Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 24 points, ramené sur 5 points ,+75%.
- Exercice de TD sur 8 points, chaque question de problème sur 4 points, total sur 116 points (version 1) ou 72 points (version 2), ramené sur 15 points, +45% (version 1) ou +125% (version 2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x\rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème (V1)	Problème (V2)	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(1,75\frac{5c}{24}+1,45\frac{15p_1}{116}+2,25\frac{15p_2}{72}\right)$
Note maximale	12	64	31	$16,3$
Note minimale	1	18	3	3
Moyenne	$\approx 7,57$	$\approx 39,54$	$\approx 17,44$	$\approx 10,30$
Écart-type	$\approx 3,18$	$\approx 11,22$	$\approx 7,12$	$\approx 3,00$
Premier quartile	5	34	$13,5$	$8,9$
Médiane	$6,75$	$37,5$	$16,5$	10
Troisième quartile	$10,5$	$45,5$	$22,5$	$10,25$

Remarques générales.

• Vous ne pouvez pas écrire un $'$ pour dériver une *expression*. Par exemple, $\left[\dfrac{P_n(t)\mathrm{e}^{\,t}}{(1+t^2)^{n+1}}\right]'$ n'est pas correct (un correcteur de mauvaise foi pourrait croire que vous dérivez pas rapport à n, il y aura ambiguité lorsque vous manipulerez des fonctions dépendant d'un paramètre réel, comme dans le sujet n° 2). Écrivez plutôt $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dfrac{P_n(t)\mathrm{e}^{\,t}}{(1+t^2)^{n+1}}\right]$. Le symbole $'$ est réservé à la dérivée de *fonction*. Vous pouvez par exemple écrire $\left[f^{(n)}\right]'(t)$.
• Une réponse non justifiée est sans valeur. Si vous comptez ne pas justifier une réponse, n'écrivez rien : cela vous fera gagner du temps (ainsi qu'au correcteur).
• Pour la millième fois (au moins), dire que le signe d'une quantité *dépend* de celui d'une autre est imprécis : est-ce le même ou son opposé ? Vous devez dire si les deux quantités sont de même signe, ou de signe opposé.
• J'ai lu beaucoup d'hérédités mal rédigées (supposons qu'il existe n tel que [...]). C'est déplorable.
• Un résultat non simplifié est considéré comme faux.
• Certaines copies sont repoussantes et difficiles à lire. Je vous rappelle qu'un correcteur n'est pas obligé de lire votre copie : si celle ci est illisible, elle ne sera pas lue. On ne vous demande rien d'extraordinaire : aérer votre copie, encadrer (à la règle) vos résultats, ne pas raturer votre copie (vous pouvez encadrer proprement et barrer quelques passages, sans abus), écrire sur les lignes, dans un français plutôt correct, sans abbréviations.

Un exercice vu en TD.

N'oubliez pas de montrer que F et G sont des sev de $\mathscr{C}([-1,1],\mathbb{C})$.
Même si cela ne suffit pas à conclure, monter que $F+G$ est directe en montrant que $F \cap G = \{0\}$ sera valorisé.
Vous ne pouvez pas dériver un élément de $\mathscr{C}([-1,1],\mathbb{C})$ ou de F.

Petites mines 2003.

1) Nul résultat de croissances comparées ici. Les croissances comparées s'appliquent à des formes indéterminées.

6) Il n'est pas normal de calculer un discriminant pour factoriser $t^2 - 2t + 1$.
Vous ne pouvez écrire $f' > 0$: c'est faux en 1.

7) Si vous aviez commis une erreur dans cette question, vous ne pouviez alors plus répondre aux quelques questions suivantes. Vérifiez vos calculs !

Donnez un résultat simplifié, *i.e.* soit factorisé au maximum, soit avec les polynômes écrits sous forme développée-réduite. Le correcteur ne doit pas avoir à faire un effort pour vérifier votre résultat.

