LES INTERFERENCES MECANIQUES OU ACOUSTIQUES

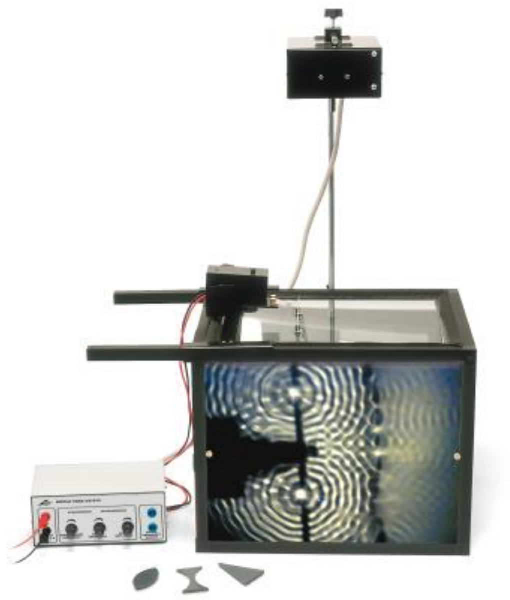
I. Observations

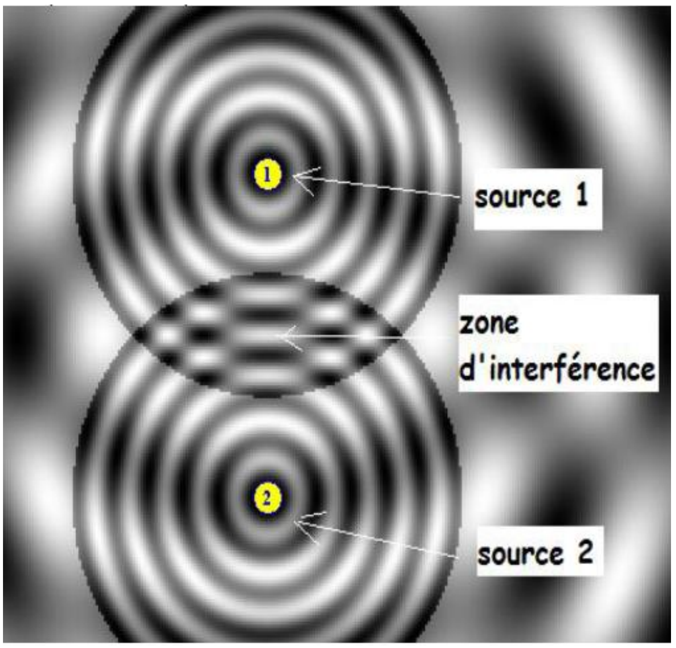
I.1. Étude expérimentale d'une onde mécanique :cuve à ondes

Les deux pointes d'une fourche fixée à un vibreur viennent frapper, simultanément et périodiquement, la surface de l'eau d'une cuve. Chaque pointe S_1 et S_2 est la source d'une onde qui se propage à la surface de l'eau, sous forme de rides circulaires, à la vitesse constante v et de longueur d'onde λ. Sous un éclairage normal à la surface de l'eau, les crêtes forment des cercles clairs et les creux, des cercles sombres.

· À l'intersection de deux cercles clairs, deux crêtes se superposent : l'élongation est maximale.
· À l'intersection de deux cercles sombres, deux creux se superposent : l'élongation est minimale.
· À l'intersection d'un cercle clair et d'un cercle sombre, une crête et un creux se superposent : l'élongation est nulle.

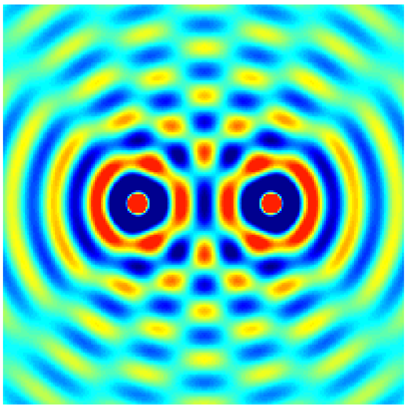
Il apparaît des lignes gris clair joignant les points d'élongation nulle ; ces lignes séparent des bandes formées de taches alternativement claires et sombres, dessinant les lignes d'extrêmes.
(animation cuve ondes circulaires)

