# Devoir surveillé n° 9 - Remarques

## Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 22 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 112 points (v1) et 96 points (v2), ramené sur 15 points.

## Statistiques descriptives.

| | Calculs | v1 | v2 | Note finale |
|---|---|---|---|---|
| Note maximale | 19 | 58 | 76 | $19,5$ |
| Note minimale | 0 | 9 | 9 | 5 |
| Moyenne | $\approx 9,7$ | $\approx 27,86$ | $\approx 38,44$ | $\approx 10,51$ |
| Écart-type | $\approx 3,51$ | $\approx 13,81$ | $\approx 19,73$ | $\approx 3,60$ |

## I. Matrices et probabilités (v1).

**A.1.** Tout le monde a trouvé la bonne formule, mais il y a eu beaucoup trop peu de justifications. Les probas, ce n'est pas du blabla, les résultats se justifient comme dans les autres chapitres. Comme on s'y attendait, on avait bien pris soin de préciser dans l'énoncé : « Justifier avec soin votre réponse ». En vain ... Il n'y avait qu'une façon de justifier le résultat : donner un s.c.e. et utiliser la formule des probas totales.

**B.2.a.** On ne demandait pas de montrer que $\forall n$, $C_{n+1} = MC_n \Rightarrow M = \begin{pmatrix} p & q \\ q & p \end{pmatrix}$, mais on demandait l'implication réciproque. Donc on voulait la synthèse, pas l'analyse. Nous sommes fin mai, on travaille là-dessus depuis septembre, il serait temps que ça rentre.
Et il faut quantifier $n$ ! !

**A.2.b.** Comme toujours, « endomorphisme » c'est « linéaire » ET « ev de départ = ev d'arrivée ».

**A.2.c.** Il s'agissait d'effectuer un calcul de rang, avec un pivot de Gauss. D'une part, ce sont les rangs des matrices successives qui sont égaux, pas les matrices elles-mêmes. Donc n'écrivait pas $A = B = \cdots$ mais $\operatorname{rg} A = \operatorname{rg} B = \cdots$.
D'autre part, si vous ne savez pas si $p - \lambda$ est nul ou pas, l'opération $L_2 \leftarrow (p-\lambda)L_2 - qL_1$ est interdite ! Beaucoup l'ont tout de même effectuée. Et ensuite ils obtiennent une matrice triangulaire, et tous (absolument tous, ce que je trouve stupéfiant), voient qu'il y a $p - \lambda$ et $q^2 - (p-\lambda)^2$ sur la diagonale et ne traitent que le cas $q^2 - (p-\lambda)^2 = 0$, et toujours pas le cas $p - \lambda = 0$. C'est de l'aveuglement. Ne soyez pas prêts à accepter tout et n'importe quoi pour avoir à la fin le résultat qui vous arrange. Restez vigilants et critiques.
Il fallait aussi justifier que $\lambda_1 < \lambda_2$.

**A.2.f.** Que de bourrinage, du style « j'écris $P = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, j'injecte et je résous un système $4 \times 4$ ». Il s'agissait tout simplement de la formule de changement de base (même remarque pour la question **D.10.b.**).

**B.7.a.** Je fatigue : dans une sommation géométrique, il est impératif de vérifier que la raison n'est pas égale à 1 ! Ça sert à quoi de vous l'avoir demandé 1000 fois en interro de cours ? ? ? ?

**C.9.b.** Le produit matriciel n'est pas intègre. Donc $C_n \neq 0$ ne permet en rien de dire que $(N^2 - M)C_n = 0 \Rightarrow N^2 - M = 0$.

**C.9.c.** Ne prenez pas vos désirs pour des réalités : $\Delta^2$ diagonale n'implique pas que $\Delta$ l'est. Considérez par exemple $\Delta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

## I. Suite de variables aléatoires (v2).

**I.1.** Le fait que $\deg(g(P)) \leqslant n$ n'a pas toujours été bien justifié. Utilisez que $\deg P' \leqslant \deg P - 1$.

**I.2.** Les cas $x \neq 1$ et $x = 1$ doivent être distingués.

**I.3.** La réciproque d'un automorphisme est un automorphisme, c'est du cours, pas la peine de le (re)démonter.

**II.6.** Pour utiliser la formule des probabilités totales, il faut donner un système complet d'événements !

**II.8.a.** Beaucoup d'erreurs dans ce calcul. Attention aux indices de départ des sommes.

**II.9.** Attention, $F_k' = \sum_{r=0}^{n} rP(Z_k = r)x^{r-1}$ est faux : il y a un problème pour $r = 0$. La somme doit commencer à $r = 1$.

Et pour finir, noyons-nous allégrement dans ce puits de sagesse insondable :