

**DS n°6 : Fiche de calculs**

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

**Polynômes.**

Le reste de la division euclidienne de  $X^{4040} + X^{2020} - 3$  par  $(X - 1)^2$  est :

(1)

Soient  $A = X^4 + X^3 - 3X^2 - 4X - 1$  et  $B = X^3 + X^2 - X - 1$ .

$A \wedge B =$

(2)

Un couple de Bézout de  $A$  et  $B$  est :

(3)

Soit  $Q = X^6 - 2X^5 - 14X^4 + 59X^3 - 98X^2 + 100X - 56$ , alors, avec  $m$  la multiplicité de 2 comme racine de  $Q$  :

$m =$

(4)

$Q(-2) =$

(5)

**Dérivation.**

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x(x+1)\cos(x)$ , soit  $x \in \mathbb{R}$  et  $n \in \mathbb{N}$ . Donner la valeur de  $f^{(n)}(x)$ .

(6)

Soit  $f : x \mapsto \operatorname{Arccos}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ .

Son ensemble de définition est :

(7)

Son ensemble de dérivabilité  $D$  est  $D =$

(8)

Pour tout  $x \in D$ ,  $f'(x) =$  (9)

Calculer les dérivées suivantes :

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{4x^3 - 3x^2}{4x^5 - 4} \right) =$$
(10)

$$\frac{d}{dx} \left( \sqrt{x^2 - 2x + 3} \right) =$$
(11)

### Fraction rationnelles.

Soit  $n \in \mathbb{N}$  et  $x \in \mathbb{R}$  tel que  $x^2 \neq 1$ . La dérivée  $n$ -ième de  $f : x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$  est

$$f^{(n)}(x) =$$
(12)

Décomposer la fraction rationnelle suivante dans  $\mathbb{R}(X)$  :

$$\frac{5X}{(X^2 - 4)(X^2 + 1)} =$$
(13)

Calculer une primitive pour chacune des fonctions suivantes (on ne précisera pas l'ensemble de définition) :

$$\int \frac{dx}{(x-1)^2(x-2)} =$$
(14)

$$\int \frac{2x^3 + 1}{x^3 + 3x} dx =$$
(15)

— FIN —