

Les loupes, indispensables aux biologistes et philatélistes ...

Les lunettes pour corriger la vue des myopes, hypermétropes, presbytes ...

Les objectifs d'appareils photo pour tous les professionnels et les amateurs ...

Les projecteurs de film pour les mêmes ...

Les lunettes astronomiques pour observer la Lune, le Soleil, les planètes ...

Les lunettes marines pour repérer phares, balises ...

Tous ces systèmes sont formés de lentilles sphériques. Nous allons donc définir les lentilles et découvrir comment elles fonctionnent de façon qualitative. Enfin, nous verrons que les notions de stigmatisme et d'aplanétisme approchés s'appliquent aux lentilles sphériques.

Historique

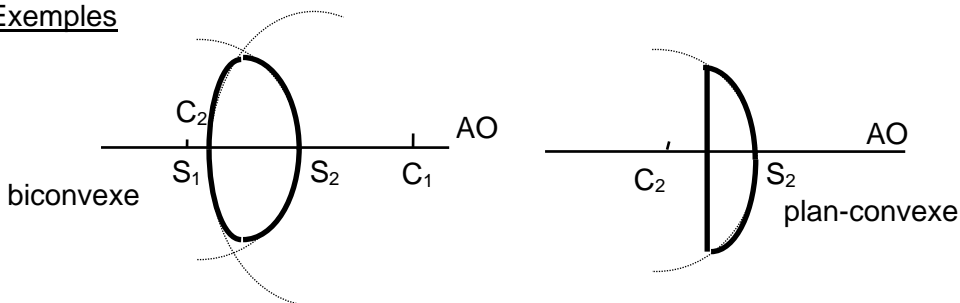
La plus ancienne lentille a été découverte dans les ruines de Ninive en Mésopotamie (actuel Irak) et date d'environ -700. Déjà vers -500 Aristophane mentionne les « sphères ardentes » en cristal de roche ou en émeraude. Le florentin Salvino degli Armatti est parfois cité comme inventeur des lunettes de vue, au 13^e siècle. Cependant, le physicien égyptien Ibn al-Haytham (965-1039), connu dans l'Occident médiéval sous le nom d'Alhazen, avait déjà tenté d'expliquer le pouvoir grossissant des lentilles. Après avoir été un temps oubliée, son œuvre aura une réelle influence. L'origine des lunettes de vue est donc, en réalité, inconnue, sans doute l'œuvre d'un artisan anonyme. Le premier traité consacré aux lentilles est celui du napolitain Giambattista della Porta au 16^e siècle. Puis Johannes Kepler publie, en 1611, une optique géométrique des lentilles.

I. Définitions, symbolisme

I.1. Lentilles sphériques

- **Lentilles sphériques** : système optique ayant une symétrie de révolution autour d'un axe optique, limité par deux dioptries dont l'un au moins est sphérique.

Exemples



S_i et C_i désignent respectivement le sommet et le centre du dioptré n°i

- **Axe optique** : c'est l'axe passant par le centre des deux dioptries et les deux sommets

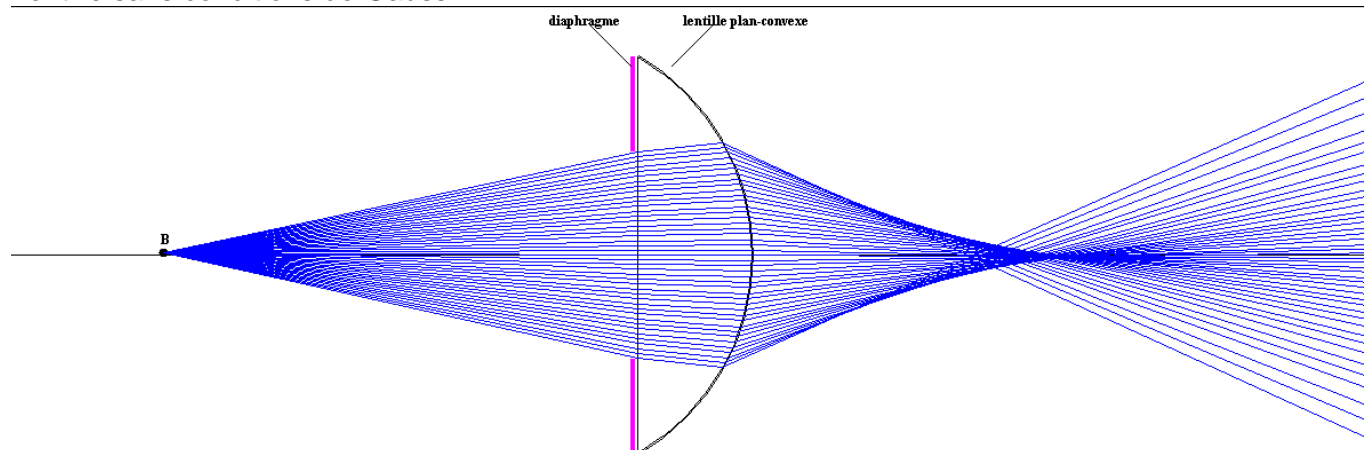
On pose : $R_1 = \overline{S_1 C_1}$ et $R_2 = \overline{S_2 C_2}$ les rayons de courbure des deux dioptries

