Devoir en temps libre - Mecanique Quantique

1. Equation de Schrödinger

On nous donne $\frac{h^2}{8\pi^2 m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + E\psi = 0$

on peut mettre cette equation sous la forme $\frac{d^2\psi}{dx^2} + k\psi = 0$
avec $\boxed{k^2 = \frac{8\pi^2 m E}{h^2}}$

Les solutions sont de la forme $\boxed{\psi(x) = A\cos kx + B\sin kx}$

---

2. Conditions aux limites

La continuite de la fonction d'onde impose

$$\boxed{\begin{aligned} \psi(0) &= 0 = A \\ \psi(L) &= 0 = B\sin kL \end{aligned}}$$

---

3. Quantification de l'energie

D'apres la question précédente on a $B\sin kL = 0$

D'où $kL = n\pi$ avec n entier

Soit $\frac{8\pi^2 m}{h^2} E L^2 = n^2\pi^2$

d'où $\boxed{E = n^2 E_1 \quad \text{avec } E_1 = \frac{h^2}{8mL^2}}$

---

4. Analogies avec la corde vibrante

- La fonction d'onde est nulle en 0 et en L.
On a une onde stationnaire si $L = n\frac{\lambda}{2}$

- L'energie de la particule dans le puits est de l'energie cinetique $E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

- Relation de Louis de Broglie $\lambda = \frac{h}{p}$

ainsi $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2L}$

d'où $E = n^2 \frac{h^2}{4L^2} \cdot \frac{1}{2m} \Rightarrow \boxed{E_n = n^2 \frac{h^2}{8mL^2}}$

5. Boule de billard

Calcul de $E_1 = 6{,}8\ 10^{-68}$ J

Il n'existe pas d'instrument capable de mesurer des ecarts d'énergie aussi faibles

A l'échelle macroscopique l'energie de la balle est donc continue.

6 Niveaux d'energie 11 et 12

On calcule $E_1 = 1{,}76\ 10^{-20}$ J

on a ainsi $\boxed{E_{11} = 2{,}1\ 10^{-18}\ J}$

$\boxed{E_{12} = 2{,}5\ 10^{-18}\ J}$

7. La longueur d'onde du photon

L'energie du photon correspond à la difference d'énergie de ces deux niveaux

$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = E_{12} - E_{11}$

$$\boxed{\lambda = \frac{hc}{E_{12} - E_{11}} = 497\ nm}$$

Cette radiation correspond au bleu. vert.

La lumiere diffusée est appauvrie en bleu. vert et ressort avec des nuances de couleur plutôt rouge