

**Barème.**

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 28 points, ramené sur 5 points, +35%.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total sur 92 points, ramené sur 15 points, +60%.

**Statistiques descriptives.**

Soit  $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \min \left( \frac{1}{10} \lceil 10x \rceil ; 20 \right)$ .

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	$c$	$p$	$\varphi \left( 1, 35 \frac{5c}{28} + 1, 6 \frac{15p}{92} \right)$
Note maximale	19	50	17
Note minimale	2	18	5, 2
Moyenne	$\approx 11, 85$	$\approx 32, 89$	$\approx 11, 49$
Écart-type	$\approx 4, 00$	$\approx 7, 87$	$\approx 2, 64$
Premier quartile	8	26, 5	9, 35
Médiane	12	32	11, 3
Troisième quartile	14	41	13, 9

**Remarques générales.**

- Simplifiez toujours vos résultats, y compris dans la feuille de calculs.
- Beaucoup n'ont pas encadré leurs conclusions, plusieurs ont écrit dans la marge. Pour le DS suivant, ce sera  $-50\%$  à chaque question. Évitez le surligneur fluo.
- Vous devez rappeler le nom des théorèmes utilisés, et vérifier une à une chacune de leurs hypothèses.
- Toute réponse demande une justification (excepté les questions de cours).
- Veillez à introduire scrupuleusement chacune des variables utilisées, en régléchant à la manière de les introduire (est-ce un « soit » qui introduit une variable quelconque ou un « il existe [...] tel que [...] » qui introduit une variable vérifiant une certaine condition ?).
- Beaucoup utilisent abusivement le symbole  $\Leftrightarrow$  pour signifier « donc ». J'ai été indulgent là dessus (nous n'avions pas fait le cours de logique) : c'est terminé.
- Vous ne devez pas vous contredire. Si une de vos réponses en contredit une autre, prenez le temps de détecter l'erreur effectuée. Le pire est de contredire l'énoncé !
- Rendre les questions « dans l'ordre » implique de rendre le problème n° 1 avant le problème n° 2...

**I – Concavité du logarithme**

1) Certains ont oublié de préciser le cas d'égalité, c'est dommage.

Vous devez expliquer comment obtenir le signe de  $\frac{1}{x} - 1$  : FACTORISEZ (correctement).

2a) Vous ne devez pas confondre une droite avec son (ou plutôt, une de ses) équation.

Pour certains, une équation de la tangente est toujours  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$ , même quand aucune fonction ne s'appelle  $f$ ...

2b) Pour une réponse complète, il convenait de préciser quand  $\mathcal{C}$  et  $T_a$  se rencontrent. Écrire  $\mathcal{C} \leq T_a$  n'a aucun sens.

Attention en dérivant : on ne dérive pas par rapport à  $a$ .

3b) Il convenait de justifier que  $x(t) > 0$  pour chaque  $0 \leq t \leq 1$ .

4a) L'initialisation était plutôt aisée à démontrer.

4c) Il était assez facile de montrer que si  $a = b$ , alors  $\sqrt{ab} = \frac{a+b}{2}$ .

4d) Il était assez facile de montrer que si  $a_1 = \dots = a_n$ , alors  $\sqrt[n]{a_1 \dots a_n} = \frac{a_1 + \dots + a_n}{n}$ .

**II – Étude d'une fonction.**

- 2)** On restreint l'intervalle d'étude d'abord par  $2\pi$ -périodicité, puis par imparité (dans cet ordre). Mieux vaut ne pas inventer si on n'arrive pas à réduire davantage.
- 4)** On vous demandait d'abord le tableau des variations de  $f$  sur  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ , vous devez l'explicitier, puis expliquer comment obtenir celui de  $f$  sur  $]-\pi, 0[ \cup ]0, \pi[$ . Plutôt que de justifier le tableau sur  $]-\pi, 0[ \cup ]0, \pi[$  par des arguments spécieux, vous pouviez donner le signe de  $-\cos$  sur cet ensemble et en déduire les variations de  $f$ .  
Le périodicité n'intervenait pas pour reconstruire les variations de  $f$  sur  $]-\pi, 0[ \cup ]0, \pi[$ .  
Il est très important de faire apparaître les lieux d'annulation de  $f'$ , c'est un point primordial quand on étudie ensuite la dérivabilité de  $g^{-1}$ .
- 5)** Les différentes courbes doivent être en couleur (différentes) et légendées, la courbe de  $f$  ne doit pas toucher ses asymptotes. Une tangente s'indique par le symbole  $\leftrightarrow$ .
- 6)** Vous devez citer le nom du théorème utilisé et rappeler toutes ses hypothèses. Pour utiliser le théorème de la bijection, vous devez préciser les limites/valeurs de  $g$  aux bornes de  $I$ .
- 7)** Beaucoup ont répondu  $x = \text{Arcsin}\left(\frac{1}{y}\right)$ , ce qui contredit la croissance stricte de  $g^{-1}$  obtenue en **6)**.  
Le passage de  $\sin(x) = \frac{1}{y}$  à  $x = \frac{1}{y}$  est FAUX de manière générale (comme je vous l'avais rappelé le matin même, en parlant du DM). Cela a été lourdement pénalisé et invalidait une bonne partie de la suite du devoir (vous ne travaillez pas sur la bonne fonction).
- 8) et 9)** Des dérivées strictement négatives contredisent directement la réponse à la question **6)**. Vous devez justifier l'utilisation des résultats de cours (dérivabilité d'une composée et d'une réciproque).  
Vous aviez dressé le tableau de signes de  $f'$  puis tracé la courbe de  $f$  : vous savez que  $g'$  s'annule.

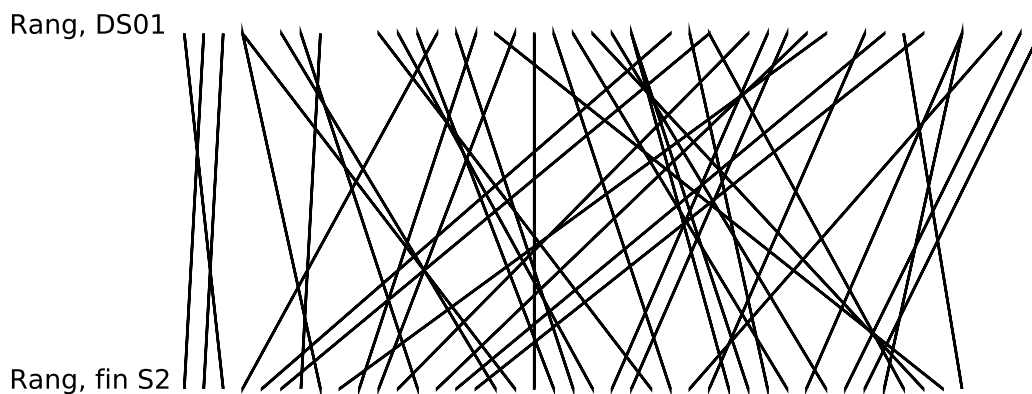


FIGURE 1 – Évolution des rangs des étudiants en 2018-2019