

目 次

第 1 章 インフレーション関連商品	1
1.1 物価連動債	1
1.2 ゼロクーポン インフレーションスワップ	1
参考文献	4

第1章 インフレーション関連商品

この章ではインフレーションにリンクして支払額が変動する商品について説明する。インフレに連動して元本が増減する債券は物価連動債またはリンカーと言われ、インフレーション関連商品の中核に位置している。

一方、デリバティブとしてはインフレーションスワップやインフレーション キャップ・フロア等が取引されているが、最も基本的なゼロクーポンインフレーションスワップのみを取り上げる。

また インフレーションスワップを利用して、物価連動債をアセットスワップする考え方を紹介する。

1.1 物価連動債

(Qiita 参照)

1.2 ゼロクーポン インフレーションスワップ

次にゼロクーポン インフレーションスワップについて概観しよう。まず、固定金利と CPI の変化率を交換するスワップをインフレーション スワップ (Inflation swap) と呼ぶ。また スワップの期間中 キャッシュフローの交換を行わず、満期時に 1 回のみの交換をするスワップをゼロクーポンスワップ (Zero Coupon swap) と呼ぶ。ゼロクーポン インフレーションスワップ (以下 ZC インフレ スワップ) とはこの 2 つが組み合わさったスワップである。

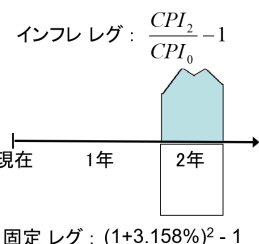
期間	ZCビッド	ZCミッド	ZCアスク	YOYビッド	YOYミッド	YOYアスク	CPIビッド	CPIミッド	CPIアスク	Cvx(bp)
1 YR	3.07615	3.16120	3.24625	3.07615	3.16120	3.24625	304.22447	304.47549	304.72651	0.00
2 YR	3.11766	3.15800	3.19834	3.11915	3.16017	3.20122	313.83549	314.08108	314.32677	0.21
3 YR	3.02803	3.11120	3.19437	3.02723	3.10976	3.19234	322.77671	323.55899	324.34254	-0.26
4 YR	2.96234	3.03405	3.10576	2.96544	3.03721	3.10902	331.70314	332.62818	333.55515	-0.13

図 1.1: インフレーションスワップレート (SWIL 機能) (データ出所:Bloomberg)

ZC インフレスワップは金利スワップのように市場で建値されている。図 1.1 の「ZC ビッド、ZC ミッド、ZC ミッド」列が USD 建て ZC インフレ スワップレートで、取引日 2022 年 8 月 19 日 (受渡日 8 月 23 日) の建値である^{*1}。

例えば、「2YR」行のミッド 3.1580%とは 2 年間の CPI の変化率、すなわち 2 年間のインフレーションを受け取る見返りに、固定金利 3.1580%(P.A.) を 2 年分 支払うことを意味している。ただし、ゼロクーポンスワップの為、インフレーションと固定金利の交換はスワップ満期時の 1 回のみとなる。

インフレーション側のキャッシュフローはインフレーションレグ (またはインフレレグ) として参照される。



^{*1}図 1.1 の「YOY」(Year On Year)、「Cvx」(Convexity Adjust) 列に関しては Mercurio and Zhang [3] の説明が入門的であり、よくまとまっている資料である。また YOY インフレスワップは市場での建値は無く、価格計算にはインフレーションモデル (Jarrow-Yildirim Mode 等が有名) が必要となる。モデルの導出に関しては Brigo and Mercurio [1] を参照。

ここで 現在と 2 年後の CPI をそれぞれ CPI_0 と CPI_2 で表すと、想定元本 1 ドルのインフレレグの満期時点の価値は CPI の 2 年間の変化率より、

$$\text{インフレレグの価値}_{(\text{満期})} = \underbrace{\frac{CPI_2}{CPI_0} - 1}_{\text{CPI 変化率 または 2 年間のインフレ率}} \quad (1.1)$$

と計算できる。この現在価値が ZC インフレスワップのインフレレグの時価となる。

一方 固定金利側 (以下 固定レグ) の満期時の価値は

$$\text{固定レグの価値}_{(\text{満期})} = (1 + \underbrace{3.158\%}_{\text{ZC ミッド (図 1.1)}})^2 - 1 \quad (1.2)$$

