



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.
ANNÉE 2018 - 2019

C6 : ANALYSE FRÉQUENTIELLE DES SYSTÈMES ASSERVIS

TD 16 - Analyse fréquentielle complète des SLCI(C6-3)

30 Avril 2019

Compétences

- **Modéliser :**
 - Identifier et caractériser les grandeurs physiques : caractéristiques fréquentielles
 - Systèmes linéaires continus et invariants
 - Signaux canoniques d'entrée : signaux sinusoïdaux
 - Schémas blocs, fonctions de transferts
- **Résoudre :** Procéder à la mise en oeuvre d'une démarche de résolution analytique
 - Réponse fréquentielle : systèmes du 1^{er} et 2^{ème} ordre, intégrateur.

1 Étude d'un simulateur de conduite

a) Présentation du système

Le simulateur de conduite est un dispositif dont la fonction principale est de reproduire le plus fidèlement possible le comportement d'un système de référence (réel). Par rapport à la conduite sur route, les simulateurs de conduite offrent trois avantages majeurs :

- ils présentent un environnement sans danger pour le conducteur (par exemple pour tester des accidents virtuels);
- une même expérience peut être répétée aussi souvent que nécessaire dans des conditions identiques;
- ils permettent une économie considérable.

Ainsi, les simulateurs de conduite sont utilisés dans de nombreux domaines :

- travaux de recherche sur le comportement humain;
- étude et amélioration de la sécurité;
- aide à la conception de véhicule ou de l'environnement routier;
- apprentissage à moindre coût;
- loisir ...

Le simulateur étudié dans ce sujet est un simulateur de course automobile à deux degrés de liberté utilisé par des particuliers dans le domaine du loisir (figure 1).

L'exigence principale du système peut se décliner en plusieurs exigences techniques décrites par le diagramme des exigences partiel de la figure 2. Les deux premières exigences sont gérées lors de la conception du jeu vidéo.



FIGURE 1 – Simulateur de course utilisé dans des salles de jeux vidéo

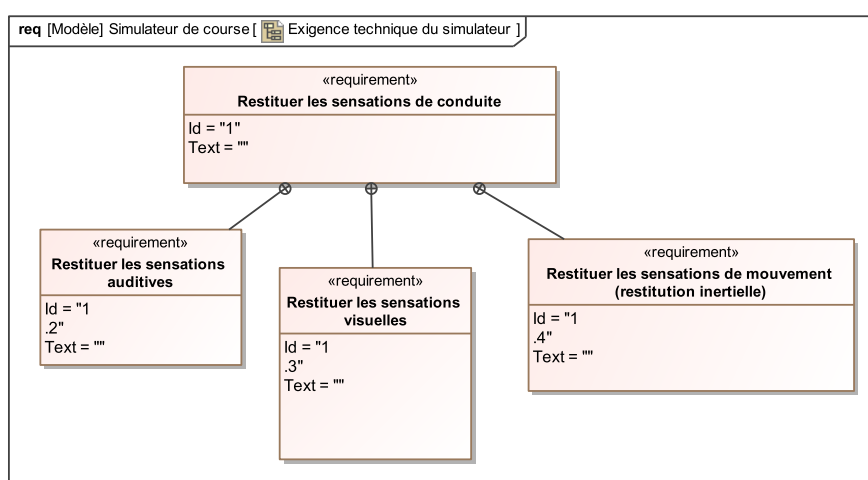


FIGURE 2 – Diagramme des exigences techniques partiel du système

**Objectif 1 :**

Dans ce sujet, seule l'exigence technique 1.4 "restituer les sensations de mouvement" sera étudiée pour montrer comment recréer le plus fidèlement possible les accélérations. L'objectif de l'étude proposée est de justifier que l'architecture retenue pour le simulateur permet de répondre au besoin. Cette analyse nécessite : la mise en place d'un modèle pour chaque constituant de la chaîne d'information (stratégie de commande étudiée en partie **b**)) et de la chaîne d'énergie.

b) Stratégie de commande

La structure articulée possède deux degrés de liberté (roulis et tangage) comme indiqué sur la figure 3. Pour garantir une simulation qui soit la plus reproductible possible il est indispensable de mettre au point une stratégie de commande des degrés de liberté qui permette de recréer les accélérations subies par le pilote pour respecter un encombrement réduit.

La stratégie de commande classique est basée sur une séparation fréquentielle des accélérations extraites du jeu vidéo en deux parties. Le schéma-bloc de la figure 4, montre le principe de la commande sur l'angle de tangage α .

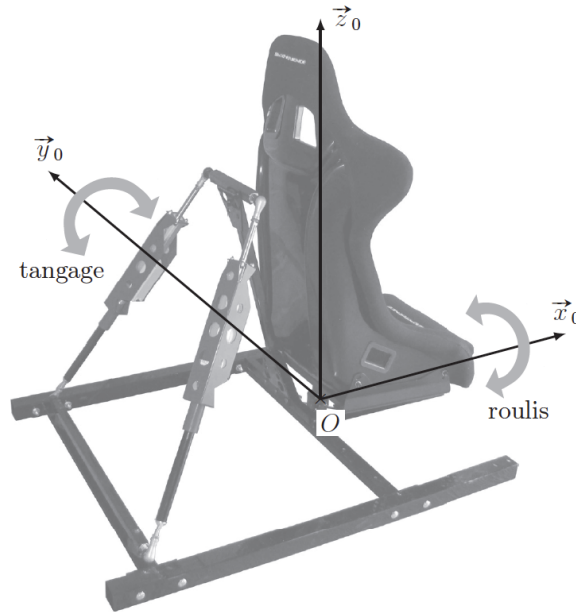


FIGURE 3 – Mouvements de tangage et roulis permettant de générer des accélérations longitudinale et transversale

**Remarque 1 :**

Dans tout le sujet, seules les accélérations longitudinales (commande de l'angle de tangage) seront considérées. Une stratégie similaire est adoptée pour l'angle de roulis.

