**PROPAGATION D’UN SIGNAL**
**ONDES PROGRESSIVES**

Beaucoup de phénomènes physiques se transmettent sous la forme d'ondes.
Les ondes mécaniques : vibrations mécaniques, ondes sonores, vagues à la surface de l'eau, ondes sismiques.
Les ondes électromagnétiques : lumière, ondes radio, infrarouge, ultraviolet, rayon X, rayon gamma.
Il est donc intéressant d’étudier les caractéristiques de ce phénomène : onde.

## I. Quelques exemples

Ondes Mécaniques

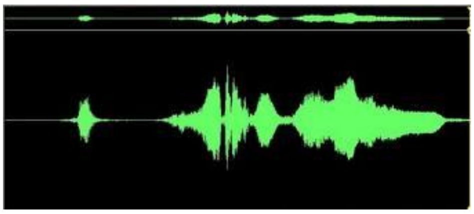
L'onde est bien illustrée par les rides provoquées par le caillou qui tombe dans l'eau.

Cette expérience peut être réalisée en Laboratoire à l’aide d’une cuve à eau :

L'onde solitaire ou soliton trouve un très bel exemple dans les mascarets.

Il peut également s'agir d'une variation de pression comme par exemple lors d'une explosion qui produit une suppression se propageant dans l'air (on parle alors d'onde de choc ).

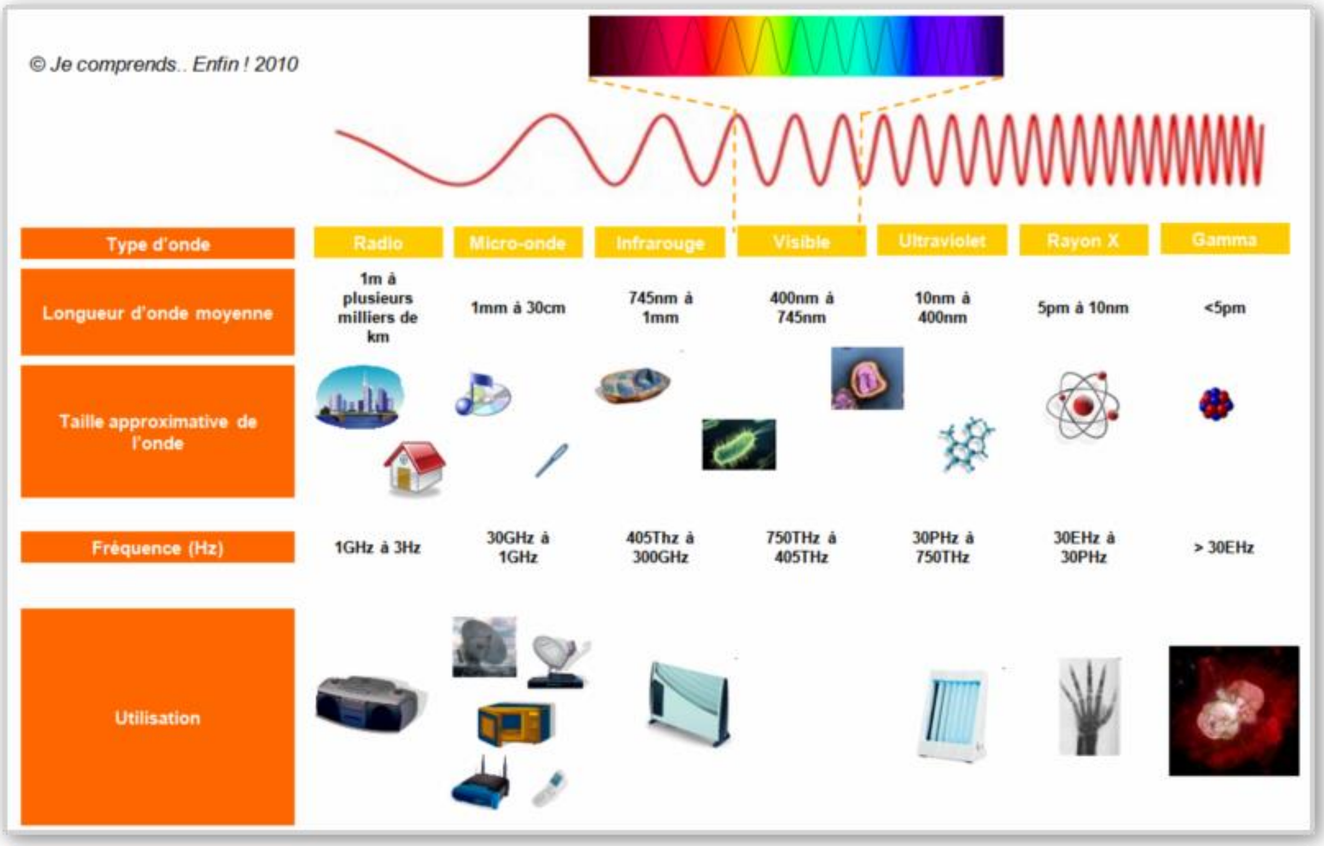

Ou encore une onde sonore correspond à la propagation dans un milieu matériel d'une surpression produite de manière périodique par la vibration d'une corde vocale, d'une membrane de haut-parleur ou de tout autre objet



Ondes électromagnétiques

Une onde électromagnétique correspond à propagation de champs électriques et magnétiques. Ces dernier n'ayant pas besoin de support matériel pour exister les ondes électromagnétiques peuvent se propager aussi dans le vide que dans certaines matières.

Il existe plusieurs types d'ondes électromagnétiques selon la fréquence:




## II. Définitions

### II.1. Définition d'une onde

Une onde est la propagation d'une perturbation produisant sur son passage une variation réversible de propriétés physiques locales.

L'onde transporte de l'énergie sans transporter de matière.

Remarque: il n'y a cependant pas de déplacement de matière même si celle-ci peut-être déformée ou éloignée temporairement de sa position d'équilibre lors de la propagation.

