



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON  
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR  
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.  
ANNÉE 2020 - 2021

C1 : PERFORMANCES STATIQUES ET CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAÎNE DE SOLIDES

## TD 11 - Modélisation cinématique des liaisons mécaniques (C4-5)

19 Janvier 2021

### Compétences

- **Modéliser**; Proposer un modèle de connaissance et de comportement : Liaisons : géométrie des contacts entre deux solides; définition du contact ponctuel entre deux solides : roulement, pivotement, glissement, condition cinématique de maintien du contact; définition d'une liaison; liaisons normalisées entre solides, caractéristiques géométriques et repères d'expression privilégiés; torseur cinématique des liaisons normalisées; torseur des actions mécaniques transmissibles dans les liaisons normalisées; associations de liaisons en série et parallèle; liaisons cinématiquement équivalentes
- **Communiquer**; Rechercher et traiter des informations : Informations techniques

### Robucar : véhicule intelligent

#### 1 Présentation du sujet

##### a) Contexte

Le système étudié dans ce sujet est un démonstrateur de véhicules intelligents dotés de la fonctionnalité "d'accrochage télémétrique" qui consiste au suivi en toute sécurité et à distance fixe entre un véhicule maître (leader) et un ou plusieurs véhicules suiveurs (esclave). Le laboratoire d'Automatique Génie Informatique et Signal (LAGIS UMR8219) situé à Polytech-Lille utilise un démonstrateur composé d'un véhicule maître et deux véhicules suiveurs dont on peut voir l'architecture sur la figure 1.

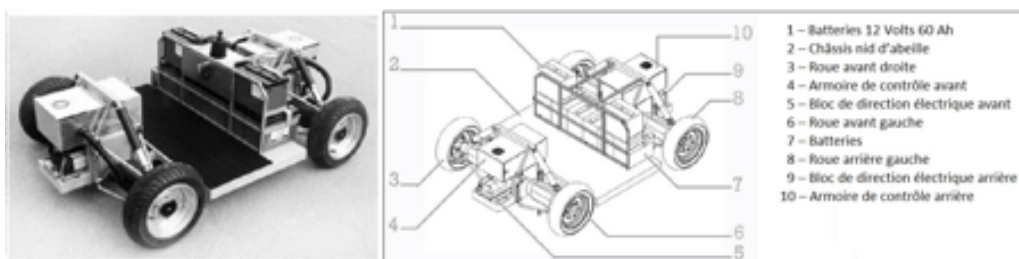


FIGURE 1 – Ensemble Châssis - Train roulant du véhicule RobuCar

##### b) Architecture du système

Le véhicule suiveur intelligent est un châssis à quatre roues motrices et directrices pilotables séparément (figure 1). Il y a donc deux paramètres de commande pour chaque roue (orientation (direction), vitesse de rotation (motricité)). Le schéma suivant (figure 2) présente un diagramme de bloc interne pour une roue.

