

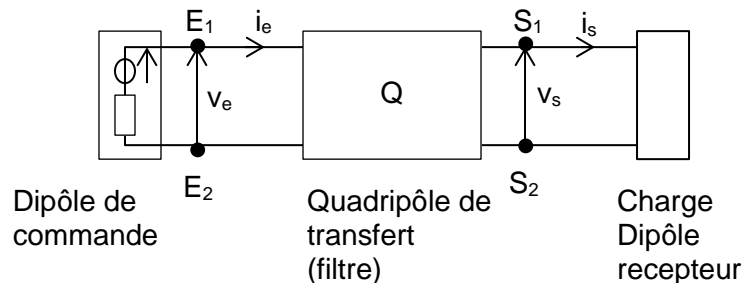
I. Fonctions de transfert d'un système linéaire.

I.1. Filtres ou quadripôles de transfert.

Les réseaux seront étudiés dans ce chapitre de la façon suivante :

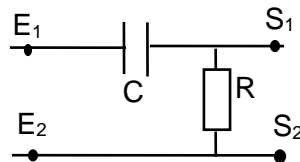
- On injecte un signal de « commande » à l'entrée du système.
- On recueille en sortie un signal dont on étudie les caractéristiques.

D'où la schématisation suivante du système :



Remarque : Tout ce qui est à gauche de (E₁, E₂) sera modélisé par un générateur de Thevenin ou de Norton, même si le dipôle linéaire est complexe.

Exemple de quadripôle :



Ici c'est aussi un tripôle puisque E₂ = S₂.

I.2. Fonctions de transfert.

Hypothèses : → Le générateur de commande a une f.é.m sinusoïdale.

→ Le générateur, le filtre et la charge sont linéaires.

⇒ Toutes les ddp et tous les courants seront sinusoïdaux.

La grandeur d'entrée privilégiée (tension appliquée ou courant) est désignée par :

$$x_e(t) = X_e \sqrt{2} \cos(\omega t) \rightarrow \underline{X_e} = X_e$$

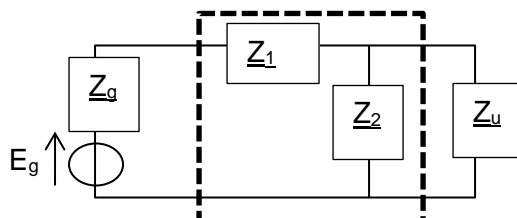
La grandeur de sortie privilégiée (tension appliquée ou courant) est désignée par :

$$x_s(t) = X_s \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi) \rightarrow \underline{X_s} = X_s e^{j\varphi}$$

La fonction de transfert du quadripôle : $\underline{H(j\omega)} = \frac{\underline{X_s}}{\underline{X_e}} = \frac{X_s}{X_e} e^{j\varphi}$

II. Propriétés d'une fonction de transfert.

• Exemple:



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_2 Z_u}{Z_2 + Z_u} \cdot \frac{1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_u}{Z_2 + Z_u}} = \frac{Z_2 Z_u}{Z_2 Z_u + Z_1 Z_u + Z_2 Z_1}$$

Cas particulier : Si Z_u est infinie (filtre à vide) $\Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_2}{Z_2 + Z_1}$

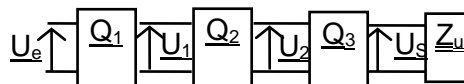
\Rightarrow **H dépend de la charge.**

Le transfert ne dépend pas que du filtre mais il dépend aussi de la charge.

• Cas des filtres en cascade :

On dit que des quadripôles sont branchés en cascade si la sortie de l'un est directement reliée à l'entrée du suivant.

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{U_s}{U_e} = \frac{U_s}{U_2} \cdot \frac{U_2}{U_1} \cdot \frac{U_1}{U_e}$$



$$\underline{H} = \underline{H}_3 \cdot \underline{H}_2 \cdot \underline{H}_1$$

Chaque filtre charge le précédent :

Pour calculer \underline{H}_2 il faut tenir compte de la présence de \underline{Q}_3 et de \underline{Z}_u .

Pour calculer \underline{H}_1 il faut tenir compte de la présence de \underline{Q}_2 , de \underline{Q}_3 et de \underline{Z}_u .

III. Les caractéristiques de $\underline{H}(j\omega)$: module et argument.

$\underline{H}(j\omega)$ est une fonction complexe de module $H(\omega)$ et d'argument $\varphi(\omega)$, elle peut donc s'écrire sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = H(\omega) \exp[j\varphi(\omega)]$$

Si $\underline{H}(j\omega)$ représente l'amplification en tension alors

Le module $H(\omega)$ représente le rapport des valeurs efficaces U_s/U_e

L'argument $\varphi(\omega)$ représente le déphasage de U_s par rapport à U_e .

D'où si $u_e(t) = U_e \sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha)$ alors $u_s(t) = H(\omega) U_e \sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha + \varphi(\omega))$.

• Cas des filtres en cascade : $\underline{H} = \underline{H}_1 \cdot \underline{H}_2 \cdot \underline{H}_3 = H \exp(j\varphi)$.

Les propriétés de la multiplication des complexes permettent de dire :

$$H = |\underline{H}| = |\underline{H}_1| \cdot |\underline{H}_2| \cdot |\underline{H}_3| = H_1 \cdot H_2 \cdot H_3$$

$$\varphi = \text{Arg}(\underline{H}) = \text{Arg}(\underline{H}_1) + \text{Arg}(\underline{H}_2) + \text{Arg}(\underline{H}_3) = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$$

IV. Réponse fréquentielle d'un filtre linéaire.

IV.1. Définition.

C'est l'étude du comportement en fréquence de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ du quadripôle. On se place en régime sinusoïdal forcé pour une pulsation de commande ω choisie comme paramètre. Cette étude se ramène à l'étude des fonctions réelles :

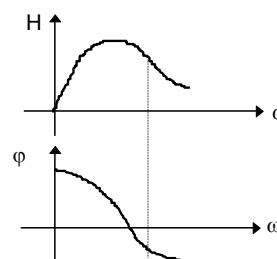
→ Le module $H(\omega)$.

→ L'argument $\varphi(\omega)$.

Il y a plusieurs types de représentations graphiques.

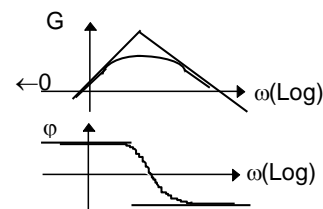
IV.2. Les caractéristiques $H(\omega)$ et $\varphi(\omega)$.

Elles sont tracées en échelles linéaires et sont usuellement appelées « courbes de réponses ». Les deux courbes sont tracées en regard, les abscisses étant en correspondance, de façon à avoir les résultats en regard.



IV.3. Diagramme de Bode.

On trace en regard φ et $G = 20 \text{ Log}(H)$. L'abscisse ω est en échelle logarithmique.
L'intérêt d'une telle représentation est que l'on peut étendre les résultats sur un plus grand intervalle de pulsations, de plus les courbes sont plus proches des asymptotes, ces dernières se traçant facilement.



V. Notion sur les échelles logarithmiques.

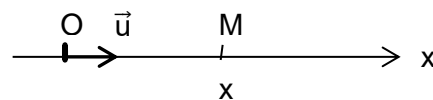
V.1. Rappels sur les échelles linéaires

Définition :

Soit \vec{u} un vecteur unitaire de l'axe (Ox).

- Le point M de l'axe est l'image du réel x : $\vec{OM} = x\vec{u}$

- L'origine O est l'image du nombre 0.



Symétries :

- Deux points M et M' symétriques par rapport à O sont les images des réels x et $-x$.

- Deux points M_1 et M_2 sont symétriques par rapport à M si :



$$\vec{OM} = \frac{\vec{OM}_1 + \vec{OM}_2}{2} \Leftrightarrow x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

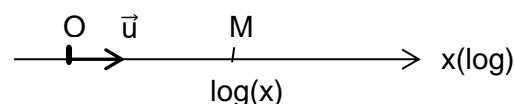
V.2. Echelles logarithmiques.

Définition :

On désigne encore par \vec{u} un vecteur unitaire de l'axe (Ox).

- Le point M est l'image du réel positif x : $\vec{OM} = \log(x)\vec{u}$

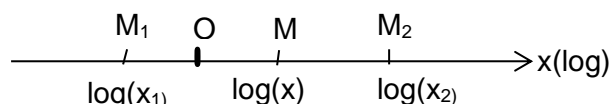
- L'origine est l'image du nombre 1.



Symétries :

- Deux points M et M' symétriques par rapport à O sont les images des réels x et $1/x$

- Deux points M_1 et M_2 sont symétriques par rapport à M si :

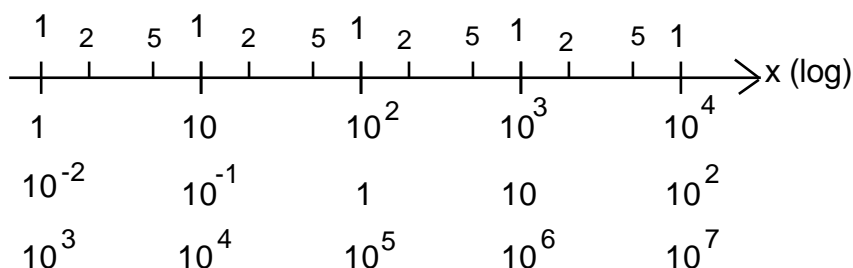


$$\log(x) = \frac{\log(x_1) + \log(x_2)}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{x_1 \cdot x_2}$$

Echelle à n modules :

- On dispose sur une telle échelle de $n \vec{u}$.

