Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 32 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice sur 8 points, puis chaque question sur 4 points, total sur 108 points, ramené sur 15 points, +90%.

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x\rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	c	p	$\varphi\left(\frac{5c}{32}+1,9\frac{15p}{108}\right)$
Note maximale	30	74	20+
Note minimale	4	0	$0,7$
Moyenne	$\approx 19,63$	$\approx 27,23$	$\approx 10,14$
Écart-type	$\approx 5,19$	$\approx 17,47$	$\approx 4,76$
Premier quartile	18	15	$7,15$
Médiane	19	24	$9,4$
Troisième quartile	$22,5$	$35,5$	$12,6$

Remarques générales.

• Ce devoir était exigeant, plus que réellement difficile (la fin du **III** était difficile, le reste beaucoup moins). Les étudiants qui ont pris l'habitude de rédiger correctement l'ont bien réussi. Pour les autres, ce fut la déroute. Je ne peux que vous encourager à investir dans la méthode, et à réaliser chez vous un travail de qualité : cela ne sert à rien de faire beaucoup d'exercices si vous ne les rédigez pas. Mieux vaut alors en faire moins, mais mieux.
• Certains ne savent pas rédiger une récurrence. C'est inquiétant. Les hypothèses de récurrence du type « supposons que pour tout $n \in \mathbb{N}$ [...] » sont très lourdement sanctionnées, systématiquement.

I – Un exercice vu en TD

Cet exercice a souvent été abordé, mais rarement réussi parfaitement. Je vous rappelle les trois étapes :
— établir la formule pour $n \geqslant 0$;
— montrer que $A(\theta)$ est inversible et déterminer $A(\theta)^{-1}$;
— étendre la formule pour $n < 0$.
Il convenait de justifier tout cela proprement et efficacement. Vu que cela avait été fait en classe, j'appréciais que les multiplications et inversions matricielles soient détaillées.

II – Limites supérieure et inférieure d'une suite d'ensembles.

1) Un échec souvent monumental, pour cette question. Mêmes la détermination de $\bigcap_{n\geqslant p} X_p$, où n est un entier fixé, pose problème (*idem* pour l'union). Trop d'étudiants proposent comme réponse des nombres, ou bien des ensembles d'ensembles.

Très peu d'étudiants justifient leurs réponses (ce qui fut pénalisé, de 1 point). Si le **1a)** était bien justifié, j'acceptais les réponses immédiates pour le **1b)** et le **1c)**. Pour les deux premières questions, observer la monotonie des suites permettait de donner des justifications assez concises.

2) Les phrases quantifiées sont souvent correctes. Les interprétations « en français » sont souvent de la paraphrase, sans aucun intérêt.

3)4) Ces questions ont souvent été insurmontables. Beaucoup proposent des calculs ensemblistes erronés (le cours ne s'appliquait pas, ici), ou des équivalences déguisant un calcul. Pourtant, les manipulations sur les éléments permettaient de répondre assez aisément à toutes ces questions.

Remarque : la question **2)** préparait aux questions **3)** et **4)**. Pour la plupart d'entre vous, vous arrivez à donner les définitions quantifiées des objets étudiés, mais vous êtes ensuite incapables de les manipuler.

5) On attendait bien entendu un contre-exemple.

III – Une construction du logarithme de base a.

1) Je le rappelle une énième fois : la comparaison de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ à 1 ne donne le sens de variation de (u_n) que lorsque l'on connait (et justifie) le signe de u_n. Sans cela, c'est sans valeur. Le plus simple, et le plus sûr, était de factoriser $a^{n+1} - a^n$.

2) Question souvent bien traitée. Attention, dans les récurrences, lorsque l'on multiplie par $1 + x$ l'inégalité obtenue par hypothèse de récurrence, il est vital de justifier le signe de $1 + x$.

3) Beaucoup n'arrivent pas à gérer correctement les deux variables a et x. J'ai lu bien des fois : « soit $a > 1$, $x > 0$, alors $a = 1 + x$ ». C'est faux.

On attendait une réponse un tant soit peu pertinente. Dire « $(a^n)_{n\in\mathbb{N}}$ est minorée par 1 » n'a aucun intérêt. Je vous rappelle qu'un minorant est une CONSTANTE.

4) La réponse majoritaire est (à variante près) « soit $p \in \mathbb{Z}$, comme $a^p < a^{p+1}$, il existe $x \in \mathbb{R}$ tel que $a^p \leqslant x \leqslant a^{p+1}$ ». Je ne sais que dire... si ce n'est de vous encourager à lire l'énoncé attentivement.

6) Certains éludent en faisant intervenir les symboles $\prod$ et $\sum$. La moitié de la question résidait dans le cas $p = 0$.

7) La majeure partie de la question résidait dans le cas $p = -1$. Ceux qui affirment « comme on a $f(x^{-1}) = -f(x)$ » n'ont clairement pas compris la question.

10) L'objectif était de comprendre que 1 est le *maximum* de A_a, puis de le justifier. Cela a rarement été le cas.

Et vu qu'il me reste un peu de place, une once de culture...