Mouvement dans $\vec{E}$ et $\vec{B}$

Exercice n° 4

On a montré en classe : $\begin{cases} \ddot{x} = -\omega_0^2 x - \frac{qB}{m}\dot{z} \\ \ddot{z} = -\omega_0^2 z + \frac{qB}{m}\dot{x} \end{cases}$

on pose donc $u = x + jz$

$$\ddot{u} = \ddot{x} + j\ddot{z}$$
$$= -\omega_0^2 (x + jz) + \frac{qB}{m}\underbrace{(-\dot{z} + j\dot{x})}_{j(\frac{-1}{j}\dot{z} + \dot{x})}$$

$$\ddot{u} = -\omega_0^2 u + j\frac{qB}{m}\dot{u}$$

Equation caractéristique : $r^2 - j\frac{qB}{m} r + \omega_0^2 = 0$

d'où $\Delta = \left(\frac{qB}{m}\right)^2 - 4\omega_0^2 \simeq 4j^2\omega_0^2$ en effet on donne $\omega_0 \gg \frac{qB}{m}$

d'où les racines : $r = j\left(\frac{qB}{2m} \mp \omega_0\right)$

Solution générale en u

$$u(t) = A\exp\left(j\left(\omega_0 + \frac{qB}{m}\right)t\right) + B\exp\left(-j\left(\omega_0 - \frac{qB}{m}\right)t\right)$$

$x(t) = \mathrm{Re}(u(t))$ $\quad z(t) = \mathrm{Im}(u(t))$

on a bien deux pulsations $\boxed{\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_0 + \frac{qB}{m} \\ \omega_2 &= \omega_0 - \frac{qB}{m} \end{aligned}}$ $\quad > 0$ $\quad > 0$

L'énoncé ne demande pas les solutions exactes mais les pulsations.

Exercice n° 2

Referentiel : $\mathcal{R}$ Galileen

Systeme : le proton (q, m)

1. Mouvement dans un Deë

La force : $\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$

La force est perpendiculaire à $\vec{B} = B\vec{e_z}$

Donc le mouvement se fera dans le plan (Oxy)

Loi : la seconde loi de Newton $m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

Repere : polaire : hypothese le mouvement est circulaire

$\vec{v} = R\dot{\theta}\vec{e_\theta}$; $\vec{a} = -R\dot{\theta}^2\vec{e_r} + R\ddot{\theta}\vec{e_\theta}$

$\vec{F} = qR\dot{\theta}B\ \vec{e_\theta} \wedge \vec{e_z} = +qR\dot{\theta}B\vec{e_r}$

Projections : $\begin{cases} -mR\dot{\theta}^2 = qR\dot{\theta}B \\ mR\ddot{\theta} = 0 \end{cases}$

$\ddot{\theta} = 0$ donc $\dot{\theta} = cst$ le mouvement est uniforme

on a alors $m\dfrac{v^2}{R} = qvB$ en norme

R existe bien on a un mouvement circulaire uniforme de rayon $\boxed{R = mv/qB}$

---

2. Le temps pour un demi tour

$\tau = \dfrac{d}{v} = \dfrac{\pi R}{v}$ car v est constante

$\boxed{\tau = \pi m/qB = 32{,}8\,ns}$ τ ne depend pas de la vitesse

---

3. Frequence pour $U(t)$

Chaque fois que le proton se presente entre les dee $U(t)$ doit être dans le bon sens et à sa valeur maximale.

Donc la periode $\boxed{\begin{array}{l} T = 2\tau = 65{,}6\,ns \\ N = \dfrac{1}{T} = 15{,}2\,MHz \end{array}}$

4. Ec transmise par passage

Loi : Theoreme de l'energie cinetique : $\boxed{\Delta Ec = eU = 2\,keV = 3{,}2\,10^{-16}\,J}$

5. Nombre de tours

A chaque demi tour, le proton passe entre les dees et gagne eU en energie cinetique

Au bilan $\Delta Ec_T = \frac{1}{2} m v_f^2 = 2 n e U$.

$$\Rightarrow \boxed{n = \frac{m v_f^2}{4 e U} = 522 \text{ tours}}$$

6. Rayon

Le rayon du dernier demi tour est donné par :

$$\boxed{R = m v_f / eB = 20{,}9\,cm.}$$

Exercice 3

Referentiel : $\mathcal{R}$ Galileen

Systeme : $M(q, m)$

1. Vitesse en F'

Force $\vec{f} = q\vec{E}$

Loi : Theoreme de l'energie cinetique : $\Delta Ec = W$

$$Ec(F') - Ec(F) = \frac{1}{2} m v_0^2 = -qU_0 = q(V_F - V_{F'})$$

or $q = -e$

$$\boxed{Ec(F') = \frac{1}{2} m v_0^2 = eU_0 = 4 \text{ keV}}$$

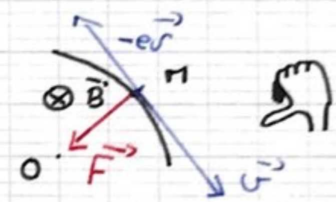
L'énergie cinétique ne dépend pas de la masse, ce n'est pas le cas pour la vitesse.

2. Sens de $\vec{B}$

Force : $\vec{F} = q\vec{v_0} \wedge \vec{B} = -e\,\vec{v_0} \wedge \vec{B}$

On applique la regle de la main droite

Le champ est rentrant



3. Le rayon de la trajectoire

Sans demonstration : $\boxed{R = \frac{m v_0}{eB}}$ (avec demo c'est la 2° loi de Newton et les coordonnées cylindriques)

or $m v_0^2 = 2eU_0$

d'où $R^2 = \frac{2meU_0}{e^2B^2} = \frac{2mU_0}{eB^2}$

$\Rightarrow \boxed{R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU_0}{e}}}$ le rayon dépend de la masse de la particule

Application numerique : $R_0 = 0{,}0914$ m rayon si il y a 1 seul nucleon $\Rightarrow R = R_0\sqrt{A}$ car $m_{noy} = A m_n$

on a donc $R_1 = 81{,}2$ cm

$R_2 = 82{,}2$ cm

$$\boxed{C_1C_2 = 2(R_2 - R_1) = 2 \text{ cm}}$$