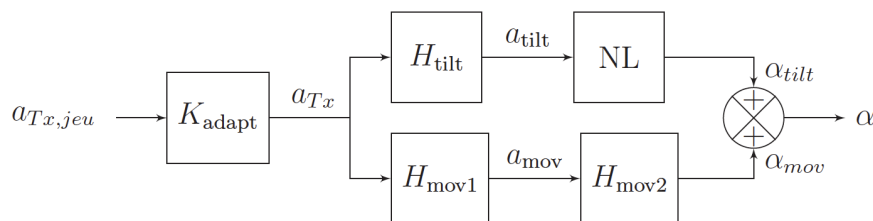


FIGURE 4 – Stratégie de commande pour un mouvement de tangage

**Objectif 2 :**

L'objectif de cette partie est de déterminer les fonctions de transfert intervenant dans ce schéma-bloc et de vérifier que cette méthode permet de fournir une consigne d'angle adaptée à l'encombrement du simulateur. La vérification globale de la stratégie vis-à-vis de la restitution des accélérations longitudinales sera faite en fin de sujet.

Principe On note :

- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère associé au sol (0), supposé galiléen.
- L'ensemble {conducteur + siège} est noté (1) et est en rotation par rapport au sol (0) autour d'un axe (O, \vec{y}_0) .
- On associe le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ à l'ensemble (1) et on note $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ l'angle de tangage de (1) par rapport à (0).

Le siège est piloté de telle manière que l'accélération donnée par le jeu vidéo soit équivalente à l'accélération ressentie par le pilote sur le siège. En notant \vec{a}_T l'accélération du véhicule, on obtient la définition suivante :

$$\vec{a}_T = a_{Tx} \cdot \vec{x}_1 + a_{Tz} \vec{z}_1 = \vec{a}(A, 1/0) - \vec{g}.$$

Avec :

$$\begin{cases} a_{Tx} = h\ddot{\alpha} - g \cdot \sin(\alpha(t)) \\ a_{Tz} = -h\dot{\alpha}^2 + g \cdot \cos(\alpha(t)). \end{cases}$$

Dans la stratégie adoptée, l'accélération ressentie a_{Tx} est décomposée en deux parties $a_{Tx} = a_{mov} + a_{tilt}$. La composante a_{tilt} correspond à la partie de l'accélération maintenue tandis que la composante a_{mov} caractérise les variations rapides d'accélération.

Obtention de l'accélération a_{tilt} La partie a_{tilt} est extraite de a_{Tx} en utilisant un filtre $H_{tilt}(p)$ caractérisé par les diagrammes de Bode sur le document réponse figure 10. Elle représente les mouvements maintenus dans le temps.

Q 1 : Proposer une forme de fonction de transfert pour la fonction $H_{tilt}(p)$ en fonction de ces diagrammes de Bode et identifier ses paramètres caractéristiques. Pour cela, on fera apparaître sur le diagramme de Bode du document réponse (figure 10) le tracé du diagramme asymptotique

c) Détermination de l'accélération a_{mov}

Le filtre utilisé pour accéder à la partie a_{mov} a pour fonction de transfert (schéma bloc, figure 4)

$$H_{mov1}(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p}$$

On choisit une valeur de $\tau = 0,1$ s.

Q 2 : Tracer sur le document réponse (figure 11) les diagrammes de Bode asymptotiques et l'allure des diagrammes réels de ce filtre. Préciser le nom de ce filtre et son intérêt vis-à-vis de la composante à extraire.

- On pourra décomposer en un dérivateur pur et un premier ordre.
- On pourra chercher à trouver pour quelle valeur de ω , le dérivateur pur τp coupe l'axe des abscisses.

Une fois l'accélération filtrée, on obtient la relation $a_{mov}(t) = h \cdot \ddot{\alpha}_{mov}(t)$.

Q 3 : Par identification à l'aide du schéma bloc 4 et après avoir passé dans le domaine de Laplace l'expression précédente, en déduire la fonction de transfert $H_{mov2}(p)$

En imposant une consigne $a_{Tx} = a_0 \cdot u(t)$ où a_0 est une constante et $u(t)$ la fonction échelon unitaire, on obtient la courbe $\alpha_{mov}(t)$ définies sur la figure 5.

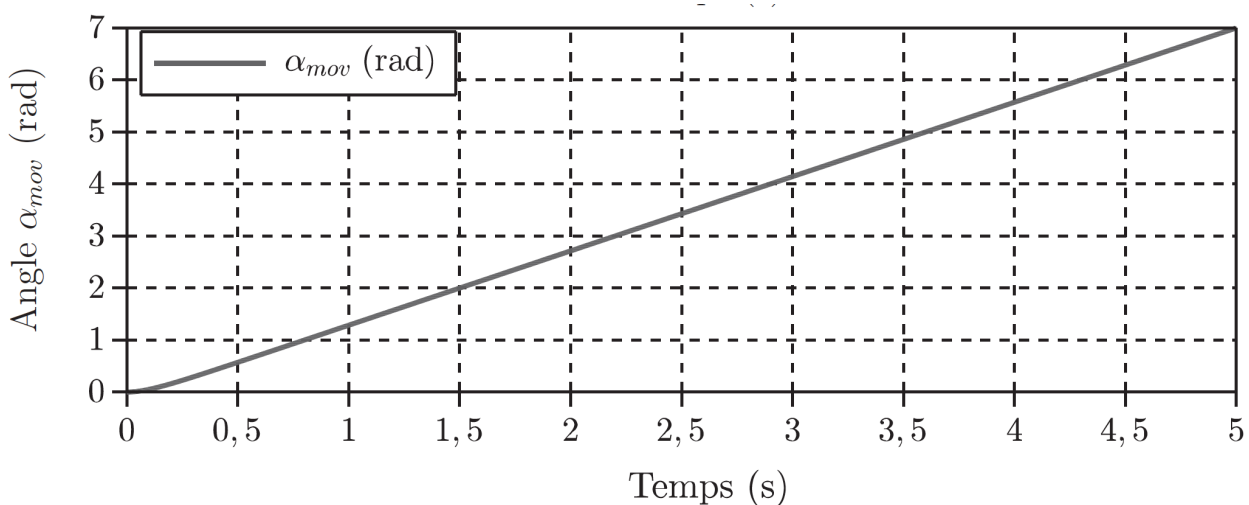


FIGURE 5 – Angle $\alpha_{mov}(t)$ en fonction du temps (en s) pour une consigne d'accélération en échelon.

Q 4 : A partir de la fonction de transfert $H_{mov2}(p)$ et de la consigne en échelon imposée, justifier l'allure de courbe obtenue par simulation en régime établi et conclure sur la nécessité de choisir un filtre plus élaboré.

- On pourra calculer dans le domaine de Laplace $\alpha_{mov}(p)$.
- On pourra utiliser les théorèmes aux limites pour étudier le comportement asymptotique de $\alpha_{mov}(t)$ en $t = 0$ et $t \rightarrow +\infty$.
- On pourra utiliser les théorèmes aux limites pour étudier le comportement asymptotique de $\frac{d\alpha_{mov}(t)}{dt}$ en $t = 0$ et $t \rightarrow +\infty$.

