





## Continuité - exercices supplémentaires

**Exercice 1** () Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continue en 0 telle que  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = f(2x)$ . Montrer que  $f$  est constante.

**Exercice 2** () Montrer qu'une fonction continue  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  admettant des limites finies et égales en  $+\infty$  et  $-\infty$  est bornée. Atteint-elle forcément ses bornes ? Discuter les différents cas possibles.

**Exercice 3** () Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  bornée et  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continue. Montrer que  $g \circ f$  et  $f \circ g$  sont bornées.

**Exercice 4** () Une fonction qui vérifie la propriété des valeurs intermédiaires est-elle nécessairement continue ?

**Exercice 5** () Soit  $f$  une fonction croissante de  $\mathbb{R}_+^*$  dans  $\mathbb{R}$  telle que la fonction  $x \mapsto \frac{f(x)}{x}$  soit décroissante. Montrer que  $f$  est continue.