# Devoir surveillé n° 5 - Remarques

## Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 points, total sur 32 points, ramené sur 5 points.
- Problèmes : chaque question sur 4 points, total v1 sur 96, v2 sur 116 points, ramené sur 15 points.

## Statistiques descriptives.

| | Calculs | v1 | v2 | Note finale |
|---|---|---|---|---|
| Note maximale | 26 | 39 | 60 | 20 |
| Note minimale | 7 | 11 | 2 | 5 |
| Moyenne | $\approx 16,02$ | $\approx 26,21$ | $\approx 22,4$ | $\approx 10,13$ |
| Écart-type | $\approx 4,50$ | $\approx 7,89$ | $\approx 13,40$ | $\approx 3,12$ |

## Remarques générales.

La première version était facile : les deux problèmes étaient très guidés. Seule la dernière question du second problème pouvait donner un peu plus de fil à retordre. Cette version a été traitée de façon honorable.
La seconde version était par contre nettement plus délicate. Mais je n'ai jamais vu l'ensemble des élèves l'ayant choisie couler ainsi. C'était tout simplement ahurissant. Il y a des erreurs abominables partout ! Je ne ferai même pas de remarques question par question, ça ne sert à rien tellement il y avait d'horreurs. Sur la première question tout de même, où j'ai été très choqué : il s'agissait d'une bête somme géométrique, vue dans le chapitre sur les calculs, revue avec les complexes, re-revue avec les séries, et déjà posée en interro de cours. Sur 15 copies, un élève l'a vu tout de suite, 3 autres ont fini par y penser après avoir tartiné une page d'inutilités, et les autres ... rien du tout ! Mon sentiment : c'était votre premier devoir difficile et original, vous avez oublié tout ce que vous saviez et vous vous êtes mis à débiter toutes les âneries possibles pour arriver coûte que coûte au résultat. Je ne veux pas que cette mauvaise expérience vous décourage de choisir la version 2 les prochaines fois. Gardez la tête froide à l'avenir !

## Un exercice vu en TD.

« $f(x) \geqslant f(n)$ et on passe à la limite » ne fonctionne pas : le membre de gauche est une fonction, celui de droite une suite, et on ne peut pas mélanger les deux.
En général, ceux qui ont compris l'exercice l'ont bien traité, les autres ont souvent rédigé un raisonnement en deux lignes qui ne prouvait rien du tout.

## Étude d'une suite récurrente.

**Première partie :**
Le cours sur les suites récurrentes est à revoir. Si la définition d'intervalle stable est bien connue, son utilisation l'est beaucoup moins : une fois que l'on se place sur un intervalle stable, il n'y a plus jamais à rédiger de récurrence ! Ici $[0,1]$ était stable par $f$ (et j'en remets une couche : c'est $[0,1]$ qui est stable, ce n'est pas $f$ qui est stable sur $[0,1]$), donc si $u_0 \in [0,1]$, alors tous les termes de la suite aussi. C'est du cours, il n'y a pas à le montrer par récurrence.
À l'inverse, si vous ne vous placez pas sur une partie stable, plus grand'chose ne marche. Ainsi, relever

que $f$ est croissante sur $\mathbb{R}_-$, donc $(u_n)$ est monotone si $u_0 \in \mathbb{R}_-$ est faux si vous ne précisez pas que $\mathbb{R}_-$ est stable par $f$.
Le pire dans ce problème : « $(u_n)$ est strictement décroissante et $u_n < 0$ donc $u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} -\infty$ », et tout à fait dans le même genre : « $(u_n)$ est décroissante et minorée par 0, donc $u_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} 0$ ».
Il fallait utiliser que $f$ n'avait qu'un point fixe, qui ne peut alors être que la seule limite finie possible de $(u_n)$, car $f$ est continue (il faut rappeler cette hypothèse indispensable).

**Deuxième partie :**
Rien de difficile ici, que des questions standard sans astuces et bien guidées, il suffisait de ne pas faire d'erreurs de calcul.

## Résolution d'une équation de Pell-Fermat.

Beaucoup de points à montrer. Tout ce qui est neutre, commutativité et associativité n'a en général pas poser de problèmes. Le point le moins bien traité, et pourtant le plus important, est que $\times$ était une LCI. Déjà, certains l'ont oublié, ce qui est anormal. Mais le plus souvent, c'est une partie des hypothèses qui a été oubliée. Pour que $(a, b) \in G$, il faut deux choses : $a \in \mathbb{N}$ (et $b \in \mathbb{Z}$, même si ce point était évident, il fallait le dire), et $a^2 - 2b^2 = 1$. Il manquait très souvent l'un des deux points.

**2.** Là encore, rien de mystérieux, des récurrences sans aucun piège, encore fallait-il s'y prendre correctement.

**3.a.** Question très mal comprise par tous ceux qui sont en délicatesse avec les quantificateurs. Le réel $b$ était fixé, et il fallait trouver $p$ tel que $b_p > b$, et non trouver $b$ tel que $b_p > b$ en considérant que c'était $p$ qui était fixé ...