

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 28 points, ramené sur 5 points, +30%.
- Barème : exercice de TD sur 8 points, chaque question de problème sur 4 points, total sur 88 points (version 1) ou 108 points (version 2), ramené sur 15 points, +5% (version 1) ou +150% (version 2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \min\left(\frac{1}{10} \lceil 10x \rceil; 20\right)$.

	Calculs	Problème (V1)	Problème (V2)	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(1,3\frac{5c}{28} + 1,05\frac{15p_1}{88} + 2,5\frac{15p_2}{108}\right)$
Note maximale	23	67	44	20
Note minimale	4,5	24	6	4,6
Moyenne	$\approx 10,92$	$\approx 38,38$	$\approx 26,03$	$\approx 10,34$
Écart-type	$\approx 4,10$	$\approx 9,73$	$\approx 9,79$	$\approx 3,48$
Premier quartile	8	32	21	7,95
Médiane	10,25	36	24,5	10,15
Troisième quartile	13	45	33	11,5



Remarques générales.

- Si $x \in [0, 1]$ et $f_n(x) < f_{n+1}(x)$, alors la propriété de croissance de l'intégrale ne permet que d'obtenir $\int_0^1 f_n \leq \int_0^1 f_{n+1}$. De manière générale, vous êtes bien trop imprécis dans la manipulation des inégalités. Or, cela est fondamental en analyse. Faites-y attention.
- En algèbre linéaire, arrêtez d'essayer d'utiliser l'argument « une famille libre maximale est une base » : vous l'utilisez souvent de manière erronée. Je vous rappelle : la maximalité s'entend pour l'inclusion de famille, parmi les familles libres. Pour vérifier ce critère, il faut rajouter un vecteur *quelconque* à cette famille et constater qu'on obtient nécessairement une famille liée.
- Les mots « évident » et « trivial » sont à bannir dans une copie.
- Pour la plupart, vous avez fait des efforts de présentation et vos copies sont claires et lisibles. Pour les récalcitrants, voici quelques morceaux choisis de rapports. « Les candidats qui ont cédé à la facilité d'une rédaction bâclée ont été systématiquement sanctionnés. » (Centrale 2016, Maths 1) « Les théorèmes doivent être connus et utilisés en vérifiant précisément les hypothèses. Les démonstrations et les calculs doivent figurer sur les copies et être d'autant plus détaillés que le résultat est donné. Rappelons que la présentation et la rédaction sont évaluées. Le manque de soin est systématiquement sanctionné. Il est par ailleurs indispensable de mettre en valeur les résultats, par exemple en les encadrant. » (Centrale 2015, Maths 2) « Le jury ne peut que rappeler aux candidats qu'il est toujours utile et profitable de prendre un peu de temps pour comprendre l'architecture du problème et le lien entre les questions [...] La présence massive d'abréviations, de phrases sans verbe, de ratures ou l'emploi du blanc correcteur (sur du papier rose, ce n'est pas très discret ...) compliquent la tâche du correcteur, qui doit parfois interpréter ce qu'il lit. Et cette interprétation est rarement favorable au candidat. Le jury est toujours plus conciliant avec des copies bien présentées et des résultats encadrés. » (Centrale 2014, Maths 1)

Un exercice vu en TD.

Si $\varphi : \llbracket 1, n \rrbracket \rightarrow \llbracket 1, p \rrbracket$, pensez à justifier que $\text{Im } \varphi$ est de cardinal n .

ECRICOME 2005.

Certains ont écrit « si $x > 1$, alors $I_n \leq 0$, sinon [...] ». Quelle  HORREUR  ! I_n ne dépend pas de x , qui est la variable d'intégration.

- 1) Vous pouviez (traduisez : deviez) vérifier la cohérence de votre résultat en utilisant la formule donnée en 7).
- 2) Étudier le signe de $I_{n+1} - I_n$ est assez lourd.
- 8) Vous ne pouvez manipuler cette limite avant d'avoir montré son existence. Comme d'habitude, préférez l'utilisation du symbole $\xrightarrow{n \rightarrow +\infty}$.
- 10) Vous ne pouvez manipuler a , b ou c avant d'avoir montré son existence.

E3A 2014 - Endomorphismes de carré nul.

- 3) Il fallait rappeler la seule hypothèse de ce théorème : E est de dimension finie. En effet, l'énoncé vous demandait une citation précise, donc avec ses hypothèses.
- 4a) Avec $\operatorname{rg} u \leq 1$, pensez à justifier que $\operatorname{rg} u \neq 0$.
- 4bi) Pensez à utiliser les questions préliminaires : vous pouvez répondre à cette question en une ligne.
- 5a) Le fait que F_i est un sev de E est immédiat : c'est l'image d'un endomorphisme.

E3A 2014 - Étude d'intégrales.

On vous demandait de répéter plusieurs fois le même type d'IPP. Il convenait de justifier au moins la première.

- 1) Je suis désespéré d'avoir chaque fois à faire les mêmes remarques (de niveau terminale). D'une part, vous devez étudier la monotonie **STRICTE** sur chaque morceau (correspond à une flèche du tableau de variations). Ensuite, un argument du type « $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [\dots]$ » ne permet pas d'obtenir le signe de $f'(x)$. Vous savez juste où $f'(x)$ est strictement positive, mais pas où elle s'annule, par exemple. Pour la dernière fois, j'espère, **FACTORISEZ** la dérivée en produit de termes, soit de signe évident, soit que vous étudiez par étude de fonction.
- 3) f_n est une fonction, vous ne pouvez pas écrire $f_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$.
- 5) Toute cette question revient à montrer que l'intégrale écrite tend vers 0. Si vous le sautez, la question devient vide.
- 7-9) $n+1 \sim n$ donne $\frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} + o\left(\frac{1}{n}\right)$, et non $\frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$ qui serait nécessaire pour injecter ceci directement. Vous deviez donc réaliser le développement asymptotique de $\frac{1}{n+1}$ à l'ordre $\frac{1}{n^2}$.
- 10) Attention, h n'est pas \mathcal{C}^∞ , donc le résultat du 8) ne s'applique pas. Cependant, les résultats doivent coïncider pour les fonctions \mathcal{C}^∞ .

Endomorphismes cycliques.

- 1) Voir $\mathcal{C}(f)$ comme un noyau vous fait gagner du temps et prédispose favorablement le correcteur.
- 2) Il suffisait d'utiliser la question précédente pour conclure rapidement.
- 3) Vous devez montrer que l'ensemble de ces entiers est majoré et non vide.
Pour $p = 1$, cette famille n'est pas forcément libre (si $a = 0_E$). Si $p = 0$, oui (c'est la famille vide).
- 4) $(a, f(a), \dots, f^{p-1}(a))$ n'est qu'une sous-famille d'une famille génératrice. Ce n'est donc pas automatiquement une famille génératrice. C'était d'ailleurs la question.
On ne sait pas si $(a, f(a), \dots, f^{p-1}(a))$ est libre « maximale », ni si pour tout $k \geq p$, $(a, f(a), \dots, f^{p-1}(a), f^k(a))$ est liée. On sait juste ici que $(a, f(a), \dots, f^p(a))$ est liée.
- 8) Une somme de polynômes de degrés $k-1$ peut ne pas être de degré $k-1$.