

DS n° 02 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Logique.

Soit E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ une fonction. Nier la proposition (la réponse ne comportera pas de \Rightarrow)

$$\forall x \in E, \exists z \in F, \exists a \in E, ([f(x) \neq z] \Rightarrow [f(x) = f(a)]) \Rightarrow (x \neq a).$$

(1)

Calculs algébriques

Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer (on donnera une forme simplifiée et factorisée) :

$$\sum_{i=0}^5 \sum_{j=0}^3 i^2 j =$$

(2)

$$\prod_{i=2}^{42} \frac{i}{i+2} =$$

(5)

$$\sum_{1 \leq i, j \leq n} i + 2j =$$

(3)

$$9! =$$

(6)

$$\sum_{0 \leq i < j \leq 6} -i + j =$$

(4)

$$\binom{11}{7} =$$

(7)

Matrices et systèmes linéaires

Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 1 & 9 & -5 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 5 \\ 0 & 2 & -5 \\ 2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$. Calculer leur produit :

$A \times B =$

(8)

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer :

$$A^{42} =$$

(9)

Soit $a, b, c \in \mathbb{R}$. Donner l'ensemble des solutions du système suivant.

$$\begin{cases} 2x + 7y + 3z = a \\ 3x + 9y + 4z = b \\ x + 5y + 3z = c \end{cases} :$$

(10)

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$. Donner l'inverse de A :

$$A^{-1} =$$

(11)

Donner l'ensemble des solutions du système linéaire suivant.

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 3 \\ 2x - 2y = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases} :$$

(12)

Nombres complexes

Mettre sous forme algébrique les nombres suivants.

$$\frac{3+4i}{5-i} =$$

(13)

$$(1+i)^{12} =$$

(14)

— FIN —