LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.
ANNÉE 2020 - 2021

C1 : PERFORMANCES STATIQUES ET CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINE DE SOLIDES

TD 5 - Représentation des SLCI par les schéma blocs (C2-2)

6 Octobre 2020

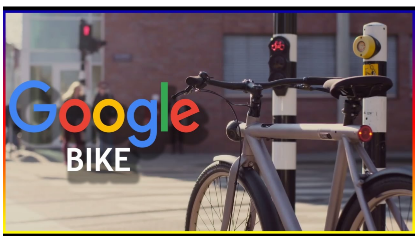
Compétences

- **Analyser**; Apprécier la pertinence et la validité des résultats : Grandeurs utilisées : unités du système international; homogénéité des grandeurs
- **Analyser**; Définir les frontières de l'analyse : Flux échangés
- **Modéliser**; Proposer un modèle de connaissance et de comportement : Schéma-bloc : fonction de transfert en chaîne directe; fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée

1 Modélisation du vélo autonome

a) Présentation générale

Dans une activité précédente, nous avons étudier le comportement dynamique du vélo autonome pour assurer sa stabilité. On se propose dans ce sujet d'en étudier la structure d'asservissement.



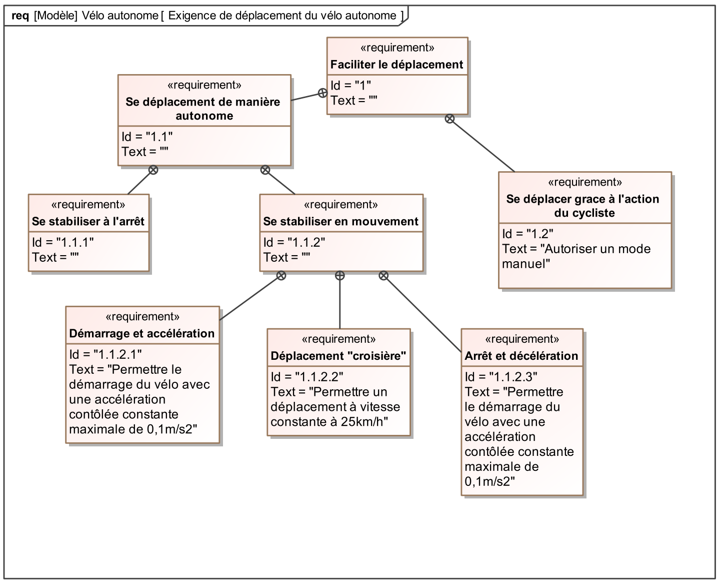


FIGURE 1 – Diagramme des exigences partiel concernant le déplacement autonome du vélo

b) Rappel de la modélisation du comportement dynamique du vélo

L'équation obtenue est donnée ci-dessous :

$$\begin{cases} I_{velo}\ddot{\theta}(t) = m\cdot g\cdot L_1\sin\theta(t) - I_2\ddot{\varphi}(t) \\ I_2\ddot{\varphi}(t) = C_{m2}(t) \end{cases}$$

Avec,

- $I_{velo} = I_1 + m_2\cdot L_2^2$ le moment d'inertie du vélo ramené à l'axe passant par les points de contact entre les deux roues et le sol ;
- m la masse du vélo ;
- I_2 le moment d'inertie de la roue à réaction autour de son axe de rotation ;
- φ l'angle de rotation de la roue à réaction ;
- θ l'angle d'inclinaison du vélo par rapport à l'axe vertical ;
- C_{m2} le couple exercé par le moteur de la roue à réaction.

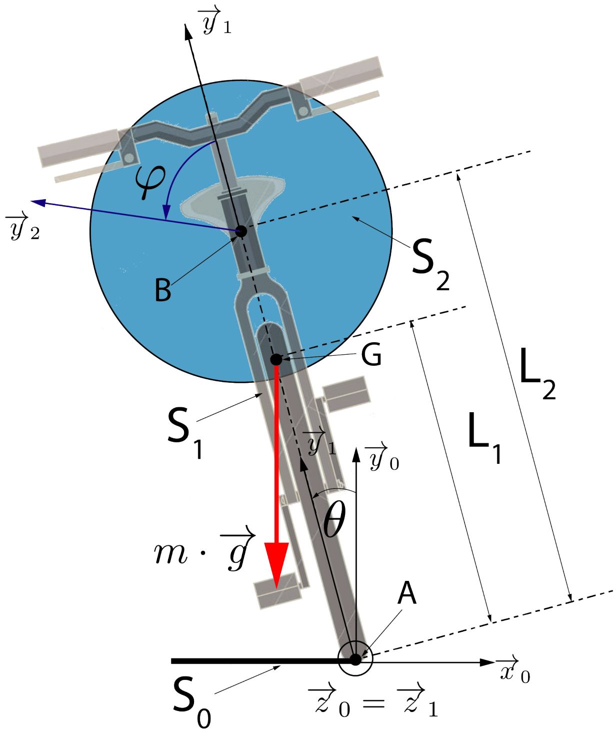


FIGURE 2 – Paramétrage du problème

On se focalisera sur des petites variations de l'angle θ, ainsi on pourra utiliser l'approximation $\sin\theta(t) \approx \theta(t)$.

