Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 40 points, ramené sur 5 points.
- Problème et exercice de TD : chaque question sur 4 points, total sur 116 points, ramené sur 15 points, +65%.

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	c	p	$\varphi\left(\frac{5c}{40}+1,65\frac{15p}{116}\right)$
Note maximale	38	59	$16,6$
Note minimale	10	13	$5,1$
Moyenne	$\approx 26,50$	$\approx 35,02$	$\approx 10,83$
Écart-type	$\approx 6,09$	$\approx 11,24$	$\approx 2,83$
Premier quartile	22	28	$8,85$
Médiane	27	35	$10,85$
Troisième quartile	$30,75$	$40,75$	$12,55$

Remarques générales.

• Les parties illisibles ne sont pas lues. Certains risquent même l'arrêt de correction, tant leur copie est indéchiffrable. Il est dommage de faire 5/2 à cause de cela (et cela arrive parfois ...).
• Je trouve encore trop d'introduction de variables erronées. Exemple : « soit $a, b, n \in \mathbb{Z}$, si ab est un cube parfait alors $ab = n^3$ ». Ici, l'étudiant a écrit que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $ab = n^3$. C'est absurde.
• Vous devez donner le nom de chaque propriété utilisée.
• À part une question délicate à rédiger en arithmétique, ce devoir n'était pas très difficile. Regardez le corrigé : les réponses sont toutes élémentaires. Il convenait cependant de rédiger le problème d'arithmétique suffisamment efficacement, et de travailler proprement sur les objets manipulés dans le problème sur les fonctions sup-continues. Ce dernier est d'ailleurs assez révélateur ...

I – Exercice vu en TD.

Le renversement d'indices donne $q - k$ et non $q - 1 - k$ (pour $k \in [\![1, q-1]\!]$).

II – Une équation de Mordell.

Dans un problème d'arithmétique, vous ne pouvez pas utiliser les notations $\sqrt{\cdot}$ et $\sqrt[3]{\cdot}$ (à moins de montrer d'abord que ces quantités sont entières, ce qui est souvent lourd).
Un produit de deux nombres non entiers peut être entier : $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ ...
Les calculs modulo 2 permettaient de répondre simplement et concisément à de nombreuses questions. Réécrire à chaque fois la division des nombres considérés par 2 est particulièrement lourd.
Beaucoup ont systématiquement oublié les diviseurs négatifs.
Un grand classique : $x \mid ab$ donc $x \mid a$ ou $x \mid b$. Par exemple, $42 \mid 6 \times 7$, donc $42 \mid 6$ ou $42 \mid 7$!!! Ce n'est vrai que si x est un nombre premier (cela découle du lemme de Gauss).

1a) Que d'erreurs sur cette question simple (et déjà traitée en TD !). Ici, pour montrer la réciproque, il convenait plutôt de travailler sur la contraposée de cette réciproque (si a est impair, alors a^2 et a^3 sont impairs), ce qui se fait simplement.

1b) Pour beaucoup, écrire proprement une décomposition littérale en produit de facteurs premier relève de l'impossible (apparemment). Gérez proprement vos variables et vos indices.

La plupart n'utilisent pas la seule hypothèse de la question : $a \wedge b = 1$. Il convenait de traduire cela de manière adaptée au contexte : a et b n'ont pas de facteur premier en commun. Il suffisait ensuite de rédiger cela de manière suffisamment concise. J'ai accepté des arguements assez peu formalisés, tant que les idées y étaient.

Tout nombre n'est pas le produit d'uniquement deux facteurs premiers !

L'indication était claire : partir de la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre dont ab est le cube. Si vous ne la suivez pas, ne vous étonnez pas de ne pas aboutir. De manière générale, ne pas suivre une indication est toujours lourdement sanctionné (dans le cas où vous n'aboutissez pas).

2a) La première partie de la question était une redite de **1a**, vous n'aviez rien besoin de détailler.

2b) Beaucoup de raisonnements lourds pour montrer que d est impair. Pourtant, si $2 \mid d$, comme $d \mid y-4$, alors $2 \mid y-4$, donc $2 \mid y$, ce qui est absurde.

2d) Vous devez rappeler ici l'unique hypothèse de **1b** : $y-4$ et $y+4$ sont premiers entre eux.

2f) Il n'y a pas qu'une factorisation de 8 par un nombre impair, mais deux : $8 = 1 \times 8 = (-1) \times (-8)$. Il convenait donc de discuter du signe de $a - b$.

2g) Quel dommage de ne pas voir que l'équation $3b^2 + 24b + 64 = 1$ n'a pas de solution réelle (fait en première) ! Pire, certains ont calculé correctement le discriminant ($-180 < 0$) ... et ont quand même donné des solutions. C'est absurde !

3b) L'objet de cette question n'était pas de déterminer les différentes valeurs possibles de x^3 modulo 16 : ce n'est qu'une étape, semblable à la question précédente.

3e) Il n'y a pas qu'une factorisation de 1, mais deux : $1 = 1 \times 1 = (-1) \times (-1)$. Il convenait donc de discuter du signe de $d - c$.

III – Fonctions sup-continues.

Vous devez manipuler précisément les objets mathématiques en jeu pour pouvoir répondre aux questions de ce problème. Si vous ne le faites pas, vous ne comprenez souvent pas quels sont les points pertinents à aborder. Beaucoup n'ont pas compris ce que l'on vous demandait de faire ici.
J'ai lu plusieurs fois : « E est une partie finie de $\mathbb{R}$ ». C'est absurde, E ne contient pas qu'un nombre fini d'éléments ! Je pense que les étudiants qui écrivent cela confondent avec « partie bornée ».
J'ai relevé beaucoup de confusions entre les notions de borne supérieure et de maximum. Revenez là dessus si vous êtes dans ce cas, c'est essentiel.

1) Vous devez au moins citer la propriété de la borne supérieure, et l'appliquer aux deux ensembles en jeu : A et $f(A)$ (et il fallait introduire A !).

2a) On manipule ici des images directes de parties. Il convenait donc de montrer une égalité entre deux ensembles.

2b) Question souvent bien traitée quand elle était abordée, à un oubli (systématique !) : rappeler que $f(A) \neq \varnothing$ pour justifier que $g(\sup(f(A))) = \sup(g(f(A)))$.

Il convenait d'appliquer la sup-continuité de f au bon objet : vous ne pouviez pas dire que $g(\sup f(A)) = \sup(g(f(A)))$. La sup-continuité s'appliquait à des parties.

3) J'ai lu (plusieurs fois) : « $A \leqslant \sup(A)$ », « $f(A) \leqslant f(\sup A)$ », « $\sup f(x) \leqslant f(\sup A)$ ». Quelles horreurs !

4) On demandait comme contre-exemple des fonctions définies sur E.

6) Vous ne pouvez pas dire que « X est minoré par $f(x)$ » : un minorant est une constante ! D'ailleurs, qu'est-ce que x ?

J'ai lu : « X est majoré par $[1, +\infty[$ ». C'est absurde, un majorant est un nombre !