Feuille d'exercice n° 05 : Calculs sur les complexes - fiche d'entraı̂nement

Exercice 1 Donner les ensembles de solutions des systèmes suivants, de variable $z \in \mathbb{C}$, et interpréter ceci géométriquement.

1)
$$\begin{cases} |z-1| = 1 \\ 2|z+1| = 3 \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} |z - i| = 2 \\ |z - 1| = 1 \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} |z-i| = 1 \\ |z-4-i| = 3 \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} |z - 3i| = 1 \\ 2|z - 5| = 2 \end{cases}$$

Exercice 2 Calculer les racines carrées des nombres complexes suivants.

1)
$$-8 - 6i$$

2)
$$24 + 10i$$

3)
$$3-7i$$

4)
$$5 + 2i$$

Exercice 3 Déterminer les ensembles de solutions des équations suivantes, de la variable complexe z.

1)
$$z^2 - (1+i)z - 4 + 8i = 0$$

2)
$$z^2 + (-5 + 2i)z + 4 - 8i = 0$$

3)
$$z^2 - 7z + 1 + 7i = 0$$

4)
$$z^2 - (2+6i)z - 5 + 10i = 0$$

Exercice 4 Simplifier les sommes suivantes, où $x \in \mathbb{R}$ et où $n \in \mathbb{N}$.

1)
$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} \sin(kx)$$

$$2) \sum_{k=0}^{n} \cos(kx) \sin(kx)$$

Exercice 5 Linéariser les expressions suivantes, où $x \in \mathbb{R}$.

1)
$$\sin^3(x)\cos(x)$$

3)
$$\cos^2(x)\sin^2(x)$$

2)
$$\cos^2(x) + \cos^4(x) + \cos^6(x)$$

4)
$$\cos^3(x)\sin^3(x) + 3\sin(x)\cos^2(x)$$

Exercice 6 Exprimer les expressions suivantes en fonction de cos(x), où $x \in \mathbb{R}$.

$$\mathbf{1)} \cos(4x)$$

3)
$$\cos(2x)\cos(3x)$$

2)
$$\cos(7x)$$

4)
$$\sin(2x)\sin(4x)$$