DS n°2 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :		Note:	
-----------------	--	-------	--

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Fonctions usuelles

Simplifier les expressions suivantes.

$$\sin\left(\operatorname{Arcsin}\left(\frac{1}{e}\right)\right) = \boxed{ (1) \quad \operatorname{Arccos}\left[\cos\left(\frac{24\pi}{7}\right)\right] = \boxed{ (2)}}$$

Calculer les dérivées des expressions suivantes.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\frac{5}{x^5} + \frac{3}{x^2} \right) = \boxed{ (3)}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left(\ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right) = \tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \left[\ln \left(\mathrm{ch} \left(\frac{1}{x^2 + 1} \right) \right) \right] = \tag{5}$$

Donner l'ensemble des solutions de l'équation sh(x) = 3.

(6)

Logique

Nier la proposition $P: \forall x \in \mathbb{R}, \ \exists y \in \mathbb{R}, \ (x^2 > y) \Rightarrow -1 \leqslant x \leqslant 1.$

$$\neg P \equiv \boxed{ (7)}$$

Simplifier l'expression logique suivante, où P et Q sont deux propositions.

$$P \Rightarrow (P \land Q) \equiv \tag{8}$$

Sommes, produits, systèmes

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer (on donnera une forme simplifiée et factorisée) :

$$\sum_{i=0}^{5} \sum_{j=0}^{3} i^2 j = \boxed{ (9) \qquad \prod_{i=2}^{42} \frac{i}{i+2} = \boxed{ }}$$

Calculer les deux sommes suivantes, où $n \in \mathbb{N}$.

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 3^k = \boxed{ (15) \quad \sum_{k=0}^{n} k 3^k = }$$

Soit $a, b, c \in \mathbb{R}$. Donner les ensembles de solutions des systèmes réels suivants.

$$\begin{cases} 2x - 2y & = 2\\ x - y + z = 1 :\\ -x + 2y + z = 1 \end{cases}$$
 (17)

$$\begin{cases} 3x + y - 2z = 1 \\ x - 3y = 3 : \\ x + 2y - z = 2 \end{cases}$$
 (18)

$$\begin{cases}
-x + 3y - 2z = 2 \\
-x + 5y - 3z = 4 : \\
2x - 4y + 3z = -2
\end{cases}$$
(19)

Nombres complexes

Mettre sous forme trigonométrique

$$1 + \frac{i}{\sqrt{3}} = \tag{20}$$

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} + i\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \tag{21}$$

(pour le deuxième, on pourra commencer par calculer le carré du nombre étudié).