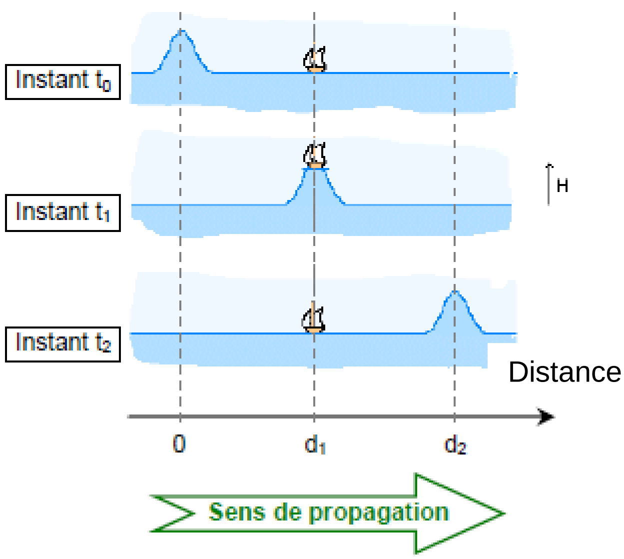
### II.2. Onde transversale

On dira que l'onde est transversale lorsque le phénomène qui se propage est perpendiculaire à la direction de propagation.

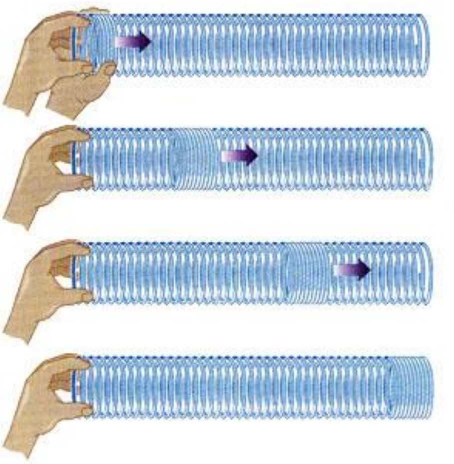
Un bon exemple d'onde transversale est la propagation d'une vague. Le phénomène qui se propage ici est un mouvement vertical réversible de l'eau d'une hauteur H.

Ce mouvement vertical est perpendiculaire au déplacement de l'onde (la vague).

La vague transporte une énergie sans transporter de matière.



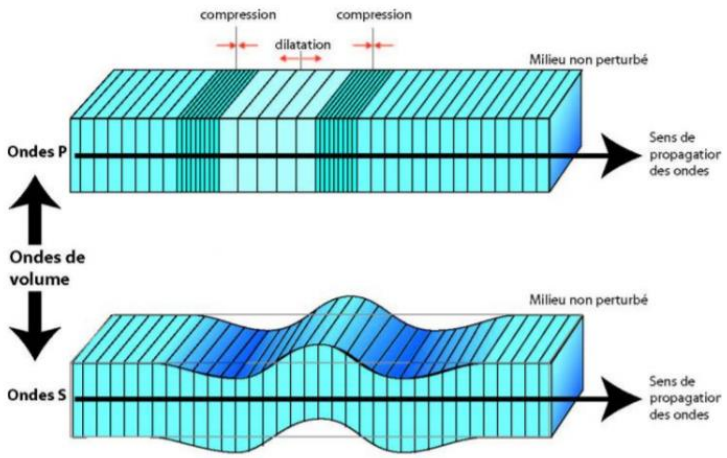
### II.3. Onde longitudinale



Une onde est longitudinale lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue dans la même direction que celle de la propagation.
Un exemple d'onde longitudinale est la propagation du son dans l'air.
La figure ci-contre représente la propagation du son dans un tube.
Le phénomène qui se propage est une perturbation de la pression (compression puis dilatation).
Les molécules d'air effectuent un petit mouvement de va-et-vient dans la direction de propagation.

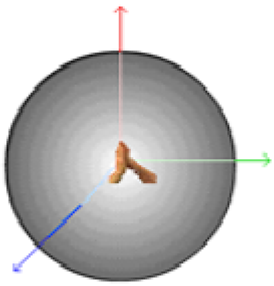
### II.4. Exemple les ondes sismmiques

Ondes sismiques P et S




Les ondes P sont des ondes longitudinales alors que les ondes S sont des ondes transverses.

### II.5. Direction de propagation



• <u>Onde à une dimension</u> :
La propagation se fait dans une seule direction. C'est le cas de l'onde se propageant le long d'une corde ou le son dans un tube.

• <u>Onde à deux dimensions :</u>
La propagation se fait dans un plan. C'est le cas de l'onde provoquée par une pierre lancée sur l'eau.

• <u>Onde à trois dimensions</u> :
La propagation se fait dans tout l'espace à partir du point de perturbation.
C'est le cas du son provoqué par un claquement de main.

## III. Caractéristiques d'une onde simple

Cas particulier des ondes sinusoïdales entretenues
Lorsque la source responsable de la propagation de l'onde impose une variation sinusoïdale dans le temps, on parle d'onde sinusoïdale entretenue.
Donnons quelques exemples :
- Le son d'un diapason (La3 440Hz).
- La lumière monochromatique d'un laser (onde lumineuse électromagnétique).
- La perturbation électromagnétique due au secteur (50Hz).

### III.1. Période temporelle et amplitude

Considérons une corde vibrante sinusoïdalement.
Période : C'est la durée que met l'onde pour reprendre, en un même point la même valeur maximale ; notée **T** s'exprime en **s**. (animationflash Onde)