$e = \overline{S_1 S_2} > 0$ la distance entre les deux sommets.

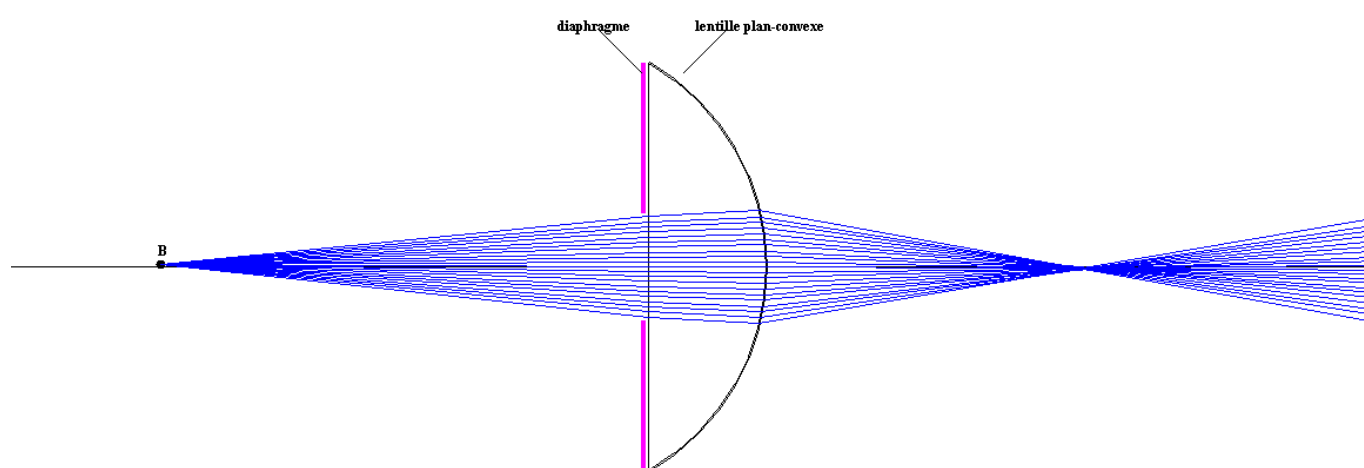
Nous allons admettre que *de tels systèmes sont toujours stigmatiques et aplanétiques au voisinage de leur axe optique.*

L'expérience courante (lunettes, photographie...) témoigne de la validité de cette affirmation. Les possesseurs de lunettes corrigent leur vue grâce à elles et voient nettement grâce au stigmatisme et d'aplanétisme approchés.

Lentille sans conditions de Gauss



Lentille dans les conditions de Gauss



I.2. Lentilles minces

- **Lentille mince** : une lentille est dite mince lorsqu'on peut considérer que les sommets S_1 et S_2 des deux dioptrés sphériques sont à peu près confondus : $S_1 = S_2$.

- **Conditions**

Pour que l'on puisse considérer la lentille comme mince il faut que :

$e \ll R_1 $	et	$e \ll R_2 $	et	$e \ll R_1 - R_2 $
---------------	----	---------------	----	---------------------

En pratique l'approximation est vérifiée pour e de l'ordre de quelques millimètres.