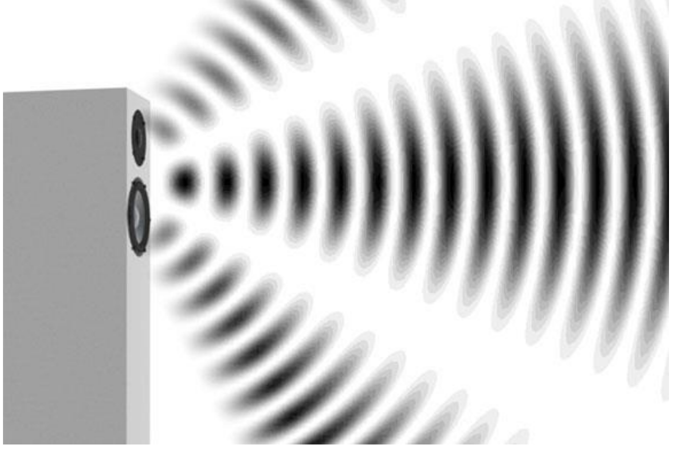




I.2. Exemple d'ondes sonores

La pression sonore perçue dépend de son amplitude et correspond aux variations instantanées de pression de chacune des ondes qui se croisent au niveau de l'oreille. Dans le cas où les ondes sont en phase l'amplitude résultante est le double de l'amplitude de départ. En revanche, lorsque les ondes sont déphasées de 180° (en opposition de phase), l'amplitude résultante est nulle.





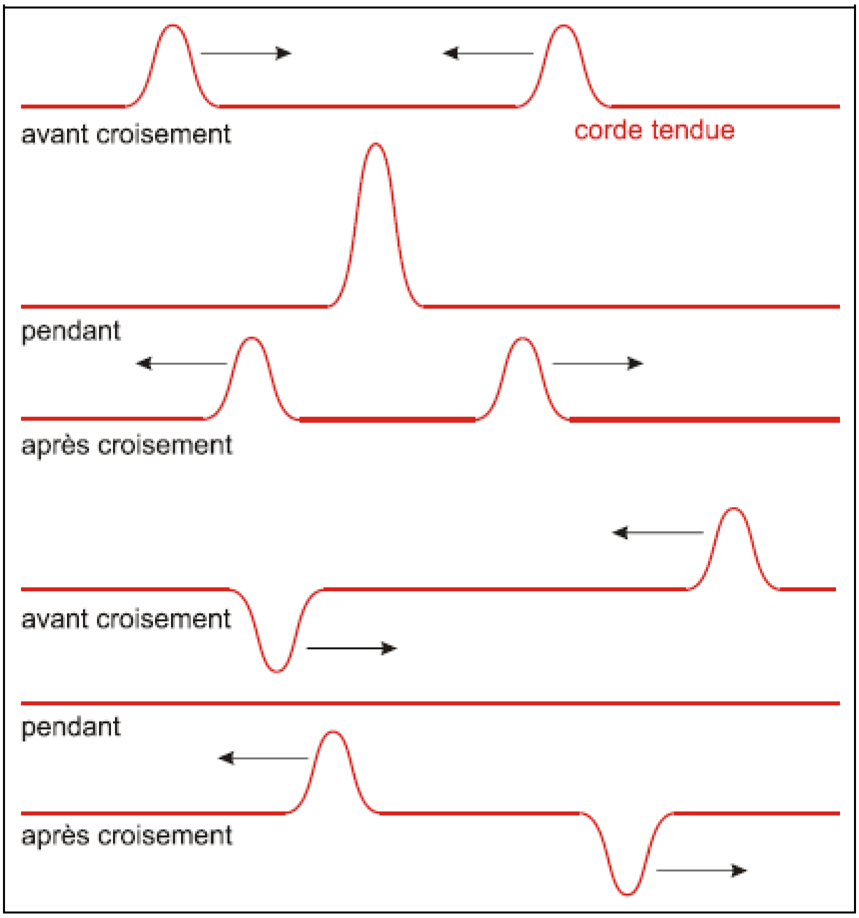
II. Interférence mécanique

II.1. Définitions. Condition d'interférence

Deux sources d'ondes sont **synchrones** si elles ont même pulstion.
Deux sources d'ondes sont **cohérentes** si elles présentent une différence de phase constante l'une par rapport à l'autre.
Lorsque des ondes périodiques progressives produites par **2 sources synchrones** se superposent dans un milieu, des **interférences sont produites. Des zones d'amplitudes minimale et maximale** apparaissent
L'interférence est un phénomène qui résulte de la superposition de deux ondes de même nature. Pour obtenir un phénomène stationnaire, il faut que les sources émettrices soient cohérentes.

II.2. Superposition des petits mouvements

Quand deux signaux se rencontrent, ils se croisent sans se gêner; leur propagation et leur forme ne sont pas modifiées après le croisement.



