



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON  
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR  
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.  
ANNÉE 2021 - 2022

---

C1 : PERFORMANCES STATIQUES ET CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAÎNE DE SOLIDES

## TD 16 - Analyse fréquentielle globale des SLCI (C7-3)

29 Mars 2022

---

### Compétences

- **Analyser**
  - Identifier la structure d'un système asservi.
  - Interpréter et vérifier la cohérence des résultats obtenus expérimentalement, analytiquement ou numériquement.
- **Modéliser**
  - Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert.
  - Modéliser le signal d'entrée.
  - Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle.
  - Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.
- **Résoudre**
  - Déterminer la réponse fréquentielle.
- **Communiquer**
  - Utiliser un vocabulaire technique, des symboles et des unités adéquats.

### Exercice 1 : Robot préhenseur de pièce

---

**Source :** Emilien DURIF

On s'intéresse à un robot préhenseur de pièces dont on donne une description structurelle ainsi qu'un extrait partiel du diagramme des exigences de son modèle SysML. L'objectif de cette étude est de vérifier les performances d'un des axes asservi de ce robot vis-à-vis des critères de performances attendus.

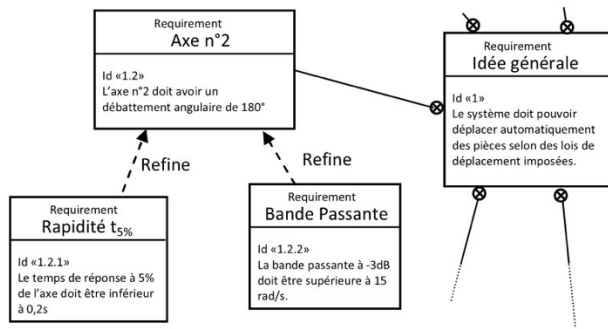


FIGURE 1 – Exigences partielles du robot

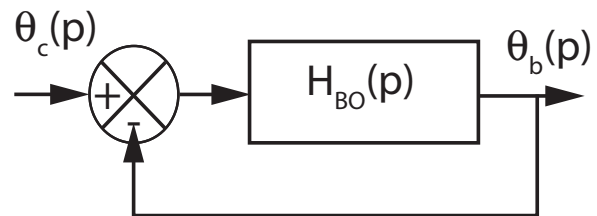


FIGURE 2 – Illustration du robot

On donne le modèle de comportement de l'asservissement de position angulaire de l'axe du bras étudié sous la forme du schéma bloc qui suit (l'angle réel du bras est  $\theta_b(t)$ , l'angle de consigne est  $\theta_c(t)$ ).

On note :

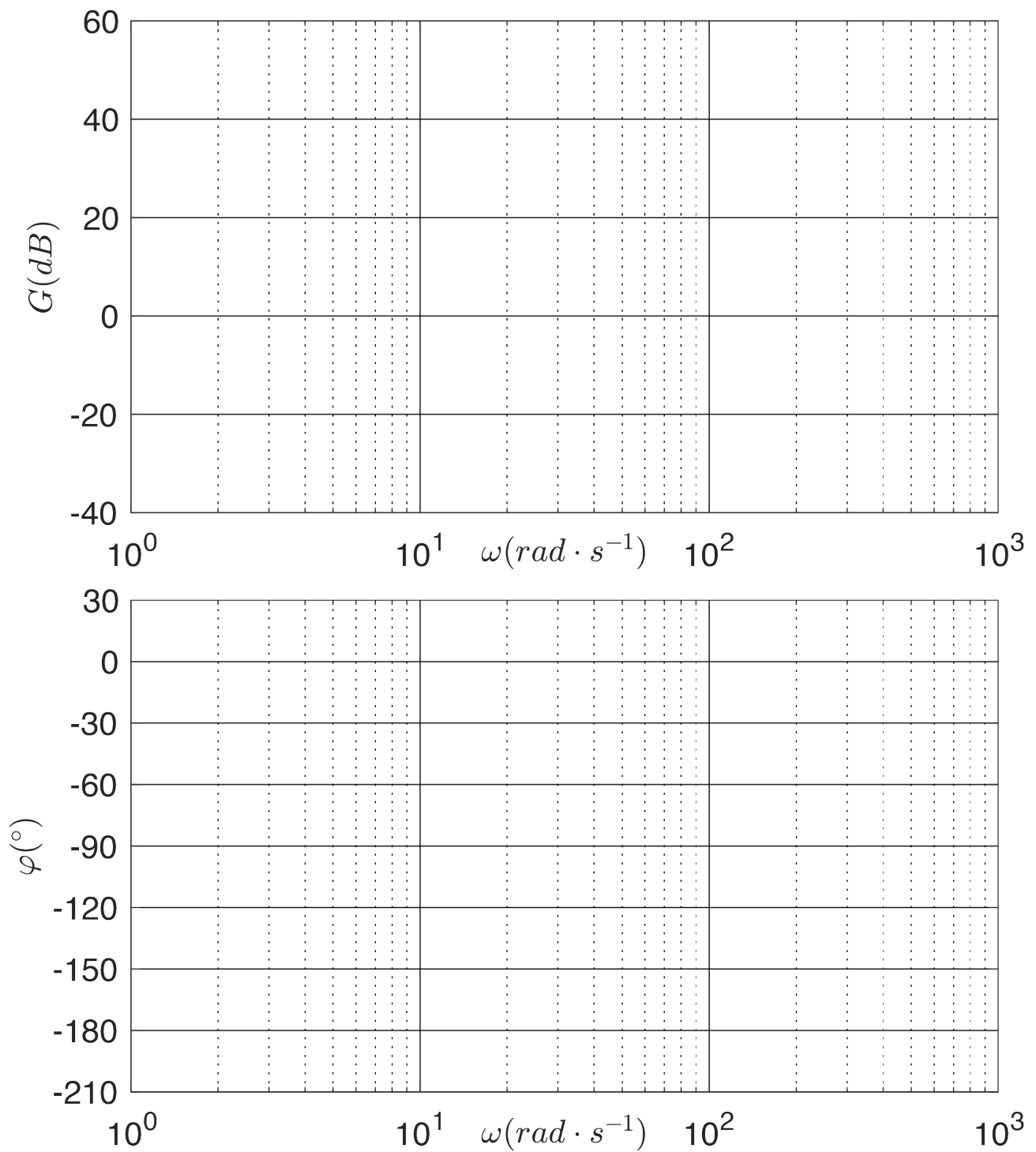
$$H_{BO}(p) = \frac{55}{p \left( 0,4 + \frac{1}{55} p \right)}$$



