LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.

ANNÉE 2018 - 2019

C2 : MODÉLISATION DES SYSTÈMES ASSERVIS

TD 5 - Représentation des SLCI par les schéma blocs(C2-3)

2 Octobre 2018

Compétences

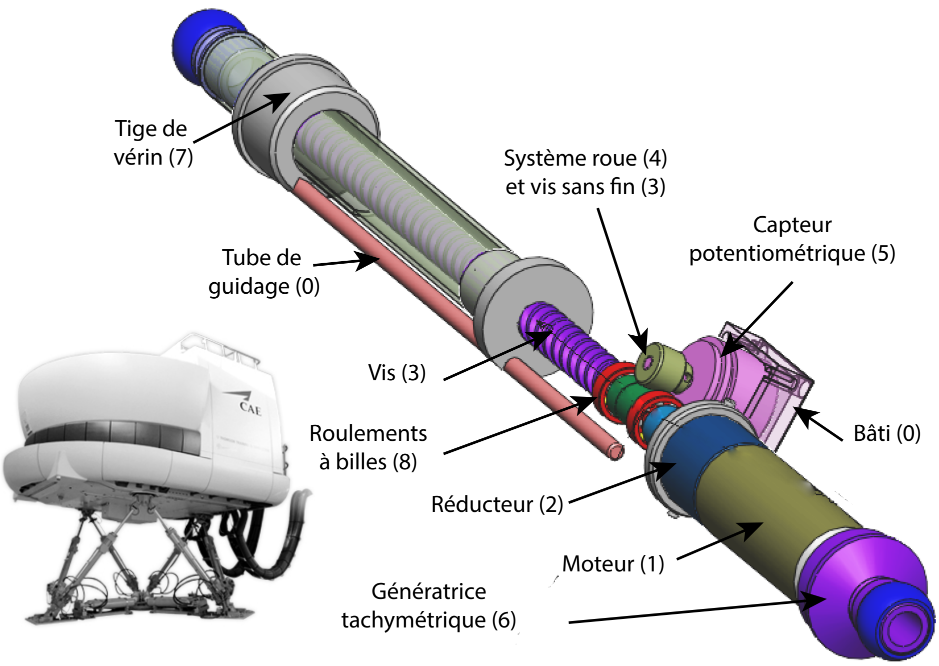
- **Analyser :** apprécier la pertinence et la validité des résultats.
- **Modéliser :** Proposer un modèle de connaissance et de comportement :
  - déterminer les fonctions de transfert des SLCI à partir d'équations physiques (modèle de connaissance) ;
  - schéma-bloc.

1 Modélisation d'un vérin électrique d'un simulateur de vol

a) Introduction

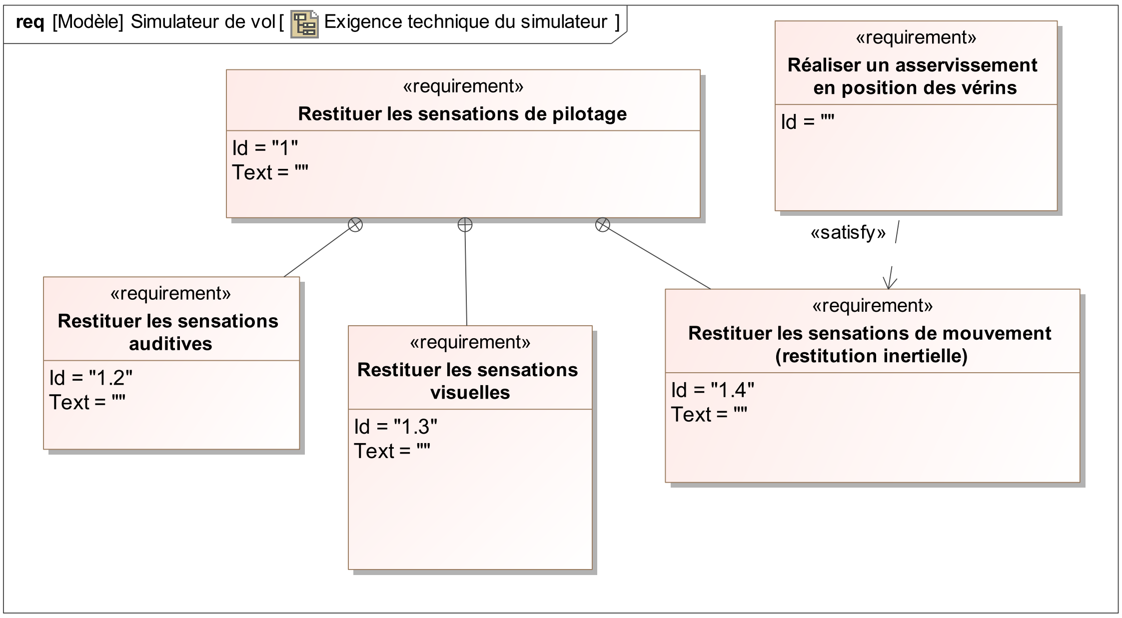
L'apprentissage du pilotage ou la qualification des pilotes sur un nouveau type d'appareil requiert de nombreuses heures de formation "en situation". A cet effet, le simulateur de vol se substitue avantageusement au vol réel, tant au niveau du coût de la formation que de l'étendue des situations qui peuvent être reproduites en toute sécurité.

