

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Note :

|   |  |       |
|---|--|-------|
| $\sin \left( \operatorname{Arccsin} \left( \frac{1}{e} \right) \right) =$ | $(1) \quad \operatorname{Arccos} \left[ \cos \left( \frac{24\pi}{7} \right) \right] =$ | $(2)$ |
|---|--|-------|

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{5}{x^5} + \frac{3}{x^2} \right) = \quad (3)$$

$$\frac{d}{dx} \left( \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right) = \quad (4)$$

$$\left. \frac{d}{dx} \left[ \ln \left( \operatorname{ch} \left( \frac{1}{x^2 + 1} \right) \right) \right] = \right| \quad (5)$$

(6)

$$\neg P \equiv \quad (7)$$
$$P \Rightarrow (P \wedge Q) \equiv \quad (8)$$

## Sommes, produits, systèmes

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer (on donnera une forme simplifiée et factorisée) :

$$\sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^3 i^2 j = \boxed{\phantom{000000}} \quad (9)$$

$$\prod_{i=2}^{42} \frac{i}{i+2} = \boxed{\phantom{000000}} \quad (12)$$

$$\sum_{1 \leq i, j \leq n} i + 2j = \boxed{\phantom{000000}} \quad (10)$$

$$9! = \boxed{\phantom{000000}} \quad (13)$$

$$\sum_{0 \leq i < j \leq 6} -i + j = \boxed{\phantom{000000}} \quad (11)$$

$$\binom{11}{7} = \boxed{\phantom{000000}} \quad (14)$$

Calculer les deux sommes suivantes, où  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 3^k = \boxed{\phantom{000000}} \quad (15)$$

$$\sum_{k=0}^n k 3^k = \boxed{\phantom{000000}} \quad (16)$$

Soit  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Donner les ensembles de solutions des systèmes réels suivants.

$$\begin{cases} 2x - 2y & = 2 \\ x - y + z & = 1 \\ -x + 2y + z & = 1 \end{cases} :$$

(17)

$$\begin{cases} 3x + y - 2z & = 1 \\ x - 3y & = 3 \\ x + 2y - z & = 2 \end{cases} :$$

(18)

$$\begin{cases} -x + 3y - 2z & = 2 \\ -x + 5y - 3z & = 4 \\ 2x - 4y + 3z & = -2 \end{cases} :$$

(19)

## Nombres complexes

Mettre sous forme trigonométrique

$$1 + \frac{i}{\sqrt{3}} =$$

(20)

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} + i\sqrt{2 + \sqrt{3}} =$$

(21)

(pour le deuxième, on pourra commencer par calculer le carré du nombre étudié).

— FIN —