Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 32 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes et exercice de TD : chaque question sur 4 points, total sur 96 points (V1) ou 116 points (V2), ramené sur 15 points, +55% (V1) ou +105% (V2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Pb V1	Pb V2	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(\frac{5c}{32}+1,55\frac{15p_1}{96}+2,05\frac{15p_2}{116}\right)$
Note maximale	31	56	69	20+
Note minimale	9	10	16	$5,4$
Moyenne	$\approx 18,96$	$\approx 28,09$	$\approx 36,67$	$\approx 10,52$
Écart-type	$\approx 5,19$	$\approx 10,78$	$\approx 16,35$	$\approx 3,70$
Premier quartile	16	21	$24,5$	$7,8$
Médiane	19	26	35	10
Troisième quartile	23	36	$45,5$	$12,6$

Remarques générales.

- Encore une fois, ne recopiez pas l'énoncé.
- Les questions s'enchaînent. Tenter de résoudre une question sans utiliser les précédentes la rend tout de suite bien plus difficile.
- Attention à la graphie. Les indices s'écrivent *en dessous* de la ligne d'écriture. Beaucoup écrivent un au lieu de u_n.
- Certains semblent penser qu'une suite strictement monotone ne peut converger. Cela me consterne...
- La V2 est déjà difficile en soi, elle devient impossible si vous ne connaissez pas précisément votre cours ainsi que les méthodes de résolution et de rédaction usuelles.

V1 – I – Un exercice vu en TD.

Vous ne pouviez utiliser conjointement limite de suite et limite de fonctions, dans un argument de minoration par exemple.

V1 – II – Étude d'une suite.

Les règles de manipulation d'inégalités sont loin d'être acquises chez certains. Que de soustractions d'inégalités...
Après passage à la limite (en n), il ne doit plus y avoir de n. Sinon, c'est une ☠HORREUR☠.
À un moment dans ce problème, il était utile de dresser le tableau de variations de f. Dans tout problème sur des suites définies par récurrence ($u_{n+1} = f(u_n)$), l'étude de f et de $f - \mathrm{Id}$) est pertinente. Commencez par le faire au brouillon, surtout si la fonction f est simple. Ici, c'était particulièrement le cas !

1) Nul besoin d'étudier f ici : son tableau de variations est immédiat. C'était aussi inutile : le signe de $u_{n+1} - u_n$ est évident.

J'attendais que vous citiez le théorème utilisé (il suffit de dire « par limite monotone »).

3) Ce n'est pas parce que $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n < 0$ que (u_n) n'est pas minorée.

Ce n'est pas parce que $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n < 0$ que (u_n) ne converge pas vers 0.

Il y a une hypothèse à ne pas oublier pour montrer que si (u_n) converge, c'est vers un point fixe de f : la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

Pour $a < 0$, il faut bien décomposer : $u_n \leqslant a < 0$, donc (u_n) ne tend pas vers 0. Ensuite, par continuité de f, si (u_n) converge c'est vers 0.

Si $a > 1$, au lieu de refaire le même raisonnement que pour $a < 0$ (s'il est erroné, cela ne rapporte pas de point), utilisez le résultat de la question précédente.

4) Un majorant est une CONSTANTE.

Au rang n : « $u_n \leqslant \dfrac{1}{n+1}$ ». Au rang $n+1$, cela donne « $u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{n+2}$ »...

On demandait de montrer que $u_n \leqslant \dfrac{1}{n+1}$ à partir du rang 1.

5) Erreur classique (au début) à ne plus commettre : $S_{2n} = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} u_{2k}$.

Il ne faut pas confondre 2^n et $2n$...

V1 – III – Étude d'une équation de Pell-Fermat.

1) C'est le type de question ou l'on peut perdre du temps sans gagner beaucoup de points. Il faut donc être efficace. Commencez par montrer la commutativité, cela simplifie les autres points. Ne pas oublier le caractère interne de la loi. Il n'y a pas de suspens pour l'associativité et la commutativité, vous ne devez donc pas faire ces calculs au brouillon mais les réaliser directement sur la copie.

Les analyses (neutre, inverse) doivent se faire au brouillon. Je ne dois lire que des vérifications.

2) Nulle récurrence ici. On vous donnait le neutre à cette question...

V2 – I – Développement en série de Engel.

Une mauvaise connaissance de la formule de sommation géométrique (fondamentalissime) rendait ce problème (presque) inaccessible.
Ce problème était difficile.

V2 – II – Théorèmes de Lagrange et de Cauchy.

On ne travaille pas dans $\mathbb{C}$, ici. Vous ne pouvez pas dire que si $x^n = 1$, alors $x \in \mathbb{U}_n$.
Il convenait de montrer que si $xy = 1$, alors $x = y^{-1}$ (il suffit de multiplier par y^{-1} à droite). Cela ne découle pas immédiatement de la définition de l'inverse.
Beaucoup ont oublié de justifier que les éléments $1, x, x^2, \dots, x^{o(x)-1}$ sont distincts deux à deux.
De nombreuses questions étaient accessibles, bien qu'abstraites. Plusieurs ont fait de bonnes choses dans ce problème.

Et vu qu'il me reste un peu de place, une once de culture...