



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON  
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR  
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.  
ANNÉE 2021 - 2022

C1 : PERFORMANCES STATIQUES ET CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAÎNE DE SOLIDES

## TD 17 - Stabilité des systèmes asservis (C8-1)

12 Avril 2022

### Compétences

- **Modéliser**
  - Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle.
- **Résoudre**
  - Proposer une démarche permettant d'évaluer les performances des systèmes asservis.
  - Déterminer la réponse fréquentielle.
  - Déterminer les performances d'un système asservi.

### Exercice 1 : Stabilité graphique et marge de gain

**Q 1 : Dans chacun des cas suivant, proposer et justifier un tracer asymptotique**

**Q 2 : Conclure sur la stabilité des systèmes en boucle fermée. Dans le cas stable, déterminer les marges de gain et de phase.**

1.  $FTBO(p) = \frac{4}{(1+p)(1+2p)(1+5p)}$  (figure 1).
2.  $FTBO(p) = \frac{20}{(1+p)(1+2p)(1+5p)}$  (figure 2).
3.  $FTBO(p) = \frac{4}{(1+0,1p+p^2)(1+2p)}$  (figure 4).
4.  $FTBO(p) = \frac{2}{(1+0,1p)(1+0,3p)(1+0,5p)}$  (figure ??).

