

INTRODUCTION A LA MECANIQUE QUANTIQUE

La mécanique quantique a été élaborée dans la première moitié du XX^{ème} siècle par de nombreux physiciens dont N. Bohr, L. de Broglie, P. Dirac, A. Einstein, W.K. Heisenberg, M. Planck et E. Schrödinger. A cette époque deux théories coexistent : la mécanique classique de Newton (1687) et l'électromagnétisme de Maxwell (1864). Une nouvelle théorie est nécessaire pour décrire la matière à l'échelle atomique et au-dessous. Ses prédictions n'ont, à l'heure actuelle, jamais été remises en cause. Elles sont à l'origine de nombreuses réalisations d'inventions comme le laser, le microprocesseur... Les phénomènes quantiques sont difficiles à appréhender, ils font partis du monde microscopique très différent du monde macroscopique dans lequel nous évoluons. Des expériences mettent en évidence des propriétés ondulatoires et d'autres des propriétés corpusculaires d'une même entité : dualité onde-particule sont à l'origine de cette mécanique.

I. Dualité onde-particule de la lumière

- Attribuer un caractère ondulatoire à la lumière permet d'interpréter l'ensemble des phénomènes de diffraction (Fresnel 1818) et d'interférence entre deux ou plusieurs ondes (Young début XIX^e), comme étudié précédemment.

La lumière est considérée comme une onde électromagnétique : propagation de \vec{E} , \vec{B} .
On assimile alors, en chaque point M, la lumière à une vibration scalaire du type :

$$S(M, t) = a_0(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

- L'étude de certains phénomènes comme l'effet photoélectrique (Hertz 1887), entre autre, a conduit Einstein, en 1905, à introduire la notion de photon : « particule de lumière ».
- La mécanique quantique est la branche de la physique qui étudie les interactions fondamentales de la matière à l'échelle atomique et subatomique en attribuant une dualité onde-particule aux éléments en interaction. Ainsi, la mécanique quantique utilise une description ondulatoire pour déplacer les éléments en interaction à l'aide de propagations ondulatoires respectant les règles de diffraction et d'interférence et une description corpusculaire lorsqu'une mesure est effectuée respectant les lois de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.

II. Le photon

II.1. Quanta d'énergie

Un corps chauffé émet un rayonnement électromagnétique dans le domaine de l'infrarouge. En 1900, pour réussir à expliquer ce phénomène, Max Planck utilisa l'hypothèse que l'énergie s'échange entre la matière et le rayonnement par « grains d'énergie », le quantum d'énergie, chaque grain possédant l'énergie : $E = h\nu$

où ν est la fréquence du rayonnement et h une constante.

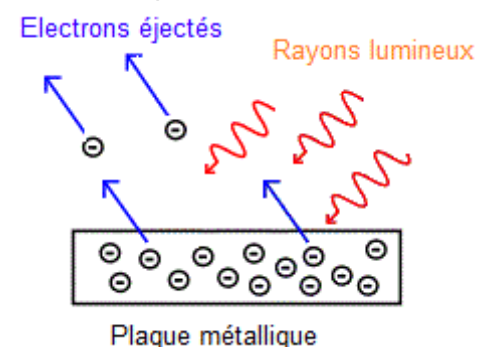
Cette constante est l'une des constantes fondamentales de la physique. Sa valeur actuellement admise est : $h = 6,636176 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$.

II.2. L'effet photoélectrique

En 1886, le physicien allemand Heinrich Rudolf Hertz montra expérimentalement qu'un matériau métallique exposé à la lumière pouvait émettre des électrons. Cette découverte fut baptisée au nom de l'effet photoélectrique. Malheureusement, Hertz ne fut pas en mesure d'expliquer théoriquement ce phénomène, car certaines caractéristiques de cet effet ne fonctionnaient pas avec la théorie classique de l'électromagnétisme de l'époque. (animation effet photoélectrique)

Les expériences ont montrées que :

- Si les rayons lumineux monochromatiques n'ont pas une fréquence suffisante les électrons ne sont pas éjectés même si la puissance du faisceau lumineux est grande.



- Si les rayons lumineux monochromatiques ont une fréquence suffisante des électrons sont éjectés même si la puissance du faisceau lumineux est faible.
- Le nombre d'électrons éjectés augmente avec la puissance du faisceau lumineux.

Conclusion : La fréquence du rayon lumineux est un paramètre très important dans l'explication théorique de l'effet photoélectrique.

En 1905, Albert Einstein proposa une interprétation théorique de l'effet photoélectrique en reprenant l'idée de Planck. Il supposa que le rayonnement lui-même est constitué de « quanta de lumière », sortes de grains de lumière contenant l'énergie $E = h\nu$. (Il fut récompensé du prix Nobel de physique en 1921 pour ses travaux)

→ Lorsqu'une structure est exposée à la lumière, elle est exposée à un torrent de photons. Ceux-ci entrent en collision avec les électrons et peuvent être absorbés. S'il y a absorption, l'énergie cinétique de l'électron sera augmentée d'un facteur $h\nu$ (énergie du photon).

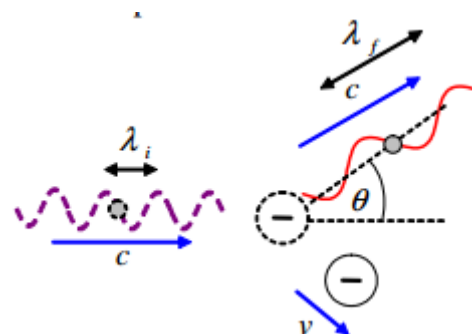
→ Pour que l'électron puisse être éjecté, il doit avoir suffisamment d'énergie pour quitter la structure. Cette énergie porte le nom de « travail d'extraction » W .