La cinématique des simulateurs les plus complets est basée sur un hexapode (ou plate-forme de Stewart) doté de 6 degrés de liberté. Chaque degré de liberté est actionné par un vérin électrique dont on donne la constitution sur la figure ci-dessous.



Objectif 1 :

On souhaite vérifier les performances du cahier des charges représenté partiellement par le diagramme suivant :



- La rotation de la vis (3) est obtenue à partir du moto-réducteur (moteur (1) et réducteur (2)). Le moteur est un moteur à courant continu dont le comportement sera modélisé plus tard. On pourra alors donner sa fonction de transfert ($H_m(p)$) qui relie sa vitesse de rotation ($\omega_m(t)$) à sa tension d'alimentation ($U_m(t)$). On notera $\Omega_m(p)$ et $U_m(p)$ les transformées de Laplace respective de $\omega_m(t)$ et $u_m(t)$:

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1+\tau_m \cdot p}.$$

- Le réducteur permet d'adapter la vitesse de rotation de telle sorte que la vitesse de rotation de la vis ($\omega_v(t)$) soit 20 fois plus petite que la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$.

- La rotation de la vis (3) est transformée en un mouvement de translation grâce à l'écrou (7). Le déplacement de l'écrou (noté $x_s(t)$) est relié à la rotation de la vis ($\theta_v(t)$) par la relation :

$$x_s(t) = \theta_v(t) \cdot \frac{pas}{2\pi}.$$

pas représente le pas de la vis et il s'exprime en $mm/tour$.
- Le capteur (5) prélève la vitesse de rotation de la vis par l'intermédiaire d'un système roue/vis sans fin de rapport de réduction :

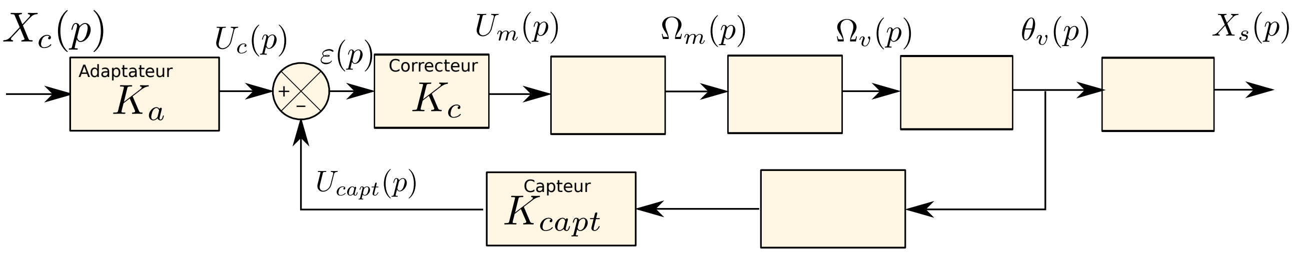
$$\frac{\theta_v(t)}{\theta_{capt}} = 25.$$

b) Questions

Q 1 : Traduire chacun des points de l'énoncé par des relations dans le domaine de Laplace.
Q 2 : Compléter le schéma bloc ci-dessous.
Q 3 : En déduire la fonction de transfert en boucle fermé du système :

$$H(p) = \frac{X_s(p)}{X_c(p)}$$

Q 4 : Déterminer la valeur finale atteinte par ce système lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude x_{c0}
Q 5 : Peut-on dire que nous avons un système asservi ?



