DS n°2: Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Sommes, produits

Soit $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. Calculer (on donnera une forme simplifiée et factorisée) :

$$\sum_{k=1}^{n} \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right) = \boxed{ (1) \quad \sum_{1 \leqslant i,j \leqslant n} (\min(i,j) - i) = \boxed{ (3)}}$$

$$\prod_{i=2}^{15} \frac{k+1}{k-1} = \boxed{ (2) \quad \sum_{i=-1}^{5} \sum_{j=0}^{4} i(j+i) = \boxed{ (4)}}$$

La première ligne du triangle de Pascal est : 1. La troisième ligne du triangle de Pascal est : 1 2 1. Quelle est la dixième ligne du triangle de Pascal?

(5)

Calculer:
$$\binom{12}{8} = \boxed{ (6)}$$

Matrices

Donner deux matrices carrées A et B de même dimension, vérifiant AB = 0 et $BA \neq 0$.

Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 1 & 9 & -5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 5 \\ 0 & 2 & -5 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$. Calculer leur produit :

$$A \times B = \tag{8}$$

Inverser les matrices suivantes.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}, \qquad A^{-1} = \tag{9}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B^{-1} =$$
 (10)

Systèmes

Donner les ensembles des solutions des systèmes linéaires suivants :

$$\begin{cases}
 x + y - z & = 1 \\
 x - y & - t = -1 \\
 x + y + z - t = 0 \\
 -x & + z + t = 2
\end{cases}$$
(11)

$$\begin{cases}
3y + 2z = 1 \\
-2x - 2y + 2z = 0 : \\
-x - 4y - z = 1
\end{cases}$$
(12)

$$\begin{cases} 3y + 2z = -1 \\ -2x - 2y + 2z = 2 : \\ -x - 4y - z = 2 \end{cases}$$
 (13)

Nombres complexes

Mettre sous forme algébrique les nombres suivants.

$$\frac{3+4i}{5-i} = \boxed{ (14) \quad (1+i)^{12} = \boxed{ }}$$

Mettre sous forme trigonométrique les nombres suivants.

$$2 - 2i = \boxed{ (16) \quad e^{\frac{2i\pi}{5}} - e^{\frac{5i\pi}{8}} = \boxed{ (17)}$$

$$-- FIN ---$$