LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON

SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

CLASSE PRÉPARATOIRE P.S.I.

ANNÉE 2019 - 2020

Cycles : C1 : PERFORMANCES STATIQUES ET CINÉMATIQUES DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINE DE SOLIDES

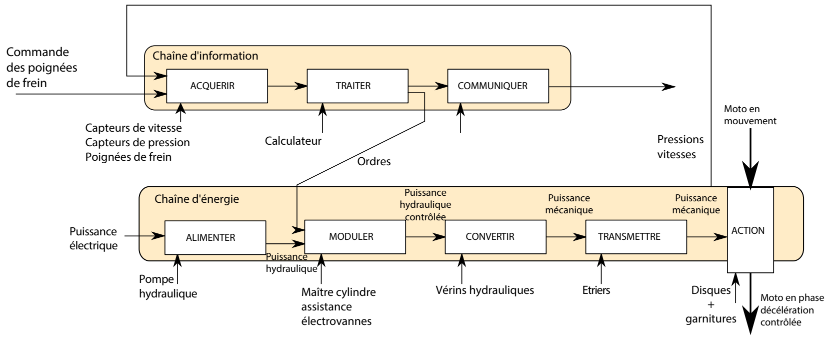
DS 1 - Modélisation d'un système d' Anti Blocage des Roues

Corrigé

Q 1 : Quel est le rôle du dispositif ABS?
Le rôle du dispositif ABS est d'éviter le blocage des roues dans le cas d'un freinage énergique.

Q 2 : Quelle est la valeur asservie par le dispositif ABS?
La variable asservie par le dispositif est la vitesse de rotation des roues.

Q 3 : Compléter la chaine fonctionnelle (information/énergie) du document réponse décrivant le fonctionnement d'un système de freinage avec le système ABS.



Q 4 : Quelle est la grandeur réglée par l'électrovanne dans l'ABS?
La grandeur réglée par l'électrovanne est la pression de l'huile qui alimente les cylindres de frein.

Q 5 : Écrire dans le domaine de LAPLACE l'équation ?? sachant que les conditions initiales sont nulles.
Équation de comportement dans le domaine de Laplace :

$$R\big(T(p)-k_pP(p)\big)=Jp\Omega(p)$$

Q 6 : En déduire l'expression de $\Omega(p)$.

$$\Omega(p)=\frac{R\big(T(p)-k_pP(p)\big)}{Jp}$$

begintexteCache

Q 7 : Écrire la fonction transfert correspondante : $\frac{P(p)}{I(p)}$.
Fonction de transfert de l'électrovanne :

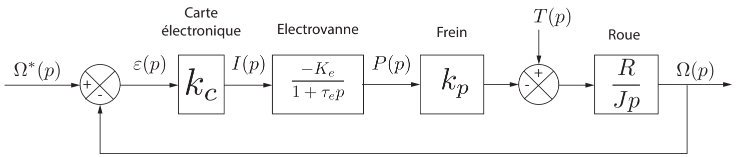
$$\frac{P(p)}{I(p)}=\frac{-k_e}{1+\tau_e p}$$

Q 8 : Quelle est la fonction de transfert : $\frac{I(p)}{\varepsilon(p)}$?

Fonction de transfert de l'alimentation électrique :

$$\frac{I(p)}{\varepsilon(p)}=k_c$$

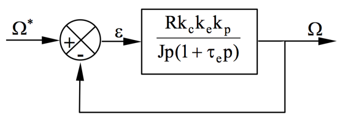
Q 9 : Compléter le schéma-blocs de la feuille réponse (figure ??).



