



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.

ANNÉE 2017 - 2018

C8 : MODÉLISATION DES PERFORMANCES STATIQUES DES SYSTÈMES

## TD 16 - Modélisation des actions mécaniques(C8-1)

### Compétences

- **Analyser** : apprécier la pertinence et la validité des résultats (homogénéité, unités).
- **Modéliser** :
  - Identifier et caractériser les grandeurs physiques :
    - > Grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé,
    - > nature et évolution des grandeurs.
    - > quantifier les volumes et les masses
  - Proposer un modèle de connaissance et de comportement :
    - > Actions mécaniques : modélisation locales et globales
    - > Modélisation des actions mécaniques transmissibles dans les liaisons normalisées.

### 1 Lève vitre électrique

#### a) Présentation

On s'intéresse ici au pilotage automatisé des vitres des portière d'une automobile. Le diagramme des exigences de la figure 1 liste quelques performances attendues pour le lève-vitre électrique. On s'intéressera ici à l'exigence 6 qui concerne la prise en charge d'un éventuel pincement du doigt.

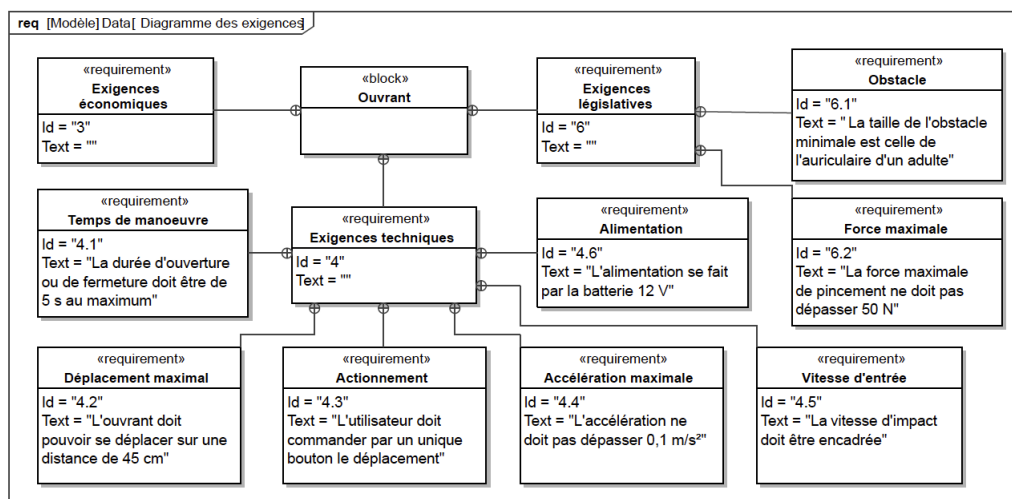


FIGURE 1 – Diagramme des exigences du lève-vitre électrique

### b) Modélisation multiphysique du système

Un modèle multiphysique doit être mis en place pour pouvoir prendre en compte tous les phénomènes qui apparaissent lors du fonctionnement de la vitre sans et avec obstacle. Le schéma-blocs est donné sur la figure 2 (b), page suivante. Les différents éléments intervenant dans ce modèle doivent être caractérisés séparément pour obtenir une représentation la plus fidèle possible de la réalité.

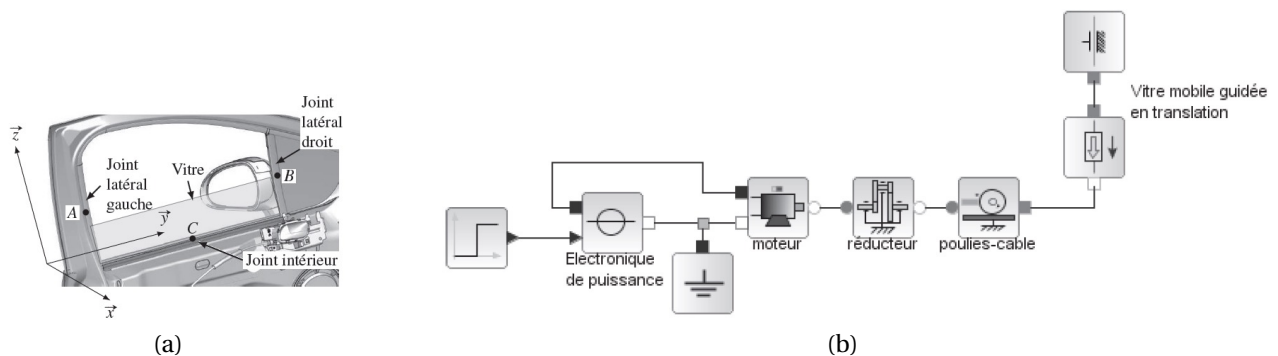


FIGURE 2

### c) Modélisation des efforts de frottement

D'un point de vue des actions mécaniques, les joints jouent fortement sur le comportement de la motorisation au cours du temps. C'est pourquoi il est important d'évaluer l'impact des frottements entre les joints et la vitre sur le comportement du système. Les joints appliquent une action de part et d'autre de la vitre.

Le paramétrage est donné sur la figure 3 où seules les actions normales sont représentées. Le contact entre le joint inférieur et la vitre est permanent et se fait approximativement sur un segment de longueur  $L = 776\text{mm}$ . Le contact entre les joints latéraux (gauche et droit) se fait progressivement au cours du déplacement de la vitre. La hauteur des deux joints, supposés identiques, est  $H = 450\text{mm}$ . Le coefficient de frottement entre un joint et la vitre est pris égal à  $f = 0,5$ . Les zones de contact sont supposées être linéiques et la densité linéique d'effort au contact entre un joint et la vitre est supposée constante et égale à  $p = 25\text{Nm}^{-1}$ .