- On peut donc repérer des valeurs de x comprises entre 10^p et 10^{p+n}



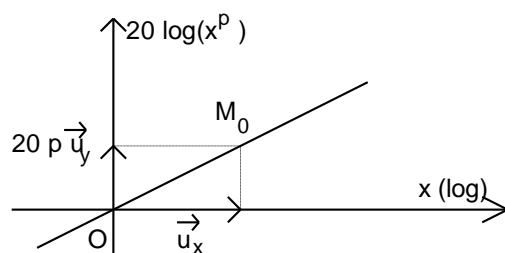
Représentation de la fonction $G(x) = 20 \log x^p$ (si x est en échelle logarithmique)

- ♦ Si M appartient à la courbe représentative de cette fonction, alors :

$$\overrightarrow{OM} = \log(x) \overrightarrow{u_x} + (20 \log(x^p)) \overrightarrow{u_y}$$

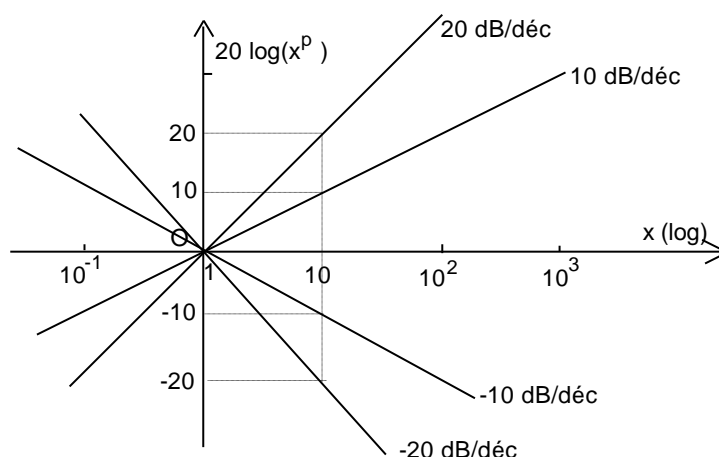
$$\overrightarrow{OM} = \log(x) (\overrightarrow{u_x} + 20.p \overrightarrow{u_y})$$

M décrit une droite de vecteur directeur : $\overrightarrow{OM_0} = \overrightarrow{u_x} + 20.p \overrightarrow{u_y}$



- ♦ Terminologie :

- Une décade est un intervalle séparant 2 valeurs de x telles que $\frac{x_1}{x_2} = 10$
- La droite représentant $20 \log x^p$ est **une droite de pente 20.p dB/déc.** (20p décibels par décade)

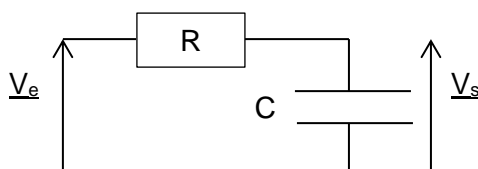


VI. Filtres du premier ordre

VI.1. Filtre passe-bas

VI.1.1. Exemple de filtre et mise en équation

- Montage



- Mise en équation

Diviseur de tension $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{jC\omega} \cdot \frac{1}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$

On pose $\omega_0 = 1/RC$

D'où $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$

Le filtre RC est un filtre du premier ordre.

VI.1.2. Etude fréquentielle du filtre

• Etude asymptotique

→ Si $\omega \ll 1/RC = \omega_0$

dans la pratique $\omega < 1/10RC = \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx 1$ soit $G = 20\log|\underline{H}(j\omega)| = 0$
 soit $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = 0$

Ainsi dans sa première partie le diagramme de Bode présente une asymptote horizontale.

→ Si $\omega \gg 1/RC = \omega_0$

dans la pratique $\omega > 10/RC = \omega_0 10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx \frac{1}{jRC\omega} = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$ soit $G = 20\log|\underline{H}(j\omega)| = -20.\log(RC\omega) = -20.\log(\frac{\omega}{\omega_0})$
 soit $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = -\pi/2$

Ainsi dans sa deuxième partie le diagramme de Bode présente une asymptote correspondant à une droite de pente -20dB/déca pour le gain s'annulant pour ω_0 et une asymptote à $-\pi/2$ pour la phase.

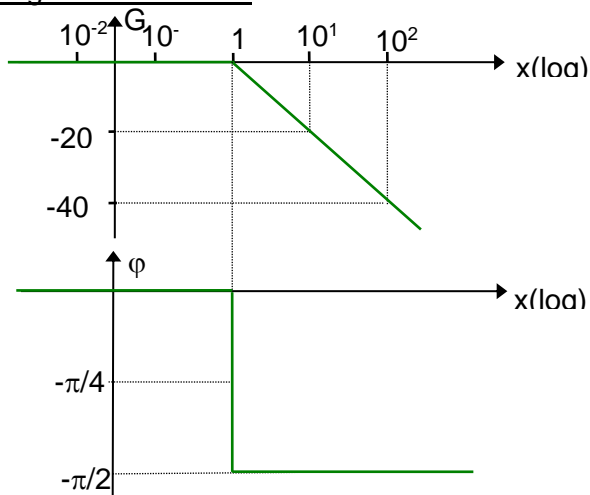
Pour $\omega=\omega_0$ $G = 0$ dB

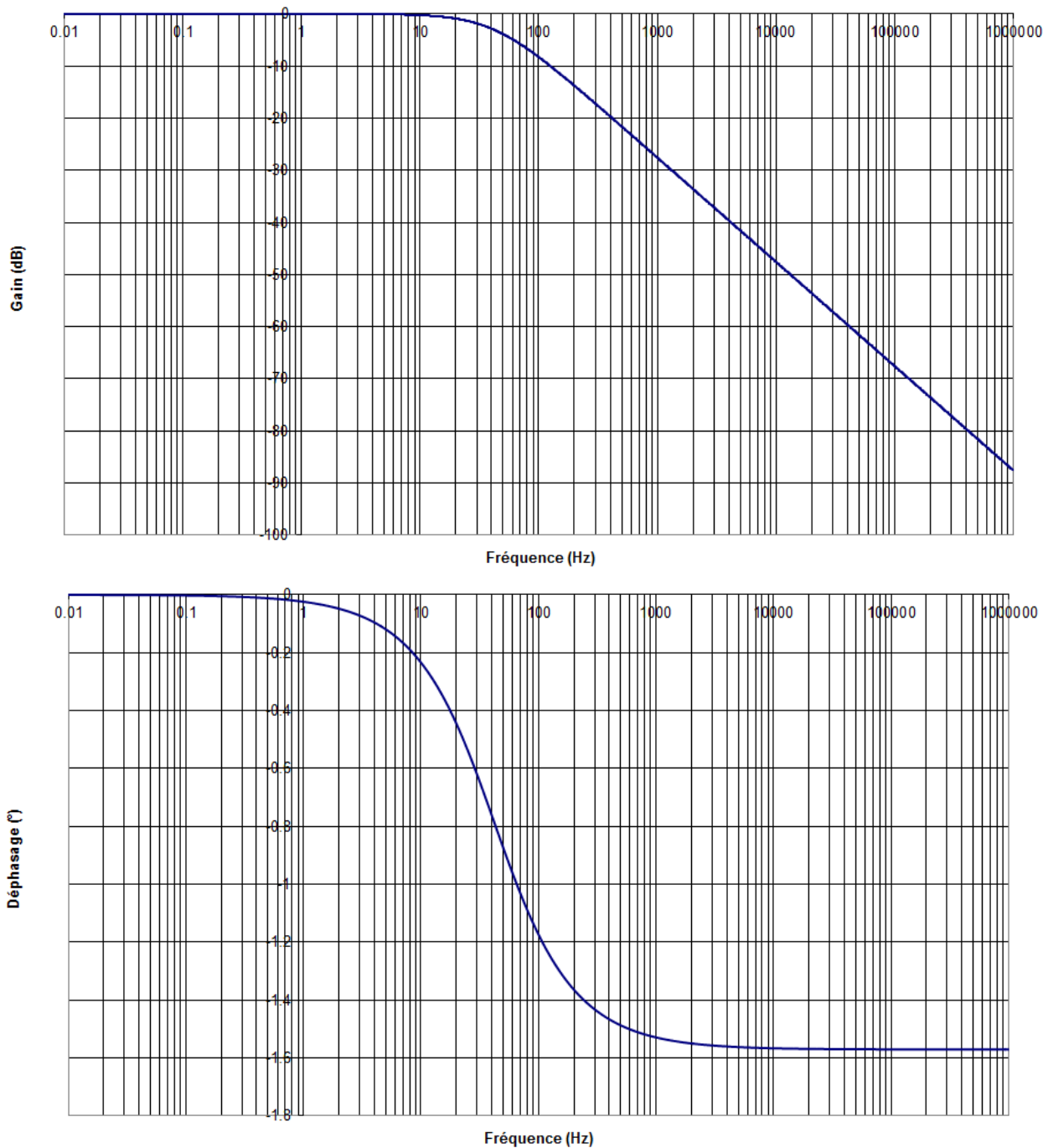
Pour $\omega=10\omega_0$ $G = -20$ dB

• Résumé

Domaine de pulsation	$\omega \ll 1/RC = \omega_0$	$\omega \gg 1/RC = \omega_0$
$\underline{H}(j\omega) \approx$	1	$\frac{1}{jRC\omega} = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$
$G = 20\log \underline{H}(j\omega) $	0	$-20.\log(RC\omega) = -20.\log(\frac{\omega}{\omega_0})$
	Asymptote horizontale	Asymptote : droite de pente -20dB/déca s'annulant pour ω_0
$\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega))$	0	$-\pi/2$
	Asymptote horizontale	Asymptote horizontale à $-\pi/2$

