

DS N°8 du 9 mai 2019

CHAMP A FORCE CENTRALE

Station Spatiale Internationale (ISS)

La Station spatiale internationale (ISS d'après le nom en anglais, International Space Station) est une station spatiale placée en orbite terrestre basse, occupée en permanence par un équipage international qui se consacre à la recherche scientifique dans l'environnement spatial. Ce programme, lancé et piloté par la NASA, est développé conjointement avec l'agence spatiale fédérale russe (FKA), avec la participation des agences spatiales européenne, japonaise et canadienne. L'ISS décrit une trajectoire elliptique d'altitude au périégée de 330 km et d'altitude à l'apogée 420 km, en 92,69 min. Elle a une masse $m_{ISS} = 490$ tonnes.



FIGURE 1 – ISS

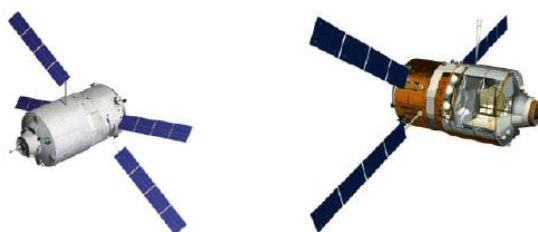


FIGURE 2 – ATV3 – Edoardo Amaldi

Les véhicules de transfert automatique ou ATV (de l'anglais « Automated Transfer Vehicle ») sont des vaisseaux spatiaux desservant la station spatiale internationale et chargés d'assurer son ravitaillement en énergie, matériaux et combustibles. De par leur nature, ils assurent et garantissent la viabilité et le fonctionnement de la station. En termes de défis techniques et de performances, ils constituent le plus ambitieux des projets de construction spatiale jamais entrepris en Europe.

Dans la suite de ce problème, nous ferons référence aux objets étudiés en utilisant leurs acronymes anglais : ATV pour Automated Transfert Vehicle (véhicule de transfert automatique), ISS pour International Space Station (station spatiale internationale).

L'ATV-3 Edoardo Amaldi a été lancé, par la dernière version du lanceur Ariane V, le 23 mars 2012, il a rejoint en moins de six jours l'ISS. Il s'y est arrimé le 29 mars. La manœuvre s'est déroulée à une vitesse de $28\,000\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ avec une précision meilleure que 10 cm. Il l'a quittée le 4 octobre 2012 pour se détruire, comme prévu, lors de sa phase de rentrée atmosphérique au-dessus du pacifique.

Données numériques

Constante de gravitation : $G = 6,67408 \cdot 10^{-11}\text{ USI}$

Masse de la Terre : $M_T = 5,972 \cdot 10^{24}\text{ kg}$

Rayon de la Terre : $R_T = 6371\text{ km}$

Masse de l'ISS : $m_{ISS} = 490\text{ tonnes}$

Altitude de l'orbite d'injection : $h_i = 250,0\text{ km}$

Altitude de l'orbite de l'ISS : $h_{ISS} = 400,0\text{ km}$

A. Généralité sur les mouvements à force centrale

On étudie le mouvement d'un objet de masse m assimilé à un point matériel M en interaction avec la Terre de masse M_T , de centre O et de rayon R_T . L'interaction entre l'objet M et la Terre est identique à celle qui existerait si toute la masse de la Terre était concentrée en son centre O .

Le système constitué de la Terre et de l'objet M est supposé isolé, la seule interaction considérée dans la suite est celle entre la Terre et M .

On note r la distance entre le centre de la Terre et le point M . L'angle polaire sera noté θ .

0. Quel est le référentiel adapté pour l'étude du mouvement de M ? On le notera \mathfrak{R} dans la suite, et il sera supposé galiléen à l'échelle du mouvement de M.

A.1. Interaction gravitationnelle

A.1.1. Donner l'expression de la force gravitationnelle exercée par la Terre de centre O sur l'objet M. Exprimer la norme de la force en fonction de l'altitude h de M (prise à partir du sol). Faire l'application numérique de la force exercée par la Terre sur l'ISS.