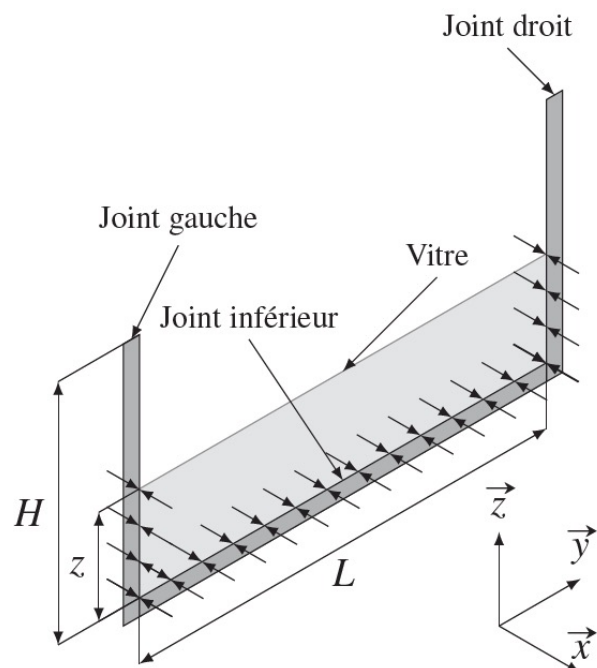


FIGURE 3 – Paramétrage et représentation des efforts normaux uniquement

**Q 1 : Déterminer l'expression littérale de la résultante selon  $\vec{z}$  de l'action mécanique du joint inférieur sur la vitre au cours du déplacement de celle-ci.**

On suppose que la vitesse de déplacement de la vitre est constante et que le temps du déplacement complet est de 4s.

**Q 2 : Représenter l'évolution au cours du temps de la résultante des efforts résistants selon  $\vec{z}$  de l'ensemble des joints sur la vitre (2 joints verticaux de hauteur H et un joint horizontal de longueur L). Donner les valeurs**

numériques minimale et maximale de cet effort.

Sur le schéma-blocs de la figure 4, apparaissent les actions de frottements qui sont exercées sur la vitre.

**Q 3 : Indiquer sur ce schéma l'action du joint horizontal inférieur et l'action des joints verticaux latéraux.**

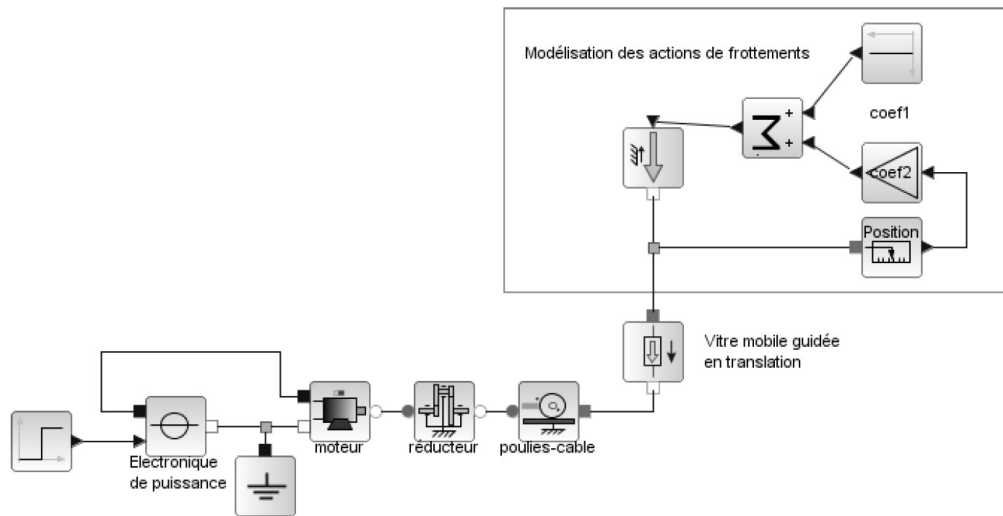


FIGURE 4 – Schéma bloc à compléter

#### d) Modélisation du contact avec un obstacle

Dans le cas d'un ouvrant piloté, l'obstacle est souvent une main. Des études montrent que les phalanges sont très résistantes et peuvent supporter des efforts allant de 250 à 1150N en fonction des différentes phalanges. On modélise donc l'obstacle entre le châssis et la vitre par une raideur  $k$  (cette raideur peut varier de 10 à 50N/mm).

