Nom : Correcteur : Note :

Énoncer l'inégalité de Cauchy-Schwarz.

Soit $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espace euclidien et F un sev de E. Montrer que $F \oplus F^{\perp} = E$.

Dans $\mathbb{R}^3$ muni de son produit scalaire usuel, on considère $\mathscr{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$.

1) Montrer que $\mathscr{B}$ est une base orthonormale.

2) Quelles sont les coordonnées de $x = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$ dans $\mathscr{B}$?

Soit $X_1, \ldots, X_n$ des variables aléatoires réelles, indépendantes deux à deux. Que peut-on dire de $V(X_1 + \cdots + X_n)$? Le montrer.