On modifie donc la fonction $H_{mov2}(p)$ en la multipliant par un filtre particulier appelé filtre Washout ayant pour but de ramener à zéro la position linéaire obtenue pour une accélération a_{Tx} constante. En choisissant un filtre adapté, on retient la fonction globale suivante :

$$H_{mov1}(p) \times H_{mov2}(p) = \frac{K \cdot p}{(1 + \tau \cdot p)^3}$$

Q 5 : Montrer alors qu'en régime permanent, l'angle $\alpha_{mov}(t)$ obtenu pour une accélération a_{Tx} de type échelon (de valeur a_0) est nul.

Q 6 : Représenter dans le domaine fréquentiel (document réponse figure 12) la fonction de transfert filtrée : $H_{mov1}(p) \times H_{mov2}(p) = \frac{K \cdot p}{(1 + \tau \cdot p)^3}$ avec $K = 0,1$ et $\tau = 0,1$ s en traçant le diagramme de Bode asymptotique.

d) Étude de l'asservissement du système

On se propose ici d'étudier dans le domaine fréquentiel la FTBO du système donnée par :

$$FTBO(p) = \frac{1}{1,4 \times 10^{-5} p^2 + 10^{-3} p + 3,5 \cdot 10^{-4}}$$

Q 7 : Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique et identifier les coefficients associés.

Q 8 : Sur le diagramme de Bode de la figure 13, représenter le diagramme asymptotique décrivant les lieux de transfert de la FTBO.

