Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 32 points, ramené sur 5 points, +5%.
- Problème et exercice de TD : exercice de TD sur 6 points, chaque question sur 4 points, total sur 90 points, ramené sur 15 points, +60%.

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x\rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	c	p	$\varphi\left(1,05\frac{5c}{32}+1,6\frac{15p}{90}\right)$
Note maximale	32	69	20+
Note minimale	6	5	3
Moyenne	$\approx 15,75$	$\approx 29,43$	$\approx 10,40$
Écart-type	$\approx 5,34$	$\approx 12,78$	$\approx 3,78$
Premier quartile	$12,25$	$21,25$	$7,8$
Médiane	$15,5$	30	$10,65$
Troisième quartile	19	$34,75$	$12,6$

Remarques générales.

• Il est inadmissible de raturer une copie, notamment au début. La première copie doit être irréprochable : sinon, le correcteur aura une très mauvaise impression de vous et ne vous passera rien. Barrez proprement, et surtout travaillez au brouillon en amont.
• Recopier l'énoncé vous pénalise : cela vous fait perdre du temps et de l'énergie. De plus, cela fait perdre du temps au correcteur, qui lit alors des choses inutiles, et cela dilue ce que vous apportez. Abstenez-vous.
• J'ai relevé beaucoup de confusions quant à la nature des objets manipulés (ex : f / $f(x)$).
• Dire le signe d'une quantité « dépend de celui d'une autre » est imprécis : est-ce le même ou l'opposé ? Si vous ne précisez pas, cela n'a aucun intérêt !
• Pour étudier le signe d'une quantité, certains étudient le lieux d'annulation de cette quantité puis calculent des valeurs entre les lieux d'annulation. Pour conclure, vous devez alors utiliser le théorème des valeurs intermédiaires, qui repose sur une hypothèse de continuité et sur le fait que l'on se place sur un intervalle (une fonction continue sur un intervalle ne peut changer de signe sans s'annuler). Si vous ne le faites pas proprement, c'est incorrect. Souvent, c'est quand même un raisonnement compliqué (et jamais correctement mené), alors qu'il suffit de factoriser les quantités étudiées.
• Quand vous écrivez « pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) \leqslant 1 \Leftrightarrow \cos(x) - 1 \leqslant 0$ », vous n'affirmez pas que $\cos(x) - 1$ est toujours négatif. En effet, vous dites juste que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) \leqslant 1$ est vrai si et seulement si $\cos(x) - 1 \leqslant 0$ est vrai. Les deux pourraient être faux, que cela n'invaliderait pas votre phrase ! Si vous voulez exprimer une déduction, utilisez le mot **DONC** : soit $x \in \mathbb{R}$, $\cos(x) \leqslant 1$ donc $\cos(x) - 1 \leqslant 0$. Je vous rappelle que le symbole $\Leftrightarrow$ ne s'utilise que dans les résolutions d'équations (ou d'inéquations).
• Le signe de la dérivée « au sens large » n'a aucun intérêt lors de l'études des variations d'une fonction.
• Si f est une fonction réelle, vous ne pouvez pas dire $f(x)$ est continue/dérivable/monotone/*etc.* : $f(x)$ est un nombre. Ce genre d'erreur vous pénalisera fortement quand nous considérerons des fonctions qui auront pour image des fonctions. Par exemple, soit

$$f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathscr{F}([1,+\infty[,\mathbb{R}_+^*) \\ y & \longmapsto & f(y) : \left\{ \begin{array}{ccc} [1,+\infty[& \longrightarrow & \mathbb{R}_+^* \\ x & \longmapsto & x^y \end{array} \right. \end{array} \right. .$$

Si $y \in \mathbb{R}$, f et $f(y)$ sont des fonctions, qui sont toutes les deux croissantes (même si le sens de « croissante » pour f est plus difficile à saisir). Vous ne pouvez pas vous permettre de les confondre.
• Une étude de signe ne peut être correcte si l'argument que vous donnez s'applique aussi à l'opposé de la quantité étudiée.

• Lorsque vous écrivez des successions d'égalités/inégalités/équivalences, cela doit se lire dans un seul sens (horizontal ou vertical) : pas de zig-zag !
• Nul n'est tenu de lire votre copie. Si celle-ci est illisible, elle ne sera pas lue (du moins, pas entièrement).

I – Exercice vu en TD

Le contraire de « croissante » n'est pas « strictement décroissante » (nous l'avons d'ailleurs dit en cours). Ainsi, ce n'est pas parce que f n'est pas croissante qu'elle est nécessairement strictement décroissante.
Version fréquemment rencontrée : comme $f \circ f$ est croissante, si f est croissante alors $f \circ f \circ f$ est croissante. Jusque là, c'est correct (mais inutile). Ensuite, patatras : f n'est pas croissante, donc elle est strictement décroissante.
Beaucoup confondent les symboles $<$ et $\leqslant$: vous ne pouvez les échanger impunément.

