

# Semaine 13 du 16 janvier (S03)

## XII – Limite d'une fonction

### 1 Préliminaires

La notion de voisinage avait déjà été introduite pour les limites de suites. Elle n'est introduite que pour unifier les définitions « naïves » de limites. En pratique, on préférera toujours manipuler les définitions naïves, si possible.

Sur la notion d'adhérence, seul est exigible le calcul effectif de l'adhérence d'une réunion finie d'intervalles de  $\mathbb{R}$ .

### 2 Définitions de la limite d'une fonction

#### 2.1 Limite en un point

#### 2.2 Limites à gauche et à droite en un point

### 3 Propriétés des limites de fonctions

#### 3.1 Opérations sur les limites

La plupart des résultats ont été montrés dans le chapitre sur les suites et n'ont pas été détaillés ici.

#### 3.2 Passage à la limite et relations d'ordre

### 4 Théorèmes d'existence

#### 4.1 Théorèmes des gendarmes et de minoration/majoration

#### 4.2 Théorème de la limite monotone

### 5 Cas des fonctions à valeurs complexes

# **XIII – Continuité**

## **6 Définitions et premières propriétés**

### **6.1 Définitions**

### **6.2 Prolongement par continuité en un point**

### **6.3 Caractérisation séquentielle de la continuité**

### **6.4 Opérations sur la continuité**

## **7 Les grands théorèmes**

### **7.1 Théorème des valeurs intermédiaires**

### **7.2 Image d'un segment par une fonction continue**

### **7.3 Cas des fonctions strictement monotones**

## **8 Extension au cas des fonctions à valeurs complexes**

Les étudiants ont déjà travaillé ces notions dans :

- les feuilles de TD n° 12 et 13 ;
- le DM n° 10.