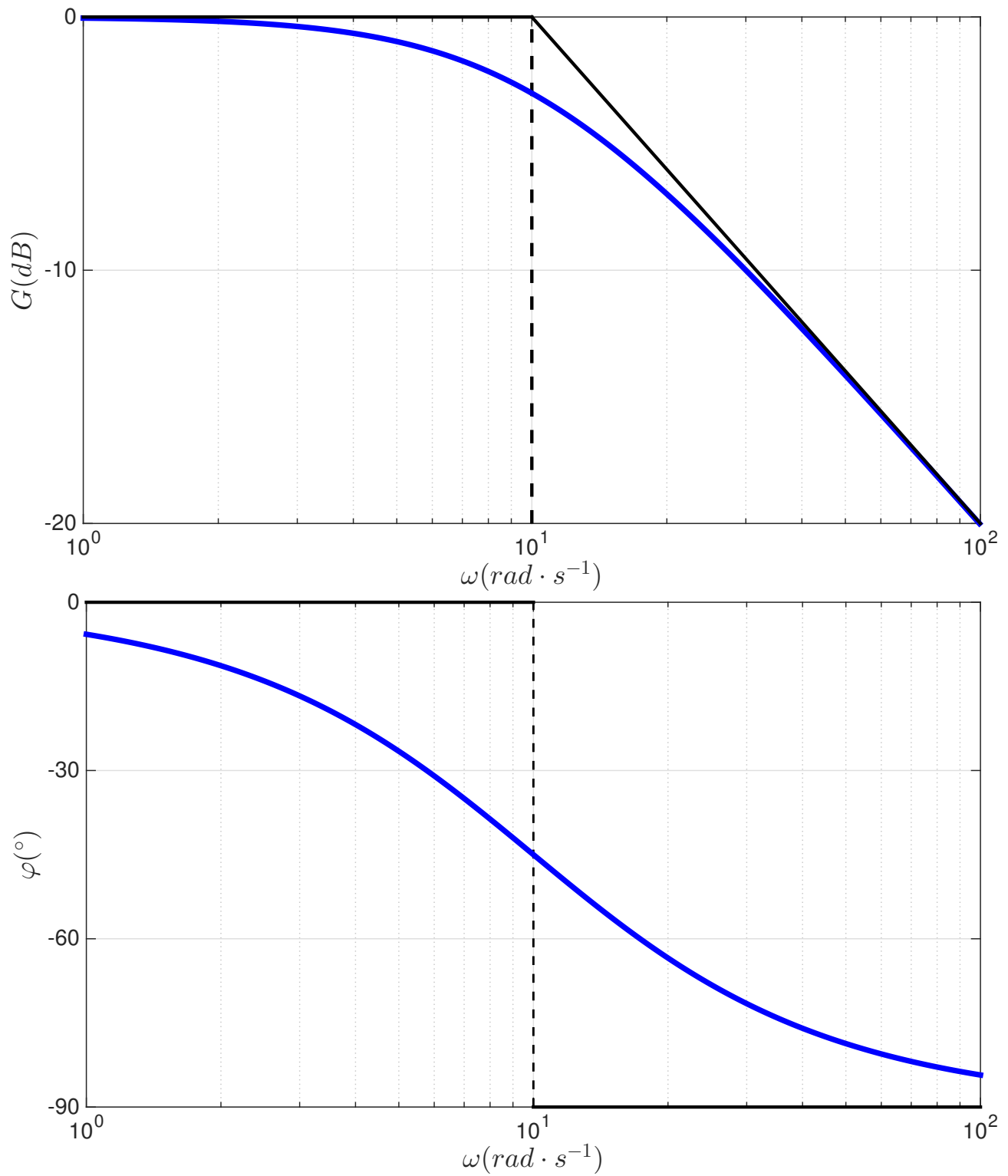


FIGURE 6

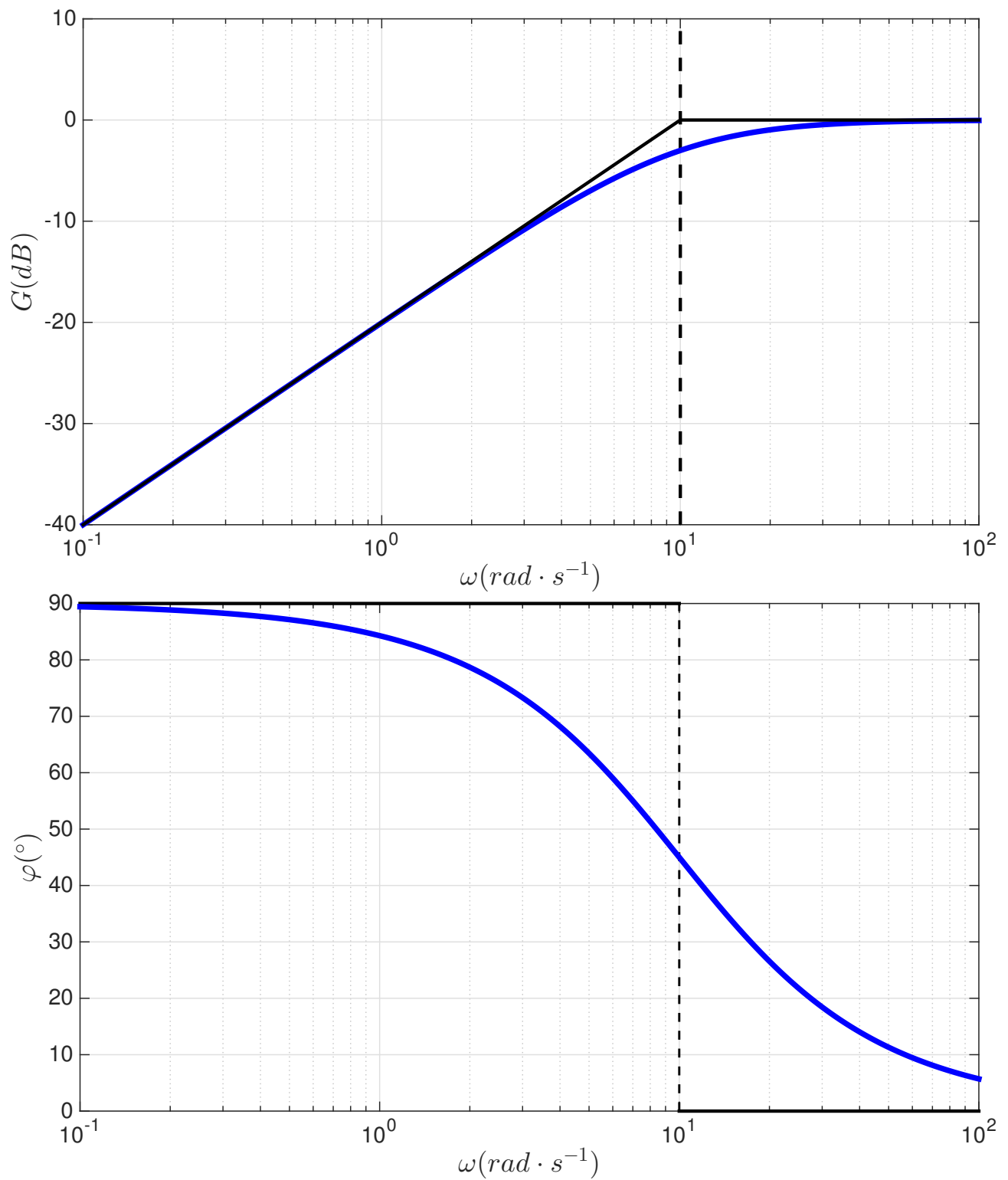


FIGURE 7

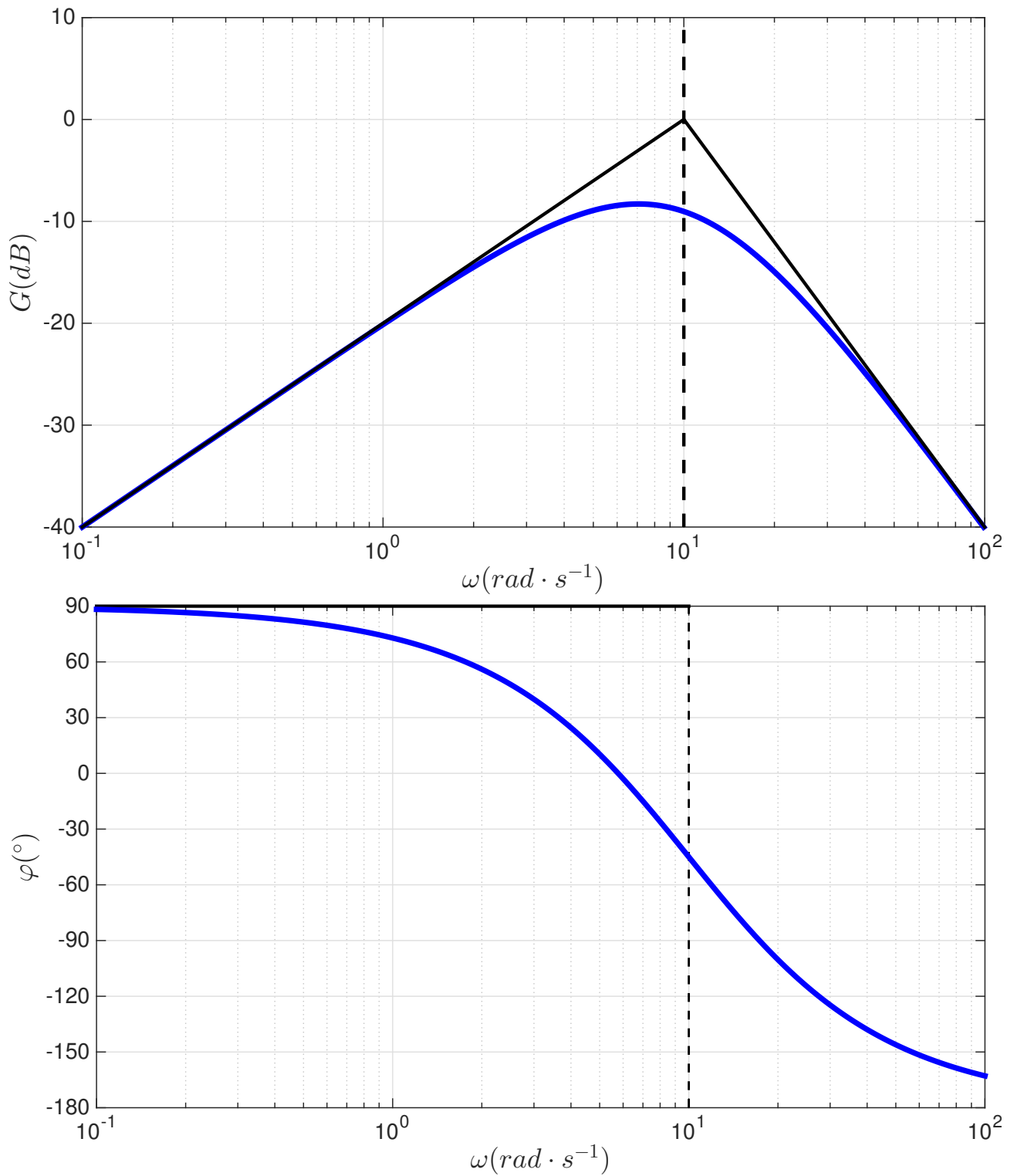


FIGURE 8

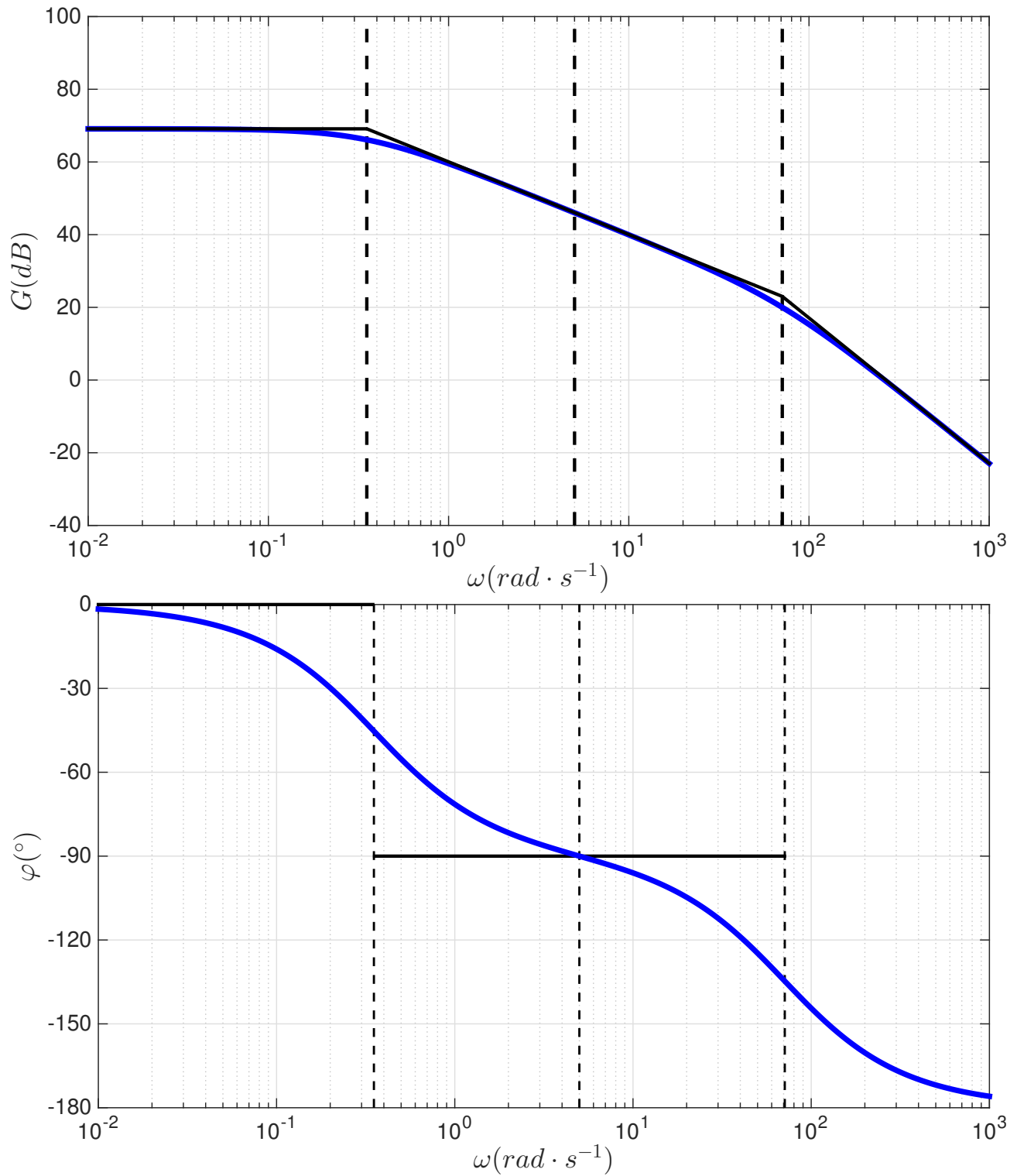


FIGURE 9

Corrigé

1 Corrigé : Étude d'un simulateur de conduite

Q 1 : Proposer une forme de fonction de transfert pour la fonction $H_{tilt}(p)$ en fonction de ces diagrammes de Bode et identifier ses paramètres caractéristiques. Pour cela, on fera apparaître sur le diagramme de Bode du document réponse (figure 10) le tracé du diagramme asymptotique

On reconnaît bien un tracé d'une fonction de transfert du premier ordre :

- Pente de $-20dB/decade$ pour $\omega \rightarrow +\infty$.
- Pente nulle pour $\omega \rightarrow 0$.
- Pulsation de coupure : $\omega_c = \frac{1}{\tau} = 10 \text{ s}^{-1}$

On obtient alors :