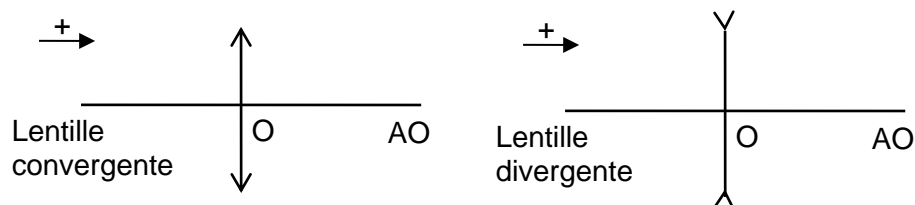
- **Centre optique** :

c'est le point O de l'axe par lequel passe un rayon correspondant à un incident et un émergent parallèle. Lorsque les conditions ci-dessus sont remplies $O = S_1 = S_2$, et un rayon passant par le centre optique n'est pas dévié.

- On distingue deux types de lentilles minces :

- Lentilles minces à bords minces : **lentilles convergentes**.
- Lentilles minces à bords épais : **lentilles divergentes**.

Dans les conditions de Gauss, on schématise alors les lentilles minces de la façon suivante :



Remarques :

Dans toute la suite de l'étude on se placera dans les conditions suivantes :

- Conditions de Gauss et aplanétisme.
- Lentilles minces $S_1 = S_2 = O$, formées d'un verre homogène et isotrope.
- Lumière monochromatique.
- Milieux extrêmes identiques.

II. Foyers, distances focales.

II.1. Foyer principal objet

• **Définition** : c'est le point F de l'axe optique dont l'image est à l'infini sur l'axe.

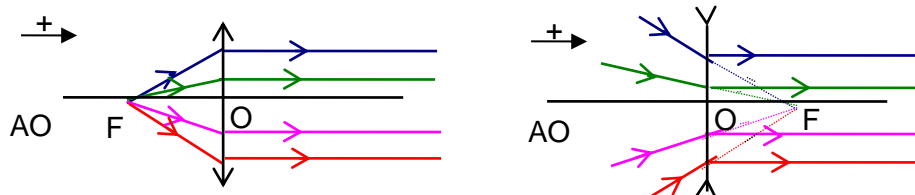
• Commentaires

Grâce au stigmatisme, l'image (même située à l'infini) d'un point objet lumineux est un point. De plus, le foyer objet est sur l'axe optique ; en effet, l'objet est situé à l'intersection de tous les rayons incidents, or l'axe optique est l'un des rayons incidents.

• **Marche des rayons** : une source lumineuse placée en F produit après avoir traversé la lentille mince un faisceau de rayons parallèles à l'axe qui se couperont en l'infini là où se trouve l'image.

• L'expérience montre que F est réel pour une lentille convergente, virtuel pour une lentille divergente.

• **Schéma** :



• **Plan focal objet** : plan perpendiculaire à l'axe optique en F.

Tout point sur plan focal objet différent de F est appelé foyer objet secondaire.

• **Schéma** :



• **Distance focale objet** : $f = \overline{OF}$.

- pour une lentille convergence $f < 0$.
- pour une lentille divergence $f > 0$.

II.2. Foyer principal image

• **Définition** : c'est le point F' de l'axe optique où se forme l'image d'un point objet à l'infini sur l'axe.

• **Commentaires**

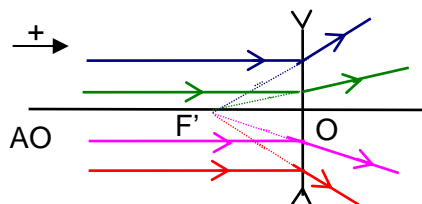
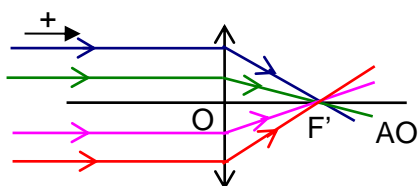
Grâce au stigmatisme, l'image d'un point objet lumineux (même situé à l'infini) est un point. De plus, le foyer image appartient à l'axe optique ; en effet, l'image est située à l'intersection des rayons émergents, or l'axe optique est l'un des rayons émergents.

Exemple de formation d'une image au foyer : Lorsqu'on vise une étoile située sur l'axe optique, son image se forme au foyer image de la lentille.

• **Marche des rayons** : une source lumineuse placée en l'infini produit après avoir traversé la lentille mince un faisceau de rayons convergent vers F' .

• L'expérience montre que F' est réel pour une lentille convergente, virtuelle pour une lentille divergente.