Afin de vérifier la stabilité du système on étudie dans le domaine fréquentielle le comportement de la fonction de transfert  $H_{BO}(p)$ .

**Q 1 : Proposer une décomposition de la fonction de transfert  $H_{BO}(p)$  pour réaliser l'étude fréquentielle.**

**Q 2 : Représenter les diagrammes de Bode de  $H_{BO}(p)$ . (asymptotes et courbes réelles). Vous prendrez soin de bien justifier votre tracé (avec par exemple l'utilisation d'un tableau).**



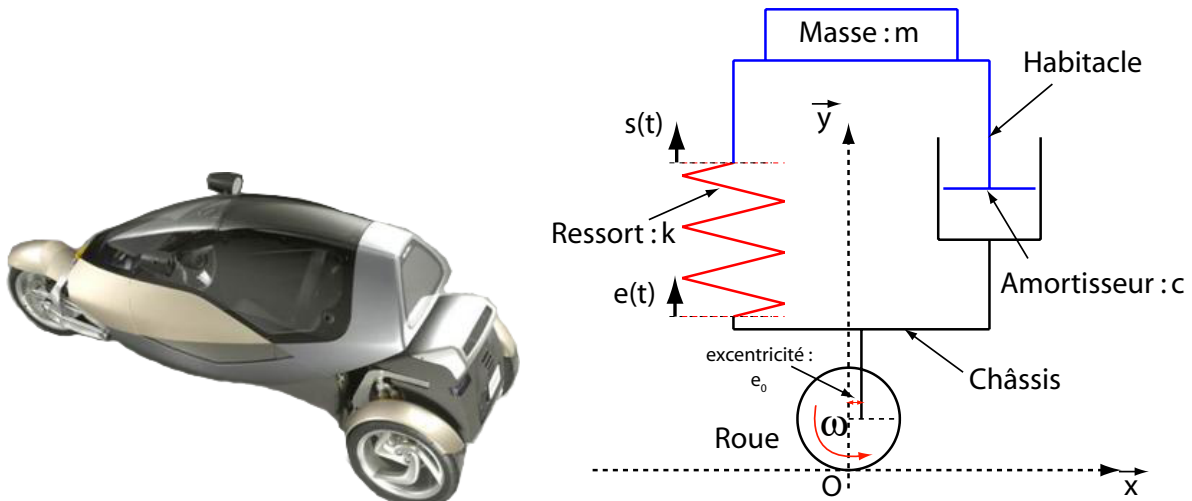
## Exercice 2 : Comportement dynamique du véhicule Clever

**Source :** PT SIA 2013/Emilien DURIF

On modélise une suspension d'un véhicule de type Clever par un ressort de raideur  $k$  et un amortisseur de coefficient d'amortissement  $c$ , montés en parallèles. On ramène le poids du véhicule à une masse globale  $m$ . Dans un premier temps, nous prendrons comme valeurs numériques des différents paramètres :

- $m = 100\text{ kg}$ ,
- $c = 1,13\text{ kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ ,
- $k = 80\text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ .

On note respectivement  $e(t)$  et  $s(t)$  les déplacements verticaux (suivant  $\vec{y}$ ) du châssis et de l'habitacle par rapport à la position d'équilibre du système. La rotation constante de la roue avec une vitesse angulaire  $\omega$  entraîne un déplacement horizontal du véhicule à vitesse constante selon la direction  $-\vec{x}$ . Ainsi le repère  $R_0(O, \vec{x}, \vec{y})$  peut être supposé comme galiléen.



L'axe de la roue peut être légèrement excentré par rapport à son centre avec un défaut noté  $e_0$ . Ceci provoque donc un déplacement du châssis en fonction de la vitesse de rotation de la roue  $\omega$ .

$$e(t) = e_0 \sin(\omega t).$$

On se propose de modéliser la réponse en déplacement vertical (suivant  $\vec{y}$ ) de l'habitacle ( $s(t)$ ) en fonction de la pulsation  $\omega$ .

On souhaite que le système de suspension soit capable d'amortir les vibrations pour cela le cahier des charges quantifie l'exigence liée à l'amortissement.

