NOM : **Prénom :** *Interrogation n° 22 - 11/5/2022*

Exercice 1 : Soit $n, p \in \mathbb{N}^*$, soit les matrices élémentaires $E_{i,j} = (\delta_{a,i}\delta_{b,j})_{1 \leqslant a \leqslant n, 1 \leqslant b \leqslant p}$, $E_{k,\ell} = (\delta_{c,k}\delta_{d,\ell})_{1 \leqslant c \leqslant p, 1 \leqslant d \leqslant q}$, respectivement de taille $n \times p$ et $p \times q$. Que vaut $E_{i,j} \times E_{k,\ell}$?

Exercice 2 : Avec $\mathscr{B} = (1, X, X^2)$, $\mathscr{C} = (1, X)$ et $\varphi : \mathbb{K}_2[X] \to \mathbb{K}_1[X]$, $P \mapsto P' + P - P(X+1)$, déterminer $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(\varphi)$.

Exercice 3 : Soit (Ω, P) un espace probabilisé fini, sur lequel on définit deux variables aléatoires X et Y de la manière suivante :

— X suit la loi binomiale $\mathscr{B}\left(2, \dfrac{1}{2}\right)$ (de paramètres $n = 2$ et $p = \dfrac{1}{2}$) ;

— si $0 \leqslant i \leqslant 2$, conditionnellement à $[X = i]$, Y suit la loi uniforme sur $[\![0, i]\!]$.

Déterminer la loi de Y.

Exercice 4 : Donner l'espérance et la variance de chacune des lois usuelles vues en cours.