On a donc la condition $E = h\nu > W$

La théorie d'Einstein explique ainsi l'existence de la fréquence seuil. De plus elle prédit que l'énergie cinétique maximale emportée par l'électron est : $E_{c,max} = E - W = h(\nu - \nu_s)$.

Par la suite la diffusion Compton découverte par Arthur Compton en 1922 confirmât définitivement l'existence des photons.

Cette expérience met en lien le transfert d'énergie d'un photon lorsqu'il entre en collision avec un électron libre (ou très faiblement lié à un atome). La perte d'énergie se résulte en une augmentation de la longueur d'onde du photon (diminution de la fréquence).



II.3. Caractéristiques du photon

Le photon permet de décrire le caractère corpusculaire de la lumière

Il a les caractéristiques suivantes :

- sa masse est nulle
- il se déplace à la vitesse de la lumière $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s

Associé à une onde lumineuse de fréquence ν , de longueur d'onde λ et se propageant dans la direction \vec{u} , le photon possède alors

- l'énergie $E = h\nu = hc/\lambda$ (relation de Planck Einstein)
- la quantité de mouvement $\vec{p} = \frac{E}{c}\vec{u} = \frac{h\nu}{c}\vec{u} = \frac{h}{\lambda}\vec{u}$

Remarque

Ordre de grandeur de l'énergie d'un photon : $h \approx 10^{-33}$ J.s, $\lambda \approx 10^{-9}$ m, $c \approx 10^8$ m/s $\Rightarrow E \approx 10^{-16}$ J

Le joule n'est donc pas une unité adaptée.

On utilise l'électron volt « eV » : $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}$ J.

Quelques résultats

Rayonnement	λ (m)	ν (Hz)	E(eV)
Rayon gamme	$< 2 \cdot 10^{-11}$	$> 1,5 \cdot 10^{19}$	$> 60 \cdot 10^3$
Rayon X	$2 \cdot 10^{-11}$ à $1 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{16}$ à $1,5 \cdot 10^{19}$	125 à $60 \cdot 10^3$
Ultra-violets	$1 \cdot 10^{-8}$ à $4 \cdot 10^{-7}$	$7,5 \cdot 10^{14}$ à $3 \cdot 10^{16}$	3 à 125
Visible	$4 \cdot 10^{-7}$ à $7,5 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{14}$ à $7,5 \cdot 10^{14}$	1,5 à 3
Infrarouges	$7,5 \cdot 10^{-7}$ à $3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{12}$ à $4 \cdot 10^{14}$	$4 \cdot 10^{-3}$ à 1,5
Ondes hertziennes	$> 3 \cdot 10^{-4}$	$< 1 \cdot 10^{12}$	$< 4 \cdot 10^{-3}$

II.4. Optique géométrique

La question est alors pourquoi le caractère granulaire de la lumière n'est pas détecté lors des manipulations d'optique géométrique.

Calculons le nombre de photons émis à chaque seconde par un laser de longueur d'onde $\lambda = 633 \text{ nm}$ (He-Ne) de puissance $P = 1.0 \text{ mW}$.

L'énergie lumineuse délivrée par le laser par seconde : $E_{\text{laser}} = P \cdot \Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ J}$

L'énergie d'un photon : $E_{\text{photon}} = \frac{hc}{\lambda} = 3.1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Nombre de photons émis : $N = E_{\text{laser}}/E_{\text{photon}} \approx 3.2 \cdot 10^{15}$

Ainsi le nombre élevé de photons ne permet pas de les appréhender lors d'une telle expérience.

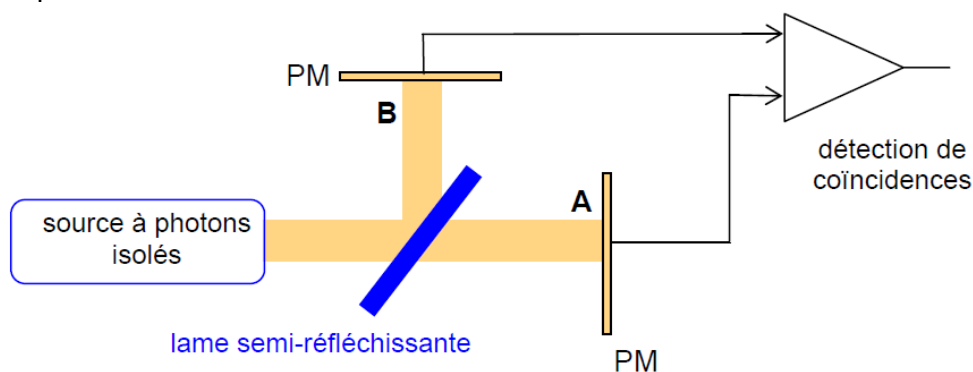
On pourrait diminuer la puissance du laser pour espérer « voir le photon » mais l'aspect aléatoire du phénomène ne permet pas une telle observation.

On sait cependant produire des photons un à un avec des systèmes beaucoup plus élaborés appelés **sources de photons uniques**. Avec de telles sources on réalise des expériences qui illustrent remarquablement le double aspect, corpusculaire et ondulatoire, de la lumière.

II.5. Quelques expériences avec un ou des photons

II.5.1. La lame semi réfléchissante

L'expérience décrite ci-dessous a été mise en œuvre en 1977 par H. Kimble, M. Dagenais et L. Mandel. Elle utilise une lame semi-réfléchissante et une source à « photons uniques » qui envoie un très faible flux de photons isolés.



