Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 30 points, ramené sur 5 points, +40%.
- Problèmes : chaque question sur 4 points (exo de TD : 8 points), total sur 88 points (V1) ou 84 points (V2), ramené sur 15 points, +100% (V2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Pb V1	Pb V2	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(1,4\frac{5c}{30}+\frac{15p_1}{88}+2\frac{15p_2}{84}\right)$
Note maximale	17	65	39	17
Note minimale	6	19	15	$4,7$
Moyenne	$\approx 11,45$	$\approx 41,64$	$\approx 27,93$	$\approx 10,67$
Écart-type	$\approx 3,86$	$\approx 12,85$	$\approx 6,63$	$\approx 2,83$
Premier quartile	8	32	25	$8,5$
Médiane	11	42	$27,5$	$10,7$
Troisième quartile	14	51	$31,5$	$12,8$

Remarques générales.

- Les copies sont globalement bien présentées et rédigées, c'est bien !

Remarque déjà faite précédemment : certains perdent beaucoup de points en ne vérifiant pas les hypothèses/définitions des objets manipulés.

Un exercice vu en TD (V1)

Exercice globalement bien traité. Certains ont oublié de montrer que F et G sont des sous-espaces vectoriels de E.

Polynômes réciproques (V1)

On vous donne la caractérisation à la question **3)**. Les exemples demandés ne devaient poser aucun problème.
Les deux fléaux de ce problème : la division/simplification par 0 (HORREUR) et les erreurs de dérivation.
Certains mettent une page pour répondre à chaque question : consultez le corrigé.

1a) Comme souvent, le plus important était de se poser la question pour le polynôme nul.

1b) Je n'ai pas à lire d'analyse-synthèse ici : exhibez un contre-exemple, justifiez-le.

1c) Vous pouviez raisonner par équivalence directement.

2a)b) Questions le plus souvent bien traitées.

2c) On a $0 \mid 0$, vous ne pouviez pas écrire $\frac{Q}{P}$ avant d'avoir traité le cas $P = 0$.

3) Question souvent bien traitée, pas toujours efficacement. Vous pouviez raisonner par équivalence. Vous deviez invoquer l'unicité des coefficients d'un polynôme. N'utilisez JAMAIS la locution « par identification ». Je traduis systèmatiquement par « pipeau » et j'enlève les points.

4a) On peut évaluer la fraction $X^n P\left(\frac{1}{X}\right)$ en 0, pour la bonne raison que c'est un polynôme.

4b) Beaucoup obtiennent $\alpha^n P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0$, peu justifient ensuite par $\alpha^n \neq 0$. C'est préoccupant.

4c)e) Que d'erreurs dans la dérivation de la composée $P\left(\frac{1}{X}\right)$. C'est consternant, et cela invalide les deux questions.

5) Question peu abordée, jamais de manière satisfaisante. La récurrence du **5)a)** n'était pas si difficile que cela, vous pouvez essayez de la refaire.

La règle de l'Hôpital (V1)

Résultats contrastés sur ce problème : certains le traitent très bien et rapidement, d'autres font n'importe quoi dessus.

1) Les justifications du type « g' ne s'annule pas donc est de signe constant, donc g est strictement monotone » sans plus de justification (vous auriez pu citer le théorème de Darboux, même si on peut faire sans très simplement) me consternent. Il est IMPÉRATIF d'utiliser PROPREMENT les résultats du cours. On n'attend pas plus de vous.

2) Question souvent bien résolue.

3) Il suffisait d'appliquer le résultat de la question précédente en prenant $b = y$. Ceux qui refont tout perdent du temps (et des points, lorsqu'ils refont les mêmes erreurs).

4) Certains invoquent le théorème de la limite de la dérivée : c'est n'importe quoi.

5) Il suffisait de vérifier que les fonctions données vérifient les hypothèses (très important) et de calculer de petites dérivées. Peu l'ont fait proprement.

Points fixes et suites récurrentes (V2)

Le début était difficile, même si à votre portée. Il ne fallait pas trop perdre de temps dessus. Les questions suivantes sont plus simples, mais on attendait de vous d'être irréprochables sur les justifications.

1)2) Les tableaux de signes étaient vrais sur J uniquement, pas sur I, et J n'est pas supposé être stable par f. Les hypothèses de récurrence du type « $x_{n+1} < x_n$ » ne fonctionnent pas si l'on ne rajoute pas $x_n, x_{n+1} \in J$.

Comme toujours, les théorèmes sur les suites récurrentes sont très (très) mal maîtrisés. PERSONNE n'a cité la continuité de f en la limite éventuelle de (x_n) pour obtenir que cette limite est un point fixe. Très peu se sont souciés du fait que cette limite pouvait ne pas appartenir à J.

Même si certains ont de bonnes idées, vous ne pouvez les mettre en œuvre si vous n'utilisez pas précisément vos théorèmes.

Personne n'a remarqué que la définition de point fixe stable demandait un intervalle J stable par f.

5) On attendait des contre-exemples.

6a) Certains invoquent le théorème de la bijection sur f pour discuter de l'équation $f(x) = x$. C'est inquiétant.

Cette question est ultra-classique et devrait se traiter directement (sans brouillon) et parfaitement : étudiez $f - \mathrm{Id}$.

6b) Question très simple. Justifiez la dérivabilité de $f \circ f$.

7)8)9) Questions souvent calculatoires, pas très difficiles. Il convenait d'être efficace dessus.

10)11)12) Questions très peu abordées.

Et vu qu'il me reste un peu de place, une once de culture...