Informatique tronc commun – TP 05

15 novembre 2017

1. **Lisez attentivement tout l'énoncé avant de commencer.**
2. Commencez la séance en créant un dossier au nom du TP dans le répertoire dédié à l'informatique de votre compte.
3. Après la séance, vous devez rédiger un compte-rendu de TP et l'envoyer au format électronique à votre enseignant.
4. Vous rendrez un compte-rendu sous forme d'un fichier d'extension `.py`, ainsi que des images au format PNG, en respectant exactement les spécifications données plus bas.
5. Ce TP est à faire en binôme, vous ne rendrez donc qu'un compte-rendu pour deux.
6. Ayez toujours un crayon et un papier sous la main. Quand vous réfléchissez à une question, utilisez les !
7. Vous devez être autonome. Ainsi, avant de poser une question à l'enseignant, merci de commencer par :
   — relire l'énoncé du TP (beaucoup de réponses se trouvent dedans) ;
   — relire les passages du cours[1] relatifs à votre problème ;
   — effectuer une recherche dans l'aide disponible sur votre ordinateur (ou sur internet) concernant votre question.

   Il est alors raisonnable d'appeler votre enseignant pour lui demander des explications ou une confirmation !

Le but de ce TP est d'apprendre à représenter des fonctions avec Python, en prenant comme exemple l'approximation d'un signal par les séries de Fourier (un cadre déjà vu en physique).

Instructions de rendu

Attention : suivez précisément ces instructions. Votre fichier portera un nom du type

`tp05_berne_durif.py`,

1. Dans le cas fort improbable où vous ne vous en souviendriez pas.

où les noms de vos enseignants sont à remplacer par ceux des membres du binôme. Le nom de ce fichier ne devra comporter ni espace, ni accent, ni apostrophe, ni majuscule. Dans ce fichier, vous respecterez les consignes suivantes.

— Écrivez d'abord en commentaires (ligne débutant par #), le titre du TP, les noms et prénoms des étudiants du groupe.
— Commencez chaque question par son numéro écrit en commentaires.
— Les questions demandant une réponse écrite seront rédigées en commentaires.
— Les questions demandant une réponse sous forme de fonction ou de script respecteront pointilleusement les noms de variables et de fonctions demandés.

Les figures demandées porteront toutes un nom du types `tp05_berne_zannad_num.png`, où les noms de vos enseignants sont à remplacer par ceux des membres du binôme et où

— `num` vaut `q04` pour la question 4 ;
— `num` vaut `q05` pour la question 5 ;
— `num` vaut `q08` pour la question 8 ;
— `num` vaut `q11` pour la question 11 (question facultative).

1 Tracé d'une fonction simple

En utilisant `Python` on peut tracer de nombreux types de graphiques. Nous allons utiliser une bibliothèque regroupant de (très) nombreuses fonctions de tracé : `matplotlib`. En fait, cette bibliothèque est bien trop vaste, nous n'utiliserons que sa sous-bibliothèque `matplotlib.pyplot`.

Commencez par ouvrir votre IDE, puis créez un script nommé `tp05_ex_sin.py`. Recopiez dedans le script suivant.

```
import matplotlib.pyplot as plt
from numpy import sin

n = 20
x = [k*10/n for k in range(n)]
y = [sin(t) for t in x]

plt.clf()
plt.plot(x,y,label='sin(x)')
plt.xlabel('x')
plt.legend(loc=0)
plt.title('Tracé du sinus')
plt.savefig('tp05_ex_sin.png')
```

Éxécutez ce script et vérifiez que la figure créé est en tout point semblable à celle présente sur le site de classe.

Q1 Quel est le type de `x` ?

Q2 Comment `Python` représente-t-il graphiquement une fonction ?

Q3 Où le tracé s'arrête-t-il ? Pourquoi ?

On rappelle que l'on peut simplement créer une liste d'abscisses en utilisant la fonction `linspace` de la bibliothèque de calcul `numpy`.

Chargez cette fonction dans l'interpréteur interactif par la commande

```
from numpy import linspace
```

puis consultez son manuel par la commande `help(linspace)`.

Q4 Écrire une commande permettant de définir `x` de manière plus appropriée dans l'exemple `tp05_ex_sin.py`. Vous produirez alors une image, que vous enverrez à votre enseignant.

Q5 Écrire une fonction `transitoire(A,nom_de_fichier)` qui enregistre dans le fichier `nom_de_fichier` le graphe des fonctions

$$t \mapsto A\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right)$$

sur $[0, 10]$, pour chaque $\tau \in \left\{\frac{1}{2}; 1; 2; 4; 8\right\}$. Vous produirez une image (vous choisirez A), que vous enverrez à votre enseignant.

Indication : Attention au type de `nom_de_fichier` !

2 Synthèse de Fourier

On s'intéresse maintenant à l'approximation d'un signal périodique par des fonctions trigonométriques. On considère sur $\mathbb{R}$ la fonction créneau, impaire et périodique de période 2, définie par $C(1) = 0$ et sur $]0, 1[$ par

$$C : t \mapsto 1.$$

Soit aussi la fonction triangle, définie sur $\mathbb{R}$, paire et périodique de période 2, définie sur $[0, 1]$ par

$$T : t \mapsto 1 - 2t.$$

On peut montrer que, en tout réel t où C est continue,

$$C(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{2p+1} \sin((2p+1)\pi t).$$

De même, pour tout $t \in \mathbb{R}$,

$$T(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} \cos((2p+1)\pi t).$$

Ce symbole $\sum_{p=0}^{+\infty}$ doit être vu comme une limite et sera défini dans le cours de mathématiques. On approche alors, pour tout $t \in \mathbb{R}$, $C(t)$ et $T(t)$ respectivement par les sommes

$$C_n(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{p=0}^{n} \frac{1}{2p+1} \sin((2p+1)\pi t)$$

et

$$T_n(t) = \frac{8}{\pi^2} \sum_{p=0}^{n} \frac{1}{(2p+1)^2} \cos((2p+1)\pi t).$$

Les physiciens appellent le terme en $p = 0$ le *fondamental* et les autres termes les *harmoniques.*

Q6 Écrire une fonction `creneau(t)` renvoyant la valeur de $C(\mathtt{t})$ (pour `t` réel).
Indication : on pourra considérer la parité de la partie entière de `t`.

Q7 Écrire une fonction `sp_creneau(n,t)` renvoyant la valeur de $C_{\mathtt{n}}(\mathtt{t})$ (pour `n` entier et `t` réel).

Q8 Écrire une fonction `fourier_creneau(nom_de_fichier)` ne renvoyant rien et enregistrant dans `nom_de_fichier` le graphe sur l'intervalle $[0, 4]$ de C, celui de son fondamental (*i.e*, C_0), ainsi que ceux de C_3, C_5 et C_{100}. Vous produirez une image, que vous enverrez à votre enseignant.

Pour les plus rapides, voici des questions supplémentaires.

Q9 Écrire une fonction `triangle(t)` renvoyant la valeur de $T(\mathtt{t})$ (pour `t` réel).

Q10 Écrire une fonction `sp_triangle(n,t)` renvoyant la valeur de $T_{\mathtt{n}}(\mathtt{t})$ (pour `n` entier et `t` réel).

Q11 Écrire une fonction `fourier_triangle(nom_de_fichier)` ne renvoyant rien et enregistrant dans `nom_de_fichier` le graphe sur l'intervalle $[0, 4]$ de T, celui de son fondamental (*i.e*, T_0), ainsi que ceux de T_3, T_5 et T_{100}. Vous produirez une image, que vous enverrez à votre enseignant.