PM : photomultiplicateur

La lame semi-réfléchissante est un dispositif optique qui divise un faisceau lumineux incident en un faisceau lumineux réfléchi et un faisceau lumineux transmis d'égales puissances.

Un photomultiplicateur (PM) transforme de l'énergie lumineuse en signal électrique. Un circuit électronique compte les coïncidences, c'est-à-dire qu'il compte les événements où les deux photomultiplicateurs délivrent simultanément un signal.

On constate que :

- Les détecteurs associés au PM fournissent des signaux constitués de pics de durée très brève à des instants aléatoires,
- L'expérience a montré qu'il n'y avait aucune coïncidence,

Le premier constat fait penser à l'arrivée de photons successifs qui n'est pas incompatible avec l'aspect ondulatoire de la lumière : en effet, l'onde pourrait être une suite d'impulsions très courtes arrivant aléatoirement. Mais alors, les pics devraient être détectés simultanément sur les deux trajets, ce qui n'est pas le cas d'après la deuxième observation.

En conclusion, l'expérience montre sans équivoque une manifestation corpusculaire de la lumière. De plus, d'après la première observation, les photons sont aléatoirement réfléchis ou transmis.

La lame semi-réfléchissante partage le faisceau incident en deux faisceaux transportant la même puissance, ce qui fait qu'en terme de probabilité

$$Prob(\text{réflexion}) = 1/2 \quad \text{et} \quad Prob(\text{transmission}) = 1/2$$

II.5.2. Franges d'interférences et photons

• Rappel sur les interférences

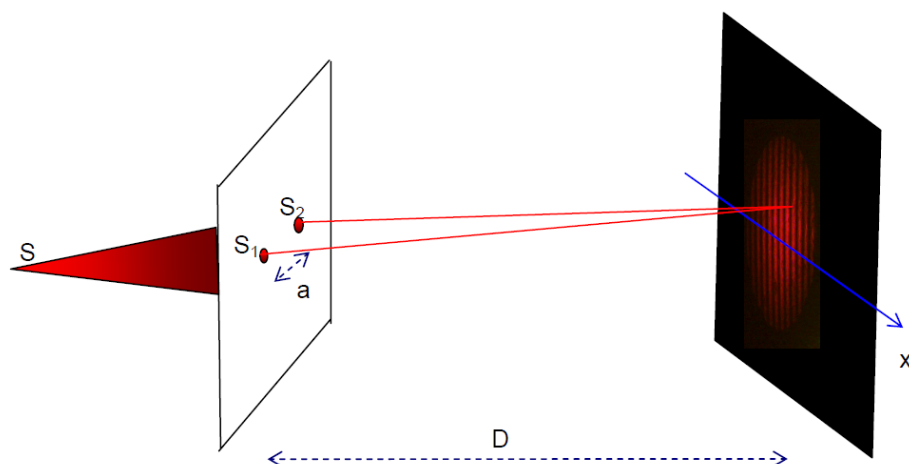
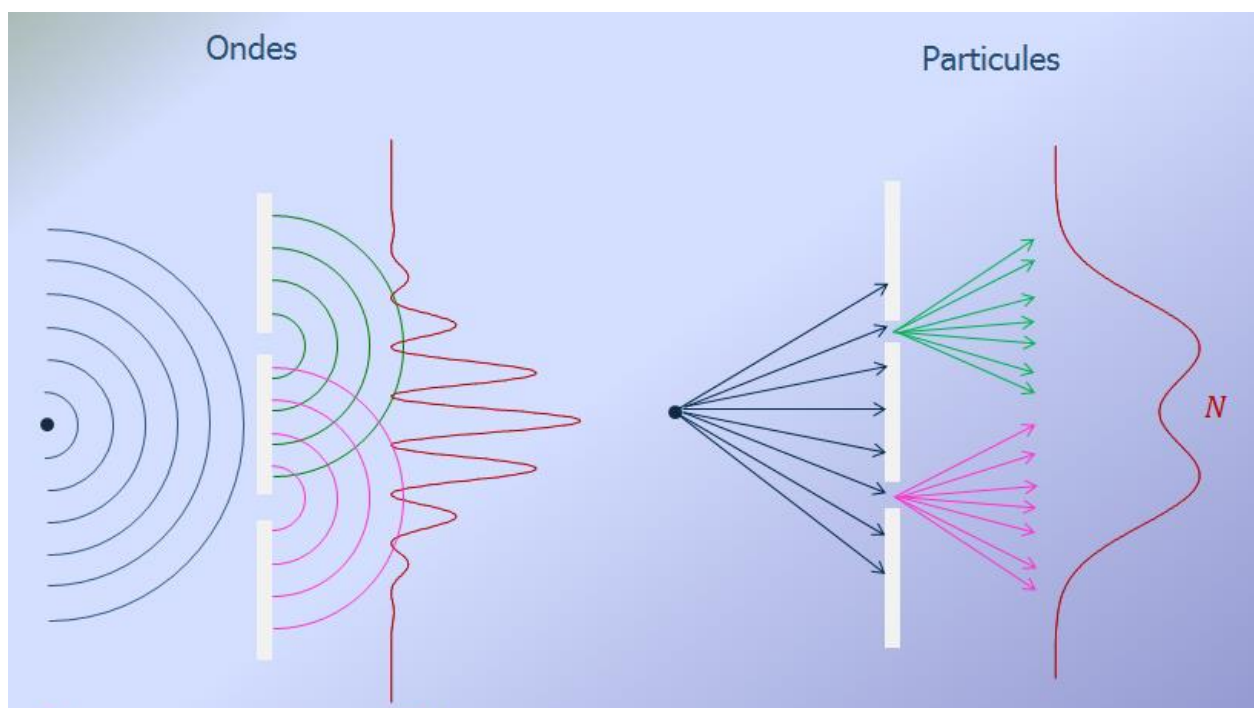


Figure d'interférences avec deux trous d'Young⁴ : l'interfrange est donnée par $\frac{\lambda D}{a}$

Lorsque des ondes périodiques progressives produites par **2 sources synchrones** se superposent dans un milieu, des **interférences sont produites**. Des **zones d'amplitudes minimale et maximale** apparaissent

L'interférence est un phénomène qui résulte de la superposition de deux ondes de même nature. Pour obtenir un phénomène stationnaire, il faut que les sources émettrices soient cohérentes.