Exigence	Description	Quantification
1.1	Amortir les vibrations dans le cas d'un défaut d'excentricité	Accélération verticale du châssis inférieure à $1\text{ m/s}^2$ pour un défaut de $0,3\text{ mm}$

Le Principe Fondamental de la Dynamique en résultante suivant la direction  $\vec{y}$  appliqué à l'habitacle par rapport au repère  $R_0$  donne l'équation différentielle suivante :

$$-c \left( \frac{d(s(t) - e(t))}{dt} \right) - k(s(t) - e(t)) = m \frac{d^2 s(t)}{dt^2}.$$

On suppose les conditions initiales nulle :  $s(t=0) = \frac{ds(t=0)}{dt} = 0$ .

**Q 3 : Donner la fonction de transfert du système  $H_0(p) = S(p)/E(p)$  est égale à (forme canonique)**

On pose  $\Gamma(t) = \frac{d^2 s(t)}{dt^2}$ .

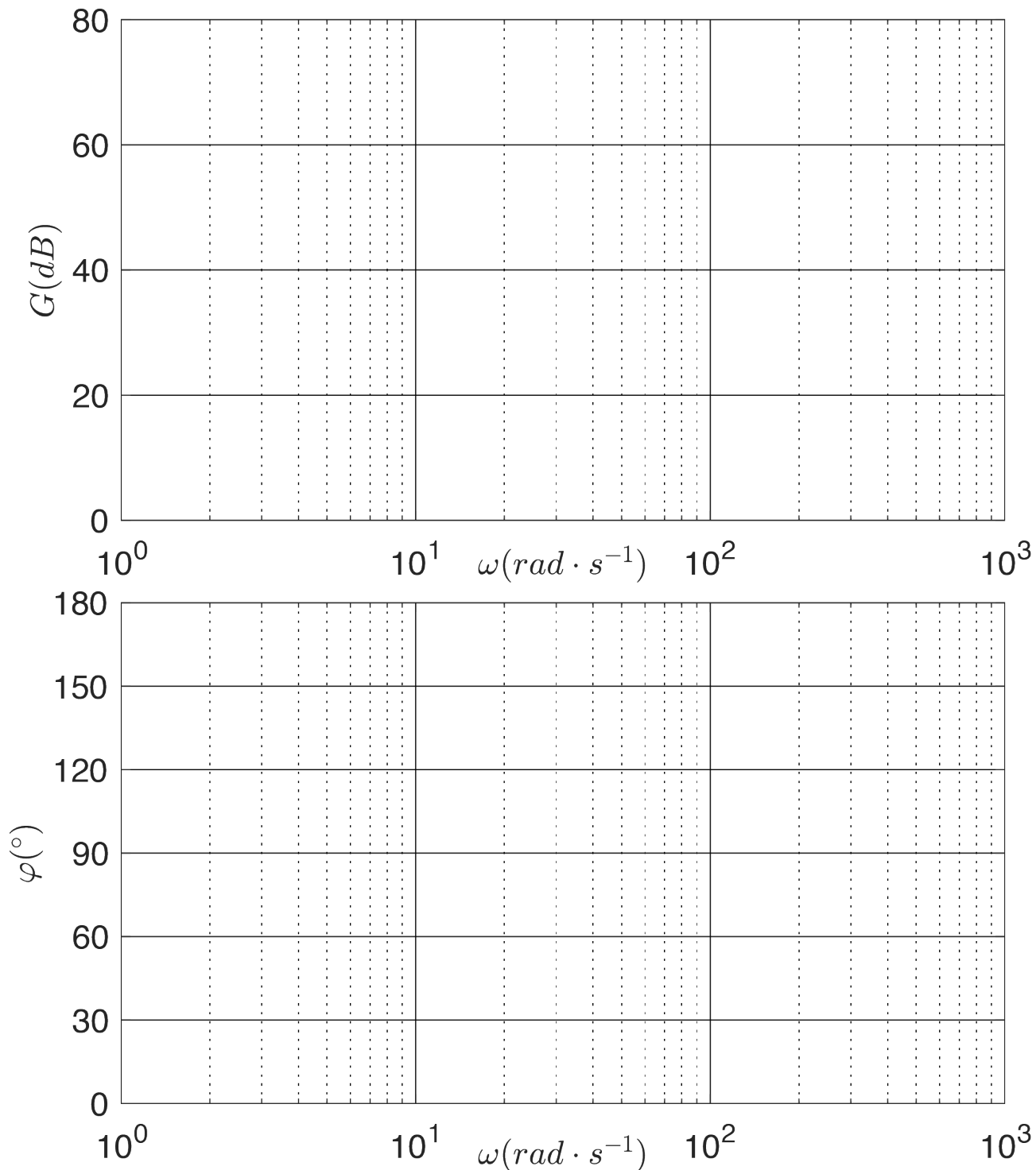
**Q 4 : Pour vérifier le cahier des charges il faut expliciter la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Gamma(p)}{E(p)}$ . L'expliciter et la mettre sous forme canonique.**

**Q 5 : Tracer le diagramme de Bode asymptotique de  $H(p)$  en justifiant votre réponse à l'aide d'un tableau de variation.**

**Q 6 : Préciser l'allure du diagramme de Bode réel en justifiant votre réponse.**

**Q 7 : Déterminer les plages de pulsations pour lesquels on peut vérifier le cahier des charges.**

**Q 8 : Sachant que les roues du véhicules ont pour dimension  $30\text{cm}$ , donner la plage de vitesse en  $\text{km/h}$  possible pour respecter le cahier des charges.**



## Exercice 3 : Modélisation fréquentielle d'un simulateur de conduite

**Source :** CCP PSI 2014

### 1 Étude d'un simulateur de conduite

#### a) Présentation du système

Le simulateur étudié dans ce sujet est un simulateur de course automobile à deux degrés de liberté utilisé par des particuliers dans le domaine du loisir (figure 4).