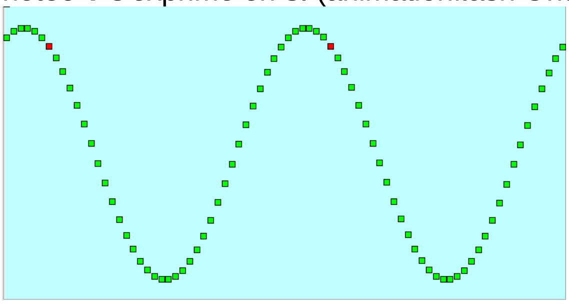


Image à l'instant t

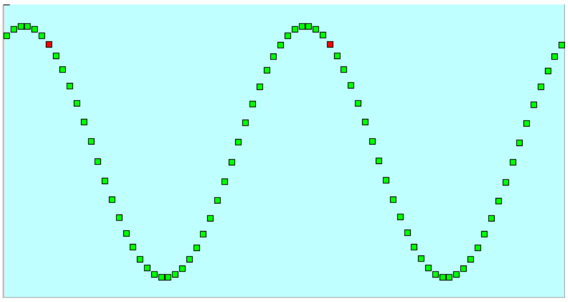


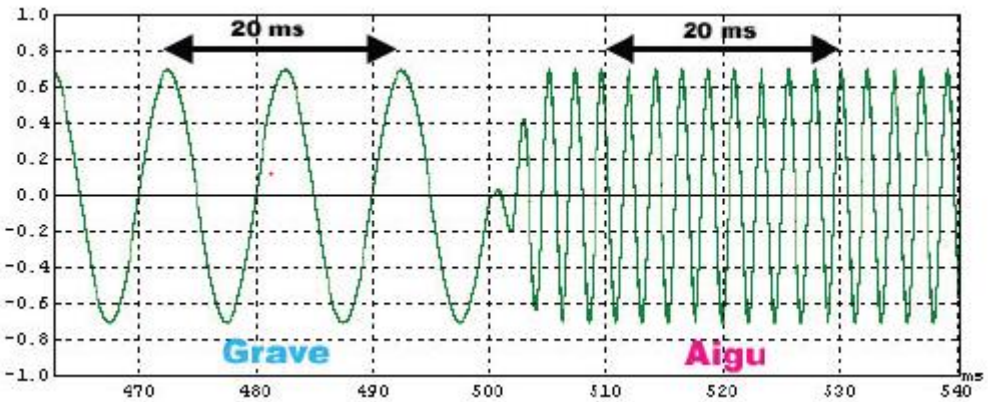
Image à l'instant t + T

On constate que l'élongation de la source S est **périodique de période T**. C'est une fonction sinusoïdale du temps. L'élongation d'un point M est elle aussi **périodique de même période T**.

L'amplitude : c'est la valeur maximale que peut atteindre le point M.

### III.2. Fréquence

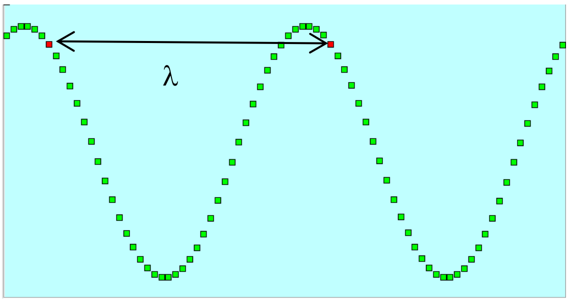
La fréquence f en Hertz (Hz) est le nombre de vibrations par seconde générées par la source.
On a alors la relation f = 1/T
Exemples :
- Onde sonore audible par l'humain : 20Hz < f < 20kHz. Les hautes fréquences correspondant aux sons aigus, les basses fréquences aux sons graves




- Lumière visible : $3,7.10^{14}$Hz (infrarouge) < f < $7,5.10^{14}$Hz (ultraviolet).

### III.3. La longueur d'onde

L'aspect de la corde à un instant donné (arrêt sur image) est une fonction sinusoïdale de l'abscisse x de chacun des points du milieu. La longueur d'onde est la plus courte distance qui sépare deux points dans le même état.
On appelle longueur d'onde (notée λ en mètre) la **période spatiale** de l'onde.



### III.4. La célérité de l'onde

On appelle **célérité c** de l'onde la vitesse de propagation de l'onde. C'est le rapport entre la distance d parcourue par l'onde et la durée t du parcours.

$$c = d/t$$

On préfère le mot célérité au mot vitesse auquel est associée la notion de déplacement de matière (vitesse d'une automobile, d'une particule etc...).
La célérité de l'onde est une propriété du milieu de propagation et ne dépend pas de la façon dont la source a engendré l'onde. Elle est donc constante dans un milieu donné dans des conditions données.
Par exemple la célérité du son dépend du milieu dans lequel il se propage dans l'air elle est de 340 m/s, dans l'eau douce de 1430 m/s et dans l'acier de 5700 m/s. La célérité d'une onde se propageant sur une corde dépend de sa tension et de sa masse linéique (masse par unité de longueur).

Ainsi il existe une relation entre c, T et $\lambda$. La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à sa période.


Aspect de la corde à différents instants

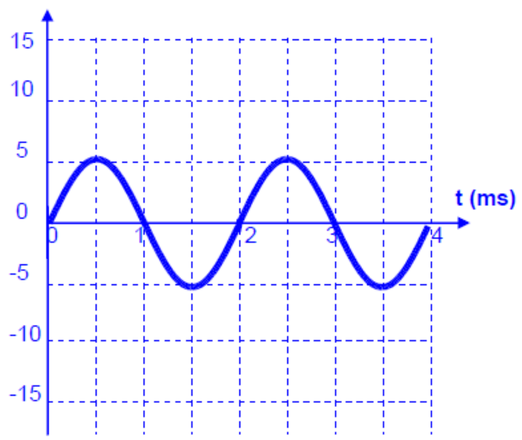
$\lambda$ **= c.T** avec $\lambda$ en m, v en m/s et T en s

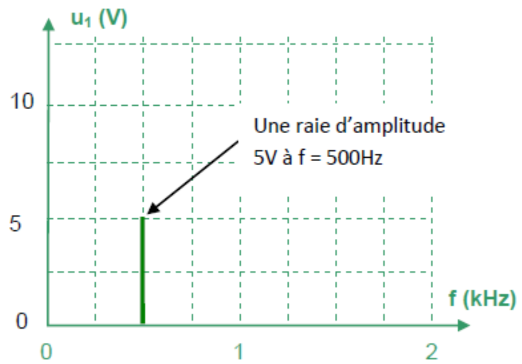
## IV. Cas d'une onde « complexe » analyse temporelle

Un signal n'est pas toujours représenté pas une onde sinusoïdale simple. Il peut être le résultat d'une superposition d'ondes simples.
Nous allons traiter le problème à partir de l'analyse d'un son sachant que ce résultat peut être généralisé à toutes les ondes.