2 Moteur à courant continu

a) Introduction

Un moteur à courant continu est mis en rotation grâce à une force magnétique : la force de Laplace (fig.1). Cette force s'applique à un conducteur parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique.

Le champ magnétique est créé par l'inducteur (voir fig.2) : ce sont des aimants ou des bobines placées sur le stator. Les conducteurs constituent l'induit : ce sont des barres placées dans des encoches, sur le rotor. Un système de collecteurs (lame et balais) assure un contact électrique glissant, entre ces conducteurs et l'extérieur de la machine. De plus, ce dispositif inverse à chaque demi-tour du rotor le sens de parcours du courant, ce qui inverse le sens de la force.

Un moteur à courant continu est constitué d'un circuit d'induit (rotor) soumis à un champ magnétique créé par le stator. Les moteurs d'asservissement de petite puissance utilisent en général un aimant permanent pour créer ce champ. Le moteur à courant continu est alors commandé par une tension $u_m(t)$ au borne de l'induit. L'induit est équivalent à un circuit $R-L$ en série. Il est caractérisé par les paramètres suivantes :

- K_c : la constante de couple;
- K_e : la constante de force contre électromotrice (fcem);
- R : la résistance de l'induit;
- L : l'inductance de l'induit;
- J : l'inertie (inertie propre du moteur + inertie de la mécanique entraînée);
- f : le coefficient de frottement visqueux mécanique.

On note :

- $u_m(t)$: la tension appliquée aux bornes de l'induit;
- $e(t)$: tension de force contre-électromotrice;
- $i(t)$: le courant absorbé par l'induit;
- $\omega_m(t)$: la vitesse angulaire de l'arbre;