• Diagramme de Bode





VI.1.3. Montage intégrateur

→ Si $\omega \gg 1/RC = \omega_0$

dans la pratique $\omega > 10/RC = \omega_0 10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx \frac{1}{jRC\omega} = \frac{1}{j\omega_0}$

Or $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ on obtient alors $\underline{V}_e = j\frac{\omega}{\omega_0} \underline{V}_s$

Si on passe en notations temporelles $\frac{1}{\omega_0} \frac{dv_s(t)}{dt} = v_e(t)$

Soit encore $v_s(t) = \omega_0 \int v_e(t) dt$

Conclusion : un filtre passe-bas se comporte comme un montage intégrateur pour tout signal de pulsation très supérieure à la pulsation de caractéristique du filtre.

VI.1.4. Bilan

Fonction de transfert : $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$

Domaine de pulsation	$\omega \ll \omega_0$ Dans la pratique $\omega < \omega_0 / 10$	$\omega \gg \omega_0$ Dans la pratique $\omega > 10\omega_0$
$\underline{H}(j\omega) \approx$	1	$\frac{1}{jRC\omega} = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}}$
Comportement	Filtre passe bas	Montage intégrateur
$G = 20\log \underline{H}(j\omega) $	0	$-20.\log(RC\omega) = -20.\log(\frac{\omega}{\omega_0})$
	Asymptote horizontale	Asymptote : droite de pente -20dB/déca s'annulant pour ω_0
$\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega))$	0	$-\pi/2$
	Asymptote horizontale	Asymptote horizontale à $-\pi/2$

VI.1.5 La bande passante

• Rappel : c'est le domaine de fréquences pour lequel la grandeur est comprise entre son maximum sur $\sqrt{2}$ et son maximum

• Application : $\frac{H_{\max}}{\sqrt{2}} \leq H \leq H_{\max} \Rightarrow 20\log H_{\max} - 10 \log 2 \leq 20\log H \leq 20\log H_{\max}$
Soit $G_{\max} - 3 \text{ dB} \leq G \leq G_{\max}$

• Pour la fonction étudiée : $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$

$G_{\max} = 0$

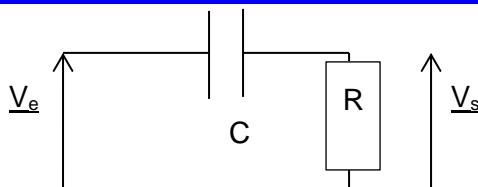
D'où $G_{\max} - 3 \text{ dB} = -3$ soit $\omega = \omega_0$

La bande passante est donc $[0, \omega_0]$

VI.2. Filtre passe-haut

VI.2.1. Exemple de filtre et mise en équation

• Montage



• Mise en équation

Diviseur de tension $\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega}$

On pose $\omega_0 = 1/RC$

D'où $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$

Le filtre CR est un filtre du premier ordre.

VI.2.2. Etude fréquentielle du filtre

• Etude asymptotique

→ Si $\omega \ll 1/RC = \omega_0$

dans la pratique $\omega < 1/10RC = \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx j \frac{\omega}{\omega_0}$ soit $G = 20 \log |\underline{H}(j\omega)| = 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$

soit $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = +\pi/2$

Ainsi dans sa première partie le diagramme de Bode présente une asymptote correspondant à une droite de pente 20dB/déca pour le gain et une asymptote à $\pi/2$ pour la phase.

Pour $\omega = \omega_0$ $G = 0$ dB

Pour $\omega = 10^{-1}\omega_0$ $G = -20$ dB

→ Si $\omega \gg 1/RC = \omega_0$

dans la pratique $\omega > 10/RC = \omega_0 10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx 1$ soit $G = 20 \log |\underline{H}(j\omega)| = 0$

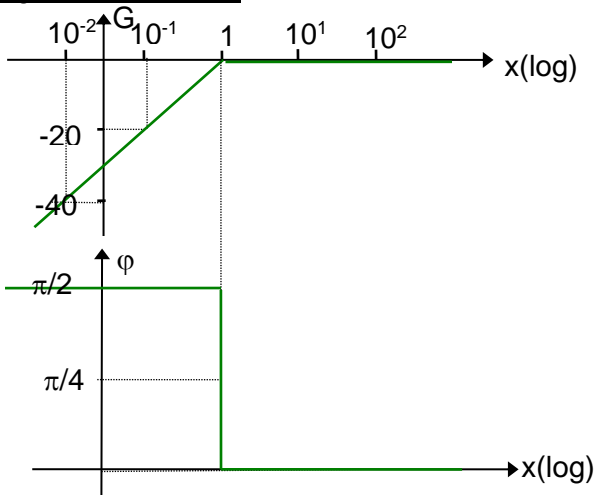
soit $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = 0$

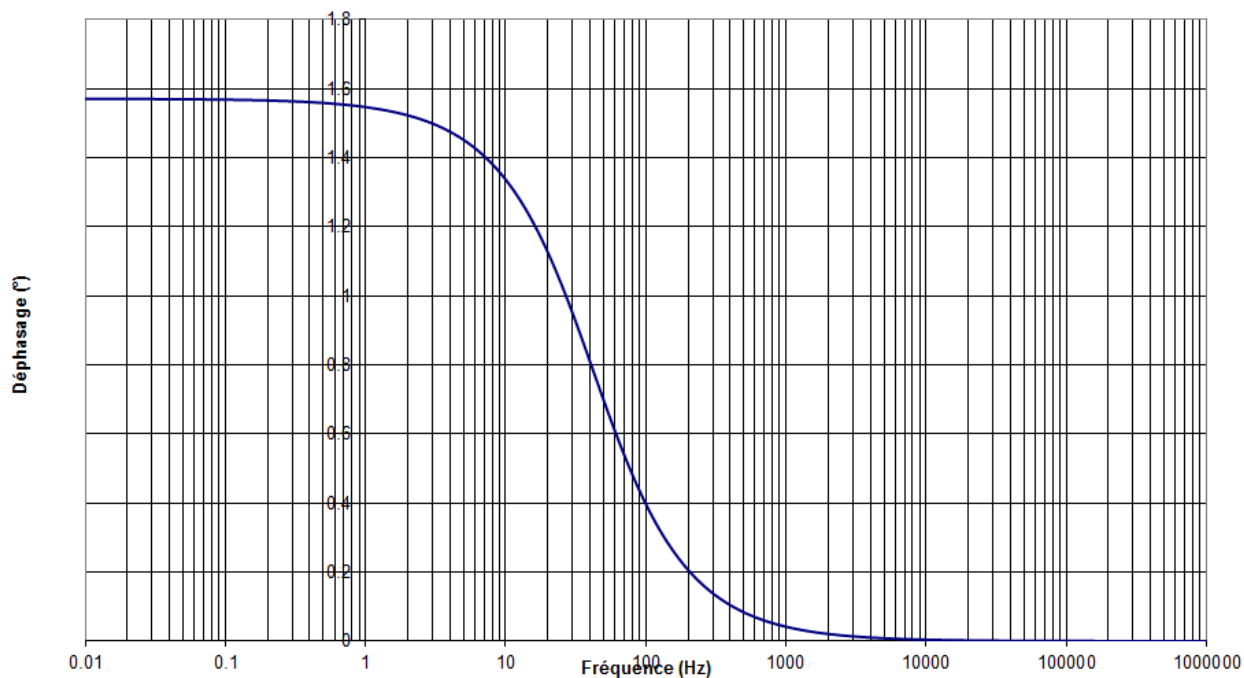
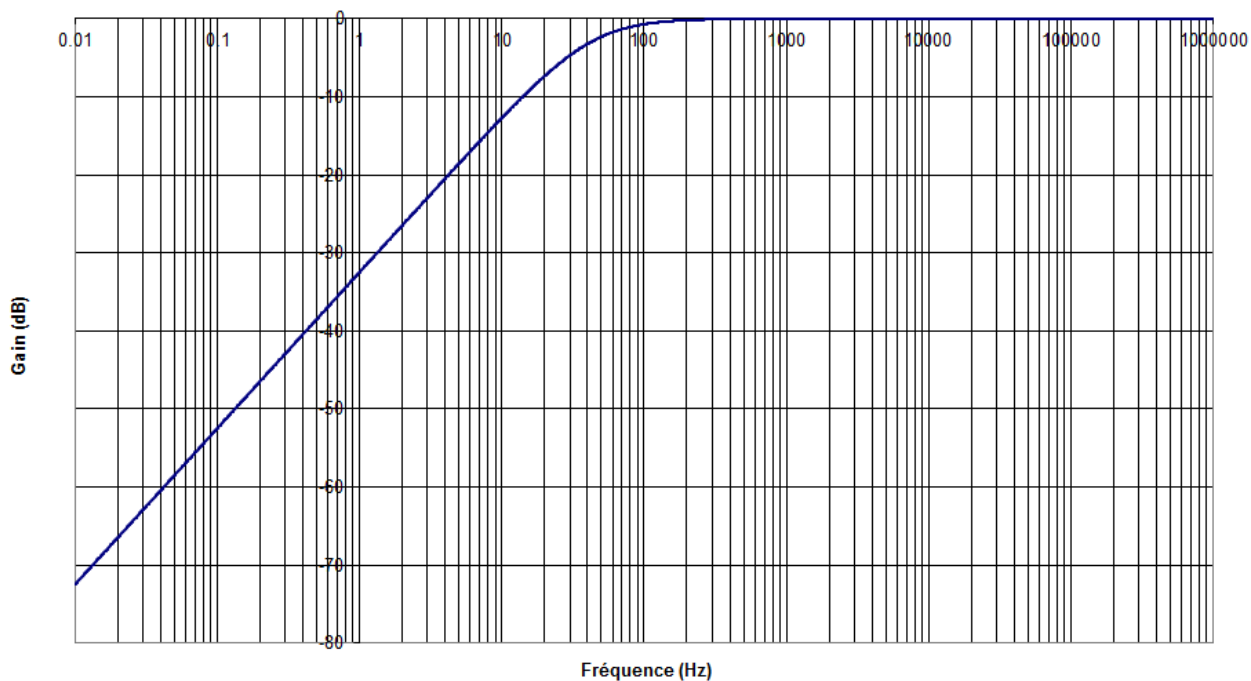
Ainsi dans sa deuxième partie le diagramme de Bode présente une asymptote horizontale