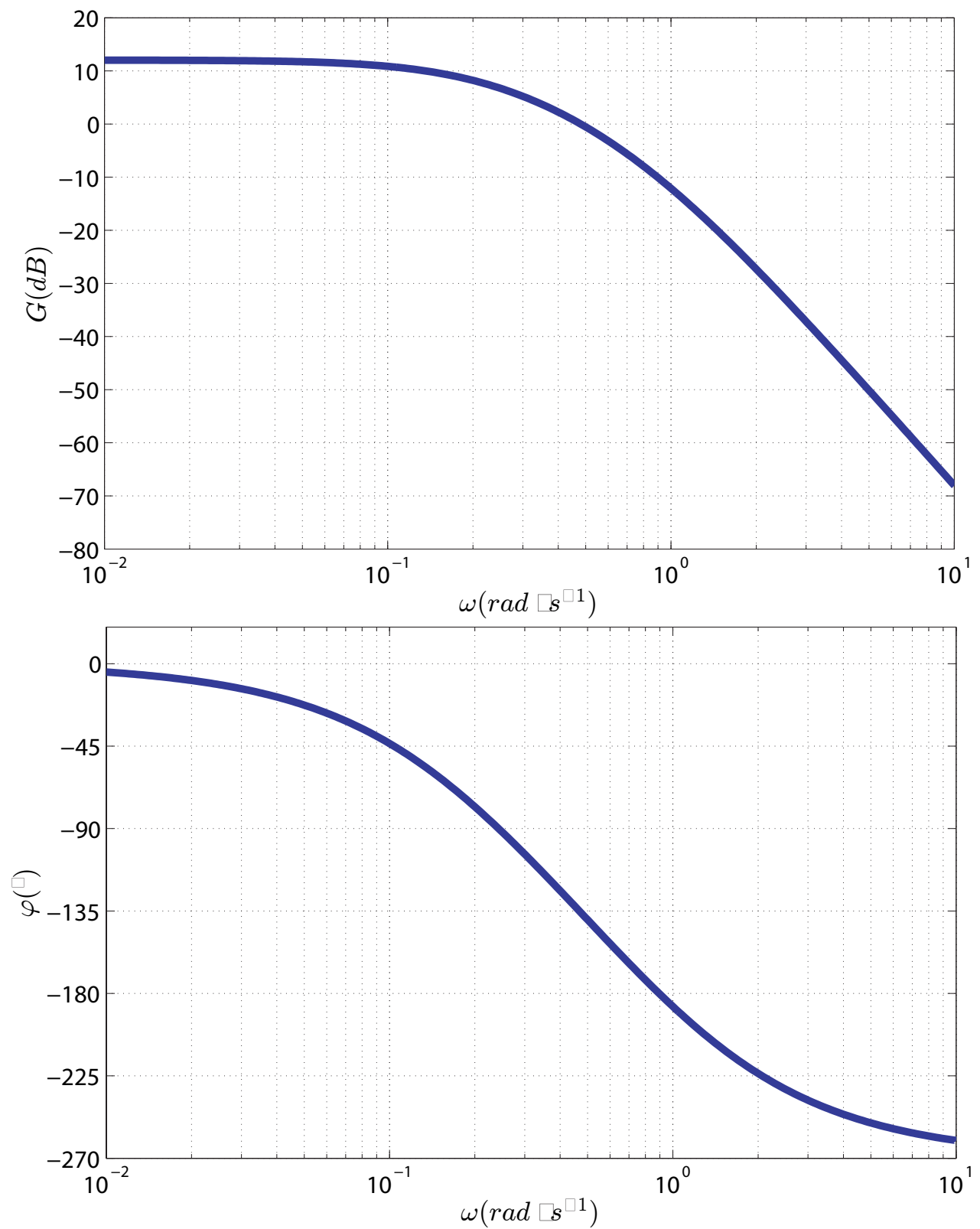


FIGURE 1 – Exemple 1

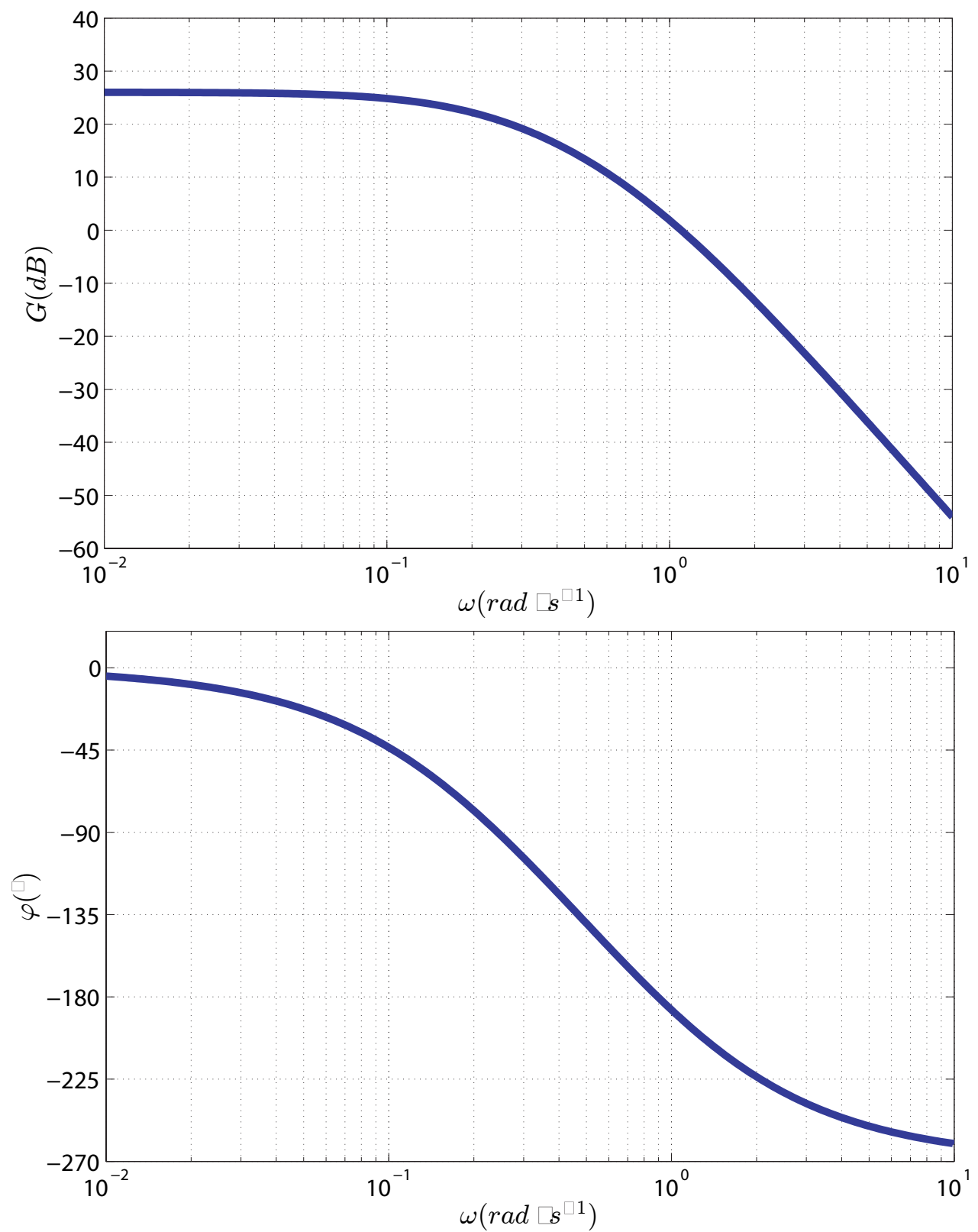


