



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON
 SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR
 CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.
 ANNÉE 2018 - 2019

C4 : MODÉLISATION CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINES DE SOLIDES

TD 10 - Cinématique des solides(C4-5)

15 Janvier 2019

Compétences

- **Analyser** : Apprécier la pertinence et la validité des résultats :
 - unités du système international;
 - homogénéité des grandeurs.
- **Modéliser** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement :
 - Solide indéformable;
 - référentiel, repère;
 - équivalence solide/référentiel;
 - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre";
- **Résoudre** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement
 - Modélisation plane;
 - Torseur cinématique;

1 Étude d'un centre d'usinage grande vitesse 5 axes

a) Présentation des exigences

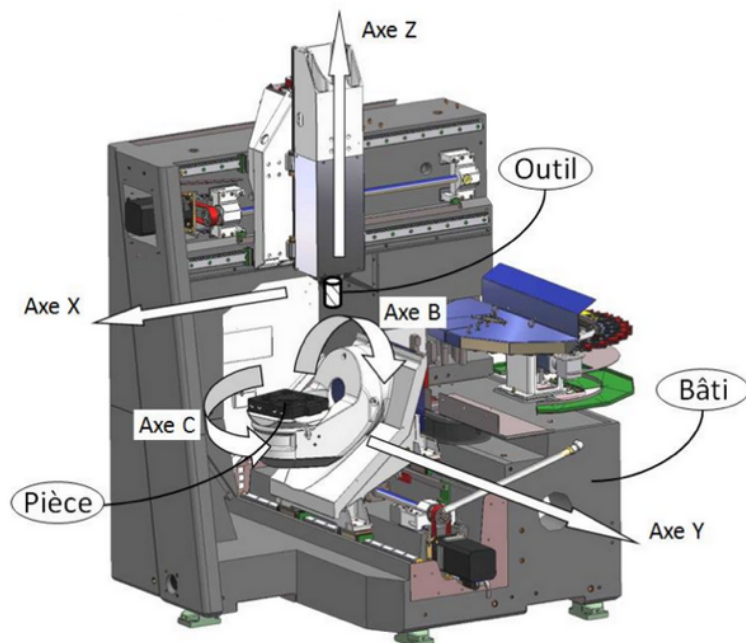
L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. On appelle le moyen de production associé à une opération d'usinage une machine outil ou un centre d'usinage. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. . Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

La figure ci-dessus est un exemple de machine possédant 3 translations (X, Y et Z) et deux rotations (B et C). Une telle machine est appelée machine 5 axes (un axe est un ensemble qui gère un des mouvements élémentaire, translation ou rotation). Sur cette machine, 2 axes sont utilisés pour mettre en mouvement l'outil par rapport au bâti (ce sont les translations Y et Z) et 3 axes sont utilisés pour mettre en mouvement la pièce par rapport au bâti (ce sont la translation X et les deux rotations B et C).

	Variable	Course
Axe X	$x(t)$	800 mm
Axe Y	$y(t)$	600 mm
Axe Z	$z(t)$	500 mm

	Variable	Course
Axe B	$\theta_1(t)$	$30^\circ / - 110^\circ$
Axe C	$\theta_0(t)$	360°

L'objectif de cette étude est de déterminer les conditions cinématiques à imposer pour respecter le critère de qualité d'usinage du cahier des charges. La chaîne cinématique pour déplacer l'outil par rapport au bâti.



