

NOM :

Prénom :

Interrogation n° 09 -08/01/2018

Exercice 1 : Soit $I, J \subset \mathbb{R}$, soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ et $g : J \rightarrow \mathbb{R}$ avec $f(I) \subset J$. Supposons $+\infty \in \bar{J}$, soit $a \in I$ et $\ell \in \mathbb{R}$ tels que $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} +\infty$ et $g(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \ell$. Montrer que $g(f(x)) \xrightarrow{x \rightarrow a} \ell$.

Exercice 2 : Montrer que l'image directe d'un sous-groupe par un morphisme de groupes est un sous-groupe.

Exercice 3 : La fonction $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x \sin(x)$ admet-elle une limite en $+\infty$ (le justifier) ? Le cas échéant, laquelle ? et en 0 ?

Exercice 4 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $(z_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$ une famille de nombres complexes. Écrire de deux manières différentes $\sum_{1 \leq i < j \leq n} z_{i,j}$, en ne faisant à chaque fois intervenir que des sommes portant sur un indice.