

Devoir à la maison n° 17

À rendre le 9 avril

Pour ce DM, vous rendrez un exercice (au choix) si vous le rendez seul, deux exercices (au choix) si vous le rendez en binôme, trois exercices (au choix!) si vous le rendez en trinôme.

I. Premier exercice

Soient $p, q \in \mathbb{N}$ et $n \in \llbracket 0, p + q \rrbracket$. Proposer une démonstration par dénombrement de la formule de Chu-Vandermonde :

$$\binom{p+q}{n} = \sum_{k=0}^n \binom{p}{k} \binom{q}{n-k}.$$

II. Deuxième exercice

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Combien existe-t-il d'entiers naturels dont l'écriture en base dix comporte exactement n chiffres, dont un chiffre 1 et un seul ?

III. Troisième exercice

Soit E un ensemble à n éléments. Combien y a-t-il de parties X et Y de E telles que $X \subset Y$?

— FIN —