$$H_{tilt}(p) = \frac{1}{1 + 0.1 p}$$

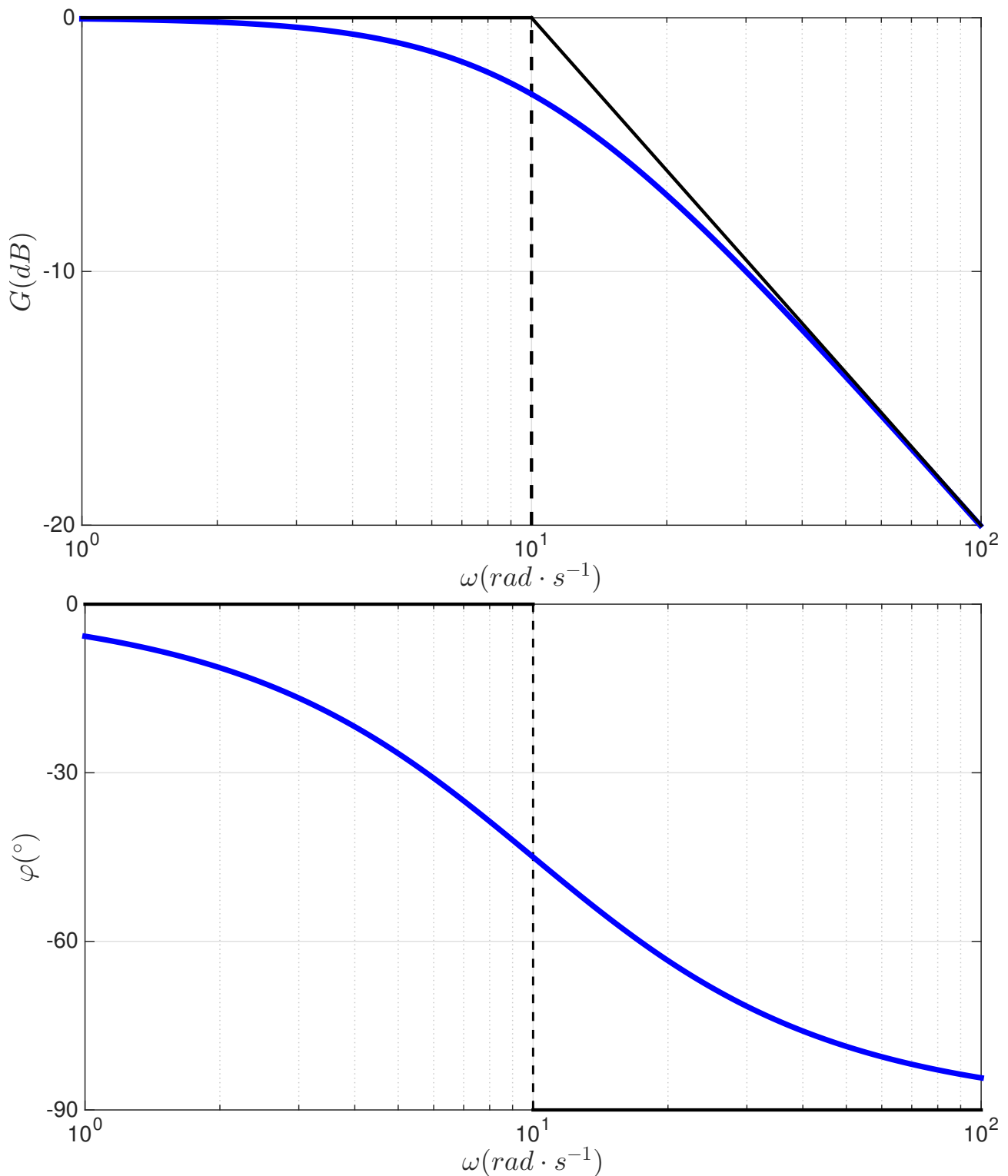


FIGURE 10

Q 2 : Tracer sur le document réponse (figure 11) les diagrammes de Bode asymptotiques et l'allure des diagrammes réels de ce filtre. Préciser le nom de ce filtre et son intérêt vis-à-vis de la composante à extraire.

- On pourra décomposer en un dérivateur pur et un premier ordre.
- On pourra chercher à trouver pour quelle valeur de ω , le dérivateur pur τp coupe l'axe des abscisses.

Q 3 : Par identification à l'aide du schéma bloc 4 et après avoir passé dans le domaine de Laplace l'expression précédente, en déduire la fonction de transfert $H_{mov2}(p)$

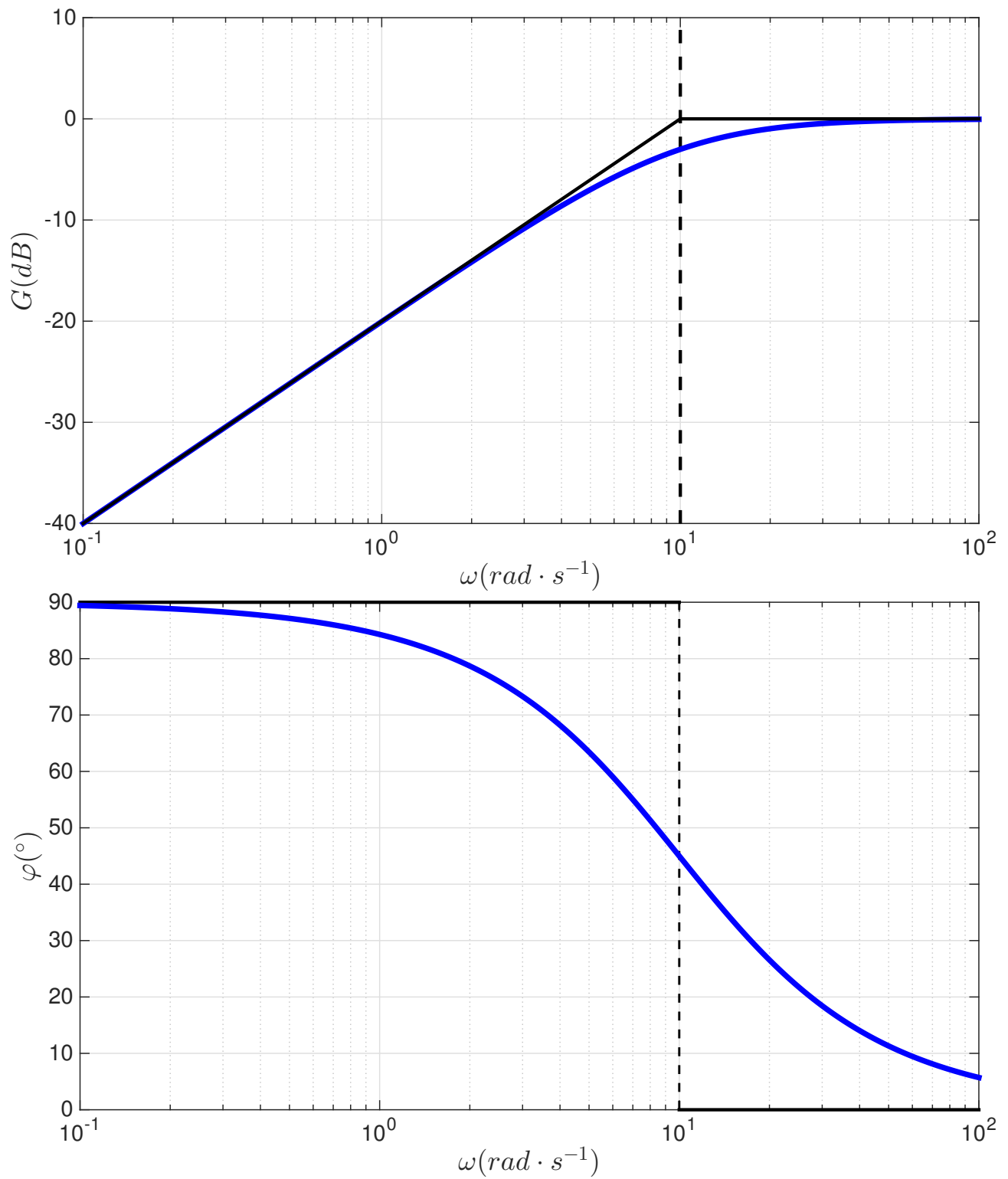


FIGURE 11

En passant l'expression précédente dans le domaine de Laplace, on obtient :