Q 10 : Déterminer l'expression de $\Omega(p)$ que l'on mettra sous la forme : $\Omega(p)=H_1(p).\Omega^*(p)+H_2(p).T(p)$
La réponse d'un système linéaire à deux entrées est égale à la somme des réponses à chaque entrée prise séparément ainsi :

$$\Omega(p)=H_1(p).\Omega^*(p)+H_2(p).T(p)$$

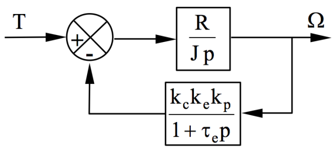
On trouve H_1(p) en faisant $T(p)=0$



$$H_1(p)=\frac{\Omega(p)}{\Omega^*(p)}=\frac{\frac{Rk_ck_ek_p}{Jp(1+\tau_e p)}}{1+\frac{Rk_ck_ek_p}{Jp(1+\tau_e p)}}$$

$$H_1(p)=\frac{Rk_ck_ek_p}{Jp(1+\tau_e p)+Rk_ck_ek_p}$$

On trouve H_2(p) en faisant $\Omega^*(p)=0$



$$H_2(p)=\frac{\Omega(p)}{T(p)}=\frac{\frac{R}{Jp}}{1+\frac{Rk_ck_ek_p}{Jp(1+\tau_e p)}}$$

$$H_2(p)=\frac{R(1+\tau_e p)}{Jp(1+\tau_e p)+Rk_ck_ek_p}$$

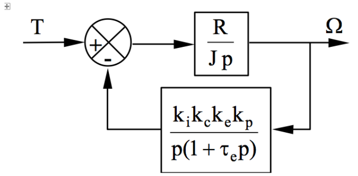
Q 11 : Donner pour la fonction $H_1(p)$ l'expression littérale de la pulsation propre ω_0 et du coefficient d'amortissement ξ. Déterminer l'expression littérale du gain du calculateur k_c pour obtenir $\xi=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

- Pulsation propre ω_0
  $H_1(p)=\frac{Rk_ck_ek_p}{Jp(1+\tau_e p)+Rk_ck_ek_p}$
  soit
  $H_1(p)=\frac{1}{\frac{J\tau_e}{Rk_ck_ek_p}p^2+\frac{J}{Rk_ck_ek_p}p+1}=\frac{1}{\frac{1}{\omega_0^2}p^2+\frac{2\xi}{\omega_0}p+1}$
  $\frac{1}{\omega_0^2}=\frac{J\tau_e}{Rk_ck_ek_p}$
  donc $\omega_0=\sqrt{\frac{Rk_ck_ek_p}{J\tau_e}}$
- Coefficient d'amortissement ξ $\frac{2\xi}{\omega_0}=\frac{J}{Rk_ck_ek_p}$; $\xi=\frac{J}{2Rk_ck_ek_p}\sqrt{\frac{Rk_ck_ek_p}{J\tau_e}}$; $\xi=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{J}{Rk_ck_ek_p\tau_e}}$
- Expression de k_c pour avoir $\xi=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\xi^2=\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\frac{J}{Rk_ck_ek_p\tau_e}$ soit, $k_c=\frac{J}{2Rk_ek_p\tau_e}$

Q 12 : Déterminer l'expression de l'écart $\varepsilon(p)$ introduit par la traînée : $\varepsilon(p)=H_3(p)\cdot T(p)$ dans le cas où $\Omega^*(p)=0$. En déduire l'expression de $\varepsilon(t)$ lorsque $t\longrightarrow\infty$ si la traînée est un échelon d'amplitude a.
$\varepsilon(p)=\Omega^*(p)-\Omega(p)$, soit $\varepsilon=\Omega^*-\big(H_1(p).\Omega^*(p)+H_2(p).T(p)\big)$ ou $\varepsilon=\Omega^*(1-H_1)-H_2.T$
avec $\Omega^*=0$, $\varepsilon=-H_2.T$, $\varepsilon(p)=-\frac{R(1+\tau_e p)}{Jp(1+\tau_e p)+Rk_ck_ek_p}T(p)$
Pour une traînée en échelon d'amplitude a , soit pour $T(p)=\frac{a}{p}$, l'écart devient en régime permanent :
$\lim_{t\to\infty}\varepsilon(t)=\lim_{p\to 0}p\varepsilon(p)=-\frac{a}{k_ck_ek_p}$;

Q 13 : On ajoute avant l'électrovanne un bloc de type $\frac{k_i}{p}$. Quel nom donne t-on à ce type de bloc? Reprendre le calcul de la question précédente pour déterminer la nouvelle valeur de $\varepsilon(t)$.

