



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON
 SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR
 CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.
 ANNÉE 2017 - 2018

C4 : MODÉLISATION CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINES DE SOLIDES

TD 10 - Modélisation cinématique des liaisons mécaniques(C4-5)

Compétences

- **Modéliser** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement :
 - Solide indéformable;
 - référentiel, repère;
 - équivalence solide/référentiel;
 - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre";
- **Résoudre** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement
 - Torseur cinématique;
 - Liaisons.

1 Souris mécanique

On se propose d'étudier le fonctionnement d'une souris mécanique associée à un ordinateur (figure 1).

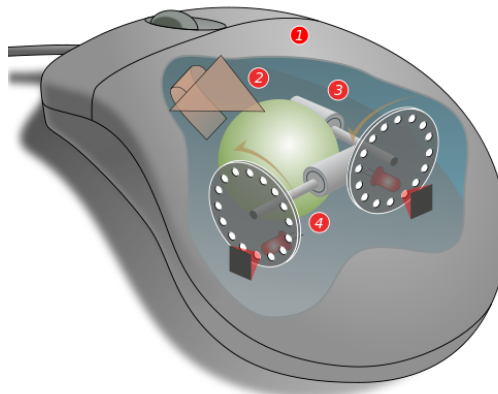


FIGURE 1 – Dessin du mécanisme d'une souris de micro-ordinateur.

L'ensemble des paramétrage indiqués ci-dessous font référence à la figure 2.

- Le plan de travail (0) est lié au repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- Le cadre lié à la souris porte le numéro (1). On lui lie un repère $R_1 = (C, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.
- En fonctionnement normal, la bille (2) de rayon R **roule sans glisser** sur le plan (0). On note I le point de contact avec le sol (0).
- Le galet (3), de rayon a est en liaison pivot d'axe (L, \vec{y}_1) , avec le cadre (1).
- Le galet (4), de rayon a est en liaison pivot d'axe (M, \vec{x}_1) , avec le cadre (1).