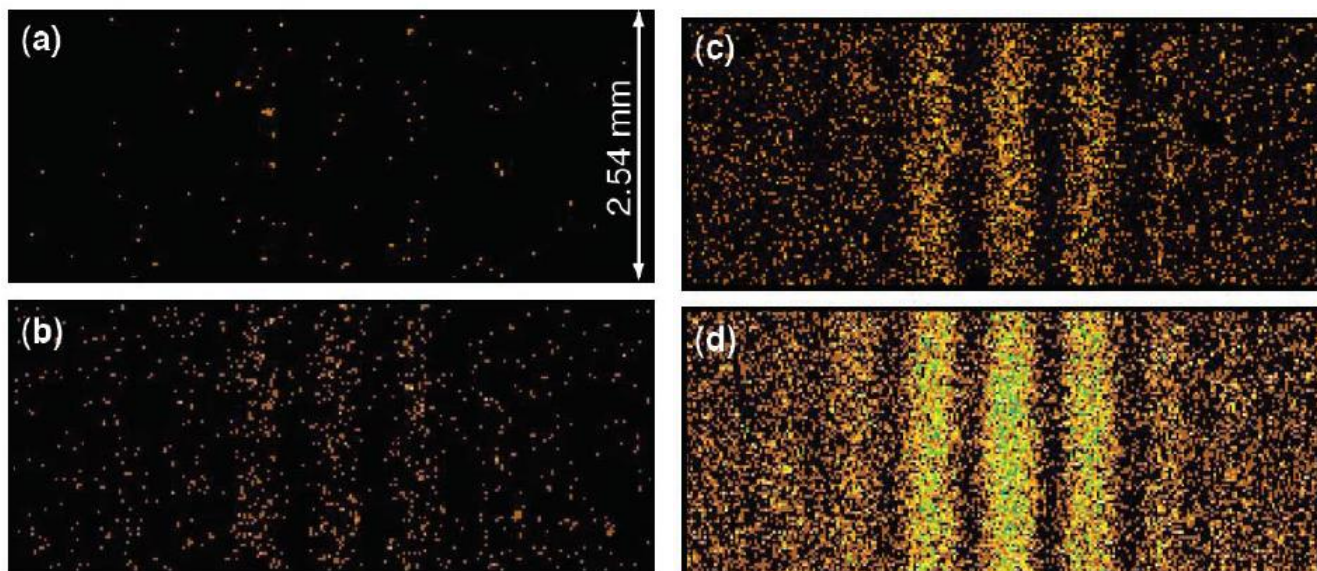


• Figure d'interférences photon par photon

La source : Il s'agit d'une source à photon unique.

Le détecteur : il est constitué par d'une caméra CCD intensifiée refroidie à -25°C permettant d'observer la figure d'interférence. La caméra fonctionne en mode de comptage de photons, elle est équipée d'un oculaire de grandissement, la taille d'un pixel étant de l'ordre de $25 \mu\text{m}$.

Résultats :



Observation de la construction des franges d'interférence photon par photon au moyen de la caméra CCD intensifiée. Les images (a), (b), (c) et (d) correspondent respectivement à l'accumulation de 10, 100, 500 et 2000 clichés, chacun des clichés étant associé à un temps d'ouverture de 1s de la caméra. Le nombre de photons détecté par cliché est en moyenne égal à 10.

Les impacts des photons se répartissent inégalement sur l'écran, dessinant, au fur et à mesure que le nombre de photons augmente, les franges d'interférences prédites par la théorie des interférences de deux ondes lumineuses.

(vidéo udppc)

III. Dualité onde-particule de la matière

III.1. La relation de Louis De Broglie

Nous venons de mettre en évidence le double aspect ondulatoire et corpusculaire de la lumière et plus généralement de tout rayonnement électromagnétique.

- En 1924, Louis de Broglie associe à toute particule matérielle un comportement ondulatoire. Ainsi à une particule de masse m et de vitesse v , on associe une onde de longueur d'onde λ donnée par la relation de de Broglie :

