Ex. 2.4.12 : Y : v.a qui désigne le résultat du 1er dé.

$Y \hookrightarrow \mathcal{U}([\![1,6]\!])$.

X est à valeurs dans $[\![1,20]\!]$.

$((Y=k))_{k\in[\![1,6]\!]}$ est 1 syst. cplet.

et $\forall k \in [\![1,6]\!], \quad P(Y=k) = \frac{1}{6} \neq 0$

Probas totales :

$$\forall i \in [\![1,20]\!], \quad P(X=i) = \sum_{k=1}^{6} P(X=i \mid Y=k) \times \underbrace{P(Y=k)}_{=1/6}$$

$$P(X=1) = P(X=2) = P(X=3) = P(X=4)$$

$$= \sum_{\ell=1}^{6} P(X=1 \mid Y=\ell) \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{6}\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{31}{40} .$$

$$P(X=5) = P(X=6) = \frac{1}{6}\left(0 + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}\right)$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{21}{40}$$

$$P(X=7) = P(X=8) = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}\right)$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{43}{120}$$

$$P(X=9) = P(X=10) = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{7}{30}$$

$$P(X=11) = P(X=12) = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{2}{15}$$

$$P(X=13) = P(X=14) = P(X=15) = P(X=16)$$
$$= P(X=17) = P(X=18) = P(X=19)$$
$$= P(X=20)$$
$$= \frac{1}{6} \times \frac{1}{20}.$$

k	1	2	3	4	5	6	7	7	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$P(X=k) = \frac{1}{6}\times$	$\frac{31}{40}$	$\frac{31}{40}$	$\frac{31}{40}$	$\frac{31}{40}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{43}{120}$	$\frac{43}{120}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$

(au brouillon : vérifions que $\sum_{k=1}^{20} P(X=k) = 1$.

ici c'est bien le cas).