• Résumé

Domaine de pulsation	$\omega \ll 1/RC = \omega_0$	$\omega \gg 1/RC = \omega_0$
$\underline{H}(j\omega) \approx$	$j \frac{\omega}{\omega_0}$	1
$G = 20 \log \underline{H}(j\omega) $	$20 \log(RC\omega) = 20 \log \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)$	0
	Asymptote : droite de pente 20dB/déca s'annulant pour ω_0	Asymptote horizontale
$\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega))$	$\pi/2$	0
	Asymptote horizontale à $\pi/2$	Asymptote horizontale

• Diagramme de Bode





VI.2.3. Montage dérivateur

→ Si $\omega \ll 1/RC = \omega_0$

dans la pratique $\omega < 1/10RC = \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx j \frac{\omega}{\omega_0}$

Or $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V}_s}{\underline{V}_e}$ on obtient alors $\underline{V}_s = j \frac{\omega}{\omega_0} \underline{V}_e$

Si on passe en notations temporelles $v_s(t) = \frac{1}{\omega_0} \frac{dv_e(t)}{dt}$

Conclusion : un filtre passe-haut se comporte comme un montage dérivateur pour tout signal de pulsation très inférieure à la pulsation de caractéristique du filtre.

VI.2.4. Bilan

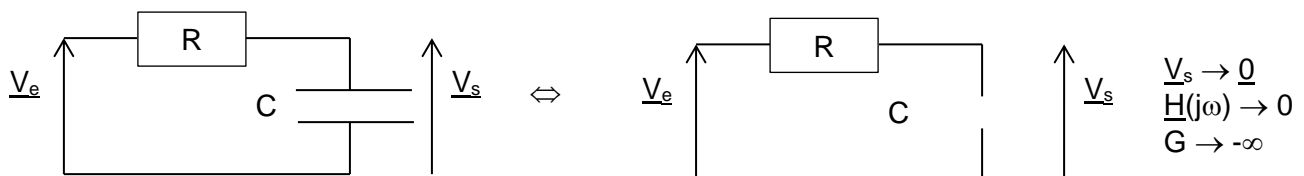
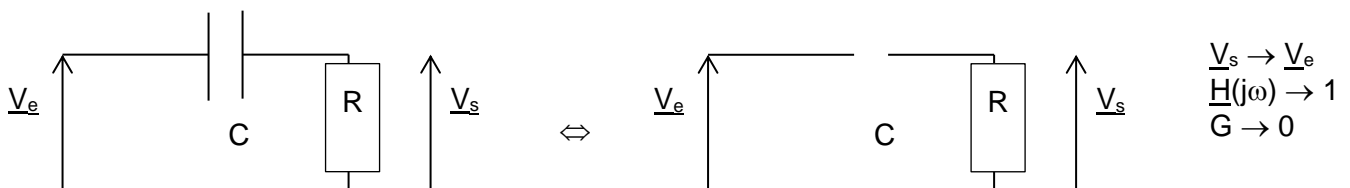
Fonction de transfert : $\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$

Domaine de pulsation	$\omega \ll 1/RC = \omega_0$	$\omega \gg 1/RC = \omega_0$
$\underline{H}(j\omega) \approx$	$j\frac{\omega}{\omega_0}$	1
Comportement	Montage dérivateur	Filtre passe haut
$G = 20\log \underline{H}(j\omega) $	$20.\log(RC\omega) = 20.\log(\frac{\omega}{\omega_0})$	0
	Asymptote : droite de pente 20dB/déca s'annulant pour ω_0	Asymptote horizontale
$\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega))$	$\pi/2$	0
	Asymptote horizontale à $\pi/2$	Asymptote horizontale

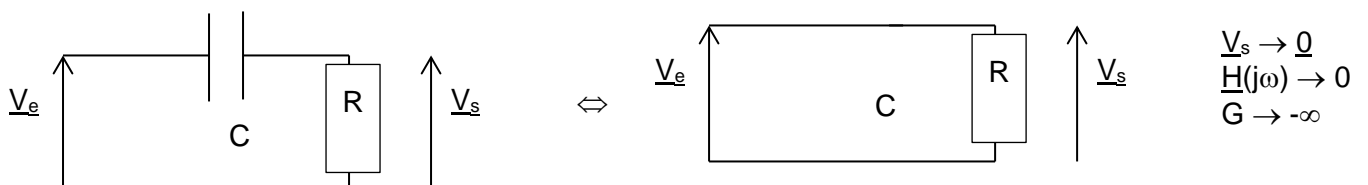
VI.3. Analyse rapide du montage

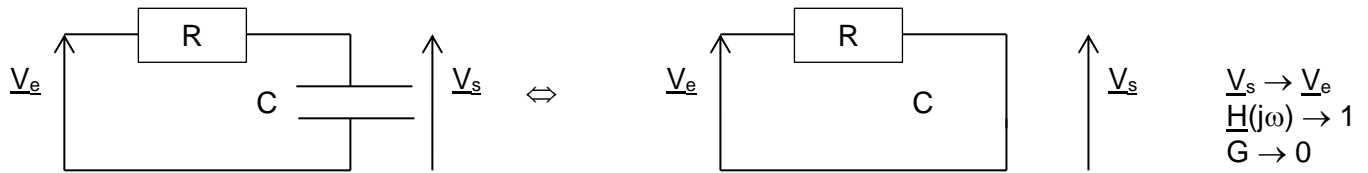
Pour une recherche rapide ou une vérification des calculs, il faut raisonner sur les circuits électriques équivalents.

- $\omega \rightarrow 0$ alors $\frac{1}{C\omega} \rightarrow \infty$ le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert
et $L\omega \rightarrow 0$ la bobine se comporte comme un fil



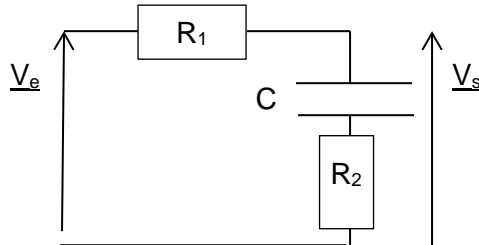
- $\omega \rightarrow \infty$ alors $\frac{1}{C\omega} \rightarrow 0$ le condensateur se comporte comme un fil
et $L\omega \rightarrow \infty$ la bobine se comporte comme un interrupteur ouvert





