

Nom :Correcteur :Note :

Soit  $a \in \overline{\mathbb{R}}$ , soit  $f, g$  deux fonctions réelles ne s'annulant pas au voisinage de  $a$ . Donner les définitions et les notations de Landau pour les notions suivantes : «  $f$  est négligeable devant  $g$  au voisinage de  $a$  », «  $f$  est dominée par  $g$  au voisinage de  $a$  » et «  $f$  et  $g$  sont équivalentes au voisinage de  $a$  ».

Soit  $a \in \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$  et  $f$  une fonction réelle définie au voisinage de  $a$ . Donner la définition de «  $f$  admet un développement limité à l'ordre  $n$  en  $a$  ».

Donner le développement limité de  $x \mapsto \frac{1}{1+x}$  à l'ordre  $n \in \mathbb{N}$  et en 0.

Soit  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  ne s'annulant pas et tendant vers 0. Donner les « développements asymptotiques » (sur le modèle de  $\tan(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{=} u_n + o(u_n)$ ) de  $\sin(u_n)$ ,  $\sqrt{1 + u_n}$ ,  $\exp(u_n)$  et  $\cos(u_n)$ . Donner un équivalent simple de  $\tan(u_n)$ .

Donner la définition du noyau d'un morphisme de groupes et la propriété le reliant à l'injectivité de ce morphisme.