$$\lambda = h/p$$

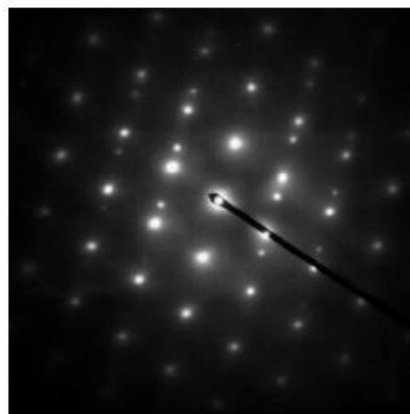
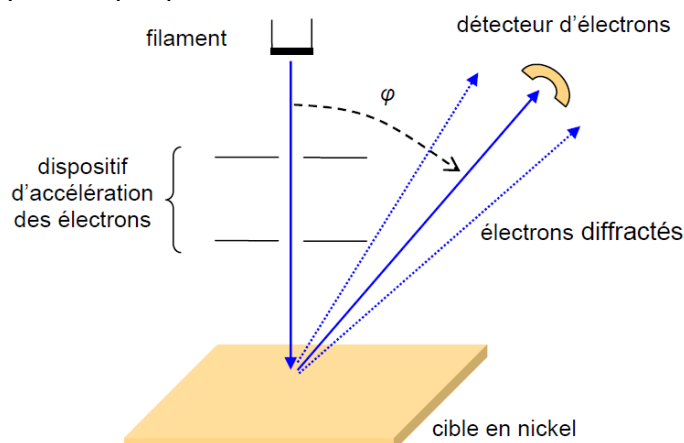
Où p est la quantité de mouvement (ou impulsion) de la particule et h la constante de Planck.

On donne $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

- Remarque cette relation est analogue à celle trouvée pour le photon au chapitre 2.3.
- Dans le cadre de la mécanique classique $p = mv$.
- Pour fixer d'emblée des ordres de grandeur
 - On peut donner la longueur d'onde de de Broglie associée à grain de poussière de masse 10^{-15} kg , de diamètre $1 \mu\text{m}$ et de vitesse 1 mm/s . On trouve une longueur d'onde de $6,6 \cdot 10^{-16} \text{ m}$, ce qui est négligeable à l'échelle de la taille du grain de poussière. Cela suggère qu'un comportement ondulatoire sera très difficile à mettre évidence pour un objet de taille macroscopique.
 - Si l'on considère cette fois un neutron thermique, comme il y en a dans certains réacteurs de centrales nucléaires, de masse $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et de vitesse donnée par la relation : $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$ avec $T = 300 \text{ K}$, et la constante $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-2} \text{ K}^{-1}$ alors la longueur d'onde de De Broglie vaut : $1,4 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Elle est l'ordre de grandeur de la distance entre deux atomes ou deux ions dans un réseau cristallin. On peut donc prévoir que le caractère ondulatoire d'un neutron thermique sera révélé lorsqu'il interagira avec un réseau cristallin.

- Première vérification expérimentale

La première preuve expérimentale directe du comportement ondulatoire de la matière est apportée par Davisson et Germer en 1927. L'expérience consiste à faire diffracter un faisceau d'électrons sur un cristal de Nickel. La figure ci-après montre très sommairement le principe de l'expérience où les électrons produits par le filament sont accélérés puis rencontrent une cible en Nickel qui les renvoie. La diffraction est un phénomène caractéristique des ondes. Si un faisceau d'électrons est diffracté, c'est la preuve qu'il possède un caractère ondulatoire.



III.2. Interférences de particules

Selon l'hypothèse de de Broglie, toutes les particules peuvent être caractérisées par une longueur d'onde. Ainsi, un faisceau d'électron doit subir un phénomène d'interférence comme l'a démontré l'expérience de Young.

- Dans cette expérience, il y avait interférence si l'ouverture des fentes a était de taille comparable à la longueur d'onde λ . Voici le résultat de l'expérience de Young avec un faisceau d'électron où les points noirs sur l'écran représentent des endroits où un électron a été capté :

Propriété ondulatoire non présente	Propriété ondulatoire présente
<p>$a \gg \lambda$</p> <p>Les électrons se comportent individuellement comme des objets ponctuels (sans diffraction) ayant la possibilité de passer par la fente de gauche ou celle de droite.</p>	<p>$a \leq \lambda$</p> <p>Les électrons se comportent ensemble comme une onde diffractée en deux sources cohérentes effectuant de l'interférence ce qui produit un patron d'interférence de Young.</p>

Bien que cette expérience démontre qu'un faisceau d'électron se comporte comme une onde, elle ne démontre pas qu'un électron individuel se comporte comme une onde.

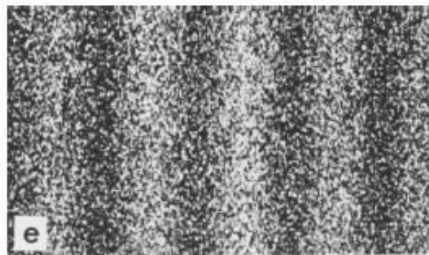
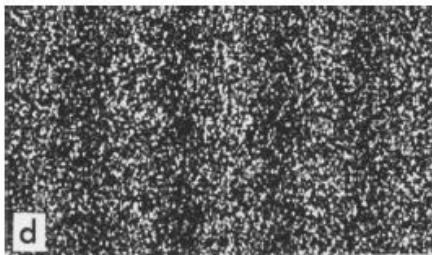
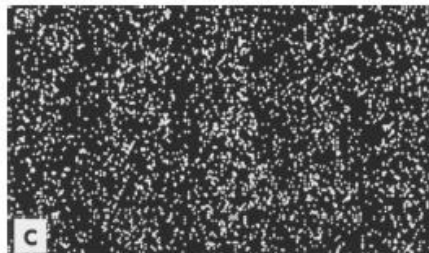
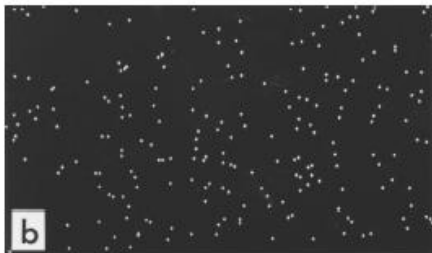
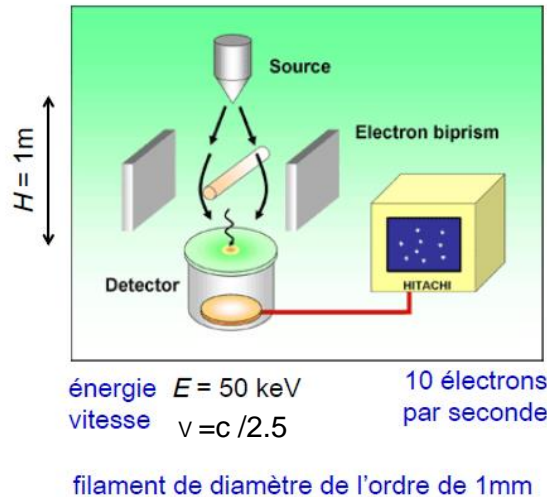
- Soit les résultats d'une expérience d'interférences d'électrons, analogue à celle des fentes d'Young, réalisée en 1989 par les chercheurs japonais A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki et H. Ezawa. Après leur passage à travers les fentes, les électrons arrivent sur un film fluorescent jouant le rôle d'« écran ».