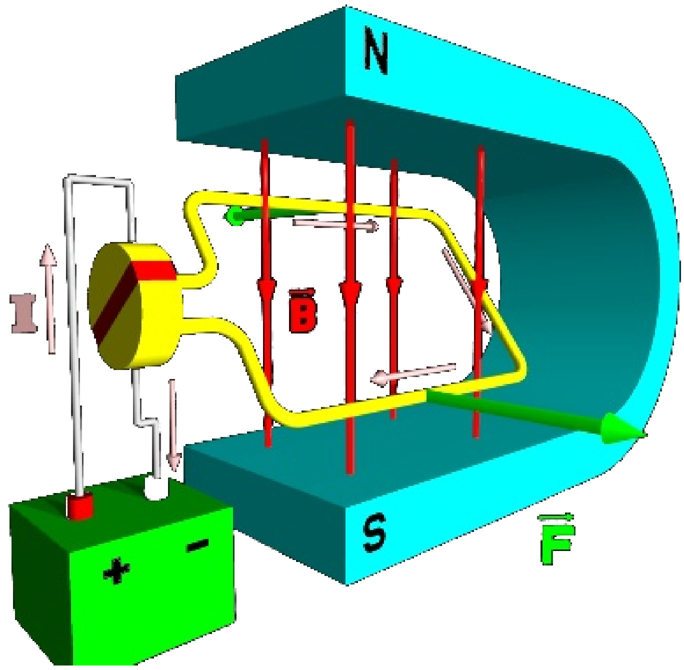


FIGURE 1 – Schéma des efforts appliqués sur le stator

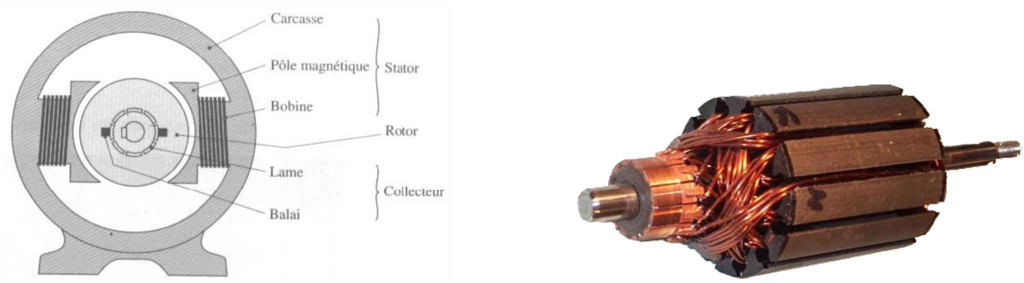


FIGURE 2 – Rotor d'un moteur à courant continu

- $C_m(t)$: le couple moteur ;
- $Cr_{(}t)$: le couple résistant exercé sur l'arbre du moteur.

Indications : Le principe fondamental de la dynamique en moment autour d'un axe fixe $O\Delta$ appliqué à un solide S s'écrit :

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{N}(-1)^{ni} Ci_{ext\to S}(t)$$

où ω est la vitesse de rotation de S autour de l'axe fixe Δ, $C_i(ext \to S)$ est le $i^{\text{ème}}$ couple suivant $O\Delta$ s'appliquant sur le solide S. J est le moment d'inertie de S suivant $O\Delta$ et ni est un coefficient valant 1 ou -1 respectivement selon que le moment $C_i(ext \to S)$ soit moteur ou résistant.

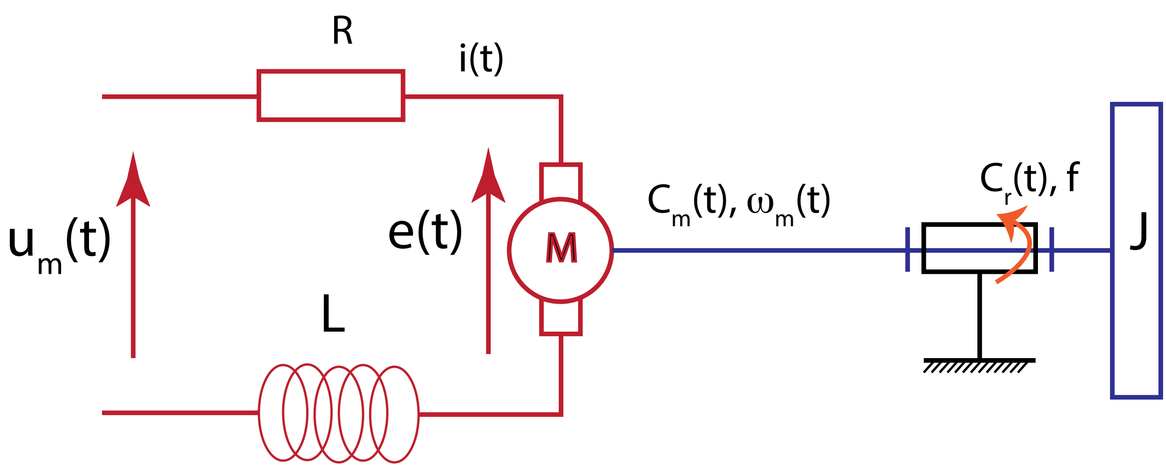
Les équations temporelles décrivant le fonctionnement d'un moteur à courant continu sont données ci-dessous :

$$C_m(t) - C_r(t) - f\cdot\omega_m(t) = J\cdot\frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

