

### DS n°4 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

#### Applications.

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Cette fonction est-elle injective (répondre «**Oui**» ou «**Non**») ?

$$x \mapsto \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

(1)

Déterminer l'image de  $f$  :

$$\text{Im}(f) =$$

(2)

Déterminer un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$  sur lequel  $f$  réalise une bijection sur son image (*i.e.*  $f$  réalise une bijection de  $I$  sur  $\text{Im}(f)$ ).

$$I =$$

(3)

Soit  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Déterminer les parties suivantes.

$$x \mapsto e^{2x} - 2e^x + 2$$

$$g([0, 1]) =$$

(4)

$$g\left(\left[-\infty, \ln\left(\frac{3}{2}\right)\right]\right) =$$

(5)

$$g^{\leftarrow}([-3, 5]) =$$

(6)

$$g^{\leftarrow}\left(\left[\frac{5}{4}, 2\right]\right) =$$

(7)

## Relations d'ordre.

Pour tout  $a, b \in \mathbb{N}^*$ , on définit  $a \preceq b$  par :  $\exists n \in \mathbb{N}, a^n = b$ . Déterminer deux éléments non comparables pour cet ordre  $\preceq$ .

(8)

On se place dans  $\mathbb{R}$  muni de l'ordre usuel et l'on considère la partie

$$A = \left\{ \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \mid p, q \in \mathbb{N}^* \right\}.$$

Déterminer les nombres suivants (écrire «**N'existe pas**» le cas échéant).

$\max(A) =$ 

(9)

$\sup(A) =$ 

(11)

$\min(A) =$ 

(10)

$\inf(A) =$ 

(12)

## Arithmétique.

Écrire la division euclidienne de 21 365 par 37.

(13)

Déterminer le reste de la division euclidienne de  $24^{3481}$  par 19.

(14)

Déterminer les nombres suivants.

$PGCD(11220, 3542) =$ 

(15)

$PPCM(170, 357) =$ 

(16)

Déterminer une relation de Bézout pour 60 et 88.

(17)

— FIN —