Nom : Correcteur : Note :

Soit $I \subset \mathbb{R}$ non minoré, $a \in \mathring{I}$, $f : I \to \mathbb{R}$ et $\ell \in \mathbb{R}$. Donner les définitions quantifiées de « f tend vers $+\infty$ en a », de « f tend vers ℓ en $-\infty$ » et de « f tend vers ℓ à gauche en a ».

Soit $I, J \subset \mathbb{R}$, soit $f : I \to \mathbb{R}$ et $g : J \to \mathbb{R}$ avec $f(I) \subset J$. Supposons $+\infty \in \bar{J}$, soit $a \in I$ et $\ell \in \mathbb{R}$ tels que $f(x) \xrightarrow[x \to a]{} +\infty$ et $g(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} \ell$. Montrer que $g(f(x)) \xrightarrow[x \to a]{} \ell$.

Énoncer le théorème de la limite monotone, dans le cas d'une fonction croissante. On donnera notamment toutes les inégalités concernant les limites à gauche et à droite et les valeurs en les points concernés.

Soit $a < b$ deux réels et $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Supposons que la réciproque de f, notée f^{-1}, existe. Sous quelles conditions f^{-1} est-elle dérivable ? Donner dans ce cas la formule donnant la dérivée de f^{-1}.