Devoir surveillé n° 9 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 32 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice de TD sur 6 points, chaque question sur 4 points, total sur 106 points (v1) et points (v2), ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	v1	v2	Note finale
Note maximale	29	61	55	18
Note minimale	0	11	16	5
Moyenne	$\approx 12,56$	$\approx 32,22$	$\approx 33,56$	$\approx 10,99$
Écart-type	$\approx 6,08$	$\approx 14,58$	$\approx 11,88$	$\approx 3,60$

Un exercice vu en classe (v1).

Pensez à :
- introduire un espace probabilisé **FINI** modélisant l'expérience ;
- nommer les formules utilisées ;
- vous assurer que le dénominateur n'est pas nul dans la formule de Bayes ;
- préciser que vous utilisez un système complet d'événements, et lequel, avant d'utiliser la formule des probabilités totales (au pluriel ! !) ;
- simplifiez vos résultats : il est anormal de laisser $\dfrac{\frac{p}{2}}{\frac{p}{2}+\frac{1-p}{6}}$.

Étude d'un endomorphisme (v1).

1.a. Il y a des erreurs de calcul dans cette question, c'est incroyable ...

1.b. Il fallait montrer que f allait de E dans E, et qu'elle était linéaire. Donc deux points à démontrer.
Et encore une fois : non, dans le cas général, $\deg P' \neq \deg P - 1$.

1.c. Il fallait utiliser que $\mathrm{Im}(f) = \mathrm{Vect}(f(1), f(X), f(X^2))$, et le dire !

2.a. Pitié, pas d'erreurs de calcul ici !
Et il n'y a besoin d'aucun calcul si vous utlisez intelligemment la question précédente.

3.a. Attention, (a, b, c) n'est pas un polynôme ! Pour utiliser $a + bX + cX^2 = (a, b, c)$, il faut que vous disiez que vous assimilez un polynôme à ses coordonnées dans la base canonique.
Si vous faites des opérations de Gauss sur une famille, la famille que vous obtenez n'est pas égale à la précédente : ce sont les sev engendrés qui le sont.

3.b. Il y a des erreurs de calcul dans cette question, c'est incroyable ...

3.c. Se fait en une ligne par linéarité.

Images et noyaux itérés d'un endomorphisme (v1).

1.a. En algèbre linéaire, l'exposant dans f^p fait référence à la composition, pas un produit $f \times f$, qui n'existe pas. On l'é déjà dit mille fois.
Le résultat $\operatorname{Ker} f \subset \operatorname{Ker} f^2$ est très classique mais hors-programme : il faut le démontrer.
Pas besoin de récurrence ici. D'ailleurs ceux qui l'ont fait par récurrence n'ont même pas utilisé l'hypothèse de récurrence dans l'hérédité : cela aurait dû leur mettre la puce à l'oreille.

1.b. Pas besoin du théorème du rang (c'est une méthode de shadok ici) pour montrer que la suite est majorée : $\operatorname{Ker} f^p \subset E$, donc $\dim \operatorname{Ker} f^p \leqslant n$.

1.c. Le résultat « toute suite convergente d'entiers est stationnaire » est hors-programme, il faut le démontrer. Mais il n'était pas indispensable, il y avait plus simple.
À CHAQUE FOIS qu'il faut montrer l'existence d'un « plus petit entier tq », il faut introduire le bon ensemble d'entiers qui va bien, et montrer qu'il est non vide (et minoré si on est dans $\mathbb{Z}$). C'est systématique, on l'a déjà dit mille fois.

2.a. Vous avez très souvent oublié de considérer f^0 (rappel : $f^0 = \mathrm{Id}$).

2.f. C'est tout simplement le « théorème fondamental » : une famille libre d'un ev de dimension n contient au plus n vecteurs.

3. Ces questions ne faisaient pas partie d'un sondage d'opinion où on vous demandait ce que vous en pensiez : si vous pensez que la réponse est « non », il faut le justifier. Et pour la millième fois, cela ne se fait pas en dissertant sur ce qui pourrait éventuellement ne pas marcher : il faut donner un contre-exemple ! D'ailleurs, quel est le titre de cette question ?

Le damné gardien du phare (v2).

1. Parlez de probabilité uniforme !

3. Il fallait expliquer que dans le cas d'ébriété, les $\bar{A}_i \cap A_{i-1} \cap \cdots A_1$ sont indépendants.
Dans l'autre cas, il fallait utiliser la formule des probas composées, car alors ces événements ne sont pas indépendants.
Vous balancez trop souvent les résultats sans aucune justification.

Endomorphismes cycliques d'un espace vectoriel

2. $g \circ f = f \circ g$ ne suffit pas, il faut expliquer, avec la question précédente, que $g^k \circ f = f \circ g^k$.

3. **À CHAQUE FOIS** qu'il faut montrer l'existence d'un « plus grand entier tq », il faut introduire le bon ensemble d'entiers qui va bien, et montrer qu'il est non vide et majoré. C'est systématique, on l'a déjà dit mille fois.

4. Ce n'est pas parce que $((f^k(a)))_{k \in \mathbb{N}}$ est génératrice que $((f^k(a)))_{0 \leqslant k \leqslant p-1}$ l'est : ce ne sont pas les mêmes familles.

III. Vous avez souvent écrit directement $\deg \Delta(P) = \deg P - 1$ sans supposer que P n'était pas constant, ou (ce qui revient au même), $\deg \Delta^k(P) = \deg P - k$ sans supposer que $\deg P \geqslant k$.

8. Il n'est pas suffisant de montrer que le terme en X^n est nul. Déjà, ça ne sert à rien si $\deg P < n$. Ensuite, il faut aussi montrer que le terme de degré $\deg P - 1$ n'est pas nul.

Nombre de dérangements

2. Attention, on cherchait les applications pour lesquelles les points de A étaient **les** points fixes, et non pas celles pour lesquelles les points de A étaient **des** points fixes.