QCM n° 7

Échauffement n°1 Soit l'application $f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2+4x+1 \end{array}$ Déterminer $f([-4,5])$, $f^{-1}([-3,0])$, $f^{-1}(\{-4\})$ et $f^{-1}(\{-2\})$.

Échauffement n°2 Soit $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. Calculer C^3 et C^{-1}.

Question n°1 Soit A et B deux ensembles.

- ☐ $(A \backslash B) \cup B = A$;
- ☐ $(A \backslash B) \cup B \supset A$;
- ☐ $(A \cup B) \backslash B \subset A$;
- ☐ $(A \backslash B) \cup B \subset A$;
- ☐ $(A \cup B) \backslash B = A$;
- ☐ $(A \cup B) \backslash B \supset A$.

Question n°2 Soit A et B deux ensembles.

- ☐ Si $A \subset B$, $\mathscr{P}(A) \subset \mathscr{P}(B)$;
- ☐ Si $x \in A$, $x \in \mathscr{P}(A)$;
- ☐ Si $A \subset B$, $A \in \mathscr{P}(B)$;
- ☐ $A \subset \mathscr{P}(A)$.

Question n°3

- ☐ $\{3k\ ,\ k \in \mathbb{Z}\} \cup \{3k+1\ ,\ k \in \mathbb{Z}\} = \{3k\ ,\ 3k+1\ ,\ k \in \mathbb{Z}\}$;
- ☐ $\{\mathrm{e}^{-x}\ ,\ x \in \mathbb{R}\} = \{y \in \mathbb{R}\ ,\ \exists\, x \in \mathbb{R}\ ,\ y = \mathrm{e}^{-x}\}$;
- ☐ $\displaystyle\bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} \left[1+\frac{1}{n}, 2+\frac{2}{n}\right] = [1,2]$;
- ☐ $\displaystyle\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} \left[1+\frac{1}{n}, 4-\frac{1}{n}\right]\right) \cap [2,4] = \bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} \left[2, 4-\frac{1}{n}\right] = [2,4[$.

Question n°4 Soit E, F, G trois ensembles, et $f : E \to F$ et $g : F \to G$. Alors,

- ☐ si f est injective, $g \circ f$ aussi ;
- ☐ si $g \circ f$ est surjective, f aussi ;
- ☐ si $g \circ f$ est injective, f aussi ;
- ☐ si $g \circ f$ est bijective, f et g aussi.
- ☐ si f et g sont surjectives, $g \circ f$ aussi ;

Question n°5 Soit E, F deux ensembles, et $f : E \to F$. Soit $A \subset E$ et $B \subset F$. Alors, pour tout élément x,

☐ $x \in f(A)$ ssi il existe $y \in A$ tel que $y = f^{-1}(x)$;
☐ $x \in f^{-1}(B)$ ssi il existe $y \in F$ tel que $x = f^{-1}(y)$;
☐ $x \in f^{-1}(B)$ ssi il existe $y \in F$ tel que $f(x) = y$;
☐ $x \in f^{-1}(B)$ ssi $f(x) \in B$;
☐ $x \in f(B)$ ssi il existe $y \in B$ tel que $f(y) = x$.

Question n°6 Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.

☐ S'il existe $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ telle que $AB = BA = \mathrm{Id}_n$, alors A est inversible ;
☐ S'il existe $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ telle que $BA = \mathrm{Id}_n$, alors A est inversible ;
☐ S'il existe $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ non nulle telle que $AB = 0$, alors A est nulle ;
☐ S'il existe $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ non nulle telle que $AB = BA = 0$, alors A est nulle ;
☐ S'il existe $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ non nulle telle que $AB = 0$, alors A ne peut pas être inversible ;
☐ Si $A \neq 0$, il existe $B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ différente de Id_n telle que $AB \neq 0$.