$$a_{mov}(p) = h \cdot p^2 \cdot \alpha_{mov}(p)$$

ainsi avec $H_{mov2}(p) = \frac{\alpha_{mov}(p)}{a_{mov}(p)}$, on obtient :

$$H_{mov2}(p) = \frac{1}{h \cdot p^2}$$

Q 4 : A partir de la fonction de transfert $H_{mov2}(p)$ et de la consigne en échelon imposée, justifier l'allure de courbe obtenue par simulation en régime établi et conclure sur la nécessité de choisir un filtre plus élaboré.

- On pourra calculer dans le domaine de Laplace $\alpha_{mov}(p)$.
- On pourra utiliser les théorèmes aux limites pour étudier le comportement asymptotique de $\alpha_{mov}(t)$ en $t = 0$ et $t \rightarrow +\infty$.
- On pourra utiliser les théorèmes aux limites pour étudier le comportement asymptotique de $\frac{d\alpha_{mov}(t)}{dt}$ en $t = 0$ et $t \rightarrow +\infty$.

$$\alpha_{mov}(p) = \frac{\tau \cdot p}{1 + \tau \cdot p} \cdot \frac{1}{h \cdot p^2} \cdot \frac{a_0}{p} = \frac{\tau \cdot a_0}{h \cdot p^2 \cdot (1 + \tau \cdot p)}$$

Ainsi :

•

$$\lim_{t \rightarrow 0} \alpha_{mov}(t) = \lim_{p \rightarrow +\infty} p \alpha_{mov}(p) = 0.$$

•

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \alpha_{mov}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \alpha_{mov}(p) = +\infty.$$

•

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{d\alpha_{mov}(t)}{dt} = \lim_{p \rightarrow +\infty} p^2 \alpha_{mov}(p) = 0.$$

•

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{d\alpha_{mov}(t)}{dt} = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \alpha_{mov}(p) = \frac{\tau \cdot a_0}{h}.$$

Cela correspond bien à l'allure de $\alpha_{mov}(t)$.

Q 5 : Montrer alors qu'en régime permanent, l'angle $\alpha_{mov}(t)$ obtenu pour une accélération a_{Tx} de type échelon (de valeur a_0) est nul.

$$\alpha_{mov}(p) = \frac{K \cdot p}{(1 + \tau \cdot p)^3} \cdot \frac{a_0}{p}.$$

Le théorème de la valeur finale donne :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \alpha_{mov}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \alpha_{mov}(p) = 0.$$

Q 6 : Représenter dans le domaine fréquentiel (document réponse figure 12) la fonction de transfert filtrée : $H_{mov1}(p) \times H_{mov2}(p) = \frac{K \cdot p}{(1 + \tau \cdot p)^3}$ avec $K = 0, 1$ et $\tau = 0, 1$ s en traçant le diagramme de Bode asymptotique.

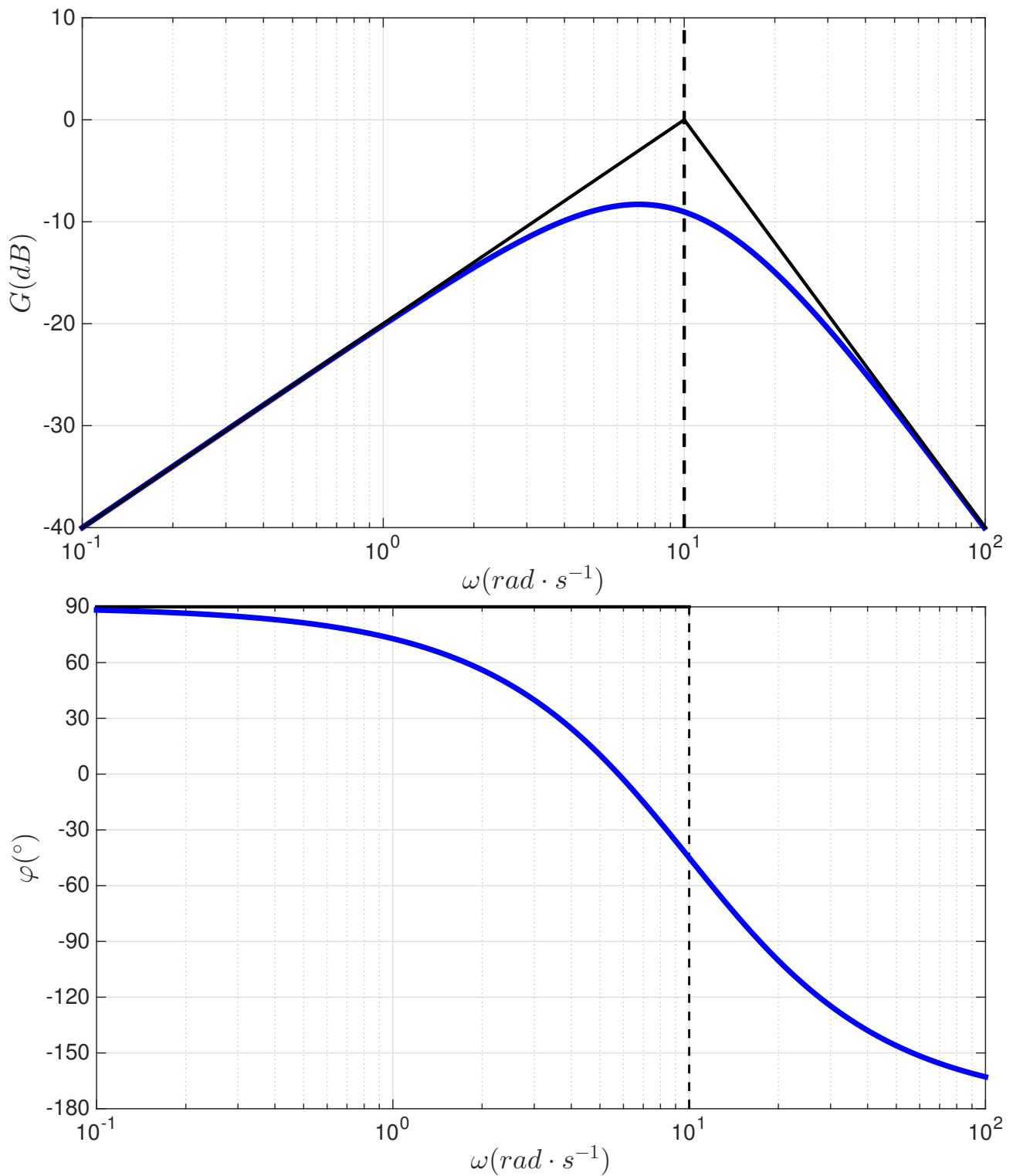


FIGURE 12

Q 7 : Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique et identifier les coefficients associés.