II – Approximation et encadrement de π

1a) Vous deviez factoriser complètement P : répondre $P = (X-1)(2X^2 - X - 1)$ n'était pas correct, par exemple.
Nous verrons bientôt que X est un symbole formel : ce n'est pas un nombre.

1b) Il convenait de détailler légèrement les opérations sur les fonctions dérivables en jeu, vu qu'on vous pose la question.
On vous donnait u', il convenait juste de vérifier la formule donner. Vous n'avez pas le droit de donner un résultat erroné ici (d'autant plus que cela conditionne la suite).

1c) et 1e) Pour obtenir le signe de la dérivée, vous ne devez avoir qu'un réflexe : **FACTORISEZ**.
Les questions précédentes auraient du vous y avoir mené.
La localisation des racines seule ne permet pas d'obtenir le signe d'un trinôme entre les deux racines : $(x-a)(x-b)$ et $-(x-a)(x-b)$ sont bien de signes opposés sur $]a, b[$. Vous devez discuter du signe du coefficient dominant. Mais, encore une fois, quelle lourdeur par rapport à une simple factorisation !
On vous demande de montrer en **1f)** que, si $x \in I$, $g(x) < x < f(x)$, soit exactement $v(x) < 0 < u(x)$. Si vous ne trouvez pas cela dans vos tableaux de variations, c'est que vous avez commis une erreur : corrigez-vous alors !

1d) Ne pas observer directement que $X^2 - 2X + 1 = (X-1)^2$ est franchement dommage. Voir que certains utilisent un discriminant pour factoriser ce polynôme est absolument déprimant.
De manière générale, lorsque vous obtenez un discriminant nul, c'est que vous n'avez pas remarqué une identité remarquable. Gardez alors un peu d'amour-propre, et sauvez la face en n'écrivant pas ce discriminant.

2a) Quelques erreurs de signes dans cette question. Pourtant, vous pouviez contrôler le signe du résultat : $0 < \dfrac{\pi}{12} < \dfrac{\pi}{2}$, donc les trois nombres demandés sont strictement positifs. Donner un résultat négatif est donc incohérent.
Une fois $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ calculés, utiliser la formule d'addition pour calculer $\tan\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ n'était pas un choix très judicieux.

3b) L'argument principal ici était de discuter du signe de a_n et de b_n.
De manière générale, $\sqrt{x^2} \neq x$! Dire que, pour tout $\theta \in \mathbb{R}$, $\sin(\theta) = \sqrt{\dfrac{1-\cos(2\theta)}{2}}$ est grossièrement faux.

III – Simplification d'une fonction

1a) La phrase « $x \mapsto \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ est définie ssi $\dfrac{1+x}{1-x} \geqslant 0$ » a autant de valeur que « $\heartsuit \mapsto \sqrt{\dfrac{1+\heartsuit}{1-\heartsuit}}$ est définie ssi $\dfrac{1+x}{1-x} \geqslant 0$ », c'est-à-dire aucune.
$0 < 1+x < 2$ et $0 < 1-x < 1$ n'implique pas $0 < \dfrac{1+x}{1-x} < 1$. C'est aberrant, vous ne pouvez pas diviser membre à membre. C'est aussi incohérent : passez à la limite en 1.
On vous demandait ici de retrouver l'ensemble de définition d'une composée.

1b) Arcsin et $\sqrt{\cdot}$ ne sont pas dérivables. Vous ne pouvez donc pas dire « f est dérivable par opérations usuelles sur les fonctions dérivables ».

2a) Le cours donne : pour tout $y \in \mathbb{R}$, $-1 < \mathrm{th}(y) < 1$. Il n'y a donc pas de problème quant à la définition de $\mathrm{th}(y)$.
Vous ne pouvez pas commencer par raisonner directement par équivalences à partir de $\dfrac{1+\mathrm{th}(x)}{1-\mathrm{th}(x)} = \mathrm{e}^{z}$. En effet, vous devez montrer l'existence d'un tel z. Vous pouviez introduire un z quelconque, puis résoudre cette équation. Le plus simple était cependant de calculer directement la fraction.

2b) On n'a pas besoin de l'unicité ici. De plus, l'étude de la fonction th a été réalisée en cours, nul besoin de la détailler ici.

2d) De manière générale, $\mathrm{Arcsin}(\sin x) \neq x$. Nous avions lourdement insisté dessus, en cours et en TD.