VI.4. Autre exemple : démarche pour le diagramme asymptotique

• Montage



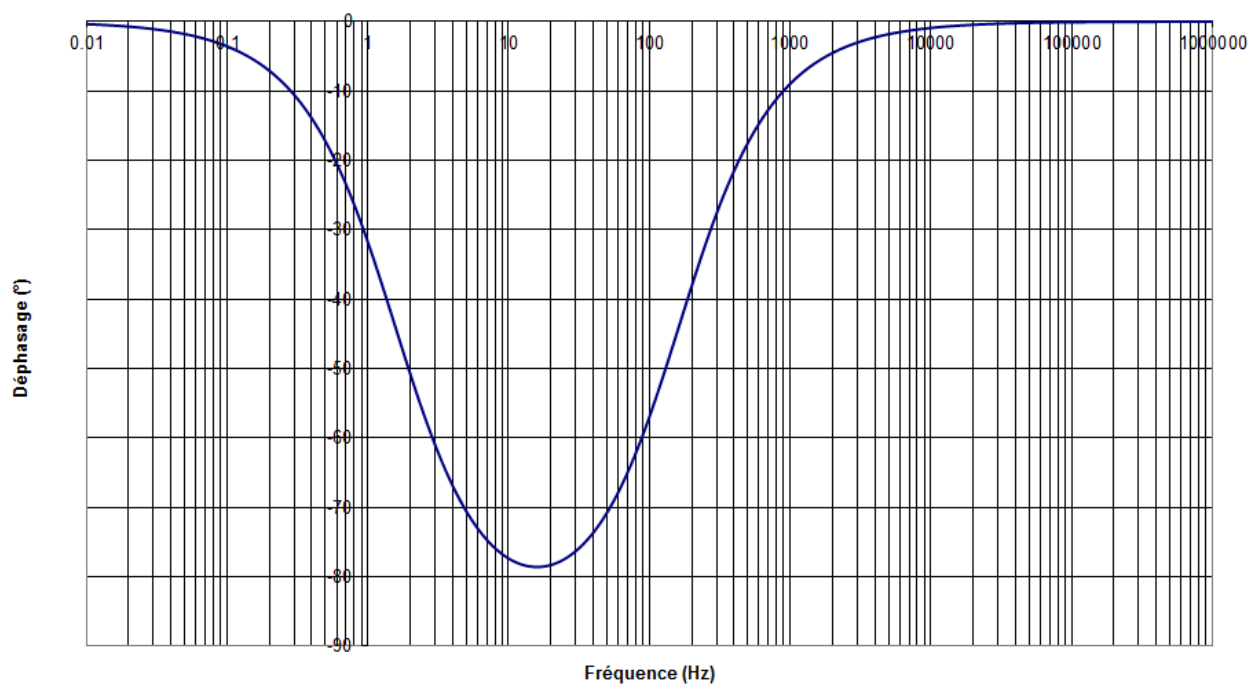
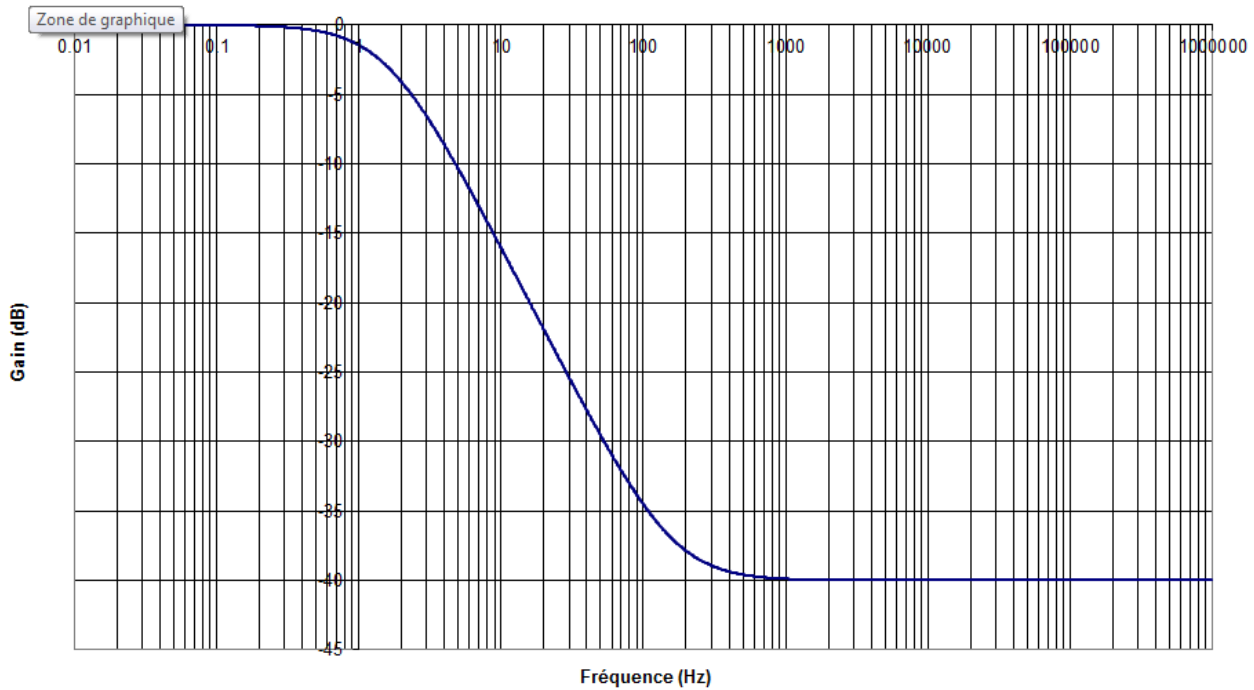
• Mise en équation

Diviseur de tension $\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{1}{jC\omega} + R_2}{\frac{1}{jC\omega} + R_1 + R_2} = \frac{1 + jR_2C\omega}{1 + j(R_1 + R_2)C\omega}$

• Analyse

Domaine de pulsation	$\omega \ll \frac{1}{(R_1 + R_2)C}$	$\frac{1}{(R_1 + R_2)C} \ll \omega \ll \frac{1}{R_2C}$	$\frac{1}{R_2C} \ll \omega$
Numérateur \approx	1	1	$jR_2C\omega$
Dénominateur \approx	1	$j(R_1 + R_2)C\omega$	$j(R_1 + R_2)C\omega$
$\underline{H}(j\omega) \approx$	1	$\frac{1}{j(R_1 + R_2)C\omega}$	$\frac{R_1}{R_1 + R_2}$
$G(\omega)$	0	$-20\log((R_1 + R_2)C\omega)$	$20\log(\frac{R_1}{R_1 + R_2})$
	Asymptote de pente nulle	Asymptote de pente -20dB/déca	Asymptote de pente nulle
$\varphi(\omega) \approx$	0	$-\pi/2$	0

- Diagramme de Bode $\frac{1}{(R_1 + R_2)C} = 20\pi$ et $\frac{1}{R_2 C} = 2 \cdot 10^3 \pi$



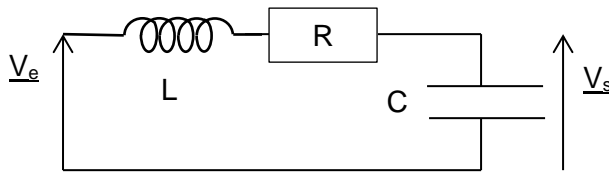
Vu l'étroitesse de la zone asymptotique à $-\pi/2$ la phase ne parvient pas à son expression asymptotique

VII. Filtres du deuxième ordre

VII.1. Filtre passe-bas

VII.1.1. Exemple de filtre

- Montage



- Mise en équation

Diviseur de tension $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{jC\omega} \cdot \frac{1}{\frac{1}{jC\omega} + R + jL\omega} = \frac{1}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$

On pose $\omega_0^2 = 1/LC$; $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$

D'où $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$

Le filtre LRC est un filtre du second ordre.

VII.1.2. Etude fréquentielle du filtre

- Etude asymptotique

→ Si $\omega \ll \omega_0$

dans la pratique $\omega < \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx 1$ soit $G = 20\log|\underline{H}(j\omega)| = 0$
soit $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = 0$

Ainsi dans sa première partie le diagramme de Bode présente une asymptote horizontale

→ Si $\omega \gg \omega_0$

dans la pratique $\omega > \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx -\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-2}$ soit $G = 20\log|\underline{H}(j\omega)| = -40\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$
soit $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = -\pi$

Ainsi dans sa deuxième partie le diagramme de Bode présente une asymptote correspondant à une droite de pente -40dB/déca s'annulant pour $\omega = \omega_0$ pour le gain et une asymptote à $-\pi$ pour la phase.

Pour $\omega = \omega_0$ $G = 0 \text{ dB}$

Pour $\omega = 10\omega_0$ $G = -40 \text{ dB}$

- Remarques

- On retrouve la possibilité d'une résonance si le système est peu amorti, soit si $Q > 1/\sqrt{2}$, cette résonance sera d'autant plus aigüe que le facteur de qualité sera grand.

