Ex. 1 : Paradoxe de Monty-Hall

P : la porte initialement choisie mène au paradis.

G : la porte choisie en définitive mène au paradis.

1) 1er cas : on garde la m porte : $P = G$

donc $P(G) = P(P) = \frac{1}{3}$.

2ième cas : on change de porte : $G = \overline{P}$

dc $\quad P(G) = \dfrac{2}{3}$.

2) • Si on a choisi la porte menant au paradis : St Pierre ouvre 1 porte menant en enfer.

E : St Pierre ouvre 1 porte menant en enfer.

alors : $\quad P(E \mid P) = 1$

• $\quad P(E \mid \overline{P}) = \dfrac{1}{2}$.

<u>1er cas</u> : on garde la même porte.

$$P(G \mid E) = P(P \mid E)$$

$$\underset{\text{Bayes}}{=} \frac{P(E \mid P) \times P(P)}{P(E)}$$

$$= \frac{P(E \mid P) \times P(P)}{P(E \mid P) \times P(P) + P(E \mid \overline{P}) \times P(\overline{P})}$$

$$= \frac{1/3}{1/3 + 1/2 \times 2/3} = \frac{1}{2}.$$

<u>2ème cas</u> : On change de porte :

$P(G|E) = P(\overline{P}|E) = 1 - P(P|E)$

$= \frac{1}{2}$.

3) Il faut garder sa porte.

4) [qu. 3 : $p_1 = 0$; $p_2 = 1$].

S : Satan propose de changer.

1er cas : conserver son 1er choix :

$P(G|S) = P(P|S)$

$$\underset{\text{Bayes}}{=} \frac{P(S \mid P) \times P(P)}{P(S \mid P) \times P(P) + P(S \mid \bar{P}) \times P(\bar{P})}$$

$$= \frac{p_2 \times \frac{1}{3}}{p_2 \times \frac{1}{3} + p_1 \times \frac{2}{3}}$$

$$= \frac{p_2}{p_2 + 2p_1}.$$

$2^{\text{ème}}$ cas : changer de porte :

$$P(G \mid S) = P(\overline{P} \mid S) = 1 - P(P \mid S)$$

+ rapide :

$$= \frac{P(S \mid \overline{P}) \times P(\overline{P})}{P(S \mid \overline{P}) \times P(\overline{P}) + P(S \mid P) \times P(P)}$$

$$= 1 - \frac{p_2}{p_2 + 2p_1}$$

$$= \frac{2p_1}{p_2 + 2p_1}$$

=