

Devoir surveillé n° 01 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 32 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice vu en TD sur 6 points, et les autres questions sur 4 points, total sur 90 points, ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problème	Note finale
Note maximale	30	65	19,5
Note minimale	2	11	6
Moyenne	$\approx 15,72$	$\approx 31,79$	$\approx 11,05$
Écart-type	$\approx 6,74$	$\approx 14,43$	$\approx 3,63$

Remarques générales.

Il faut encadrer tous vos résultats : à partir du prochain DS, les résultats non encadrés seront sanctionnés.

Il faut introduire toutes les variables que vous utilisez.

Vous utilisez encore beaucoup trop d'équivalences là où des implications suffisent.

Je n'en peux plus de lire " $f(x)$ est dérivable" ou " f est croissante pour tout $x \in I$ ". Une dernière fois : "dérivable" est un adjectif qui s'applique à une fonction, mais $f(x)$ n'est pas une fonction, c'est une expression. La fonction, c'est f . Et le fait d'être croissante est une propriété globale : elle n'est pas vérifiée en un point, mais sur un ensemble de points (en général un intervalle ou une réunion d'intervalles). Être croissante ne dépend pas de x .

Exercice vu en TD.

La pire des horreurs : f n'est pas croissante donc elle est strictement décroissante :(

La quasi-totalité des fonctions ne sont ni croissante ni décroissante (cos, sin, tan, les polynômes de degré > 1 etc).

Le raisonnement suivant est erroné : soit $X = f(x)$ et $Y = f(y)$ tels que $X < Y$. Alors on arrive à $f(X) > f(Y)$ donc f est strictement décroissante.

Ici X et Y ne sont pas quelconques : vous avez SUPPOSÉ qu'ils étaient des images par f . C'est une hypothèse supplémentaire, et cela ne permet donc pas de conclure.

Si vous utilisez la contraposée de la définition de fonction croissante, dites-le et n'hésitez pas à écrire cette contraposée. Ce sera plus clair et plus convaincant.

La fonction f n'était évidemment pas supposée dérivable.

Approximation et encadrement de π .

- 1.a. On demande de factoriser P comme un produit de deux polynômes. Donc $P = X(2X^2 - 3X + \frac{1}{X})$ ne convient pas du tout.
- 1.b. u n'est pas "composée" des fonctions ceci-cela. u est une somme, pas une composition. Idem pour v deux questions plus loin.
- 1.c. Point important par la suite : u est **strictement** croissante : cela doit apparaître bien clairement !
- 1.e. Utiliser le discriminant pour déterminer le signe ou les racines de $-X^2 + 2X - 1$ est anormal !
- 1.f. Il fallait rappeler la stricte monotonie de u et v , qui étaient ici indispensables.
- 3.b. Attention, on l'a dit 1000 fois : si $a^2 = b$, alors on n'a pas forcément $a = \sqrt{b}$. On peut aussi avoir $a = -\sqrt{b}$: il faut donc étudier le signe de a .
- 3.c. Le résultat se démontrait directement sans récurrence.

Simplification d'une fonction.

- 1.a. Comment répondre à cette question sans dire sur quel intervalle Arcsin et Arctan sont définies ???
- 1.b. Idem ! Et comment répondre sans étudier la dérivabilité de $x \mapsto \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$? On rappelle que la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0 !
- 1.c. Très peu de calculs corrects : entraînez-vous !
- 2.a. On ne demandait pas $\frac{1 + \operatorname{th} y}{1 - \operatorname{th} y} = e^z \Rightarrow z = 2y$, mais la réciproque.
- 2.c. Revoir la résolution de $\sin a = \sin b$.
- 2.d. Que d'arnaques dans les manipulations d'encadrements ! J'ai lu plusieurs fois : $a \in]-\pi/2, \pi/2[$ donc $2a \in]-\pi/2, \pi/2[$, et donc $2a - \pi/2$ aussi. Très impressionnant !