FIGURE 2 – Exemple 2

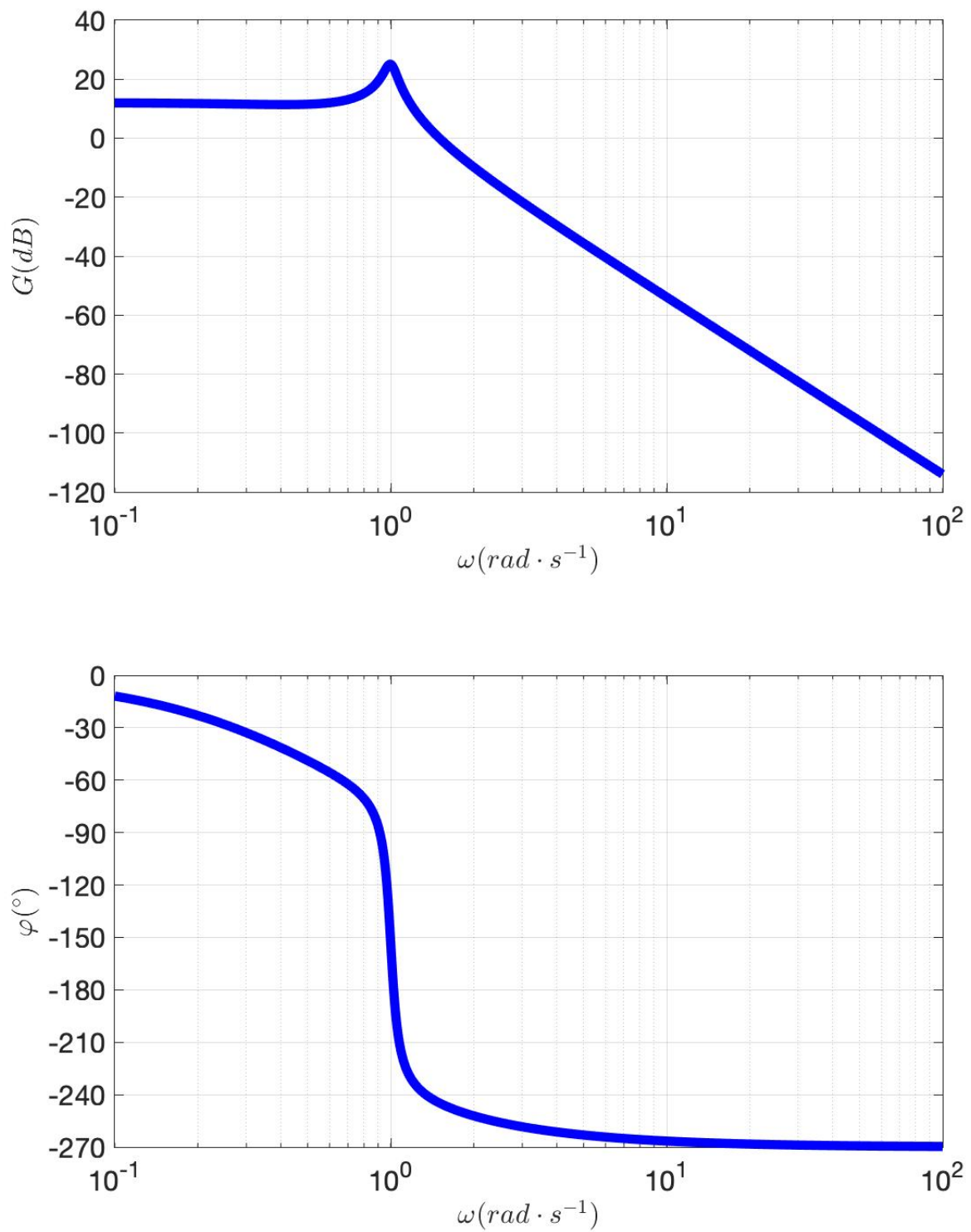


FIGURE 3 – Exemple 3