Centre d'usinage 5 axes



Pièce complexe obtenue par usinage

FIGURE 1

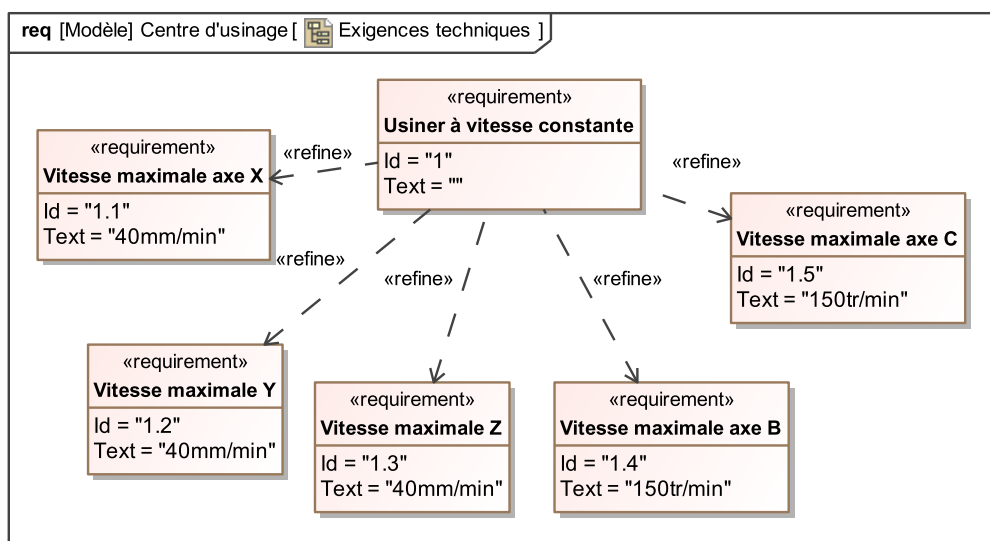
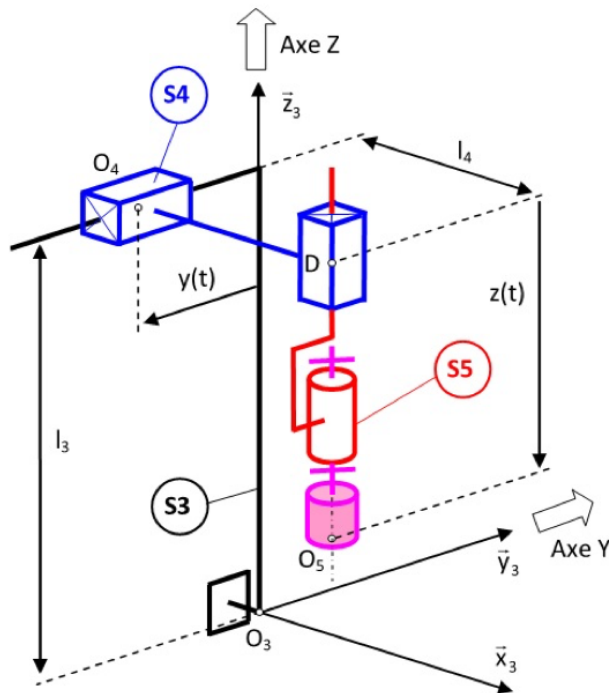


FIGURE 2 – Diagramme partiel des exigences du centre d'usinage

b) Modélisation de la chaîne cinématique associée à l'outil



- On associe à S_3 (Supposé galiléen), le repère :

$$R_3 = (O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$$

- S_4 est en mouvement de translation de direction $\vec{y}_4 = \vec{y}_3$ par rapport à S_3 . On associe à S_4 , le repère :

$$R_4 = (O_4, \vec{x}_4 = \vec{x}_3, \vec{y}_4 = \vec{y}_3, \vec{z}_4 = \vec{z}_3)$$

- S_5 est en mouvement de translation de direction $\vec{z}_5 = \vec{z}_3$ par rapport à S_3 . On associe à S_5 , le repère :

$$R_5 = (O_5, \vec{x}_5 = \vec{x}_3, \vec{y}_5 = \vec{y}_3, \vec{z}_5 = \vec{z}_3)$$

- On pose :

- $\vec{O_3O_4} = y(t) \cdot \vec{y}_3 + l_3 \cdot \vec{z}_3$;
- $\vec{O_4D} = l_4 \cdot \vec{x}_4$;
- $\vec{DO_5} = z(t) \cdot \vec{z}_5$;
- l_3 et l_4 sont des constantes.

