

Feuille d'exercice n° 20 : **Intégration - indications**

- Exercice 1** Élémentaire, revenez aux définitions quantifiées.
- Exercice 2** Très proche de l'exemple traité en cours (fonction inverse).
- Exercice 3** Élémentaire sur chaque intervalle de la forme  $[0, a]$  et  $[a, +\infty[$ . Il faut ensuite recoller les morceaux, mais cela ne se fait pas si simplement que ça !
- Exercice 4** Sur un intervalle de longueur 1, la fonction  $f$  peut-elle descendre arbitrairement bas ?
- Exercice 5** Dans le cas où  $\int_a^b g > 0$ , divisez par  $\int_a^b g$ . On veut démontrer qu'il existe  $c \in [a, b]$  tel que  $f(c) = \dots$ . C'est un cadre connu !
- Exercice 6** Il suffit de voir que  $\frac{1}{2} = \int_0^1 g$ , où  $g$  est une fonction bien connue et très utile chaque fois que l'on parle de point fixe.
- Exercice 7** Traitez d'abord l'exercice n°2.2.14 du poly de cours (version en ligne). Ensuite, si  $f$  a au plus  $n$  zéros distincts, que peut-on dire de  $f$  entre deux zéros ?
- Exercice 8** Vous pouvez toujours considérer  $-f$ . «  $f$  positive » équivaut à «  $f = |f|$  ».
- Exercice 9** Élémentaire, tout se fait directement.
- Exercice 10** Commencez par faire un dessin. Cherchez à encadrer l'intégrale par deux fonctions en escalier.
- Exercice 11** Commencez par faire un dessin. Cherchez à encadrer l'intégrale par deux fonctions en escalier.
- Exercice 12** 1 et 3 : un encadrement direct suffit.  
2 : il va falloir faire une petite transformation !
- Exercice 13** Calcul brutal.
- Exercice 14** Calcul brutal.
- Exercice 15** Calcul brutal.
- Exercice 16** Ne cherchez pas de majorations trop compliquées.
- Exercice 17** Exercice assez élémentaire. Pensez à intégrer par parties.
- Exercice 18** Revenez explicitement au théorème fondamental du calcul différentiel.
- Exercice 19** 3b : il va falloir encadrer terme à terme.
- Exercice 20** Très proche des intégrales de Wallis traitées dans le DM n°14.  
5 : commencez par montrer que  $f(x) \sim f(x+1)$ .

**Exercice 21** 1 : epsiloniser.  
2 : se ramener au 1.

**Exercice 22** Il suffit de trouver deux points  $a$  et  $b$  entre lesquels appliquer la formule.

**Exercice 23** Passez par les complexes.

**Exercice 24** C'est un rappel de cours sur les fractions rationnelles.

**Exercice 25** Très proche de l'exercice n°7.1.5 du cours d'intégration. Veillez à le rédiger correctement.

**Exercice 26** Très proche de l'exercice n°7.1.5 du cours d'intégration. Veillez à le rédiger correctement.

**Exercice 27** Il y a un (petit) piège ! Vous savez résoudre cet exercice depuis le mois d'octobre.

**Exercice 28** On aimerait revenir à une somme et voir une somme de Riemann.

Pour l'équivalent, utilisez le résultat du cours : « si  $f$  est  $\mathcal{C}^1$ , l'erreur d'approximation de  $\int_a^b$  par les sommes de Riemann est un  $O(1/n)$  ».

**Exercice 29** On aimerait revenir à une somme et voir une somme de Riemann.

**Exercice 30** On veut déterminer un équivalent de  $u_n$ . Vous pouvez appliquer deux méthodes du cours.