Chaque électron détecté par le film provoque l'émission d'environ 500 photons, collectés par un dispositif d'imagerie. Sur le document chaque point lumineux témoigne de l'arrivée d'un électron. Dans cette expérience les électrons arrivent un à un sur le détecteur.

Le flux d'électrons à travers l'appareil est maintenu à une valeur très faible, de l'ordre de 10^3 électrons par seconde soit un électron toutes les 10^{-3} s.

Ils ont une énergie cinétique moyenne de 50 keV, donc une vitesse (relativiste) de $1.2 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Ainsi la distance entre deux électrons consécutifs serait de l'ordre de $d = 1,25 \cdot 10^8 \times 1 \cdot 10^{-3} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ m}$. Soit 125 km soit bien plus que la taille de l'appareil. Il y a donc un seul électron à la fois dans l'appareil.



Construction progressive d'une figure d'interférences d'électrons.

Chaque point lumineux correspond à l'arrivée d'un électron.

Nombres d'électrons respectifs sur les images (b), (c), (d) et (e) : 100, 3000, 20000 et 70000.

III.3. Fonction d'onde et probabilité

III.3.1. Mise en évidence

Soit un point de l'écran M.

Un électron détecté en M est passé soit par la fente F_1 soit de la fente F_2 .

En mécanique quantique on ne peut savoir de façon claire si la particule sera ou non détectée en M. On introduit une notion de probabilité :

$P(M)$ = Probabilité de détecter la particule en M

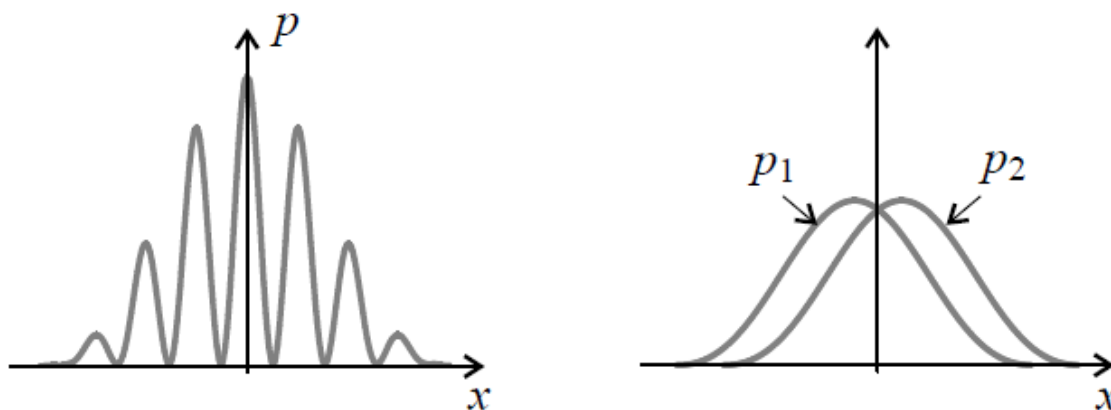
L'expérience peut être considérée comme la superposition des deux situations suivantes :

→ Situation 1 : il n'y a que la fente F_1 ouverte, on note $P_1(M)$ la probabilité de détecter en M la particule dans ce cas.

→ Situation 2 : il n'y a que la fente F_2 ouverte, on note $P_2(M)$ la probabilité de détecter en M la particule dans ce cas.

Des expériences comme celles présentées au 3.2. permettent, par le comptage des particules arrivant sur le détecteur, de déterminer les probabilités $p(M)$, $p_1(M)$ et $p_2(M)$

Les allures des courbes donnant $p(M)$, $p_1(M)$ et $p_2(M)$ en fonction de la coordonnée x selon un axe perpendiculaire aux fentes sont représentées ci-après



Il est visible que contrairement à ce que l'on pourrait attendre dans un modèle de particules classiques que $p(M) \neq p_1(M) + p_2(M)$.

Ce résultat paradoxal s'interprète par l'*interférence* entre les deux ondes associées à la particule dans les situations 1 et 2.

III.3.2. Notion de fonction d'onde

- D'après ce qui précède la mécanique classique ne nous permet pas de décrire le comportement de l'électron ou tout autre particule sous son aspect corpusculaire ou ondulatoire. Au concept classique de trajectoire (position et vitesse de la particule) on substitue, en mécanique quantique celui d'état quantique dépendant du temps.

- L'idée de base de la mécanique quantique consiste à garder la notion de particule, mais en lui associant une fonction d'onde qui la caractérise pour décrire son comportement.

