

(1)

Circuit fixe dans champ variable

Exercice 1.

Autoinductance d'un solénoïde

A l'intérieur $B = \mu_0 \frac{N}{\ell} i$ est

le flux propre $\Phi = N S B = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S B$

Par définition de l'autoinductance $\Phi = L i$

d'où $L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} S$

L ne dépend pas de i

Si on double N le nombre de spires, L est multiplié par 4

Exercice 2

Schema a)

L'orientation des spires et des courants dans le même sens
 $\Rightarrow M > 0$

d'où $\Phi_i = \Phi_{propre} + \Phi_{ext}$ et $e = -\frac{d\Phi}{dt}$

d'où $\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \Rightarrow e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$

$\Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1 \Rightarrow e_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$

Schema b)

On a le même résultat avec $i_1 = i_2 = i$ et une bobine double

$\Phi = (L + M) \times 2 \times i$ $L' = 2(L + M)$

$e = 2(L + M) \frac{di}{dt}$

Schema c)

On a $i_1 = -i_2 = i$ et une bobine double

$\Phi = 2(L - M) i$ $L'' = 2(L - M)$

$e = 2(L - M) \frac{di}{dt}$

(2)

Exercice 31. Inductance mutuelle

Comme le champ créé par un solénoïde est connu on utilise le flux du solénoïde à travers la bobine plate.

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \int_{sp} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \pi i_1$$

avec $B = \mu_0 \frac{N_1}{l} i_1$ dans la bobine et nul à l'extérieur

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = N_2 B S = \mu_0 \frac{N_1 N_2 S}{l} i_1$$

$$\text{d'où } M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l}$$

2. Inductance L_2

$\Phi_{2 \rightarrow 2} = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$, or B est proportionnel à N_2 et le flux traverse les N_2 spires

Donc $\Phi_{2 \rightarrow 2}$ est proportionnel à N_2^2 de même pour L_2

On a montré que M est proportionnel à $N_1 N_2$

comme $N_2 \ll N_1$ $L_2 \ll M$

Le courant i_2

$$\text{la fem } e_2 = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Phi_{2 \rightarrow 2}}{dt} - \frac{d\Phi_{1 \rightarrow 2}}{dt}$$

$$e_2 = - L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = R i_2$$

or $L_2 \ll M$

$$i_2 = - \frac{M}{R} \frac{di_1}{dt} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l R} \omega_0 i_0 \sin \omega_0 t$$

3. Mesure de M

On branche avec un GBF le solénoïde, on règle la fréquence.

On mesure à l'oscillo la tension aux bornes des deux bobines

$$u_{R_1} \leq R i_1 = R i_0 \cos \omega t$$

$$-e_2 = u_2 = - M i_0 \omega \sin \omega t$$

Exercice 4a. Les equations differentiellesOn a $M < 0$

Loi des mailles

$$e_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_1} \int i_1 dt$$

$$e_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt$$

b. Notations complexes

$$\underline{E}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - jM\omega \underline{I}_2$$

$$\underline{E}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 - jM\omega \underline{I}_1$$

$$jM\omega \underline{E}_1 + \underline{Z}_1 \underline{E}_2 = (\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + (M\omega)^2) \underline{I}_2$$

$$\underline{I}_2 = \frac{jM\omega \underline{E}_1 + \underline{Z}_1 \underline{E}_2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + (M\omega)^2}$$