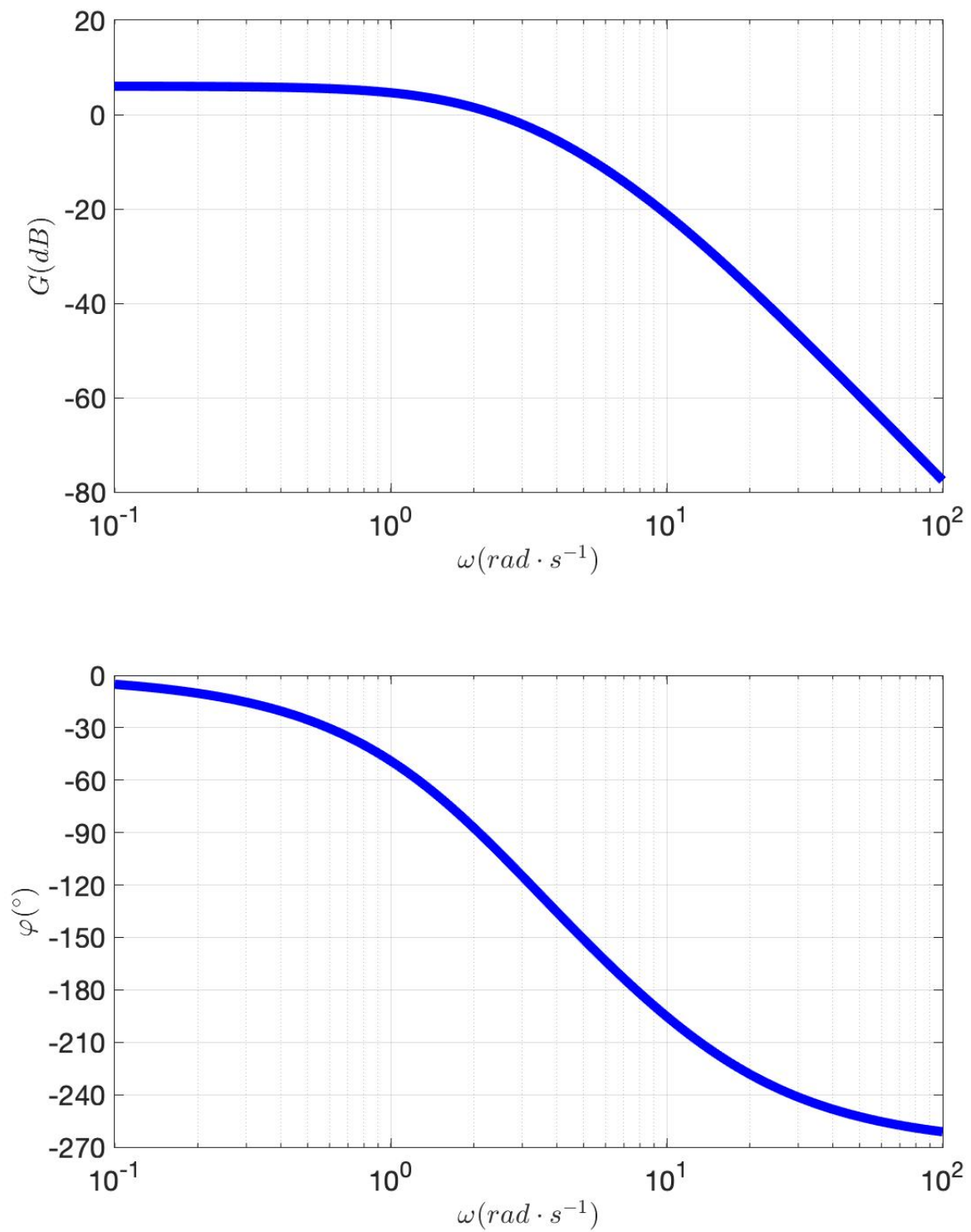


FIGURE 4 – Exemple 3

## Exercice 2 : Performances