Pendant le croisement l'élongation résultante est donnée par **la règle de superposition des petits mouvements:**
Lorsque deux signaux colinéaires de faible amplitude se superposent en un point M, l'élongation résultante y est égale à la somme algébrique des élongations y_1 et y_2 que provoqueraient en M les deux signaux en se propageant seuls.

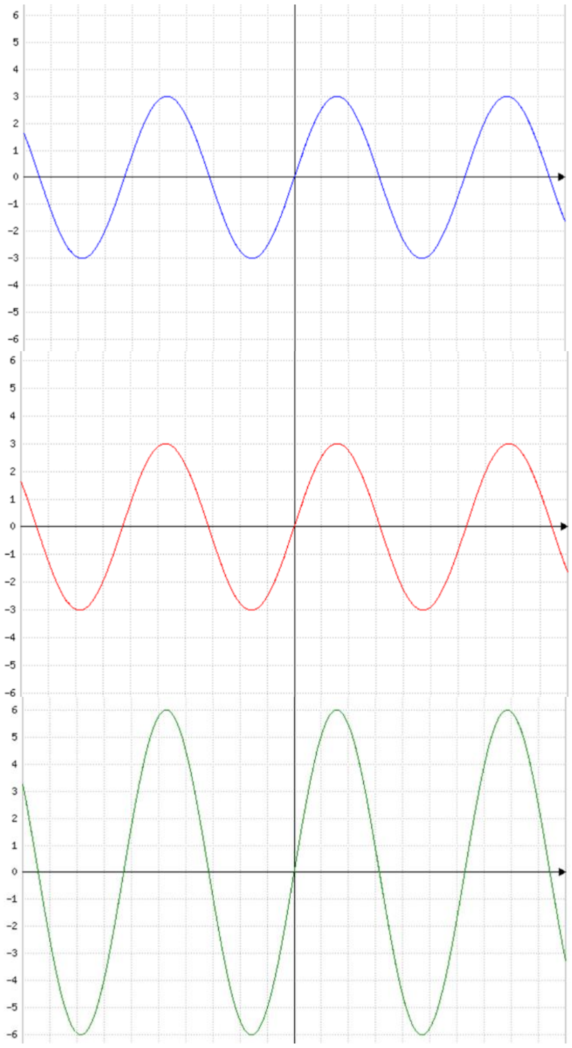
$$y = y_1 + y_2$$

Les deux signaux peuvent ainsi se renforcer lors de leur croisement ou bien se détruire.

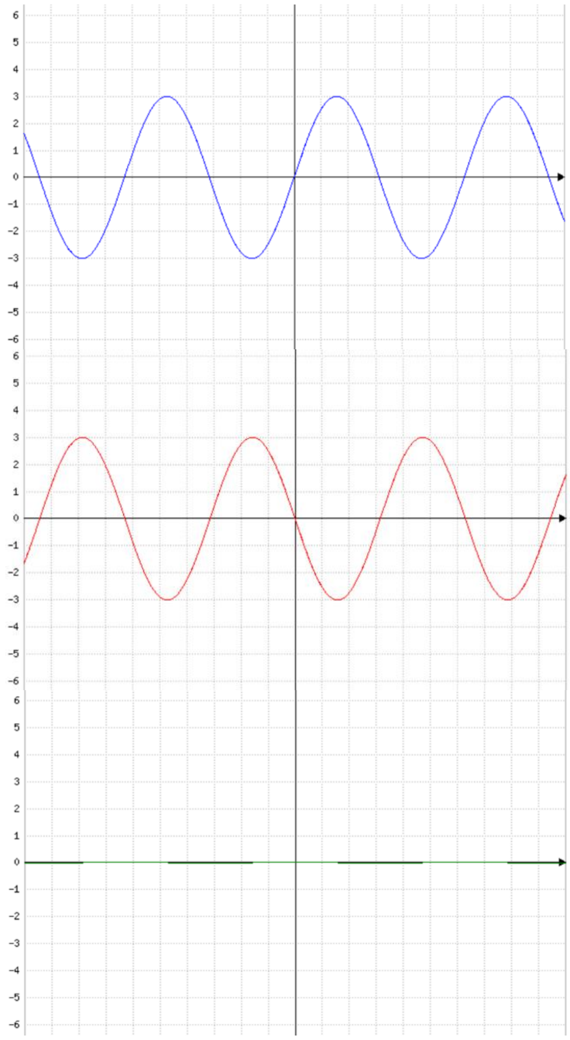
III. Cas de deux ondes sinusoïdales

III.1. Somme de deux grandeurs sinusoïdales

Soit la somme de deux tensions sinusoïdales en phases (atteignant leur maximum en même temps) :