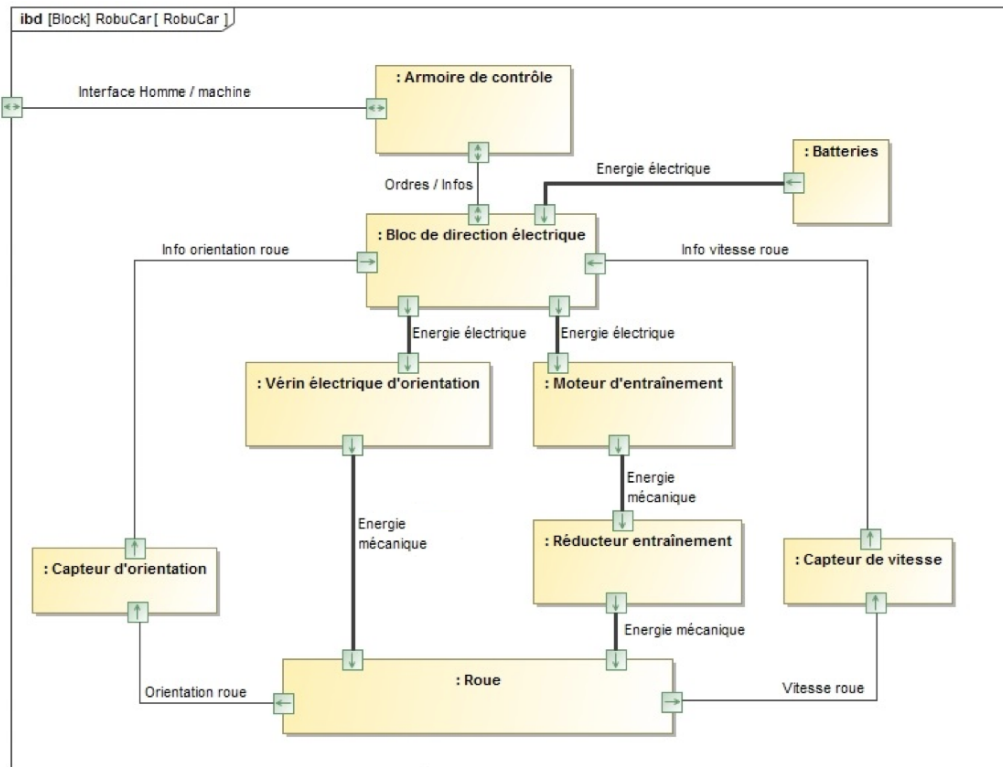


FIGURE 2 – Diagramme de bloc interne pour une roue du véhicule RobuCar

### c) Étude du suivi de trajectoire / Modélisation du virage

On considère que les virages sont effectués en pilotant de façon conjuguée les orientations des trains avant et arrière conformément au modèle de la figure 4. De cette façon à la valeur près des paramètres  $a$  et  $b$ , le pilotage du train arrière (roues 3 et 4) est une image du pilotage du train avant (roues 1 et 2).

- Le pilotage conjugué des directions avant et arrière conduit à l'identification d'un point  $M$  de l'axe longitudinal du châssis défini par rapport à  $C$ , centre de la trajectoire circulaire à l'instant  $t$  par :  $\overrightarrow{CM} \cdot \vec{X} = 0$  avec  $\overrightarrow{CM} = -\rho \cdot \vec{Y}$ .
- On définit les bases suivantes :
  - $B_0 = (\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$  liée au sol,
  - $B_S = (\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}_0)$  liée au châssis du véhicule,
  - $B_i = (\vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_0)$  liée à l'axe de la roue  $i$ .
- Le point  $O_i$  : point du plan médian de la roue  $i$  appartenant à l'axe de rotation (cf figure 3).
- Le mouvement du véhicule (châssis  $S$ ) par rapport au sol ( $S_0$ ) est un mouvement de rotation autour du point  $C$ .
- On note que le taux de changement d'orientation du châssis par rapport au repère fixe lié au sol, dû à la trajectoire circulaire autour de  $C$  est :  $\vec{\Omega}(S/R_0) = \dot{\psi} \cdot \vec{Z}_0$ .
- On note  $V$  la vitesse du point  $M$  :  $\vec{V}(M \in S/R_0) = V \cdot \vec{X} = \rho \cdot \dot{\psi} \vec{X}$  avec  $V$  constant.
- Chaque roue  $i$  est en mouvement de rotation par rapport au châssis ( $S$ ) selon l'axe  $(O_i, \vec{Y}_i)$
- On note  $\vec{\Omega}(Roue_i/S) = \dot{\theta}_i \cdot \vec{Y}_i$  vitesse de rotation de la roue  $i$  par rapport au châssis du véhicule (selon à l'axe de la roue  $i$ ).
- $R$  : la valeur du rayon des roues.
- il y a **roulement sans glissement** entre chaque roue  $i$  et le sol en  $J_i$ .
- l'inclinaison de chaque axe de roue par rapport au châssis selon l'axe vertical  $(O_i, \vec{Z}_0)$  est donné par l'angle  $\delta_i$  avec  $\delta_i = (\vec{X}, \vec{X}_1) = (\vec{Y}, \vec{Y}_1)$ .


**Objectif 1 :**

L'objectif de cette étude est de donner la relation entre le rayon de courbure du virage emprunté par le véhicule  $\rho$  et les paramètres d'inclinaison des axes des roues  $\delta_1$  et  $\delta_2$  ainsi que les vitesses de rotation des roues à imposer ( $\dot{\theta}_1$  et  $\dot{\theta}_2$ ).

