



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON  
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR  
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.  
ANNÉE 2018 - 2019

C4 : MODÉLISATION CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES COMPOSÉS DE CHAINES DE SOLIDES

## TD 11 - Modélisation cinématique des liaisons mécaniques(C4-5)

22 Janvier 2019

### Compétences

- **Modéliser** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement :
  - Solide indéformable;
  - référentiel, repère;
  - équivalence solide/référentiel;
  - vecteur-vitesse angulaire de deux référentiels en mouvement l'un par rapport à l'autre";
- **Résoudre** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement
  - Torseur cinématique;
  - Liaisons.

### 1 Souris mécanique

On se propose d'étudier le fonctionnement d'une souris mécanique associée à un ordinateur (figure 1).

L'ensemble des paramétrage indiqués ci-dessous font référence à la figure 2.

- Le plan de travail (0) est lié au repère  $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .
- Le cadre lié à la souris porte le numéro (1). On lui lie un repère  $R_1 = (C, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .
- En fonctionnement normal, la bille (2) de rayon  $R$  **roule sans glisser** sur le plan (0). On note  $I$  le point de contact avec le sol (0).
- Le galet (3), de rayon  $a$  est en liaison pivot d'axe  $(L, \vec{y}_1)$ , avec le cadre (1).
- Le galet (4), de rayon  $a$  est en liaison pivot d'axe  $(M, \vec{x}_1)$ , avec le cadre (1).

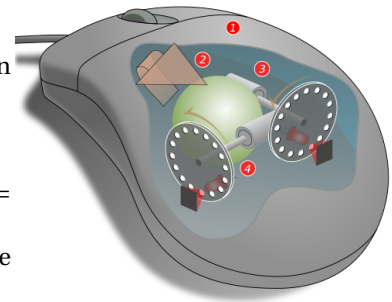


FIGURE 1 – Dessin du mécanisme d'une souris de micro-ordinateur.

Les deux galets (3) et (4) commandent chacun un capteur de position angulaire (codeur incrémental). En fonctionnement normal, ils **roulent sans glisser** sur la bille (2), respectivement aux points  $J$  et  $K$ .

On notera :

- $\vec{\Omega}_{(3/1)} = \omega_{31} \vec{y}_1$  le vecteur vitesse de rotation (inconnu) de (3) par rapport à (1).
- $\vec{\Omega}_{(4/1)} = \omega_{41} \vec{x}_1$  le vecteur vitesse de rotation (inconnu) de (4) par rapport à (1).

La souris (1) est animée d'un mouvement plan par rapport à (0).

