

DS n°3 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Nombres complexes

Linéariser : $(\cos x)^5 =$

(1)

Donner une des racines carrées de $7 - 24i$:

(2)

L'ensemble des solutions sur \mathbb{C} de l'équation $z^7 - 1 - i = 0$ est :

(3)

Donner sous forme algébrique les deux racines de l'équation $4iz^2 + 4(1+i)z + 5 + 4i = 0$, d'inconnue $z \in \mathbb{C}$:

(4)

Soit $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$. La fonction f est la similitude directe
 $z \mapsto (1-i)z + 2-i$

de centre

(5)

de rapport

(6)

et d'angle

(7)

Ensembles

Soit a et b deux réels, avec $a + 1 < b - 1$. Déterminer

$$\bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} \left[a + \frac{1}{n}; b - \frac{1}{n} \right] =$$

(8)

$$\bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} \left[a - \frac{1}{n}; b + \frac{1}{n} \right] =$$

(9)

Calculs d'intégrales

Calculer les intégrales suivantes.

$$\left| \int_1^2 x^2 \ln x \, dx = \right. \quad (10)$$

$$\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt{x^3}} = \quad (11)$$

Équations différentielles

On considère sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, l'équation différentielle suivante : $(\mathcal{E}) : y' = y \tan x + \sin x$.

Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée à (\mathcal{E}) :

Déterminer l'ensemble des solutions de (\mathcal{E}) :

Déterminer la solution de (\mathcal{E}) vérifiant $y(0) = \frac{3}{2}$:

$$\square$$

Soit l'équation différentielle $(\mathcal{F}) : y'' + y' + y = \sin(x)$. L'ensemble des solutions de l'équation homogène associée à (\mathcal{F}) est

et une solution particulière de (\mathcal{F}) est

— FIN —