Q 1 : Réécrire les équations différentielles en tenant compte de cette hypothèse.

Q 2 : En supposant les conditions initiales nulles, exprimer les équation issues de la modélisation mécanique dans le domaine de Laplace.

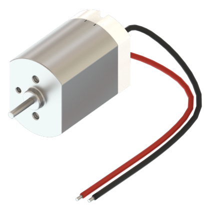
Q 3 : Déterminer la fonction de transfert $H_{velo}(p) = \dfrac{\theta(p)}{\dot{\varphi}(p)}$

c) Modélisation d'un moteur à courant continu

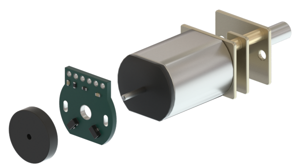
Le moteur à courant continu entrainant la roue à réaction est modélisé par les équation ci-dessous.

Un moteur à courant continu est mis en rotation grâce à une force magnétique : la force de Laplace. Cette force s'applique à un conducteur parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique.

Un moteur à courant continu est constitué d'un circuit d'induit (rotor) soumis à un champ magnétique créé par le stator. Les moteurs d'asservissement de petite puissance utilisent en général un aimant permanent pour créer ce champ. Le moteur à courant continu est alors commandé par une tension $u_m(t)$ au borne de l'induit. L'induit est équivalent à un circuit $R-L$ en série.



Moteur de la roue à réaction



Moteur de propulsion

FIGURE 3 – Moteur utilisé sur le prototype du vélo autonome

Constantes de la modélisation

- K_c : la constante de couple;
- K_e : la constante de force contre électromotrice (fcem);
- R : la résistance de l'induit;
- L : l'inductance de l'induit;
- J : l'inertie (inertie propre du moteur + inertie de la mécanique entraînée);
- f : le coefficient de frottement visqueux mécanique.

Variables de la modélisation

- $u_m(t)$: la tension appliquée aux bornes de l'induit;
- $e(t)$: tension de force contre-électromotrice;
- $i(t)$: le courant absorbé par l'induit;
- $\omega_m(t)$: la vitesse angulaire de l'arbre;
- $C_m(t)$: le couple moteur;
- $C_r(t)$: le couple résistant exercé sur l'arbre du moteur.

On suppose que la roue à réaction ne subit que le couple du moteur $C_m(t)$ en effectuant un bilan en moment autour de son axe de rotation. Du fait des faibles mouvement on se ramènera à un principe fondamental de la dynamique appliqué à un solide en rotation autour d'un axe fixe.

$$C_m(t) - C_r(t) - f \cdot \omega_m(t) = J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

$$u_m(t) = e(t) + L\frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$$

$$C_m(t) = K_c \cdot i(t).$$

Q 4 : Transformer ces équations dans le domaine de Laplace.

Q 5 : Représenter le comportement du moteur à courant continu sous la forme d'un schéma bloc où l'entrée correspondrait à $U_m(p)$ et la sortie $\Omega_m(p)$.

On considère dans un premier temps que la perturbation est nulle ($C_r(t) = 0$)

Q 6 : Calculer la fonction de transfert $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$ et la mettre sous forme canonique.

Pour assurer le bon fonctionnement du vélo autonome il faudra contrôler la roue à réaction en vitesse et le moteur de propulsion en position. C'est l'objet des deux parties suivantes.

d) Modélisation de l'asservissement en vitesse du moteur à courant continu de stabilisation

Pour assurer la l'asservissement en vitesse de la roue à réaction un capteur magnétique à effet Hall est utilisé en combinant des aimants permanent présents sur la roue à réaction.

- On poser $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \dfrac{K_m}{1 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2}$ (a_1, a_2 et K_m sont des constantes ayant pu être identifiées dans la partie précédente) la fonction de transfert trouvée précédemment avec un couple de perturbation nulle.
- ici $\omega_m(t) = \dfrac{d\varphi(t)}{dt} = \dot{\varphi}(t)$.
- on suppose que le capteur de vitesse délivre une tension proportionnelle à la vitesse $\dot{\varphi}(t)$ ($u_\varphi(t)$), avec pour gain K_v.
- $\dot{\varphi}_c(t)$ la consigne en vitesse et $\dot{\varphi}(t)$ la réponse.
- La consigne $\dot{\varphi}_c(t)$ est amplifié par un gain d'adaptation K_a pour délivré une tension $u_{\varphi_c}(t)$.
- Les deux tensions $u_{\varphi_c}(t)$ et $u_\varphi(t)$ sont comparées plus amplifiées d'un gain K_{pv} (correcteur proportionnel en vitesse) pour correspondre à la tension d'alimentation du moteur.
- On note $\dot{\varphi}(p)$ et $\dot{\varphi}_c(p)$ les transformées de Laplace respectives de $\dot{\varphi}(t)$ et $\dot{\varphi}_c(t)$.