A.1.2. Montrer que la force gravitationnelle est conservative dans \mathfrak{R} et établir l'expression de l'énergie potentielle $E_{p,grav}$. On prendra l'origine de $E_{p,grav}$ à l'infini, c'est-à-dire $\lim_{r \rightarrow \infty} E_{p,grav} = 0$

A.2. Conservation du moment cinétique

A.2.1. Montrer que le moment cinétique \vec{L}_O de M par rapport à O dans le référentiel \mathfrak{R} se conserve.

A.2.2. Justifier la planéité du mouvement de M. On précisera le plan du mouvement.

A.2.4. En déduire que la quantité $r^2\dot{\theta}$ se conserve au cours du mouvement. Comment s'appelle cette quantité ? On notera C cette constante.

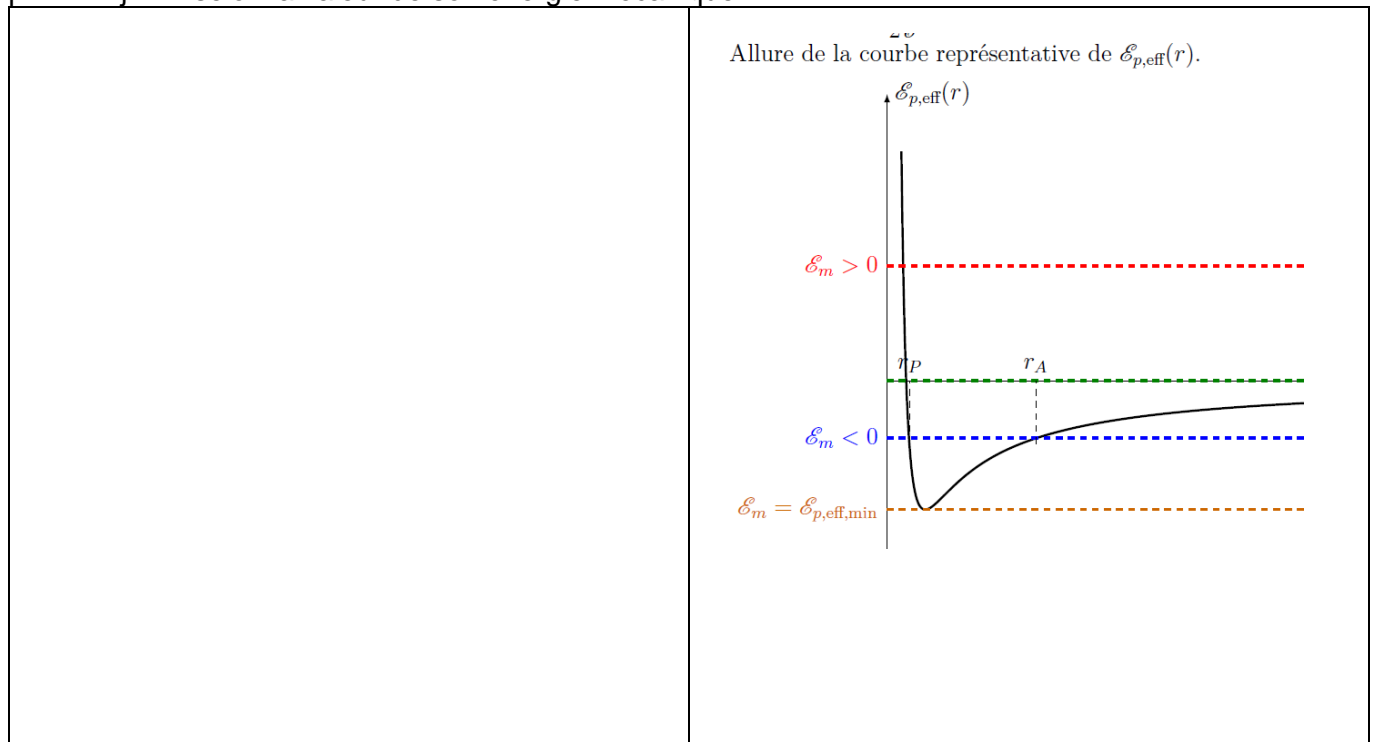
A.2.5. Énoncer la 2ème loi de Kepler, et l'accompagner d'un schéma pour l'illustrer. (Aucune démonstration n'est demandée)

A.3. Énergie mécanique – Mouvements possibles

A.3.1 Que peut-on dire de l'énergie mécanique de M ?

