DS n° 07 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

I. Analyse asymptotique.

Déterminer la limite suivante.

$$\frac{3^{3n}(n!)^3}{n(3n)!} \xrightarrow[n\to+\infty]{} \boxed{}. \qquad (1)$$

Déterminer les DL suivants ($\mathrm{DL}_n(a)$ pour à l'ordre n et au voisinage du point a.)

$\mathrm{DL}_3(0)$ de $\dfrac{1}{\cos(x)}$: (2)

$\mathrm{DL}_4(0)$ de $\ln^2(1+x)$: (3)

$\mathrm{DL}_2(1)$ de $\mathrm{ch}(x)$: (4)

Déterminer un développement asymptotique à 3 termes en $+\infty$ des fonctions suivantes.

$\mathrm{th}(x)$: (5)

$\sqrt{\dfrac{x-2}{x+1}}\mathrm{e}^{\frac{x}{x-1}} - \mathrm{e}$: (6)

Soit la fonction $f : x \mapsto \dfrac{\operatorname{Arctan}(\ln(1+x))}{x^2} - \dfrac{1}{x}$.

On peut prolonger f par continuité en 0 en posant $f(0) = \boxed{}$. (7)

Ainsi prolongée, f est dérivable en 0 et $f'(0) = \boxed{}$. (8)

Au voisinage de 0, par rapport à sa tangente en 0, le graphe de f est $\boxed{}$ (9)

II. Algèbre linéaire.

On considère l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ $\varphi : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3x & +5y & +z \\ -2x & +y & +8z \\ x & -y & -5z \end{pmatrix}$.

Donner une représentation cartésienne de chacun des sev de $\mathbb{R}^3$ suivants.

$\operatorname{Ker}(\varphi)$: $\boxed{}$ (10)

$\operatorname{Im}(\varphi)$: $\boxed{}$ (11)

Donner une base de chacun des sev de $\mathbb{R}^3$ suivants.

$\operatorname{Ker}(\varphi)$: $\boxed{}$ (12)

$\operatorname{Im}(\varphi)$: $\boxed{}$ (13)

Est-ce que $\mathbb{R}^3 = \operatorname{Im}(\varphi) \oplus \operatorname{Ker}(\varphi)$ (répondre OUI ou NON) : $\boxed{}$ (14)

— FIN —