Informatique tronc commun Devoir nº 1

À rendre le 5 (MPSI 1) ou le 6 (MPSI 2) novembre 2018

Ce devoir est à réaliser individuellement pendant les vacances d'automne.

Vous écrirez les fonctions demandées dans le langage Python (version 3) et rendrez sur papier votre composition manuscrite.

Vous rédigerez soigneusement la ou les fonctions Python que vous devrez écrire, sans oublier les indentations, chaînes de documentation et commentaires nécessaires.

On numérotera chaque ligne de chaque bloc de code Python.

Lorsque vous écrirez un invariant ou un variant, vous ferez systématiquement référence aux lignes du bloc de code étudié. Par exemple : « Un invariant pour la boucle for des lignes n° 42 à 1515 est [...] ».

Lorsque vous justifierez un invariant ou un variant, vous ferez systématiquement référence à une ligne du bloc de code étudié. Par exemple : « au début de la ligne n^o 42, on a [...] », ou « à la fin de la ligne n^o 1515, on sait que [...] ».

Lorsque vous écrivez une fonction Python, on ne vous demande pas de vérifier que les arguments donnés sont corrects. Cependant, il sera apprécié d'indiquer les préconditions vérifiées par ces arguments dans la chaîne de documentation de la fonction.

I. Fonction mystère.

On considère la fonction suivante.

Q1 Montrer que $\langle x = L[i-1] \rangle$ est un invariant de boucle pour la boucle while de la fonction mystère.

Q2 Donner un variant de boucle pour la boucle while de la fonction mystere. Que peut-on en déduire?

Q3 Si L est une liste de nombres, que fait mystere(L)? Le justifier, notamment à l'aide des questions précédentes (vous pourrez cependant écrire un ou plusieurs autres invariants, au besoin).

Remarque: vous avez tout intérêt à utiliser cette fonction et à observer son fonctionnement avant de répondre à ces questions.

II. Coefficients binomiaux.

Q4 Écrire une fonction comb(n,p) calculant $\binom{n}{p}$ pour deux entiers naturels n, p vérifiant $0 \le p \le n$, en utilisant la formule :

$$\binom{n}{p} = \frac{n}{p} \times \frac{n-1}{p-1} \times \dots \times \frac{n-p+1}{1}.$$

On veillera à ce que le résultat donné par la fonction comb soit d'un type convenable.

Remarque : On ne demande pas de vérifier que les arguments de cette fonction vérifient les conditions imposées.

 $\mathbf{Q5}$ Justifier que la fonction écrite donne bien le bon résultat, notamment à l'aide d'un invariant de boucle.