DS n°3 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :		Note :	

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Nombres complexes.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Donner les ensembles de solutions complexes de chacune des équations suivantes.

$z^2 = -5 - 12i$: (1)

$z^5 = 1 - i$: (2)

$(2+i)z^2 - (5-i)z + 2 - 2i = 0$: (3)

On considère la transformation du plan complexe $f : z \mapsto (\sqrt{3}+i)z + 2 - \sqrt{3} - i\sqrt{3}$. Déterminer les éléments caractéristiques de f.

Rapport : (4) Angle : (5) Centre : (6)

Intégration.

Après avoir pensé à simplifier la fonction $x \mapsto \operatorname{Arctan}(x) + \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$ sur $\mathbb{R}^*$, donner l'ensemble des primitives sur $\mathbb{R}^*$ de $x \mapsto \operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$.

(7)

Calculer l'intégrale suivante.

$$\int_0^{\ln(3)/2} \frac{\mathrm{e}^{\,t}}{1+\mathrm{e}^{\,2t}}\,\mathrm{d}t = \boxed{} \tag{8}$$

Équations différentielles.

On considère l'équation différentielle $(\mathscr{E})$: $y' + y\cos x = 2x\mathrm{e}^{\,-\sin x}$.
Alors l'ensemble des solutions homogènes de $(\mathscr{E})$ est

$$\boxed{} \tag{9}$$

et une solution particulière de $(\mathscr{E})$ est

$$\boxed{} \tag{10}$$

On considère l'équation différentielle $(\mathscr{F})$: $y" - 2y' + y = \mathrm{e}^{\,x}\sin x + 4\mathrm{e}^{\,x}$ d'inconnue $y \in \mathscr{C}^2(\mathbb{R},\mathbb{R})$.
Alors l'ensemble des solutions homogènes de $(\mathscr{F})$ est

$$\boxed{} \tag{11}$$

et l'unique solution y de $(\mathscr{F})$ vérifiant les conditions initiales $y(0) = 1$ et $y'(0) = 1$ est

$$\boxed{} \tag{12}$$

Ensembles.

Compléter :

$$\mathscr{P}(\mathscr{P}(\{\varnothing\})) = \boxed{} \tag{13}$$

$$\bigcap_{n\in\mathbb{N}^*} \left]1 - \frac{1}{n}, n + \ln n\right] = \boxed{} \tag{14}$$

— **FIN** —