La fonction d'onde est une fonction mathématique notée $\Phi(x,y,z,t)$ caractérisant le comportement de l'électron en un point $M(x,y,z)$ à l'instant t . Elle peut être réelle ou complexe.

Elle permet en particulier de calculer l'énergie de l'électron et sa probabilité de présence dans une région donnée de l'espace. La mécanique quantique s'appuie donc sur le fait que l'électron n'est pas sur une orbite circulaire autour du noyau comme le suggérait Bohr, mais il peut occuper tout l'espace.

- Probabilité de présence de l'électron.

Soit $d\tau = dx.dy.dz$ un élément de volume entourant un point $M(x, y, z)$ de l'espace à l'instant t . La probabilité de trouver l'électron à cet instant dans $d\tau$ est donnée par dP tel que :

$$dP = D(x, y, z, t) d\tau$$

Avec $D(x, y, z, t)$ la densité de probabilité de présence de l'électron en $M(x, y, z)$ à l'instant t . Elle se calcule à partir de $\Phi(x,y,z,t)$, on montre que si la fonction d'onde est réelle alors

$$D(x, y, z, t) = |\Phi(x,y,z,t)|^2$$

La probabilité de trouver l'électron dans un volume V se calcule en intégrant dP sur le volume :

$$P(V) = \int_V dP = \int_V |\Phi|^2 d\tau$$

Si on étend l'étude à tout l'espace on est alors sûr de trouver l'électron on a alors :

$$\int_{\text{espace}} dP = \int_{\text{espace}} |\Phi|^2 d\tau = 1$$

- Interprétation de l'expérience des fentes d'Young

Soit $\Phi_1(M,t)$ la fonction d'onde de la particule associée à la situation 1.

Soit $\Phi_2(M,t)$ la fonction d'onde de la particule associée à la situation 2.

L'expérience des fentes d'Young est la superposition des deux situations, ainsi la fonction d'onde associée est $\Phi(M,t) = \Phi_1(M,t) + \Phi_2(M,t)$.

Comme on l'a signalé la probabilité de détecter la particule au point M est proportionnelle au module au carré de la fonction d'onde :

$$\begin{aligned} |\Phi(M,t)|^2 &= (\Phi_1 + \Phi_2) \times (\Phi_1^* + \Phi_2^*) \\ &= \Phi_1 \Phi_1^* + \Phi_2 \Phi_2^* + \Phi_1 \Phi_2^* + \Phi_1^* \Phi_2 \\ &= |\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2 + \underbrace{\Phi_1 \Phi_2^* + \Phi_1^* \Phi_2}_{\text{terme d'interférences}} \end{aligned}$$

On retrouve bien $|\Phi(M,t)|^2 \neq |\Phi_1|^2 + |\Phi_2|^2$ soit $p(M) \neq p_1(M) + p_2(M)$

Cette différence est due au terme d'interférence.

IV. Quantification de l'énergie d'une particule confinée

IV.1. Notion de quantification, équation de Schrödinger

- Un des résultats les plus remarquables de la mécanique quantique est la quantification de certaines grandeurs physiques.

Une grandeur physique est quantifiée lorsqu'elle ne peut prendre qu'une suite de valeurs discrètes. On parle de quantification.

- Lorsqu'une particule subit des interactions on ne peut plus utiliser la deuxième loi de Newton pour faire le lien de cause à effet. La mécanique classique ne peut être utile pour décrire la mécanique quantique. L'équation de Schrödinger, conçue par le physicien Erwin Schrödinger en 1925, est une équation fondamentale en mécanique quantique. Elle décrit l'évolution dans le temps d'une particule massive non relativiste, et remplit ainsi le même rôle que la deuxième loi de Newton en mécanique classique.

Elle se résume par $H(\Phi) = E\Phi$

Où H est l'hamiltonien opérateur qui rend compte de l'énergie cinétique et potentielle de la particule dans les conditions du problème

Φ La fonction d'onde de la particule

E l'énergie de la particule

IV.2. Particule dans un puits de potentiel infini

Le puits infini à une dimension est le nom donné au modèle théorique d'énergie potentielle suivant :

$$E_p(x) = \begin{cases} \infty & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } 0 < x < L \\ \infty & \text{si } x > L \end{cases}$$

- Mise en équation :

Dans le cas de cet exercice l'équation de Schrödinger s'écrit :

$$H(\Phi(x)) = \left(-\frac{\hbar^2}{8\pi^2m} \right) \frac{d^2\Phi(x)}{dx^2} = E\Phi(x)$$

$$\text{Soit } \frac{d^2\Phi(x)}{dx^2} + k^2\Phi(x) = 0 \text{ avec } k^2 = \frac{8\pi^2E}{\hbar^2}m$$

- Solutions

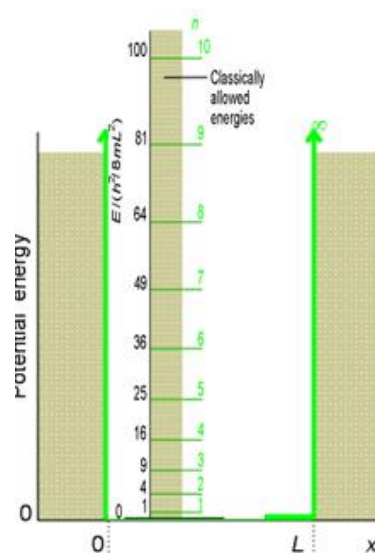
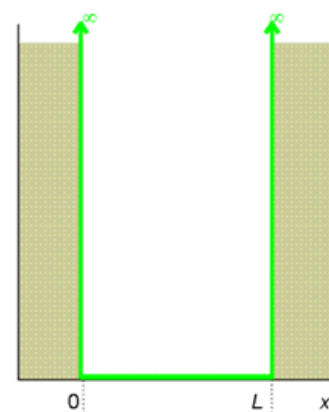
Les solutions sont de la forme $\Phi(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx)$.