En lisant l'énoncé, vous savez que vous pouvez factoriser le numérateur pour obtenir un dénominateur égal à $(1+t^2)^3$. Écrire une fraction sur $(1+t^2)^4$ sera donc pénalisé.

8) Il convenait de montrer que $f'' = 0$ a deux solutions réelles exactement. Sinon, nommer α la solution non évidente n'a pas de sens.

Avec $g : t \mapsto t^4 - 4t^3 + 8t^2 - 4t - 1$, le signe de g' n'était pas évident. Ce n'est pas parce que vous avez dérivé une fois que l'étude de la fonciton est donné par magie. Bien entendu, vous saviez que g admettait une racine évidente. L'énoncé vous le disait. Dès lors, pourquoi ne pas factoriser g ? Cela simplifie toute l'étude.

9) Avec la fonction g précédente (ou sa factorisation), après avoir calculé $g(0)$ et $g\left(-\dfrac{1}{5}\right)$, utilisez le théorème des valeurs intermédiaires !

11) Que de tracés atroces ! Faites attention à dessiner une courbe ayant un comportement raisonnable par rapport à sa tangente. De même, faites attention à tracer une tangente en 0 de pente 1. Vous savez que f est strictement positive. Les tremblottements qui font passer la courbe de f sous l'axe des abscisses seront pénalisés.

13) Là encore, commetre une erreur était très dommageable.

Certains ont été incapables de calculer f', mais ont pourant bien répondu à cette question. J'ai du mal à comprendre cela. Au moins, vérifiez votre valeur de f' !

14) Vous devez justifier que la dérivée d'un polynôme à coefficients entiers et que la somme et le produit de deux polynômes à coefficients entiers sont à coefficients entiers. Vous pouviez au moins dire que cela découlait directement des formules de dérivation, somme et produit. Le plus convaincant était quand même d'écrire ces formules.

15) Dire que $\deg(P_n') = \deg(P_n) - 1$ est faux (si $n = 0$), vous avez juste $\deg(P_n') \leqslant \deg(P_n) - 1$. Vous devez comparer les degrés de *tous* les polynômes que vous sommez.

17) La propriété de croissance de l'intégrale n'est pas : « si f est croissante, alors F est croissante » (et toutes ses variantes : « si f est positive, alors F est croissante » *etc.*).

18) Beaucoup de pipeautage dans cette question.

Polynômes et nombres de Bernoulli.

Ce problème n'était pas facile et la plupart des étudiants se sont « cassé les dents dessus ». Il fallait traiter efficacement les question abordables (1-3-5-6 au moins, voire 12 et 13), pour vous laisser du temps de recherche sur les autres questions.

1) Lisez attentivement la question. On ne vous demandait pas de montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$. Ne pas répondre correctement à une telle question en début du sujet ne donne une bonne impression de vous au correcteur.

Certains ont justifié que f_x est dérivable par opération sur les fonctions dérivables, puis (mal) calculé f_x' et on remarqué que f_x' est dérivable. C'est dommage : le même argument donne directement le caractère $\mathscr{C}^1$ de f_x. C'était un point de perdu (sauf pour les rares étudiant qui ont su dériver f_x).

2) Effectuer un DL de f_x à l'ordre 1 et en 0 montre juste que f_x est dérivable en 0 et donne $f_x'(0)$. Cela ne justifie pas la continuité de f_x' en 0.

Pour utiliser le théorème de la limite de la dérivée, justifiez la continuité de f_x.

3) Attention, pour pouvoir inverser un DL, il faut que sa valuation soit nulle (ou que son terme constant soit non nul) !

4) Obtenir une valeur de b_3 non nulle contredit la question **8)**.

Attention aussi au fait que le coefficient d'ordre 2 de ce DL est $\dfrac{b_2}{2}$, et non b_2.

5) Là aussi, le coefficient d'ordre 2 de ce DL est $\dfrac{B_2}{2}$, et non B_2.

7-9-10) Pensez à bien expliciter l'unicité des coefficients d'un DL.