Solide en rotation autour d'un axe fixe

Exercice 1

Referentiel : $\mathcal{R}$ Galileen

Systeme : La roue

Forces : le poids $\vec{P}$

la reaction de l'axe $\vec{R}$

la tension des fils : $\vec{T_1}$, $\vec{T_2}$

Remarque : pour la masse m_1 on a $\vec{T_{1m}} + m_1\vec{g} = \vec{0}$

Principe de l'action et de la reaction :

$$\vec{T_{1m}} = -\vec{T_{1\,masse/fil}}$$

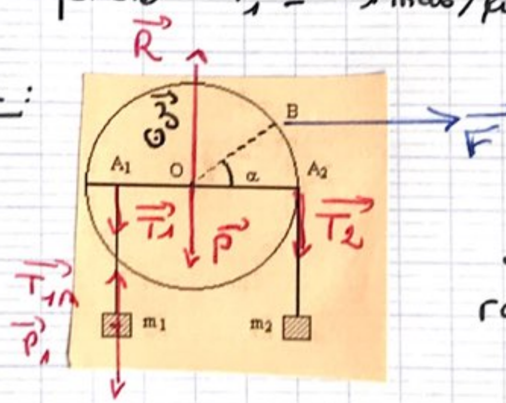
le fil est sans masse $\vec{T_{1\,masse/fil}} + \vec{T_{1\,roue/fil}} = \vec{0}$

Principe de l'action et de la reaction

$$\vec{T_{1\,roue/fil}} + \vec{T_1} = \vec{0}$$

d'où $\vec{T_1} = \vec{T_{1\,masse/fil}} = -\vec{T_{1m}} = m_1\vec{g}$

Schema :



Sens positif de rotation choisi.

1. Equilibre ou pas

On calcule la somme des moments ($\vec{OM} \wedge \vec{F}$) des forces par rapport à O.

$\vec{P}$ et $\vec{R}$ ont leur point d'application en O, leur moment est nul.

$$\vec{\mathcal{M}_O} = \vec{\mathcal{M}_{O,T_1}} + \vec{\mathcal{M}_{O\,T_2}}$$
$$= (T_1\,OA_1 - T_2\,OA_2)\,\vec{e_z}$$

$\mathcal{M}_{Oz} = \vec{\mathcal{M}_O}\cdot\vec{e_z} = m_1 g OA_1 - m_2 g OA_2$

$\mathcal{M}_{Oz} = 0{,}34$ N.m

le moment des forces appliquées est positif. La roue n'est donc pas en equilibre, elle va tourner dans le sens positif indiqué autour de Oz.

---

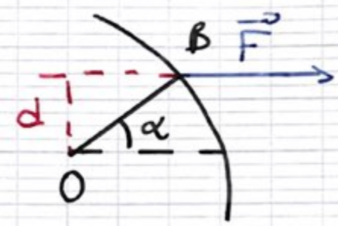
2. La force à appliquer en B.

Pour que la roue reste immobile avec cette nouvelle force il faut que le moment de $\vec{F}$ en Oz s'oppose au precedent :

$\mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}) = -0,34\ Nm.$

on utilise le bras de levier :

