Barème.

- Calculs : chaque question sur 2 point, total sur 34 points, ramené sur 5 points, +55%.
- Problème et exercice de TD : chaque question sur 4 points, total sur 100 points, ramené sur 15 points, +90%.

Statistiques descriptives.

Soit $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\left(\frac{1}{10}\lceil 10x \rceil\,;20\right)$.

	Calculs	Problème	Note finale
Transformation	c	p	$\varphi\left(1,55\frac{5c}{34}+1,9\frac{15p}{100}\right)$
Note maximale	22	$50,5$	$19,2$
Note minimale	0	8	$2,9$
Moyenne	$\approx 11,51$	$\approx 26,95$	$\approx 10,36$
Écart-type	$\approx 5,44$	$\approx 9,87$	$\approx 3,75$
Premier quartile	$8,5$	$20,25$	$7,7$
Médiane	$11,5$	$24,5$	$10,1$
Troisième quartile	15	$33,5$	$12,85$

Remarques générales.

• Ce devoir était long, mais pas difficile. Observez la moyenne de la classe et le barème : il n'y avait pas besoin de répondre à beaucoup de questions pour avoir une note honorable. Mieux vaut prendre le temps de chercher de manière approfondie un problème (disons, pendant 2 h), quitte à « chasser les points » sur les questions faciles dans la dernière heure. Attention : si vous choisissez un problème calculatoire comme le **III**, vous paierez cher vos erreurs de calcul. Mieux vaut vérifier ces derniers ...
Beaucoup d'étudiants ont « papilloné » et répondu de manière superficielle aux questions, ou se sont découragés à la première difficulté. Il n'y a parfois pas beaucoup de points à sauver dans de telles copies.
• Dans l'énoncé du **II**, l'information « $a \neq 0$ et $b \neq 0$ » était importante. Mettez en valeur ces informations là (ou résumez les quelque part).
• Avant de dériver une fonction (pour la première fois), vous devez toujours justifier la dérivabilité de cette fonction. Sinon, vous perdez à chaque fois des points.
• J'ai enlevé un point à chaque question où un $\Leftrightarrow$ (ainsi qu'un $\Rightarrow$) était utilisé pour signifier une déduction. J'ai été magnanime, je n'ai pas mis de notes négatives.
• Que d'erreurs de calculs ! Vérifiez vos réponses. Par exemple, dans le problème **III**, une erreur au début de chaque partie invalidait la suite. Il est primordial de ne pas se tromper ou de détecter une erreur !
• Les racines d'un polynôme ne sont pas forcément conjuguées deux à deux (prenez $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ et considérez $(X-\alpha)(X-\beta)$). Ce n'est le cas que pour les polynômes *à coefficients réels*.
• Un résultat non simplifié n'est pas considéré comme valide.
• Dans un raisonnement, n'écrivez pas une succession de « où ». C'est rarement clair, et souvent vous ne faites qu'affirmer des choses, sans les démontrer. Effectuez une disjonction de cas, traitez chaque cas en détail.

I – Exercice vu en TD.

Peu d'erreurs dans cet exercice (j'ai quand même vu : $|x+iy|^2 = |m+in|^2$ donc $x = m$ et $y = n$). Pensez à introduire a, b, c, d.

II – Étude des racines d'un trinôme.

Dans ce problème, a et b sont complexes. Écrire les racines $a \pm \sqrt{a^2 - b^2}$ est une ☠HORREUR☠.

1a) Si Z est réel, alors $Z + \dfrac{1}{Z}$ est réel, de manière évidente.

1b) On vous demandait la valeur de ce minimum.

Dire « la fonction $x \mapsto x + \dfrac{1}{x}$ est définie » n'a pas de sens : une fonction est bien définie *sur un ensemble.*

Un rappel : résoudre l'inéquation « $f'(x) > 0$ » ne permet pas d'obtenir le tableaux de signes de f'. Il est agaçant de devoir encore répéter cela.