$$u_m(t) = e(t) + L\frac{di(t)}{dt} + R\cdot i(t)$$

$$e(t) = K_e\cdot\omega_m(t)$$

$$C_m(t) = K_c\cdot i(t).$$

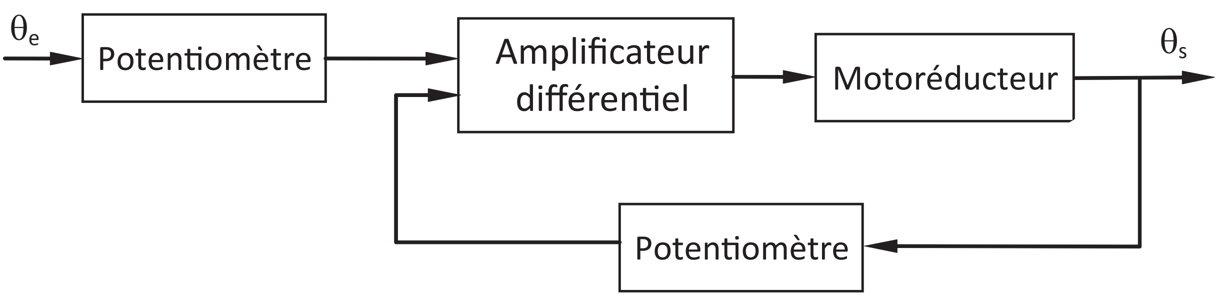


b) Fonction de transfert du moteur

Q 6 : Distinguer des différentes équations temporelles, les équations électrique, mécanique et électromécanique.
Q 7 : Transformer ces équations dans le domaine de Laplace.
Q 8 : Exprimer la vitesse angulaire du moteur en fonction de la tension d'alimentation et du couple résistant.
Q 9 : En déduire la transmittance (ou fonction de transfert) du moteur non perturbé.
Q 10 : Représenter le moteur par son schéma-bloc.
Q 11 : En général l'inductance de l'induit est négligeable. Donner la fonction de transfert simplifiée.

c) Asservissement de position

On souhaite faire tourner l'arbre d'un motoréducteur d'un angle θ. On utilise pour cela la chaîne fonctionnelle ci-dessous :



On note :
- K_a le gain de l'amplificateur (sans dimension) ;
- K_p le gain du potentiomètre (en V/rad) ;
- r le rapport de réduction du réducteur tel que

$$\frac{\theta_s(t)}{\theta_m(t)} = \frac{1}{r}$$

, $(r > 1)$.

Q 12 : Donner son schéma-bloc en portant dans les boites, les transmittances correspondantes, (on prendra la fonction de transfert du moteur non perturbé en considérant son inductance négligeable).
Q 13 : Réduire ce schéma et donner la fonction de transfert en boucle ouverte du système.
Q 14 : Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.

Corrigé

1 Corrigé : modélisation d'un vérin électrique d'un simulateur de vol

Q 1 : Traduire chacun des points de l'énoncé par des relation dans le domaine de Laplace.

$$H_m(p) = \frac{\theta_m(p)}{u_m(p)}$$

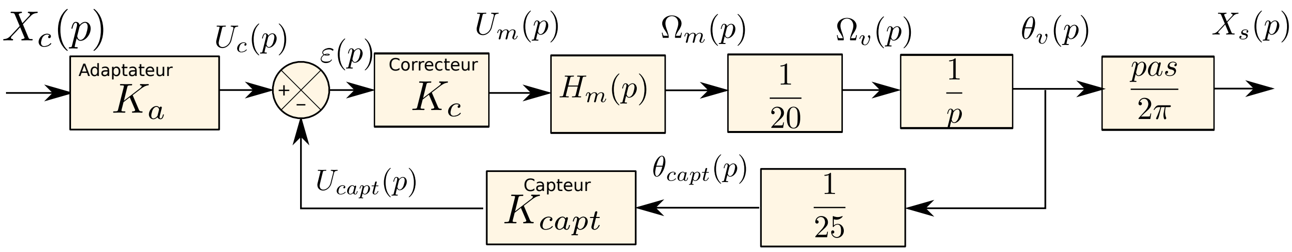
$$\Omega_v(p) = \frac{\Omega_m(p)}{20}$$

$$\theta_v(p) = \frac{\Omega_v(p)}{p}$$

$$X_s(p) = \frac{\theta_v(p) \cdot pas}{2\pi}$$

$$\theta_{capt} = \frac{\theta_v(p)}{25}$$

Q 2 : Compléter le schéma bloc ci-dessous.



