

**Barème.**

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 34 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 104 points, ramené sur 15 points, +50%.

**Statistiques descriptives.**

Soit  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \min\left(\frac{1}{10} \lceil 10x \rceil ; 20\right)$ .

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	$c$	$p$	$\varphi\left(\frac{5c}{34} + 1, 5\frac{15p}{104}\right)$
Note maximale	31	63	16,8
Note minimale	8	13	4
Moyenne	$\approx 19,98$	$\approx 37,02$	$\approx 10,99$
Écart-type	$\approx 4,91$	$\approx 10,98$	$\approx 2,75$
Premier quartile	18	30	9,45
Médiane	21	37	10,9
Troisième quartile	22	42	12,4

**Remarques générales.**

- Certains utilisent encore le symbole  $\Leftrightarrow$  pour signifier une déduction. Je l'ai souvent sanctionné. Un exemple de franche maladresse : « Montrons que pour tout  $x > 0$ ,  $\ln(1+x) < x \Leftrightarrow \ln(1+x) - x < 0$  ». Il n'y a rien à démontrer : c'est évident. Une autre :  $A^2 - A = I_3 \Leftrightarrow A(A - I_3) = I_3 \Leftrightarrow (A - I_3)A = I_3$  est vraie. Pour autant, on n'a pas  $A^{-1} = A - I_3$ .
- La plupart d'entre vous présentent très correctement leur copie, c'est bien. Quelques étudiants récalcitrants ont été sanctionnés (j'indique  $n \rightarrow p$  pour indiquer que les  $n$  points de la question ont été diminués en  $p$  points).

Certains ont du mal à identifier la conclusion à encadrer.

- Il est important d'introduire correctement les variables utilisées. Le « avec » doit être proscrit.

- Tout au long du devoir, certains ont eu du mal à passer les écritures du rang  $n$  au rang  $n+1$ . Par exemple, la somme

$$\sum_{k=1}^{2n} \text{ se transforme en } \sum_{k=1}^{2n+2}, \text{ et non en } \sum_{k=1}^{2n+1}.$$

**I – Un exercice déjà vu**

- 2) En notant  $B$  le « candidat inverse » de  $A$ , il convient de vérifier  $AB = I_3$  et  $BA = I_3$ .

Il convient d'établir l'inversibilité de  $A$  avant d'écrire  $A^{-1}$ .

**II – La série harmonique**

- 1) On demande la réponse la plus précise possible, c'est-à-dire la monotonie stricte.

- 3) J'ai relevé beaucoup d'erreurs dans le passage de  $n$  à  $n+1$ .

Une erreur vue plusieurs fois : « la suite  $(H_n)$  est croissante, donc la suite  $(H_{n+1} - H_n)$  est croissante ». Fondamentalement, cela revient à soustraire des inégalités.

- 6) Certains essaient de raisonner par récurrence. Cela n'a aucun sens ici.

- 9) Beaucoup oublient que  $H_{m+1}$  n'est pas entier.

- 10) La plupart d'entre-vous définissent la fonction  $x \mapsto \ln(1+x) - x$  sur  $\mathbb{R}_+^*$  et non sur  $\mathbb{R}_+$ . C'est franchement maladroit. N'oubliez pas de justifier la dérivabilité des fonctions manipulées avant de dériver.

- 11) Vous pouviez procéder sans étude de fonction. Il suffisait d'observer que  $\ln(1+x) = -\ln(1/(1+x)) = -\ln(1-x/(x+1))$ , puis d'appliquer le résultat précédent en  $-x/(x+1)$ . Ce n'était pas possible si vous aviez mené l'étude sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

- 15) La limite  $\frac{\ln(n+1)}{\ln(n)} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$  était à justifier.
- 17) Un minorant est une constante !
- 19) Beaucoup d'erreurs de raisonnement ici : on vous demandait juste de trouver de tels  $a$  et  $b$ . Il suffisait donc de les exhiber et de justifier qu'ils convenaient. Les raisonnements du type «  $a(k+2) + b(k+1) = 1$  donc  $a = 1$  et  $b = -1$  » sont faux à  $k$  fixé et étaient donc à justifier attentivement.  
Les valeurs de  $a$  et de  $b$  à fournir ne devaient bien entendu pas dépendre de  $k$ .
- 21) Un point important est la gestion des deux variables  $m$  et  $n$ . Vous ne pouviez pas effectuer de récurrence sur deux indices ! Le plus simple était de fixer  $m$  et de faire une récurrence simple sur  $n$ .  
Lors de la phase d'initialisation, il convenait de discuter sur la valeur de  $m$ .

*Et vu qu'il me reste un peu de place, une once de culture...*