Le simulateur de conduite est un dispositif dont la fonction principale est de reproduire le plus fidèlement possible le comportement d'un système de référence (réel). Par rapport à la conduite sur route, les simulateurs de conduite offrent trois avantages majeurs :

- ils présentent un environnement sans danger pour le conducteur (par exemple pour tester des accidents virtuels) ;
- une même expérience peut être répétée aussi souvent que nécessaire dans des conditions identiques ;
- ils permettent une économie considérable.



FIGURE 4 – Simulateur de course utilisé dans des salles de jeux vidéo

L'exigence principale du système peut se décliner en plusieurs exigences techniques décrites par le diagramme des exigences partiel de la figure 5. Les deux premières exigences sont gérées lors de la conception du jeu vidéo.

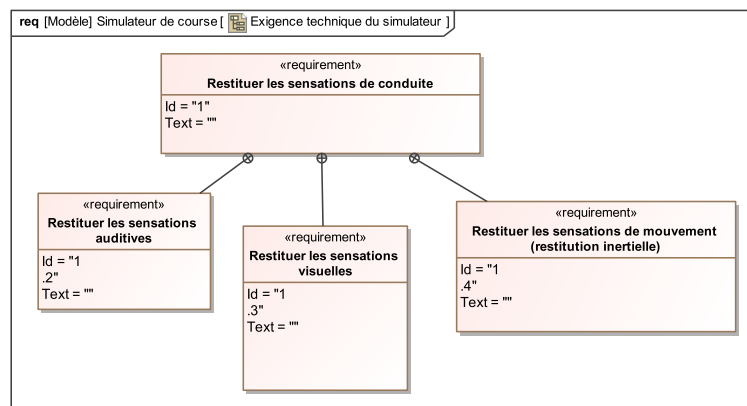


FIGURE 5 – Diagramme des exigences techniques partiel du système



### Objectif 1 :

Dans ce sujet, seule l'exigence technique 1.4 "restituer les sensations de mouvement" sera étudiée pour montrer comment recréer le plus fidèlement possible les accélérations. L'objectif de l'étude proposée est de justifier que l'architecture retenue pour le simulateur permet de répondre au besoin. Cette analyse nécessite : la mise en place d'un modèle pour chaque constituant de la chaîne d'information (stratégie de commande étudiée en partie b)) et de la chaîne d'énergie.

### b) Stratégie de commande

La structure articulée possède deux degrés de liberté (roulis et tangage) comme indiqué sur la figure 6. Pour garantir une simulation qui soit la plus reproductible possible il est indispensable de mettre au point une stratégie de commande des degrés de liberté qui permette de recréer les accélérations subies par le pilote pour respecter un encombrement réduit.

La stratégie de commande classique est basée sur une séparation fréquentielle des accélérations extraites du jeu vidéo en deux parties. Le schéma-bloc de la figure 7, montre le principe de la commande sur l'angle de tangage  $\alpha$ .

Dans tout le sujet, seules les accélérations longitudinales (commande de l'angle de tangage) seront considérées. Une stratégie similaire est adoptée pour l'angle de roulis.

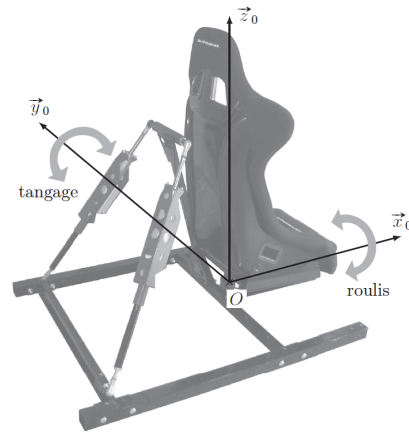


FIGURE 6 – Mouvements de tangage et roulis permettant de générer des accélérations longitudinale et transversale

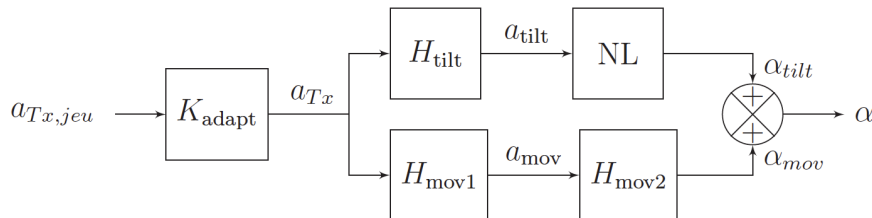


FIGURE 7 – Stratégie de commande pour un mouvement de tangage

On note :

- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le repère associé au sol (0), supposé galiléen.
- L'ensemble {conducteur + siège} est noté (1) et est en rotation par rapport au sol (0) autour d'un axe  $(O, \vec{y}_0)$ .
- On associe le repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  à l'ensemble (1) et on note  $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  l'angle de tangage de (1) par rapport à (0).