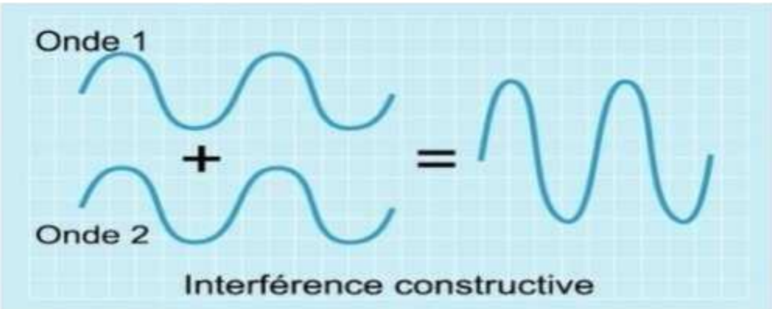
Soit la somme de deux tensions sinusoïdales en opposition de phase (quand l'une atteint son maximum l'autre atteint son minimum).



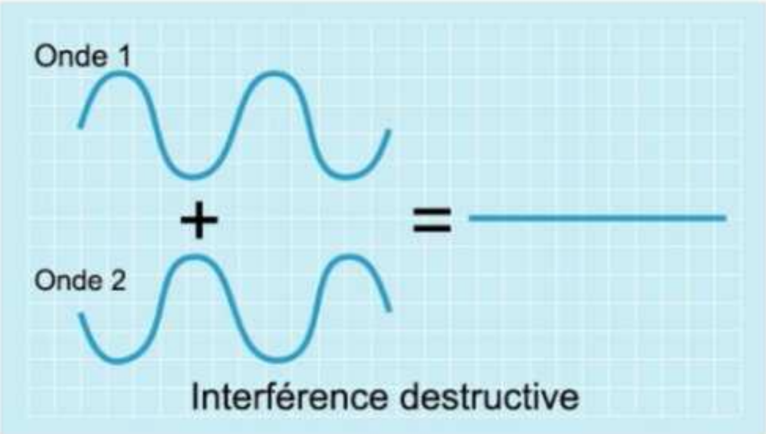
III.2. Interférences constructives, interférences destructives

Soient deux ondes monochromatiques de même longueur d'onde se superposant :
- si les minima (creux) et les maxima (crêtes) coïncident, les ondes se renforcent : elles sont en phase et on parle d'**interférences constructives**.

$\Rightarrow$ Ces deux ondes sont alors décalées d'un nombre entier de longueur d'onde : $k.\lambda$ (k entier ; $k \in Z$)



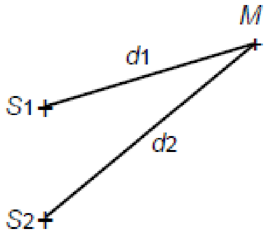
- Si le maximum de l'une coïncide avec le minimum de l'autre, les ondes s'annulent : elles sont en opposition de phase et on parle d'**interférences destructives**.
⇒ Ces deux ondes sont alors décalées d'un nombre demi-entier de longueur d'onde : $(2k + 1)\lambda/2$ ($k \in Z$)



(Animation son et longueur d'onde micro)

III.3. Etude théorique

Les deux sources S_1 et S_2 sont animées des mêmes mouvements sinusoïdaux transversaux :
$Y_{S1} = Y_{S2} = A \cos(\frac{2\pi}{T} t)$
Lorsqu'une onde arrive en point M, elle a parcouru la distance d_1 en venant de S_1 et la distance d_2 en venant de S_2.
On appelle **différence de marche** la différence δ **=** $\mathbf{d_2\text{-}d_1}$**.**



Au temps t, le point M a une élongation :

$y_1 = A\cos(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}))$ due à S_1

Et $y_2 = A\cos(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}))$ due à S_2

D'après la loi de superposition, l'élongation résultante du point M est $y = y_1 + y_2$

Soit $y = A[\cos(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}) + \cos(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda})]$

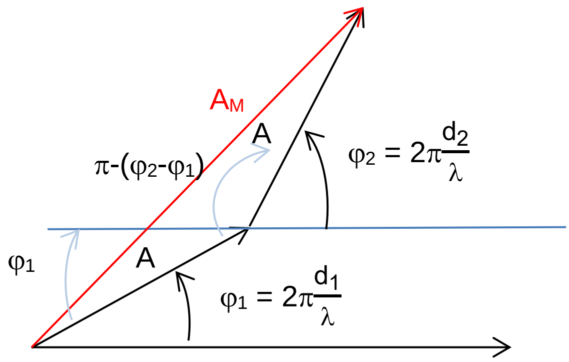
• Recherche de l'amplitude en M par le calcul

