



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.
ANNÉE 2018 - 2019

C4 : MODÉLISATION CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINES DE SOLIDES

TD 8 - Introduction à la modélisation des systèmes mécaniques(C4-1)

27 Novembre 2018

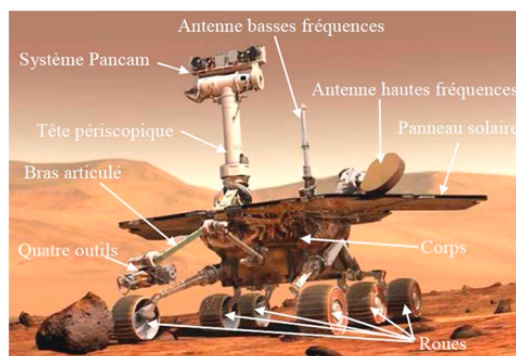
Compétences

- **Analyser** : Apprécier la pertinence et la validité des résultats :
 - unités du système international;
 - homogénéité des grandeurs.
- **Modéliser** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement :
 - Solide indéformable;
 - référentiel, repère
 - équivalence solide/référentiel

1 Bras articulé du robot Spirit

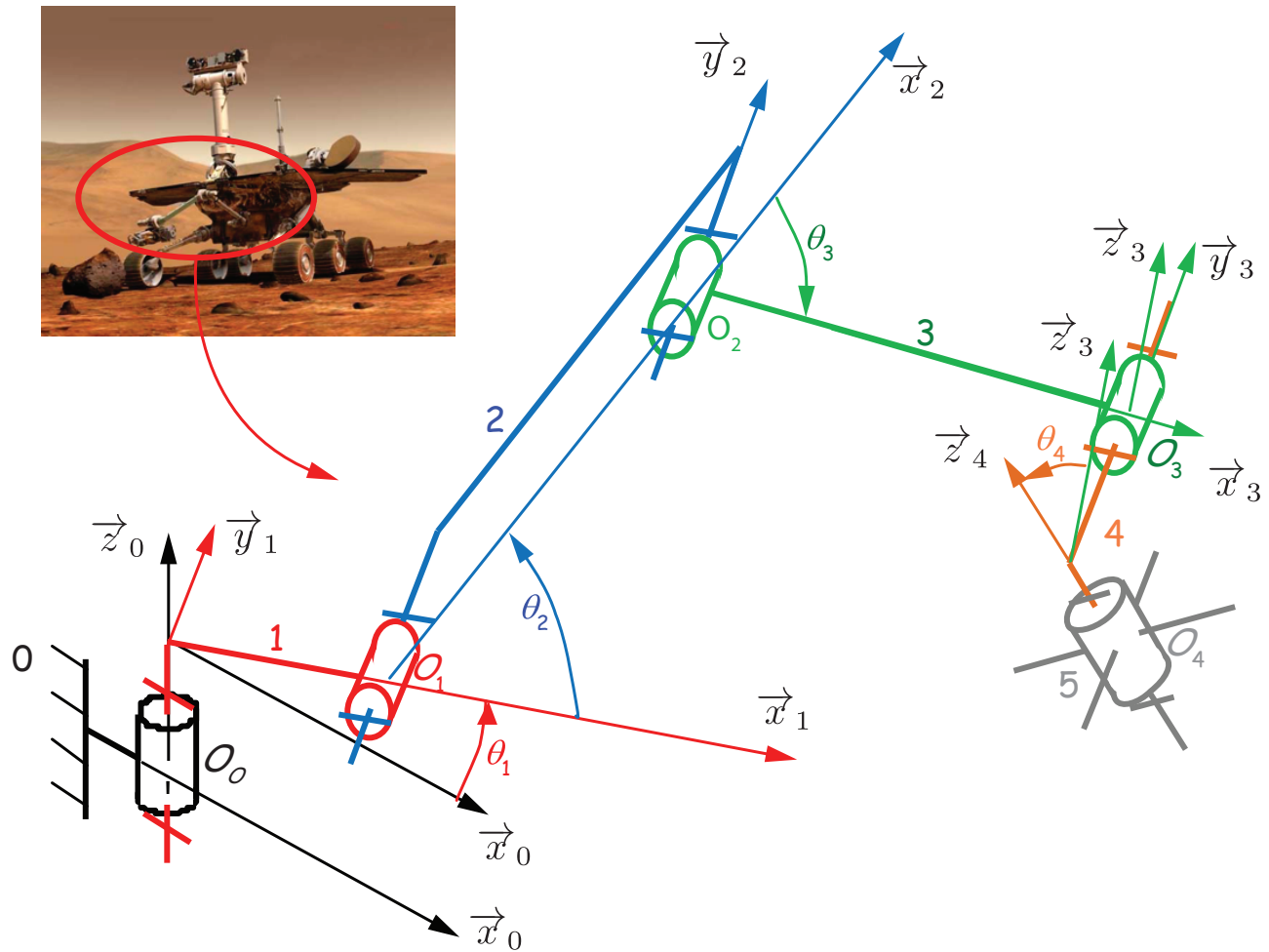
a) Présentation

La mission Mars Exploration Rover (MER) est une mission spatiale confiée à la NASA. Elle a pour but d'explorer les sols de la planète Mars pour y rechercher la présence ancienne et prolongée d'eau. Cette exploration a été possible notamment grâce au robot Spirit.