Q 3 : En déduire la fonction de transfert en boucle fermé sur système :

$$H(p) = \frac{X_s(p)}{X_c(p)}$$

$$H(p) = \frac{K_a \cdot pas}{2\pi} \cdot \frac{"Chainedirecte"}{1 + FTBO(p)}$$

$$H(p) = \frac{K_a \cdot pas}{2\pi} \cdot \frac{K_c \cdot H_m(p) \cdot \frac{1}{20 \cdot p}}{1 + K_c \cdot H_m(p) \cdot \frac{K_{capt}}{500 \cdot p}}$$

Q 4 : Peut-on dire que nous avons un système asservi ?

Ce système est asservi car d'une part il possède la structure d'un système asservi et l'asservissement est réalisé par un capteur.

2 Corrigé : Moteur à courant continu

Q 5 : Distinguer des différentes équations temporelles, les équations électrique, mécanique et électromécanique.

Équations électriques

$$u_m(t) = e(t) - L\frac{di(t)}{dt} - R \cdot i(t)$$

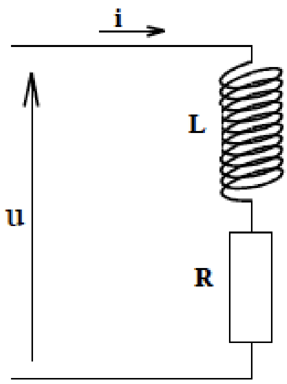
Équations mécaniques

$$C_m(t) - C_r(t) - f \cdot \omega_m(t) = J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

Équation électro-mécaniques

$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$$

$$C_m(t) = K_c \cdot i(t).$$



Q 6 : Transformer ces équations dans le domaine de Laplace.

Équations électriques

$$U_m(p) = E(p) - L \cdot p \cdot I(p) - R \cdot I(p)$$

Équations mécaniques

$$C_m(p) - C_r(p) - f \cdot \cdot \Omega_m(p) = J \cdot p \cdot \Omega_m(p)$$

Équation électro-mécaniques

$$E(p) = K_e \cdot \Omega_m(p)$$

$$C_m(p) = K_c \cdot I(p).$$

Q 7 : Exprimer la vitesse angulaire du moteur en fonction de la tension d'alimentation et du couple résistant.

De l'équation mécanique :

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J \cdot p + f}\left(C_m(p) - C_r(p)\right)$$

Avec l'équation électromécanique :

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J \cdot p + f}\left(K_c \cdot I(p) - C_r(p)\right)$$

L'équation électrique donne :

$$I(p) = \frac{1}{R + L \cdot p}\left(U_m(p) - E(p)\right)$$

On a donc :

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J \cdot p + f}\left(K_c \cdot \frac{1}{R + L \cdot p}\left(U_m(p) - E(p)\right) - C_r(p)\right)$$

Avec la dernière équation électromécanique :

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J \cdot p + f}\left(K_c \cdot \frac{1}{R + L \cdot p}\left(U_m(p) - K_e \cdot \Omega_m(p)\right) - C_r(p)\right)$$

$$\Omega_m(p)\left(1 + \frac{K_e \cdot K_c}{\left(J \cdot p + f\right)\left(R + L \cdot p\right)}\right) = \frac{1}{\left(J \cdot p + f\right)\left(R + L \cdot p\right)}\left(K_c \cdot U_m(p) - \left(R + L \cdot p\right) \cdot C_r(p)\right)$$

On trouve alors,

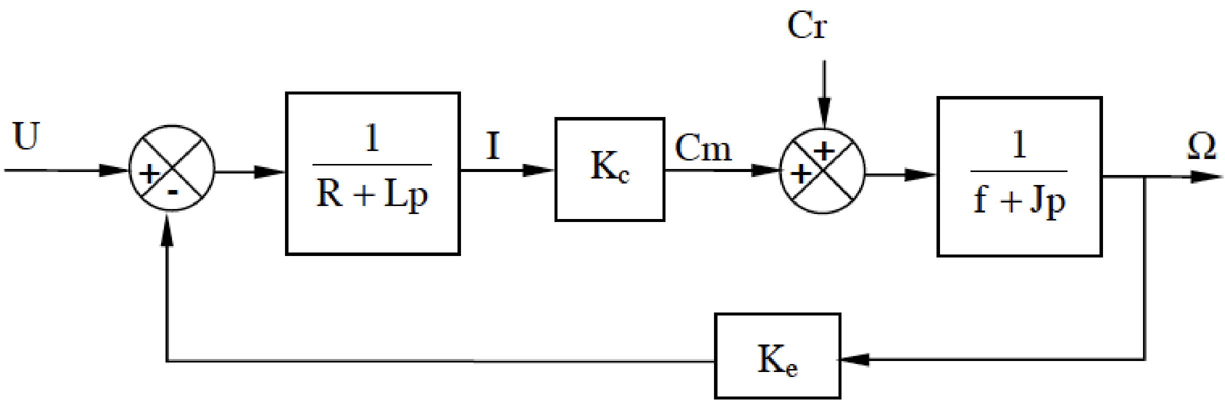
$$\Omega_m(p) = \frac{1}{K_e \cdot K_c + \left(J \cdot p + f\right)\left(R + L \cdot p\right)}\left(K_c \cdot U_m(p) - \left(R + L \cdot p\right) \cdot C_r(p)\right)$$