Reprenons la détermination de H_2 en ayant placé le bloc intégrateur $\frac{k_i}{p}$ après le calculateur.



$$H_2(p) = \frac{\Omega(p)}{T(p)} = \frac{\frac{R}{Jp}}{1 + \frac{Rk_i k_c k_e k_p}{Jp^2(1+\tau_e p)}}$$

$$H_2(p) = \frac{Rp(1+\tau_e p)}{Jp^2(1+\tau_e p)+Rk_i k_c k_e k_p}$$

$$\varepsilon(p) = -\frac{Rp(1+\tau_e p)}{Jp^2(1+\tau_e p)+Rk_i k_c k_e k_p} T(p)$$

avec $T(p) = \frac{a}{p}$;

$$\varepsilon(p) = -\frac{aR(1+\tau_e p)}{Jp^2(1+\tau_e p)+Rk_i k_c k_e k_p}$$

$\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = 0$;

Q 14 : Quel est l'intérêt d'avoir placer cet élément en amont de la perturbation T? Conclure quant à la satisfaction du cahier des charges.

On annule ainsi l'effet de la traînée comme cela est demandé sur le cahier des charges.

Q 15 : Donner les paramètres caractéristiques : gain statique, constante de temps, pulsation propre et coefficient d'amortissement.

$$H_e(p) = \frac{P(p)}{I(p)} = \frac{10^7}{(1+0,05p)(1+10^{-3}p+10^{-6}p^2)} = \frac{K}{(1+\tau p)(1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2)}$$

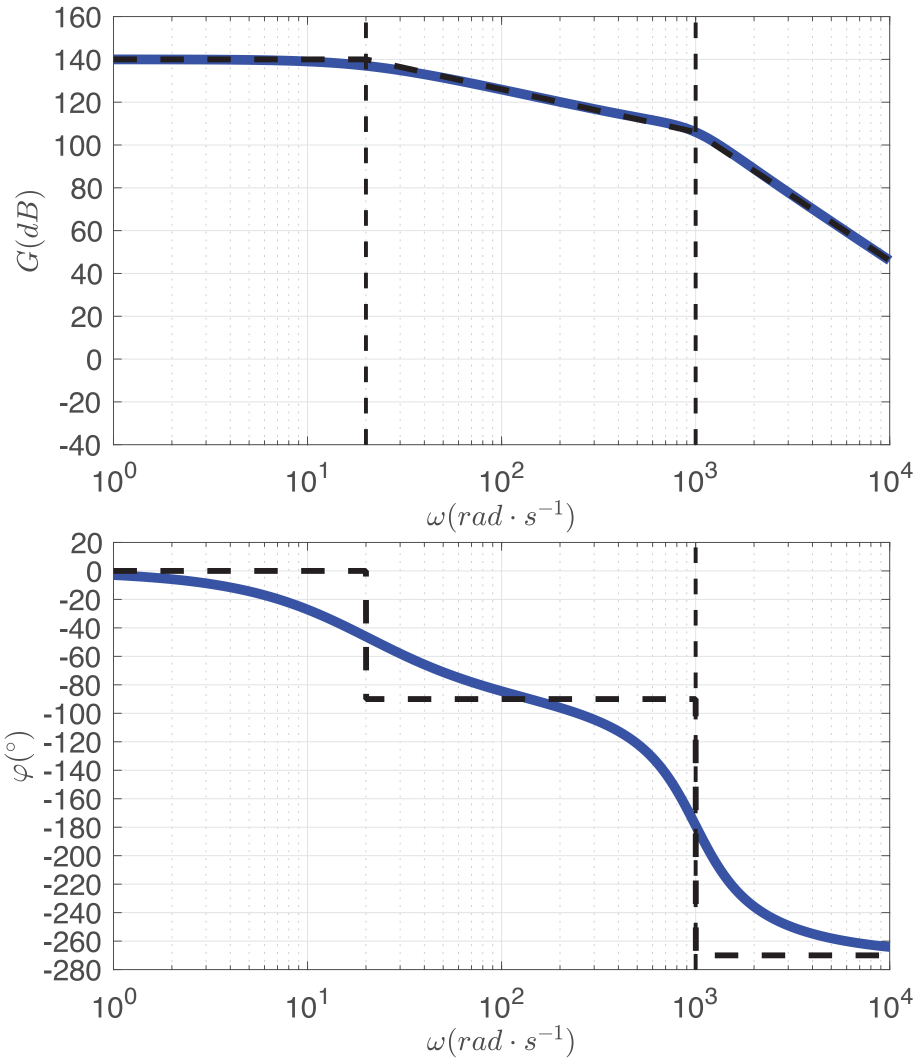
- gain statique : $K = 10^7\,Pa.A^{-1}$
- Constante de temps du premier ordre : $\tau_e = 0.05\,s$
- Pulsation du 2ème ordre : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{10^{-6}}} = 1000\,rd.s^{-1}$
- Coefficient d'amortissement du 2ème ordre : $\xi = \frac{10^{-3}\times 1000}{2} = 0,5$