Le siège est piloté de telle manière que l'accélération donnée par le jeu vidéo soit équivalente à l'accélération ressentie par le pilote sur le siège. En notant  $\vec{a}_T$  l'accélération du véhicule, on obtient la définition suivante :

$$\vec{a}_T = a_{Tx} \cdot \vec{x}_1 + a_{Tz} \vec{z}_1 = \vec{a}(A, 1/0) - \vec{g}.$$

Avec :

$$\begin{cases} a_{Tx} = h\ddot{\alpha} - g \cdot \sin(\alpha(t)) \\ a_{Tz} = -h\dot{\alpha}^2 + g \cdot \cos(\alpha(t)). \end{cases}$$

Dans la stratégie adoptée, l'accélération ressentie  $a_{Tx}$  est décomposée en deux parties  $a_{Tx} = a_{mov} + a_{tilt}$ . La composante  $a_{tilt}$  correspond à la partie de l'accélération maintenue tandis que la composante  $a_{mov}$  caractérise les variations rapides d'accélération.

**Obtention de l'accélération  $a_{tilt}$**  La partie  $a_{tilt}$  est extraite de  $a_{Tx}$  en utilisant un filtre  $H_{tilt}(p)$  caractérisé par les diagrammes de Bode sur le document réponse figure 9. Elle représente les mouvements maintenus dans le temps.

**Q 1 : Proposer une forme de fonction de transfert pour la fonction  $H_{tilt}(p)$  en fonction de ces diagrammes de Bode et identifier ses paramètres caractéristiques. Pour cela, on fera apparaître sur le diagramme de Bode du document réponse (figure 9) le tracé du diagramme asymptotique**

**c) Détermination de l'accélération  $a_{mov}$**

Le filtre utilisé pour accéder à la partie  $a_{mov}$  a pour fonction de transfert (schéma bloc, figure 7)

$$H_{mov1}(p) = \frac{\tau p}{1 + \tau p}$$

On choisit une valeur de  $\tau = 0,1$  s.

**Q 2 : Tracer sur le document réponse (figure 10) les diagrammes de Bode asymptotiques et l'allure des diagrammes réels de ce filtre. Préciser le nom de ce filtre et son intérêt vis-à-vis de la composante à extraire.**

- On pourra décomposer en un dérivateur pur et un premier ordre.
- On pourra chercher à trouver pour quelle valeur de  $\omega$ , le dérivateur pur  $\tau p$  coupe l'axe des abscisses.

Une fois l'accélération filtrée, on obtient la relation  $a_{mov}(t) = h \cdot \ddot{\alpha}_{mov}(t)$ .

**Q 3 : Par identification à l'aide du schéma bloc 7 et après avoir passé dans le domaine de Laplace l'expression précédente, en déduire la fonction de transfert  $H_{mov2}(p)$**

En imposant une consigne  $a_{Tx} = a_0 \cdot u(t)$  où  $a_0$  est une constante et  $u(t)$  la fonction échelon unitaire, on obtient la courbe  $\alpha_{mov}(t)$  définies sur la figure 8.

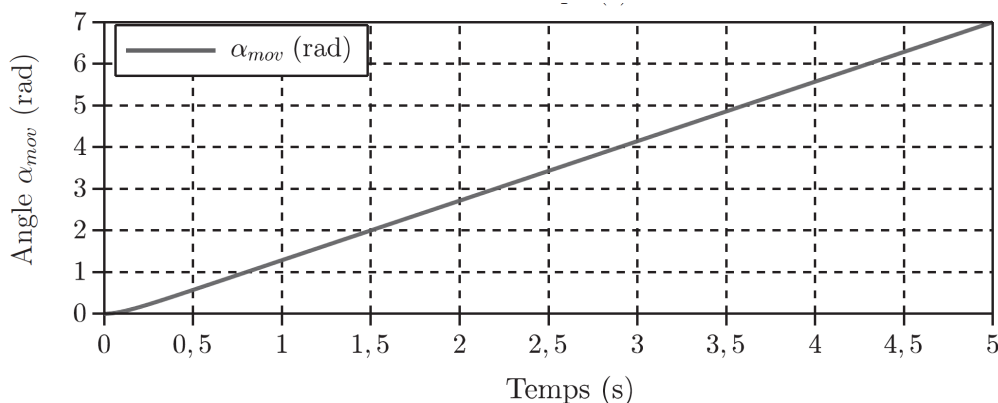


FIGURE 8 – Angle  $\alpha_{mov}(t)$  en fonction du temps (en s) pour une consigne d'accélération en échelon.

**Q 4 : A partir de la fonction de transfert  $H_{mov2}(p)$  et de la consigne en échelon imposée, justifier l'allure de courbe obtenue par simulation en régime établi et conclure sur la nécessité de choisir un filtre plus élaboré.**

- On pourra calculer dans le domaine de Laplace  $\alpha_{mov}(p)$ .
- On pourra utiliser les théorèmes aux limites pour étudier le comportement asymptotique de  $\alpha_{mov}(t)$  en  $t = 0$  et  $t \rightarrow +\infty$ .
- On pourra utiliser les théorèmes aux limites pour étudier le comportement asymptotique de  $\frac{d\alpha_{mov}(t)}{dt}$  en  $t = 0$  et  $t \rightarrow +\infty$ .

On modifie donc la fonction  $H_{mov2}(p)$  en la multipliant par un filtre particulier appelé filtre Washout ayant pour but de ramener à zéro la position linéaire obtenue pour une accélération  $a_{Tx}$  constante. En choisissant un filtre adapté, on retient la fonction globale suivante :

$$H_{mov1}(p) \times H_{mov2}(p) = \frac{K \cdot p}{(1 + \tau \cdot p)^3}$$



**Q 5 :** Montrer alors qu'en régime permanent, l'angle  $\alpha_{mov}(t)$  obtenu pour une accélération  $a_{Tx}$  de type échelon (de valeur  $a_0$ ) est nul.

