



LYCÉE LA MARTINIÈRE MONPLAISIR LYON  
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR  
CLASSE PRÉPARATOIRE M.P.S.I.  
ANNÉE 2018 - 2019

C2 : MODÉLISATION DES SYSTÈMES ASSERVIS

## TD 3 - Notions de grandeurs physiques(C2-1)

18 Septembre 2018

### Compétences

- **Analyser** : apprécier la pertinence et la validité des résultats.
- **Modéliser** : Proposer un modèle de connaissance et de comportement :
  - déterminer les fonctions de transfert des SLCI à partir d'équations physiques (modèle de connaissance);
  - caractériser les signaux canoniques d'entrée.

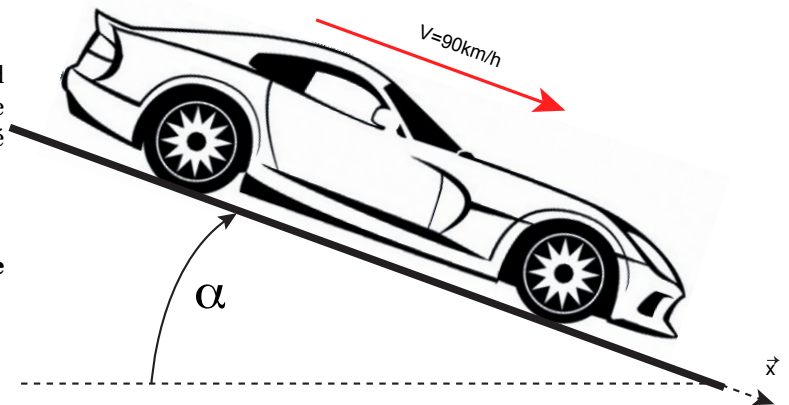
### 1 Freinage d'une voiture

Une voiture ayant pour masse  $1500\text{ kg}$  descend une pente de  $10\%$  à  $90\text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  puis freine en urgence. L'effort de freinage ( $F$ ), supposé constant, est égal à  $300\text{ daN}$ .

**Q 1 : Déterminer la durée de freinage  $\delta t$ .**

**Q 2 : Déterminer la distance de freinage  $\delta x$ .**

**Q 3 : Tracer l'allure de la position du véhicule au cours du temps ( $x(t)$ ).**

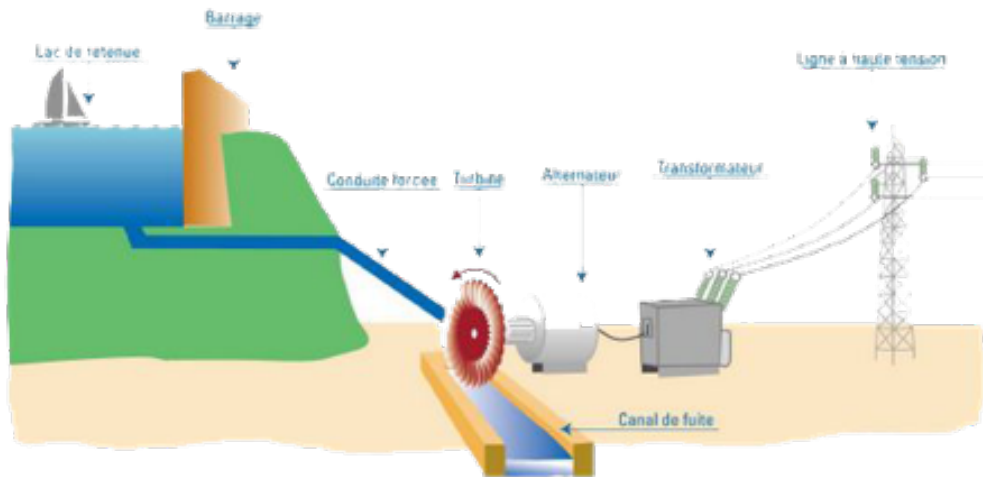


### 2 Barrage de Vouglans

Le barrage hydroélectrique de Vouglans, sur la rivière d'ain, possède la troisième plus grande retenue artificielle d'eau de France de par sa capacité ( $605\text{ Mm}^3$  avec un volume de tranche utile de  $425\text{ Mm}^3$ ). 4 conduites forcées de diamètre  $4,5\text{ m}$  permettent la production d'électricité. Le débit nominal dans chacune des 4 turbines est de  $75\text{ m}^3/\text{s}$ . La puissance maximale délivrée est alors de  $264\text{ MW}$ . Le débit moyen des eaux naturelles est estimé à  $38\text{ m}^3/\text{s}$ .



**Q 4 : Combien de jours sur une année le barrage peut-il fonctionner à pleine puissance en continu ?**



Q 5 : Quelle est la vitesse de l'eau dans les conduites ?

Q 6 : Quelle est la pression de l'eau à la surface du barrage de Vouglans ?

Q 7 : Quelle est la pression de l'eau au fond du barrage de Vouglans (profondeur de 101m) quand la réserve est pleine ?

