Informatique tronc commun
Devoir n^o 2 – Partie sur machine

2 décembre 2017

Durée : 60 minutes, documents et internet interdits.

1. **Lisez attentivement tout l'énoncé avant de commencer.**
2. Ce devoir est à réaliser seul, en utilisant Python 3.
3. Nous vous conseillons de commencer par créer un dossier au nom du DS dans le répertoire dédié à l'informatique de votre compte.
4. Nous vous rappelons qu'il est possible d'obtenir de l'aide dans l'interpréteur d'idle en tapant `help(nom_fonction)`.
5. Vous inscrirez vos réponses sur la feuille réponse fournie. Attention : lisez attentivement le paragraphe suivant.

Fonctionnement du devoir

Vos réponses dépendent d'un paramètre α, unique pour chaque étudiant, qui vous est donné en haut de votre fiche réponse. On considère la suite u à valeurs dans $[\![0, 64\,007[\![$, définie comme suit.

$$u_0 = \alpha \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = (15\,091 \times u_n)\ [64\,007].$$

Nous vous en proposons l'implémentation suivante.

```
def u(alpha,n):
    """u_n, u_0 = alpha"""
    x = alpha
    for i in range(n):
        x = (15091 * x) % 64007
    return x
```

Pour s'assurer que vous avez bien codé la suite u, en voici quelques valeurs.
u(100,0) = 100
u(1515,987) = 37099
u(496,10**4) = 53781

Dans ce devoir, on notera $a\%b$ le reste de la division euclidienne de a par b.

Lorsque vous donnerez un résultat flottant, vous écrirez juste ses huit premières décimales.

Vous trouverez en annexe les réponses pour le paramètre $\alpha = 1$, utilisez-les pour vérifier la correction de vos algorithmes.

Questions de cours.

Q1 Calculer le quotient et le reste de la division euclidienne de $u_2 - u_3^2$ par u_4.

Q2 Calculer $\sqrt[4]{u_5}$.

Q3 Calculer $\sin(u_6)$.

Exercices.

Dans toute la suite du devoir [1], on appelle L le tableau $\left[u_k,\ k \in [\![0, 10\ 000[\![\ \right]$, c'est-à-dire

$$L = \left[u_0, u_1, \ldots, u_{9\ 999}\right].$$

Si $0 \leq k \leq 99$, on note a_k le nombre d'éléments de L dont le reste dans la division euclidienne par 100 vaut k.

Q4 Calculer a_{42}.

Q5 Calculer la moyenne du tableau $[a_0, \ldots, a_{99}]$.

Q6 Calculer la variance du tableau $[a_0, \ldots, a_{99}]$.

Dans un tableau de nombres $t = [t_0, \ldots, t_{n-1}]$, on appelle *dénivelé* la valeur

$$\sum_{\substack{0 \leq i < n-1 \\ t_i < t_{i+1}}} t_{i+1} - t_i.$$

Q7 Calculer le dénivelé du tableau L.

Une opération de lissage d'un tableau de nombres $t = [t_0, \ldots, t_{n-1}]$ renvoie un nouveau tableau $t' = [t'_0, \ldots, t'_{n-1}]$ où :

— le premier et le dernier coefficient de t' sont ceux de t ;

— pour chaque autre coefficient de t, on place dans t' la moyenne des coefficients de t qui l'entourent.

Par exemple, le lissage du tableau

$$t = [1, 3, -2, 0, 4]$$

donne le tableau

$$t' = [1, -0.5, 1.5, 1, 4].$$

Q8 On note $L' = [\ell'_0, \ldots, \ell'_{9\ 999}]$ le tableau obtenu après avoir effectué 42 lissages successifs sur le tableau L. Calculer ℓ'_{1515}.

Q9 Calculer le plus petit nombre de lissages successifs à effectuer sur le tableau L pour obtenir un tableau dont la valeur absolue de la différence entre deux coefficients successifs ne dépasse pas 10^4 (strictement).

On dit que la position $1 \leq i < 9\ 999$ est *sous l'eau* dans le tableau L s'il existe $k \in [\![0, i[\![$ et $\ell \in [\![i+1, 10^4[\![$ tels que

$$u_k > u_i \quad \text{et} \quad u_\ell > u_i.$$

Q10 Calculer le nombre de positions sous l'eau dans le tableau L.

1. On aura intérêt à calculer une fois pour toutes le tableau L.

Informatique tronc commun
Devoir n^o 2 – Partie sur machine

Fiche de test

$$\boxed{\alpha = \mathbf{1}}$$

R1 (quotient) :	-4085
R1 (reste) :	26796
R2 :	14.612821101
R3 :	-0.999941623
R4 :	109
R5 :	100.0
R6 :	74.239999999
R7 :	107549962
R8 :	32747.927784134
R9 :	1176
R10 :	9979