**Q 6 :** Représenter dans le domaine fréquentiel (document réponse figure 11) la fonction de transfert filtrée :  $H_{mov1}(p) \times H_{mov2}(p) = \frac{K \cdot p}{(1 + \tau \cdot p)^3}$  avec  $K = 0,1$  et  $\tau = 0,1$  s en traçant le diagramme de Bode asymptotique.

**d) Étude de l'asservissement du système**

On se propose ici d'étudier dans le domaine fréquentiel la FTBO du système donnée par :

$$FTBO(p) = \frac{1}{1,4 \times 10^{-5} p^2 + 10^{-3} p + 3,5 \cdot 10^{-4}}$$

**Q 7 :** Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique et identifier les coefficients associés.

**Q 8 :** Sur le diagramme de Bode de la figure 12, représenter le diagramme asymptotique décrivant les lieux de transfert de la FTBO.

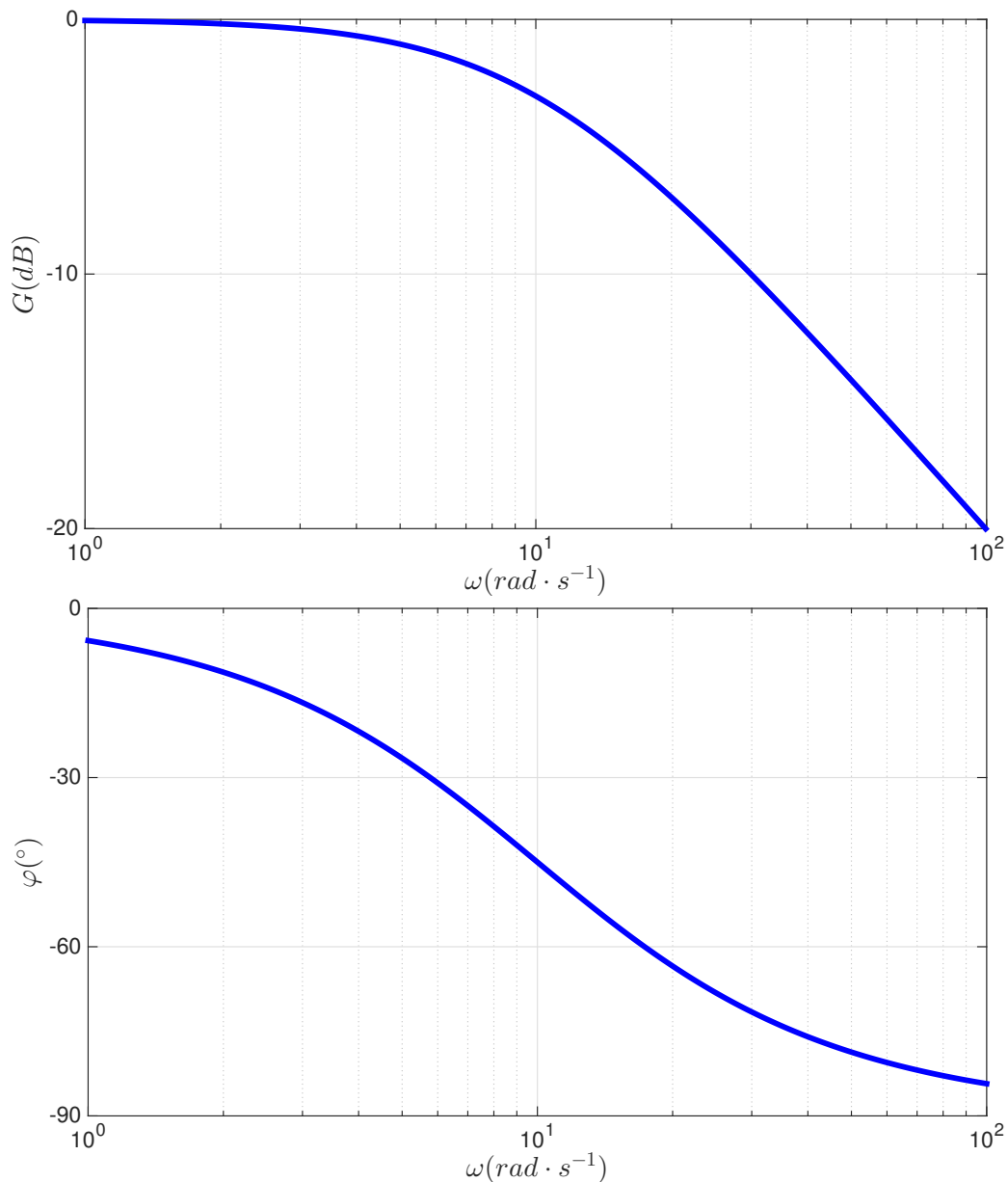


FIGURE 9

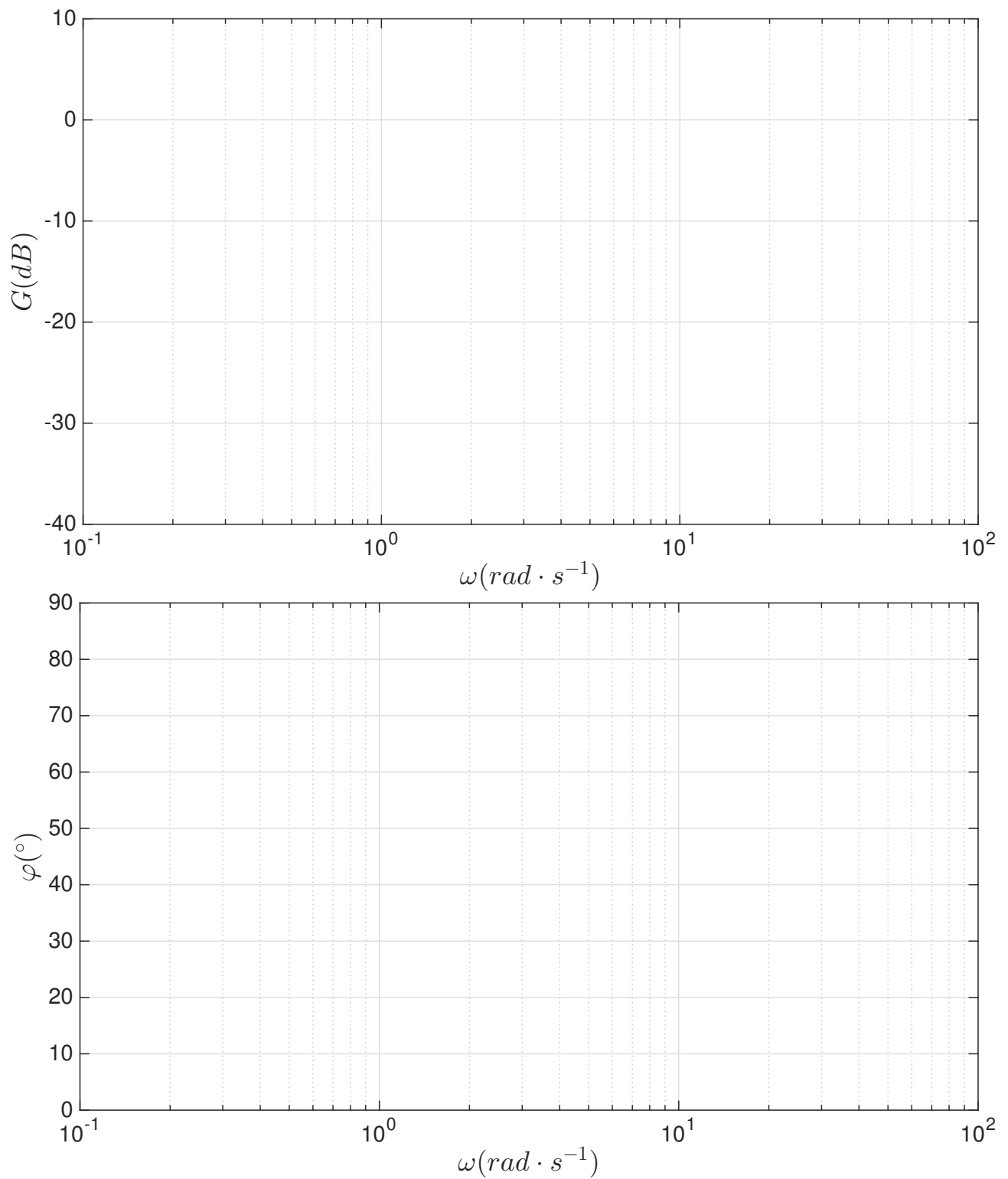


FIGURE 10

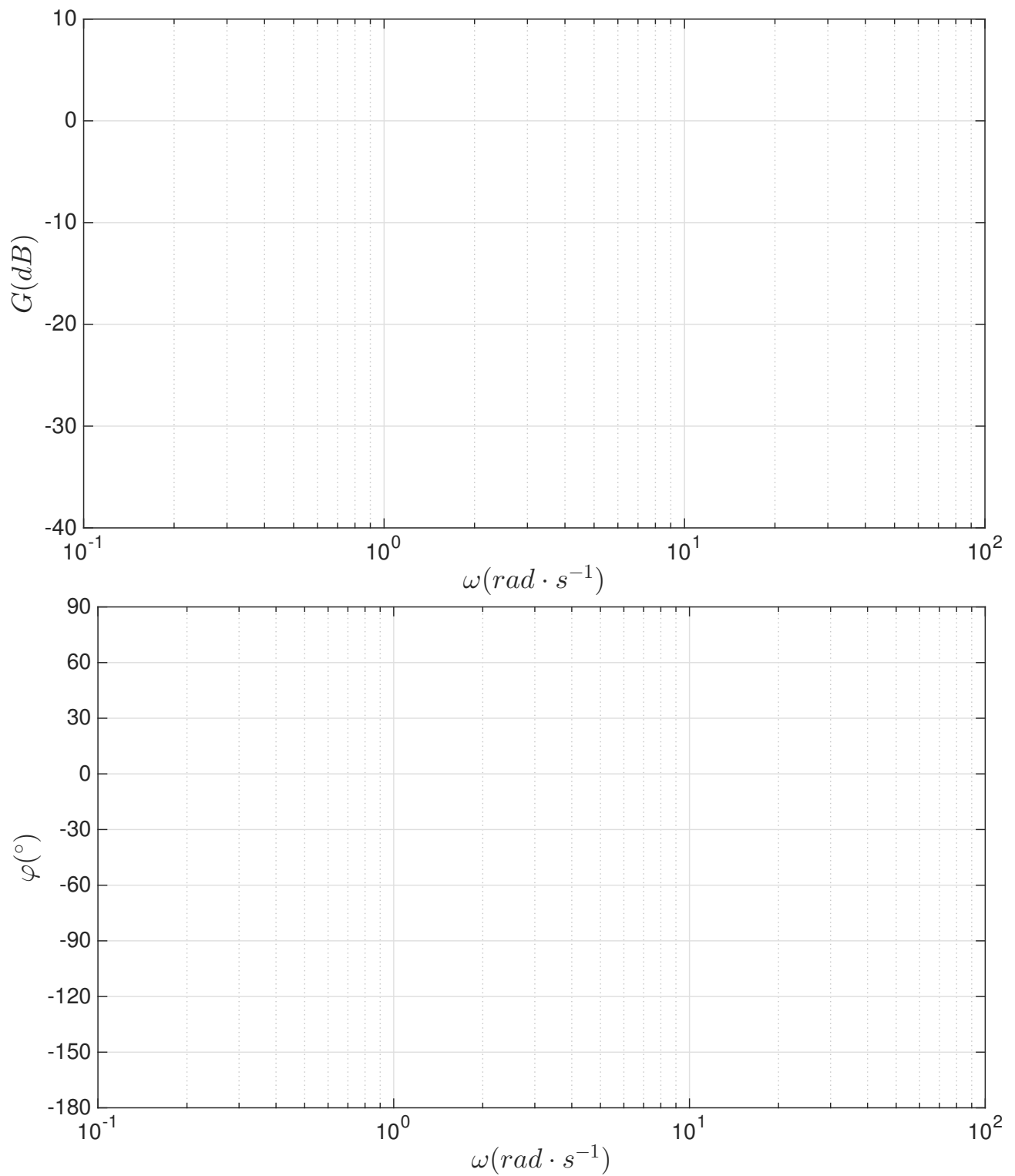


FIGURE 11

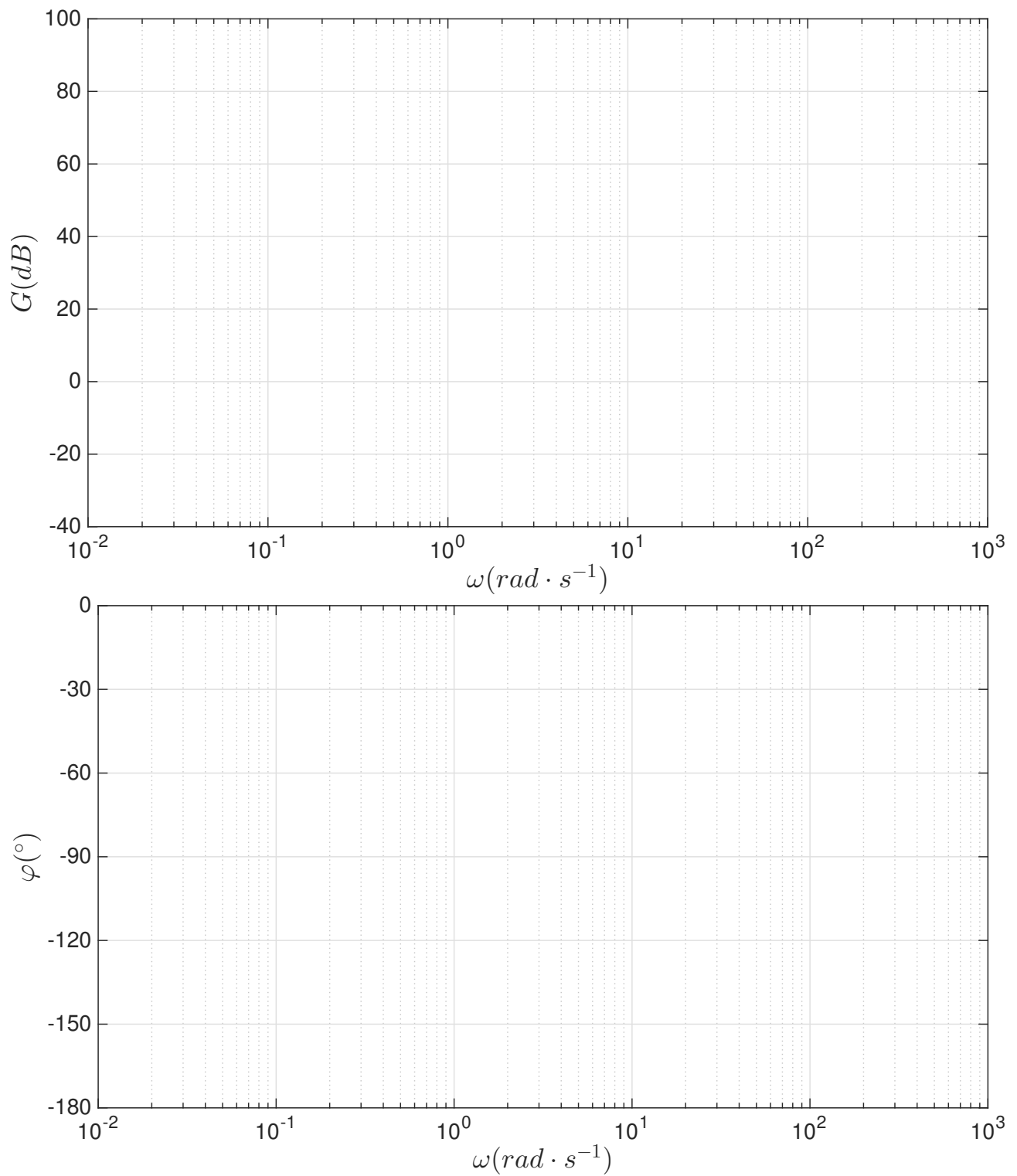


FIGURE 12