

Nom et prénom :Note :

Donner les écritures littérales des décompositions en éléments simples de  $R = \frac{X^2 - 3X + 2}{(X - 1)^2(X + 2)^3(X^2 + X + 1)^2}$ , sur  $\mathbb{R}$  et  $\mathbb{C}$ .

Soit  $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$  ne s'annulant pas et tendant vers 0. Donner les « développements asymptotiques » (sur le modèle de  $\tan(u_n) = u_n + o(u_n)$ ) de  $\sin(u_n)$ ,  $\sqrt{1 + u_n}$ ,  $\exp(u_n)$  et  $\cos(u_n)$ . Donner un équivalent simple de  $\tan(u_n)$ .

On donne :  $R = \frac{X^2 + 4}{(X - 3)(X + 3)X^2} = \frac{a}{X - 3} + \frac{b}{X + 3} + \frac{c}{X} + \frac{d}{X^2}$ . Décomposer en éléments simples  $R$ .

On munit  $\mathbb{R}$  de son ordre usuel. Soit  $A$  une partie non vide, majorée, de  $\mathbb{R}$ , soit  $a \in \mathbb{R}$ . Donner une caractérisation de «  $a = \sup A$  ».