

DS n° 08 : Fiche de calculs

Durée : 60 minutes, calculatrices et documents interdits

Nom et prénom :

Note :

Porter directement les réponses sur la feuille, sans justification.

Intégration.

Calculer les intégrales suivantes.

$$\int_0^1 (3t^2 - 2t + 5)e^t dt =$$

(1)

$$\int_1^3 \frac{\operatorname{Arctan}(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} dt =$$

(2)

Donner un équivalent simple pour chacune des expressions suivantes.

$$\sum_{k=1}^n \frac{3k^2n + 2n^3}{k^3n + 2kn^3 + n^4} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim}$$

(3)

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{n^2}{k^2 + 3n^2} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim}$$

(4)

$$\prod_{k=1}^n \left(\frac{n+2k}{n} \right)^{\frac{1}{n}} \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim}$$

(5)

Donner une valeur approchée rationnelle à 10^{-5} près de $\cos(1)$.

(6)

Dénombrement.

Soit E un ensemble fini, de cardinal $n \in \mathbb{N}$.

$$\sum_{X \subseteq E} \operatorname{Card}(X) =$$

(7)

On range les n tomes d'une encyclopédie sur une étagère. Combien y a-t-il de manières différentes de placer ces tomes, de sorte que les tomes n° 1 et 2 soient côte à côte, et dans cet ordre ?

(8)

Algèbre linéaire.

Soit $P = 3X^2 - 5X + 2$, $Q = X^2 + 3X - 1$, $R = 5X^2 - X + 4$, $S = 3X^2 - 6X + 4$. Dans $\mathbb{R}[X]$, donner une base de $\text{Vect}(P, Q, R, S)$.

(9)

Donner une équation cartésienne dans la base canonique de \mathbb{R}^3 de $F = \text{Vect} \left(\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

(10)

Donner un supplémentaire de F dans \mathbb{R}^3 .

(11)

Soit $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$, $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -3x & +y & +8z \\ x & & -2z \\ 2x & +7y & +3z \\ x & -y & +z \end{pmatrix}$.

$\text{rg}(f) =$

(12)

$\dim(\text{Ker}(f)) =$

(13)

Soit $H = \{ P \in \mathbb{R}_8[X] \mid P''(1) = 0 \}$.

$\dim(H) =$

(14)

— FIN —