

Trigonométrie et complexes - des exercices supplémentaires

Exercice 1 Combien de solutions l'équation $\tan(x) + \tan(2x) + \tan(3x) + \tan(4x) = 0$ possède-t-elle dans $[0, \pi]$?

Exercice 2 Déterminer l'ensemble des points M du plan complexe dont l'affixe vérifie :

$$z + \bar{z} = |z|.$$

Exercice 3 Soit z, z' deux complexes.

1) Montrer que

$$|z + z'|^2 + |z - z'|^2 = 2(|z|^2 + |z'|^2).$$

2) Soit $u \in \mathbb{C}$ une racine carrée de zz' (c'est-à-dire que $u^2 = zz'$). Montrer que

$$|z| + |z'| = \left| \frac{z + z'}{2} + u \right| + \left| \frac{z + z'}{2} - u \right|.$$