- Si $\omega \gg \omega_0$

dans la pratique $\omega > \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx \frac{1}{(j\frac{\omega}{\omega_0})^2} = \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2}$

$\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$ on obtient alors $\omega_0^2 \underline{V_e} = (j\omega)^2 \underline{V_s}$

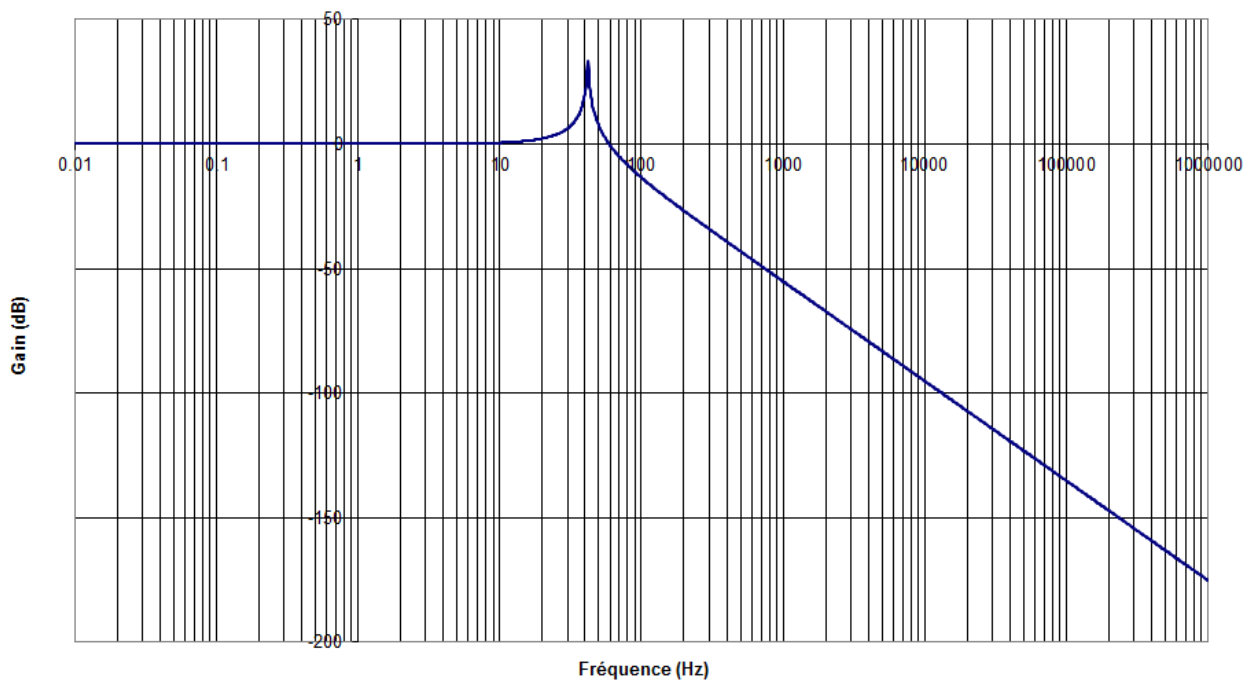
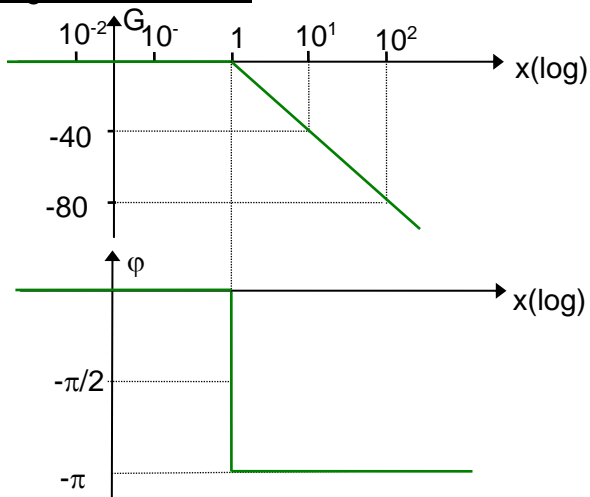
Si on passe en notations temporelles $v_e(t) = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_s(t)}{dt^2}$

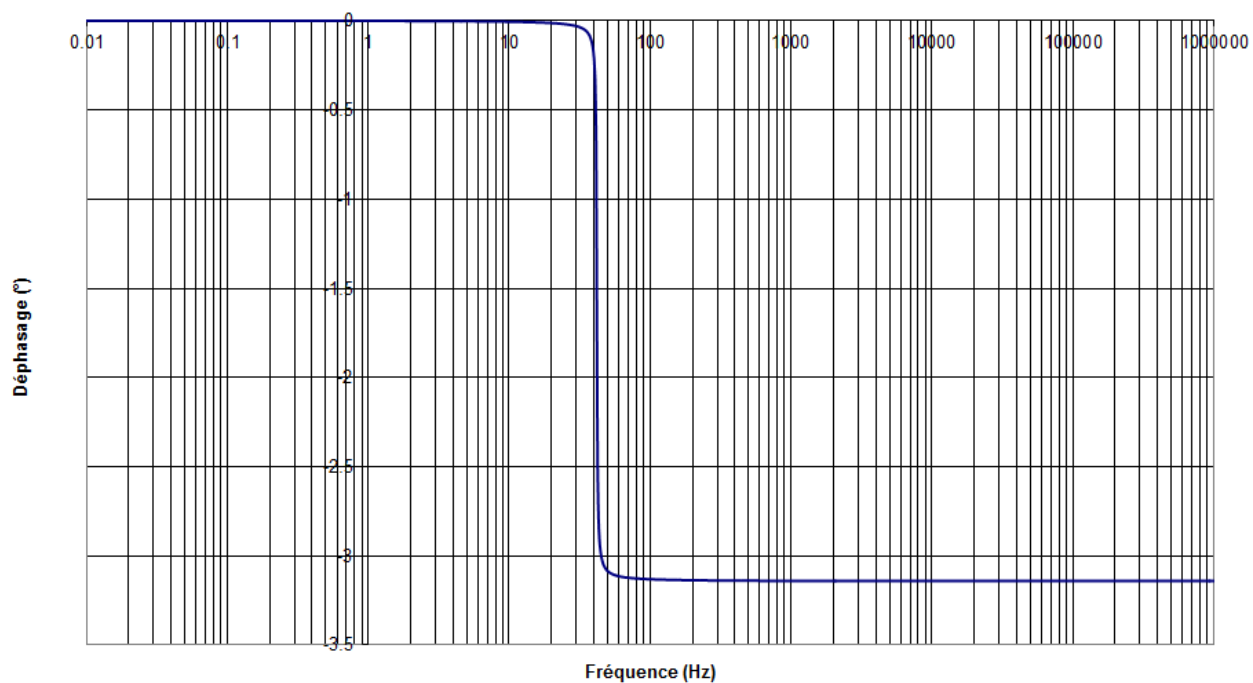
Conclusion : un filtre passe-bas se comporte comme un montage doublement intégrateur pour tout signal de pulsation très supérieure à la pulsation de caractéristique du filtre.

• Résumé

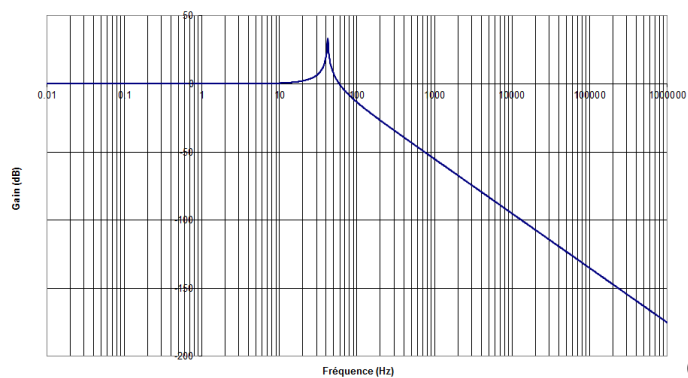
Domaine de pulsation	$\omega \ll \omega_0$	$\omega \gg \omega_0$
$\underline{H}(j\omega) \approx$	1	$\frac{1}{\left(j \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2}$
$G = 20\log \underline{H}(j\omega) $	0	$-40.\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$
	Asymptote horizontale	Asymptote : droite de pente -40dB/déca s'annulant pour ω_0
$\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega))$	0	$-\pi$
	Asymptote horizontale	Asymptote horizontale à $-\pi$

• Diagramme de Bode

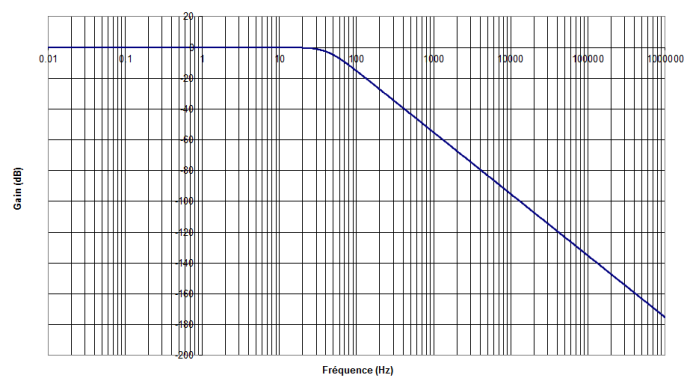




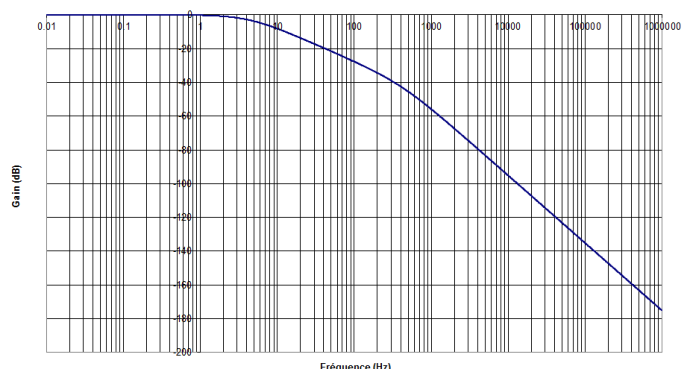
• Influence de Q



$Q = 50$



$Q = 1/\sqrt{2}$

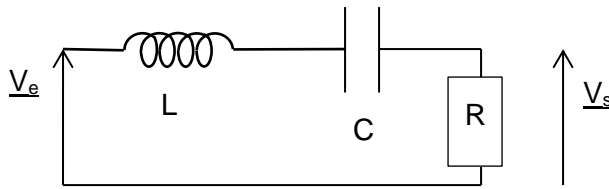


$Q = 0.1$

VII.2. Filtre passe-bande

VII.2.1. Exemple de filtre

- Montage



- Mise en équation

Diviseur de tension
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{\frac{1}{jC\omega} + R + jL\omega} = \frac{jRC\omega}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

On pose $\omega_0^2 = 1/LC$; $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$

D'où
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{Q\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

Le filtre LCR est un filtre du second ordre.

