

## DS n° 07 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

### Développements limités et asymptotiques.

Calculer les développements limités ou asymptotiques suivants :

$\ln(1 + \operatorname{ch} x)$  en 0 à l'ordre 4 :

(1)

$\ln(\tan x)$  en  $\pi/4$  à l'ordre 3 :

(2)

$\frac{x - \sin x}{1 - \cos x}$  en 0 à l'ordre 3 :

(3)

$(\cos x)\sqrt{1+x}$  à l'ordre 3 en 0 :

(4)

$\ln(\sqrt{1+x})$  en  $+\infty$  à la précision  $\frac{1}{x^2}$  :

(5)

Soit  $f : x \mapsto \frac{\ln(1+x)}{2 - \cos x}$ . Alors :

$f^{(6)}(0) =$

(6)

Soit  $g : x \mapsto \sqrt[3]{x^2(x-1)}$ . Alors, en  $-\infty$ , le graphe de  $g$  est asymptote à la droite d'équation

(7)

et il se trouve

(8)

## Algèbre linéaire.

Répondre par **OUI** ou **NON** :

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ est-il dans } \text{Vect} \left( \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \right) ?$$

(9)

La famille  $\left( \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$  est-elle libre ?

(10)

Soit  $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ ,  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x + 4y - 2z \\ 4x + 12y - 4z + 4t \\ 4x - 9y + 5z + t \\ x + 10y - 4z + 2t \end{pmatrix}$ .

Une base de  $\text{Ker } f$  est :

(11)

et une base de  $\text{Im } f$  est :

(12)

— FIN —