LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.

ANNÉE 2019 - 2020

C1 : PERFORMANCES STATIQUES ET CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINE DE SOLIDES

TD 4 - Représentation des SLCI par les transformées de Laplace (C2-3)

24 Septembre 2019

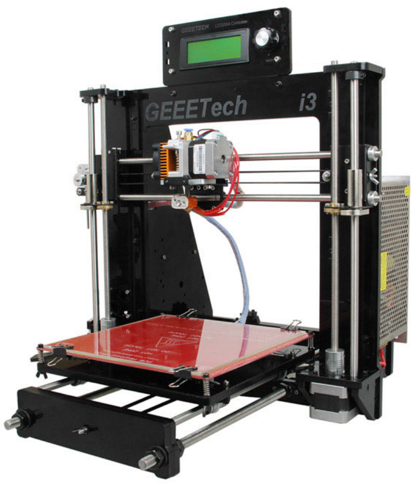
Compétences

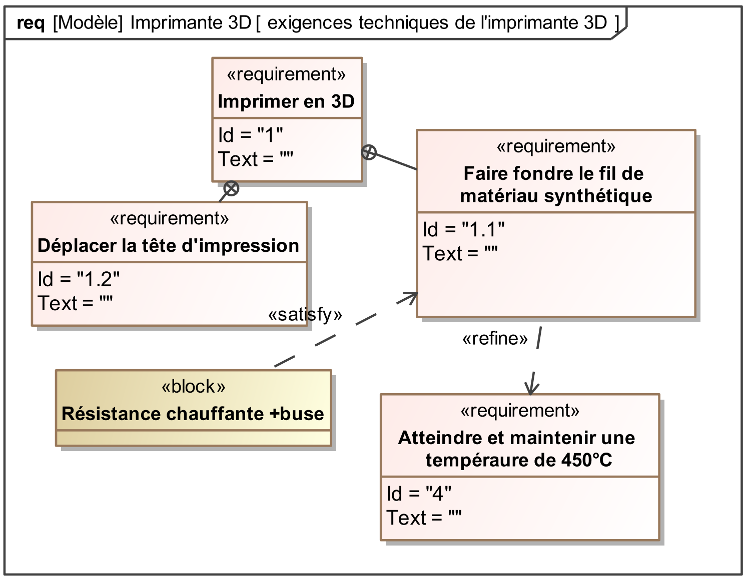
- **Analyser**; Apprécier la pertinence et la validité des résultats : Grandeurs utilisées : unités du système international; homogénéité des grandeurs
- **Analyser**; Définir les frontières de l'analyse : Flux échangés
- **Modéliser**; Proposer un modèle de connaissance et de comportement : Systèmes linéaires continus et invariants : Modélisation par équations différentielles; Calcul symbolique; fonction de transfert; gain, ordre, classe, pôles, zéros

1 Modélisation du cycle de chauffe d'une imprimante 3D

a) Présentation du problème

On souhaite modéliser le cycle de chauffe d'une imprimante 3D utilisant le système FDM (Fused Deposition Modeling). Cette technique consiste à déposer un fil de matière synthétique (en matériau ABS). On peut alors construire un volume par addition de matière.





Les grandeurs d'entrée et de sortie du problème sont définies par :

- $e(t)$: température de consigne;
- $s(t)$: température effective dans la buse transportant le fil d'ABS;

Le comportement thermique au niveau de la tête de dépose de fil peut être décrit par l'équation différentielle suivante :

$$2\,\frac{d^2s(t)}{dt^2} + 6\,a\frac{ds(t)}{dt} + 4\,a^2\,s(t) = b\,e(t) \tag{1}$$

- a et b sont des constantes réelles positives.
- On suppose les conditions initiales nulles (cela revient à considérer que $e(t)$ et $s(t)$ sont les écarts de température par rapport à la température ambiante).

b) Analyse temporelle du problème vis-à-vis d'une entrée à un échelon.

Q 1 : Déterminer la transformée de Laplace de l'équation 1.
Q 2 : Déterminer $e(t)$ puis $E(p)$.
Q 3 : En déduire $S(p)$.
Q 4 : Déterminer l'expression de la fonction de transfert $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$.
Q 5 : La mettre sous forme canonique et en déduire son gain sa classe et son ordre.
Q 6 : Déterminer les limites de $s(t)$ en 0 et à l'infini.
Q 7 : déterminer la pente de la tangente à l'origine.
Q 8 : Que faut-il faire pour que système soit précis?
Q 9 : Tracer l'allure de $s(t)$.

