DS n°6 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : $\boxed{}$ Note : $\boxed{}$

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Limites de fonctions et continuité

Calculer les limites de fonctions suivantes (écrire Pas de limite le cas échéant) :

$$\tan\left(\frac{\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{-2x}}{x}\right) \xrightarrow[x\to 0]{} \boxed{} \tag{1}$$

$$\mathbf{1}_{\mathbb{R}^*}\left(x^2\cos\left(\frac{1}{x}\right)\right) \xrightarrow[x\to 0]{} \boxed{} \tag{2}$$

$$(1+x)^{1/x} \xrightarrow[x\to +\infty]{} \boxed{} \tag{3}$$

Soit $\psi : \left\{\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \left\{\begin{array}{lll} x+1 & \text{si} & x>0 \\ 0 & \text{si} & x=0 \\ x-1 & \text{si} & x<0 \end{array}\right. \end{array}\right.$ et $f : \left\{\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^* & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x\sin\left(\frac{1}{x}\right) \end{array}\right.$.

On peut prolonger f par continuité en 0 en posant $f(0) = \boxed{}$. (4)

Si f est ainsi prolongée, $\psi \circ f$ est continue sur

$\boxed{}$. (5)

Polynômes

Soit $A = 2X^5 - 2X^4 + X^3 + 6X^2 - X - 3$ et $B = 2X^3 - X + 4$. Écrire la division euclidienne de A par B.

$$A = \boxed{} \times B + \boxed{} \tag{6}$$

Soit $A = X^6 - 2X^5 + 2X^4 - 3X^3 + 3X^2 - 2X$ et $B = X^4 - 2X^3 + X^2 - X + 1$. Calculer :

$$\mathrm{PGCD}(A, B) = \boxed{} . \quad (7)$$

Une relation de Bézout pour A et B est

$$\mathrm{PGCD}(A, B) = \boxed{} \quad (8)$$

Avec $P = X^6 - 2X^5 - 39X^4 - 191X^3 - 211X^2 - 132X + 57$, $P(9) = \boxed{}$ (9)

La multiplicité de 1 dans $6X^5 - 17X^4 + 3X^3 + 33X^2 - 37X + 12$ est $\boxed{}$ (10)

Décomposer $P = X^5 + 2X^4 - 3X^3 - 3X^2 + 2X + 1$ en produit de facteurs irréductibles réels.

$$P = \boxed{} \quad (11)$$

Déterminer les multiplicités des nombres suivants, en tant que racines complexes de P.

1 : $\boxed{}$ (12) $\qquad i$: $\boxed{}$ (13)

Déterminer, sous forme développée, un polynôme P vérifiant $P(-1) = 9$, $P(1) = 1$, $P(2) = 0$ et $P(0) = -4$.

$$P = \boxed{} \quad (14)$$

Dérivation

Soit $f : x \mapsto \operatorname{Arcsin}\left(\dfrac{6 - x^2}{4 + x^2}\right)$. Alors,

$$f \text{ est définie sur } : \boxed{} , \quad (15)$$

$$f \text{ est dérivable sur } : \boxed{} . \quad (16)$$

Calculer les dérivées (éventuellement successives) suivantes.

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Big((1 + x)^{\ln(x)}\Big) = \boxed{} \quad (17)$$

$$\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n}(x\cos(x)) = \boxed{} \quad (18)$$

— FIN —