

Ex. 15: p, q 2 projecteurs, $p - q$ projecteur ss: $q \circ p = p \circ q = q$.

(\Leftarrow) on supp. $q \circ p = p \circ q = q$.

$$\begin{aligned}(p - q)^2 &= (p - q) \circ (p - q) = p \circ p - q \circ p - p \circ q + q \circ q \\ &= p - \underbrace{q \circ p}_{=q} - \underbrace{p \circ q}_{=q} + q = p - q\end{aligned}$$

dc $p - q$ est 1 projecteur.

(\Rightarrow) on supp. que $p - q$ est 1 projecteur.

$$dc: (p - q)^2 = p - q \quad dc: p - p \circ q - q \circ p + q = p - q$$

$$dc: p \circ q + q \circ p = 2q \quad (\#)$$

• on compose (#) par p à gauche:

$$ic: \underbrace{p \circ p \circ q}_{=p \circ q} + p \circ q \circ p = 2p \circ q \quad dc: p \circ q = p \circ q \circ p$$

• (#) composée par p à droite:

$$\text{ic: } p \circ q \circ p + \underbrace{q \circ p \circ p}_{= q \circ p} = 2 q \circ p \quad \text{dc: } p \circ q \circ p = q \circ p$$

dc avec la rel[?] précédente: $p \circ q \circ p = q \circ p = p \circ q$

$$\cdot \text{ avec } (\#): \quad 2 q = p \circ q + q \circ p = 2 p \circ q \quad \text{dc:}$$

$$q = p \circ q = q \circ p$$