Devoir surveillé n° 7 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 30 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice de TD sur 6 points, chaque question sur 4 points, total v1 sur 102, total v2 sur 64, total sur 8 points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	v1	v2	Note finale
Note maximale	21	78	62	20
Note minimale	1	26	19	5.5
Moyenne	$\approx 10,77$	$\approx 48,95$	$\approx 32,62$	$\approx 11,01$
Écart-type	$\approx 4,82$	$\approx 13,64$	$\approx 11,47$	$\approx 3,86$

Remarques générales.

- Je suis stupéfait par le nombre d'élèves qui écrivent « un espace vectorielle » et « une équation différentiel ».
- Pour la 1000 ème fois, $\cos x$ n'est pas une fonction, et $\{x \mapsto K\cos x\ ,\ K \in \mathbb{R}\}$ n'est pas un ensemble de fonctions correct.

Un exercice vu en TD (v1).

Bien traité, mais il faut être clair sur le point théorique principal : f admet un DL en 0 à l'ordre 1, donc elle est prolongeable par continuité en 0 et ce prolongement est dérivable en 0.

Résolution d'une équation différentielle (v1).

3.a. Ne pas oublier de mentionner que $g \in \mathscr{C}^\infty(\mathbb{R})$.

7. Méthode par analyse-synthèse très mal comprise. Pour l'analyse, si $f \in \mathscr{S}$, il faut supposer qu'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$ et $h \in \mathscr{T}$ tel que $f = \lambda g + h$, trouver une expression de λ et h en fonction de f et en déduire qu'ils sont uniques.
On pose ensuite λ et h tels que déterminés dans l'analyse, et on vérifie que $f = \lambda g + h$ que $\lambda g \in \operatorname{Vect} g$ et $h \in \mathscr{T}$: c'est la synthèse.

Étude d'une suite définie implicitement (v1).

1. C'est encore une fois le théorème de la bijection (strictement monotone) qu'il faut utiliser, et encore une fois il est massacré : il faut le citer, et donner ses hypothèses (fonction continue et strictement monotone). Et le théorème de la bijection, ce n'est pas le TVI !
Ce type de question est archi-classique et archi-facile et archi-vu et revu, et doit être traité de manière irréprochable. On en est encore loin visiblement, et je ne sais pas si c'est par négligence, paresse ou incompétence de votre part.

2.a. Si vous utilisez le TVI, citez-le !! Et si vous montrez que f s'annule sur $[1, \mathrm{e}]$, expliquez que c'est en x_n et pas en y_n.

2.c. Il faut utiliser que f_n est strictement décroissante sur un intervalle contenant x_n et x_{n+1}, donc a priori $[1, n]$ ne convient pas (en fait si mais il faut expliquer pourquoi). Mais $[1, \mathrm{e}]$ convient en utilisant la question 2.a.
Attention ! Vouloir montrer par l'absurde que (x_n) est décroissante en supposant que (x_n) est croissante est impossible : une suite qui n'est pas croissante n'a aucune raison d'être décroissante (ex. : $((-1)^n)$), on l'a répété plusieurs fois.

2.h. $x_n = y_n + o(z_n)$ ne permet pas d'affirmer que $x_n \sim y_n$. Il faut avoir $x_n = y_n + o(y_n)$.

3.a. Quasiment tout le temps j'ai lu que $y_n \geqslant n$, suivi d'une page d'un raisonnement compliqué plus ou moins juste s'inspirant de la question 2. Mais si $y_n \geqslant n$, par minoration $y_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} +\infty$ et c'est tout.

Problème (v2).

Je suis lassé et choqué de lire encore et encore les sempiternelles erreurs de rédaction combattues depuis septembre : variables non introduites, expressions non homogènes ($f = e^x$ par exemple), (expression en x)' etc ... Les points s'envolent, tant pis pour vous, mais je me demande quand même ce qu'il faut faire pour que ça rentre ...

1. N'oubliez pas les $\mathrm{d}x$ et les $\mathrm{d}t$ dans les intégrales.

2. Vous ne pouvez pas laisser l'expression des solutions sous la forme $\mathrm{e}^{A(x)}$ quand il y a du log dans A. Il est clair que cette expression se simplifie, il faut le faire. Un résultat non simplifié est considéré comme un calcul inachevé, et cela coûte des points.

4. Je suis impressionné par le nombre d'élèves qui ne savent pas dériver $P_n\left(\dfrac{1}{1-x}\right)$. Cela leur a coûté très très cher dans la suite.

8.a. Il était précisé « sans nouveau calcul », donc sans utiliser la relation de la question précédente. On pouvait calculer directement $P_i(1)$, ou utiliser la formule de Taylor-Young et le DL réalisé question 3.

8.b. Il fallait utiliser la formule de Taylor-Young, **en la citant et en donnant ses hypothèses** ! ! ! !

9.a. Là aussi, quand vous faites une IPP, **il faut le dire** !

9.b. Ce n'est pas parce que pour tout $t \in [0,1]$, $f_p(t) \xrightarrow[p\to+\infty]{} 0$ que $\displaystyle\int_0^1 f_p(t)\,\mathrm{d}t \xrightarrow[p\to+\infty]{} 0$. C'est un point peu intuitif et délicat, que vous étudierez en spé.

Considérez par exemple la fonction f_p tel que $f_p(t) = 3p^2t - p$ si $t \in \left[\dfrac{1}{3p}, \dfrac{2}{3p}\right]$, $f_p(t) = -3p^2t + 3p$ si $t \in \left[\dfrac{2}{3p}, \dfrac{1}{p}\right]$, et $f_p(t) = 0$ sinon.