Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 46 points, ramené sur 5 points.
- Problème et exercice de TD : chaque question sur 4 points, total sur 112 points, ramené sur 15 points, +35%.

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil\,; 20\right)$.

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	c	p	$\varphi\left(\frac{5c}{46} + 1,35\frac{15p}{112}\right)$
Note maximale	44	83	$19,3$
Note minimale	8	19	$5,3$
Moyenne	$\approx 26,93$	$\approx 43,96$	$\approx 10,93$
Écart-type	$\approx 8,96$	$\approx 14,47$	$\approx 3,29$
Premier quartile	21	34	$8,5$
Médiane	27	44	$10,8$
Troisième quartile	$33,75$	50	$12,8$

Remarques générales.

• Encore une fois, toutes vos réponses doivent être justifiées (sauf si on vous demande de donner un résultat de cours sans démonstration ou de conjecturer quelque chose).
• Encadrez toutes les conclusions. Une question en demande parfois plusieurs. Vous devez bien les identifier.
• Dans les raisonnements sur les unions, ne travaillez pas avec une longue chaîne de « ou », mais effectuez une disjonction de cas.
• Ne recopiez pas l'énoncé. Dans le **II**, inutile de réintroduire A, B et f à chaque (!!) question.

I – Un exercice vu en TD.

En appliquant la partie entière à l'inégalité $\lfloor a \rfloor + \lfloor b \rfloor \leqslant a + b < \lfloor a \rfloor + \lfloor b \rfloor + 2$, on ne conserve pas l'inégalité *stricte* : la partie entière n'est pas strictement croissante.
Une erreur vue plusieurs fois : « si $\varepsilon > 0$, alors $y + \varepsilon > y$, donc comme y est le plus grand des minorants de B, $y + \varepsilon$ ne minore pas B (jusque là, c'est correct), donc $y + \varepsilon \in B$ ». Pensez au cas où B est un singleton : $\forall \varepsilon > 0$, $y + \varepsilon \notin B$!

II – Étude d'une fonction de $\mathscr{P}(\mathbb{R})$.

Écrire correctement les parenthèses est primordial ici : il n'y a pas de précédence entre les opérateurs $\cup$ et $\cap$.
Une erreur vue plusieurs fois (A, B et C sont trois ensembles) : « si $A \subset B \cup C$, alors $A \subset B$ ou $A \subset C$ ». C'est bien entendu faux (confusion avec l'inclusion).
Un détail : la différence de deux ensembles s'écrit $A \setminus B$. La notation / signifie un quotient par une relation d'équivalence (le plus souvent écrit ${}^{A}/_{B}$).
Lire « un antécédant » m'a fait frémir... Mais bon, j'ai survécu (difficilement).

1) Le plus souvent correctement rédigé. Pas toujours efficacement.

1a) Une erreur vue quelque fois : « soit $x \in X \cup Y$, si $x \in X$, alors $X \cup Y \subset X$, si $x \in Y$, alors $X \cup Y \subset Y$ »...

2c) On vous demande d'aller au delà de la paraphrase (« $f(X)$ dépend de B » n'est pas intéressant du tout, « f est constante » est plus intéressant).

5) iii)⇒i) était immédiat... Il est dommage de ne pas le signaler !

En supposant i), vous ne pouvez pas choisir l'antécédent manipulé. Cet antécédent n'est pas nécessairement unique, vous l'avez bien observé à la question **3)** !

Certains ont montré des implications inutiles. Il suffit de montrer une boucle d'implications.

6a) J'ai lu beaucoup de rédaction alambiquées. Rédigez simplement en détaillant. Ne travaillez pas avec une longue chaîne de « ou », mais préférez une disjonction de cas.

6b) Par **3)**, l'équation est équivalente à $X \cap A \subset B$. Mais ce n'est pas explicite, il convient de donner une condition sur X.

7) Les conditions demandées ne peuvent pas dépendre d'une variable $X \subset E$!

8) iii)⇒i) et iii)⇒ii) étaient immédiates. Il est dommage de ne pas le signaler.

Certains mettent 6 lignes pour démontrer que $\mathrm{Id}_{\mathbb{R}}$ est surjective, puis 6 lignes pour l'injectivité... C'est beaucoup trop. Vous savez que $\mathrm{Id}_{\mathbb{R}}$ est bijective, c'est-à-dire injective et surjective.

III – Distance à un ensemble.

Ce type de problème vous est inaccessible si vous ne gérez pas correctement vos variables (*cf. infra*).
Lire « la borne inférieur » m'a fait frémir... Mais bon, j'ai survécu (difficilement).
Ce problème a posé énormément de difficultés à la plupart d'entre vous. Il serait intéressant de le reprendre à tête reposée pendant les vacances (les questions **4)** et **7)** sont difficiles, vous pouvez les sauter).

1) Beaucoup ont oublié d'encadrer la première conclusion.

C'est une question de cours : on vous demande de démontrer la caractérisation de la borne inférieure. Vous ne pouvez pas dire «par caractérisation de la borne inférieure».

2) La borne inférieure calculée n'est pas celle de A (qui n'est pas forcément minoré, ni réel). Ce n'est pas non plus celle de $d(x, A)$ (qui est un nombre, parler de borne inférieure n'a alors pas de sens).

« $d(x, A)$ est minoré » n'a pas de sens.

On vous dit de travailler indifféremment avec $|\cdot|$ (sur $\mathbb{R}$) et $|\cdot|$ (sur $\mathbb{C}$). Inutile donc de faire deux démonstrations...

Un minorant est un nombre. Vu plusieurs fois : « $\{|x-a|; a \in A\}$ est minoré par $\mathbb{R}_-$ ». C'est incorrect.

Dire que $\{|x-a|; a \in A\}$ est minoré est insuffisant : vous devez exhiber un minorant (c'est facile).

3a) Lu plusieurs fois : « $\{|x-a|, a \in A\} = \{|x|\}$, la borne inférieure de la valeur absolue est 0, donc $d(x, A) = 0$ ». Attention à la gestion des variables : x est fixé.

5) Lu plusieurs fois : « si $d(x, A) = 0$, alors $|x-a| = 0$ ». Tout d'abord, qu'est-ce que a ? Ensuite, vous confondez borne inférieure et minimum...

7) J'ai lu des inégalités triangulaires sur d...

Et vu qu'il me reste un peu de place, une once de culture...