VII.2.2. Etude fréquentielle du filtre

- Etude asymptotique

→ Si $\omega \ll \omega_0$

dans la pratique $\omega < \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx j\frac{\omega}{Q\omega_0}$ soit $G = 20\log|\underline{H}(j\omega)| = 20\log\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)$
soit $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = \pi/2$

Ainsi dans sa première partie le diagramme de Bode présente une asymptote correspondant à une droite de pente 20dB/déca s'annulant pour $Q\omega_0$ pour le gain et une asymptote à $\pi/2$ pour la phase.

→ Si $\omega \gg \omega_0$

dans la pratique $\omega > \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx \frac{1/Q}{j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{\omega_0}{jQ\omega}$ soit $G = 20\log|\underline{H}(j\omega)| = -20\log\left(\frac{Q\omega}{\omega_0}\right)$
soit $\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega)) = -\pi/2$

Ainsi dans sa deuxième partie le diagramme de Bode présente une asymptote correspondant à une droite de pente -20dB/déca s'annulant pour ω_0/Q pour le gain et une asymptote à $-\pi/2$ pour la phase.

- Remarques

- Pour $\omega = \omega_0$

On a $\underline{H}(j\omega) = 1$ d'où un gain et une phase nulle.

Comportement asymptotique : $G_{\text{asymptotique}} = -20\log(Q)$

Moins le filtre est amorti (Q important) et plus les asymptotes se croisent bas sur le diagramme de Bode en gain.

Moins le filtre est amorti (Q important) et plus il est sélectif, c'est-à-dire qu'il ne laisse passer qu'une bande très resserrée autour de ω_0

- Si $\omega \ll \omega_0$

dans la pratique $\omega < \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx j\frac{\omega}{Q\omega_0}$ on retrouve un montage de type dérivateur

→ Si $\omega \gg \omega_0$

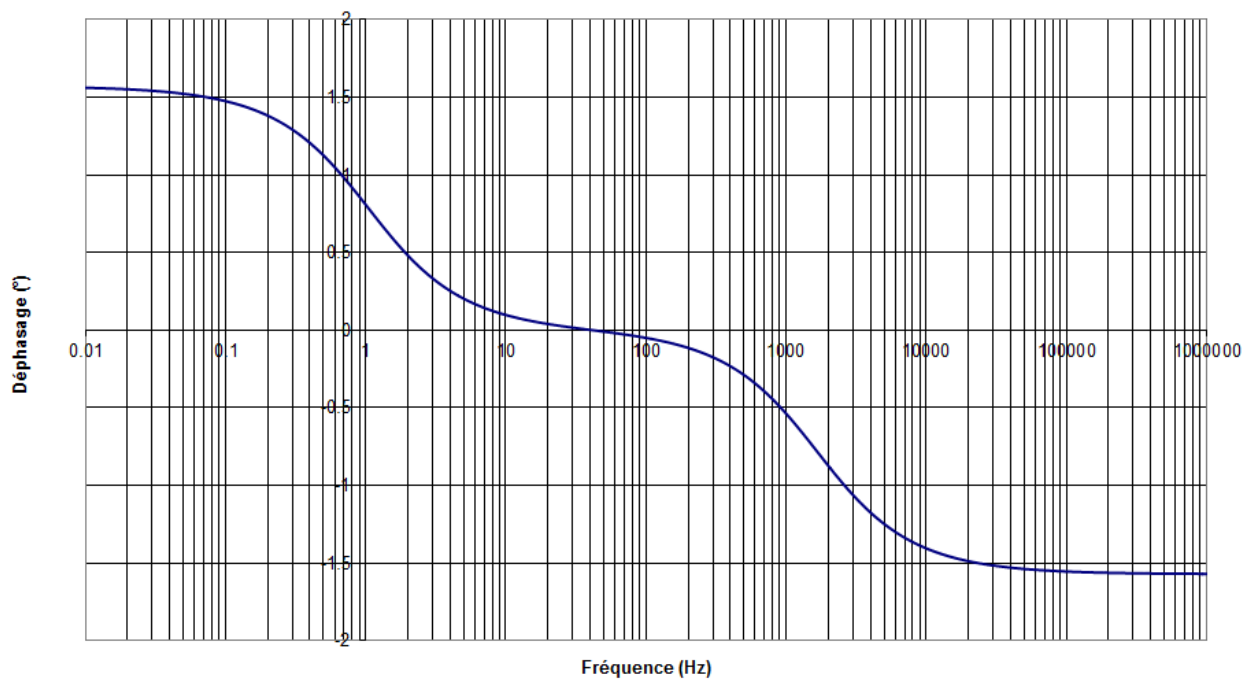
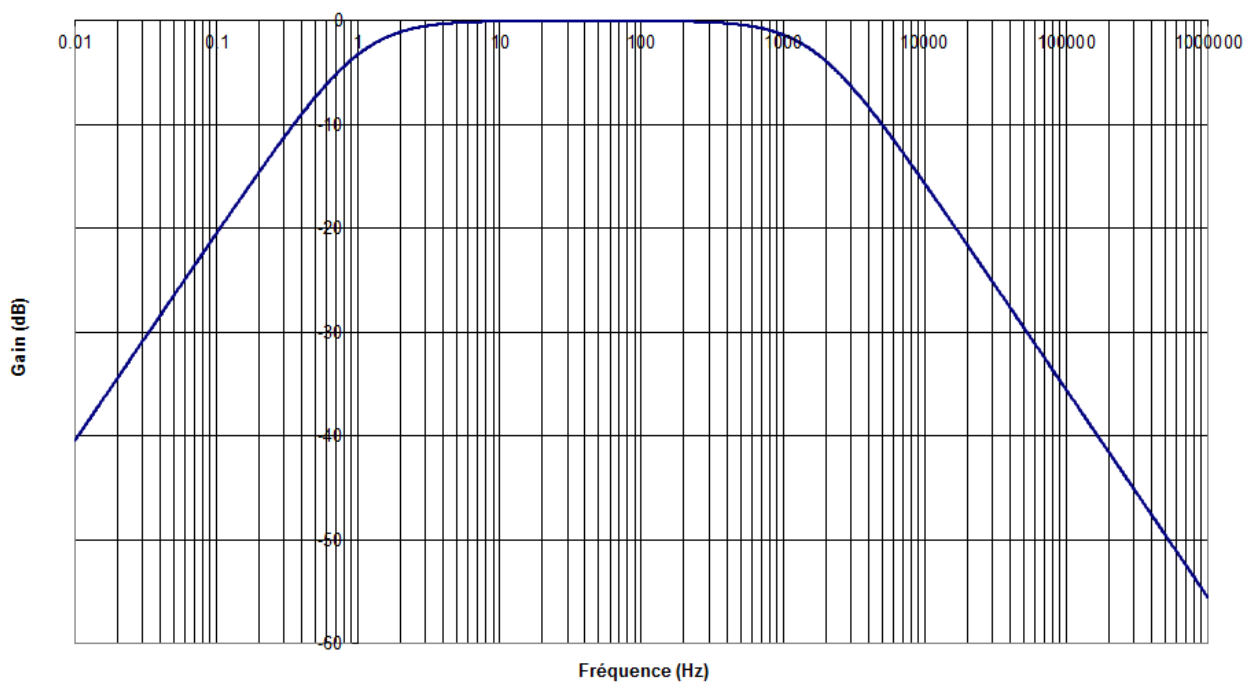
dans la pratique $\omega > \omega_0/10$

Alors $\underline{H}(j\omega) \approx \frac{1/Q}{j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{\omega_0}{jQ\omega}$ on retrouve un montage de type intégrateur