A.3.2. Établir l'expression de l'énergie mécanique sous la forme $E_m = \frac{m}{2} \dot{r}^2 + E_{p,\text{eff}}(r)$ et établir l'expression de $E_{p,\text{eff}}(r)$ en fonction de G , m , M_T , C et r uniquement.

A.3.3. On donne la représentation de $E_{p,\text{eff}}(r)$, Décrire rapidement les différents mouvements possibles pour l'objet M selon la valeur de son énergie mécanique.



B. Trajectoire de l'ISS

L'ISS se trouve sur une orbite quasiment circulaire, à une altitude $h_{\text{ISS}} = 400,0 \text{ km}$, dont le plan orbital forme un angle de $51,6^\circ$ avec le plan de l'équateur.

B.1. Justifier que le mouvement circulaire est nécessairement uniforme.

B.2. Établir l'expression de la norme de la vitesse v_{ISS} en fonction de G , M_T et R_{ISS} (le rayon de la trajectoire circulaire de l'ISS), puis en fonction de G , M_T , R_T et h_{ISS} .

B.3. Faire l'application numérique de v_{ISS} et comparer à la valeur fréquemment citée de « $28\,000 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ »

B.4. Retrouver la 3ème de Kepler. En déduire la période T_{ISS} du mouvement de l'ISS autour de la Terre. Comparer à la valeur indiquée en introduction de ce problème.

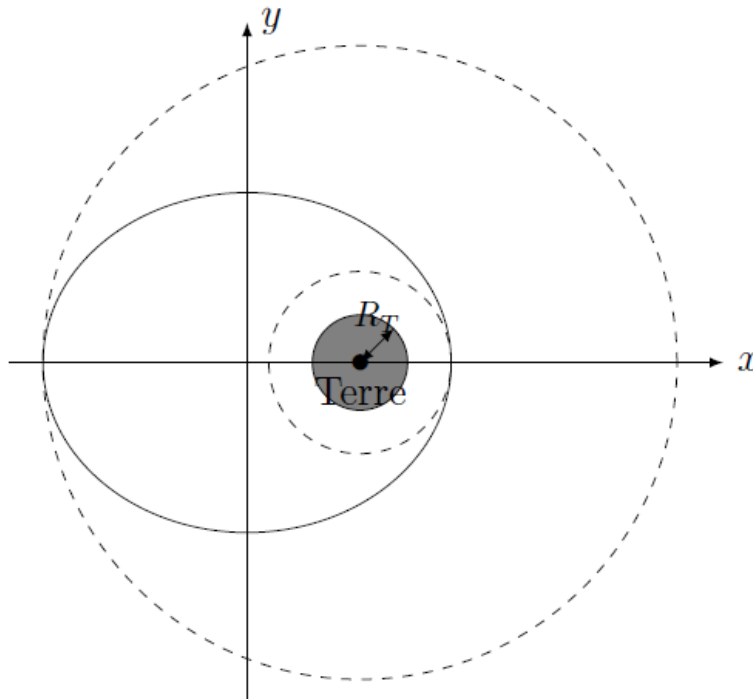
B.5. Établir l'expression de l'énergie mécanique de l'ISS en mouvement circulaire. Faire l'application numérique.

C. Trajectoire suivie pour la mise en orbite

Les ATV sont lancés depuis la base de Baïkonour à la latitude $\lambda_B = 45^\circ 57' 54''$ nord

Après une dizaine de minutes de vol, Ariane V libère l'ATV sur une première orbite circulaire, dite d'injection, d'altitude $h_i = 250,0$ km, située dans le même plan orbital que l'orbite de l'ISS. Puis l'ATV, en empruntant une orbite elliptique, rejoint l'orbite de l'ISS.

C.1 Compléter le schéma ci-dessous en précisant : les rayons r_p et r_a au périgée et à l'apogée de la trajectoire elliptique, les altitudes h_i et h_{ISS} et le demi-grand axe a de la trajectoire elliptique.



C.2. Déterminer le demi-grand axe de la trajectoire elliptique alors décrite par l'ATV, en fonction de R_T , h_i et h_{ISS} . Faire l'application numérique.

C.3. En déduire la durée du transfert de l'orbite d'injection à l'orbite de l'ISS.

C.4. Donner l'expression littérale de l'énergie à fournir à l'ATV au moment de son transfert sur l'orbite de l'ISS.