QCM n° 2

Un peu de calcul.

Échauffement n°1 Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle $y' + 2xy = \mathrm{e}^{-x^2}$.

Échauffement n°2 Soit l'application $f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 + 4x + 1 \end{array}$ Déterminer $f([-4, 5])$, $f^{-1}([-3, 0])$, $f^{-1}(\{-4\})$ et $f^{-1}(\{-2\})$.

Échauffement n°3 Soit $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$. Calculer C^3 et C^{-1}.

QCM - cocher une case si la phrase qui suit est correcte.

Question n°1 Soit $(\mathscr{E})\ : y' + 2y = \mathrm{e}^{x}$.

- ☐ L'ensemble des solutions de l'équation homogène est $\{K\mathrm{e}^{-2x},\ K \in \mathbb{R}\}$.
- ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{x}$ est une solution particulière de $(\mathscr{E})$.
- ☐ $x \mapsto \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{x} + \dfrac{2}{3}\mathrm{e}^{-2x}$ est la seule solution de $(\mathscr{E})$ qui vaut 1 en 0.
- ☐ Si f est une solution de $(\mathscr{E})$ qui s'annule, alors c'est la fonction nulle.

Question n°2 Soit $(\mathscr{E})\ : y'' + 2y = 0$.

- ☐ Le polynôme caractéristique de $(\mathscr{E})$ est $X^2 + 2$.
- ☐ $(\mathscr{E})$ n'a pas de solution réelle.
- ☐ L'ensemble des solutions réelles de $(\mathscr{E})$ est $\left\{ \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ t & \mapsto & \lambda\cos(\sqrt{2}x) + \mu\sin(\sqrt{2}x) \end{array} \right\}$.
- ☐ L'ensemble des solutions complexes de $(\mathscr{E})$ est $\left\{ \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{C} \\ t & \mapsto & \lambda\cos(\sqrt{2}x) + \mu\sin(\sqrt{2}x) \end{array},\ \lambda, \mu \in \mathbb{C} \right\}$.

Question n°3 Soit A, B et C trois ensembles.

☐ $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$;
☐ $A \cap B \cup C = A \cap B \cup A \cap C$;
☐ $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

Question n°4 Soit A et B deux ensembles.

☐ Si $A \subset B$, $\mathscr{P}(A) \subset \mathscr{P}(B)$;
☐ Si $A \subset B$, $A \in \mathscr{P}(B)$;
☐ Si $x \in A$, $x \in \mathscr{P}(A)$;
☐ $A \subset \mathscr{P}(A)$.

Question n°5

☐ $\{3k\ ,\ k \in \mathbb{Z}\} \cup \{3k+1\ ,\ k \in \mathbb{Z}\} = \{3k\ ,\ 3k+1\ ,\ k \in \mathbb{Z}\}$;
☐ $\{\mathrm{e}^{-x}\ ,\ x \in \mathbb{R}\} = \{y \in \mathbb{R}\ ,\ \exists\, x \in \mathbb{R}\ ,\ y = \mathrm{e}^{-x}\}$;
☐ $\displaystyle\bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} \left[1 + \frac{1}{n}, 2 + \frac{2}{n}\right] = [1, 2]$;
☐ $\displaystyle\left(\bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} \left[1 + \frac{1}{n}, 4 - \frac{1}{n}\right]\right) \cap [2, 4] = \bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} \left[2, 4 - \frac{1}{n}\right] = [2, 4[$.

Question n°6 Soit E, F deux ensembles, et $f\ : E \to F$. Soit $A \subset E$ et $B \subset F$. Alors, pour tout élément x,

☐ $x \in f(A)$ ssi il existe $y \in A$ tel que $y = f^{-1}(x)$;
☐ $x \in f^{-1}(B)$ ssi il existe $y \in F$ tel que $x = f^{-1}(y)$;
☐ $x \in f^{-1}(B)$ ssi il existe $y \in F$ tel que $f(x) = y$;
☐ $x \in f^{-1}(B)$ ssi $f(x) \in B$;
☐ $x \in f(B)$ ssi il existe $y \in B$ tel que $f(y) = x$.

Question n°7 Soit E, F deux ensembles, et $f\ : E \to F$. Soit $A, A' \subset E$ et $B, B' \subset F$. Alors,

☐ $A \subset A' \Leftrightarrow f(A) \subset f(A')$;
☐ $B \subset B' \Leftrightarrow f^{-1}(B) \subset f^{-1}(B')$;
☐ $f(A \cup A') = f(A) \cup f(A')$;
☐ $f(A \cap A') = f(A) \cap f(A')$;
☐ $f^{-1}(B \cup B') = f^{-1}(B) \cup f^{-1}(B')$;
☐ $f^{-1}(B \cap B') = f^{-1}(B) \cap f^{-1}(B')$;
☐ $f(f^{-1}(B)) = B$;
☐ $f^{-1}(f(B)) = B$.