Il existe une relation trigonométrique : $\cos(p) + \cos(q) = 2\cos(\frac{p+q}{2})\cos(\frac{p-q}{2})$

On a donc $y = 2A\cos(\pi\frac{d_2\text{-}d_1}{\lambda})\cos(2\pi(\frac{t}{T} - \frac{d_2+d_1}{2\lambda})$

Soit $A_M = 2A\cos(\pi\frac{d_2\text{-}d_1}{\lambda}) = 2A\cos(\pi\frac{\delta}{\lambda})$

• Recherche de l'amplitude en M par une méthode graphique



Représentation de Fresnel :
Il s'agit d'associer à la grandeur sinusoïdale un vecteur $\overrightarrow{OM}$ tournant dans le sens trigonométrique à la vitesse angulaire ω autour du point origine O.
Par convention :

$\rightarrow \|\overrightarrow{OM}\|$ =A l'amplitude de la grandeur sinusoïdale
$\rightarrow (\widehat{Ox, OM}) = \varphi$

Dans l'étude qui nous interesse $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$ ont même norme A et l'angle formé avec l'axe Ox est respectivement $\varphi_1 = 2\pi\frac{d_1}{\lambda}$ et $\varphi_2 = 2\pi\frac{d_2}{\lambda}$

Grace à la construction de Fresnel on trouve $A_M = 2A\left|\cos(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})\right| = 2A\cos(\pi\frac{d_2-d_1}{\lambda}) = 2A\cos(\pi\frac{\delta}{\lambda})$

En effet : $A_M^2 = OM^2 = (\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{M_1M_2})^2 = A^2 + A^2 + 2A^2\cos(\widehat{\overrightarrow{OM_1},\overrightarrow{M_1M_2}}) = 2A^2(1 + 1\cos\Delta\varphi)$
D'où $A_M = 2A\cos(\Delta\varphi/2) = 2A\cos(\pi\frac{\delta}{\lambda})$
$(2\cos^2 a = 1+\cos(2a))$

• Conclusion
Cette amplitude, indépendante du temps, dépend de la distance des deux vibrations parvenant au point M.

L'amplitude est maximale et égale à 2A lorsque $\cos(\pi\frac{d_2-d_1}{\lambda}) = \pm 1$ soit $\delta = d_2 - d_1 = k\lambda$
(Les deux ondes sont alors en phase au point M)

L'amplitude est nulle lorsque $\cos(\pi\frac{d_2-d_1}{\lambda}) = 0$ soit $\delta = d_2 - d_1 = (2k'+1)\lambda/2$
(Les deux ondes sont alors en opposition de phase au point M)

• Annexe : si les amplitudes sont différentes

on a alors $y = y_1 + y_2 = A_1\cos(\omega t + \varphi_1) + A_2\cos(\omega t + \varphi_2)$
or $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
d'où $y = A_1\cos(\omega t)\cos\varphi_1 - A_1\sin(\omega t)\sin\varphi_1 + A_2\cos(\omega t)\cos\varphi_2 - A_2\sin(\omega t)\sin\varphi_2$
ainsi $y = (A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2)\cos(\omega t) - (A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2)\sin(\omega t)$
y est de la forme $\alpha\cos(\omega t) - \beta\sin(\omega t)$

Or on cherche y de la forme $y = A\cos(\omega t+\phi) = A\cos(\omega t)\cos\phi - A\sin(\omega t)\sin\phi$
Par identification : $\cos\phi = \alpha/A$ et $\sin\phi = \beta/A$

On en déduit l'amplitude de y
$A^2 = \alpha^2+\beta^2$
$A^2 = (A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2)^2 + (A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2)^2$
$A^2 = A_1^2 + A^{22} + 2A_1A_2(\cos\varphi_1\cos\varphi_2 - \sin\varphi(-\varphi 1)\sin\varphi_2)$
$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$
$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\ (\Delta\varphi)}$
On a alors $A_{max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = |A_1 + A_2|$
et $A_{min} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = |A_1 - A_2|$

III.4. Conclusion

Par conséquent si la différence de marche est égale à un nombre entier de longueur d'onde les 2 ondes qui vont arriver en M seront en phase. Les 2 ondes ont des amplitudes maximales en même temps, ce qui rend leur somme maximale : on dit alors que l'interférence est **constructive**.