Q 7 : Proposer une modélisation de cet asservissement sans tenir compte d'une perturbation.

Q 8 : Proposer une expression du gain d'adaptation K_a pour avoir un système précis ($\varepsilon(p) = 0 \Leftrightarrow \dot{\varphi}(p) = \dot{\varphi}_c(p)$).

Q 9 : Calculer la fonction de transfert $H_v(p) = \dfrac{\dot{\varphi}(p)}{\dot{\varphi}_c(p)}$

e) Modélisation de l'asservissement en position du moteur à courant continu de propulsion

On souhaite asservir en position le vélo selon sa propulsion. On donne la structure de l'asservissement sur la figure 4.

- $x_c(t)$ et $x(t)$ correspondent respectivement à la consigne et au déplacement en translation du vélo.
- A la sortie du moteur à courant continu de propulsion, il y a un réducteur d'un rapport de réduction noté K_r.

- On prendra les même notations pour les caractéristiques du moteur sauf pour le moment d'inertie que l'on notera J_{eq} et qui est donné par la relation :

$$J_{eq} = J_m + 2 \cdot J_{roue} K_r^2 + m \cdot \left(\frac{D_r \cdot K_r}{2} \right)^2$$

avec J_m l'inertie de l'arbre moteur, J_{roue} l'inertie d'une roue du vélo et m la masse du vélo sans les roues.
- Ce moteur est équipé d'un codeur incrémental qui mesure directement la position à la sortie du moteur $\beta(p)$.
- La roue tourne à la même vitesse que l'arbre à la sortie du réducteur et possède un diamètre notée D_r.

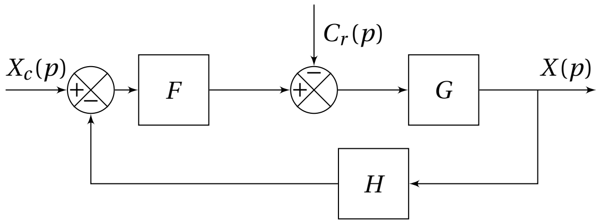
Q 10 : Déterminer les expression des blocs A, B, C et D en fonction des paramètres R, L, K_c, J_{eq}, f et K_e.

Q 11 : Quelle relation dans le domaine temporelle relie $\omega_m(t)$ à $\beta(t)$. En déduire une expression de E.

Q 12 : Proposer une modélisation du bloc K_{cin}.

Q 13 : Proposer une expression du gain d'adaptation K_a pour avoir un système précis ($\varepsilon(p) = 0 \Leftrightarrow X(p) = X_c(p)$).

Q 14 : Montrer que l'on peut modifier le schéma bloc de la figure 4 pour obtenir la structure ci-dessous.



Q 15 : Donner les expression des blocs F, G et H en fonction de A, B, C, D, E, K_p, K_a, K_{cin}.

Q 16 : Montrer que $X(p)$ peut s'exprimer sous la forme $X(p) = H_x(p) \cdot X_c(p) + H_c(p) \cdot C_r(p)$ et déterminer les expressions de $H_x(p)$ et $H_c(p)$ en fonction de F, G et H.

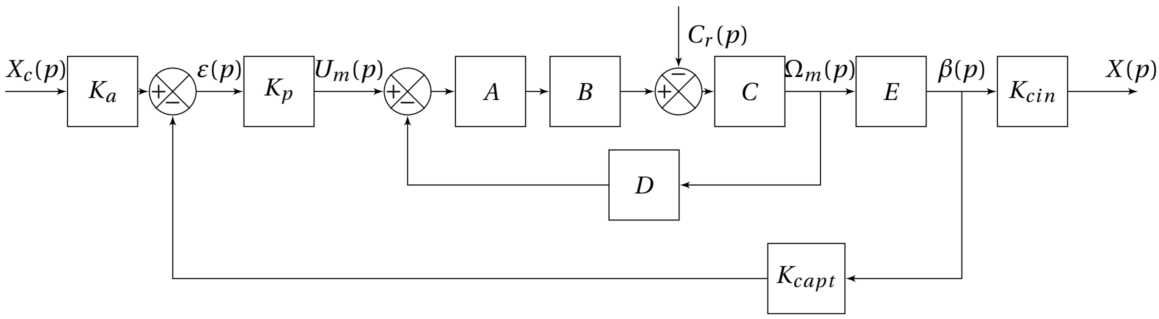


FIGURE 4 – Structure de l'asservissement en position du groupe de propulsion

f) Modélisation de l'asservissement en position angulaire du vélo pour assurer sa stabilisation

L'asservissement en position angulaire du vélo autonome est assuré par une centrale inertielle qui permet directement de mesurer l'angle $\theta(t)$. Elle possède un gain noté K_{ci}.

On utilisera un correcteur que l'on notera $C(p)$.

On donne la structure de l'asservissement ci-dessous.

Q 17 : Compléter les différents blocs manquant en fonction des parties précédentes pour représenter la modélisation de l'asservissement du velo autonome en stabilisation verticale.