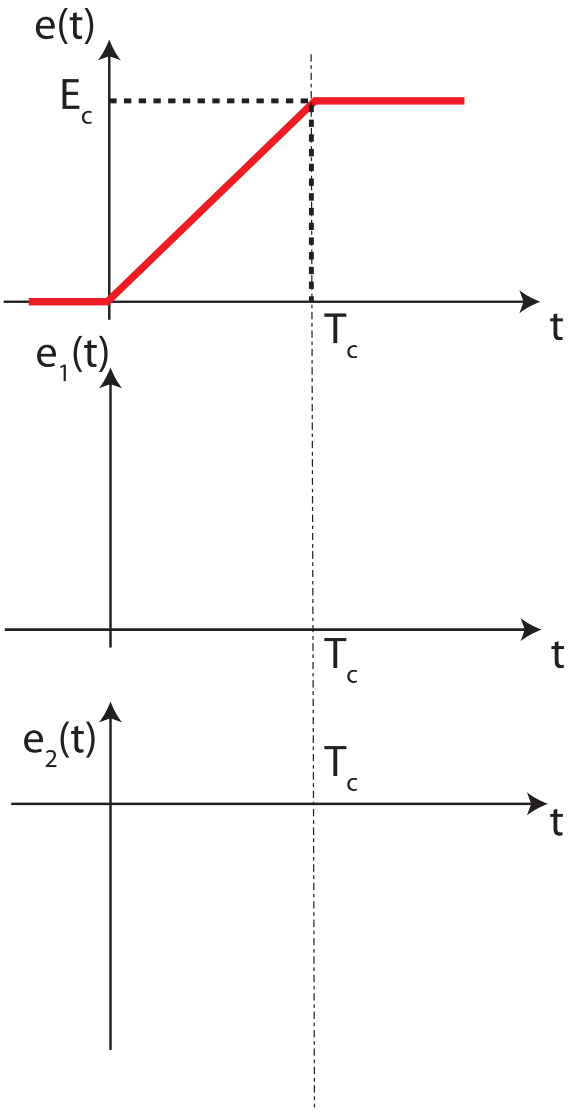
c) Modification de la consigne : utilisation d'une rampe puis d'une stabilisation

Imposer une entrée de type échelon peut s'avérer brutal pour les composants du système. On souhaite pour cela imposer une consigne progressive. On utilise alors l'évolution de $e(t)$ donnée par la figure 1 (a).

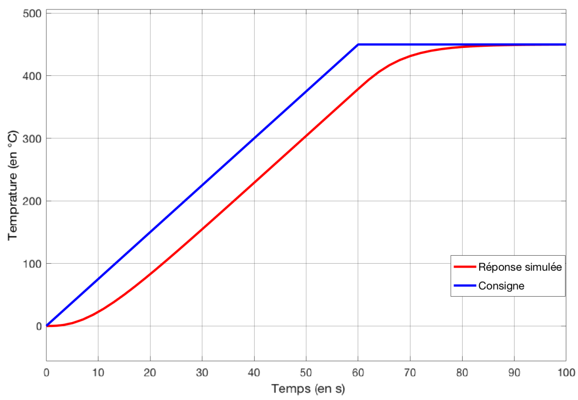
Q 10 : Proposer une décomposition du signal ci-dessus à l'aide de signaux canoniques (échelon, rampe) en complétant la figure 1 (a).
Q 11 : Déterminer l'expression de $E(p)$.
Q 12 : En déduire l'expression de $S(p)$
Q 13 : Vérifier le comportement asymptotique de $s(t)$.
Q 14 : On donne la réponse obtenue par simulation sur la courbe (figure1 (b)). Que pouvez-vous en dire concernant la réponse du système. Déterminer les écarts entre performances attendues et réelles.

- On peut noté un retard dynamique égal à $10\ s$;
- Le comportement obtenu est bien conforme aux calculs effectués précédemment.

On obtient un valeur de $450°C$ en régime permanent pour $s(t)$ qui est bien conforme au cahier des charges.



(a) Décomposition de la consigne d'entrée



(b) Réponse à une montée progressive en consigne obtenue par simulation

FIGURE 1

2 Décomposition en éléments simples

Q 15 : Décomposer la fonction ci-dessous en éléments simples et donner son expression dans le domaine temporel en utilisant la table des transformées de Laplace.

1.
$$S_1(p) = \frac{5}{(p+2)(p^2+6p+13)}.$$

2.
$$S_2(p) = \frac{K\,p^2}{(p-1)^2(p+1)}.$$

3 Résolution des équations différentielles à l'aide d'un calcul symbolique

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + 9\frac{ds(t)}{dt} + 20s(t) = 0.$$

avec les conditions initiales : $s(0) = 1$ et $s'(0) = 3$
Indications : on rappelle que

$$\mathscr{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = p\,F(p) - f(0^+)$$

Q 16 : Écrire l'équation différentielle dans le domaine de Laplace. En déduire $S(p)$ et la décomposer en éléments simples. Repasser dans le domaine temporel.