Exercice 1 : Dans $\mathbb{R}^3$ muni de son produit scalaire usuel, on considère $\mathscr{B} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right)$.

1) Montrer que $\mathscr{B}$ est une base orthonormale.

2) Quelles sont les coordonnées de $x = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$ dans $\mathscr{B}$?

Exercice 2 : Calculer $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$, en indiquant les calculs intermédiaires.

Exercice 3 : Donner la base orthnormalisée de Gram-Schmidt de $\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\right)$.

Exercice 4 : Donner l'expression du produit scalaire de $\mathbb{R}^2$ dont la norme associée est $\left\|\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right\| = \sqrt{(x-y)^2+2y^2}$.