13-统计决策作业

$\lambda\left(\alpha_i \mid \omega_j\right)$记作$\lambda_{ij}$

1. 对于两分类问题，证明最小风险贝叶斯规则可表示为

$$\text{若}\quad l(x)=\frac{p(\mathrm{X}|\omega_1)}{p(\mathrm{X}|\omega_2)}>\frac{\lambda_{12}-\lambda_{22}}{\lambda_{21}-\lambda_{11}}\frac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}\text{，则决策}\mathrm{X}\in\omega_1\text{；否则}\mathrm{X}\in\omega_2\text{。}$$

其中：$\lambda\left(\alpha_i \mid \omega_j\right)$记作$\lambda_{ij}$

2.有两类样本 ω1 和 ω2，已知先验概率 P(ω1)=0.2 和 P(ω2)=0.8，类概率密度函数如下：

$$p(x\mid\omega_1)=\begin{cases} x & 0\le x<1 \\ 2-x & 1\le x\le 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}\qquad p(x\mid\omega_2)=\begin{cases} x-1 & 1\le x<2 \\ 3-x & 2\le x\le 3 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

（1）求贝叶斯最小误判概率准则下的判决域，并判断样本 x=1.5 属于哪一类；

（2）求总错误概率 P(e)；

（3）假设正确判断的损失 $\lambda_{11}=\lambda_{22}=0$，误判损失分别为 λ_{12} 和 λ_{21}，若采用最小损失判决准则，λ_{12} 和 λ_{21} 满足怎样的关系时，会使上述对样本 x=1.5 的判断相反？

3、已知两类问题，有 $\mu_1=\begin{bmatrix}4\\4\end{bmatrix}$，$\mu_2=\begin{bmatrix}8\\8\end{bmatrix}$，$\sum_1=\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}$，$\sum_2=\begin{bmatrix}2 & 0\\0 & 2\end{bmatrix}$，先验概率为 P(ω1) =0.8,　P(ω2) = 0.2。

(1) 求两类的贝叶斯决策分界面。

(2) 要求根据 Bayes 决策，对样本 x (3, 3)进行分类。