Informatique tronc commun
Devoir n^{o} 2 – Partie rédigée

15 décembre 2018

Durée : 60 minutes, documents interdits.

Vous écrirez les fonctions demandées dans le langage `Python` (version 3) et rendrez sur papier votre composition.

Vous rédigerez soigneusement la ou les fonctions `Python` que vous devrez écrire, sans oublier les indentations, chaînes de documentation et commentaires nécessaires.

On numérotera chaque ligne de chaque bloc de code `Python`.

Lorsque vous écrirez un invariant ou un variant, vous ferez systématiquement référence aux lignes du bloc de code étudié. Par exemple : « Un invariant pour la boucle `for` des lignes n^{o} 42 à 1515 est [...] ».

Lorsque vous justifierez un invariant ou un variant, vous ferez systématiquement référence à une ligne du bloc de code étudié. Par exemple : « au début de la ligne n^{o} 42, on a [...] », ou « à la fin de la ligne n^{o} 1515, on sait que [...] ».

Lorsque vous écrivez une fonction `Python`, on ne vous demande pas de vérifier que les arguments donnés sont corrects. Cependant, il sera apprécié d'indiquer les préconditions vérifiées par ces arguments dans la chaîne de documentation de la fonction.

Les fonctions `Python` permettant de faire un calcul sur les listes (ex : `max`, `sum`, *etc.*) ne sont pas autorisées, hormis la fonction `len`.

I. Questions de cours

On donne les expressions suivantes :

— `u[i:j]` ;

— `u[:j]` ;

— `u[i:]` .

Q1 Quels sont les types des variables `u`, `i` et `j` pour lesquels ces expressions ont un sens ?

Q2 En fonction de `u`, sous quelle condition portant sur `i` et `j` ces expressions ont-elles un sens et ont une valeur non vide ?

Q3 Le cas échéant, quelles sont alors les valeurs de ces trois expressions ?

II. Tracé d'une fonction pseudo-périodique

Une fonction pseudo-périodique est une fonction qui permet de décrire des phénomènes physiques du type «oscillatoire-amortis». Cette fonction peut-être le produit d'une fonction harmonique sinusoïdale et d'une fonction exponentielle décroissante, de la forme :

$$f : x \to \sin(x) \cdot \exp(\alpha \cdot x)$$

Le coefficient α doit être un réel négatif strictement pour avoir un régime amorti. On prendra dans la suite $\alpha = -0,1$.

On souhaite obtenir le tracé ci-dessous (voir figure 1), faisant apparaître la courbe représentative de la fonction f sur le segment $[0, 6\pi]$, mais également les courbes enveloppes ($x \mapsto \pm\exp(\alpha \cdot x)$) et la courbe représentative de la fonction harmonique non amortie ($x \mapsto \sin x$).

Q4 Donner les instructions permettant de réaliser ce tracé. On veillera à bien préciser les modules utilisés et à utiliser les instructions permettant d'obtenir le tracé complet.

III. Détection de doublon

Q5 Écrire une fonction `doublon(t)` qui, à un tableau `t`, renvoie un booléen indiquant s'il existe un élément de `t` se trouvant au moins deux fois dans `t`.

IV. Une fonction mystère.

On considère la fonction suivante.

```
def mystere(a,b) :
    """Précondition : a,b sont des entiers, a>0, b>1"""
    k,p = 0,1
    while a % p == 0 :
        k = k+1
        p = p*b
    return k-1
```

Q6 Dresser un tableau de valeurs décrivant les valeurs des variables `k` et `p` en entrée des trois premiers tours de la boucle `while` de la fonction `mystere(a,b)`.

On pourra au besoin faire intervenir les variables `a` et `b`.

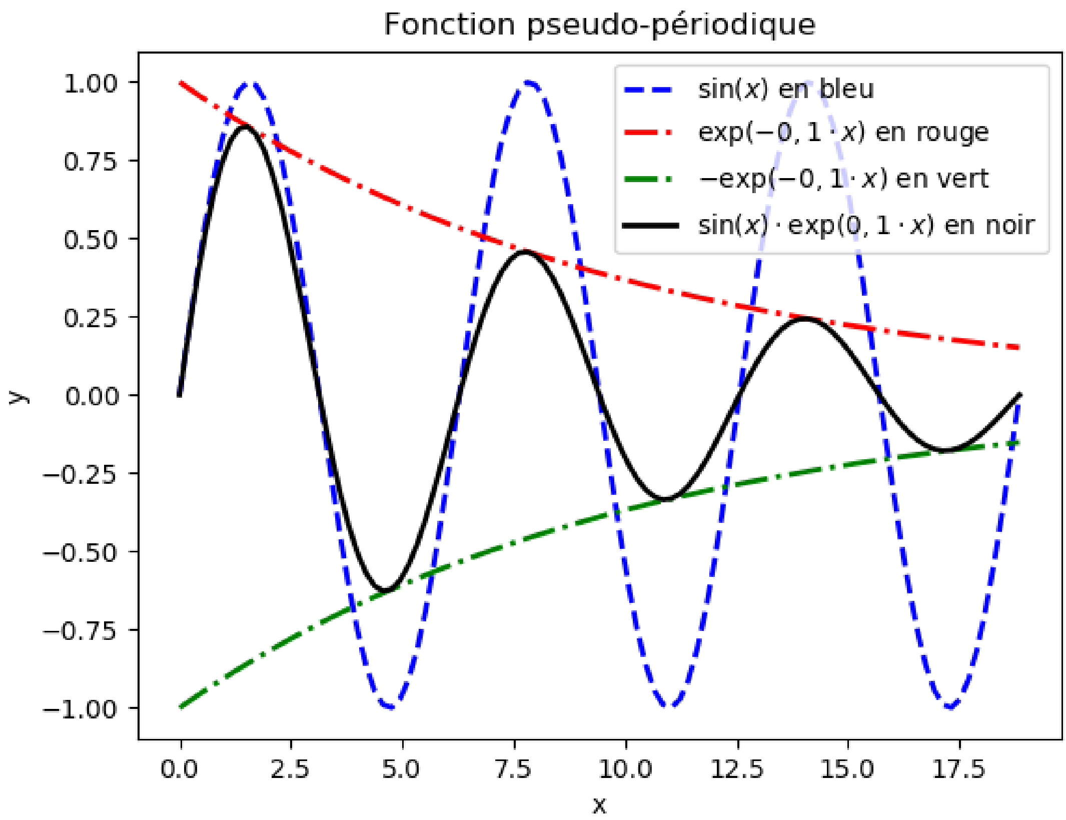

FIGURE 1 – Tracé de f et de ses enveloppes.

Q7 En s'aidant de la question précédente, écrire un invariant de boucle pour la boucle `while` de la fonction `mystere(a,b)`. On justifiera la réponse.

Q8 Donner un variant de boucle pour la boucle `while` de la fonction `mystere(a,b)`. On justifiera la réponse.

Q9 Déduire des questions précédentes qu'un appel de la fonction `mystere(a,b)` renvoie un résultat et déterminer le résultat alors renvoyé. On justifiera la réponse.