**Q 4 : Compléter le schéma-blocs multiphysique de la figure 4 pour prendre en compte cet obstacle. Une palette composée de constituants standards est donnée en figure 5.**

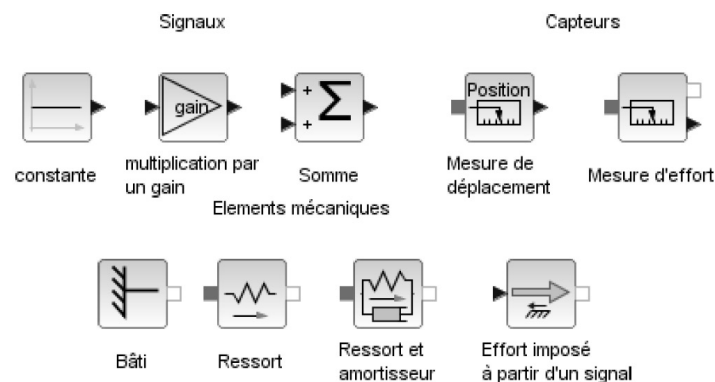


FIGURE 5 – Palette des constituants standards

#### e) Validation du modèle simplifié

Les caractéristiques et équations classiques du moteur à courant continu permettent de compléter le modèle multiphysique du lève-vitre. La simulation de la figure 6 compare l'évolution de la position de la vitre et de la vitesse du moteur selon trois cas sans obstacle : sans effort résistant, pour un effort résistant constant moyen et pour un effort résistant variable en fonction de la position de la vitre.

**Q 5 : Dans chacune des situations, relever le temps au bout duquel la vitre atteint la position maximale définie dans le diagramme des exigences. Commenter l'influence de l'effort résistant sur la vitesse en régime permanent et**

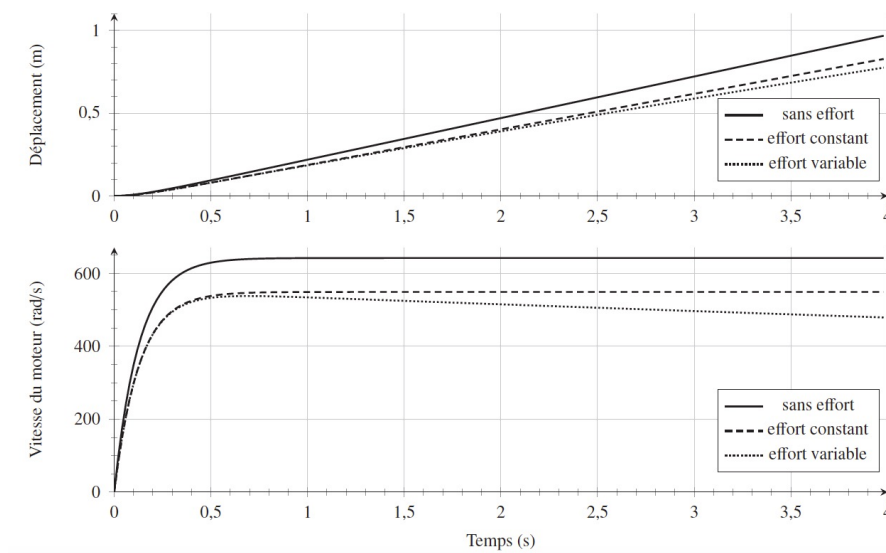


FIGURE 6 – Courbes de la position de la vitre et de la vitesse de rotation du moteur

**en régime transitoire. Justifier votre choix entre un modèle sans effort résistant et un modèle avec prise en compte de l'effort résistant.**

Pour détecter un pincement, une solution envisagée est d'utiliser le courant dans le moteur et de repérer une variation de ce courant. La simulation multiphysique permet de calculer le courant dans le moteur dans le cas de la présence d'un obstacle ou non.

Les courbes de la figure 7, ont été obtenues en prenant une raideur d'obstacle de  $20\text{ N/mm}$  et correspondent à la position de la vitre en m, à l'intensité du moteur en A et à l'effort de pincement en N.

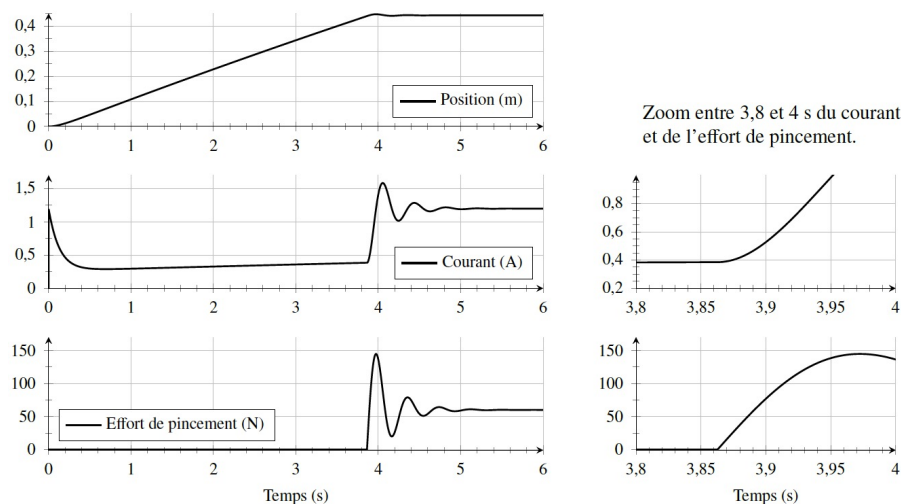


FIGURE 7 – Courbes de position de la vitre, d'intensité moteur et d'effort de pincement

**Q 6 : Déterminer l'intervalle de temps où l'effort est inférieur à la force maximale admissible donnée par la législation (diagramme des exigences de la figure 1). En déduire la variation de courant sur cet intervalle et la comparer à celle obtenue au démarrage. Conclure sur la fiabilité de la mesure de courant pour repérer précisément un obstacle.**

## 2 Méthodologie pour déterminer les caractéristiques de masse d'un solide.

Voir figure 8

## 3 Étude d'un télésiège

On propose d'étudier le mouvement d'un télésiège (figures 10 et 9) modélisé par les solides  $S_1$  et  $S_2$  représentés ci-contre.

