

Feuille d'exercice n° 05 : Calculs sur les complexes – Fiche d'entraînement – Correction

Exercice 1

- 1) $\mathcal{C}(1, 1) \cap \mathcal{C}\left(-1, \frac{3}{2}\right) = \left\{ \frac{5}{16} - i\frac{15}{16}, \frac{5}{16} + i\frac{15}{16} \right\}$
- 2) $\mathcal{C}(i, 2) \cap \mathcal{C}(1, 1) = \left\{ \frac{5 - \sqrt{7}}{4} - i\frac{1 + \sqrt{7}}{4}, \frac{5 + \sqrt{7}}{4} + i\frac{-1 + \sqrt{7}}{4} \right\}$
- 3) $\mathcal{C}(i, 1) \cap \mathcal{C}(1 + 4i, 3) = \{1 + i\}$
- 4) $\mathcal{C}(3i, 1) \cap \mathcal{C}(5, 2) = \emptyset$

Exercice 2

- 1) $\pm(1 - 3i)$
- 2) $\pm(5 + i)$
- 3) $\pm \left(\sqrt{\frac{\sqrt{58} + 3}{2}} - i\sqrt{\frac{\sqrt{58} - 3}{2}} \right)$
- 4) $\pm \left(\sqrt{\frac{\sqrt{29} + 5}{2}} + i\sqrt{\frac{\sqrt{29} - 5}{2}} \right)$

Exercice 3

- 1) $\{3 - i; -2 + 2i\}$
- 2) $\{4; 1 - 2i\}$
- 3) $\{i; 7 - i\}$
- 4) $\{5i; 2 + i\}$

Exercice 4

- 1) $(-2)^n \sin^n\left(\frac{x}{2}\right) \sin\left(\frac{nx}{2} + \frac{n\pi}{2}\right)$
- 2) $\frac{\sin(nx) \sin((n+1)x)}{2 \sin(x)}$ si $x \neq 0 \pmod{\pi}$, 0 sinon.

Exercice 5

- 1) $\frac{1}{4} \sin(2x) - \frac{1}{8} \sin(4x)$
- 2) $\frac{19}{16} + \frac{47}{32} \cos(2x) + \frac{5}{16} \cos(4x) + \frac{1}{32} \cos(6x)$
- 3) $\frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cos(4x)$

$$4) \frac{3}{4} \sin(x) + \frac{3}{32} \sin(2x) + \frac{3}{4} \sin(3x) - \frac{1}{32} \sin(6x)$$

Exercice 6

$$1) 8 \cos^4(x) - 8 \cos^2(x) + 1$$

$$2) 63 \cos^7(x) - 112 \cos^5(x) + 56 \cos^3(x) - 7 \cos(x)$$

$$3) 8 \cos^5(x) - 10 \cos^3(x) + 3 \cos(x)$$

$$4) -16 \cos^6(x) + 24 \cos^4(x) - 8 \cos^2(x)$$