



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON  
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR  
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.  
ANNÉE 2021 - 2022

C1 : PERFORMANCES STATIQUES ET CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAÎNE DE SOLIDES

## TD 6 - Introduction à la modélisation des systèmes mécaniques (C3-1)

19 Octobre 2021

### Compétences

- **Analyser**
  - Décrire le besoin et les exigences.
- **Modéliser**
  - Déterminer les caractéristiques d'un solide ou d'un ensemble de solides indéformables.
  - Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.

### Exercice 1 :

#### 1 Assemblage du fuselage d'un falcon à l'aide d'un robot 6 axes ABB

##### a) Présentation

La structure d'un avion est composée de plusieurs éléments devant être assemblés entre eux pour donner la structure finale de l'appareil (figure 1).

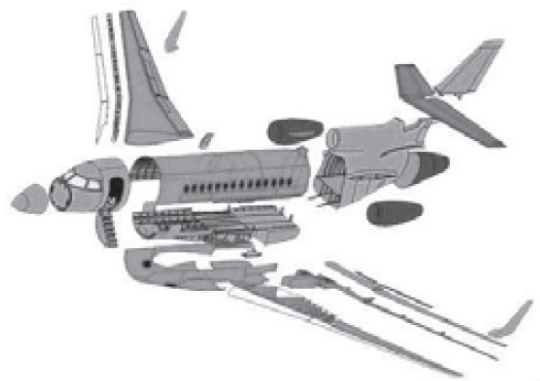


FIGURE 1 – FALCON 7X et vue éclatée des différents sous-ensembles d'un FALCON 7X

On étudie ici l'utilisation d'un robot 6 axes permettant de réaliser les opérations d'assemblage entre les éléments (tronçon 1 et 2) du fuselage de l'avion par rivetage (figure 2).

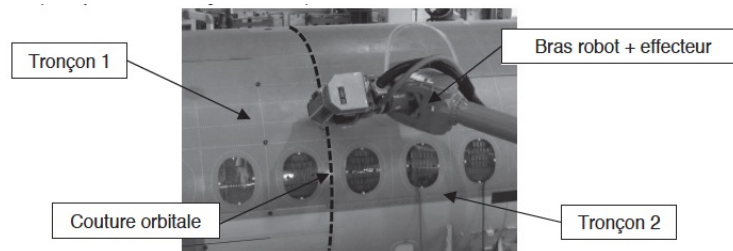


FIGURE 2 – structure de Falcon 7X en cours d'assemblage par la cellule

L'implantation d'un robot est considérée comme optimale lorsque la totalité des points visés est accessible : l'extrémité du robot doit atteindre le point de fixation de la demi-couture des tronçons. Dans le cas de l'étude, le robot doit réaliser une couture orbitale entre deux tronçons et éviter les collisions éventuelles (figure 4).

### b) Repérage et paramétrage du bras articulé

- On attache à l'**embase fixe du robot** 0 le repère  $R_0 (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .  $\vec{y}_0$  est l'axe vertical ascendant.
  - L'**embase de rotation** 1 est en liaison pivot (une seule rotation) autour de l'axe  $(O_0, \vec{y}_{0,1})$  par rapport au corps du robot 0. On attache au solide 1 le repère  $R_1 (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_{0,1}, \vec{z}_1)$ . On pose  $\theta_{10} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ . On supposera ici  $\theta_{10} = 0$ .
  - Le **bras** 2 est en liaison pivot d'axe  $(O_2, \vec{z}_2)$  avec le solide 1. On attache au solide 2 le repère  $R_2 (O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_{2,1})$ . On pose  $\vec{O_0O_2} = L_1 \cdot \vec{x}_1 + L_2 \cdot \vec{y}_1$  et  $\theta_{21} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$ .
  - Le **bras** 3 est en liaison pivot d'axe  $(O_3, \vec{z}_3)$  avec le bras 2. On attache au solide 3 le repère  $R_3 (O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_{3,2,1})$ . On pose  $\vec{O_2O_3} = L_3 \cdot \vec{x}_2$  et  $\theta_{31} = (\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3)$ .
  - Le **bras** 4 est en liaison pivot d'axe  $(O_4, \vec{x}_4)$  avec le bras 3. On attache au solide 4 le repère  $R_4 (O_4, \vec{x}_{3,4}, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ . On pose  $\vec{O_3O_4} = L_4 \cdot \vec{x}_3 + L_5 \cdot \vec{y}_3$  et  $\theta_{43} = (\vec{z}_3, \vec{z}_4) = (\vec{y}_3, \vec{y}_4)$ .
  - L'**ensemble (E1)** composé du bras (5), du poignet et de l'outil, en liaison pivot d'axe  $(O_5, \vec{z}_5)$  par rapport au bras (4), a pour repère associé le repère  $R_5 (O_5, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_{1,2,3,5})$  tel que  $\vec{O_4O_5} = L_6 \cdot \vec{x}_3$  et  $\theta_{51} = (\vec{x}_1, \vec{x}_5) = (\vec{y}_1, \vec{y}_5)$ .
  - L'extrémité de l'outil est définie par le point P défini par :  $\vec{O_5P} = L_8 \cdot \vec{x}_5$ .
- La rotation entre les solides (0) et (1) est supposée bloquée dans tout le sujet.

