DS n° 08 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :	Note:	

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Intégration.

Calculer les intégrales suivantes.

$$\int_0^1 (3t^2 - 2t + 5)e^t dt = \tag{1}$$

$$\int_{1}^{3} \frac{\operatorname{Arctan}\left(\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}} \, \mathrm{d}t = \boxed{ (2)}$$

Donner un équivalent simple pour chacune des expressions suivantes.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{3k^2n + 2n^3}{k^3n + 2kn^3 + n^4} \underset{n \to +\infty}{\sim}$$
 (3)

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{n^2}{k^2 + 3n^2} \underset{n \to +\infty}{\sim} \tag{4}$$

$$\prod_{k=1}^{n} \left(\frac{n+2k}{n} \right)^{\frac{1}{n}} \underset{n \to +\infty}{\sim} \tag{5}$$

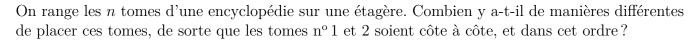
Donner une valeur approchée rationnelle à 10^{-5} près de $\cos(1)$.

(6)

Dénombrement.

Soit E un ensemble fini, de cardinal $n \in \mathbb{N}$.

$$\sum_{X \subset E} \operatorname{Card}(X) = \tag{7}$$





Algèbre linéaire.

Soit $P = 3X^2 - 5X + 2$, $Q = X^2 + 3X - 1$, $R = 5X^2 - X + 4$, $S = 3X^2 - 6X + 4$. Dans $\mathbb{R}[X]$, donner une base de Vect(P, Q, R, S).

Donner une équation cartésienne dans la base canonique de \mathbb{R}^3 de $F = \text{Vect}\left(\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$.

Donner un supplémentaire de F dans \mathbb{R}^3 .

Soit
$$f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$$
, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -3x & +y & +8z \\ x & & -2z \\ 2x & +7y & +3z \\ x & -y & +z \end{pmatrix}$.

$$rg(f) = \tag{12}$$

$$\dim(\operatorname{Ker}(f)) = \tag{13}$$

Soit $H = \{ P \in \mathbb{R}_8[X] \mid P''(1) = 0 \}.$

$$\dim(H) = \boxed{ \qquad \qquad }. \tag{14}$$

$$--\mathbf{FIN} ---$$