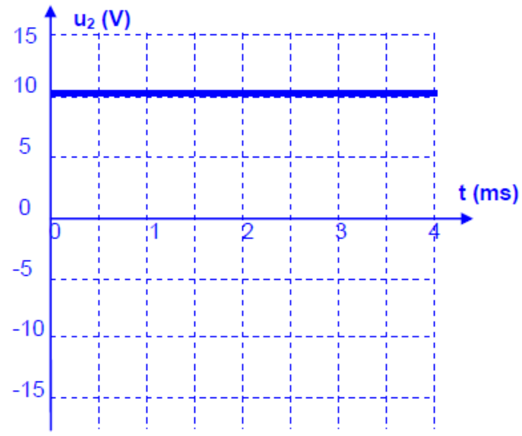
### IV.1. Représentation fréquentielle d'un signal simple

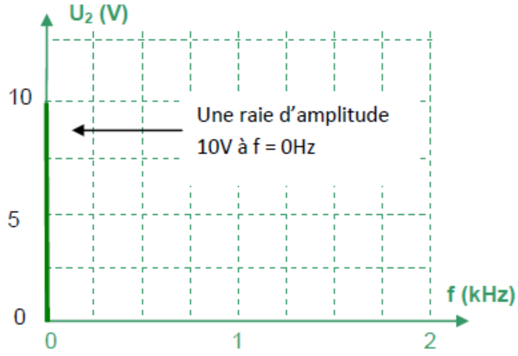
Exemple 1 : $u_1(t) = 5.\sin(2\pi.500.t)$ ne contient qu'une seule fréquence : f = 500 Hz T = 2 ms



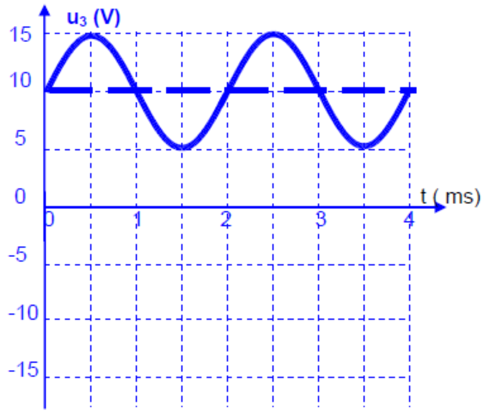



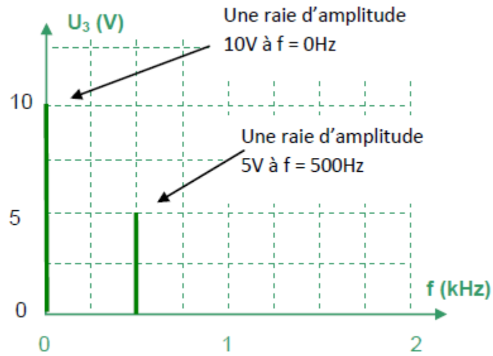

Exemple 2 : $u_2(t) = U_2 = 10V$



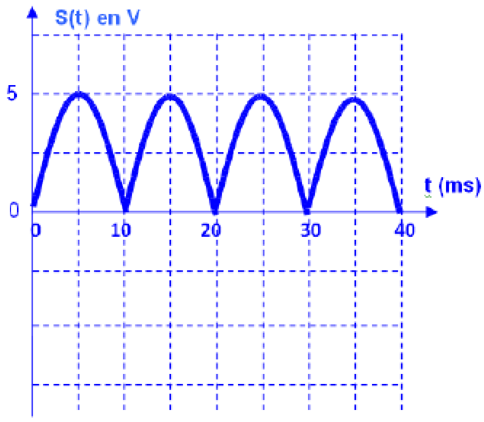

Exemple 3 : $u_3(t) = u_1(t) + u_2(t) = 10 + 5.\sin(2\pi .500.t)$

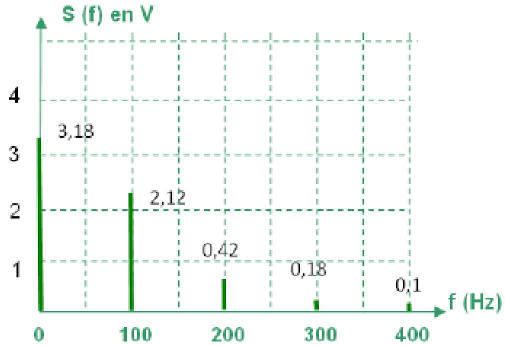



## IV.2. Représentation fréquentielle d'un signal réel

Exemple 1 : Signal sinusoïdal redressé « double alternance » $f_0 = 50$ Hz



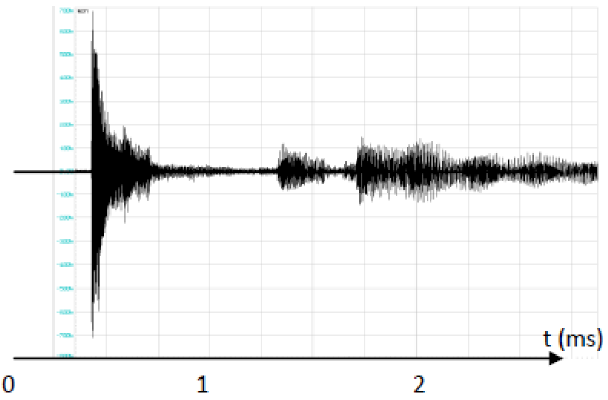



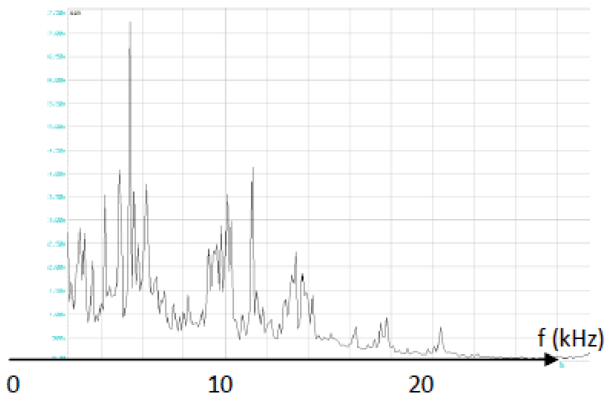

On constate que le signal possède :

- une composante continue (valeur moyenne <u> = 3,18V)
- une composante principale à f = 100Hz,
- puis d'autres composantes à des fréquences multiples de 100Hz…

**C'est ce qu'on appelle un spectre de raies.**

Exemple 2 : Un signal musical :
A gauche le chronogramme d'un court extrait de musique (guitare), à droite le spectre correspondant.




