

Exercice 1 : (*Sur 9 points*) Soit (Ω, P) un espace probabilisé fini, sur lequel on définit deux variables aléatoires X et Y de la manière suivante :

- X suit la loi binomiale $\mathcal{B}\left(2, \frac{1}{2}\right)$ (de paramètres $n = 2$ et $p = \frac{1}{2}$);
- si $0 \leq i \leq 2$, conditionnellement à $[X = i]$, Y suit la loi uniforme sur $\llbracket 0, i \rrbracket$.

Déterminer la loi de Y .

Exercice 2 : (*Sur 6 points*) Dans une urne, on place une boule blanche et une boule noire. On procède à $n \in \mathbb{N}^*$ tirages dans cette urne. À chaque fois que l'on tire une boule d'une couleur, on la remet et on ajoute dans l'urne une boule *de la couleur opposée*. Soit (Ω, P) un e.p.f. modélisant cette expérience.

Déterminer la probabilité de ne tirer que des boules blanches dans ces n tirages.

Exercice 3 : (*Sur 5 points*) Une urne contient $n \geq 2$ boules numérotées de 1 à n . On y tire deux boules, sans remise. Déterminer la loi suivie par le second numéro tiré.