Les conditions aux limites imposent :

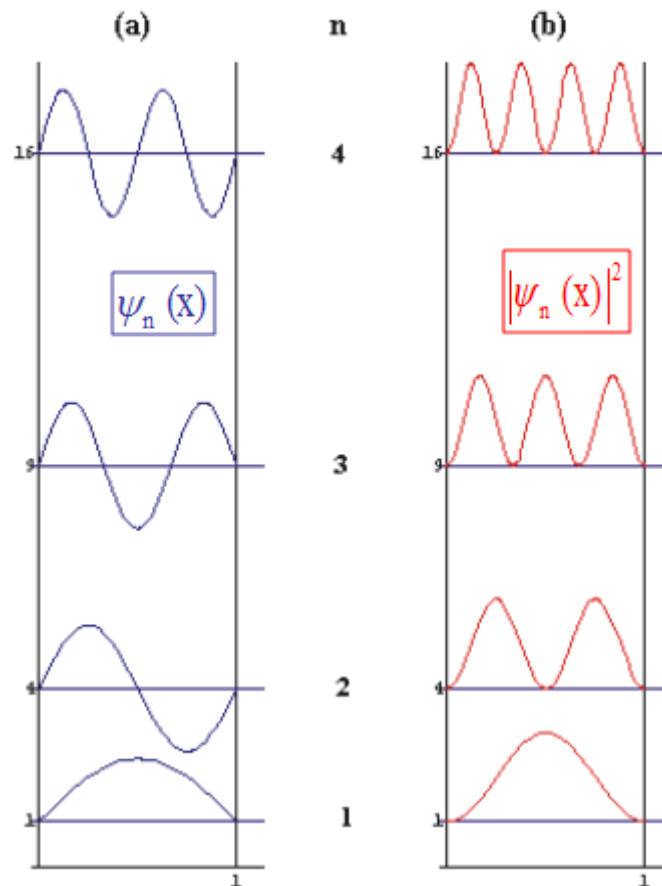
$\Phi(x=0) = \Phi(x=L) = 0$, d'où $\Phi = \sqrt{2/L} \sin(kx)$ avec $k = n\pi/L$ ($n \geq 0$ et n entier)

$$\text{Et } E_n = \frac{n^2\hbar^2}{8mL^2}$$

L'énergie de la particule dans un puits de potentielle est quantifiée.



- Allure des solutions



IV.3. Analogie avec les modes propres d'une corde vibrante

- Longueur d'onde

L'onde associée à la particule dans le puits de potentiel est limitée à l'intervalle $0 < x < L$.

Dans les chapitres sur les propagations des ondes on a montré qu'une telle onde était nécessairement stationnaire.

D'autre part, la probabilité de détecter la particule en un point est proportionnelle au carré de l'amplitude de la fonction d'onde en ce point. On sait que cette probabilité est nulle pour $x < 0$ et pour $x > L$. Par continuité, elle est aussi nulle pour $x = 0$ et pour $x = L$. Ainsi l'amplitude de l'onde associée à la particule s'annule en $x = 0$ et $x = L$, elle présente un nœud de vibration en ces points.

Lors de l'étude sur les ondes stationnaire on a montré que la distance entre deux nœuds de vibrations consécutifs correspondait à la moitié de la longueur d'onde. On en déduit donc que la largeur du puits de potentiel est nécessairement un multiple entier de la demi longueur d'onde :

Soit $L = n \lambda / 2$

On peut donc en déduire la longueur d'onde de Louis De Broglie associée à la particule $\lambda = 2L/n$

- Energie mécanique

L'énergie mécanique de la particule correspond à de l'énergie cinétique puisque dans le puits son énergie potentielle est nulle

$$E = E_c = \frac{p^2}{2m}$$

$$\text{Or par la relation de Louis De Broglie } p = \frac{h}{\lambda} = \frac{nh}{2L}$$

$$\text{D'où } E = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

On retrouve le même résultat.

<u>I. Dualité onde-particule de la lumière</u>	<u>1</u>
<u>II. Le photon</u>	<u>1</u>
<u>II.1. Quanta d'énergie</u>	<u>1</u>
<u>II.2. L'effet photoélectrique</u>	<u>1</u>
<u>II.3. Caractéristiques du photon</u>	<u>2</u>
<u>II.4. Optique géométrique</u>	<u>3</u>
<u>II.5. Quelques expériences avec un ou des photons</u>	<u>3</u>
II.5.1. La lame semi réfléchissante	3
II.5.2. Franges d'interférences et photons	4
<u>III. Dualité onde-particule de la matière</u>	<u>5</u>
<u>III.1. La relation de Louis De Broglie</u>	<u>5</u>
<u>III.2. Interférences de particules</u>	<u>6</u>
<u>III.3. Fonction d'onde et probabilité</u>	<u>7</u>
III.3.1. Mise en évidence	7
III.3.2. Notion de fonction d'onde.....	8
<u>IV. Quantification de l'énergie d'une particule confinée</u>	<u>9</u>
<u>IV.1. Notion de quantification, équation de Schrödinger</u>	<u>9</u>
<u>IV.2. Particule dans un puits de potentiel infini</u>	<u>9</u>
<u>IV.3. Analogie avec les modes propres d'une corde vibrante</u>	<u>10</u>