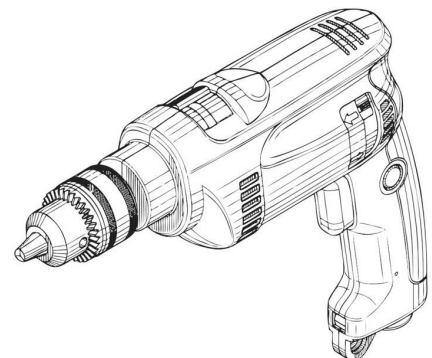
### 3 Perceuse

- Le couple de démarrage à vide d'une perceuse est égal à  $0,1 N \cdot m$  ;
- la vitesse de rotation atteinte est de  $3000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ;
- le moment d'inertie des parties tournantes ramenées au mandrin est de  $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$ .

Q 8 : Déterminer l'accélération angulaire du mouvement en supposant celle-ci constante.

Q 9 : Combien de temps faut-il pour atteindre cette vitesse nominale ?

Q 10 : Combien de tours faut-il au foret pour atteindre la vitesse de  $3000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$  ?



## Corrigé

### 1 Freinage d'une voiture

Q 1 : Déterminer la durée de freinage  $\delta t$ .

Le PFD donne selon la direction de déplacement de la voiture donne ( $\vec{x}$ )

$$M \cdot \ddot{x}(t) = M \cdot g \sin \alpha - F = M \cdot g \sin (\arctan (0,1)) - F.$$

On obtient alors,

$$\ddot{x} = g \sin \alpha - \frac{F}{M}$$

En primitivant, on obtient :

$$\dot{x}(t) = \left( g \sin \alpha - \frac{F}{M} \right) \cdot t + \dot{x}(0)$$

La durée de freinage correspond au moment où  $\dot{x}(t) = 0$ , ainsi :

$$\delta t = \frac{\dot{x}(0)}{\frac{F}{M} - g \sin \alpha}$$

l'application numérique donne :

$$\delta t = 24,4s$$

**Q 2 : Déterminer la distance de freinage  $\delta x$ .**

On primitive une nouvelle fois pour obtenir :

$$x(t) = \left( g \sin \alpha - \frac{F}{M} \right) \cdot \frac{t^2}{2} + \dot{x}(0) \cdot t$$

On fait l'application numérique en  $t_1$  et on obtient :

$$x(t_1) = 305.2m$$

**Q 3 : Tracer l'allure de la position du véhicule au cours du temps ( $x(t)$ ).**

La position est une branche parabolique.

## 2 Barrage de Vouglans

**Q 4 : Combien de jours sur une année le barrage peut-il fonctionner à pleine puissance en continu ?**

- Débit total utilisé =  $4 \times 75 = 300 m^3/s$ ;
- Débit entrant =  $38 m^3/s$ ;
- Débit global =  $262 m^3/s$ ;
- Volume tranche utile =  $425 \times 10^6 m^3$ ;
- $t = V/Q = 1,62 \times 10^6 s = 451h = 19 jours$ .

**Q 5 : Quelle est la vitesse de l'eau dans les conduites ?**

- $Section = \pi \cdot (4.5/2)^2 = 15.9 m^2$ ;
- $Vitesse = Q/S = 75/15.9 = 4.7 m/s = 17 km/h$ .

**Q 6 : Quelle est la pression de l'eau à la surface du barrage de Vouglans ?**

$$p = p_0 = 1 bar$$

**Q 7 : Quelle est la pression de l'eau au fond du barrage de Vouglans (profondeur de 101m) quand la réserve est pleine ?**

$$p = p_0 + \rho g(z_A - z_B) = 10^5 + 1000 \times 9,8 \times 101 = 10^5 + 9,8 \cdot 10^5 = 10,8 bar (environ 1 bar pour 10m)$$

## 3 Perceuse

**Q 8 : Déterminer l'accélération angulaire du mouvement en supposant celle-ci constante.**

Le PFD donne :

$$J_{\Delta} \cdot \ddot{\theta}(t) = C$$

On trouve alors :

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{C}{J_{\Delta}}$$

L'application numérique donne :

$$\ddot{\theta}(t) = 500 rad/s^2$$

**Q 9 : Combien de temps faut-il pour atteindre cette vitesse nominale**

En supposant l'accélération constante, on trouve,

$$\dot{\theta}(t) = \frac{C}{J_{\Delta}} \cdot t$$

Ainsi le temps  $t_N$  pour atteindre la vitesse nominal  $\theta_N$  est donné par :

$$t_N = \frac{J_{\Delta} \dot{\theta}_N}{C}$$

L'application numérique donne :

$$t_N = 0,63s$$

**Q 10 : Combien de tours faut-il au foret pour atteindre la vitesse de  $3000tr \cdot min^{-1}$ .**

On primitive encore une fois pour obtenir :

$$\theta(t) = \frac{C}{2J_{\Delta}} t^2$$

On obtient alors le nombre de tours pour atteindre la vitesse nominale :

$$N_{tr} = \frac{\theta(t_N)}{2\pi} = \frac{\dot{\theta}_N^2 J_{\Delta}}{2C \cdot 2\pi}$$

L'application numérique donne :

$$N_{tr} = 7,85tr$$