

DS07

Méthodes numériques

Sources :

Consignes

Fonctionnement du devoir

Vos réponses dépendent d'un paramètre α , unique pour chaque étudiant, qui vous est donné en haut de votre fiche réponse.

1. **Lisez attentivement tout l'énoncé avant de commencer.**
2. Ce devoir est à réaliser seul, en utilisant Python 3.
3. Nous vous conseillons de commencer par créer un dossier au nom du DS dans le répertoire dédié à l'informatique de votre compte.
4. Nous vous rappelons qu'il est possible d'obtenir de l'aide dans l'interpréteur de votre IDE en tapant `help(nom_fonction)`.
5. Vous inscrirez vos réponses sur google form dont le lien est présent sur le site de la classe dans la rubrique "info/DS tronc commun".
6. Lorsque la réponse demandée est un réel, on attend que l'écart entre la réponse que vous donnez et la valeur attendue soit strictement inférieur à 10^{-2} . Donnez donc des valeurs **avec 3 chiffres après la virgule**.
7. Vos réponses dépendent d'un paramètre α , unique pour chaque étudiant, qui est donné sur le site de la classe dans la rubrique "info/DS tronc commun".
8. Sur le site de la classe dans la rubrique "info/DS tronc commun", il y a un lien pour déposer votre script qui vous a permis de réaliser le devoir. Vous nommerez ce script : "**DS07_nom_prenom.py**".
9. Sur le site de la classe vous pouvez télécharger le fichier "pi.txt" que vous devez extraire dans un répertoire de votre machine. Vous aurez alors à votre disposition le fichier texte à manipuler selon votre numéro d'anonymat alpha.

Exercice 1 : Méthodes numériques

On s'intéresse à la fonction $f : t \mapsto \left(\frac{t}{10}\right)^5 - 5\left(\frac{t}{10}\right)t^4 + 3\left(\frac{t}{10}\right) + 50$. Cette fonction est strictement décroissante sur $[20, 30]$, $f(20) > 0$ et $f(30) < -100$. Ainsi l'équation $f(t) = -\alpha$ n'a qu'une solution sur $[20, 30]$.

Q 1 : Donnez la borne de gauche de l'intervalle obtenu après 8 itérations de la méthode de dichotomie pour résoudre l'équation $f(t) = -\alpha$. L'intervalle de départ sera $[20, 30]$. Ainsi la borne de gauche au bout de 0 itération est 20; après 1 itération, ce sera 20 ou 25, et ainsi de suite. Vous donnerez votre résultat avec 3 chiffres après la virgule.

Q 2 : On pose $u_0 = 25$ et on applique la méthode de Newton en partant de u_0 afin de résoudre l'équation $f(t) = -\alpha$. Donnez la valeur de u_3 avec 3 chiffres après la virgule. On utilisera le calcul exact de la dérivée ici.

Soit

$$I = \int_4^5 \frac{5 \sin t}{t} dt.$$

Q 3 : Donner la valeur approchée de I obtenue par la méthode des trapèzes avec $5 + \alpha$ trapèzes. Vous donnerez votre résultat avec 3 chiffres après la virgule.

Pour tout α , on pose $\phi = 1 + 0.5 \cos(2\alpha)$ et $g(t) = (t - 5\phi \sqrt{t}) \cos(t \exp(\phi))$.

Q 4 : Donnez la valeur de $\int_0^{100} g$ avec 3 chiffres après la virgule. (On utilisera la méthode des trapèzes avec $100 + \alpha$ trapèzes.)

Q 5 : Donnez l'entier $n \in \llbracket 0, 99 \rrbracket$ tel que $\left| \int_n^{n+1} g \right|$ soit minimale. (On utilisera la méthode des trapèzes avec $100 + \alpha$ trapèzes.)

Exercice 2 : Lecture d'un fichier donnant les décimales de pi

Vous trouverez sur le site de la classe un fichier `pi.txt` (dans la rubrique Info-DS Tronc commun- DS7). Il contient plus de cent mille décimales de π , écrites par ligne de dix.

Dans toute la suite, les questions porteront sur les lignes allant du numéro $100 \times \alpha$ inclus au numéro $100 \times \alpha + 3000$ exclu. Comme toujours en Python, la première ligne du texte porte le numéro 0.

Q 6 : Donnez les 6 premiers chiffres de la ligne numéro $100 \times \alpha$, qui est donc la première ligne de la partie du fichier que vous avez à étudier dans la suite.

Q 7 : Combien de fois apparaît le nombre 42 (i.e. le chiffre 4 suivi du chiffre 2, éventuellement séparés par un saut de ligne) ?

Q 8 : Quel est le chiffre le plus fréquent ? Si deux chiffres apparaissent le même nombre de fois, on donnera le plus petit.

Q 9 : Donner la plus longue tranche composée de chiffres croissants. S'il y en a plusieurs, on donnera celle dont la somme des chiffres est la plus élevée. S'il y en a encore plusieurs, on donnera la dernière.

Q 10 : On désire maintenant réécrire toutes ces décimales en retournant à la ligne après chaque 9 rencontré, et seulement dans ce cas. Écrivez la 10^e ligne du fichier ainsi réécrit. Si la ligne est trop longue, on écrira juste ses huit premiers chiffres.

Q 11 : Donnez également le nombre de lignes du fichier ainsi réécrit.

Aide mémoire ouverture de fichier

- Le fichier que vous devez manipuler avec Python doit se situer dans le même répertoire que votre script.
- Il faut vous assurer que vous travaillez dans ce répertoire-ci.
- Pour cela avec Pyzo il faut bien veiller à avoir exécuter votre fichier comme un script ("run file as script" depuis le menu "run" ou "exécuter").