### c) Modélisation

**Q 1 : Donner les figures planes de projection permettant de traduire toutes les rotations du mécanisme.**

**Q 2 : Déterminer le vecteur  $\vec{O_0P}$ .**

**Q 3 : Déterminer la projection du vecteur  $\vec{O_0P}$  selon les vecteurs  $\vec{x}_1$  et  $\vec{y}_1$ .**

Les deux positions extrêmes du robot (figure 4) sont définies dans le tableau ci-dessous :

Paramètres angulaire	Angles en position extrême 1	Angle en position extrême 2
$\theta_{10}$	$0^\circ$	$0^\circ$
$\theta_{21}$	$58^\circ$	$-58^\circ$
$\theta_{31}$	$25^\circ$	$-35^\circ$
$\theta_{43}$	$0^\circ$	$0^\circ$
$\theta_{51}$	$-90^\circ$	$+90^\circ$

Paramètres	Valeur en m
$L_1$	0,405m
$L_2$	0,433m
$L_3$	1,075m
$L_4$	1,762m
$L_5$	0,165m
$L_6$	0,25m
$L_8$	0,75m
$R$	1,17m
$h$	0,3m
$L$	2,7m

**Q 4 : Donner les valeurs numériques des projections du vecteur  $\vec{O_0O_P}$  selon les vecteurs  $\vec{x}_1$  et  $\vec{y}_1$  pour les deux positions extrêmes 1 et 2.**

