

THEOREME DU MOMENT CINETIQUE

Exercice n°1

Vitesse d'un enfant à la sortie d'un toboggan

Un enfant glisse assis le long d'un toboggan. Celui-ci est une portion de cercle de centre O et de rayon 2.7m. Le centre de gravité de l'enfant, noté G, glisse tout au long de la descente à 20cm au-dessus du toboggan.

L'angle que fait le rayon OG de la trajectoire de l'enfant avec l'horizontale est noté θ . Il est représenté sur la figure ci-contre.

Initialement, l'enfant s'élance d'une position $\theta_0 = 15^\circ$, sans vitesse initiale. En sortie du toboggan, l'angle θ vaut 90° .

On considère que tout frottement est négligeable.

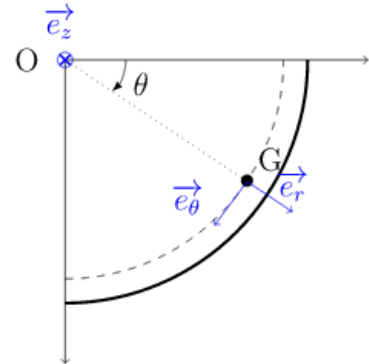
1. Indiquez sur le schéma les forces qui s'exercent sur G.
2. Appliquez le théorème du moment cinétique au point G afin de déterminer l'équation de son mouvement.

En déduire l'expression de la vitesse de l'enfant en fonction de l'angle θ .

Indice

En multipliant les termes de l'équation différentielle par une même grandeur, il sera possible de l'intégrer.

3. Calculer la vitesse maximale atteinte par l'enfant. Commenter.

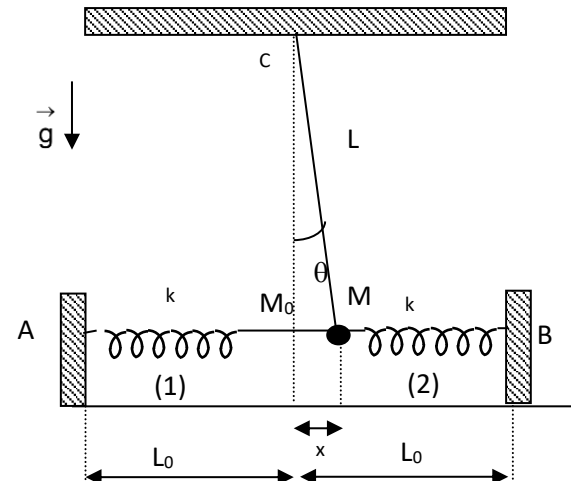


Exercice n°2

Un pendule simple est constitué d'un fil rigide de masse négligeable et de longueur L, à l'extrémité inférieure duquel est fixé un point matériel M de masse m. Ce point est lui-même attaché à deux ressorts (1) et (2) horizontaux identiques de raideur k de longueur à vide L_0 reliés à deux points fixes A et B distants de $2L_0$. Lorsque le pendule est vertical les deux ressorts sont au repos. Un opérateur extérieur déplace légèrement le point M le long de l'axe Ox puis le laisse évoluer librement. Le pendule oscille sans frottement avec une faible amplitude de sorte que le déplacement du point M le long de l'axe est quasi-horizontale. Sa position est repérée par l'angle d'inclinaison $\theta(t)$ du pendule par rapport à la verticale.

On posera : $\omega_1 = \sqrt{2k/m}$ et $\omega_2 = \sqrt{g/L}$

Etablir l'équation différentielle du mouvement pendulaire vérifiée par $\theta(t)$ en utilisant le théorème du moment cinétique. En déduire la pulsation ω_0 des petites oscillations.



Exercice n°3

L'extrémité O d'un fil OM de masse négligeable et de longueur l est fixée. Un objet quasi ponctuel de masse m est suspendu en M.

L'objet est écarté d'un angle α par rapport à la verticale, puis lancé.

1. Déterminer la vitesse initiale à donner à cet objet pour qu'il décrive des cercles horizontaux en utilisant le théorème du moment cinétique.
2. Déterminer la période du mouvement.