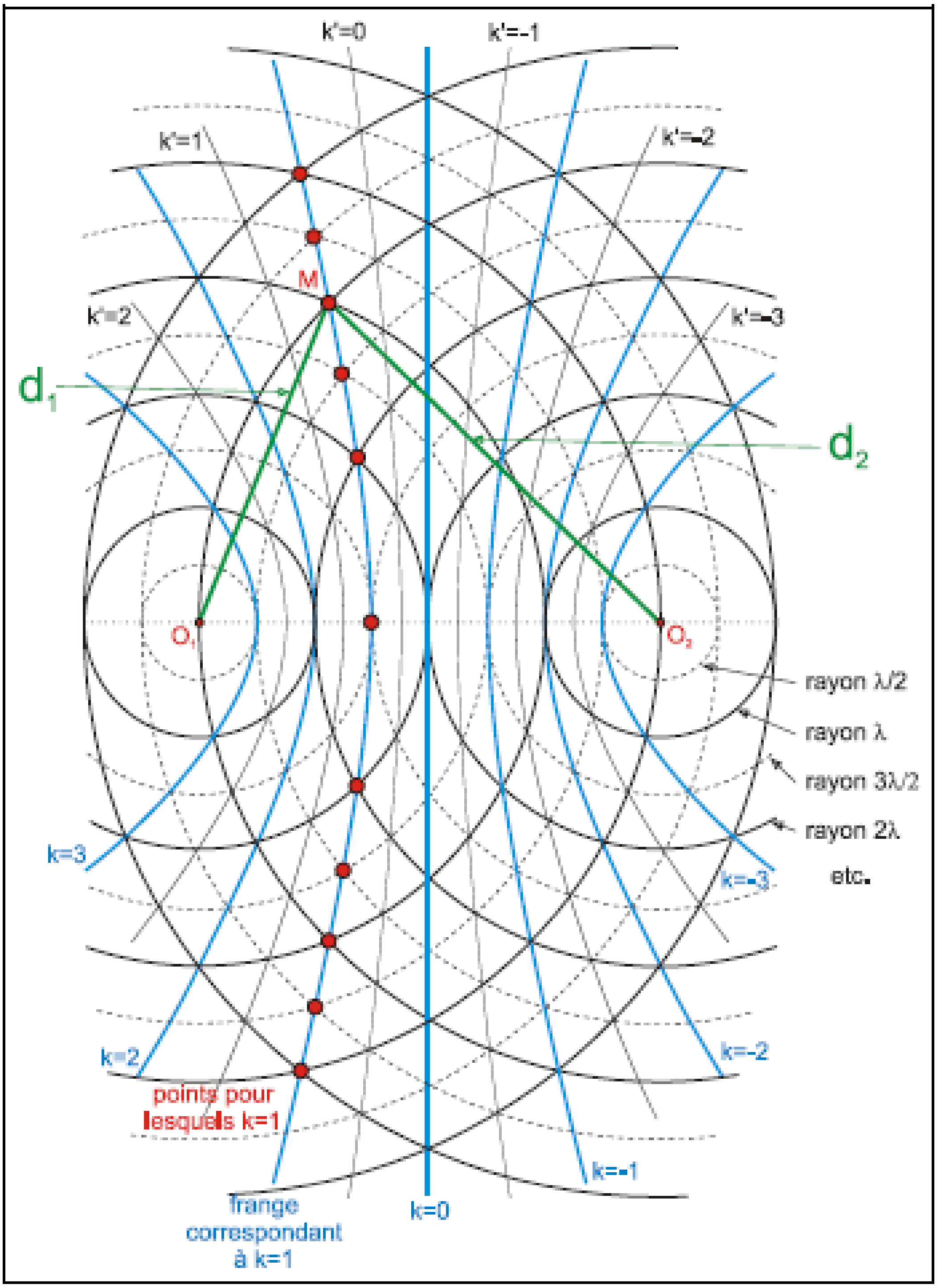
Interférence constructive si $\delta = S_1M - S_2M = k\lambda$

Par contre lorsque la différence de marche vaut $(k+1/2)\lambda$ (1/2, 3/2, 5/2...longueur d'onde) alors les 2 signaux arrivant au point P sont en opposition de phase. La somme de ces 2 ondes est égale à 0. On dit alors que l'interférence est **destructive**.

