Devoir surveillé n° 2 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 40 points, ramené sur 5 points.
- Problème : exercice de TD sur 6 points, chaque autre question sur 4 points, total sur 106 points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problème	Note finale
Note maximale	23	59	18
Note minimale	1	4	4
Moyenne	$\approx 12,70$	$\approx 28,00$	$\approx 10,72$
Écart-type	$\approx 5,35$	$\approx 12,31$	$\approx 2,84$

Remarques générales.

Il faut encadrer tous vos résultats : à partir du prochain DS, les résultats non encadrés ne seront plus pris en compte.

Il faut introduire toutes les variables que vous utilisez.

Vous utilisez encore beaucoup trop d'équivalences là où des implications suffisent.

Attention, ce sont les fonctions qui sont dérivables, pas leurs images, donc « $f(x)$ est dérivable » n'a pas de sens.

I. Un exercice vu en TD.

Attention, 0 est un score possible ...
Les énoncés de vos hypothèses de récurrence sont absents ou très mal rédigés.
Le principe de récurrence triple est souvent mal maîtrisé.
Exercice simple mais important, à revoir.

II. Une équation complexe.

Il y avait dans ce problème des z, des Z et des 2 : dans certaines copies, on ne fait aucune différence entre ces trois caractères. Nous en avons parlé en cours, faites des efforts d'écriture sur ce sujet.

1.a Je suis déçu par le nombre d'élèves qui écrivent directement Z sous forme algébrique pour faire les calculs. Comme dit à de nombreuses reprises en cours, c'est souvent la méthode la plus calculatoire et la plus pénible. Lisez le corrigé pour comparer.
Attention à la logique : certes, si $|Z| = 1$, alors ($Z \in \mathbb{R}$ ou $|Z| = 1$) est vraie. Mais pour montrer que ($Z \in \mathbb{R}$ ou $|Z| = 1$) $\Rightarrow$ toto, il ne suffit pas de montrer que $|Z| = 1 \Rightarrow$ toto.

1.b Pensez à bien compléter vos tableaux de variation.
Beaucoup d'erreurs sur le calcul de $f(-1)$: $-1 + \dfrac{1}{-1} = 0$? ? ? ?
Attention, on cherchait en fait le minimum de $|f|$, pas de f.

2.a On ne demandait pas la démonstration.
Certains ont raisonné à partir du trinôme $az^2 + bz + c$. Il ne faut pas le faire, les lettres a et b sont déjà utilisées dans l'énoncé. Et ça ne sert à rien, autant raisonner directement sur le bon polynôme.

2.b Beaucoup d'erreurs dans l'application de la technique de l'angle moitié, c'est dommage : il faut revoir cette technique qui sert fréquemment.

2.c Beaucoup d'arnaques : « $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$ donc $0 < \cos^2 x \leqslant 1$ », tout ça pour arriver coûte que coûte à ce qui était demandé par l'énoncé.

2.d « Montrer que $Z + \dfrac{1}{Z}$ existe » signifie qu'il faut montrer que $Z \neq 0$.

2.e Là aussi beaucoup d'arnaques. On voulait parvenir à la conclusion $|Z| = 1$. Et la question 1.a assurait que $Z + \dfrac{1}{Z} \in \mathbb{R} \Rightarrow Z \in \mathbb{R}$ ou $|Z| = 1$. Cela est souvent devenu « d'après la question 1.a, $Z + \dfrac{1}{Z} \in \mathbb{R}$ donc $|Z| = 1$ » et le tour était joué !

3. L'hypothèse $|z_1| = |z_2|$ était faite dans les questions 2.a. et 2.b., donc elle n'est plus valable dans la question 2.c, encore moins dans la question 3. Vous m'avez posé la question pendant le DS, je n'y ai pas répondu car j'ai précisé cette règle à deux reprises, deux jours différents, en cours, en l'écrivant au tableau. À vous d'être attentifs, je ne peux faire le cours pendant le DS. De plus, les titres des questions 2. et 3. étaient tout de même très éclairants : « une cns pour que $|z_1| = |z_2|$ » et « une cns pour que $\arg(z_1) = \arg(z_2)\ [2\pi]$ ». On comprend bien qu'on se place dans deux cas différents.

3.a L'idée était partir de $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geqslant 0$. Vous êtes presque tout le temps partis de $(x - y)^2 \geqslant 0$, ce qui nécessitait un passage au carré quelque part. Tous ceux qui l'ont fait par équivalence devaient justifier ce passage au carré. Je rappelle qu'en général $a = b \not\Leftrightarrow a^2 = b^2$, et qu'ici une simple implication suffisait. De l'art de perdre des points pour rien ...

III. Des inégalités.

1.b Attention à la définition des x_k : leur nombre dépend de n, donc ils doivent être quantifiés avec un $\forall$ dans l'hypothèse de récurrence (et donc aussi lors de l'initialisation et de l'hérédité).
Beaucoup ont écrit $\left(x_{n+1} + \sum_{k=1}^{n} x_k\right) \times \left(\dfrac{1}{x_{n+1}} + \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{x_k}\right)$ de cette manière : $x_{n+1} + \sum_{k=1}^{n} x_k \ \times\ \dfrac{1}{x_{n+1}} + \sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{x_k}$, ce qui est totalement faux. Attention aux parenthèses, elles ne sont pas facultatives.

2.a La question demandait aussi de montrer que $S(\lambda)$ était positive, et qu'elle était de degré au plus 2 : il ne fallait pas oublier ces points.
Puisque λ est la variable du polynôme, $\deg S(\lambda) = 2$ n'a rien à voir avec $\lambda \neq 0$.
Il était bon de préciser que $\sum_{k=1}^{n} a_k^2 \neq 0$ était équivalent à $\exists\ k \in [\![1n]\!]$ tel que $a_k \neq 0$.

2.b Il était clair que si le discriminant de la question précédente était négatif, on avait le résultat. Mais il fallait bien expliquer pour quoi ce discriminant était négatif.

4. La définition de y_1 et y_2 dans le cas $n = 2$ a souvent été mal comprise.