du robot Lola

Source : Concours Commun Mines-Ponts PSI 2015

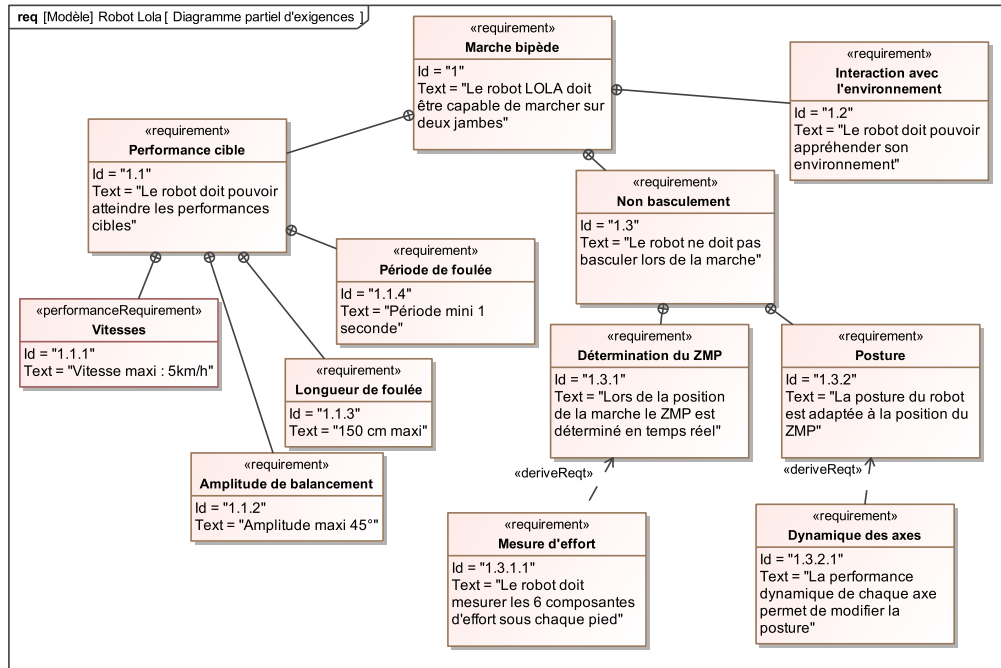