Le spectre s'étend jusqu'à 18,5 kHz environ.
On peut noter un pic à la fréquence 3,4kHz.

Quelle est la différence fondamentale entre les deux spectres ?

Dans le premier cas, le signal est périodique, son spectre contient seulement certaines fréquences spécifiques : spectres de raies.
Dans le deuxième cas, le signal n'est pas périodique. Son spectre contient une « infinité » de fréquences : spectre continu.

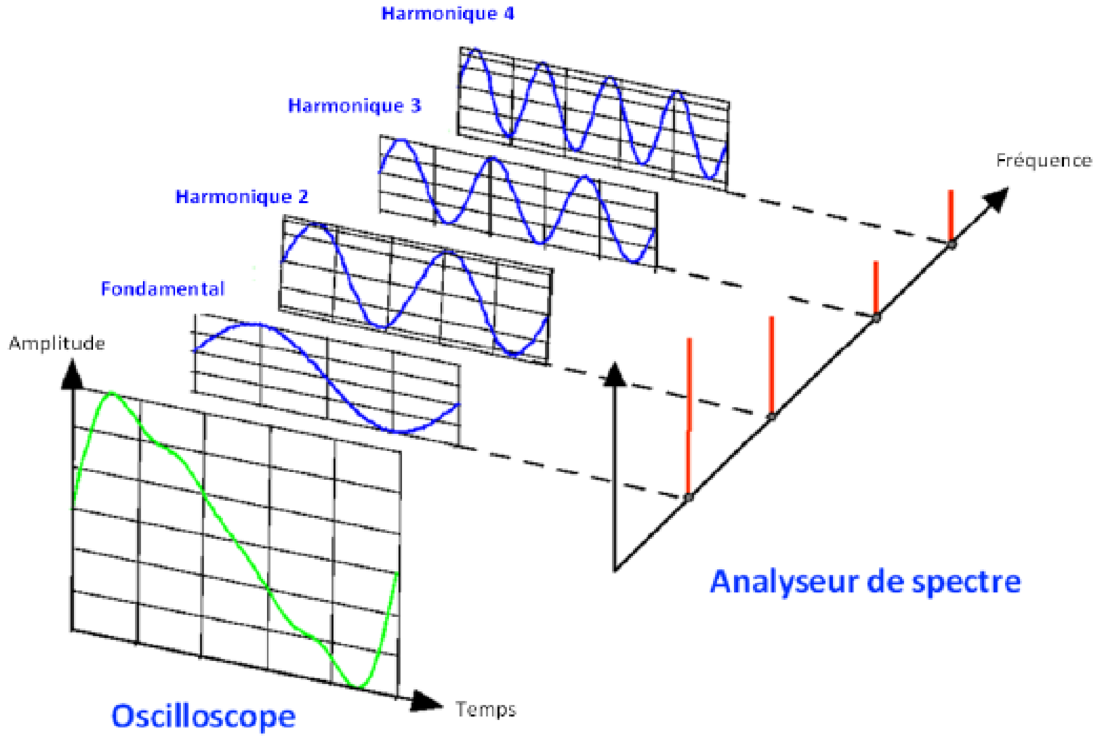
### IV.3. Spectre d'un signal périodique- Décomposition en série de Fourier

Le baron Joseph FOURIER (1768,1830), mathématicien français, démontra que :
**Toute fonction périodique s(t), de fréquence $f_0$ peut être décomposée en une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences $nf_0$.**

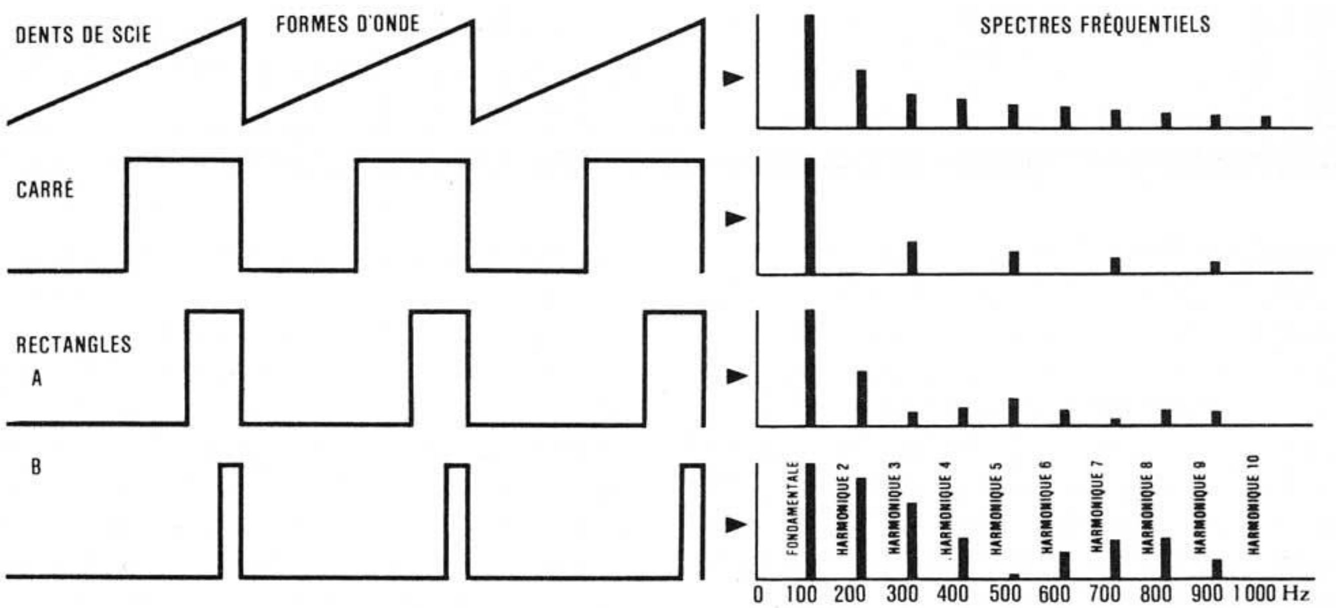
La fonction s(t) peut alors s'écrire :
$s(t) = S_0 + S_1\sin(2\pi f_0 t + \varphi_1) + S_2 \sin(4\pi f_0 t + \varphi_2) + S_3 \sin(6\pi f_0 t + \varphi_3) + ... + S_n \sin(2n\pi f_0 t + \varphi_n)...$

