

DEVOIR EN TEMPS LIBRE

MECANIQUE 2

Exercice 1

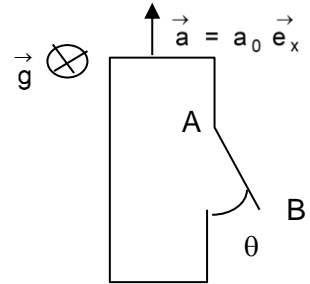
Une voiture prend une accélération constante $\vec{a} = a_0 \vec{e}_x$.

La portière AB est restée ouverte ($\theta_0 = \pi/2$). Elle est modélisée par une plaque de hauteur h , de largeur $2a = AB$, et de masse m uniformément répartie. La liaison en A est une liaison de pivot parfaite.

Du fait de l'accélération de la voiture tout se passe comme si le centre d'inertie de la portière était soumis à une force $\vec{F}_e = -ma_0 \vec{e}_x$.

1. Faire l'inventaire des moments des forces par rapport à l'axe Az qui s'appliquent à la portière.
2. L'étude du mouvement peut se ramener à celui d'une barre de longueur $2a$ de centre G le centre d'inertie de la portière. Le moment d'inertie d'une telle barre par rapport à Az est $J_{Az} = \frac{1}{3}m(AB)^2$. A l'aide du théorème du moment cinétique montrer que l'équation différentielle en $\theta(t)$ s'écrit $\ddot{\theta} = -\frac{3a_0}{4a} \sin\theta$.
3. Déterminer la vitesse angulaire de la portière lorsqu'elle se ferme.
4. En déduire le temps nécessaire à la fermeture de la portière.

On donne : $\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}} = 2.82$

**Exercice 2**

Les satellites d'observation sont des objets spatiaux en orbite circulaire autour de la Terre. Leur mission principale est d'effectuer des observations de l'atmosphère, des océans, des surfaces émergées et des glaces, et de transmettre à une station terrestre les données ainsi obtenues.

1. ENVISAT : un satellite circumpolaire.

C'était le plus gros satellite européen d'observation lors de son lancement le 1^{er} mars 2002. Ses capteurs peuvent recueillir des données à l'intérieur d'une bande de largeur au sol de 3000 km permettant une observation biquotidienne de l'ensemble de la planète.

Données : Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ USI

ENVISAT : masse : $m = 8200$ kg
 altitude moyenne : $h = 800$ km
 orbite contenue dans un plan passant par les pôles

TERRE : masse : $M = 5,98 \times 10^{24}$ kg
 rayon : $R = 6,38 \times 10^3$ km
 période de rotation propre : 1436 minutes

1.1. En considérant la seule action de la Terre, montrer que le mouvement est circulaire uniforme et exprimer la vitesse du satellite. Faire une application numérique.

1.2. Donner l'expression de la période de révolution du satellite en fonction de sa vitesse et des caractéristiques de la trajectoire R et h . Faire une application numérique.

2. METEOSAT 8 : un satellite géostationnaire.

Ce satellite a été lancé par ARIANE 5 le 28 août 2002. Il est opérationnel depuis le 28 janvier 2004.

La position d'un satellite géostationnaire paraît fixe aux yeux d'un observateur terrestre. Situé à une altitude H voisine de 36000 km, il fournit de façon continue des informations couvrant une zone circulaire représentant environ 42% de la surface de la Terre.

2.1. Donner les trois conditions à remplir par METEOSAT 8 pour qu'il soit géostationnaire.

2.2. Troisième loi de Kepler dans le cas général d'une trajectoire elliptique :

Pour tous les satellites, le rapport entre le carré de la période de révolution T et le cube du demi-grand axe r de sa trajectoire est le même : $\frac{T^2}{r^3} = \text{constante} = K$.

Dans le cas d'une trajectoire circulaire r correspond au rayon de la trajectoire.

En utilisant les réponses aux questions précédentes, établir l'expression de la constante K en fonction de G et M pour les satellites étudiés. Calculer K dans le système international d'unités.

2.3. En déduire, pour METEOSAT 8, la valeur de $R+H$, puis celle de H .

La mise en place du satellite sur l'orbite géostationnaire s'effectue en plusieurs étapes.

Tout d'abord, ARIANE 5 amène le satellite hors de l'atmosphère il est placé une première orbite circulaire à une altitude voisine de 200 km. Puis le « moteur périgée » lui communique l'énergie nécessaire pour être placé sur une orbite de transfert. L'orbite de transfert parcourue par le satellite est une demi-ellipse. Ensuite le « moteur d'apogée » du satellite lui permettra d'obtenir la vitesse nécessaire à sa mise sur orbite géostationnaire lors du passage à l'apogée. L'altitude de l'orbite géostationnaire est voisine de 36000 km.

2.4. Faire un schéma représentant les différentes étapes.

2.5. À l'aide des données ci-dessus, calculer la longueur r du demi-grand axe de la trajectoire sur cette orbite de transfert.

2.6. Calculer l'énergie cinétique que doivent fournir les moteurs aux différents transferts par kilogramme de satellite.

2.7. À l'aide de la troisième loi de Kepler, en déduire la durée du transfert..