Q 16 : Tracer sur la feuille réponse les diagrammes asymptotiques de gain et de phase. On précisera les caractéristiques : pentes et pulsations de cassure (ou de coupure).

ω	$0\to\frac{1}{\tau_e}$		$\frac{1}{\tau_e}$	$\frac{1}{\tau_1}\to\omega_0$		ω_0	$\omega_0\to\infty$	
Tracé asymptotique	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$	Gain (dB)	Gain (dB/dec)	$\varphi(°)$
$\frac{K}{1+\tau_e\cdot p}$	0	0	$20logK$	-20	-90	Continuité	-20	-90
$\frac{1}{1+\frac{2\xi p}{\omega_0}\cdot p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}$	0	0	0	0	0	Continuité	-40	-180
$H_e(p)$	0	0	$20logK$	-20	-90	Continuité	-60	-270

Avec $20logK = 140dB$; $\frac{1}{\tau_e} = 20rd\cdot s^{-1}$; $\omega_0 = 1000rd\cdot s^{-1}$.

Le coefficient d'amortissement est égale à 0,5, il y aura donc une résonance au voisinage de ω_0.



Q 17 : Donner l'expression temporelle de p(t).

$$P(p) = 10^7\left(\frac{1}{p} - \frac{1,02}{p+20} + \frac{0,02p-0,4}{p^2+10^3p+10^6}\right)$$

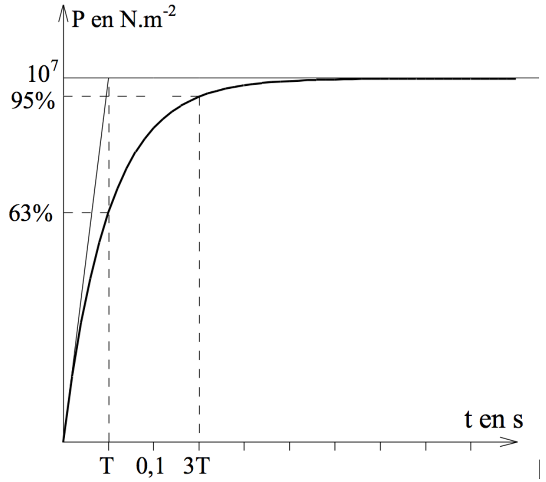
$$\frac{0,02p-0,4}{p^2+10^3p+10^6} = 0,02\left(\frac{p-20}{(p+500)^2+10^6-500^2}\right) = 0,02\left(\frac{p+500-500-20}{(p+500)^2+10^6-500^2}\right)$$
$$= 0,02\left(\frac{p+500}{(p+500)^2+75.10^4} - \frac{520}{(p+500)^2+75.10^4}\right)$$
$$= 0,02\left(\frac{p+500}{(p+500)^2+(10^2\sqrt{75})^2} - \frac{520}{10^2\sqrt{75}} \times \frac{10^2\sqrt{75}}{(p+500)^2+(10^2\sqrt{75})^2}\right)$$

$$P(p) = 10^7\left(\frac{1}{p} - \frac{1,02}{p+20} + 0,02\left(\frac{p+500}{(p+500)^2+(10^2\sqrt{75})^2} - \frac{520}{10^2\sqrt{75}} \times \frac{10^2\sqrt{75}}{(p+500)^2+(10^2\sqrt{75})^2}\right)\right)$$