• **Schéma** :

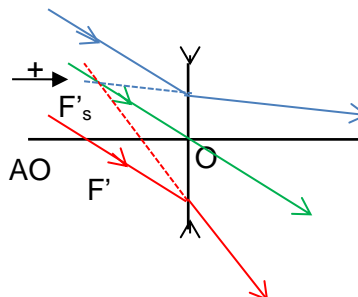
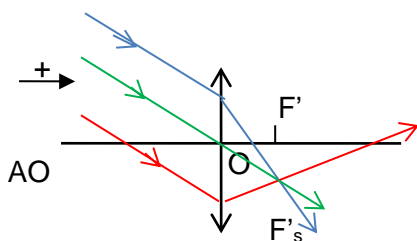


On remarque qu'une lentille à bords minces transforme un faisceau parallèle en un faisceau convergent alors qu'une lentille à bords épais le transforme en un faisceau divergent, d'où leur nom.

• **Plan focal image** : plan perpendiculaire à l'axe optique en F' .

Tout point sur plan focal image, différent de F' , est appelé foyer image secondaire.

• **Schéma** :



• **Distance focale image** : $f' = \overline{OF'}$.

→ pour une lentille convergence $f' > 0$.

→ pour une lentille divergence $f' < 0$.

II.3. Distances focales et vergence d'une lentille mince

• Dans le cas d'une lentille mince plongée dans l'air, on montre, à l'aide des formules de conjugaison des dioptries sphériques que :

$$\frac{1}{\overline{OF}} = (n-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \text{ et } \frac{1}{\overline{OF'}} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Conclusion : pour une lentille mince plongée entièrement dans l'air $f' = -f$

⇒ Les deux foyers principaux sont symétriques par rapport à la lentille.

Les lentilles minces ont un fonctionnement parfaitement symétrique.

Lorsqu'on parle de distance focale sans autre précision il s'agit toujours de la distance focale image.

- Vergence d'une lentille mince : on la note traditionnellement C , elle correspond à l'inverse de la

distance focale image $C = \frac{1}{f'}$

Elle s'exprime en dioptrie : $1\delta = 1\text{ m}^{-1}$.

Elle est affectée du même signe que la distance focale:

La vergence d'une lentille convergente est positive, celle d'une lentille divergente est négative.

III. Constructions géométriques

On se place dans les conditions de Gauss.

On utilise les résultats suivant:

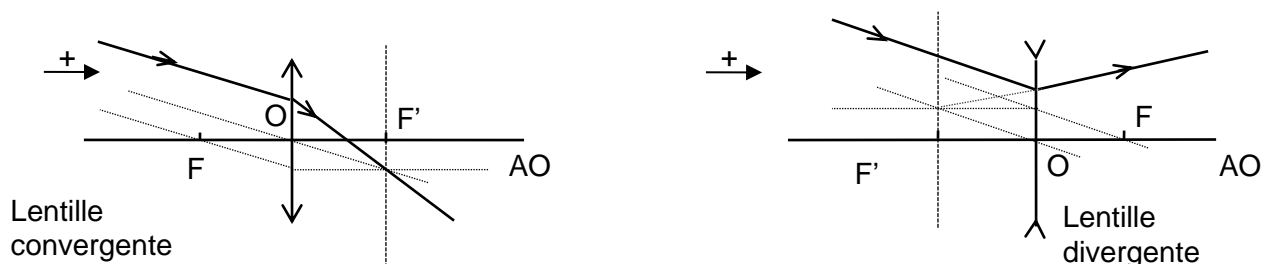
- Un rayon incident passant par le centre optique O n'est pas dévié.
- Un rayon incident passant par le foyer objet F émerge parallèlement à l'axe optique.
- Un rayon incident parallèle à l'axe optique émerge en passant par le foyer image F' .

III.1. Tracé d'un émergent pour un incident quelconque.

Tous les rayons passant par un même foyer secondaire objet ont même inclinaison après réfraction par la lentille; des rayons incidents ayant même inclinaison sur l'axe optique convergent (après réfraction) en un même foyer image secondaire.

