DS n°4 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Applications

On définit de $\mathbb{R}^2$ dans lui même la fonction $f : (x, y) \mapsto (x + y, xy)$. Dire si f est injective/surjective/bijective.

(1)

Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^* & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x + \dfrac{1}{2x} \end{array}$. Alors, dans $\overline{\mathbb{R}}$,

$\sup f =$ (2) $\qquad \sup f_{|\mathbb{R}_+^*} =$ (4)

$\inf f =$ (3) $\qquad \inf f_{|\mathbb{R}_+^*} =$ (5)

De plus :

$f([-1, 1[\setminus\{0\}) =$ (6)

$f^{\leftarrow}(]-2, 2]) =$ (7)

Relations d'ordre et d'équivalence

Sur $\mathbb{R}$, on définit la relation binaire $\mathscr{R}$ par « $x\mathscr{R}y$ si $\cos^2(x) + \sin^2(y) = 1$ ». Quelles propriété(s) remarquable(s) vérifie donc $\mathscr{R}$?

(8)

Sur $\mathbb{R}$, on considère la relation d'équivalence $\sim$ définie par « $x \sim y$ si $x^2 - y^2 = x - y$ ». La classe d'équivalence d'un réel x est alors

$$\bar{x} = \boxed{} . \qquad (9)$$

On définit sur $\mathbb{R}^2$ la relation d'ordre $\ll$ définie de la manière suivante :

$$\forall (x,y),(x',y') \in \mathbb{R}^2, \quad (x,y) \ll (x',y') \iff |x'-x| \leq y' - y.$$

Alors, deux éléments non comparables de $(\mathbb{R}^2, \ll)$ sont

$$\boxed{} \qquad (10)$$

Arithmétique de $\mathbb{Z}$

Écrire la division euclidienne de 1638 par 714 :

$$\boxed{} \qquad (11)$$

On a : $1638 \wedge 714 = \boxed{}$ (12)

et une relation de Bézout pour 1638 et 714 est :

$$\boxed{} \qquad (13)$$

Le reste de la division euclidienne de $55^{(97031^3)}$ par 7 est : $\boxed{}$ (14)

Donner les ensembles de solutions dans $\mathbb{Z}^2$ des équations suivantes.

$154x - 66y = 42$: $\boxed{}$ (15)

$17x - 33y = 42$: $\boxed{}$ (16)

Décomposer en produits de facteurs premiers les entiers suivants.

$90 = \boxed{}$ (17) $\quad 81\ 400 = \boxed{}$ (18)

— FIN —