- $S_1$  est la pince débrayable qui relie le télésiège au câble porteur.
- $S_2$  représente le siège et le passager, il est schématisé sous la forme de 2 parallélépipèdes et d'un cylindre.

Le solide  $S_2$  présenté sur la figure ci-dessous est modélisé à l'aide des volumes élémentaires suivants :

- un cylindre  $S_C$  de masse  $m_C$  et centre de masse  $G_C$
- deux parallélépipèdes identiques  $S_p$  et  $S'_p$  de masse individuelle  $m_p$  et de centres de masse  $G_p$  et  $G'_p$ .
- une structure porteuse (non représentée sur le schéma ci-dessous) de masse négligée.

### a) Géométrie de masse :

**Q 7 :** Par simple analyse des particularités géométriques de  $S_2$ , donner (sans calcul) le lieu géométrique supportant son centre de masse.

**Q 8 :** Définir la position du centre de masse de  $S_2$  en fonction des paramètres donnés et des masses  $m_C$  et  $m_p$ .

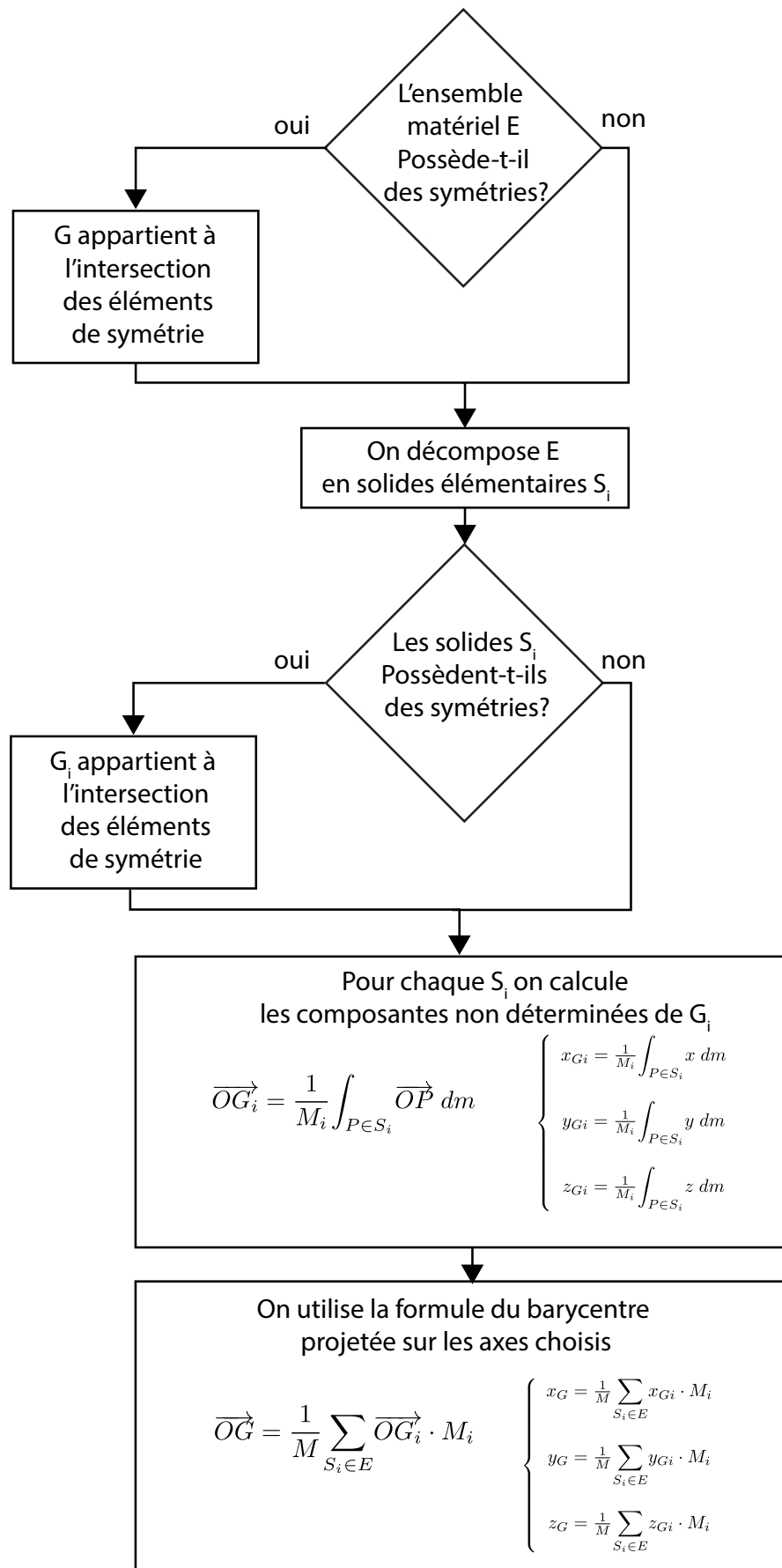


FIGURE 8 – Méthode pour déterminer la position du centre de gravité d'un solide

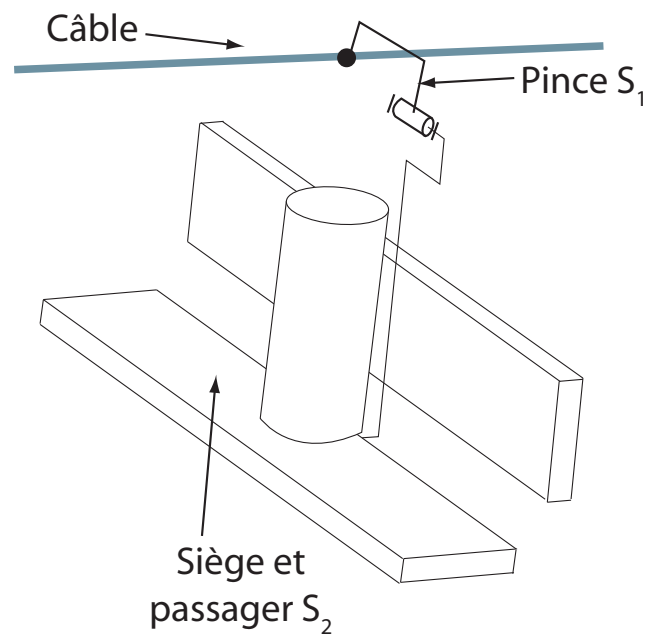


FIGURE 9 – Télésiège