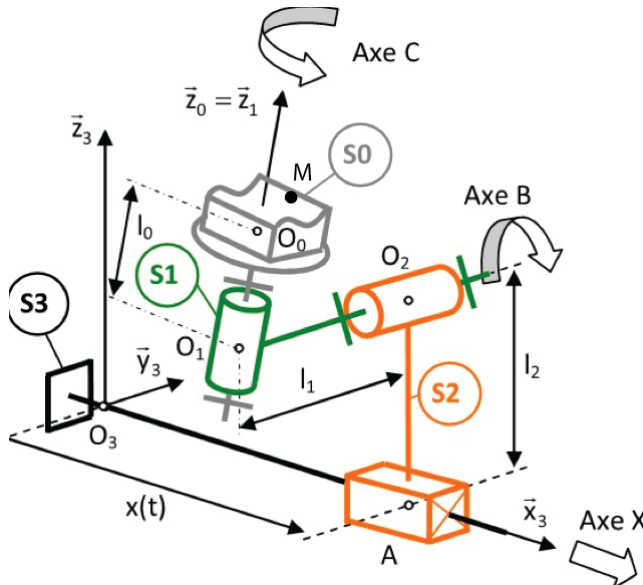
Q 1 : Exprimer $\vec{O_3O_5}$ dans la base associée au repère R_3 .

Q 2 : Définir et caractériser le lieu géométrique du point O_5 (extrémité de l'outil) dans son mouvement par rapport au repère R_3 , lorsque l'on commande les axes Y et Z .

Q 3 : Donner l'expression de $\vec{V}(O_5 \in 5/3)$ en utilisant la dérivation vectorielle.

Q 4 : A l'aide du diagramme des exigences (figure 2), calculer la valeur maximale de la norme du vecteur vitesse $\|\vec{V}(O_5 \in 5/3)\|_{max}$.

c) Chaîne cinématique pour déplacer la pièce par rapport au bâti.



- Le repère R_3 est toujours considéré comme galiléen.
- S_2 est en mouvement de translation de direction $\vec{x}_2 = \vec{x}_3$ par rapport à S_3 . On associe à S_2 , le repère :

$$R_2 = (O_2, \vec{x}_2 = \vec{x}_3, \vec{y}_2 = \vec{y}_3, \vec{z}_2 = \vec{z}_3)$$

- S_1 est en mouvement de rotation autour de l'axe $(O_2, \vec{y}_1 = \vec{y}_2)$ par rapport à S_2 (paramètre angulaire de mouvement $\theta_1 = (\vec{z}_2, \vec{z}_1)$). On associe à S_1 , le repère :

$$R_1 = (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1 = \vec{y}_2, \vec{z}_1)$$

- S_0 est en mouvement de rotation autour de l'axe $(O_1, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$ par rapport à S_1 (paramètre angulaire de mouvement $\theta_0 = (\vec{x}_1, \vec{x}_0)$). On associe à S_0 , le repère :

$$R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0 = \vec{z}_1)$$

- On pose :
 - $\vec{O_3A} = x_A(t) \cdot \vec{x}_3$;
 - $\vec{AO_2} = l_2 \cdot \vec{z}_3$;
 - $\vec{O_2O_1} = -l_1 \cdot \vec{y}_3$;
 - $\vec{O_1O_0} = l_0 \cdot \vec{z}_1$;
 - l_2, l_1 et l_0 sont des constantes.
 - La surface usinée est définie comme un ensemble de points M de coordonnées (x_M, y_M, z_M) dans le repère R_0 .

Q 5 : Donner les figures planes de projection traduisant les deux rotations de S_0/S_1 et de S_1/S_2 .

Q 6 : Exprimer $\vec{\Omega}(2/3)$

Q 7 : Exprimer $\vec{\Omega}(1/2)$

Q 8 : Exprimer $\vec{\Omega}(0/1)$

Q 9 : En déduire $\vec{\Omega}(1/3)$ et $\vec{\Omega}(0/3)$

Q 10 : Calculer $\left[\frac{d\vec{z}_1}{dt} \right]_{R_3}$.

Q 11 : Caractériser le lieu géométrique du point O_0 dans son mouvement par rapport au repère R_3 lorsque l'on commande les axes X, B et C.

Q 12 : Exprimer le vecteur position $\vec{O_3O_0}$.

Q 13 : Calculer $\vec{V}(O_0 \in 0/3)$ par dérivation vectorielle.

Q 14 : Déterminer la valeur maximale de la norme de cette vitesse si $l_0 = 0,1m$ et $\dot{x}_A = 0$.

Q 15 : Exprimer le torseur cinématique $\left\{ \mathcal{V}_{(0/3)} \right\}$ en O_0 .

Q 16 : Exprimer le torseur cinématique $\left\{ \mathcal{V}_{(0/3)} \right\}$ en M.