Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 34 points, ramené sur 5 points, +20%.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 124 points (V1, +25%) ou sur 104 points (V2, +100%), ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil \,;20\right)$.

	Calculs	Pb. V1	Pb. V2	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(1,2\frac{5c}{34} + 1,25\frac{15p_1}{124} + 2\frac{15p_2}{104}\right)$
Note maximale	29	76	62	20+
Note minimale	3	10	15	$2,6$
Moyenne	$\approx 15,36$	$\approx 44,27$	$\approx 33,73$	$\approx 10,37$
Écart-type	$\approx 6,36$	$\approx 17,36$	$\approx 12,60$	$\approx 3,90$
Premier quartile	12	38	$27,5$	$8,4$
Médiane	16	$46,5$	30	$10,2$
Troisième quartile	20	$54,5$	36	$11,9$

Remarques générales.

• Je vous interdis d'utiliser la locution « par identification », qui cache souvent une arnaque. Au besoin, utilisez une propriété d'unicité dûment démontrée.
• Chez certains, toute lettre greque se transforme en un ignoble gribouilli. Apprenez à les former.
• Certains réintroduisent systématiquement les objets de l'énoncé. C'est inutile, et cela ne peut que vous faire perdre du temps. Abstenez-vous.

Un exercice vu en TD (V1)

4) Pensez à voir $\mathcal{T}$ comme un sous-groupe d'un groupe bien connu (ici, c'était $(S_G, \circ)$, et non $(G, \cdot)$), ou sinon n'oubliez aucune des définitions de groupe. Le produit est ici la composition.

Étude d'une suite implicite (V1).

Avant de dériver une fonction, justifiez sa dérivabilité. Sinon, vous perdez des points à chaque fois.
Les tableaux de signes sont trop souvent faux, c'est inquiétant, vu la simplicité des fonctions en jeu...

1) ☠HORREUR☠ lue : $\ln\left(1+\frac{\lambda}{n}\right) \xrightarrow[n\to+\infty]{} \frac{\lambda}{n}$. Une « limite lorsque $n \to +\infty$ » ne dépend plus de n.

2) Je vous rappelle que résoudre une inéquation ne donne pas un tableau de signes.
Beaucoup se sont trompés en établissant le tableau de variations, souvent à cause d'une mauvaise factorisation de $\varphi_n'(x)$.

3) Les hypothèses du théorème de la bijection ne sont toujours pas maîtrisées.

4) C'est une question archi-classique, vu le tableau établi avant. Il est étonnant de trouver des récurrences ici (qui n'aboutissent pas, bien naturellement).

5) Il convenait d'expliciter les limites encadrantes... et de ne pas se tromper dans leur « calcul » (déprime du professeur devant certaines copies).

6) Certains essaient de répondre à cette question sans dresser de tableau. Je ne me l'explique pas.

7) J'appréciais que la comparaison $1 < \mathrm{e}^2$ soit justifiée, en revenant à l'encadrement $2 < \mathrm{e} < 3$ (admis pour l'instant).

9a) Je m'étonne de lire des « par stricte croissance de ψ » alors que vous avez observé la non monotonie de ψ à la question **6)**.

9b) On utilise l'argument de passage à la limite sur deux suites. J'appréciais que les choses soient détaillées (il existe n_1, n_2 [...], posons $n_0 = \max(n_1, n_2)$ [...]).

Une équation de Mordell (V1).

Beaucoup des questions étaient assez élémentaires. L'important était d'adopter une rédaction efficace, en utilisant notamment les congruences. Les étudiants qui sont revenus systématiquement aux définitions élémentaires ont perdu beaucoup de temps. Si l'on vous donne des questions préliminaires : utilisez-les ! Certains ont redémontré systématiquement le résultat de la question **1a)**.
Beaucoup n'ont pas su exploiter les résultats élémentaires sur les nombres pairs : un multiple d'un nombre pair est pair ; une somme de nombres impairs est paires *etc.*

1a) Question vue et revue, et pourtant trop souvent mal traitée.

2f) 8 a deux diviseurs impairs : 1 et -1. Il convenait de déterminer le signe de $a - b$, ce qui était assez facile.

Étude d'une suite récurrente (V2).

Les inégalités ne sont pas bien maîtrisées : trop d'étudiants ne font pas la différence entre inégalité large et inégalité stricte, trop d'étudiants ne vérifient pas le signe des termes avant d'inverser une inégalité. Cela fut bien entendu sanctionné systématiquement.

1) Il convenait de répéter les étapes habituelles de l'analyse d'une telle suite : est-ce que la suite est bien définie ? Peut-on dire quelque chose sur son sens de variation ? Sur sa limite ? Si vous procédiez avec méthode, c'était facile.
Le plus élégant était de voir que $\mathbb{N}^*$ était stable par $x \mapsto x + x^2$.

4) Poser $k = 0$ ne constitue pas une amélioration spectaculaire par rapport au **2)**. Cela permet de montrer que $v_{n+1} - v_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$, ce qui ne donne... rien, sur la convergence de (v_n).

La formule d'inversion de Möbius (V2).

5) On a montré que si $f(1) = 0$, f n'est pas inversible. La réciproque est « si f est n'est pas inversible, alors $f(1) = 0$ », ou alors « si $f(1) \neq 0$, alors f est inversible ». Attention aux erreurs de raisonnement !

6) On sait déjà que $(\mathscr{A}, +)$ est un groupe abélien : c'est un exemple usuel.

10) Il convenait de détailler le cas $n = 1$.

Et vu qu'il me reste un peu de place, une once de culture...