Q 8 : En déduire la transmittance (ou fonction de transfert) du moteur non perturbé.

Dans le cas où $C_r(p) = 0$, on trouve alors :

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_c}{K_e \cdot K_c + \left(J \cdot p + f\right)\left(R + L \cdot p\right)}$$

Q 9 : Représenter le moteur par son schéma-bloc.

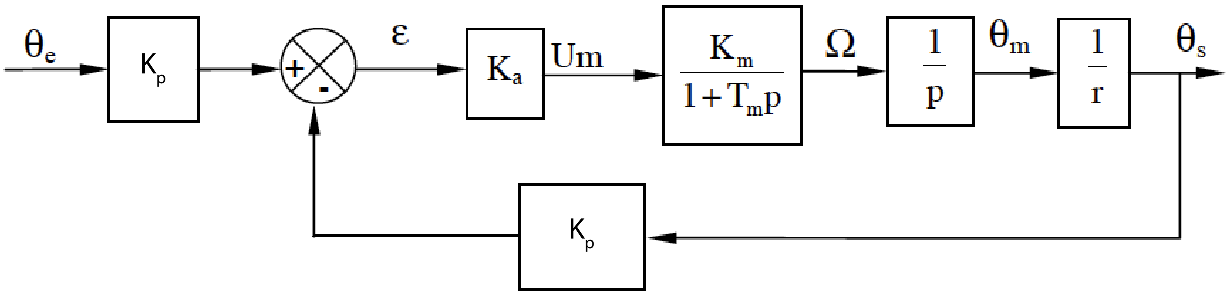


Q 10 : En général l'inductance de l'induit est négligeable. Donner la fonction de transfert simplifiée.

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_c}{K_e \cdot K_c + \left(J \cdot R \cdot p + f\right) \cdot R}$$

$$H_m(p) = \frac{\frac{K_c}{R \cdot f + K_e \cdot K_c}}{1 + \frac{R \cdot J}{R \cdot f + K_e \cdot K_c} \cdot p} = \frac{K_m}{1 + T_m \cdot p}$$

Q 11 : Donner son schéma-bloc en portant dans les boites, les transmittances correspondantes, (on prendra la fonction de transfert du moteur non perturbé en considérant son inductance négligeable).

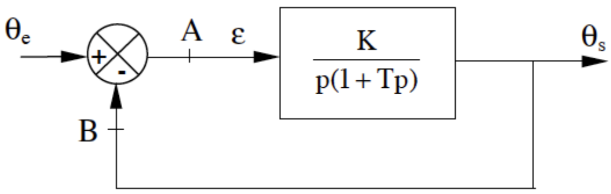


Q 12 : Réduire ce schéma et donner la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

Avec,

- $K = \frac{K_a \cdot K_p \cdot K_m}{r}$;
- $T = T_m$.

$$FTBO(p) = \frac{K}{p\left(1 + T \cdot p\right)}$$



Q 13 : Déterminer la fonction de transfert du système en boucle fermée.

$$FTBF(p) = \frac{\frac{K}{p(1+T \cdot p)}}{1 + \frac{K}{p(1+T \cdot p)}} = \frac{K}{p\left(1 + T \cdot p\right) + K}$$

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{T}p + \frac{T}{K}p^2}$$