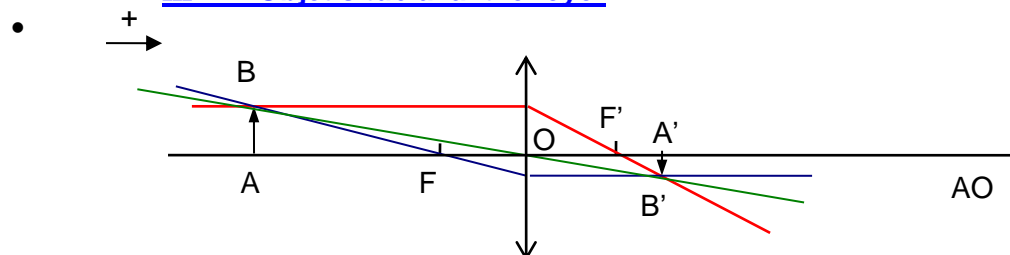
Pour un objet ponctuel situé à l'infini mais en dehors de l'axe optique, son image se trouvera dans le plan focal image. Un rayon issu de l'objet à l'infini et passant par le centre optique O n'est pas dévié, l'intersection de ce rayon avec le plan focal image donne donc la position du foyer image secondaire (image de l'objet à l'infini).

Ou encore, le rayon incident passant par le foyer objet émerge parallèle à l'axe optique, l'intersection de ce rayon avec le plan focal image donne donc la position de l'image.

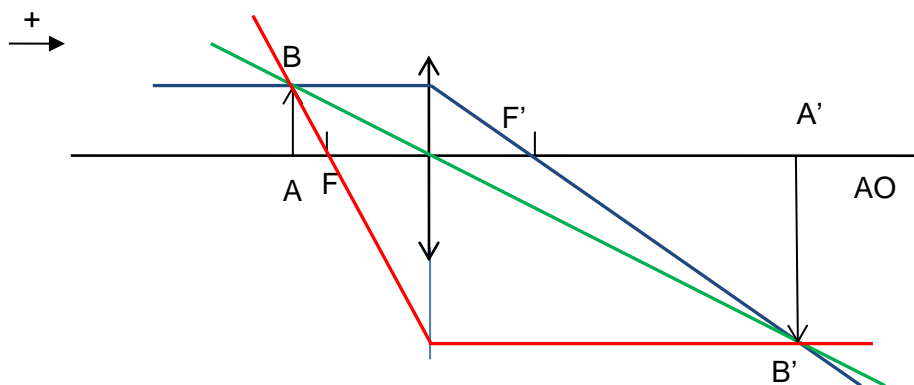


III.2. Constructions d'une image par une lentille convergente.

III.2.1. Objet situé avant le foyer

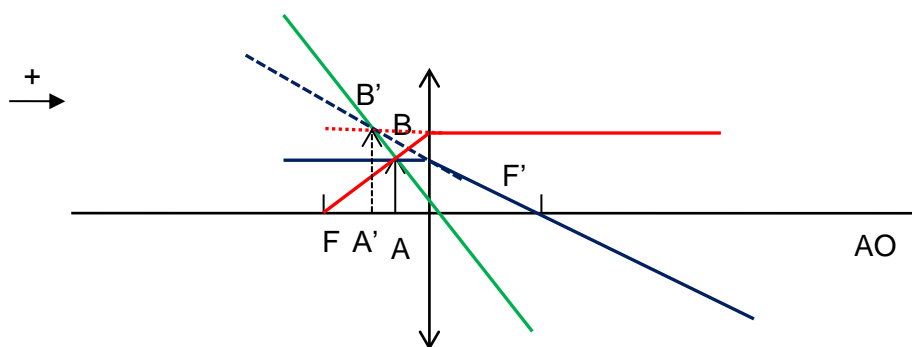


L'image d'un objet réel situé avant le foyer objet est réelle et renversée. Dans ce cas, l'objectif d'un appareil photo donne de la scène photographiée une image réduite sur la pellicule.



Ce type de situation sert à former une image agrandie d'un objet sur un écran. Par exemple, l'image d'un film ou d'une diapositive. C'est ce qu'on appelle la projection.

III.2.2. Objet situé après le foyer

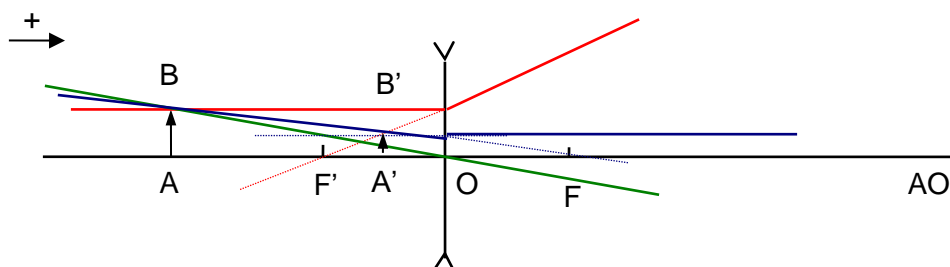


L'image d'un objet réel situé après le foyer objet est virtuelle et droite. C'est ainsi que fonctionne une loupe. Celle-ci donne d'un objet réel situé entre le foyer et la loupe une image virtuelle agrandie.