avec $S_0$ = valeur moyenne du signal ou composante continue.
$S_1$ = amplitude du l'harmonique 1
$S_2$ = amplitude de l'harmonique 2
$S_3$ = amplitude de l'harmonique 3
…………………………………………
$S_n$ = amplitude de l'harmonique n

La fonction sinusoïdale de même fréquence que la fonction périodique s(t) (harmonique de rang 1) est appelée **fondamental.**
Les autres fonctions, de fréquences multiples, sont appelées les **harmoniques** de la fonction s(t) :




Exemples




## V. Cas d'une onde progressive

### V.1. Définition.

On appelle onde progressive une onde qui se propage sans se déformer et qui avance dans l'espace. Elle se caractérise par sa continuité.
A l'inverse, une onde de choc est un type d'onde, mécanique ou d'une autre nature, associé à l'idée d'une transition brutale. Elle peut prendre la forme d'une vague de haute pression, et elle est alors souvent créée par une explosion ou un choc de forte intensité.

Une onde mécanique progressive à une dimension est une onde qui se propage dans une seule direction.
Une onde progressive à une dimension a pour direction de propagation une droite.
C'est le cas d'une corde, d'un ressort ;

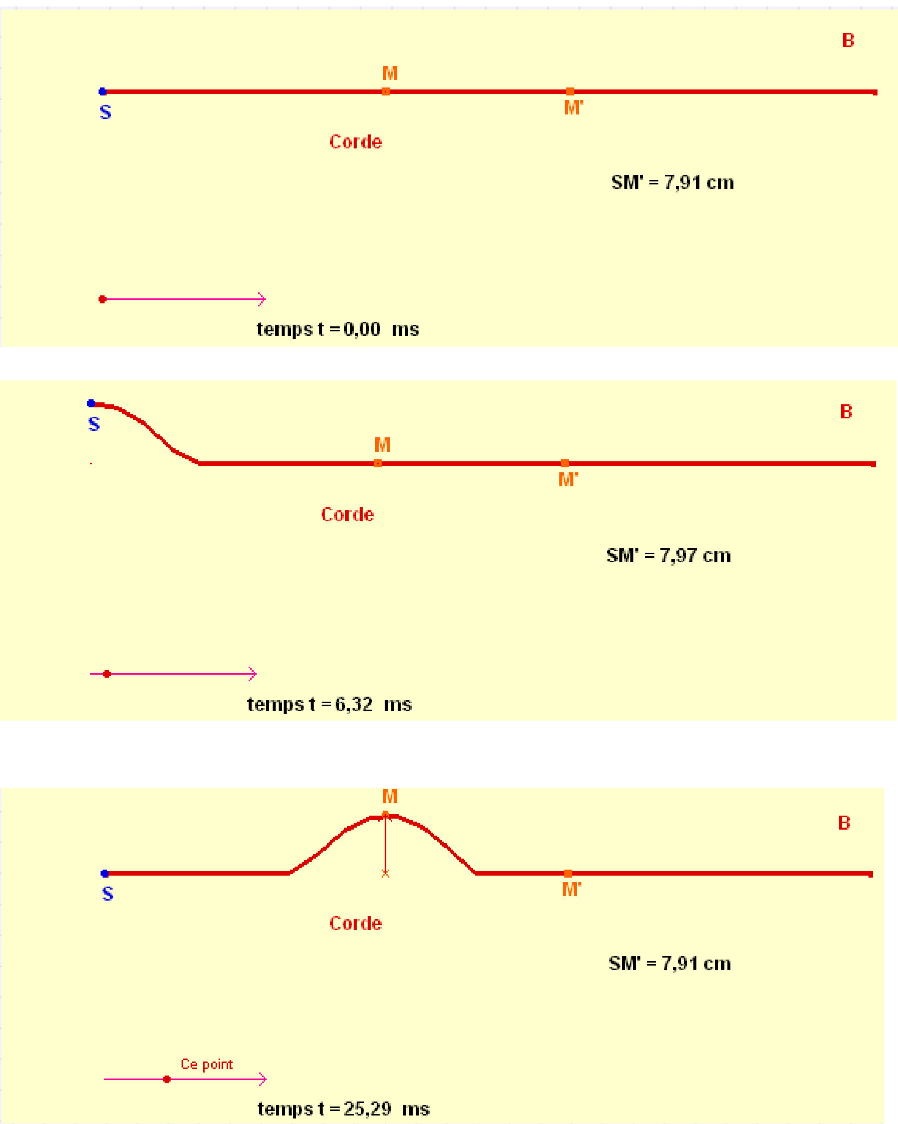
Remarque : une onde à la surface de l'eau a deux dimensions, une onde sonore a trois dimensions.

### V.2. Propagation du signal : exemple

On peut représenter les variation de la grandeur physique qui se propage selon un axe Ox par la fonction mathématique $u(x,t) = f_x(t)$. Cette fonction caractérise l'état du système au point M à l'instant t.

