Nom: Correcteur: Note:

Soit  $I \subset \mathbb{R}$  non minoré,  $a \in \mathring{I}$ ,  $f: I \to \mathbb{R}$  et  $\ell \in \mathbb{R}$ . Donner les définitions quantifiées de « f tend vers  $+\infty$  en a », de « f tend vers  $\ell$  en  $-\infty$  » et de « f tend vers  $\ell$  à gauche en a ».

Énoncer le théorème de la limite monotone, dans le cas d'une fonction croissante. On donnera notamment toutes les inégalités concernant les limites à gauche et à droite et les valeurs en les points concernés.

Soit  $I \subset \mathbb{R}$ ,  $f: I \to \mathbb{R}$ ,  $a \in \mathring{I}$  et  $\ell \in \mathbb{R}$ . Quel lien y a-t-il entre «  $f(x) \xrightarrow[x \to a]{} \ell$  » et les limites à droite et à gauche de f en a?

Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation  $y'-\frac{2x}{1+x^2}y=\frac{x}{1+x^2}$ . Déterminer la seule solution de cette équation vérifiant y(0)=0.