Devoir surveillé n° 09 - Remarques

Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 30 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : exercice de TD sur 6, et sinon chaque question sur 4 points, total sur 144 points (v1) et 116 points (v2), ramené sur 15 points.

Statistiques descriptives.

	Calculs	Problème v1	Problème v2	Note finale
Note maximale	25	58	58	19
Note minimale	3	221	10	5
Moyenne	$\approx 16,24$	$\approx 36,30$	$\approx 36,50$	$\approx 11,70$
Écart-type	$\approx 4,69$	$\approx 10,89$	$\approx 12,59$	$\approx 3,44$

Un exercice vu en TD (v1).

Sens direct : pas de souci.
Sens indirect : dans le meilleur des cas, la bonne application est donnée mais la conclusion est trop rapide (« ça marche ») et sans justification. Souvent, j'ai lu « $n = n/2 + n/2$ donc avec le théorème du rang, il existe bien une application qui convient », ce qui n'est évident absolument pas une démonstration.

Tirages de boules dans une urne (v1).

1. Il faut nommer la loi uniforme quand vous la repérez. Et sinon ... il faut la repérer ! Vous gagnez ainsi du temps dans les calculs.

2. L'énoncé insistait bien : « justifier soigneusement », ce qui n'a quasiment jamais été fait. Il fallait utiliser la formule des probabilités totales, en la nommant et en vérifiant les hypothèses (parler de système complet dont les événements ont une probabilité non nulle).

Pour le reste, il y avait beaucoup de récurrences, souvent élémentaires : ceux qui l'ont remarqué et ont bien rédigé ces récurrences ont récolté beaucoup de points à bon compte.

Borne de Cramér-Rao (v2).

3. Il fallait justifier que l'étude du maximum de L donnait celui de $\mathscr{L}$, car ln est strictement croissante. Mais pas pour $p = 0$ ou 1 !
L'étude des points d'annulation de la dérivée d'une fonction f ne donne en rien son maximum (éventuel). D'une part, en un point d'annulation de f', on peut très bien avoir un minimum ou un point d'inflexion. D'autre part, la dérivée ne s'annule pas toujours en un extremum, si

celui-ci se trouve sur les bords de l'intervalle.

Donc l'équivalence $f'(p) = 0$ ssi f a un maximum en p est doublement fausse : aucune implication n'est vraie.

4. L'indépendance mutuelle ne sert à rien ici. L'utiliser vous fait perdre des points.

5. Il faut savoir orthographier Bienaymé-Tchebychev, et bien sûr connaître leur formule.

Endomorphismes cycliques et dérivations (v2).

1. N'oubliez pas de répondre à toutes les questions, pas seulement la moitié.

2. Il fallait justifier que $g^k \in \mathscr{C}(f)$, au minimum en écrivant « par une récurrence simple on montre que ... » ou « la stabilité de $\mathscr{C}(f)$ par composition assure que ... ».

3. Question très mal traitée. Comme toujours, l'existence d'un maximum se justifie par l'utilisation du théorème « tout ensemble non vide majoré de $\mathbb{N}$ a un maximum ». Il fallait donc introduire le bon ensemble, montrer qu'il était non vide, qu'il était majoré, et conclure. Toutes ces étapes sont indispensables. Et le théorème en question ne s'appelle pas théorème de la borne supérieure (il n' a pas de nom).

4. Plutôt mal traitée aussi. Étudiez le corrigé.

Quoiqu'il en soit, pour cette question et la précédente, il ne s'agit pas du théorème de la base incomplète, et la famille en question n'est pas libre maximale. En effet, d'une part nous ne voulons pas n'importe quelle sous-famille, mais une sous-famille formée de vecteurs consécutifs. Et cette famille devient liée non pas en lui rajoutant n'importe quel vecteur, mais seulement en lui rajoutant $f^p(a)$.

6. Utilisez la question 2., en mentionnant que $f \in \mathscr{C}(f)$.

8. Que le terme de degré $\deg P$ s'annule ne suffit pas à montrer que $\deg \Delta(P) = \deg P - 1$, mais seulement $\leqslant$. Il faut ensuite regarder le terme de degré $\deg P - 1$.

9. Donner « des » polynômes associés ne donne pas « les » polynômes associés.