

Devoir facultatif n° 6

– Parties saturées pour la relation d'équivalence associée à f –

Soit $f : E \rightarrow F$ une application, et $\mathcal{S} = \{ X \subset E \mid f^{\leftarrow}(f(X)) = X \}$.

- 1) Pour $A \subset E$, montrer que $f^{\leftarrow}(f(A)) \in \mathcal{S}$.
- 2) Montrer que \mathcal{S} est stable par intersection et réunion.
- 3) Soient $X \in \mathcal{S}$ et $A \subset E$ tels que $X \cap A = \emptyset$. Montrer que $X \cap f^{\leftarrow}(f(A)) = \emptyset$.
- 4) Soient X et $Y \in \mathcal{S}$. Montrer que \overline{X} et $Y \setminus X$ appartiennent à \mathcal{S} .
- 5) Montrer que l'application $\mathcal{S} \rightarrow \mathcal{P}(f(E))$ est une bijection.
$$A \mapsto f(A)$$

— FIN —