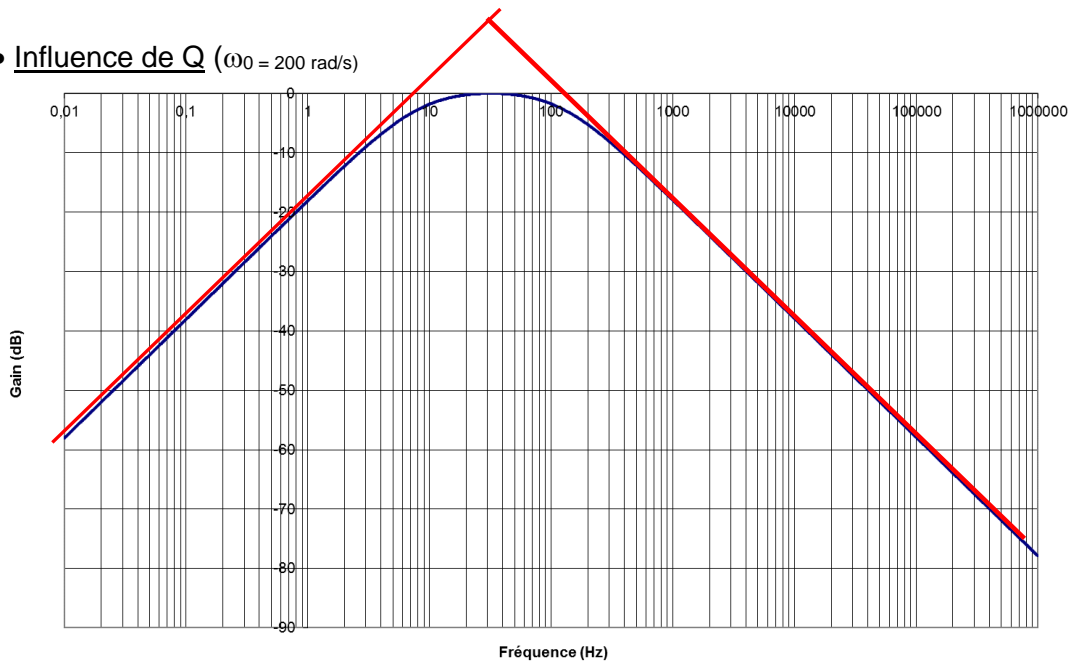
- Résumé

Domaine de pulsation	$\omega \ll \omega_0$	$\omega \gg \omega_0$
$\underline{H}(j\omega) \approx$	$j \frac{\omega}{Q\omega_0}$	$\frac{1/Q}{j \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{\omega_0}{jQ\omega}$
$G = 20\log \underline{H}(j\omega) $	$20\log(\frac{\omega}{Q\omega_0})$	$-20\log(\frac{\omega Q}{\omega_0})$
	Asymptote droite de pente 20dB/déca s'annulant pour $Q\omega_0$	Asymptote : droite de pente 20dB/déca s'annulant pour ω_0/Q
$\varphi = \text{Arg}(\underline{H}(j\omega))$	$\pi/2$	$-\pi/2$
	Asymptote horizontale à $\pi/2$	Asymptote horizontale à $-\pi/2$

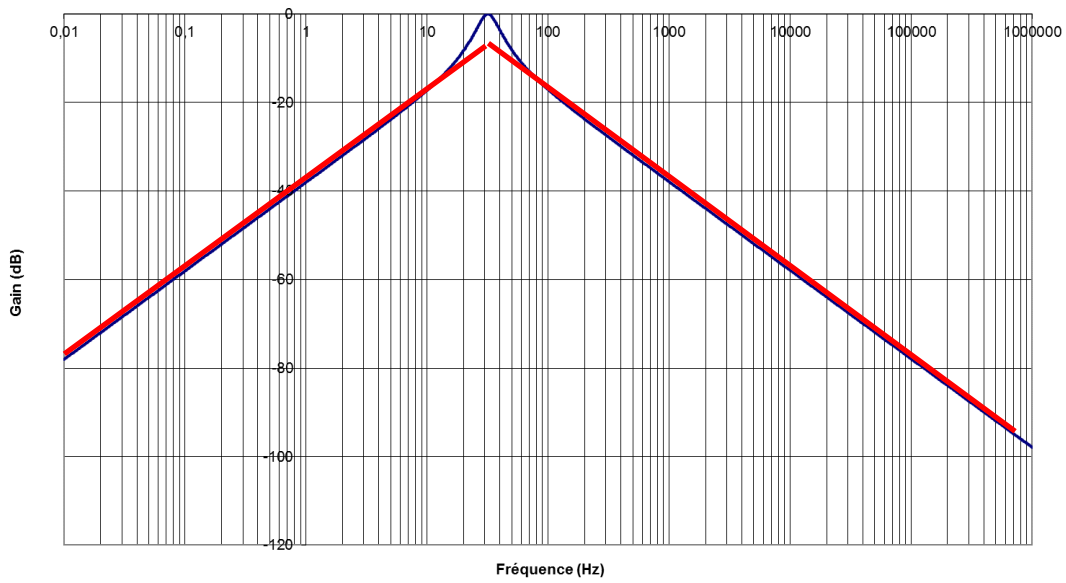
- Diagramme de Bode



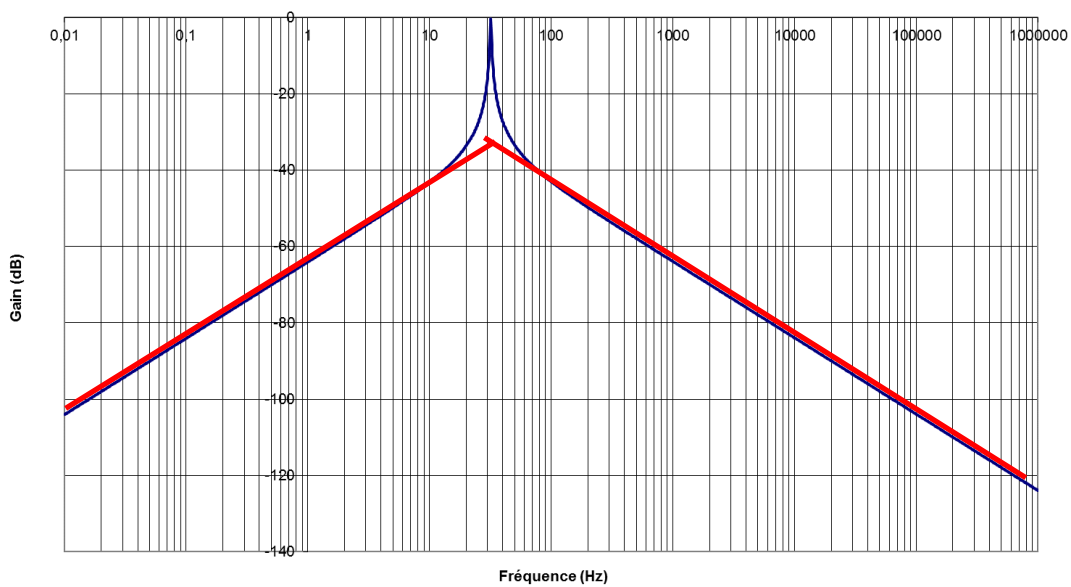
• Influence de Q ($\omega_0 = 200 \text{ rad/s}$)



$Q = 1/4$



$Q = 2.5$



$Q = 50$

VIII. En résumé

Pour interpréter systématiquement les zones rectilignes des diagrammes de Bode il suffit :

- d'identifier les pulsations caractéristiques du numérateur et du dénominateur
- de préciser chaque intervalle de pulsation entre ces pulsations caractéristiques
- de simplifier numérateur et dénominateur de la fonction de transfert en ne gardant que le terme prédominant dans l'intervalle de pulsation
- d'interpréter l'expression asymptotique ainsi obtenue.

Tableau de correspondances :

H asymptotique	phase	Pente pour le gain	Comportement
$j \frac{\omega}{\omega_0}$	$+\pi/2$	+20 dB/déca	Dérivateur
$\frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}}$	$-\pi/2$	-20 dB/déca	Intégrateur
$(j \frac{\omega}{\omega_0})^2$	π	+40 dB/déca	
$\frac{1}{(j \frac{\omega}{\omega_0})^2}$	$-\pi$	-40 dB/déca	
1	0	nulle	
-1	$-\pi$	nulle	

<u>I. Fonctions de transfert d'un système linéaire.....</u>	<u>1</u>
I.1. Filtres ou quadripôles de transfert.....	1
I.2. Fonctions de transfert.....	1
<u>II. Propriétés d'une fonction de transfert.....</u>	<u>1</u>
<u>III. Les caractéristiques de $H(j\omega)$: module et argument.....</u>	<u>2</u>
<u>IV. Réponse fréquentielle d'un filtre linéaire.....</u>	<u>2</u>
IV.1. Définition.....	2
IV.2. Les caractéristiques $H(\omega)$ et $\varphi(\omega)$	2
IV.3. Diagramme de Bode.....	3
<u>V. Notion sur les échelles logarithmiques.....</u>	<u>3</u>
V.1. Rappels sur les échelles linéaires.....	3
V.2. Echelles logarithmiques.....	3
<u>VI. Filtres du premier ordre.....</u>	<u>4</u>
VI.1. Filtre passe-bas.....	4
VI.1.1. Exemple de filtre et mise en équation.....	4
VI.1.2. Etude fréquentielle du filtre.....	5
VI.1.3. Montage intégrateur.....	6
VI.1.4. Bilan.....	7
VI.1.5 La bande passante.....	7
VI.2. Filtre passe-haut.....	7
VI.2.1. Exemple de filtre et mise en équation.....	7
VI.2.2. Etude fréquentielle du filtre.....	8
VI.2.3. Montage dérivateur.....	9
VI.2.4. Bilan.....	10
VI.3. Analyse rapide du montage.....	10
.....	10
VI.4. Autre exemple : démarche pour le diagramme asymptotique.....	11
<u>VII. Filtres du deuxième ordre.....</u>	<u>13</u>
VII.1. Filtre passe-bas.....	13
VII.1.1. Exemple de filtre.....	13
VII.1.2. Etude fréquentielle du filtre.....	13
VII.2. Filtre passe-bande.....	16
VII.2.1. Exemple de filtre.....	16
VII.2.2. Etude fréquentielle du filtre.....	16
<u>VIII. En résumé.....</u>	<u>19</u>