- On réalisera les schémas correspondant aux positions suivantes de l'objet et on en déduira la position correspondante de l'image.

- Objet virtuel entre O et F'.
- Objet virtuel au-delà de F'.

III.3. Construction d'une image par une lentille divergente.

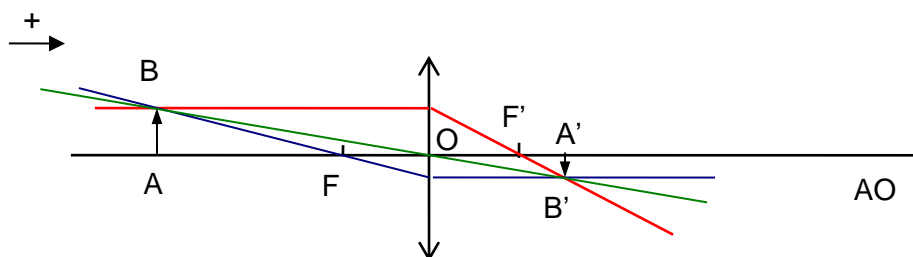


- L'image d'un objet réel situé avant le foyer objet est virtuelle et droite.

- On réalisera la construction des images pour les autres positions possibles de l'objet.

IV. Formules de conjugaison

IV.1. Relation de conjugaison avec origines aux foyers ou formule de Newton



FAB et FOJ triangles semblables : $\frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$

F'A'B' et F'O'I triangles semblables : $\frac{\overline{OI}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{F'O}}{\overline{F'A'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

On en déduit la relation de Newton $\boxed{\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = \overline{F'O} \cdot \overline{FO} = f \cdot f' = -f^2}$

IV.2. Relation de conjugaison avec origine au sommet optique

ABO et A'B'O triangles semblables : $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \stackrel{\text{IV.1}}{=} \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$

$$\Rightarrow \overline{FO} \cdot \overline{OA} = \overline{FA} \cdot \overline{OA'} = (\overline{FO} + \overline{OA}) \cdot \overline{OA'} = \overline{OA} \cdot \overline{OA'} + \overline{FO} \cdot \overline{OA'}$$

$$\Rightarrow \overline{FO} \cdot (\overline{OA} - \overline{OA'}) = \overline{OA} \cdot \overline{OA'} = \overline{OF'} \cdot (\overline{OA} - \overline{OA'})$$

On en déduit la relation de conjugaison avec origine au sommet : $\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{f'}}$

IV.3. Grandissement latéral

D'après ce qui précède : $\boxed{\gamma = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}}$

IV.4. Condition d'obtention d'une image réelle à partir d'un objet réel

Si on a un objet réel alors $\overline{OA} < 0$.

