

Nom et prénom :

Note :

Soit $u, v \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ deux suites ne s'annulant pas à partir d'un certain rang.

Compléter et démontrer : $u_n \sim v_n \Leftrightarrow u_n = \dots$

Soit $u \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ ne s'annulant pas et tendant vers 0. Donner les « développements asymptotiques » (sur le modèle de $\tan(u_n) = u_n + o(u_n)$) de $\sin(u_n)$, $\sqrt{1+u_n}$, $\exp(u_n)$ et $\cos(u_n)$. Donner un équivalent simple de $\tan(u_n)$.

Déterminer la limite de $\left(2 - \operatorname{ch}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right)^n$.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Quelles sont les racines complexes du polynôme $X^n - 1$? En déduire la factorisation de ce polynôme en produit de facteurs irréductibles sur $\mathbb{C}[X]$.