Devoir surveillé n° 02 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 38 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes et exercice de TD : chaque question sur 4 points, total sur 116 points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problème	Note finale
Note maximale	29	107	20
Note minimale	8	9	6
Moyenne	$\approx 15,15$	$\approx 39,41$	$\approx 11,25$
Écart-type	$\approx 4,79$	$\approx 17,73$	$\approx 3,21$

Remarques générales.

Il faut encadrer tous vos résultats : à partir du prochain DS, les résultats non encadrés ne seront pas pris en compte.

Il faut introduire toutes les variables que vous utilisez. À partir du prochain DS, cela sera sanctionné.

Vous utilisez encore beaucoup trop d'équivalences là où des implications suffisent. Ou alors vous utilisez le symbole $\Leftrightarrow$ comme une abréviation pour ne pas avoir à écrire « donc ».

Il y a encore pas mal de « pour tout n » dans les hypothèses de récurrences ou dans l'hérédité : c'est automatiquement 0 à la question, c'est une faute très grave, bien étudiée en cours.

Exercice vu en TD.

Il faut au moins citer le binôme de Newton ! Quand vous utilisez un théorème qui porte un nom, il faut le mentionner. Un défaut de justification est toujours sanctionné.
Dans la dernière question, le problème de la constante d'intégration a souvent été oublié.

Suite de Sylvester.

1. Il est dommage de faire des fautes de calcul dès la première question, pourtant facile. Le $+1$ de s_4 a très souvent été oublié, va savoir pourquoi.

2. Il fallait faire une récurrence forte. Les minorations ont souvent été peu justifiées, voire pas du tout.

4. On préfère étudier $s_{n+1} - s_n$ que $\dfrac{s_{n+1}}{s_n}$, qui pose un problème de signe.
On ne dit pas qu'une suite est croissante sur $\mathbb{N}$. Elle est croissante, c'est tout.
HORREUR : $s_n \geqslant n+2$, $s_{n+1} \geqslant n+3$ donc $s_{n+1} - s_n \geqslant n+3-n-2$! ! ! !
HORREUR n° 2 : (s_n) tend vers $+\infty$ donc elle est croissante.

5.a. Une récurrence était inutile. Vous devriez vous en rendre compte quand vous n'utilisez pas l'hypothèse de récurrence dans l'hérédité.

5.c. Quand vous voyez une suite télescopique, il faut le dire ! Cf. les remarques sur l'exercice de TD.

6.b. Ce n'est pas parce qu'il y a un ln quelque part qu'on peut utiliser les croissances comparées !
Ainsi, $\dfrac{\ln(\exp(2^n)}{2^n}$ ne tend pas vers 0 !
HORREUR : $u_n \geqslant 0$ et (u_n) décroissante, donc $u_n \to 0$.

7.c. Il fallait bien lire $r^{2^{n+1}}$ et non r^{2n+1}.

Suites récurrentes triples.

1. Comme le titre le suggérait, il fallait utiliser une récurrence triple !

2. Il faut introduire λ, μ et n !

3. $(\mathscr{R})$ ssi $u_{n+3} = 6u_{n+2} - 11u_{n+1} + 6u_n$ n'a aucun sens ! C'est $(\mathscr{R})$ ssi $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+3} = 6u_{n+2} - 11u_{n+1} + 6u_n$. Ce $\forall$ est indispensable, et il est indispensable de comprendre pourquoi.

6. On demandait une synthèse, pas une analyse. Donner A et vérifier que $X_{n+1} = AX_n$ convenait donc. Supposer que $X_{n+1} = AX_n$ et finir par « donc $A = ...$ » prouvait l'unicité d'une telle matrice A si jamais elle existe, et ne répondait pas du tout à la question.

12. Cette dernière question ne pouvait malheureusement pas être traitée car il y avait une erreur d'énoncé : la matrice P aurait dû être $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$. On trouvait alors une matrice D diagonale, dont les puissances étaient faciles à calculer.