Si on veut une image réelle alors $\overline{OA'} > 0$

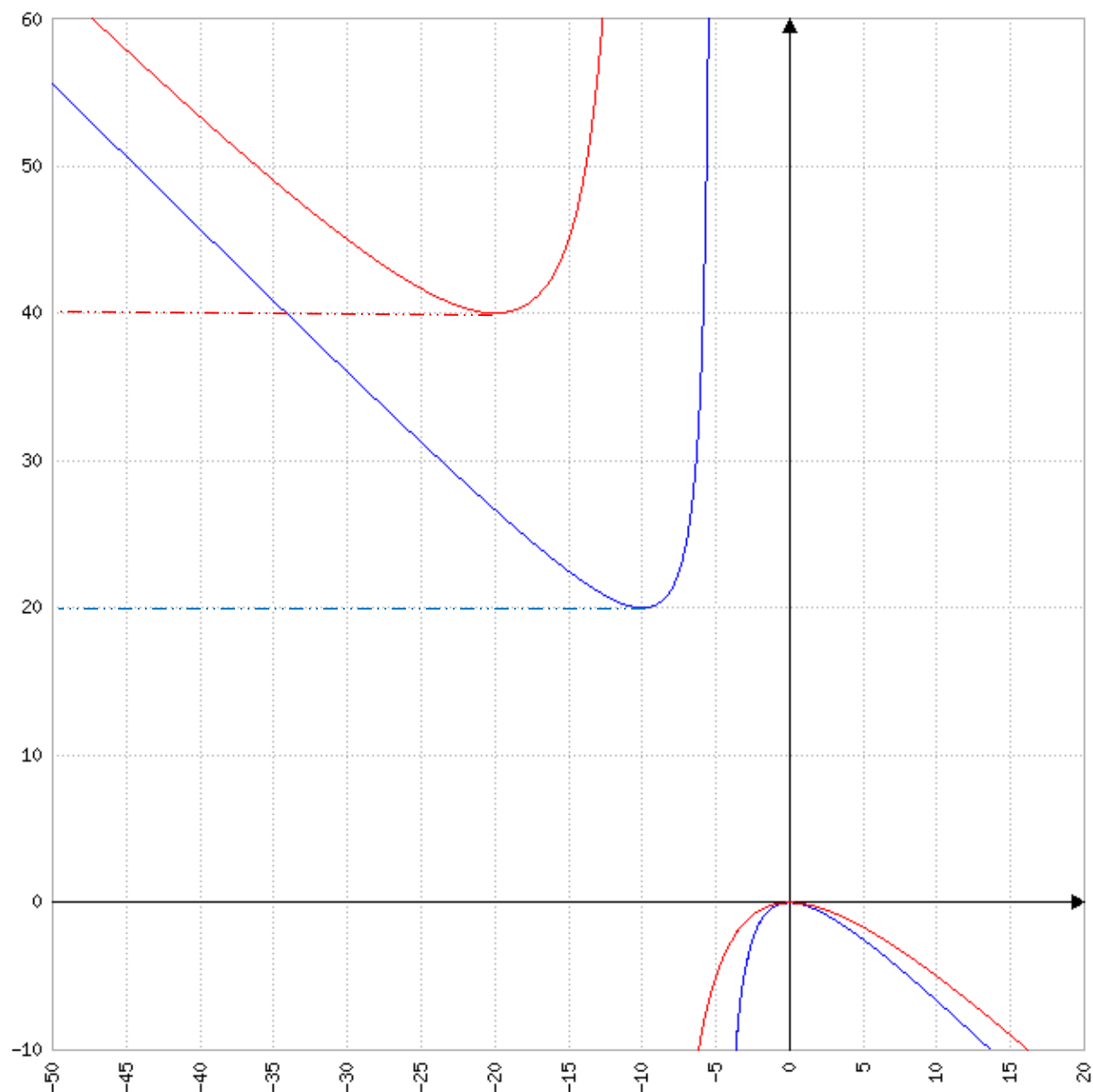
On recherche la distance minimale entre l'objet et l'écran pour que cette condition soit réalisée.

On pose $D = \overline{AA'}$ la distance objet / écran

D'où $D = -\overline{OA} + \overline{OA'}$

Par la relation de conjugaison on obtient alors la fonction : $D = -\overline{OA} + f' \overline{OA} / (f' + \overline{OA})$

