Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 24 points, ramené sur 5 points, +80%.
- Problèmes : exercice de TD sur 8 points, puis chaque question sur 4 points, total sur 104 points (V1) et 144 points (V2), ramené sur 15 points, +100% (V1) et +180% (V2).

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème V1	Problème V2	Note finale
Transformation	c	p_1	p_2	$\varphi\left(1,8\frac{5c}{24} + 2\frac{15p_1}{104} + 2,8\frac{15p_2}{144}\right)$
Note maximale	14	44	62	20+
Note minimale	2	5	12	$2,2$
Moyenne	$\approx 6,74$	$\approx 22,30$	$\approx 31,71$	$\approx 10,11$
Écart-type	$\approx 2,75$	$\approx 8,15$	$\approx 11,98$	$\approx 3,33$
Premier quartile	5	$17,5$	24	$7,75$
Médiane	$6,5$	20	31	$10,15$
Troisième quartile	8	28	37	$11,75$

Remarques générales.

• Ne confondez pas le vocabulaire de limite pour les suites et les fonctions. Une suite converge, une fonction admet une limite finie en un point.
• Encore une fois, lorsque l'on vous demande un sens de variations, on attend le sens *strict*.
• Je relève encore bien trop de confusions du type « la fonction $H(x)$ », « pour tout x, $H(x)$ est dérivable ». Ce n'est pas normal à ce stade de l'année.
• Certains semblent encore penser que connaître un lieu d'annulation d'une fonction permet d'obtenir (par magie ?) la distribution des signes de cette fonction au voisinage de ce point d'annulation. C'est illusoire, et inquiétant à ce stade de l'année.
• Vous devez expliciter tous les arguments/outils employés, en donnant leurs noms à chaque fois. C'est d'autant plus vrai en analyse que les théorèmes ont des hypothèses parfois subtiles ou précises (par exemple, le théorème de la limite de la dérivée, où il ne faut pas oublier la continuité de la fonction en le point étudié).

Exercice vu en TD. (V1)

Pour bien réussir le début de ce problème, il fallait connaître suffisamment bien les règles de manipulation des monômes dominants.

Polynômes de Tchebychev. (V1)

1b) Il n'y avait pas besoin de faire une récurrence double, ici.

1c) On connait la parité de 0 et de 1... Pas besoin de la supposer, ici.
1 est impair en tant qu'entier... et pair en tant que polynôme !

1d) Observer un «motif» n'était pas suffisant, il fallait démontrer le résultat.

1e) Vous ne pouvez pas confondre le nombre $P_n(x)$ et le polynôme P_n (parfois noté $P_n(X)$).

2a) Écrire sans justification $2\cos(\alpha)\cos((n+1)\alpha) - \cos(n\alpha) = \cos((n+2)\alpha)$ est une escroquerie. Vu que la relation vous est donnée, vous devez la justifier en détails.

2c) Une fois avoir résolu l'équation $\cos(n\alpha) = 0$, vous devez justifier proprement que les n solutions trouvées sont distinctes.

Méthode de Newton. (V1)

Lire des affirmations du type «$\dfrac{H(x)-H(y)}{x-y}$ est le taux d'accroissement de H entre x et y donc $\dfrac{H(x)-H(y)}{x-y} = H'(y)$» me désole profondément. Quelle ☠HORREUR☠ ! Une question : pourquoi cela ne ferait-il pas plutôt $H'(x)$?

1a) Il ne fallait pas oublier l'unicité !

2a) La définition de u n'est pas évidente : la tangente à la courbe de f pourrait être horizontale (annulation de H').
Vous pouviez réaliser une récurrence pour répondre à cette question, comme en début d'année. Mais sinon, vous deviez justifier que (u_n) est bien définie avant de travailler dessus. Répondre «pour tout $n \in \mathbb{N}$, $H'(u_n) \neq 0$, donc (u_n) est bien définie» n'est pas correct. Revenez à la définition.

2c) Seule la synthèse est intéressante ici. Si vous avez travaillé au brouillon, vous pouvez directement donner A et justifier ensuite que $g(y) = 0$.
Que de raisonnements torturés pour une question toute simple : écrire $g(y)$ et trouver A...

Valeur de $\zeta(2)$. (V2)

Dans ce problème, vous pouviez calculer P_n et R_n en développant le binôme de Newton et répondre ainsi à beaucoup de questions. Cependant, c'était souvent assez long.

2b) Certains ont effectué une transformation (parfois compliquée) sur P_n, pour ensuite calculer $\overline{P_n}$. Il suffisait de le faire sur la définition de P_n. 5

3b) Une majoration par une constante était peu intéressante.

4a) On vous demandait de montrer une équivalence.

5a) Cette question se traitait de manière élémentaire par étude de fonction.

5b) Encore une question très simple. Il fallait justifier le signe des quantités avant d'inverser ou de mettre au carré.

Conjugaison de Fenchel. (V2)

2a) La fonction f est supposée être dérivable, et c'est tout. Vous ne pouviez donc pas dériver $x \mapsto xf'(x) - f(x)$.
J'ai relevé beaucoup d'erreurs dans l'utilisation de l'égalité ou de l'inégalité des accroissements finis. Une minoration de la dérivée donne une minoration du taux d'accroissement, donc de l'accroissement.

2c) Avant de dériver $x \mapsto \dfrac{f(x)}{x}$, justifiez sa dérivabilité.

2d) Ce sont les arguments de minoration qui servent ici, pas de majoration.

4a) Un lieu d'annulation de la w_t' n'est pas forcément le lieu d'un extremum pour w_t. Et s'il y a un extremum, il n'y a pas de raison que ce soit un maximum plutôt qu'un minimum. Pour répondre à cette question, étudiez les variations de w_t.

5c) Pour utiliser le théorème de la limite de la dérivée, vous devez justifier que f^* est continue en 0.

6) Ces questions étaient assez simples (études de fonctions usuelles), pourtant beaucoup ne les ont pas traitées.