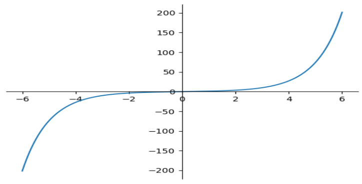
QCM n° 2

Échauffement n°1 Calculer $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{1/x}$ et $\lim\limits_{x\to 0} 2x\ln(x+\sqrt{x})$.

Échauffement n°2 Résoudre $\cos(x) \leqslant \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ sur $\mathbb{R}$.

Question n°1

- ☐ Pour tout réel x non nul, $\arctan x + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$
- ☐ Pour tout réel θ, $\cos(2\theta) = 2\cos^2(\theta) - 1 = 1 - 2\sin^2(\theta)$
- ☐ La fonction arcsin est dérivable sur $]-1,1[$ et $\forall t \in]-1,1[$, $\arcsin'(t) = \frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$.
- ☐ La courbe suivante est la courbe de la fonction ch :



Question n°2

- ☐ La fonction $x \longmapsto \dfrac{\ln(x)}{x}$ est la dérivée de $x \longmapsto \big(\ln x\big)^2$ sur $[1,+\infty[$.
- ☐ La fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{x}$ est la dérivée de $x \longmapsto \dfrac{-1}{x^2}$ sur $[1,+\infty[$.
- ☐ La fonction $x \longmapsto \dfrac{1}{x^3}$ a pour dérivée $x \longmapsto \dfrac{-1}{x^2}$ sur $]0,+\infty[$.
- ☐ La fonction $x \longmapsto \mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ admet comme primitive $x \longmapsto \dfrac{1}{x}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}$ sur $[1,+\infty[$.

Question n°3 Soit f une fonction continue sur $]a,b[$, strictement décroissante sur $]a,b[$.

- ☐ Alors d'après le théorème de la bijection, il existe un unique réel c de $]a,b[$ tel que $f(c) = c$.
- ☐ Alors d'après le théorème de la bijection, f est bijective de $]a,b[$ vers $]f(a),f(b)[$.
- ☐ Alors f est bijective et f^{-1} est continue et strictement décroissante.
- ☐ Alors f est dérivable sur $]a,b[$ et $\forall t \in]a,b[$, $f'(t) < 0$.

Question n°4 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ à valeurs dans $\mathbb{R}$. Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite de réels.

- ☐ Si f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, alors $\exists! x \in \mathbb{R} \setminus f(x) = 0$.
- ☐ Si f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et $1 \in]f(0),f(1)[$, alors $\exists! x \in \mathbb{R} \setminus f(x) = 1$.
- ☐ Si f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, et $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(x_n) < f\left(\frac{1}{n}\right)$ alors $\forall n \in \mathbb{N}^*, x_n < \frac{1}{n}$.
- ☐ Si f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f' > 0$ et $0 \in f(\mathbb{R})$, alors $\exists! x,\ f(x) = 0$.

Question n°5 Soit f une fonction définie et croissante sur $\mathbb{R}_+$

- ☐ Alors f est continue sur $\mathbb{R}_+$.

- ☐ Alors $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.
- ☐ Alors f' est positive sur $\mathbb{R}_+$.
- ☐ Alors $\forall x \in \mathbb{R}_+,\ f(x+1) \geqslant f(x)$.

Question n°6 Soit $a, b \in \mathbb{R}$ tels que $a < b$. Soit f une fonction continue et strictement décroissante sur $[a, b]$.

- ☐ f établit une bijection de $[a, b]$ dans $[f(a), f(b)]$.
- ☐ f admet une réciproque f^{-1}, et $f \circ f^{-1} = \mathrm{Id}_{[a,b]}$.
- ☐ il existe $y \in [f(b), f(a)]$ tel que pour tout $x \in [a, b]$, $f(x) = y$.
- ☐ le théorème de la bijection assure que pour tout $x \in [a, b]$, il existe $y \in [f(b), f(a)]$ tel que $f(x) = y$.
- ☐ il existe un unique $x \in [a, b]$ tel que $f(x) = y$.

Question n°7 Soit $a \in \mathbb{R}$.

- ☐ $\arcsin(\sin(a)) = a$
- ☐ $\arcsin(\sin(a)) = a\ [2\pi]$
- ☐ $\cos(\arccos(a)) = a$
- ☐ $\tan(\arctan(a)) = a$
- ☐ $\arctan(\tan(a)) = a\ [\pi]$
- ☐ Si $a \in [0, 1]$, $\sin(\arccos(a)) = \sqrt{1 - a^2}$.

Question n°8 Soit f une fonction décroissante définie sur un intervalle I. Alors

- ☐ $\forall x, y \in I,\ x \leqslant y \Rightarrow f(x) \leqslant f(y)$.
- ☐ $\forall x, y \in I,\ x < y \Rightarrow f(x) \geqslant f(y)$.
- ☐ $\forall x, y \in I,\ x < y \Rightarrow f(x) > f(y)$.
- ☐ $\forall x, y \in I,\ f(x) \geqslant f(y) \Rightarrow x < y$.
- ☐ $\forall x, y \in I,\ f(x) > f(y) \Rightarrow x < y$.
- ☐ $\forall x, y \in I,\ f(x) \geqslant f(y) \Rightarrow x \leqslant y$.
- ☐ $f' \leqslant 0$.

Question n°9 Soit A et B deux parties de $\mathbb{R}$ et f, g deux fonctions définies respectivement sur A et B et telles que $g \circ f$ existe.

- ☐ pour tout $x \in B$, $g(x) \in A$.
- ☐ pour tout $x \in A$, $g(x) \in B$.
- ☐ pour tout $x \in A$, $f(x) \in B$.
- ☐ $g \circ f = g(f(x))$.
- ☐ $g \circ f$ est la fonction telle que g a f pour variable.
- ☐ une composée de fonction est une fonction qui prend une fonction comme variable.

Question n°10

- ☐ pour tout $x \in [-1, 1]$, $\arccos(\cos(x)) = x$.
- ☐ pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\arccos(\cos(x)) = x$.
- ☐ pour tout $x \in [0, \pi]$, $\arccos(\cos(x)) = x$.
- ☐ pour tout $x \in [-1, 1]$, $\cos(\arccos(x)) = x$.
- ☐ pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(\arccos(x)) = x$.
- ☐ pour tout $x \in [0, \pi]$, $\cos(\arccos(x)) = x$.