Feuille d'exercice n° 02 : Fonctions usuelles – Fiche d'entraînement

Exercice 1 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1)
$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

2)
$$f(x) = (5x^2 - 3)(x^2 + x + 4)$$

3)
$$f(x) = \frac{5}{x^5}$$

4)
$$f(x) = \frac{5}{x^5} + \frac{3}{x^2}$$

5)
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

6)
$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

7)
$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}$$

8)
$$f(x) = (x^2 + 3x - 2)^4$$

9)
$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

10)
$$f(x) = \sqrt[4]{x^5 - x^3 - 2}$$

11)
$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$$

12)
$$f(x) = 10^{\sqrt{x}}$$

13)
$$f(x) = e^{3-x^2}$$

14)
$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2}$$

15)
$$f(x) = 3^{2x^2} \sqrt{x}$$

16)
$$f(x) = \ln(2x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x)$$

$$17) f(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$$

18)
$$f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

19)
$$f(x) = \ln \sqrt{x(1-x)}$$

20)
$$f(x) = \ln \sqrt[3]{\frac{3x}{x+2}}$$

21)
$$f(x) = \ln \frac{(x-2)^3}{\sqrt{2x-1}}$$

Exercice 2 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1)
$$f(x) = \sin(2x^3)$$

2)
$$f(x) = \tan(x^5)$$

3)
$$f(x) = (2x^5 + 3)\cos(x^2)$$

4)
$$f(x) = \frac{-2x^2 - 5}{\cos(2x^3)}$$

5)
$$f(x) = \sin^3(x^5)$$

6)
$$f(x) = \cos(-3x^2 + 2)^2$$

Exercice 3 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1)
$$f(x) = 3x^{5/4}$$

2)
$$f(x) = \frac{5}{4}x^{2/3}$$

3)
$$f(x) = -4x^{-5}$$

4)
$$f(x) = \frac{3}{x^3}$$

5)
$$f(x) = -2\sqrt[4]{x}$$

6)
$$f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}$$

Exercice 4 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1)
$$f(x) = \frac{4x^3 - 3x^2}{4x^5 - 4}$$

2)
$$f(x) = \frac{3x^4 + 2}{3x^3 - 2}$$

3)
$$f(x) = \frac{4x^5 + 2x^2}{3x^4 + 5}$$

4)
$$f(x) = \frac{4x^4 - 4x^2 + 5}{2x^{5/3} + 3}$$

Exercice 5 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1)
$$f(x) = Arccos(-5x^3)$$

2)
$$f(x) = Arcsin(-2x^2)$$

3)
$$f(x) = Arctan(2x^4)$$

4)
$$f(x) = (Arcsin(5x^2))^3$$

5)
$$f(x) = Arcsin(3x^5 + 1)^3$$

6)
$$f(x) = (Arccos(4x^2))^2$$

7)
$$f(x) = Arccos(-2x^3 - 3)^3$$

Exercice 6 Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

1)
$$f(x) = \ln \ln 2x^4$$

2)
$$f(x) = \ln \ln 3x^3$$

3)
$$f(x) = \cos \ln 4x^3$$

4)
$$f(x) = e^{e^{3x^2}}$$

5)
$$f(x) = e^{(4x^3+5)^2}$$

6)
$$f(x) = \ln(4x^2).(-x^3 - 4)$$

7)
$$f(x) = \ln\left(-\frac{4x^4}{x^3 - 3}\right)^5$$

8)
$$f(x) = \frac{e^{5x^4}}{e^{4x^2+3}}$$

Exercice 7 Déterminer les limites des expressions suivantes.

1)
$$\frac{\operatorname{ch}(x)}{x}$$
 en $+\infty$.

2)
$$\frac{\operatorname{ch}(x)}{e^x}$$
 en $+\infty$.

3)
$$\frac{\operatorname{sh}(x)}{\operatorname{e}^{2x} + 1}$$
 en $+\infty$.

4)
$$\frac{\operatorname{Arctan}(x) \operatorname{ch}^{3}(x)}{e^{3x} - 2e^{2x} + 4}$$
 en $+\infty$.

5)
$$\frac{\operatorname{th}(x)}{\operatorname{e}^{-x}+3}$$
 en $-\infty$.

6)
$$e^{3x} \left(\cosh^3(x) - \sinh^3(x) \right) = -\infty.$$

7) Arcsin(th(x)) en
$$+\infty$$
.

8)
$$\tan\left(\frac{\pi}{2}\operatorname{th}(x)\right)$$
 en $-\infty$.

9)
$$x^x$$
 en 0.

10)
$$x^{x^x}$$
 en 0.

Exercice 8 Dresser le tableau de variations de chacune des fonctions suivantes.

1)
$$f: x \mapsto \ln(e^x - x) - x$$

2)
$$g: x \mapsto 2x - 3e^x + \frac{e^{2x}}{2}$$

3)
$$\varphi: x \mapsto \frac{x^2 + 4x + 1}{e^x}$$

4)
$$\psi: x \mapsto \frac{(x+3)e^{2x}}{(x+2)^3}$$