Devoir surveillé n° 10 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 34 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 92 points (v1) et 76 points (v2), ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problème v1	Problème v2	Note finale
Note maximale	30	66	59	$17,5$
Note minimale	6	216	30	$3,5$
Moyenne	$\approx 17,39$	$\approx 42,74$	$\approx 43,32$	$\approx 11,83$
Écart-type	$\approx 6,20$	$\approx 14,12$	$\approx 8,64$	$\approx 3,22$

Un exercice vu en TD (v1).

Plutôt bien réussi.

Racines carrées d'endomorphismes de l'espace (v1).

1. Comme toujours, deux points étaient à démontrer : la linéarité et l'égalité des ensembles de départ et d'arrivée.

2. On demandait une condition NÉCESSAIRE. Ce concept n'est pas encore totalement acquis ...
Il fallait donc démontrer f a une racine carrée $\Rightarrow \det f \geqslant 0$.
La réciproque était fausse. Et pourquoi parler d'entiers ? f est à coefficients réels, donc le déterminant est un réel, et pas forcément un entier.

4. On demandait une écriture factorisée ! $(1-\lambda)(\lambda * 2 - 3\lambda + 2)$ n'en est pas une. On attendait $-(\lambda-1)^2(\lambda-2)$.

5. et 6. Je suis inquiet de trouver encore des erruers dans les calculs de noyaux.

7. (u, v, w) n'est pas échelonnée et n'est âs non plus égale à une famille échelonnée. On la rend échelonnée après lui avoir fait subir des opérations élémentaires. Donc c'est son rang (ou son Vect) qui est égal à celui d'une famille échelonnée.

9. On retombe sur la confusion condition nécessaire / suffisante : ici $\det f \geqslant 4$ et donc ... on ne peut rien dire !

10. On voulait l'expression dans la base canonique, pas seulement dans (u, v, w), où elle était simple. Il fallait donc effectuer un changement de base.

16. A priori, si h est diagonale dans une base et a une racine carrée r, r n'a aucune raison d'être diagonale dans cette base. Par exemple $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Ici il fallait le montrer.

17.a. Se démontrait directement sans récurrence.

Pour le reste, il y avait beaucoup de récurrences, souvent élémentaires : ceux qui l'ont remarqué et ont bien rédigé ces récurrences ont récolté beaucoup de points à bon compte.

Matrices symplectiques (v2).

C'était un problème plutôt facile pour une v2. Il y avait énormément de calculs guidés sans aucune difficulté. Par contre, il fallait bien comprendre comment on transposait une matrice par blocs. Certains ont juste « échangé les blocs des coins », ce qui était faux. D'autre ont démontré en détails le résultat de cette transposition, ce qui était inutile à mon avis : le résultat est « évident ».
Question 10, il ne fallait pas oublier de montrer que A était inversible.
Question 12, on rencontrait le résultat classique que seules les matrices scalaires commutaient avec toutes les autres. Il fallait le démontrer car il n'est pas au programme. Mais il est défendable de l'utiliser directement en disant que c'est un résultat classique. Vous aurez un peu moins de points à cette question mais gagneraient du temps pour la suite.
Seules les trois dernières questions étaient plus difficiles et n'ont pas souvent été abordées.