Soit dans le domaine temporel
$p(t) \approx 10^7\left(1 - 1,02.e^{-20t} + 0,02.e^{-500t}(\cos 100\sqrt{75}\,t - 0,6\sin 100\sqrt{75}\,t)\right)$

Q 18 : Dans la première partie l'électrovanne a été modélisée par une fonction du premier ordre est-ce acceptable ? Représenter sur un graphe l'allure de la réponse.

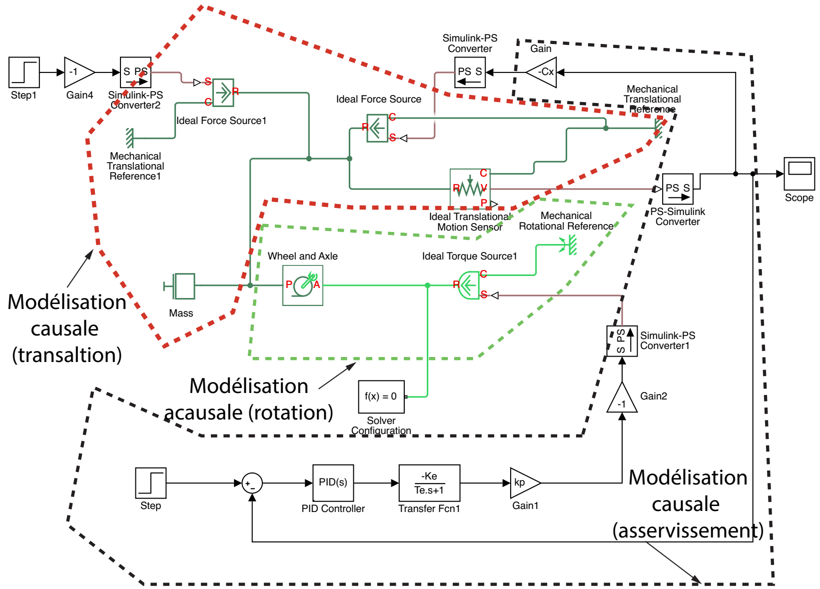
On peut simplifier l'expression précédente :
$p(t) \approx 10^7(1 - e^{-20t})$ car $e^{-20t} >> e^{-500t}$
Le pôle $p = -20$ est dominant.
La modélisation du premier ordre utilisée dans la première partie est donc acceptable.
Allure de la réponse :



Q 19 : Décrire la signification des zones entourées sur la figure ?? numérotées de 1 à 5.

- zone (1) : perturbation de trainée ;
- zone (2) : Transformation de mouvement roulement sans glissement de la roue sur le sol ;
- zone (3) : Action du frein (couple de freinage) ;
- zone (4) : action résistante de trainée aérodynamique ;
- zone (5) : Régulation/asservissement ;

Q 20 : Sur la figure du document réponse en précisant la légende, préciser les zones de modélisation causale et acausale. On pourra aussi distinguer les parties mécaniques traduisant une translation et celles traduisant une rotation.



Q 21 : Décrire les performances simulées et les confronter au cahier des charges. Dire ce que le bloc de type $\frac{k_i}{p}$ en amont de l'électrovanne pourrait améliorer.

La courbe de réponse obtenue est bien conforme au phénomène physique mis en jeu. Dans la zone (a) sous l'action de la trainée aérodynamique la moto décélère lentement. Dès l'apparition d'une trainée de perturbation la vitesse décroit soudainement plus rapidement. A l'action du frein on note que la vitesse décroît plus rapidement jusqu'à tendre vers une valeur proche de celle souhaitée ($4m/s$). Cependant cette valeur n'est pas tout à fait atteinte, il y a une erreur statique. L'utilisation d'un correcteur de type $\frac{k_i}{p}$ en amont de l'électrovanne pourrait améliorer la précision en annulant l'erreur statique. Cependant il pourrait introduire de l'instabilité.