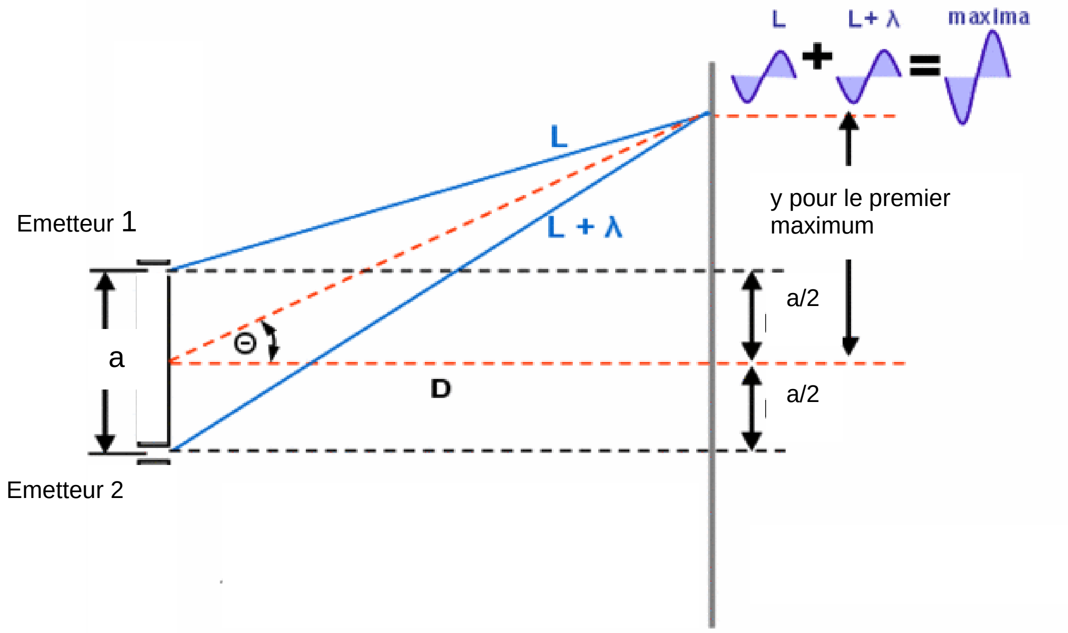
Interférence destructive si $\delta = S_1M - S_2M = (2k'+1)\lambda/2$

III.5. Construction de la figure d'interférence

Choisissons pour la distance O_1O_2 un multiple de $\lambda/2$. On prépare la figure en traçant des cercles concentriques de centres O_1 et O_2, et de rayons $\lambda/2$, $2\lambda/2$, $3\lambda/2$, etc.
Puis on cherche, pour k=0, des points faciles à repérer qui correspondent à la condition d'interférence constructive $d_2 - d_1 = 0$. On relie ces points par une courbe pour obtenir une frange d'amplitude maximale. C'est la médiatrice de O_1O_2.
On procède de même pour k=1 et on trace la frange d'amplitude maximale correspondant à k=1. De même pour k=-1, k=2, k=-2, etc.
On obtient ainsi toutes les franges d'amplitude maximale.
On obtient également toutes les franges d'amplitude minimale en procédant de même pour les valeurs de k'.


k'=0
k'=-1
k'=1
k'=-2
k'=2
k'=-3
M
d1
d2
O1
O2
rayon λ/2
rayon λ
rayon 3λ/2
rayon 2λ
etc.
k=3
k=-3
k=2
k=-2
k=-1
k=0
points pour lesquels k=1
frange correspondant à k=1

III. Calcul de l'interfrange



En utilisant Pythagore on obtient :

$d_1^2 = D^2 + (y - \frac{a}{2})^2$

$d_2^2 = D^2 + (y + \frac{a}{2})^2$

Ainsi : $d_2^2 - d_1^2 = D^2 + (y + \frac{a}{2})^2 - D^2 - (y - \frac{a}{2})^2$

Soit $(d_1 + d_2)(d_2 - d_1) = (y^2 + \frac{a^2}{4} + ya) - (y^2 + \frac{a^2}{4} - ya)$

Soit $(d_1 + d_2)(d_2 - d_1) = 2ya$

Si a et y sont des distances très faibles devant D. On pourra faire l'approximation suivante :
$d_1 + d_2 \approx 2D$

Ainsi on obtient la différence de marche $\delta = d_2 - d_1 \approx ay/D$

En terme angulaire $\tan\theta = y/D \Rightarrow \delta = a \tan\theta$

- Interférence constructive si $\delta = S_1M\text{-}S_2M = k\lambda$
  Soit $k\lambda = ay/D$
  Soit $y = k\lambda D/a$

Les maximum auront pour position : 0 ; $\pm\ \lambda D/a$; $\pm\ 2\ \lambda D/a$ ….