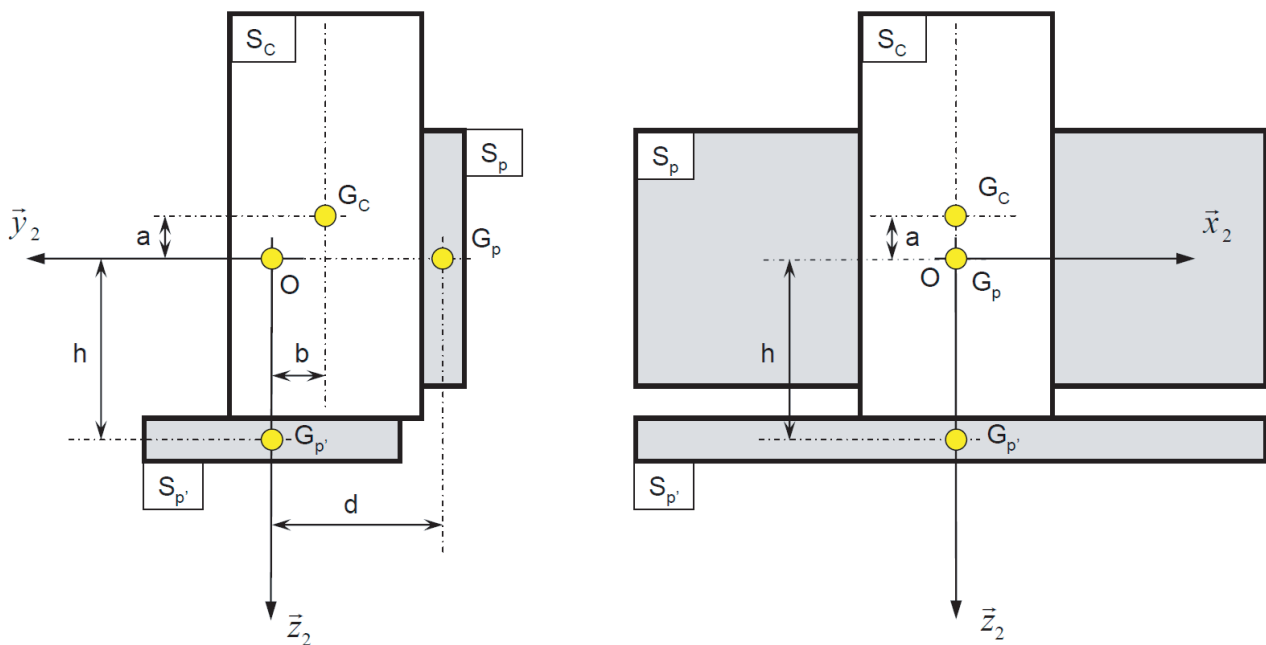


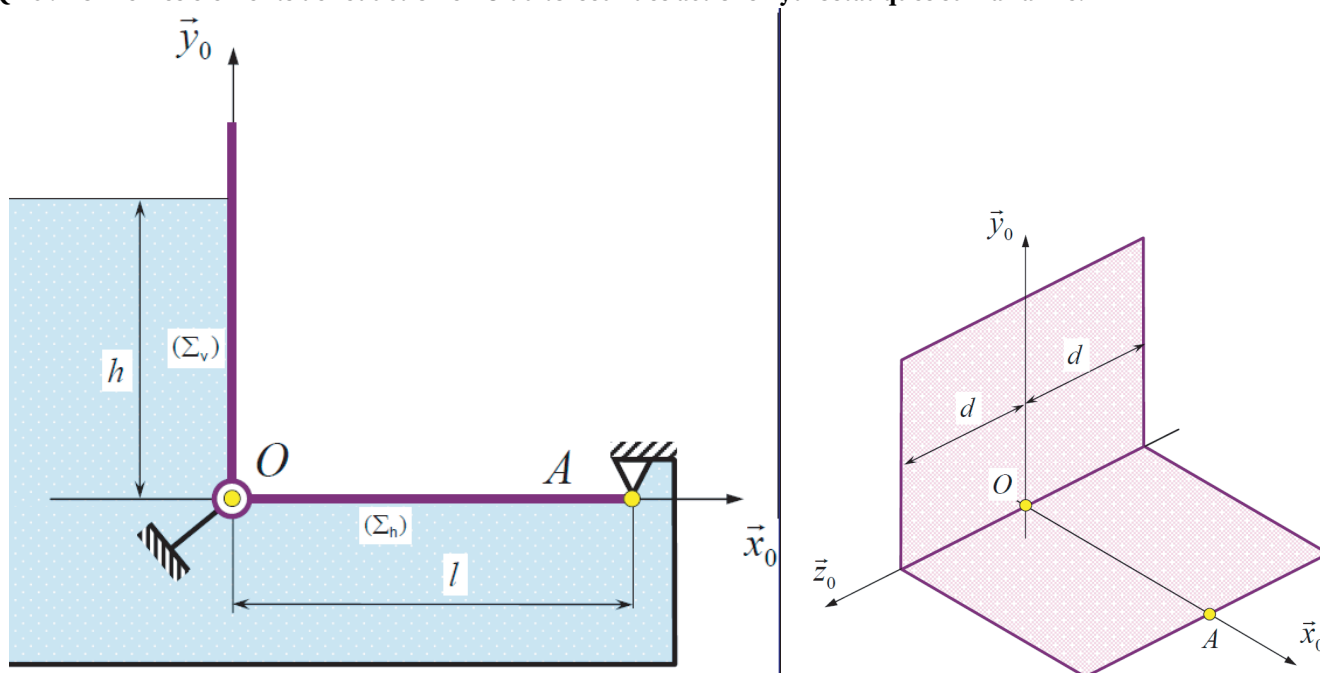
FIGURE 10 – Télésiège

#### 4 Vanne à débordement

La vanne, en forme de cornière rectangulaire (figure ci-dessous), est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  avec le bâti 0. Cette vanne retient l'eau d'un réservoir (le contact linéique  $(A, \vec{z}_0)$  est étanche) et permet d'en réguler le niveau maximum : si le niveau de l'eau à gauche de la paroi verticale atteint une valeur  $h_{max}$ , le moment des actions de l'eau sur la paroi verticale  $(\Sigma_v)$  équilibre le moment des actions de l'eau sur la paroi horizontale  $(\Sigma_h)$ , l'action de contact selon  $(A, \vec{z}_0)$  s'annule, la vanne s'ouvre "automatiquement" et maintient le niveau à la hauteur  $h_{max}$ .

**Q 9 :** En vous appuyant sur la figure, donner l'action élémentaire associée à la pression hydrostatique en un point courant  $M(y,z)$  de la surface verticale  $(\Sigma_v)$  et  $N(z,x)$  de la surface horizontale  $(\Sigma_h)$ .

**Q 10 :** Donner les éléments de réduction en  $O$  du torseur des actions hydrostatiques sur la vanne.