La perturbation crée au point S de la corde au temps $t_0$ se propage de proche en proche.
- Elle atteint le point M, puis le point M' du milieu matériel.
- Chaque point du milieu matériel reproduit la perturbation de la source S (on suppose que la perturbation se propage sans amortissement).
- La perturbation au point M reproduit la perturbation de la source S avec un retard $\tau$, car la perturbation met un certain temps pour progresser de S à M.
- Le retard $\tau$ est la durée mise par l'onde pour se propager de S à M :

En conséquence, si c est la célérité de l'onde et SM la distance parcourue par l'onde : $\tau = \frac{SM}{c}$
- Si on repère chaque point de la corde par son abscisse x, la source S est située à l'origine des abscisses, le point M d'abscisse x reproduit la perturbation de la source avec un retard : $\tau = \frac{x}{c}$



La courbe représentant le mouvement de M en fonction du temps est la même que celle de la source décalée de la durée $\tau$.

- Vibration de la source : $u(0,t) = f_0(t)$
- Vibration du point M : $u(x,t) = f_x(t) = f_0(t-\tau) = f_0(t-x/c)$

### V.3. Généralisation

Il y a phénomène de propagation dès que x et t sont couplés.
La démarche est la même que celle utilisée dans l'exemple.

• Si l'intérêt porte sur le décalage temporel on exprimera u(x,t) en la durée mis par l'onde pour arriver au point M

$$\tau = \frac{x}{c}$$

⇒ **$u(x,t) = f_0(t-x/c)$** si le point source se trouve avant le point d'abscisse x, la propagation de l'onde se fait selon les x>0.

⇒ **$u(x,t) = f_0(t+x/c)$** si le point source se trouve après le point d'abscisse x, la propagation de l'onde se fait selon les x<0.

• Si l'intérêt porte sur le décalage spatial on exprimera u(x,t) en indiquant la distance parcourue par l'onde entre le point M et le point source

$$X = c.t$$

⇒ **$u(x,t) = g_0(x- ct)$** si le point source se trouve avant le point d'abscisse x, la propagation de l'onde se fait selon les x>0.
⇒ **$u(x,t) = g_0(x+ct)$** si le point source se trouve après le point d'abscisse x, la propagation de l'onde se fait selon les x<0.

## VI. Onde plane progressive

### VI.1. Présentation

Nous allons étudier l'évolution dans le temps d'une onde ayant une forme sinusoïdale (produit par un oscillateur en mouvement harmonique simple).
Comme nous l'avons vue l'étude d'une onde représente l'étude d'une fonction à deux dimensions u(x,t).
Si l'on utilise l'exemple de l'oscillation verticale d'une corde pour représenter la fonction u(x,t), nous avons :

u(x,t) → u : Position verticale du bout de corde par rapport au point d'équilibre (en mètre)
x : Étiquette d'un bout de corde (position horizontale) (en mètre)
t : Temps écoulé dans le déplacement de l'onde (en seconde)

Puisque l'onde est de forme sinusoïdale, nous pouvons alors l'écrire de la façon suivante l'élongation de la source :

$$u(0,t) = A \cos(\omega t+\varphi_0)$$

Où A : amplitude des vibrations
$\omega t+\varphi_0$ : phase
$\varphi_0$ : constante de phase ou phase à l'origine
$\omega$ : pulsation

On a vu que l'on pouvait relier la pulsation à la fréquence $\omega = 2\pi f$ ou à la période $\omega = 2\pi/T$.
On peut toujours choisir des conditions initiales telles que $\varphi_0 = 0$

Un point M d'abscisse x reproduit le mouvement qu'avait la source à la date $t-\frac{x}{c}$ d'où

$$u(x,t) = A \cos(\omega(t- \frac{x}{c}))$$

Le signe moins indique que l'onde a une vitesse de propagation selon les x positifs.
Si l'onde se propage selon les x négatifs on mettra alors un signe plus.

• On introduit le vecteur d'onde :

$u(x,t) = A\cos(\omega t - \omega\frac{x}{c}) = A\cos(\omega t - kx)$ Le vecteur d'onde $\vec{k} = \frac{\omega}{c}\overrightarrow{e_x}$ si l'onde se propage selon les x positifs.

• $u(x,t) = A\cos(\omega t + \omega\frac{x}{c}) = A\cos(\omega t + kx)$ Le vecteur d'onde $\vec{k} = -\frac{\omega}{c}\overrightarrow{e_x}$ si l'onde se propage selon les x négatifs.

## VI.2. Double périodicité

### VI.2.1. Périodicité temporelle

Si on s'intéresse à un point $M_1$ d'abscisse $x_1$ fixée : $u(x_1,t) = A\cos(\omega(t - \frac{x_1}{c}))$

On peut mettre le résultat sous la forme : $u(x_1,t) = A\cos(\frac{2\pi}{T}t - \psi)$ avec $\psi = \omega\frac{x_1}{c} = \frac{2\pi}{T}\frac{x_1}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}x_1 = kx_1$

En effet on a vu que $\lambda = cT = \frac{2\pi}{k}$.

Il apparait ainsi que $u(x_1,t)$ est une fonction sinusoïdale de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Ainsi en un même point le phénomène se reproduit identique à lui-même à des dates séparées d'un nombre entier de périodes.

### VI. 2.2. Périodicité spatiale

Si on s'intéresse à l'ensemble des points à la date t fixée, la vibration d'un point quelconque est donnée par : $u(x,t_1) = A\cos(\omega(t_1 - \frac{x}{c})) = A\cos(\frac{2\pi}{T}t_1 - \frac{2\pi}{\lambda}x)$

On peut mettre le résultat sous la forme : $u(x_1,t) = A\cos(kx - \psi') = A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \psi')$ avec $\psi' = \frac{2\pi}{T}t_1$

Il apparait ainsi que $u(x,t_1)$ est une fonction sinusoïdale de période $\lambda$.
Tous les points distants d'un nombre entier de longueur d'onde sont dans un même état vibratoire.

## VI.3. Déphasage

• Les termes à l'intérieur de la fonction d'onde sinusoïdale représentent des déphasages pour différents motifs.

Déphasage spatial : $\frac{2\pi}{\lambda}x = kx$

Déphasage permettant de donner la forme à l'onde le long de l'axe *x*. C'est ce paramètre qui définit la longueur d'onde $\lambda$.

