Devoir surveillé n° 8 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 34 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice de TD sur 12 points, chaque question sur 4 points, total sur 120 points (v1) et 96 points (v2), ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	v1	v2	Note finale
Note maximale	26	81	61	20
Note minimale	1	24	14	5
Moyenne	$\approx 11,8$	$\approx 39,4$	$\approx 37,7$	$\approx 11,12$
Écart-type	$\approx 5,81$	$\approx 14,53$	$\approx 11,23$	$\approx 3,79$

Un exercice vu en classe (v1).

1. Je ne comprends pas pourquoi vous avez tous (sauf 1 ou 2) commencé la démonstration du sens indirect par « soit $y \in \operatorname{Im} f$ ». Il s'agissait de montrer que pour tout $x \in E$, $g(f(x)) = 0$, donc il n'y avait aucune raison de commencer ainsi. Cette question était très typique des exercices d'algèbre : on applique scrupuleusement les méthodes vues en cours, sans originalité, on déroule les définitions, et ça se passe tout seul. Mais encore faut-il se décider à appliquer les méthodes vues en cours.

2.a et b. Aucun souci en général.

2.c. Très peu abordée, et souvent mal. C'était une analyse-synthèse, pas très originale là non plus.

Étude d'une fonction (v1).

Ce problème était rempli de questions faciles. La partie I aurait dû être réussie à 100 % ! C'était quasiment un devoir de terminale. Et pourtant ...

1. Ça commençait déjà très fort : vous avez presque tous justifié cette limite avec les croissances comparées : mais ce n'est même pas une forme indéterminée ! ! C'était une limite de terminale ...

2. $\mathscr{C}_f$ n'est pas une fonction, c'est un graphe. Donc « $\mathscr{C}_f$ est croissante » ou des phrases de ce genre, n'ont aucun sens.
On voulait l'équation de l'asymptote. Et vous confondez souvent « asymptote en 0 » et « asymptote d'équation $y = 0$ ».

3. Si f/g tend vers 0, f est certes dominée par g, mais elle est aussi négligeable devant g, et c'est plus précis.

4. Cette fois-ci c'était un résultat de croissances comparées, et il fallait le dire ! On ne va pas vous mettre 4 points sur une quetion aussi facile si vous ne justifiez rien.

5. Pensez à factoriser vos expressions. Ça simplifie la suite.

6. Le principe d'une identité remarquable, c'est qu'on doit la remarquer. Je suis stupéfait par le nombre d'élèves qui passent par un calcul de discrimant pour trouver les racines de $t^2 - 2t + 1$. N'oubliez pas les limites dans les tableaux de variation.

7. Beaucoup d'erreurs. Là aussi, développez, factorisez et simplifiez ! Cela rend pus simples les calculs des questions suivantes.

10. On attendait l'équation de la tangente (et ce n'est pas une asymptote !), et la position relative du graphe et de sa tangente.

11. Le graphe doit faire apparaître tous les résultats précédents (asymptotes, tangentes, positions, points d'inflexion etc).

13. Là encore, que d'erreurs pour une simple dérivation.

17. $F' = f$ donc tout ce qui compte est le signe de f. La croissance de f n'a absolument aucun intérêt.

18. Que de blablas ici ...

Problème v2.

2. On pouvait utiliser une IPP ou un changement de variable, mais l'intégrande était de la forme $u'.u$ donc s'intégrait directement en $\frac{1}{2}u^2$, en toute simplicité.

3.a. N'oubliez pas de justifier que la partie entière est nulle dans vos DES.

3.b. Pas mal d'erreurs de signe : $\int^x \frac{1}{(t+2)^2}\,\mathrm{d}t = -\frac{1}{x+2}$.

3.c. Des erreurs dans ces DL élémentaires !

4.a. Il était plus simple de calculer directement la décomposition réelle, de la forme : $\frac{a}{X+1} + \frac{b+cX}{(X^2+1)^2} + \frac{d+eX}{X^2+1}$.

6.a. Il fallait vérifier deux choses : que T est linéaire, et que pour tout $f \in E$, $T(f) \in E$. Pour le deuxième point, vous avez souvent été bien flous. Il fallait utiliser le théorème fondamental de l'analyse et dire que $T(f)$ était la primitive de $t \mapsto \frac{f(t)}{1+t}$ qui s'annulait en 0. Elle était donc dérivable (ce que l'on réutilisait dans la question suivante), donc continue.

6.c Beaucoup de démonstrations trop rapides pour être crédibles : si $T(f) = 0$, alors c'est une fonction constante donc sa dérivée est nulle, donc $f = 0$.

6.d. Être une primitive ne suffisait pas pour être dans l'image de T. Une image de T est une fonction qui est une primitive s'annulant en 0, et dont la dérivée est continue. Donc $g \in \mathrm{Im}(T)$ ssi $g \in \mathscr{C}^1$ et $g(0) = 0$.

7.b. Beaucoup ont utilisé t comme s'il était défini quelque part dans l'énoncé.