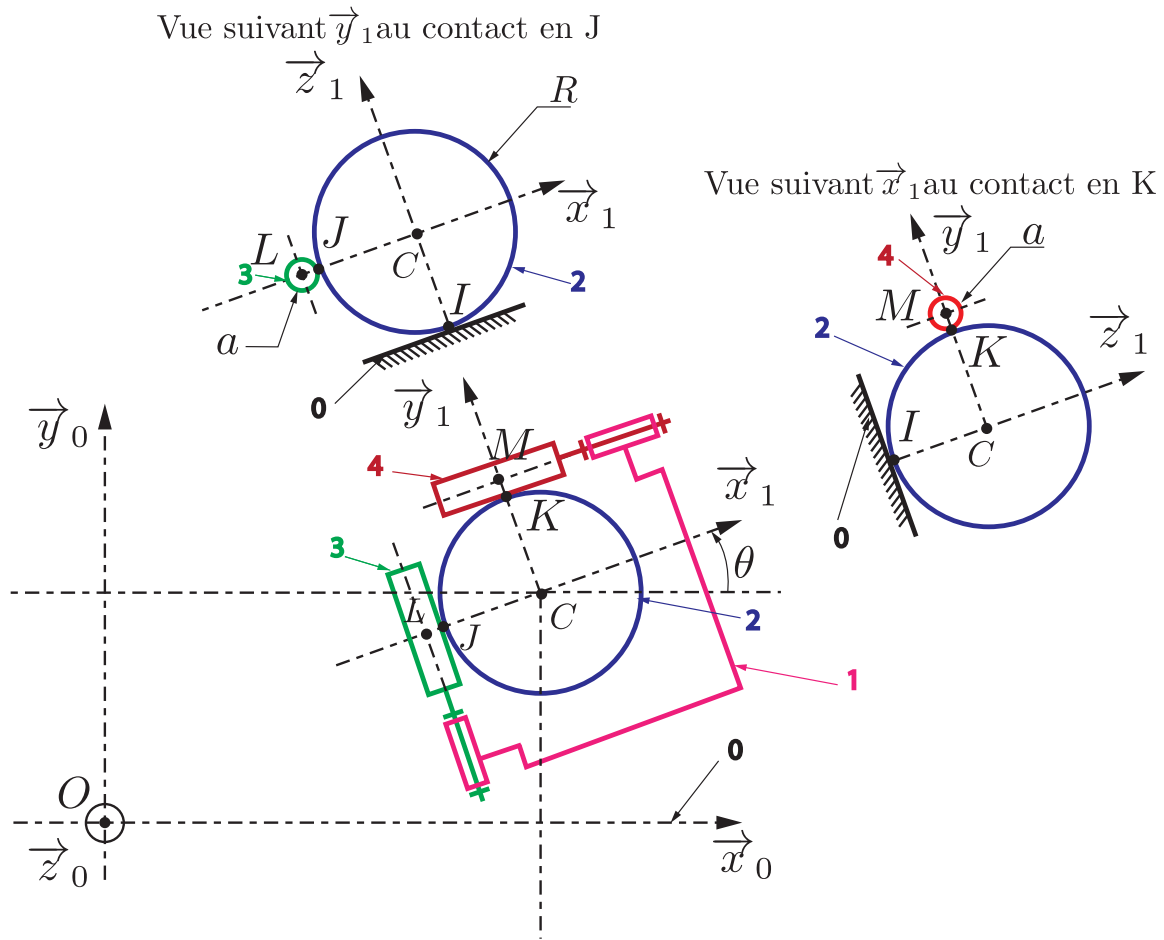


FIGURE 2 – Schéma cinématique mécanique d'une souris de micro-ordinateur.

Les deux galets (3) et (4) commandent chacun un capteur de position angulaire (codeur incrémental). En fonctionnement normal, ils **roulent sans glisser** sur la bille (2), respectivement aux points J et K .

On notera :

- $\overrightarrow{\Omega_{(3/1)}} = \omega_{31} \vec{y}_1$ le vecteur vitesse de rotation (inconnu) de (3) par rapport à (1).
- $\overrightarrow{\Omega_{(4/1)}} = \omega_{41} \vec{x}_1$ le vecteur vitesse de rotation (inconnu) de (4) par rapport à (1).

La souris (1) est animée d'un mouvement plan par rapport à (0).



Objectif :

Le but de cet exercice est de trouver les valeurs de ω_{31} et ω_{41} en fonction du déplacement de la souris.

La condition de contact en I impose que : $\overrightarrow{OC} \cdot \vec{z}_0 = R$.

La position de la souris (1) par rapport à (0) est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OC} &= x \vec{x}_1 + y \vec{y}_1 + R \vec{z}_1 \\ \theta &= (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) \\ \text{avec } \vec{z}_0 &= \vec{z}_1 \end{aligned}$$

On note le torseur cinématique de la bille (2) par rapport au cadre (1) par :

$$\{\mathcal{V}_{(2/1)}\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{(2/1)}} = p \vec{x}_1 + q \vec{y}_1 + r \vec{z}_1 \\ V_{(C \in 2/1)} = \vec{0} \end{array} \right\}$$

(Pour l'instant, p , q et r ne sont pas connus.)

Supposons que l'on bouge la souris (i.e. le cadre (1)) par rapport à (0) par le mouvement plan suivant :

$$\left\{ \mathcal{V}_{(1/0)} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega_{(1/0)}} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V_{(C \in 1/0)}} = \dot{x} \vec{x}_1 + \dot{y} \vec{y}_1 \end{array} \right\}$$

2 Modélisation cinématique

a) Modélisation globale de la bille et de la souris

Q 1 : En analysant les torseurs cinématiques donnés précédemment, proposer une liaison permettant de modéliser les mouvements de 1/0 et de 2/0

b) Roulement sans glissement de la bille

Q 2 : Expliciter la condition de roulement sans glissement au point I .

Q 3 : Par composition des vitesses, en déduire la relation liant les paramètres du mouvement de la boule (issus de $\left\{ \mathcal{V}_{(2/1)} \right\}$) à ceux du mouvement de la souris (issu de $\left\{ \mathcal{V}_{(1/0)} \right\}$).

Q 4 : En déduire les composantes p et q du vecteur vitesse de rotation $\overrightarrow{\Omega_{(2/1)}}$, en fonction du mouvement de la souris.

c) Roulement du galet (3)

Q 5 : Expliciter la condition de roulement sans glissement au point J .

Q 6 : En déduire le vecteur vitesse de rotation $\overrightarrow{\Omega_{(3/1)}}$.

Q 7 : En déduire également la valeur de la composante r de $\overrightarrow{\Omega_{(2/1)}}$.

d) Roulement du galet (4)

Q 8 : Expliciter la condition de roulement sans glissement au point K .

Q 9 : En déduire le vecteur vitesse de rotation $\overrightarrow{\Omega_{(4/1)}}$.

e) Mouvement global

Q 10 : Exprimez alors les éléments de réduction des torseurs $\left\{ \mathcal{V}_{(2/1)} \right\}$, $\left\{ \mathcal{V}_{(3/1)} \right\}$ et $\left\{ \mathcal{V}_{(4/1)} \right\}$, respectivement aux points C , L et M , en fonction des composantes de $\left\{ \mathcal{V}_{(1/0)} \right\}$.

Q 11 : De quels types sont ces torseurs ?