En terme angulaire $\theta_k = k\lambda/a$
La dimension angulaire de la tâche centrale $\theta_1 = \lambda/a$

- Interférence destructive si $\delta = S_1M\text{-}S_2M = (2k'+1)\lambda/2$
  Soit $(2k'+1)\lambda/2 = ay/D$
  Soit $y = (2k'+1)\lambda D/2a$

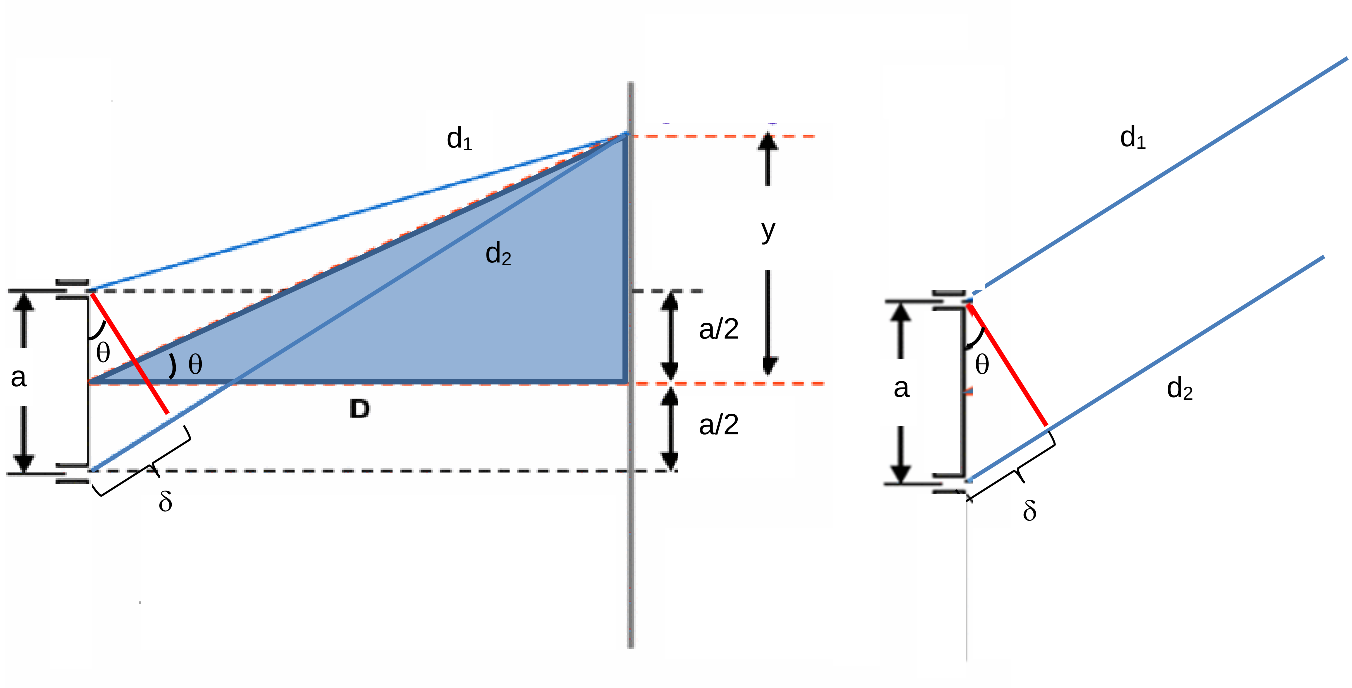
Les minimum auront pour position : $\pm\ \lambda D/2a$; $\pm\ 3\ \lambda D/2a$ ….

- **Interfrange**

L'interfrange i est la distance constante qui sépare deux franges voisines de même nature:

$$i = \lambda D/a$$

Annexe : autre méthode



La distance D étant très grande devant l'écartement des émetteurs (a) on peut considérer les deux rayons parallèles comme sur la deuxième partie du schéma.
Le tracé rouge est donc perpendiculaire aux deux rayons.
On retrouve donc l'angle θ comme indiqué sur le schéma.
Ainsi $\delta = r_2 - r_1 = a \sin\theta$

Or $\theta \ll 1$ on retrouve le résultat précédent.

LES INTERFERENCES MECANIQUES OU ACOUSTIQUE

I. Observations 1
I.1. Étude expérimentale d'une onde mécanique :cuve à ondes 1
I.2. Exemple d'ondes sonores 1
II. Interférence mécanique 2
II.1. Définitions. Condition d'interférence 2
II.2. Superposition des petits mouvements 2
III. Cas de deux ondes sinusoïdales 3
III.1. Somme de deux grandeurs sinusoïdales 3
III.2. Interférences constructives, interférences destructives 3
III.3. Etude théorique 4
III.4. Conclusion 6
III.5. Construction de la figure d'interférence 6
III. Calcul de l'interfrange 8