DS n°7 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom : Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Analyse asymptotique.

Déterminer un équivalent simple de chacune de ces suites, lorsque $n \to +\infty$.

$$\operatorname{ch}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) - \cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \underset{n\to+\infty}{\sim} \qquad (1)$$

$$\frac{\ln\left(1 + 2\operatorname{Arctan}\left(\mathrm{e}^{-n}\right)\right)}{\sin\left(\dfrac{1}{n}\right)} \underset{n\to+\infty}{\sim} \qquad (2)$$

$$\frac{\operatorname{ch}(n)}{\operatorname{sh}(2n)} \underset{n\to+\infty}{\sim} \qquad (3)$$

Déterminer les développements limités en 0 et à l'ordre 3 des expressions suivantes.

$$\frac{1}{1+2x} \underset{x\to0}{=} \qquad (4)$$

$$\mathrm{e}^{x}\sqrt[3]{1+x} \underset{x\to0}{=} \qquad (5)$$

$$\frac{1}{1+\ln(1+x)} \underset{x\to0}{=} \qquad (6)$$

On considère la fonction $f : x \mapsto x\exp\left(\dfrac{2x}{x^2-1}\right)$. Notons $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

Au voisinage de $+\infty$, $\mathscr{C}_f$ a pour asymptote la droite Δ d'équation $y =$ (7)

Compléter : au voisinage de $+\infty$, $\mathscr{C}_f$ est de Δ. (8).

Algèbre linéaire.

On considère l'endomorphisme de $\mathbb{R}^4$:

$$\varphi : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x + 2y + 3t \\ 2x - y + 5z + t \\ -x + y - 3z \\ 3x - y + 7z + 2t \end{pmatrix}.$$

Déterminer une base de chacun des sous-espaces vectoriels suivants de $\mathbb{R}^4$.

$\mathrm{Im}(f)$: $\boxed{}$ (9)

$\mathrm{Ker}(f)$: $\boxed{}$ (10)

Dans $\mathbb{R}_2[X]$, déterminer si les familles suivantes sont libres, génératrices ou des bases (on donnera à chaque fois le plus précis).

$(3, 1 - 2X, X + X^2)$: $\boxed{}$ (11)

$(2 - X, 1, 1 + X^2, 1 + X + X^2)$: $\boxed{}$ (12)

Soit l'endomorphisme $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^3 \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} & \mapsto & \begin{pmatrix} 5x - 2y - 4z \\ -4x + 3y + 4z \\ 8x - 4y - 7z \end{pmatrix} \end{array}$. Alors

f est un / une $\boxed{}$ (13)

sur / par rapport à $\mathrm{Vect}\left(\boxed{}\right)$ (14)

parallèlement à $\mathrm{Vect}\left(\boxed{}\right)$. (15)

— **FIN** —