# Corrigé

## 1 Corrigé : Lève vitre électrique

**Q 11 : Déterminer l'expression littérale de la résultante selon  $\vec{z}$  de l'action mécanique du joint inférieur sur la vitre au cours du déplacement de celle-ci.**

On décompose un effort infinitésimal du joint sur la vitre par la somme d'un effort normal et d'un effort tangentiel :

$$\overrightarrow{R_{joint \rightarrow vitre}} \cdot \vec{z} = 2 \int (\overrightarrow{dN} + \overrightarrow{dT}) \cdot \vec{z}$$

L'effort normal est une charge linéique suivant  $\vec{x}$ , l'effort tangentiel peut s'exprimer en utilisant le modèle de Coulomb. Il s'oppose au mouvement de la vitre ( $\pm \vec{z}$ ) :

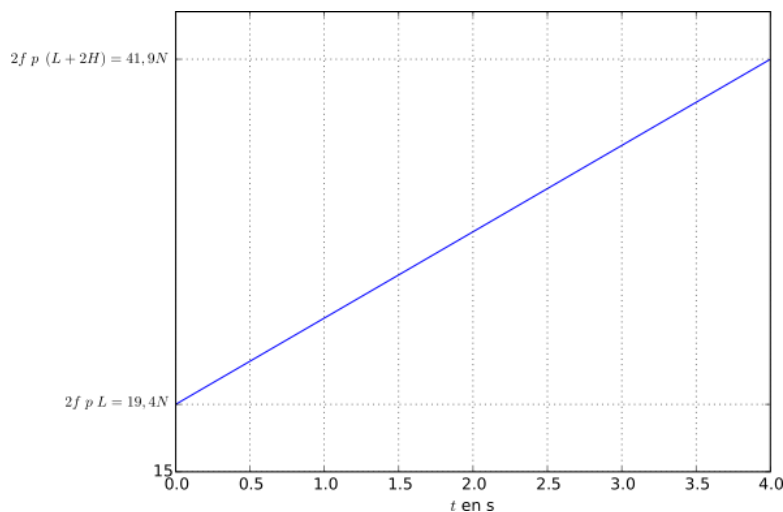
$$\overrightarrow{dN} = p d\vec{x} \quad \overrightarrow{dT} = \pm 2f dN \vec{z} = \pm 2f p d\vec{x} \vec{z}$$

En conséquence, en ne conservant que la composante suivant  $-\vec{z}$  (vitre montante) (hypothèse : 2 contacts sur la longueur de part et d'autre, 4 contacts sur la hauteur de part et d'autre, à gauche et à droite) :

