Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 28 points, ramené sur 5 points.
- Exercice de TD et problème : chaque question sur 4 points, total sur 108 points, ramené sur 15 points, +100%.

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil ; 20\right)$.

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	c	p	$\varphi\left(\frac{5c}{28} + 2\frac{15p}{108}\right)$
Note maximale	23	68	20+
Note minimale	8	12	$5,4$
Moyenne	$\approx 15,93$	$\approx 28,41$	$\approx 10,73$
Écart-type	$\approx 3,68$	$\approx 10,53$	$\approx 3,17$
Premier quartile	14	21	$8,65$
Médiane	16	$25,5$	$10,25$
Troisième quartile	18	35	13

Remarques générales.

• Les mots «évident», «trivial», «forcément» signifient toujours que l'argument n'est pas bien compris et le correcteur les traduit par «pipeau». Si vous avez envie de les utiliser, interrogez-vous davantage.
• La plupart des étudiants présentent correctement, c'est bien !
• Il y avait beaucoup de questions assez élémentaires, qui permettaient d'obtenir assez facilement des points (tout le **I**, les questions **II.2** et **II.4**, voire le début du **III**). Vous ne pouvez pas les prendre à la légère.

I – Un exercice vu en TD.

2) Que d'erreurs sur le module pour $1+i$ ($\sqrt[n]{2}$ au lieu de $\sqrt[2n]{2}$) !

3) Vous pouvez tout à fait exhiber une racine carrée de $-3+4i$, mais vous devez alors justifier qu'elle convient (en calculant son carré).
Certains trouvent des solutions qui ne sont pas les deux nombres donnés dans le **1)**. C'est incroyable.
On vous donnait quand même les solutions, dans la question **1)**. Il suffisait de vérifier.

4) J'ai relevé beaucoup d'écritures de la forme $\{ a_k, b_k \mid k \in [\![1,n]\!] \}$ pour signifier une union. Ce n'est ni correct, ni acceptable.

II – Le théorème de Sturm.

1) Il fallait absolument citer le théorème utilisé (théorème des valeurs intermédiaires). Vous oubliez très souvent une de ses hypothèses : y_1 est définie sur un intervalle.
L'objet de la première partie de la question n'était pas d'utiliser le fait qu'une fonction continue changeant de signe sur un intervalle s'y annule, mais bien de démontrer cela.
Il est aisé de construire une fonction changeant de signe sans s'annuler...

3) Il convenait d'expliciter le raisonnement par l'absurde et d'expliquer que y_2 était alors de signe constant. Vous pouviez pour cela utiliser **1)**.
Dire «le signe de W' dépend de celui de y_2» est imprécis. Est-ce le même ou son opposé ?
La question n'était pas de montrer que $y_2 = 0$ (ce qui se lit «y_2 est la fonction nulle» ou «y_2 est partout nulle»).
Ce n'est pas parceque $W(\alpha) < W(\beta)$ que W est strictement croissante sur $[\alpha, \beta]$!

4) Écrire un discriminant pour résoudre $r^2 + m = 0$ est assez consternant.

Se tromper sur cette question était assez pénalisant : cela bloquait les deux questions suivantes (la **5)** n'était pas très dure).

J'attendais plutôt en ensemble de solutions réelles, mais comme l'énoncé ne le précisait pas, j'ai accepté les ensembles complexes... corrects.

5) Beaucoup ont pris une solution bien particulière, par exemple $x \mapsto \cos\left(\dfrac{x}{\sqrt{m}}\right) + \sin\left(\dfrac{x}{\sqrt{m}}\right)$. Ce n'était pas le sens de la question.

III – Limites supérieures et inférieures d'ensembles.

Avec des unions et intersections quelconques, rédiger par manipulation sur les ensembles était impossible (pour la plupart des questions). Il était plus raisonnable de manipuler directement les éléments.
La plupart du temps, les étudiants qui rédigent en conservant des quantificateurs ne font que recopier les définitions données par l'énoncé. Il n'y a alors aucune démonstration, ce que vous écrivez est sans aucune valeur. Traduisez concrètement tout cela (soit [...], il existe [...]) et développez un raisonnement.

1) Tout justifier est fastidieux, mais vous devez au moins justifier le **a)**. Remarquer la monotonie des suites manipulées aidait à rédiger concisément.

La variable n est muette dans $\liminf(X_n)$ et $\limsup(X_n)$, ces ensembles ne peuvent dépendre de n. De même, à n fixé, $\bigcup_{p \geqslant n} X_p$ et $\bigcap_{p \geqslant n} X_p$ ne peuvent dépendre de p.

Au vu de la question **3)**, les réponses du type «$\liminf(X_n) = \mathbb{N}$ et $\limsup(X_n) = \varnothing$» sont absurdes. Lisez l'énoncé en entier avant de répondre aux questions.

2) Pour l'écriture en français, il convenait de ne pas paraphraser les définitions quantifiées.

3-4) Les tentatives de manipulation directe sur les ensembles étaient rarement correctes. Il convenait de traduire les phrases quantifiées en jeu.

4)a) Lorsque vous exprimez $x \in \limsup(X_n) \cap \limsup(Y_n)$, vous ne pouvez pas dire : «il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que $\forall p \geqslant n$, $x \in X_n$ et $n \in \mathbb{N}$ tel que $\forall p \geqslant n$, $x \in Y_n$» ! Ce ne sont pas les «mêmes n» ! Respectez les règles de rédaction : vous ne pouvez déclarer une variable déjà utilisée.

6) Je ne sais pas ce qu'est $X_{+\infty}$ (et je doute que ceux qui écrivent cela le sachent).