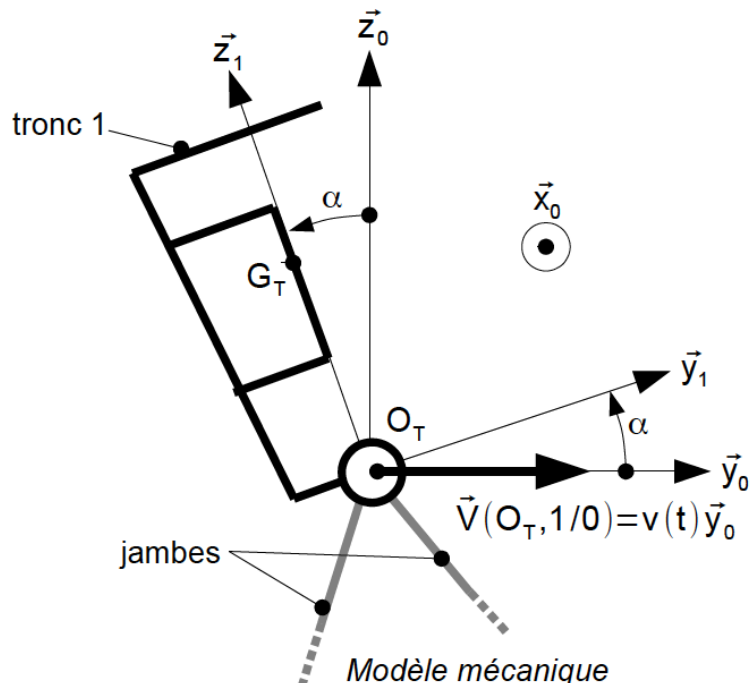
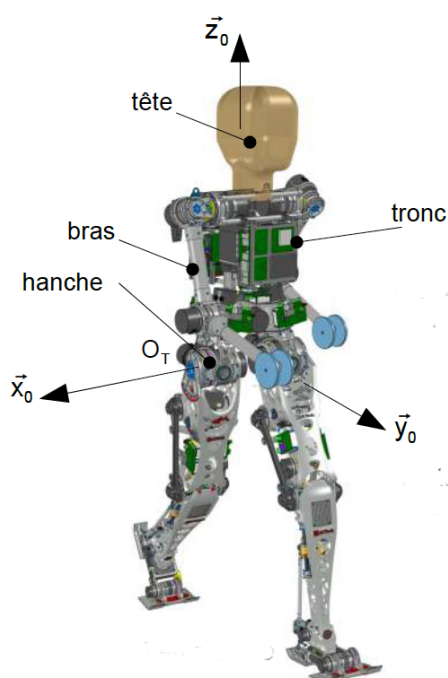