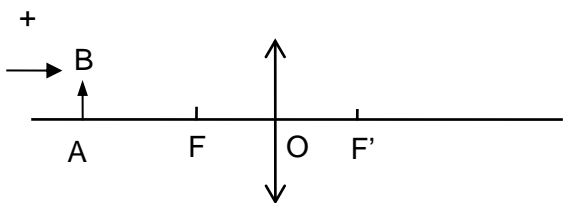
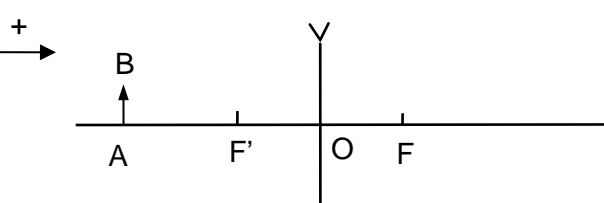
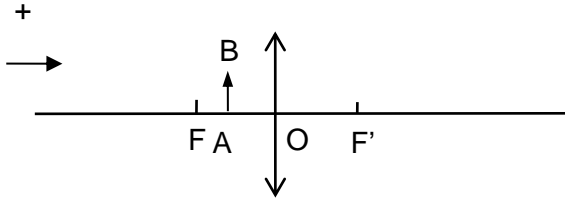
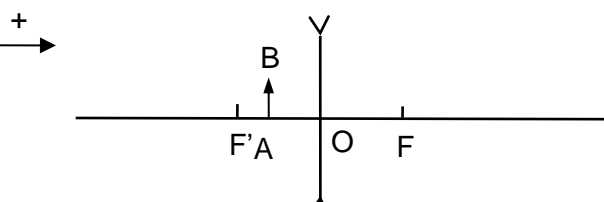
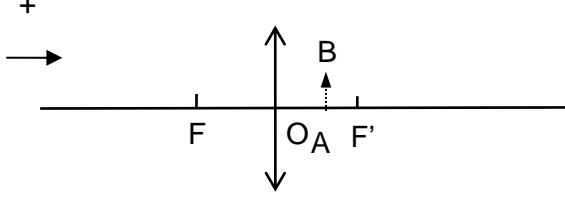
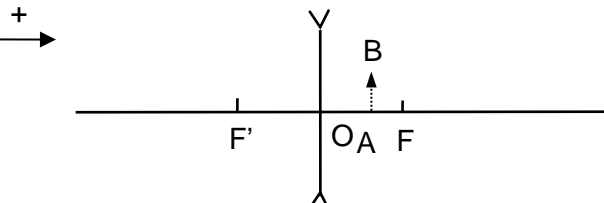
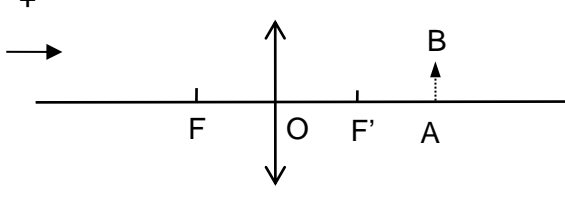
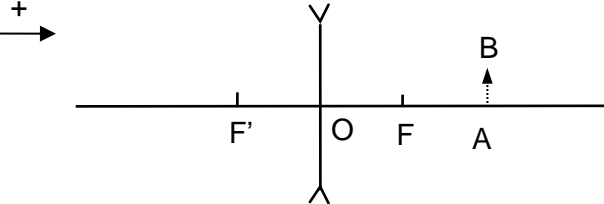
Traçons cette fonction pour deux valeurs de f' : 5 cm et 10 cm :



On trouve graphiquement que $D = D_{\min} = 4f'$ avec $\overline{OA} < 0$

Donc pour qu'un objet réel donne une image réelle sur un écran il faut qu'il soit à une distance supérieure ou égale à $4f'$ de celui-ci.

COMPLETER LES SCHEMAS SUIVANTS

Lentille convergente		Lentille divergente	
			
Objet :	Image :	Objet :	Image :
			
Objet :	Image :	Objet :	Image :
			
Objet :	Image :	Objet :	Image :
			
Objet :	Image :	Objet :	Image :

<u>I. Définitions, symbolisme</u>	<u>1</u>
<u>I.1. Lentilles sphériques</u>	<u>1</u>
<u>I.2. Lentilles minces</u>	<u>2</u>
<u>II. Foyers, distances focales</u>	<u>3</u>
<u>II.1. Foyer principal objet</u>	<u>3</u>
<u>II.2. Foyer principal image</u>	<u>4</u>
<u>II.3. Distances focales et vergence d'une lentille mince</u>	<u>4</u>
<u>III. Constructions géométriques</u>	<u>5</u>
<u>III.1. Tracé d'un émergent pour un incident quelconque</u>	<u>5</u>
<u>III.2. Constructions d'une image par une lentille convergente</u>	<u>5</u>
III.2.1. Objet situé avant le foyer	5
III.2.2. Objet situé après le foyer	6
<u>III.3. Construction d'une image par une lentille divergente</u>	<u>6</u>
<u>IV. Formules de conjugaison</u>	<u>7</u>
<u>IV.1. Relation de conjugaison avec origines aux foyers ou formule de Newton</u>	<u>7</u>
<u>IV.2. Relation de conjugaison avec origine au sommet optique</u>	<u>7</u>
<u>IV.3. Grandissement latéral</u>	<u>7</u>
<u>IV.4. Condition d'obtention d'une image réelle à partir d'un objet réel</u>	<u>7</u>