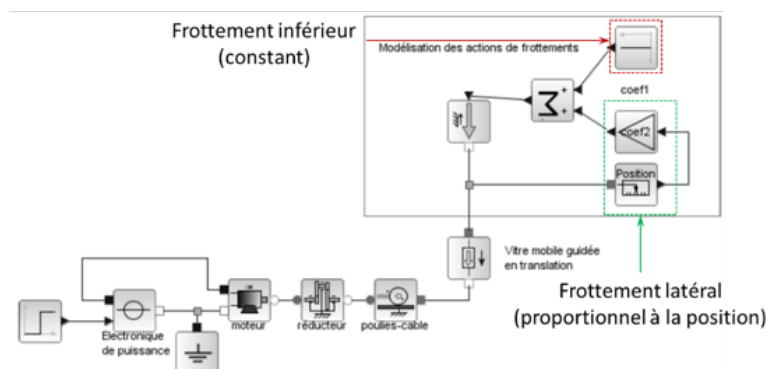
$$\overrightarrow{R_{joint \rightarrow vitre}} \cdot \vec{z} = 2 \int f p d\vec{x} = 2f p L + 4f p z = 2f p (L + 2z) \quad z \in [0, H]$$

*Remarque : faut-il diviser par 2 pour ne tenir compte que du joint d'un seul côté?*

**Q 12 : Représenter l'évolution au cours du temps de la résultante des efforts résistants selon  $\vec{z}$  de l'ensemble des joints sur la vitre (2 joints verticaux de hauteur H et un joint horizontal de longueur L). Donner les valeurs numériques minimale et maximale de cet effort.**



**Q 13 : Indiquer sur ce schéma l'action du joint horizontal inférieur et l'action des joints verticaux latéraux.**



**Q 14 : Dans chacune des situations, relever le temps au bout duquel la vitre atteint la position maximale définie dans le diagramme des exigences. Commenter l'influence de l'effort résistant sur la vitesse en régime permanent et en régime transitoire. Justifier votre choix entre un modèle sans effort résistant et un modèle avec prise en compte de l'effort résistant.**

Dans le cas où il n'y a pas d'effort résistant, le temps de déplacement est de 1,9 s, la vitesse atteinte par le moteur en régime permanent est de 650  $rad/s$ .

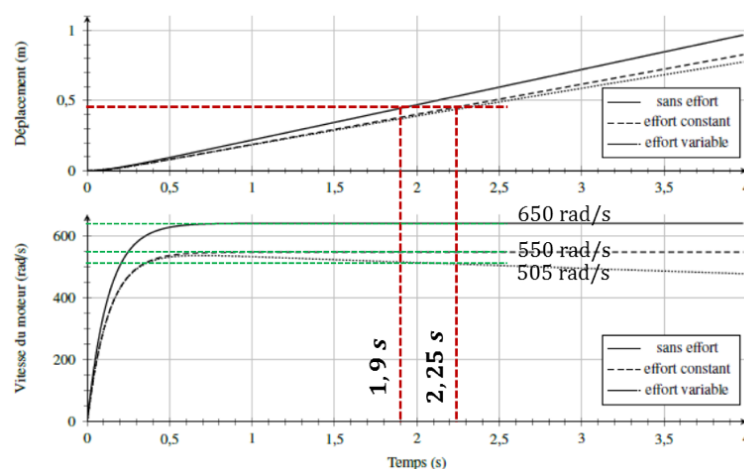
Dans le cas où il y a un effort résistant, le temps de déplacement est de 2,25 s, la vitesse atteinte par le moteur en régime permanent est de 550  $rad/s$  (effort constant).

Dans les deux cas la durée de fermeture est inférieure à celle souhaitée dans le cahier des charges ce qui est donc satisfaisant.

Dans les modèles avec prise en compte des frottements la vitesse de rotation du moteur en régime permanent est bien inférieure à celle obtenue sans tenir compte du frottement. Dans le cas d'un effort constant la vitesse atteinte en régime permanent est d'environ 465  $rad/s$  et est constante.

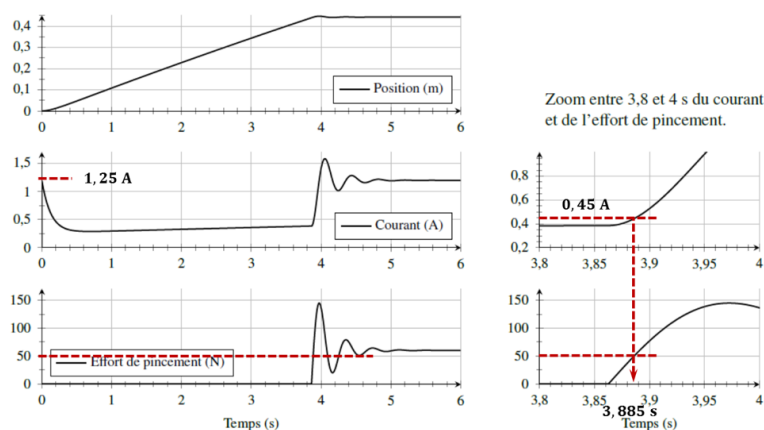
Dans le cas d'un effort variable et à la fin du régime permanent, la vitesse de rotation du moteur est la même que dans le cas précédent puis diminue linéairement au cours du temps.

La prise en compte du frottement avec un effort variable dans la modélisation présente une influence non négligeable et il est préférable d'en tenir compte.