Diagramme des exigences



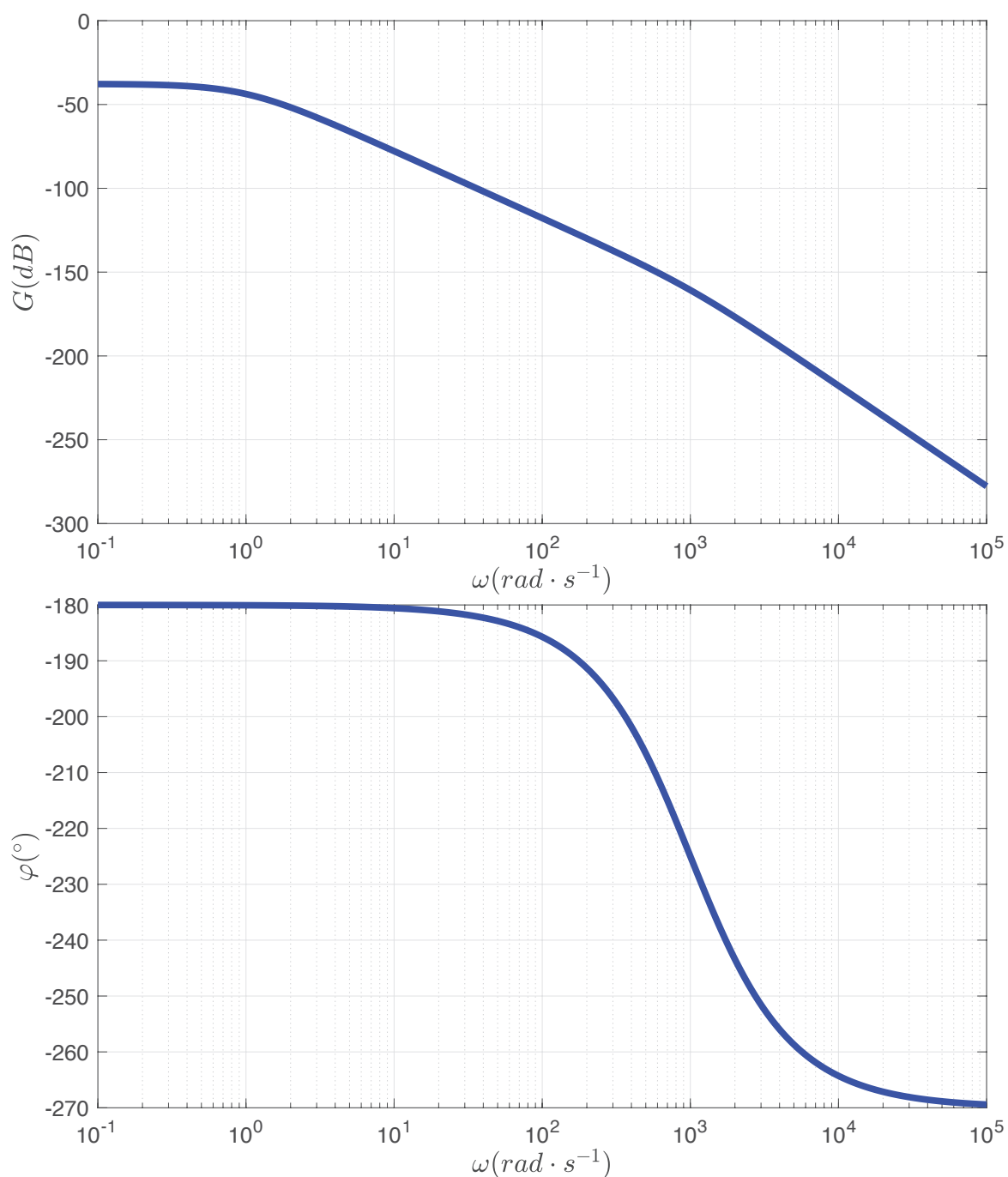
On s'intéresse ici à la mise en place d'une commande permettant d'assurer les performances dynamiques du robot Lola en terme de maintien d'une posture vertical. On note  $\alpha(t)$ , l'angle de tangage. Cet axe est actionné par un moteur à courant continu avec une **tension d'alimentation** noté  $U_c(t)$ .

1.3.2.1 Performance dynamique de chaque axe permet de modifier la posture		
Critère	Niveau	Flexibilité
Marge de phase	$M\varphi = 50^\circ$	Mini
Erreur Statique	$0^\circ$	$\pm 0,5^\circ$
Bande passante à 0 dB en boucle ouverte	$\omega_{BP} = 50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$	Mini
Temps de réponse à 5%	$0,2 \text{ s}$	Maxi
Dépassement	$1^\circ$	Maxi

On peut montrer que la fonction de transfert du robot Lola en boucle ouverte est de la forme :

$$F(p) = \frac{\alpha(p)}{U_c(p)} = \frac{K}{(1 + \tau_1 \cdot p)(-1 + \tau_1 \cdot p)(1 + \tau_2 \cdot p)}$$

**Q 3 : Proposer un tracé asymptotique sur le diagramme de Bode de  $F(p)$**



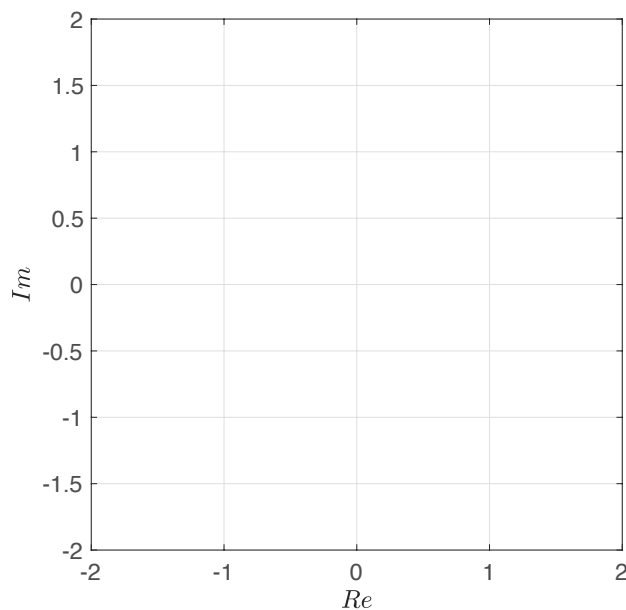
**Q 4 : En analysant les diagrammes de Bode ci-dessus, déterminer les valeurs de  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $K$ .**

