

**Barème.**

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 36 points, ramené sur 5 points.
- Barème : exercice de TD, chaque question sur 6 points ; chaque question de problème sur 4 points, total sur 106 points (version 1) ou 60 points (version 2), ramené sur 15 points, +90% (version 1) ou +40% (version 2).

**Statistiques descriptives.**

Soit  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \min\left(\frac{1}{10} \lceil 10x \rceil ; 20\right)$ .

	Calculs	Problème (V1)	Problème (V2)	Note finale
Transformation	$c$	$p_1$	$p_2$	$\varphi\left(\frac{5c}{36} + 1, 9\frac{15p_1}{106} + 1, 4\frac{15p_2}{60}\right)$
Note maximale	32	47	51	20+
Note minimale	9	11	6	4, 7
Moyenne	$\approx 18,76$	$\approx 25,95$	$\approx 24,93$	$\approx 10,40$
Écart-type	$\approx 5,05$	$\approx 10,22$	$\approx 11,91$	$\approx 3,87$
Premier quartile	14,35	17,5	15,75	7,45
Médiane	18,5	23	25	10,35
Troisième quartile	22	30,75	33,25	13,4

**Remarques générales.**

- En probas, vous avez deux formules principales à retenir : celle des probabilités totales et celle des probabilités composées. Vous ne pouvez pas vous tromper sur leurs noms.
- Lorsque vous utilisez la formule des probabilités totales, vous devez impérativement préciser le système complet d'événements utilisé, et justifier que c'en est bien un. La plupart du temps, on utilise un des deux types de s.c.e. vus en cours :  $(A, \bar{A})$  ou le s.c.e. canoniquement associé à une variable aléatoire :  $([X = k])_{k \in X(\Omega)}$ .
- Les seules v.a. de variance nulle sont les v.a. constantes p.s. Vous ne pouvez donc trouver une variance nulle pour des variables qui ne sont clairement pas constantes p.s.
- Un système complet d'événements est composé d'événements ! Dire qu'une famille de v.a. ou de probabilités d'événements est un s.c.e. est absurde et montre que vous n'avez pas compris ce que voulait dire cette expression.
- Les jolis dessins d'urnes égaient certes vos copies, mais ne vous font pas gagner de points, ni n'éclaircissent votre propos.
- Les arguments de dénombrement ne peuvent s'utiliser que dans une situation d'équiprobabilité (qui est d'ailleurs à justifier). Ce n'était nulle part le cas ici.
- Plusieurs étudiants ne prennent pas la peine de justifier leurs réponses en probas, écrivant directement les probabilités à calculer sous forme de somme ou de produit, parfois accompagné d'un petit texte censé justifier le résultat. Vous devez bien avoir conscience que cela n'a pas de valeur mathématique et que ce comportement sera sévèrement sanctionné aux concours (notamment parce qu'il est bien trop répandu).

**Calculs**

Pour le « calcul » de transposée, j'ai relevé 7 résultats vides et une erreur. Sur une telle question, c'est incompréhensible. Certains n'ont toujours pas mis en place des méthodes de synthétisation et d'apprentissage du cours efficaces. À ce moment de l'année, c'est inquiétant.

**Version 1.**

Les tirages ne sont pas indépendants !

- 1) Il convenait d'identifier une loi usuelle et de ne pas mener de calculs pour obtenir l'espérance et la variance.  
 $B_1$  n'est pas directement le résultat d'un tirage dans une urne, il convenait donc d'expliquer (rapidement) pourquoi vous modélisiez la loi de  $B_1$  par la loi uniforme sur  $\{1, 2\}$ .
- 2) J'ai lu : «  $B_k$  est à valeurs dans  $k + 1$  ». Cela n'a pas de sens.  
 Vous ne pouvez pas déceimment laisser  $\frac{3}{12}$  non simplifié.
- 3a) Vous ne pouvez pas dire « si  $i > j$ , le nombre de boules blanches ne peut augmenter de 1, alors  $i = j + 1$  ». Cela veut dire qu'il n'y a qu'un entier supérieur strictement à  $j$ , c'est absurde ! Les probabilités conditionnelles à écrire pouvaient très bien être nulles.  
 Dire « si  $i \notin \{j, j + 1\}$ , alors  $[B_{k+1} = i] \cap [B_k = j] = \emptyset$  » est abusif (même si c'est un point subtil). La modélisation porte toujours sur les lois des variables étudiées, pas sur l'univers. En effet, l'intérêt du travail mathématique effectué est que les résultats sont valables pour tout espace probabilisé modélisant l'expérience. Vous ne pouvez donc placer de contrainte dessus. On préférera dire que la probabilité de cet événement est nulle.
- 3b) Le s.c.e. à utiliser ne peut pas être  $([B_k = i], [B_k = i - 1])$ , car ce n'est pas un s.c.e. À la question précédente, vous aviez dû trouver que certaines probabilités conditionnelles étaient vides.
- 5a) Dire «  $P(B_k = 0)$  est impossible » n'a pas de sens :  $P(B_k = 0)$  est un nombre. Appuyez-vous sur la deuxième question :  $B_k$  est à valeurs dans  $\llbracket 1, b + 1 \rrbracket$ .
- 5b) Ce cas était l'exact symétrique de la question 5a), on y répondait exactement de la même manière. Pourtant, que d'erreurs, de difficultés et de pipeautage, pour des copies ayant bien répondu à la question précédente ! Vous pouviez utiliser la symétrie entre les boules noires et blanches, ce qui n'a jamais été vraiment fait.
- 5c) N'oubliez pas d'introduire  $k$ .
- 6a) Certains ont anticipé la question suivante et « pipeauté » la relation  $E[B_{k+1}] = E[B_k] + \frac{1}{2}$ . Ce n'est pas une bonne idée : vous ne gagnez aucun point et perdez toute crédibilité.
- 9b) Deux variables décorréélées ne sont pas nécessairement indépendantes !  
 Ici,  $B_0$  était constante p.s. Et une v.a. constante p.s. est indépendante de toute autre v.a. !

**Version 2 (Ecricome 2009).**

Là encore, les tirages ne sont pas indépendants !

- 1) L'énoncé n'était pas très clair. J'attendais de vous que vous justifiez à la fois que  $Y \geq 1$  et que  $Y \leq b + 1$ .
- 2) Dire que les événements « la  $i^{\text{e}}$  boule tirée est noire » sont indépendants est absurde.  
 Avant d'utiliser la formule des probabilités composées, justifiez que l'événement par rapport auquel vous conditionnez n'est pas de probabilité nulle.
- 5) Deux étudiants n'ont pas distingué le cas  $k = b + 1$  et ont obtenu un terme du type «  $\frac{(b+1)!}{N^{b+1}(-1)!}$  ». Cela n'a bien entendu pas de sens. Mais ensuite, cela devenait de la science-fiction : « ce qui est écrit n'a pas de sens, donc cela vaut 0 ». C'est hallucinant. J'ai bien failli arrêter de corriger là ces deux copies.
- 6a) Beaucoup de blabla (sans valeur, bien entendu) dans cette question. Ce n'est pas parce que ce sont des probas que vous n'avez pas à justifier proprement vos réponses.
- 8b) Il était inutile de résoudre la relation arithmético-géométrique : on vous donnait la solution, il suffisait de la vérifier (par récurrence, par exemple).
- 9a) L'énoncé vous imposait d'utiliser la formule des probabilités totales.