2 Modélisation cinématique et paramétrage du bras articulé

Le robot Spirit comporte un bras articulé, dont la fonction est d'amener quatre outils (une foreuse, un microscope et deux spectromètres) à proximité d'une roche à étudier.



a) Paramétrage

- Le corps du robot est repéré 0. On lui attache un repère $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et le point O_0 est à la hauteur h_0 du sol, supposé constante.
- La liaison entre le solide 1 et le corps du robot 0 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_0, \vec{z}_0) . On attache au solide 1 le repère $R_1(O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, on pose $\vec{O_0O_1} = a \cdot \vec{x}_1 + c \cdot \vec{z}_1$ et $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ avec $-\frac{\pi}{2} \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$.
- La liaison entre le bras 2 et le solide 1 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_1, \vec{y}_1) . On attache au solide 2 le repère $R_2(O_1, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, on pose $\vec{O_1O_2} = a_2 \cdot \vec{x}_2$ et $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ avec $-\frac{\pi}{4} \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{4}$.
- La liaison entre l'avant bras 3 et le bras 2 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_2, \vec{y}_2) . On attache au solide 3 le repère $R_3(O_2, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, on pose $\vec{O_2O_3} = a_3 \cdot \vec{x}_3$ et $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$ avec $0 \leq \theta_3 \leq \pi$.
- La liaison entre le solide 4 et l'avant bras 3 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_3, \vec{y}_3) . On attache au solide 4 le repère $R_4(O_3, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$, on pose $\vec{O_3O_4} = -b_4 \cdot \vec{y}_4 - c_4 \cdot \vec{z}_4$ et $\theta_4 = (\vec{x}_3, \vec{x}_4)$ avec $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$.
- La liaison entre le solide 5 (sur lequel se trouvent les quatre outils d'étude de la roche) et le solide 4 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_4, \vec{z}_4) .

Données : $h_0 = 0,5m$; $a_1 = 0,1m$; $c = 0,1m$; $a_2 = 0,5m$; $a_3 = 0,8m$; $b_4 = 0,1m$ et $c_4 = 0,15m$

b) Modélisation

Q 1 : Représenter les figures planes de changement de repère R0-R1, R1-R2, R2-R3 et R3-R4.

On définit les positions particulières du bras articulé suivantes :

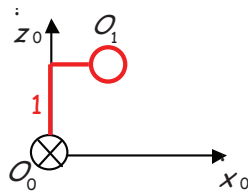
- La position de repos, notée P_r ($\theta_1 = -\frac{\pi}{2}, \theta_2 = 0, \theta_3 = \pi$), est la position du bras articulé lorsqu'il n'est pas en fonctionnement.
- La position initiale de déploiement, notée P_i ($\theta_1 = 0, \theta_2 = -\frac{\pi}{4}, \theta_3 = \frac{\pi}{2}$), est la position adoptée par le bras avant de se déployer complètement vers la roche.

- La position horizontale, notée P_h ($\theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \theta_3 = 0$).
- La position verticale, notée P_v ($\theta_1 = 0, \theta_2 = -\frac{\pi}{4}, \theta_3 = 0$)

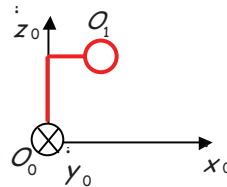
On considère par la suite que 4 et 5 restent toujours immobiles l'un par rapport à l'autre et que l'ensemble (4+5) reste toujours horizontal par rapport au sol ($\vec{z}_0 = \vec{z}_4$)

Q 2 : Compléter les deux schémas cinématiques permettant de visualiser dans le plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ les solides 2, 3 et 45 dans les positions particulières P_h et P_v .

Remarque : On fera attention au sens positif des angles dans le plan proposé, par exemple $\theta_2 - \frac{\pi}{4}$ correspond à une orientation du bras vers le haut.



Position P_h ($\theta_1 = 0, \theta_2 = 0, \theta_3 = 0$)



Position P_v ($\theta_1 = 0, \theta_2 = -\frac{\pi}{4}, \theta_3 = 0$)

Q 3 : Déterminer $\overrightarrow{O_0O_3}$.

Q 4 : Exprimer $\overrightarrow{O_0O_3}$ dans R_0 .

Q 5 : Calculer la hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol dans la position P_v ($\theta_1 = 0, \theta_2 = -\frac{\pi}{4}, \theta_3 = 0$).

Q 6 : Le cahier des charges demande une hauteur maximale d'étude de la roche par rapport au sol de $1,35 \pm 0,05m$, conclure quand aux performances obtenues.

3 Calculs vectoriels

Soient $R_1 = (O_1, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$, $R_2 = (O_2, \vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2)$ et $R_3 = (O_3, \vec{i}_3, \vec{j}_3, \vec{k}_3)$ avec $\vec{i}_m, \vec{j}_m, \vec{k}_m$ des vecteurs unitaire formant les bases orthonormées R_m .

On passe de R_1 à R_2 par un rotation α autour de \vec{i}_1 .

On passe de R_2 à R_3 par un rotation θ autour de \vec{j}_2 .

Q 7 : Faire les figures de changement de base.

Q 8 : Donner les composantes des vecteurs \vec{i}_3 et \vec{j}_3 dans R_1 .

Q 9 : Donner le résultat des opérations suivantes :

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{i}_2, \quad \vec{j}_3 \cdot \vec{k}_1, \quad \vec{i}_1 \cdot \vec{i}_3, \quad \vec{k}_1 \wedge \vec{i}_2, \quad \vec{j}_3 \wedge \vec{k}_1, \quad \vec{i}_1 \wedge \vec{i}_3.$$

On définit les vecteurs :

$$\vec{V}_1 = a \vec{i}_1 + b \vec{k}_1$$

$$\vec{V}_2 = c \vec{i}_3$$

$$\vec{V}_3 = d \vec{i}_3 + e \vec{j}_3.$$

Q 10 : Donner l'expression de la projection du vecteur $\vec{W} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ sur \vec{i}_1 .

Q 11 : Calculer le produit mixte $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3$