On peut mettre sous forme canonique :

$$FTBO(p) = \frac{\frac{10^4}{3,5}}{1 + \frac{10}{3,5}p + \frac{0,14}{3,5}p^2}$$

Par identification, on obtient :

$$\begin{cases} K = \frac{10^4}{3,5} = 2857 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{3,5}{0,14}} = 5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \\ \xi = \frac{10}{7} \sqrt{\frac{3,5}{0,14}} = 7,14 \end{cases}$$

Q 8 : Sur le diagramme de Bode de la figure 13, représenter le diagramme asymptotique décrivant les lieux de transfert de la FTBO.

ξ étant supérieur à 1, on peut calculer les deux pôles réels du second ordre :

$$\begin{cases} p_1 = -\omega_0 (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) = -71,1 = -\frac{1}{\tau_1} \\ p_2 = -\omega_0 (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1}) = -0,35 = -\frac{1}{\tau_2} \end{cases}$$

On trouve aussi :

$$\begin{cases} \tau_1 = -\frac{1}{p_1} = 0,0141 \text{ s}^{-1} \\ \tau_2 = -\frac{1}{p_2} = 2,8431 \text{ s}^{-1} \end{cases}$$

On peut alors tracer :

$$FTBO(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1 p) \cdot (1 + \tau_2 p)}$$

On trouve alors 3 branches asymptotiques :

- Une branche horizontale pour $\omega < \frac{1}{\tau_2}$ passant par $20 \cdot \log(K) = 69,1 \text{ dB}$,
- Une branche asymptotique de -20 dB/decade pour $\frac{1}{\tau_2} < \omega < \frac{1}{\tau_1}$,
- Une branche asymptotique de -40 dB/decade pour $\omega > \frac{1}{\tau_1}$.

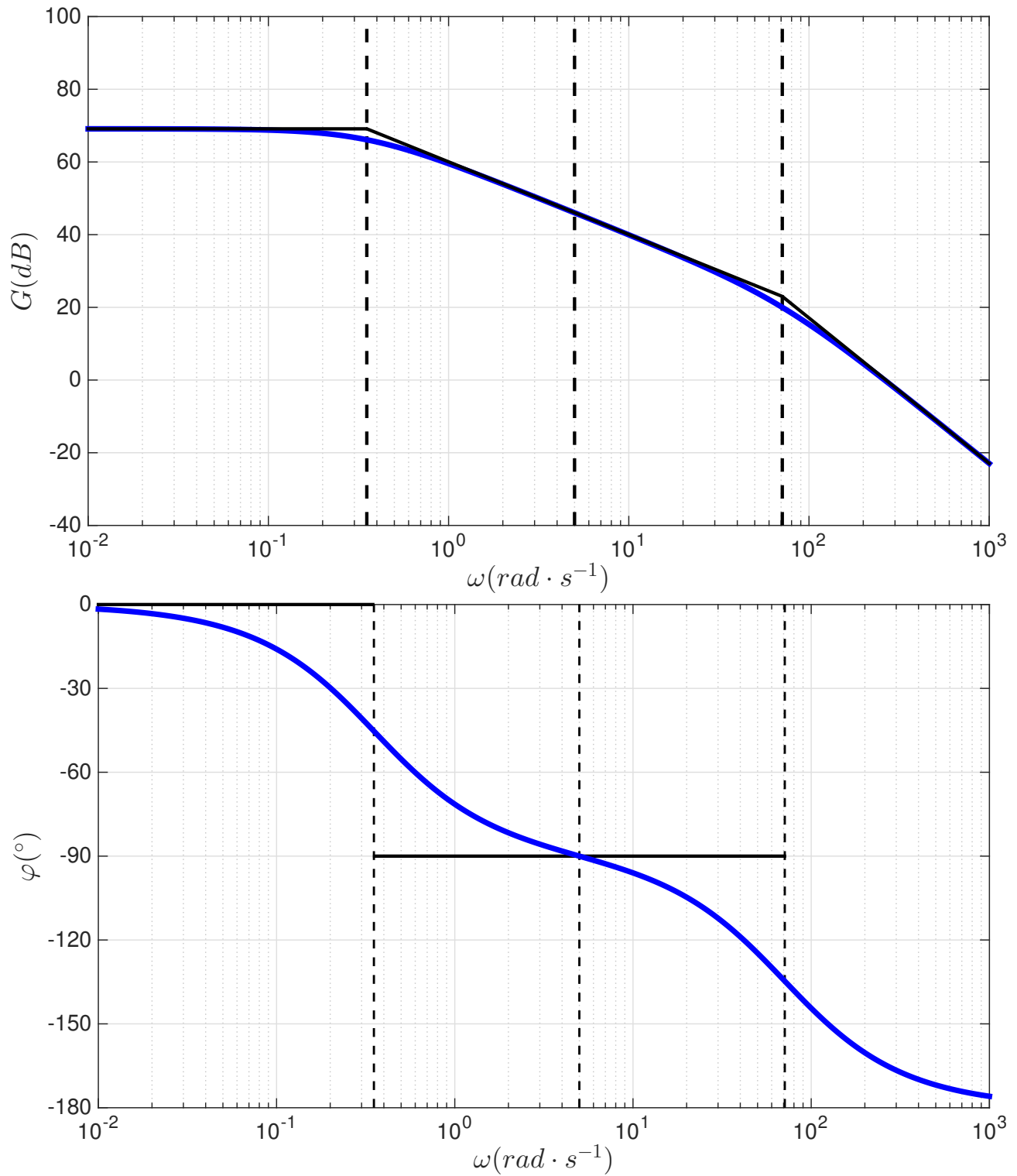


FIGURE 13