$\omega$	$0 \rightarrow \frac{1}{\tau_1}$		$\frac{1}{\tau_1}$	$\frac{1}{\tau_1} \rightarrow \frac{1}{\tau_2}$		$\frac{1}{\tau_2}$	$\frac{1}{\tau_2} \rightarrow \infty$	
Tracé asymp-totique	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$	Gain (dB)	$\varphi(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(^{\circ})$
$\frac{K}{-1+\tau_1 \cdot p}$								
$\frac{1}{1+\tau_1 \cdot p}$								
$\frac{1}{1+\tau_2 \cdot p}$								
$F(p)$								

Par la suite, on simplifier  $F(p)$  par  $\frac{K}{(1+\tau_1 \cdot p)(-1+\tau_1 \cdot p)}$ .

**Q 5 : Justifier ce choix de simplification.**

**Q 6 : Représenter les pôles de  $F(p)$  dans le plan complexe.**

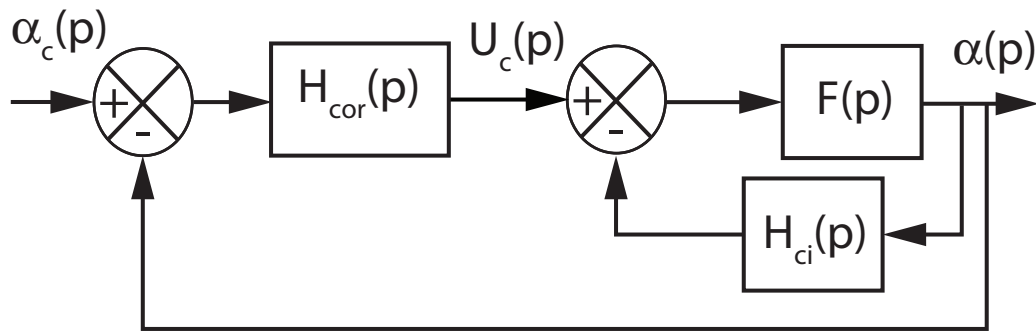


**Q 7 : Que pouvons-nous dire sur la stabilité en boucle ouverte du système.**

**Q 8 : Expliquer pourquoi le critère du revers ne peut pas être appliqué pour étudier la stabilité en boucle fermée.**

Afin de résoudre ce problème, il est décidé d'asservir la chaîne directe en position et en vitesse. Pour cela, la centrale inertielle permet de mesurer l'angle de tangage  $\alpha(t)$  ainsi que la vitesse angulaire  $\frac{d\alpha(t)}{dt}$ . L'asservissement ainsi réalisé est présenté sous la forme du schéma-bloc ci-dessous.  $U_c(p)$  est la tension de commande en sortie du correcteur. La fonction de transfert de la centrale inertielle sera prise égale à  $H_{ci}(p) = K_1 \cdot (p + 1)$ .





**Q 9 :** Déterminer deux conditions sur  $K_1$  pour que la fonction de transfert en boucle ouverte non-corrigée soit stable.

**Q 10 :** Déterminer  $K_1$  pour que la fonction de transfert  $G(p) = \frac{\alpha(p)}{U_c(p)}$  ait un facteur d'amortissement  $\xi = 1,7$ . Vérifier que cette valeur est compatible avec les conditions obtenues précédemment. En déduire les valeurs de la pulsation propre  $\omega_0$  et du gain statique de la boucle ouverte  $K_{BO}$ .