Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 28 points, ramené sur 5 points, +15%.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 120 points (V1) ou 92 points (V2), ramené sur 15 points, +25% (V1) ou , +100% (V2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x\rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Pb V1	Pb V2	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(1,15\frac{5c}{28}+1,25\frac{15p_1}{120}+2\frac{15p_2}{92}\right)$
Note maximale	21	71	51	$19,6$
Note minimale	7	23	11	$5,4$
Moyenne	$\approx 12,98$	$\approx 49,59$	$\approx 33,33$	$\approx 10,73$
Écart-type	$\approx 3,74$	$\approx 13,94$	$\approx 12,96$	$\approx 3,12$
Premier quartile	10	37	24	$8,85$
Médiane	12	51	35	$10,3$
Troisième quartile	$16,5$	62	38	$12,75$

Remarques générales.

- Les copies sont globalement bien présentées et rédigées, c'est bien !
- Certains perdent inutilement des points en ne vérifiant pas les hypothèses/définitions des objets manipulés.

Un exercice vu en TD (V1)

Exercice globalement bien traité. Lorsque vous utilisez la formule de Taylor, déterminez le degré de $P(1)+P'(1)(X-1)$ pour justifier que ce polynôme est bien le reste demandé.

Une relation fonctionnelle (V1 – Petites Mines)

Un problème assez élémentaire. Si vous ne l'avez pas réussi, reprenez-le pendant les vacances.

1-2-3) Il convenait de bien justifier les continuités des fonctions en jeu.

4) Certains ont parfois divisé par $f(x)$. C'est au mieux maladroit, au pire une ☠HORREUR☠(lorsque vous n'étudiez pas le cas $f(x)=0$).

5a) Il convenait de détailler l'annulation sur $\mathbb{R}_+^*$: il y a annulation sur $\mathbb{R}$ et $f(0)\neq 0$, donc annulation sur $\mathbb{R}^*$, puis on utilise la parité.

5b) Question ultra-classique, que vous devez maîtriser.

5c) Il était plus satisfaisant de redémontrer l'argument : $a+\frac{1}{n}$ ne minore pas E, donc... L'argument d'encadrement n'est pas toujours donné, c'est dommage (car c'est très simple).

5d) Beaucoup montrent correctement que $f(a)=0$. Vient ensuite l'erreur : « donc $a\in E$, donc $a>0$ ». Or, pour justifier que $a\in E$, vous devez vérifier que $a>0$! C'est une grosse erreur de raisonnement...

5e) Préférez la version élémentaire du TVI. Je vous avais prévenu : je suis peu indulgent pour les étudiants qui choisissent d'utiliser une version « avancée » du TVI, de manière non satisfaisante.
On vous disait d'utiliser le TVI. Je ne comprends pas que certains puissent rédiger la question sans...

6b) Le passage le plus important est celui où l'on discute du signe des nombres manipulés.

7) J'attendais deux choses dans cette question : la synthèse et un ensemble écrit correctement.

Les polynômes de Tchebychev (V1)

1a) Question souvent bien traitée. La discussion sur le degré est centrale, ici.

1b) Grâce au **1a)**, nul besoin de récurrence double ici : une simple suffit. Vous pouviez aussi vous passer de récurrence en observant que la suite des coefficients dominants est géométrique, de raison 2.

1c) Encore une récurrence double, assez élémentaire (il suffit d'effectuer une disjonction de cas).

1d) La relation $P_{n+2} = 2P_{n+1} - P_n(1)$ donne une relation de récurrence linéaire d'ordre 2. Comme $P_0(1)$ et $P_1(1)$ sont déterminés, il y a une unique solution (évidente) : nul besoin de récurrence ! La question précédente donnait ensuite $P_n(-1)$ immédiatement. Ensuite, la relation $P_{n+2} = -P_n(0)$ donnait une relation géométrique sur $(P_{2n}(0))$ et $(P_{2n+1}(0))$. Bref, pas de récurrence (si on ouvre bien les yeux !). ¨

2b) Question assez élémentaire, peu vue et encore moins bien traitée.

Une relation fonctionnelle (V2)

3) Après avoir montré la relation pour $n \geqslant 0$, il convenait de la montrer pour $n = -1$, puis d'étendre cela à $-n$ pour $n \geqslant 1$. C'est un procédé classique, à maîtriser.

Un théorème de Kronecker (V2)

Les questions étaient finalement assez élémentaires, mais ont posé des problèmes à beaucoup d'entre vous.

1c) Un résultat utile à savoir démontrer : si $a_1, \dots, a_n \in [0,1]$ vérifient $a_1 \dots a_n = 1$, alors $a_1 = \dots = a_n = 1$. Il suffit de voir que $1 = a_1 \dots a_n \leqslant a_i \leqslant 1$.

3) P n'était pas supposé unitaire, dans cette question.

3c) En plus du traitement des racines, il convenait de justifier que $\widehat{P}$ était à coefficients entiers (déjà fait), unitaire et de degré n.

4a) $\sigma_k(P)$ dépend de P : c'est surtout en fonction de cette variable qu'il convenait de borner.

Et vu qu'il me reste un peu de place, une once de culture...