

Relations d'ordre - un exercice supplémentaire

Exercice 1 Soit $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ une application croissante. On veut montrer que f possède un point fixe, *i.e.* qu'il existe $t \in [0, 1]$ tel que $f(t) = t$.

1) On note $T = \{x \in [0, 1] \mid f(x) \leq x\}$.

a) Montrer que T possède une borne inférieure, notée t .

b) Montrer que $f(T) \subset T$.

c) Montrer que $f(t)$ minore T .

d) Dédurre de tout ceci que $f(t) = t$.

2) Ce résultat est-il toujours vrai :

a) pour $f :]0, 1] \rightarrow]0, 1]$ croissante ?

b) pour $f : [0, 1[\rightarrow [0, 1[$ croissante ?