Déphasage temporel : $\frac{2\pi}{T}t = \omega t$

Déphasage permettant de déplacer le long de l'axe *x* la forme de l'onde selon la vitesse de propagation de l'onde et du temps écoulé. C'est ce paramètre qui définit la période *T*.

• Points vibrant en phase et points vibrants en opposition de phase

Deux points M et N, séparés des distances $\lambda$, $2\lambda$, ..., $n\lambda$ ($n \in Z$) se déplacent à tout instant dans le même sens, passent au même instant par leur élongation maximale, nulle ou minimale : ils vibrent **en phase** :

$$\Delta x = x_M - x_N = 2n\lambda/2$$

La longueur d'onde $\lambda$ représente donc aussi la distance entre 2 points voisins qui vibrent en phase, en particulier la distance entre 2 crêtes voisines.

Deux points M et P de la corde, séparés des distances $\lambda/2$, $3\lambda/2$, ..., $(2n+1)\lambda/2$ se déplacent à tout instant dans des sens opposés ; ils ont à tout instant des élongations de signes opposés : ils vibrent en **opposition de phase**.

$$\Delta x = x_M - x_p = (2n+1)\lambda/2$$

### VI.4. Exemples

- Une onde sinusoïdale progressive est décrite par l'équation :

$$u(x,t) = 0,3 \cos(0.698x+3.49t)$$

où *x* et *u* sont en mètres et *t* est en secondes. On désire déterminer : l'amplitude ; la longueur d'onde ; la période; le module de la célérité et le sens de propagation de l'onde.

L'onde proposée est progressive et est de la forme $u(x,t) = A \cos(\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x)$

A partir de la forme de la fonction on en déduit :

L'amplitude A = 0.3 m

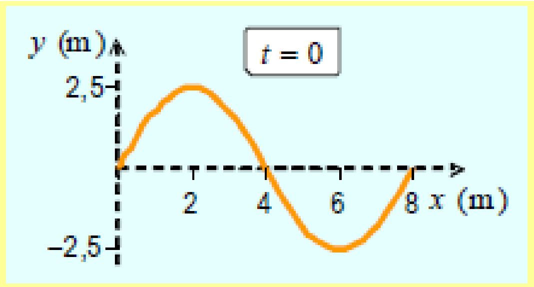
La longueur d'onde est donnée par $\frac{2\pi}{\lambda} = 0.698$ soit $\lambda = 9$ m

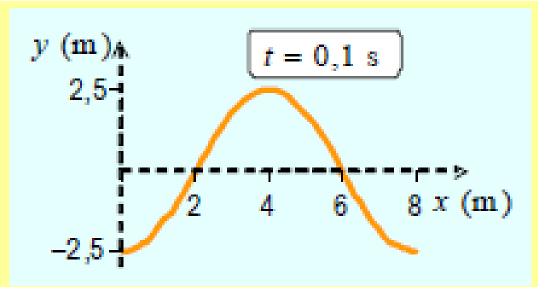
La période est donnée par la relation $\frac{2\pi}{T} = 3.49$ soit T = 1.8 s

La célérité est donnée par la relation $\lambda = cT$ soit c = 5 m/s

Il y a un signe plus devant les x l'onde se propage selon les x négatifs.

- La fonction d'une onde sinusoïdale à partir de deux photos de la corde. En photographiant une onde sinusoïdale progressive se déplaçant sur une corde, on a obtenu les deux schémas ci-dessous (pour t=0, à gauche, et pour t = 0,1 s, à droite). On désire déterminer la fonction u(x,t) qui représente cette onde, en supposant que l'onde possède la plus petite vitesse possible dans le sens positif de l'axe x;




On recherche u(x,t) sous la forme $u(x,t) = A \cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi)$

Selon le graphe à t = 0 nous pouvons déduire la longueur d'onde et l'amplitude :

La longueur d'onde $\lambda = 8$m

L'amplitude A = 2.5 m

Toujours par l'étude du graphe à t = 0 on a pour x = 0 y = u(0,0) = 0

En reportant dans la fonction : $0 = 2.5 \cos(\frac{2\pi}{T}0 - \frac{2\pi}{\lambda}0 + \varphi)$

Soit $0 = \cos\varphi$

Soit $\varphi = \pi/2$

Pour évaluer la période temporelle nous pouvons remplacer une valeur numérique du graphe à t = 0.1s par exemple (x= 0 ; y = -2.5)

En reportant dans la fonction : $-2.5 = 2.5 \cos(\frac{2\pi}{T}t_1 - \frac{2\pi}{\lambda}0 + \pi/2)$

Soit $-1 = \cos(\frac{2\pi}{T}0.1 + \pi/2)$

Soit $\frac{2\pi}{T}0.1 + \pi/2 = \pi$

Soit T = 0.4 s

D'où l'équation de l'onde : $u(x,t) = 2.5 \cos(\frac{2\pi}{0.4}t - \frac{2\pi}{8}x + \pi/2) = 2.5 \cos(15.7t - 0.785x + \pi/2)$

# PROPAGATION D'UN SIGNAL
# ONDES PROGRESSIVES

I. Quelques exemples....1
II. Définitions....2
II.1. Définition d'une onde....2
II.2. Onde transversale....2
II.3. Onde longitudinale....3
II.4. Exemple les ondes sismmiques....3
II.5. Direction de propagation....3
III. Caractéristiques d'une onde simple....3
III.1. Période temporelle et amplitude....4
III.2. Fréquence....4
III.3. La longueur d'onde....4
III.4. La célérité de l'onde....5
IV. Cas d'une onde « complexe » analyse temporelle....5
IV.1. Représentation fréquentielle d'un signal simple....5
IV.2. Représentation fréquentielle d'un signal réel....6
IV.3. Spectre d'un signal périodique- Décomposition en série de Fourier....7
V. Cas d'une onde progressive....8
V.1. Définition....8
V.2. Propagation du signal : exemple....9
V.3. Généralisation....10
VI. Onde plane progressive....10
VI.1. Présentation....10
VI.2. Double périodicité....11
VI.2.1. Périodicité temporelle....11
VI. 2.2. Périodicité spatiale....11
VI.3. Déphasage....11
VI.4. Exemples....12