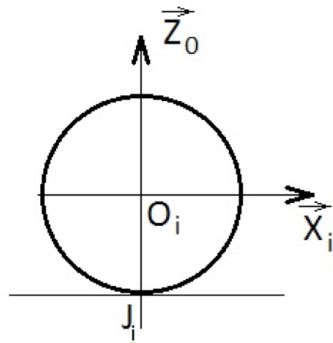


FIGURE 3 – Modélisation du contact roue/sol dans le plan médian de la roue

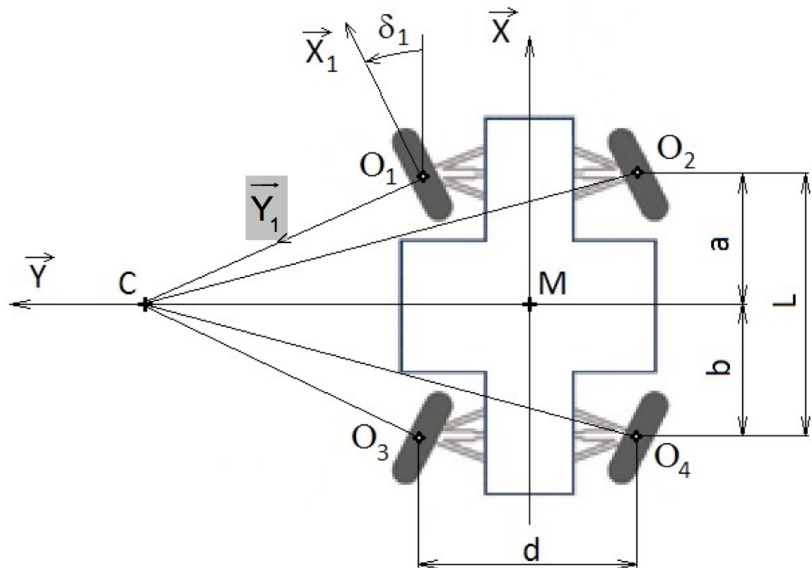


FIGURE 4 – Véhicule en virage vue du dessus

**Q 1 :** En utilisant la propriété du mouvement du châssis  $S$  par rapport au sol ( $S_0$ ) donner la vitesse  $\vec{V}(C \in S / sol)$ . En déduire l'expression du torseur  $\{V(S/S_0)\}$  décrivant le mouvement de  $S/sol$  en  $C$ .

**Q 2 :** Donner l'expression vectorielle dans la base  $B_S$  de  $\vec{V}(O_1 \in S/Sol)$  et  $\vec{V}(O_2 \in S/Sol)$  en fonction de  $\rho$ ,  $a$ ,  $d$  et  $\psi$  en utilisant le formule de changement de point.

**Q 3 :** En utilisant la propriété du mouvement de chaque roue  $i$  par rapport au châssis ( $S$ ) donner l'expression du torseur  $\{V(Roue_i/S)\}$  décrivant le mouvement de  $Roue_i/S$  en  $O_i$ .

**Q 4 :** Traduire les conditions de roulement sans glissement entre chaque roue  $i$  et le sol  $J_i$ .

**Q 5 :** Par composition de mouvement donner l'expression du vecteur de rotation instantané traduisant le mouvement de la roue  $i$  par rapport au sol  $S_0$  :  $\vec{\Omega}(roue_i/S_0)$ . En déduire l'expression du torseur  $\{V(Roue_i/S_0)\}$  décrivant le mouvement de  $Roue_i/S_0$  en  $J_i$ .

**Q 6 :** Donner l'expression vectorielle dans la base  $B_i$  de  $\vec{V}(O_1 \in Roue_1/Sol)$  et  $\vec{V}(O_2 \in Roue_1/Sol)$  en fonction de  $R$  et  $\theta_i$ .

**Q 7 :** En remarquant que  $\vec{V}(O_1 \in Roue_1/Chassis) = \vec{0}$ , établir deux relations scalaires après projection dans la base  $B_S$ .

**Q 8 :** Faire de même pour la roue 2.

**Q 9 :** En déduire les expressions de  $\tan(\delta_1)$  et de  $\tan(\delta_2)$  en fonction de  $\rho$ ,  $a$  et  $d$ . Effectuer l'application numérique.  $a = 0,65m$ ;  $d = 1,2m$ ;  $\rho = 5m$ .

**Q 10 :** Étant donné les valeurs de  $\delta_1$  et  $\delta_2$ , on adopte la simplification suivante :  $\cos \delta_i \approx 1$  et  $\sin \delta_i \approx 0$ . En déduire les expressions simplifiées de  $\dot{\theta}_1$  et de  $\dot{\theta}_2$ .