**Q 5 : Vérifier que le robot peut bien atteindre les deux positions extrêmes souhaitées.**

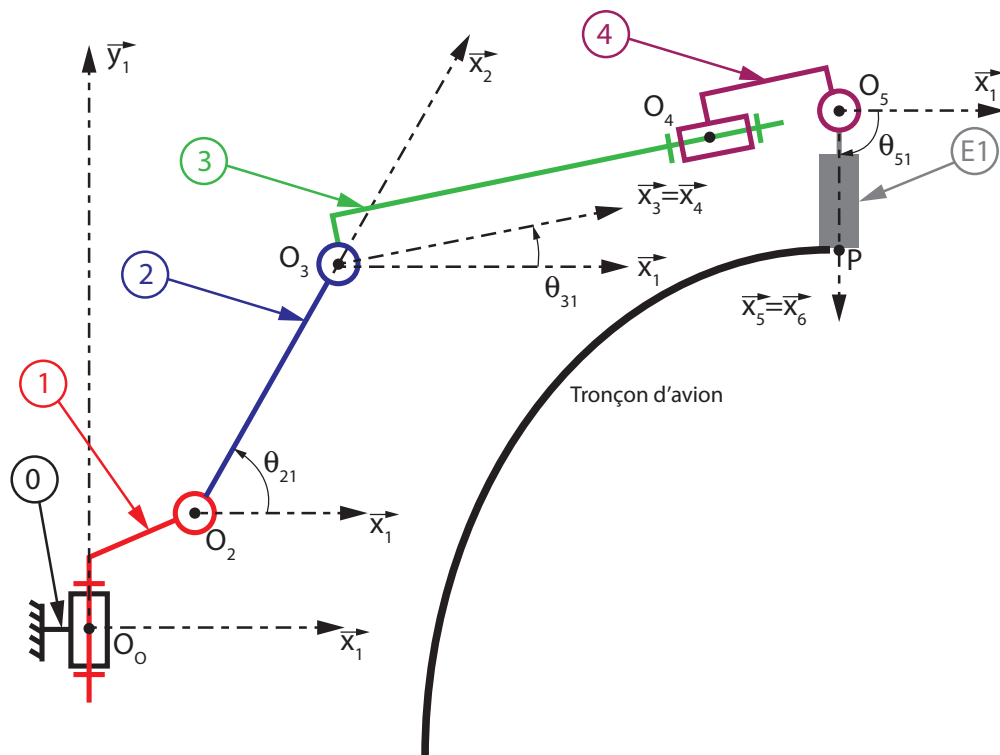


FIGURE 3 – Schéma cinématique du robot

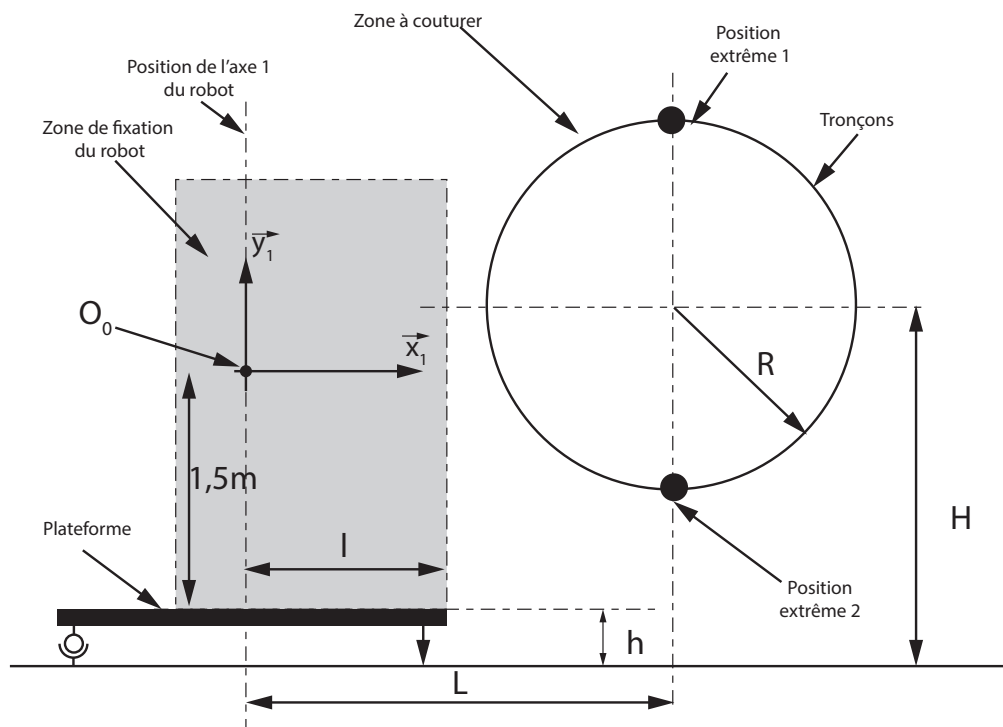


FIGURE 4 – Schéma d'implantation du robot

**Q 6 : Déterminer la hauteur H de positionnement du centre du fuselage par rapport au sol. Vérifier que le fuselage ne touche pas le sol.**

**Q 7 : Représenter schématiquement sur la figure 4 le robot dans ses deux configurations extrêmes.**

## Exercice 2 :

### 2 Calculs vectoriels

Soient  $R_1 = (O_1, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ ,  $R_2 = (O_2, \vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2)$  et  $R_3 = (O_3, \vec{i}_3, \vec{j}_3, \vec{k}_3)$  avec  $\vec{i}_m, \vec{j}_m, \vec{k}_m$  des vecteurs unitaire formant les bases orthonormées  $R_m$ .

On passe de  $R_1$  à  $R_2$  par un rotation  $\alpha$  autour de  $\vec{i}_1$ .

On passe de  $R_2$  à  $R_3$  par un rotation  $\theta$  autour de  $\vec{j}_2$ .

**Q 8 : Faire les figures de changement de base.**

**Q 9 : Donner les composantes des vecteurs  $\vec{i}_3$  et  $\vec{j}_3$  dans  $R_1$ .**

**Q 10 : Donner le résultat des opérations suivantes :**

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{i}_2, \quad \vec{j}_3 \cdot \vec{k}_1, \quad \vec{i}_1 \cdot \vec{i}_3, \quad \vec{k}_1 \wedge \vec{i}_2, \quad \vec{j}_3 \wedge \vec{k}_1, \quad \vec{i}_1 \wedge \vec{i}_3.$$

On définit les vecteurs :

$$\vec{V}_1 = a \vec{i}_1 + b \vec{k}_1$$

$$\vec{V}_2 = c \vec{i}_3$$

$$\vec{V}_3 = d \vec{i}_3 + e \vec{j}_3.$$

**Q 11 : Donner l'expression de la projection du vecteur  $\vec{W} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$  sur  $\vec{i}_1$ .**

**Q 12 : Calculer le produit mixte  $(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3$**

.