Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 30 points, ramené sur 5 points +45%.
- Problèmes et exercice de TD : chaque question sur 4 points (sauf le I de la V2 : 12 points), total sur 72 points (V1) ou 88 points (V2), ramené sur 15 points, +10% (V1) ou +50% (V2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x\rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Pb V1	Pb V2	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(1,45\frac{5c}{30}+1,1\frac{15p_1}{72}+1,5\frac{15p_2}{88}\right)$
Note maximale	22	53	63	20+
Note minimale	2	5	25	$2,4$
Moyenne	$\approx 10,82$	$\approx 29,40$	$\approx 40,57$	$\approx 10,52$
Écart-type	$\approx 4,81$	$\approx 12,34$	$\approx 11,23$	$\approx 3,98$
Premier quartile	7	$23,5$	$32,5$	$8,28$
Médiane	$10,5$	27	$39,5$	$10,95$
Troisième quartile	$13,5$	$39,5$	$44,5$	$12,9$

Remarques générales.

- Lire des « soit $f(x) : x \mapsto \sqrt{1+x}$ » me fatigue et me chagrine quelque peu...
- On $\boxed{\text{encadre}}$ ses conclusions, s'il-vous-plaît.

V1 – I – Un exercice vu en TD.

La question de la justification de la bonne définition de (u_n) pose encore problème. Par exemple, vous ne pouviez pas écrire « pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geqslant 0$, donc (u_n) est bien définie ».
L'inégalité obtenue n'a été établie que pour $n \geqslant 2$. Il convenait d'établir la récurrence à partir du rang 2. Ceux qui m'écrivent « on montre par récurrence que pour tout $n \geqslant 0$ » escroquent allégrement. Eux d'abord, moi ensuite. Rédigez ces récurrences.
Encore une fois, que d'oublis de la (seule) hypothèse pour assurer que si $u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \alpha$, alors $f(\alpha) = \alpha$... J'en pleure...
On a bien $\frac{1-\sqrt{5}}{2} > -1$...
La majoration de $|f'|$ n'était vraie que sur $[1, +\infty[$.

V1 – II – Un exercice sur les polynômes.

Je ne comprends pas que certains ne pensent à aucun moment à dériver P pour étudier la multiplicité de 1 en tant que racine. C'est l'idée centrale du cours sur les polynômes.

1) Beaucoup ont oublié la réciproque. Dire « si $P(1) = P'(1) = 0$, alors $a = 8$ et $b = -3$ ne répond absolument pas à la question.

2) Vu l'énoncé, vous ne pouviez justifier cela en factorisant P par $(X-1)^3$... Vu que l'on vous donne le résultat, vous devez détailler le calcul.
Il est un peu exagéré d'utiliser l'algorithme de Horner pour calculer $P(1)$...

3) Vous savez que vous devez trouver un reste nul en divisant P par $(X-1)^3$. Si ce n'est pas le cas, c'est que vous avez fait une erreur de calcul. Ne laissez pas un tel résultat erroné sur votre copie. Vous devez le corriger.
$(X-1)^3 \mid P$ ne vous donne pas que 1 est racine de P de multiplicité 3.

V1 – III – Qualité de l'interpolation de Lagrange.

1) Il ne fallait pas oublier de démontrer l'unicité.
Vous ne pouvez pas utiliser le théorème d'interpolation de Lagrange pour démontrer... le théorème d'interpolation de Lagrange.

2) L'hypothèse de récurrence était à écrire proprement.
Il convenait de démontrer que φ' s'annule p fois.

3) Il fallait expliquer comment choisir le c_x.

4) C'est une question franchement élémentaire. On demandait juste de résoudre une équation linéaire à une inconnue. Certes cette inconnue s'appelle λ, mais je ne comprends pas que certains ratent ou fassent l'impasse sur cette question.

6) Lu : « f est infiniment continue ». C'est joli, mais je ne sais pas ce que cela veut dire.
Beaucoup ont oublié la valeur absolue. Ce n'est pas de la décoration.

7) Toute la question était de trouver une quantité K ne dépendant plus de x.

8) L'argument à citer est celui deS croissanceS comparéeS...
Dire $\left|\sin^{(n)}(x)\right| \leqslant 1$ donne $M_n(f) \leqslant 1$, pas $M_n(f) = 1$.

9a) Vu la question, il convenait de détailler (un peu) les opérations en jeu. Vous pouviez aussi observer que c'était une fraction rationnelle sans pôle réel...

9c) $f^{(2n)}(0) = -2n(2n-1)f^{(2n-2)}(0)$ n'est pas une expression de $f^{(2n)}(0)$...

V2 – I – Un exercice.

Vous ne pouvez pas parler d'extremums consécutifs. Par exemple, f pouvait être constante sur une partie de $[a, b]$. Considérez la fonction $f : x \mapsto \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)\exp\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$ (prolongée par continuité en 0). On peut voir que f est infiniment dérivable (ses dérivées successives sont de la forme $x \mapsto \left(g(x)\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) + h(x)\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)\exp\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)$, où g et h sont des fonctions rationnelles). Ainsi, f^2 admet un minimum (global) en 0 Pourtant, f^2 n'est monotone sur aucun voisinage de 0, à droite ou à gauche. Les zéros de f ne sont pas isolés, vous ne pouvez pas parler de zéros consécutifs.

V2 – II – Le théorème de Mason.

Beaucoup de question simples, bien qu'abstraites, dans ce problème. Il ne fallait pas perdre trop de temps sur les premières questions, une rédaction concise et efficace permettait d'avancer dans le sujet efficacement. La dernière question était la seule question vraiment difficile du sujet, personne ne l'a abordée.

Et vu qu'il me reste un peu de place, une once de culture...