

Encore un chapitre fondamental ! Ce chapitre développe deux sujets : des connaissances sur les matrices et les représentations matricielles d'objets linéaires (vecteurs, familles de vecteurs, applications linéaires). Bien entendu, ces deux sujets sont liés. On montre dans ce chapitre quelques résultats fondamentaux.

## I. Structure de $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$

Beaucoup de rappels dans cette partie. Les éléments développés dans la partie 1.3 sont importants : les sous-parties a,b,c sont fondamentales et la partie d contient un calcul que l'on retrouvera souvent et qu'il faut donc au moins savoir refaire.

À connaître : Les définitions de la partie 1 sont des rappels, si vous ne les connaissez pas : apprenez-les enfin ! La formule du produit doit être sue. Il faut bien comprendre la partie 3.

Exercices importants : l'exercice 1 de la feuille de TD pour travailler la formule du produit, le 2) de l'exercice 3 de la feuille de TD est un résultat utile que vous retrouverez probablement.

## II. Matrices, familles de vecteurs et applications linéaires

C'est une partie fondamentale. Il faut d'abord bien comprendre comment représenter des familles de vecteurs et des applications linéaires par des matrices puis comment tracer les diagrammes de composition pour retrouver les formules de changement de base. Si vous savez tracer ces diagrammes, pas besoin d'apprendre ces formules : vous saurez les retrouver immédiatement. Les arguments abstraits, notamment ceux établissant des isomorphismes, peuvent être compris en deuxième lecture.

À connaître : Les définitions 2.1.1 et 2.2.1, le théorème 2.2.6, la proposition 2.2.11 (et le schéma correspondant + la démonstration), le théorème 2.2.15 (et le schéma correspondant + la démonstration), la proposition 2.3.1 (+ la démonstration), les corollaires 2.3.4 et 2.3.5, la définition 2.4.11, les théorèmes 2.4.3 et 2.4.7 (et les schémas correspondant + les démonstrations).

Exercices importants : les exercices 4 à 11 de la feuille de TD (exercices élémentaires, parfois fastidieux, mais à maîtriser à tout prix). Tous les exemples du chapitre doivent être traités et compris.

## III. Matrices remarquables

Rien de compliqué dans cette partie. Vous connaissez déjà les matrices triangulaires et diagonales, il faut surtout connaître la définition de la transposition et les définitions de matrices symétriques et antisymétriques (ces définitions sont simples, mais fondamentales).

À connaître : Définition 3.1.1, proposition 3.1.3, théorème 3.2.7, définition 3.4.1 et théorème 3.4.6 (+ la démonstration).

## IV. Opérations élémentaires sur les matrices

Pour cette partie, mieux vaut se souvenir de la forme des trois matrices introduites (échange, dilatation, transvection) et retrouver leurs effets sur une matrice à partir d'un exemple.

## V. Rang d'une matrice

Encore une notion de rang ! Vous vous en doutez, c'est une partie importante. Il faut bien comprendre que le rang d'une matrice et celui de n'importe lequel des objets qu'elle représente. Le théorème de réduction sous forme  $J_{n,p,r}$  est un des «grands» théorèmes que l'on verra cette année, il est très utile.

À connaître : Définition 5.1.2, théorèmes 5.1.4, 5.1.5 et 5.1.6, définition 5.1.8, théorème 5.1.11 (+ la démonstration), théorème 5.2.3 (+ la démonstration), les méthodes de calculs, propositions 5.4.2 et 5.4.3.

Exercices importants : les exercices 12 à 17 de la feuille de TD (exercices calculatoires, parfois fastidieux, mais à maîtriser à tout prix).

## VI. Systèmes d'équations linéaires

Rien de nouveau dans cette partie, normalement.

## VII. Matrices semblables et trace

Encore une partie importante. Nous utiliserons très souvent la trace.

À connaître : Définition 7.1.2, propositions 7.1.6 (surtout la démonstration), définition 7.2.1, propositions 7.2.4 et 7.2.5, proposition 7.2.6 (+ la démonstration), définition 7.2.8 (+ la démonstration), propositions 7.2.10 et 7.2.11, propositions 7.2.13 (+ la démonstration).

Exercices importants : cela viendra !

## VIII. Matrices par blocs

Les démonstrations ne sont pas à savoir. Il faut surtout comprendre comment faire un calcul par blocs. Faites quelques exemples.