2a) L'équation à étudier n'était pas $az^2 + bz + c = 0$, mais $z^2 - 2az + b = 0$. Un indice : la variable c n'apparaissait nulle part dans le devoir.

2c) Il convenait de justifier proprement que la quantité manipulée n'était pas nulle.

2d) La question de l'existence de $Z + \dfrac{1}{Z}$ se posait à cause du quotient !

Ce n'est pas parce que $\left(Z + \dfrac{1}{Z}\right)^2 \in \mathbb{R}$ que $Z + \dfrac{1}{Z} \in \mathbb{R}$: $i^2 \in \mathbb{R}$ et $i \notin \mathbb{R}$.

III – Systèmes différentiels.

Les recherches de solutions particulières sont fastidieuses à rédiger ... et inutiles ! Faites les au brouillon, vérifiez-les (toujours au brouillon), puis exhibez une solution particulière sur votre copie (vous pouvez dire : « On cherche une solution particulière sous la forme [...] et on obtient [...]. Vérifions [...] »). Vous devez alors justifier que la fonction exhibée convient, ce qui se fait en la dérivant et en vérifiant qu'elle vérifie bien l'équation.

1a) Vous ne pouvez « utiliser f_1'' » pour montrer que f_1 est deux fois dérivable.

Vous ne pouvez pas écrire $g_1' = -f_1 + te^{\,t}$. Les notations d'équations différentielles sont des abusives, mais tolérées uniquement dans ce contexte.

1b) Que d'erreurs dans la résolution de l'équation $r^2 + 2 = 0$! C'est consternant, et cela invalide la suite de l'exercice. Quel dommage !

Simplifiez : $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

Vous ne pouvez utiliser f_1 comme solution particulière : l'objectif est ici de trouver f_1 !

1d) Ce n'est pas un problème de Cauchy comme nous l'avons vu en cours, nos théorèmes ne s'appliquent pas ici.

2a) Avant de dériver u, justifiez que u est dérivable.

Si vous cherchez une solution particulière sous la forme $a\,\mathrm{ch} + b\,\mathrm{sh}$, attention à la rédaction. Écrire « $(a-2b)\,\mathrm{ch} + (b-2a)\,\mathrm{sh} = -\mathrm{ch} + 2\,\mathrm{sh}$ si et seulement si $a - 2b = -1$ et $b - 2a = 2$ » demande de justifier l'équivalence, ce qui est hors de la portée de la plupart d'entre vous. Or, l'équivalence n'est d'aucune utilité ici : il **SUFFIT** que $a - 2b = -1$ et $b - 2a = 2$ pour avoir $(a-2b)\,\mathrm{ch} + (b-2a)\,\mathrm{sh} = -\mathrm{ch} + 2\,\mathrm{sh}$.

1-2c) Comme toujours, n'oubliez pas la synthèse / vérification.

1-2d) Vous ne pouvez pas écrire directement $f_1(0) = \lambda - \dfrac{4}{9} = 0$: que sont f_1 et λ ?

☠ **INTRODUISEZ VOS VARIABLES !!!** ☠

IV – Différence symétrique.

1) N'oubliez pas de représenter E et de légender votre schéma.

Représenter A et B disjoints ne convenait pas.

2) L'union n'est distributive que sur l'intersection !

Vous ne pouvez pas écrire $A \cup B \cap \bar{A}$: cela n'a pas de sens, sans parenthèses.

3) Une fois que vous avez montré $B \subset C$, ne vous répétez pas ! Montrer $B \subset C$ revient à faire exactement la même chose, B et C sont quelconques, vous pouvez les échanger.

$B = C \Rightarrow A\Delta B = A\Delta C$ ne nécessite pas de justification.

4) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = A \cup B$ ne donne pas directement que $A \cap B = \varnothing$, mais plutôt que $A \cup B$ et $A \cap B$ sont disjoints. Il reste alors à voir que $A \cap B \subset A \cup B$.

Vous deviez utiliser Δ dans cette question (en déduire que ...).

5) $A = B = \varnothing \Rightarrow A\Delta B = A \cap B$ était évident.