**Q 15 : Déterminer l'intervalle de temps où l'effort est inférieur à la force maximale admissible donnée par la législation (diagramme des exigences de la figure 1). En déduire la variation de courant sur cet intervalle et la comparer à celle obtenue au démarrage. Conclure sur la fiabilité de la mesure de courant pour repérer précisément un obstacle.**

L'effort reste inférieur à celui de la législation pendant 3,885 s. À ce stade le courant consommé est de 0,45 A à comparer à 1,25 A lors du démarrage du moteur. La méthode de détection de l'effort de pincement par la mesure de courant ne semble donc pas adaptée puisque le courant en régime transitoire est plus important que celui mesuré lors d'un pincement. Avec une méthode de seuillage on n'arriverait donc pas à distinguer la phase de démarrage du moteur et le pincement.



## 2 Corrigé : télésiège

**Q 16 : Par simple analyse des particularités géométriques de  $S_2$ , donner (sans calcul) le lieu géométrique supportant son centre de masse.**

$S_2$  possède une symétrie par rapport au plan  $(O, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ . Le centre de masse est donc compris dans ce plan.

**Q 17 : Définir la position du centre de masse de  $S_2$  en fonction des paramètres donnés et des masses  $m_C$  et  $m_p$ .**

Par définition du centre de masse,  $G_2$  est localisé par la relation vectorielle :

$$\overrightarrow{OG_2} = \frac{1}{m_C + 2 m_p} \left[ m_C \overrightarrow{OG_C} + m_p (\overrightarrow{OG_p} + \overrightarrow{OG'_p}) \right]$$

Donc,

$$\overrightarrow{OG_2} = \frac{1}{m_C + 2 m_p} \begin{pmatrix} 0 \\ -m_C b - m_p d \\ -m_C a + m_p h \end{pmatrix}_2$$

## 3 Corrigé : Vanne à débordement

**Q 18 : En vous appuyant sur la figure, donner l'action élémentaire associée à la pression hydrostatique en un point courant  $M(y,z)$  de la surface verticale  $(\Sigma_v)$  et  $N(z,x)$  de la surface horizontale  $(\Sigma_h)$ .**

En pression relative (pression nulle sur toute les surfaces libres) les actions de pression hydrostatique s'exprime :

- en un point  $M(y, z)$  de la surface verticale  $(\Sigma_v)$  :

$$d\vec{F}_{eau \rightarrow barrage}^v = \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^v dS = \rho g (h - y) \cdot \vec{x}_0 dS$$

- en un point  $N(z, x)$  de la surface horizontale  $(\Sigma_h)$  :

$$d\vec{F}_{eau \rightarrow barrage}^h = \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^h dS = \rho g h \cdot \vec{y}_0 dS$$

**Q 19 : Donner les éléments de réduction en  $O$  du torseur des actions hydrostatiques sur la vanne.**

$$\{\mathcal{T}_{(eau \rightarrow S)}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_v + \vec{R}_h = \int \int_{P \in \Sigma_v} \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^v dS + \int \int_{P \in \Sigma_h} \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^h dS \\ \int \int_{P \in \Sigma_v} \overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^v dS + \int \int_{P \in \Sigma_h} \overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^h dS \end{array} \right\}$$

On calcule alors successivement :

•

$$\vec{R}_v = \int_{z=-d}^d \int_{y=0}^h \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^v dS = \int_{z=-d}^d \int_{y=0}^h \rho g (h - y) \cdot \vec{x}_0 dy dz = 2\rho g \frac{d h^2}{2} \vec{x}_0.$$

•

$$\begin{aligned} \vec{M}_{eau/\Sigma_v}(O) &= \int_{z=-d}^d \int_{y=0}^h \overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^v dS = \int_{z=-d}^d \int_{y=0}^h (y \vec{y}_0 + z \vec{z}_0) \wedge \rho g (h - y) \cdot \vec{x}_0 dS \\ &= \int_{z=-d}^d \int_{y=0}^h (y \vec{y}_0) \wedge \rho g (h - y) \cdot \vec{x}_0 dS = -\rho g \frac{d h^3}{3} \vec{z}_0 \end{aligned}$$

•

$$\vec{R}_h = \int_{z=-d}^d \int_{y=0}^h \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^h dS = \int_{z=-d}^d \int_{x=0}^l \rho g h \cdot \vec{y}_0 dy dz = 2\rho g d h l \vec{y}_0.$$

•

$$\begin{aligned} \vec{M}_{eau/\Sigma_h}(O) &= \int_{z=-d}^d \int_{x=0}^l \overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{f_{p(S_1 \rightarrow S_2)}}^h dS = \int_{z=-d}^d \int_{x=0}^l (x \vec{x}_0 + z \vec{z}_0) \wedge \rho g h \cdot \vec{y}_0 dy dz \\ &= \int_{z=-d}^d \int_{y=0}^h (x \vec{x}_0) \wedge \rho g h \cdot \vec{y}_0 dy dz = \rho g d h l^2 \vec{z}_0. \end{aligned}$$

Globalement, on obtient :

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{(eau \rightarrow S)}\} = \begin{matrix} \\ O \end{matrix} \left\{ \begin{array}{c} 2 \rho g h d \left( \frac{h}{2} \vec{x}_0 + l \vec{y}_0 \right) \\ \rho g h d \left( l^2 - \frac{h^2}{3} \right) \vec{z}_0 \end{array} \right\}} \quad (1)$$