Cette interrogation ne sera pas ramassée, il faut plutôt la voir comme un « quizz » de révision sur les cours de la semaine : savez-vous traiter tous les exercices ? Si non, il faut revoir les points en question, ce sont des aspects importants du cours.

Exercice 1 Soit $n \in \mathbb{N}$ et $\alpha \in \mathbb{R}$. Donner les DL suivants ($\mathrm{DL}_n(0)$ pour DL à l'ordre n en 0).

$\mathrm{DL}_n(0)$ de e^x :

$\mathrm{DL}_n(0)$ de $\dfrac{1}{1+x}$:

$\mathrm{DL}_n(0)$ de $\ln(1+x)$:

$\mathrm{DL}_3(0)$ de $(1+x)^\alpha$:

$\mathrm{DL}_5(0)$ de $\sin(x)$:

Exercice 2 Soit $x_1, \ldots, x_n$ des vecteurs d'un $\mathbb{K}$-ev E. Donner les définitions quantifiées de « $(x_1, \ldots, x_n)$ est libre », de « $(x_1, \ldots, x_n)$ est une famille génératrice de E » et de « $(x_1, \ldots, x_n)$ est une base de E ».

Exercice 3 Soit E et F deux $\mathbb{K}$-ev, soit $\varphi \in \mathscr{L}(E, F)$ injective, soit $(x_1, \ldots, x_n)$ une famille libre de vecteurs de E.

Que peut-on dire de la famille $(\varphi(x_1), \ldots, \varphi(x_n))$? Le démontrer.

Exercice 4 Soient F et G deux sev d'un ev E en somme directe, de bases respectives $\mathscr{F}$ et $\mathscr{G}$. Donner une base de $F + G$, et montrer que c'est bien une base.

Exercice 5 Soit f un projecteur. Montrer que $\operatorname{Im} f = \operatorname{Ker}(f - \mathrm{Id})$.

Exercice 6 Montrer qu'une fonction lipschitzienne est uniformément continue.

Exercice 7 Soit $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ décroissante, soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer comment encadrer $\displaystyle\int_0^n f$ par deux sommes, en partant d'un encadrement de $\displaystyle\int_k^{k+1} f$, que l'on illustrera.

Exercice 8 Énoncer et démontrer la formule de changement de variables.

Exercice 9 Énoncer la formule de Taylor avec reste intégral.