Feuille d'exercice n° 05 : Intégration pour les équations différentielles - fiche d'entraînement

Exercice 1 Calculer les primitives suivantes :

1)
$$\int x^3 \sqrt{4 + x^4} \, dx$$

$$2) \int \frac{\mathrm{d}x}{x \ln x}$$

$$3) \int \frac{(x+5)\,\mathrm{d}x}{\sqrt{x+4}}$$

4)
$$\int x e^{-x/10} dx$$

5)
$$\int x^2 e^{-x/10} dx$$

$$6) \int x^2 \ln x \, \mathrm{d}x$$

7)
$$\int x^n \ln x \, \mathrm{d}x \text{ (avec } n \in \mathbb{Z})$$

$$8) \int x^2 \sin x \, \mathrm{d}x$$

9)
$$\int x^3 e^{-x^2} dx$$

10)
$$\int x^3 \sqrt{1+x^2} \, dx$$

11)
$$\int \operatorname{Arcsin}(x) dx$$

12)
$$\int \operatorname{Arcsin}^2(x) dx$$

13)
$$\int \operatorname{Arctan}(x) \, \mathrm{d}x$$

14)
$$\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} \, \mathrm{d}x$$

$$15) \int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{1-x^2}}$$

$$16) \int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{a^2 + x^2}}$$

17)
$$\int \sqrt{4+x^2} \, dx$$

18)
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{a^2 - x^2}$$

$$19) \int \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} \, \mathrm{d}x$$

20)
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{(a^2 + x^2)^2}$$

Exercice 2 En notant g une primitive de f, et h une primitive de g, calculer :

1)
$$\int x^3 f(x^2) dx$$

$$2) \int x^{2n-1} f(x^n) \, \mathrm{d}x$$

Exercice 3 Dans les primitives suivantes, trouver un entier n qui permette un calcul par changement de variable, et calculer la primitive :

$$1) \int x^n \sqrt{1 - x^4} \, \mathrm{d}x$$

2)
$$\int \frac{x^n}{\sqrt{1-x^4}} dx$$
 (il y a deux choix naturels possibles pour n)

3)
$$\int \frac{x^n}{1+x^{10}} dx$$
 (il y a deux choix naturels possibles pour n)

4)
$$\int \frac{x^6}{1+x^n} dx$$
 (il y a deux choix naturels pos-

sibles pour n)

$$5) \int x^n e^{-x^2} dx$$

$$6) \int x^n e^{2x^5} dx$$

$$7) \int x^5 \sqrt{1-x^n} \, \mathrm{d}x$$

8)
$$\int \frac{x^6}{\sqrt{1-x^n}} dx$$
 (il y a deux choix naturels possibles pour n)

$$9) \int \frac{\mathrm{d}x}{x^n \ln x}$$

$$10) \int \frac{\mathrm{d}x}{x^n (\ln x)^7}$$

$$\mathbf{11)} \int x^n \sin(x^6) \, \mathrm{d}x$$

$$12) \int \frac{\sin^n x \cos x}{\sqrt{3 + \sin^4 x}} \, \mathrm{d}x$$

$$\mathbf{13)} \int \frac{\sin^3 x \cos x}{\sqrt{3 + \sin^n x}} \, \mathrm{d}x$$