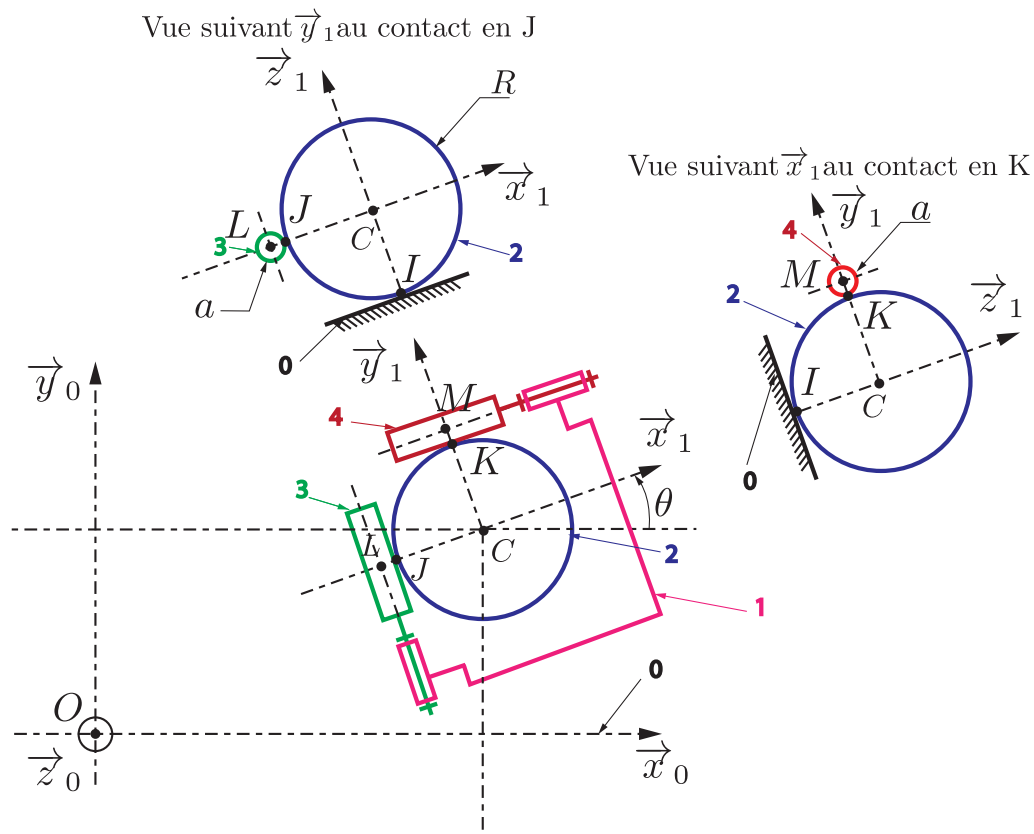


FIGURE 2 – Schéma cinématique mécanique d'une souris de micro-ordinateur.

### Objectif :

Le but de cet exercice est de trouver les valeurs de  $\omega_{31}$  et  $\omega_{41}$  en fonction du déplacement de la souris.

La condition de contact en  $I$  impose que :  $\overrightarrow{OC} \cdot \vec{z}_0 = R$ .

La position de la souris (1) par rapport à (0) est alors donnée par :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OC} &= x \vec{x}_1 + y \vec{y}_1 + R \vec{z}_1 \\ \theta &= (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)\end{aligned}$$

$$\text{avec } v_{z0} = v_{z1}$$

On note le torseur cinématique de la bille (2) par rapport au cadre (1) par :

$$\{\mathcal{V}_{(2/1)}\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}_{(2/1)} = p \vec{x}_1 + q \vec{y}_1 + r \vec{z}_1 \\ V_{(C \in 2/1)} = \vec{0} \end{array} \right\}$$

(Pour l'instant,  $p$ ,  $q$  et  $r$  ne sont pas connus.)

Supposons que l'on bouge la souris (i.e. le cadre (1)) par rapport à (0) par le mouvement plan suivant :

$$\{\mathcal{V}_{(1/0)}\}_C = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}_{(1/0)} = \dot{\theta} \vec{z}_0 \\ V_{(C \in 1/0)} = \dot{x} \vec{x}_1 + \dot{y} \vec{y}_1 \end{array} \right\}$$

## 2 Modélisation cinématique

### a) Modélisation globale de la bille et de la souris

**Q 1 :** En analysant les torseurs cinématiques donnés précédemment, proposer une liaison permettant de mo-

décrire les mouvements de 1/0 et de 2/0

**b) Roulement sans glissement de la bille**

**Q 2 :** Expliciter la condition de roulement sans glissement au point  $I$ .

**Q 3 :** Par composition des vitesses, en déduire la relation liant les paramètres du mouvement de la boule (issus de  $\{\mathcal{V}_{(2/1)}\}$ ) à ceux du mouvement de la souris (issu de  $\{\mathcal{V}_{(1/0)}\}$ ).

**Q 4 :** En déduire les composantes  $p$  et  $q$  du vecteur vitesse de rotation  $\overrightarrow{\Omega_{(2/1)}}$ , en fonction du mouvement de la souris.

**c) Roulement du galet (3)**

**Q 5 :** Expliciter la condition de roulement sans glissement au point  $J$ .

**Q 6 :** En déduire le vecteur vitesse de rotation  $\overrightarrow{\Omega_{(3/1)}}$ .

**Q 7 :** En déduire également la valeur de la composante  $r$  de  $\overrightarrow{\Omega_{(2/1)}}$ .

**d) Roulement du galet (4)**

**Q 8 :** Expliciter la condition de roulement sans glissement au point  $K$ .

**Q 9 :** En déduire le vecteur vitesse de rotation  $\overrightarrow{\Omega_{(4/1)}}$ .

**e) Mouvement global**

**Q 10 :** Exprimez alors les éléments de réduction des torseurs  $\{\mathcal{V}_{(2/1)}\}$ ,  $\{\mathcal{V}_{(3/1)}\}$  et  $\{\mathcal{V}_{(4/1)}\}$ , respectivement aux points  $C$ ,  $L$  et  $M$ , en fonction des composantes de  $\{\mathcal{V}_{(1/0)}\}$ .

**Q 11 :** De quels types sont ces torseurs ?