$\mathcal{M}_{Oz}(\vec{F}) = -Fd = -F\,OB\sin\alpha$



$$\boxed{F = \frac{|\mathcal{M}_{Oz}|}{OB\sin\alpha} = 2,3\ N}$$

Exercice 2

<u>Referentiel</u> : $\mathcal{R}$ Galileen

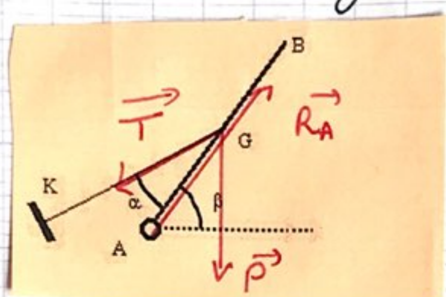
<u>Systeme</u> : la barre AB

<u>Forces</u> : le poids en G $m\vec{g}$

la reaction en A $\vec{R_A}$

la tension du fil $\vec{T}$

<u>Schema</u>



$+$ sens de rotation

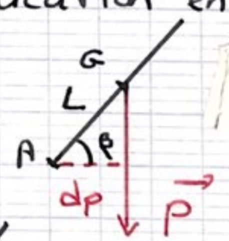
$\odot \vec{u}_\Delta$

<u>Conditions d'equilibre</u> $\quad \Sigma \vec{F} = \vec{0}$

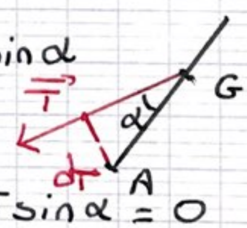
$\Sigma \mathcal{M}_\Delta = 0$

1. La tension du fil

- On choisit l'axe de rotation $(A; \vec{u}_A)$
- On calcule le moment des forces par le bras de levier et la règle de la main droite
- $\vec{R_A}$ ayant son point d'application en A son moment sera nul.
- $\mathcal{M}_{\vec{P},\Delta} = -mgL\cos\beta$



$\mathcal{M}_{\vec{T},\Delta} = TL\sin\alpha$



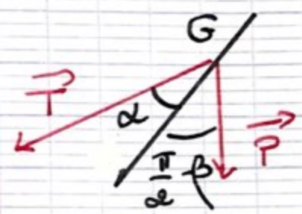
$\Rightarrow -mgL\cos\beta + LT\sin\alpha = 0$

$$\boxed{T = \frac{mg\cos\beta}{\sin\alpha} = 19{,}6\ N}$$

2. La reaction

Avec les valeurs des angles ont a $T = mg$
On cherche maintenant la somme des forces est nulle.

$$\vec{R_A} + \vec{T} + \vec{P} = \vec{0}$$



$$\boxed{\begin{aligned} R_A &= mg\,(\sin\beta + \cos\alpha) \\ &= 33{,}9\,N \end{aligned}}$$

Exercice 3.

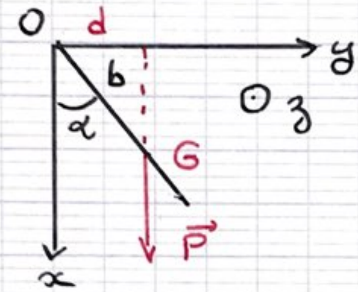
Referentiel : $\mathcal{R}$ Galileen

Systeme : le pendule

Forces et actions : le poids $\vec{P}$

la liaison de pivot parfait

Schéma



1. Equation en α

Theoreme du moment cinetique : $J_{Oz}\ddot{\alpha} = \Sigma \mathcal{M}_{Oz}$

Le moment des forces :

Liaison de pivot parfaite $\mathcal{M}_{Oz_1} = 0$

le moment du poids : $\mathcal{M}_{Oz_P} = -3mgd$

$= -3mg\, b \sin\alpha$

Theoreme : $kmb^2\ddot{\alpha} = -3mgb\sin\alpha$

$$\boxed{\ddot{\alpha} = -\frac{3g}{kb}\sin\alpha}$$

2. Cas des petites oscillations

On a alors $\sin\alpha \simeq \alpha$

d'où $\ddot{\alpha} = -\frac{3g}{kb}\alpha$ equation de l'oscillateur harmonique

$$\omega_0^2 = \frac{3g}{kb} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{k = \frac{3gT^2}{4\pi^2 b}}$$

Exercice 4

Referentiel : $\mathcal{R}$ Galileen
Systeme : le volant
Action et forces : le poids , (la liaison de pivot)
le couple

1. Calcul de α

Le moment du poids (et la liaison de pivot) est nul
Loi theoreme de l'energie cinetique : $\Delta E_c = W$
Variation d'energie cinetique : $0 - \frac{1}{2} J\omega_0^2 = \Delta E_c$
le travail : $\mathcal{P} = -\mathcal{M}\dot{\theta}$

$= -J\alpha\dot{\theta}$

$$W = \int \mathcal{P}\,dt = \int_0^{2\pi N} -J\alpha\,d\theta$$ (arrêt au bout de N tours)

$$W = -J\alpha 2\pi N$$

Theoreme : $\frac{1}{2} J\omega_0^2 = J\alpha 2\pi N$

$$\boxed{\alpha = \frac{\omega_0^2}{4\pi N}}$$

---

2. Verification

Le resultat n'est valable que si $\alpha = cst$.
On lance donc le disque avec differentes vitesses angulaires initiales et on mesure (ou compte) le nombre de tours avant arrêt
On trace $N = f(\omega_0^2)$ La droite (!) de pente $1/4\pi\alpha$.