solution y de $(\mathscr{E})$ vérifiant $y(2) = 6$ est

$$\boxed{}\;. \tag{13}$$

Soit $(\mathscr{F})$: $y'' + y' - 6y = \mathrm{ch}(x)$. L'ensemble des solutions homogènes réelles de $(\mathscr{F})$ est

$$\boxed{} \tag{14}$$

et une solution particulière de $(\mathscr{F})$ est

$$\boxed{}\;. \tag{15}$$

L'unique solution y de $(\mathscr{F})$ vérifiant $y(0) = 0$ et $y'(0) = 0$ est

$$\boxed{}\;. \tag{16}$$

— **FIN** —