のように計算する。

すると 市場で建値されているスワップレートの受け払い額は等しいので、

$$\underbrace{\frac{CPI_2}{CPI_0} - 1}_{\text{インフレレグ: 式 (1.1)}} = \underbrace{(1 + 3.158\%)^2 - 1}_{\text{固定レグ: 式 (1.2)}} \quad (1.3)$$

が成立し、 CPI_2 について 解く。

$$\underbrace{CPI_2}_{\text{フォワード CPI}} = CPI_0 \times (1 + \underbrace{3.158\%}_{\text{ZC ミッド}})^2 \quad (1.4)$$

このように 2 年後の CPI_2 を ZC インフレスワップレートから計算することが可能になる。つまり ZC インフレスワップを利用すれば、市場が予想している将来の CPI (以降 プロジェクト CPI) を簡単に計算することが出来てしまう。

The screenshot displays the SWPM - ILFX R8/19/22 2Y USD interface. It includes tabs for Main, Details, Curves, Cashflow, Resets, and Scenario. The main area shows swap details for an Inflation Swap with a Zero Coupon structure. Key parameters include Notional (10MM), Currency (USD), Effective Date (08/23/2022), Maturity (08/23/2024), and a Base Index of 295.14535. The Valuation Results section shows a Par Cpn of 3.158000, a Principal of 0.00, and a Theo Accrued of 0.00. The Cashflow Table at the bottom shows a single cashflow of 641,572.96 at the maturity date of 08/23/2024.

Pay Date	Accrual Start	Accrual End	Da...	Notional	Principal	Reset Date	Reset Rate	Reset Price
8/23/2024	08/23/2022	08/23/2024	731	10,000,000.00	0.00	05/23/2024	6.41573	314.08108

図 1.2: 2 年ゼロクーポン インフレーション スワップ (データ出所:Bloomberg)

図 1.2 は 2 年 ZC インフレスワップを計算させた SWPM 機能 (元本交換は無い) であり、下側の画面にインフレレグのキャッシュフローを追加した。このスワップでは起算日を 8 月 23 日とし、図 ?? TIPS と同じ受渡日とさせた為、インフレレグ (レグ 1) の “Base Index (基準金利)” 欄に表示された 295.14535 は式 (??) で計算した 参照 CPI と同じ値となっていることを確認しよう。

この 8 月 23 日 CPI が式 (1.4) の CPI_0 となるので、2 年後の CPI_2 は

$$\underbrace{CPI_2}_{\text{フォワード } CPI} = \underbrace{295.14535}_{CPI_0} \times (1 + \underbrace{3.158\%}_{ZC \text{ ミッド}})^2 = 314.08108 \quad (1.5)$$

と計算される。図 1.2 インフレレグ キャッシュフローの「リセット価格」欄に表示された値である。

CPI_2 の計算結果を受けて、インフレレグから受け取ることが出来る 2 年後の金額は

インフレレグの時価

$$\begin{aligned} &= \underbrace{\left[\frac{\overset{(CPI_2)}{314.08108}}{\underset{(CPI_0)}{295.14535}} - 1 \right]}_{\text{2 年間のインフレ率: 式 (1.1)}} \times \underbrace{10Mil \text{ ドル}}_{\text{想定元本}} \times \underbrace{0.93615}_{\substack{\text{ディスカウント} \\ \text{ファクター} \\ \text{(図 1.2)}}} \\ &= 600,608.23 \text{ ドル} \\ &\quad \text{(図 1.2 インフレレグの時価)} \end{aligned}$$

と計算される。

参考文献

- [1] Brigo, D and Mercurio, F. (2001) Interest Rate Models: Theory and Practice Second ed., Springer-Verlag
- [2] Kerkhof, Jeroen (2005) Inflation Derivatives Explained Markets, Products, and Pricing, Lehman Brothers Fixed Income Quantitative Research, July (available at <http://www.scribd.com/doc/19601807/Lehman-Brothers-Kerkhof-Inflation-Derivatives-Explained-Markets-Products-And-Pricing>)
- [3] Mercurio, F. and Zhang, J. (2012) Pricing Inflation Derivatives, Bloomberg DOCS 2056795<GO>