QCM n° 1

Un peu de calcul.

Échauffement n°1 Calculer $\displaystyle\sum_{2\leqslant i\leqslant j\leqslant 8} i+j$.

Échauffement n°2 Donner l'ensemble des solutions du système $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & 2y & - & 2z & = & 1 \\ & & y & - & z & = & 2 \end{array}\right.$.

Échauffement n°3 Résoudre le système $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & z & = & 1 \\ x & - & y & + & 2z & = & 2 \\ x & & & - & z & = & -1 \end{array}\right.$.

Échauffement n°4 Résoudre $z^2+(1-2i)z-i-3=0$.

QCM - cocher une case si la phrase qui suit est correcte.

Question n°1 Soit f une fonction continue sur $]a,b[$, strictement décroissante sur $]a,b[$.

- ☐ Alors d'après le théorème de la bijection, il existe un unique réel c de $]a,b[$ tel que $f(c)=c$.
- ☐ Alors d'après le théorème de la bijection, f est bijective de $]a,b[$ vers $]f(a),f(b)[$.
- ☐ Alors f est bijective et f^{-1} est continue et strictement décroissante.
- ☐ Alors f est dérivable sur $]a,b[$ et $\forall t\in]a,b[,\ f'(t)<0$.

Question n°2 Soit $(z_i)_{i\in\mathbb{N}}$ une famille de complexes et n un entier naturel.

- ☐ $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} z_k = \frac{z_n(z_n+1)}{2}$
- ☐ $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} z_{k^2-k} = \sum_{k=1}^{n+1} z_{k^2-3k+2}$
- ☐ $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} z_k = \sum_{k=0}^{n} z_{n-k}$
- ☐ $\displaystyle\sum_{k=3}^{n} z_k = \sum_{k=3}^{n} z_{n-k}$
- ☐ $\displaystyle\sum_{k=3}^{n} z_k = \sum_{k=0}^{n-3} z_{n-k}$
- ☐ $\displaystyle\sum_{k=3}^{n} z_k = \sum_{k=0}^{n-3} z_{n-3-k}$

Question n°3 Soit $(z_{ij})_{(i,j)\in\mathbb{N}^2}$ une famille de complexes et n un entier naturel.

☐ $\displaystyle\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} z_{ij} = \sum_{j=0}^{n}\sum_{i=0}^{n} z_{ij}$

☐ $\displaystyle\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=i}^{n} z_{ij} = \sum_{j=i}^{n}\sum_{i=0}^{n} z_{ij}$

☐ $\displaystyle\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=i}^{n} z_{ij} = \sum_{j=0}^{n}\sum_{i=j}^{n} z_{ij}$

☐ $\displaystyle\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=i}^{n} z_{ij} = \sum_{j=0}^{n}\sum_{i=0}^{j} z_{ij}$

☐ $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{i-1} z_{ij} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=0}^{j-1} z_{ij}$

☐ $\displaystyle\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{i-1} z_{ij} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=0}^{j-1} z_{ji}$

Question n°4 Soit $f\ \mathbb{C}\to\mathbb{C}$, $z\mapsto iz+1$.

☐ f est une similitude directe.

☐ f est une translation.

☐ f est une rotation.

☐ f est une similitude à centre, de centre $\dfrac{1+i}{2}$.

Question n°5 Soit $n\in\mathbb{N}^*$.

☐ Tous les complexes ont n racines n-èmes.

☐ Tous les réels non nuls ont n racines n-èmes complexes.

☐ Tous les réels non nuls ont n racines n-èmes réelles.

☐ Les racines n-èmes d'un complexe z non nul sont sur un même cercle de centre 0.

Question n°6 Soit A,B,C,D quatre points deux à deux distincts du plan, d'affixes respectifs a,b,c,d.

☐ $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right) = \arg\left(\dfrac{b-a}{d-c}\right)\ [2\pi]$.

☐ $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right) = \arg\left(\dfrac{d-c}{b-a}\right)\ [2\pi]$.

☐ $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right) = \arg\left(\dfrac{c-d}{a-b}\right)\ [2\pi]$.

Question n°7 Soit $a,b\in\mathbb{C}$.

☐ $\mathrm{Re}(a+b)=\mathrm{Re}(a)+\mathrm{Re}(b)$

☐ $\mathrm{Im}(ab)=\mathrm{Im}(a)\,\mathrm{Im}(b)$

☐ $|a+b|=|a|+|b|$

☐ $|ab|=|a|.|b|$

☐ $\overline{ab}=\bar{a}.\bar{b}$

☐ $\overline{a-b}=\bar{a}-\bar{b}$

Question n°8 Soit $P=X^2-X+1$.

☐ P a deux racines distinctes, complexes et conjuguées.

☐ Le produit de ces deux racines vaut 1.

☐ La somme de ces deux racines vaut -1.

Calculez ces deux racines sans utiliser le discriminant.

Soit $Q=X^2-iX-1$.

☐ Q a deux racines distinctes, complexes et conjuguées.

☐ Le produit de ces deux racines vaut -1.

☐ La somme de ces deux racines vaut i.

Trouvez une relation entre les racines de Q et celles de P et en déduire les racines de Q, tout cela sans utiliser le discrimant.