

Devoir surveillé n° 09 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 26 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : toutes les questions sur 4 points, total sur 148 (v1) et 108 (v2) points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Sujet 1 (sur 104)	Sujet 2 (sur 116)	Note finale
Note minimale	4	16	13	4,5
Note maximale	25	72	65	18
Moyenne	$\approx 15,5$	$\approx 38,62$	$\approx 41,06$	$\approx 10,77$
Écart-type	$\approx 6,02$	$\approx 16,00$	$\approx 14,06$	$\approx 3,91$

A). Un exercice vu en TD (v1).

Pour calculer $p(X = x, Y = y)$, le cas $y > x$ a été trop souvent oublié (et x et y n'ont souvent même pas été quantifiés). De manière générale, Y est à valeurs dans $\llbracket 1, n \rrbracket$, et pas $\llbracket 1, X \rrbracket$, qui varie suivant X .

B). Existence d'un supplémentaire commun dans la somme (v1).

De grosses erreurs, souvent les mêmes, en particulier concernant les supplémentaires. Vous confondez « supplémentaires » et « en somme directe », et « supplémentaire » et « complémentaire ». Trop souvent vous considérez $A \setminus B$ ou $A \cup B$ comme des sev.

- 1) A et C sont en somme en directe, pas supplémentaires, donc nous n'avons pas $A + C = E$.
- 2.a) Si la partie $u \notin B$ et $v \notin A$ a été bien traitée, la partie $u \in A$ et $v \in B$ a donné lieu à beaucoup d'arnaques.
- 2.b) Soyez plus précis dans vos justifications.
- 3.a) Trop souvent j'ai lu des analyses sans synthèses. On demandait une solution, pas forcément toutes les solutions!
- 3.b) Il n'y avait qu'un argument à donner : A et B sont de dimension finie, donc d'après le cours tout sev de l'un de ces deux ev admet un supplémentaire. Et c'est tout ... mais si les mots « dimension finie » n'apparaissaient pas, il n'y avait pas de point.
- 4.a) Question affreusement mal traitée. Déjà, $\text{Vect}(u + v)$ n'a rien à voir avec $\text{Vect}(u) + \text{Vect}(v)$. Ensuite, ce n'est pas parce que deux familles sont libres qu'une combinaison linéaire nulle en tous les vecteurs de ces deux familles est triviale. Autrement dit, la concaténation de deux familles libres n'a aucune raison d'être libre. L'argument qui a souvent manqué ici était que

$A' \cap B' = \{0\}$. Je vous conseille de travailler le corrigé de cette question, qui est une question d'un style très classique, et qu'il faut savoir traiter.

C). Lectures aléatoires dans un baladeur (v1).

- 1) La définition même de X_i devait vous faire penser à une loi binomiale. En aucun cas X_i ne suivait une loi uniforme !
- 2) Question très mal traitée. Déjà, beaucoup pensent que ces variables sont indépendantes : s'il y a k écoutes et que la première piste est écoutée k fois, pensez-vous vraiment que cela n'a aucune influence sur le nombre de lectures des autres pistes ? Et enfin, une explication en français comme celle qui précède n'est pas une démonstration. Ici, « $P(X_1 = k, X_2 = k) = 0$ mais $P(X_1 = k).P(X_2 = k) \neq 0$ » était le genre de démonstration attendue.

10.a) Attention aux confusions : les C_i sont des entiers, pas des événements, donc $[B_i = 0] = \bigcap_{j=1}^k C_j$ n'a aucun sens.

D). Base duale (v2).

Problème bien traité. Il est dommage que vous ayez décrit e_i^{**} sans la reconnaître (dernière question).

E). Allumettes de Banach (v2).

- 1) Beaucoup d'erreurs de calcul ! Et quand vous arrivez au bout, pensez à simplifier vos fractions !
- 2) Attention, si $f(n) = 2n + 1$, alors $f(n + 1) = 2n + 3$, et non $2n + 2$.
- 3) Un majorant d'une suite doit être une constante, pas une autre suite. À cause de cela, la preuve de la convergence de (a_n) a été plutôt mal faite. On préférerait de plus avoir le sens de variation strict de (a_n) . Enfin, le signe de $\frac{a_{n+1}}{a_n} - 1$ ne donne pas le sens de variations de (a_n) , sauf si vous avez donné le signe de (a_n) .
- 5) Des erreurs de calcul, et des démonstrations à grand coups de phrases « blabla ». Les démonstrations de probas doivent être faites rigoureusement, avec les outils au programme : probas conditionnelles, unions disjointes, événements indépendants etc.