Informatique tronc commun
Devoir n° 2 – Partie sur machine

15 décembre 2018

Durée : 60 minutes, documents et internet interdits.

1. **Lisez attentivement tout l'énoncé avant de commencer.**
2. Ce devoir est à réaliser seul, en utilisant Python 3.
3. Nous vous conseillons de commencer par créer un dossier au nom du DS dans le répertoire dédié à l'informatique de votre compte.
4. Nous vous rappelons qu'il est possible d'obtenir de l'aide dans l'interpréteur d'idle en tapant `help(nom_fonction)`.
5. Vous inscrirez vos réponses sur la feuille réponse fournie. Attention : lisez attentivement le paragraphe suivant.

Fonctionnement du devoir

Vos réponses dépendent d'un paramètre α, unique pour chaque étudiant, qui vous est donné en haut de votre fiche réponse. On considère la suite u à valeurs dans $[\![0, 64\,007[\![$, définie comme suit.

$$u_0 = \alpha \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = (15\,091 \times u_n)\ [64\,007].$$

Nous vous en proposons l'implémentation suivante.

```
def u(alpha,n):
    """u_n, u_0 = alpha"""
    x = alpha
    for i in range(n):
        x = (15091 * x) % 64007
    return x
```

Pour s'assurer que vous avez bien codé la suite u, en voici quelques valeurs.
u(100,0) = 100
u(1515,987) = 37099
u(496,10**4) = 53781

Dans ce devoir, on notera $a\%b$ le reste de la division euclidienne de a par b.

Lorsque vous donnerez un résultat flottant, vous écrirez juste ses huit premières décimales.

Vous trouverez en annexe les réponses pour le paramètre $\alpha = 1$, utilisez-les pour vérifier la correction de vos algorithmes.

Vous aurez intérêt à calculer une fois pour toute le tableau $[u_0, \ldots, u_{3000}] = [u_k,\ k \in [\![0, 3000]\!]]$.

Questions de cours.

Q1 Donner le reste et le quotient de la division euclidienne de $u_2 \times u_3$ par u_4.

Q2 Donner la première occurence du maximum du tableau $[u_0, \ldots, u_{999}]$ (*i.e.* déterminer le plus petit entier $k \in [\![0, 1000[\![$ pour lequel u_k est le maximum de ce tableau).

Q3 Donner $\log_{10}(u_2)$.

Exercices.

Q4 Donner le plus petit entier naturel n tel que $u_n = 100$.

Q5 Donner le nombre d'entiers inférieurs ou égaux à 10 000 parmi les u_k, pour $k \in [\![0, 1\,000[\![$.

On rappelle l'algorithme d'Euclide : si a, b sont des entiers naturels, on considère la suite r définie par :

— $r_0 = a$, $r_1 = b$;

— si $r_{n+1} \neq 0$, r_{n+2} est le reste de la division euclidienne de r_n par r_{n+1}.

Alors, si r_n est le premier terme nul de la suite $(r_n)_{n\in\mathbb{N}}$ (avec $n \geq 1$), le pgcd de a et de b est r_{n-1}.

Q6 Donner le PGCD de u_6 et u_7.

On appelle moyenne élaguée d'un tableau T la moyenne du tableau que l'on obtient quand on a enlevé à T toutes les occurences de son maximum ainsi que de son minimum.

On note $x\%100$ le reste de la division euclidienne de x par 100.

Q7 Donner la moyenne élaguée du tableau constitué des $u_k\%100$, pour $k \in [\![1\,000, 2\,000[\![$.

On rappelle qu'une tranche d'un tableau est une suite de valeurs consécutives extraites de ce tableau.

Si x est un entier, on note $x\%3$ le reste de la division eudlidienne de x par 3.

Q8 Donner la taille de la plus grande tranche constituée uniquement de zéros dans le tableau des $u_k\%3$, pour $k \in [\![2\,000, 3\,000[\![$.

Q9 Donner le plus grand nombre de termes consécutifs formant une suite croissante (au sens large) dans le tableau des $u_k\%5$, pour $k \in [\![1\,000, 3\,000[\![$

$$\boxed{\alpha = \mathbf{1}}$$

R1 (quotient) :	473
R1 (reste) :	21769
R2 :	107
R3 :	3.13830269
R4 :	31062
R5 :	156
R6 :	1
R7 :	48.87100103199
R8 :	5
R9 :	9