

DS n°8 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Analyse asymptotique

Soit $g : x \mapsto \sqrt[3]{x^2(x-1)}$. Alors, en $-\infty$, le graphe de g est asymptote à la droite d'équation

(1)

et il se trouve

de cette asymptote.

(2)

Déterminer les DL suivants ($DL_n(a)$ pour à l'ordre n et au voisinage du point a .)

$DL_6(0)$ de $\sin(\sin(x))$:

(3)

$DL_4(0)$ de $\cos(x)^x$:

(4)

$DL_2(1)$ de $\frac{1+x-x^3}{2+x^2}$:

(5)

Algèbre linéaire

On se place dans $\mathbb{R}_2[X]$. Déterminer une base de $F = \{ P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P(1) = P(-1) \}$.

(6)

Un supplémentaire de F dans $\mathbb{R}_2[X]$ est

(7)

On considère l'endomorphisme de \mathbb{R}^3 $\varphi : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3x & +5y & +z \\ -2x & +y & +8z \\ x & -y & -5z \end{pmatrix}$.

Donner une représentation cartésienne de chacun des sev de \mathbb{R}^3 suivants.

$$\text{Ker}(\varphi) : \boxed{\phantom{\text{Ker}(\varphi) : \quad \quad \quad}} \quad (8)$$

$$\text{Im}(\varphi) : \boxed{\phantom{\text{Im}(\varphi) : \quad \quad \quad}} \quad (9)$$

Donner une base de chacun des sev de \mathbb{R}^3 suivants.

$$\text{Ker}(\varphi) : \boxed{\phantom{\text{Ker}(\varphi) : \quad \quad \quad}} \quad (10)$$

$$\text{Im}(\varphi) : \boxed{\phantom{\text{Im}(\varphi) : \quad \quad \quad}} \quad (11)$$

$$\text{Est-ce que } \mathbb{R}^3 = \text{Im}(\varphi) \oplus \text{Ker}(\varphi) \text{ (répondre OUI ou NON) : } \boxed{\phantom{\text{OUI ou NON}}} \quad (12)$$

Soit $s \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ la symétrie par rapport à $\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y = z \}$ et parallèlement à $\text{Vect}(0, 1, 1)$.
Alors

$$s : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \boxed{\phantom{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \quad \quad \quad}}. \quad (13)$$

Intégration

Calculer les intégrales suivantes.

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(x)}{\cos^4(x)} \, dx = \boxed{\phantom{\int_0^{\pi/4} \frac{\sin(x)}{\cos^4(x)} \, dx = \quad \quad \quad}} \quad (14)$$

$$\int_0^1 (2x^2 - x + 1)e^{2x+1} \, dx = \boxed{\phantom{\int_0^1 (2x^2 - x + 1)e^{2x+1} \, dx = \quad \quad \quad}} \quad (15)$$

$$\int_0^{1/2} \text{Arcsin}(x) \, dx = \boxed{\phantom{\int_0^{1/2} \text{Arcsin}(x) \, dx = \quad \quad \quad}} \quad (16)$$

$$\int_0^1 \frac{1}{3e^{-x} + e^x} \, dx = \boxed{\phantom{\int_0^1 \frac{1}{3e^{-x} + e^x} \, dx = \quad \quad \quad}} \quad (17)$$

— FIN —