



华中科技大学人工智能与自动化学院
School of Artificial Intelligence and Automation, HUST

A 积极进取
Ambitious

U 锐意创新
Unique

T 包容并蓄
Tolerant

O 开放交流
Open

《过程控制系统》

第二章 过程建模

本章学习重点：

1. 基本概念及常用模型的描述形式
2. 机理建模步骤及设计方法
3. 实验建模的方法
4. 由图表法求模型参数
5. 由算法求模型参数

2.1 基本概念

过程控制系统的品质是由组成系统的各个环节的结构及其特性所决定的。过程的数学模型是设计过程控制系统，确定控制方案、分析控制方案、分析质量指标、整定调节器参数等等的**重要依据**。前馈控制、最优控制、多变量解耦控制等更**需要有精确的过程数学模型**，所以**过程数学模型是过程控制系统设计分析和应用的重要资料**。研究过程建模对于实现生产过程自动化具有十分重要的意义。

被控过程是指正在运行中的多种多样的被控制的生产工艺设备。例如各种加热炉、锅炉、热处理炉、精馏塔、化学反应器等等。

被控过程的数学模型（动态特性），是指过程在各输入量（包括控制量和扰动量）作用下，其相应输出量（被控量）变化函数关系的数学表达式。

2.1 基本概念

过程的数学模型有两种，**一是非参数模型**，例如阶跃响应曲线、脉冲响应曲线和频率特性曲线，是用曲线表示的。**二是参数模型**，例如微分方程、传递函数、脉冲响应函数、状态方程和差分方程等，是用数学方程式或函数表示的。

过程数学模型的分类方法很多，常见的还有**动态与静态**、**连续与离散**、**定常与时变**、**集中参数与分布参数**等。

被控过程有**多输入、单输出**和**多输入、多输出**两种。

通常选一个可控性良好的输入量 $u(t)$ 作为控制作用，其余的输入量则称为扰动作用。过程的控制作用于闭合回路内，所以对系统的性能起决定作用。但是扰动作用对过程控制也有很大影响，因此必须有所了解。

过程的数学模型还有**线性与非线性**之分。我们仅讨论线性（或线性化）过程的模型，而且是只有一个被控量的过程模型。

2.1 基本概念

静态和动态模型 静态模型是指要描述的系统各量之间的关系是不随时间的变化而变化的，一般都用代数方程来表达。动态模型是指描述系统各量之间随时间变化而变化的规律的数学表达式，一般用微分方程或差分方程来表示。

连续时间和离散时间模型 模型中的时间变量是在一定区间内变化的模型称为连续时间模型，上述各类用微分方程描述的模型都是连续时间模型。在处理集中参数模型时，也可以将时间变量离散化，所获得的模型称为离散时间模型。离散时间模型是用差分方程描述的。

随机性和确定性模型 随机性模型中变量之间关系是以统计值或概率分布的形式给出的，而在确定性模型中变量间的关系是确定的。

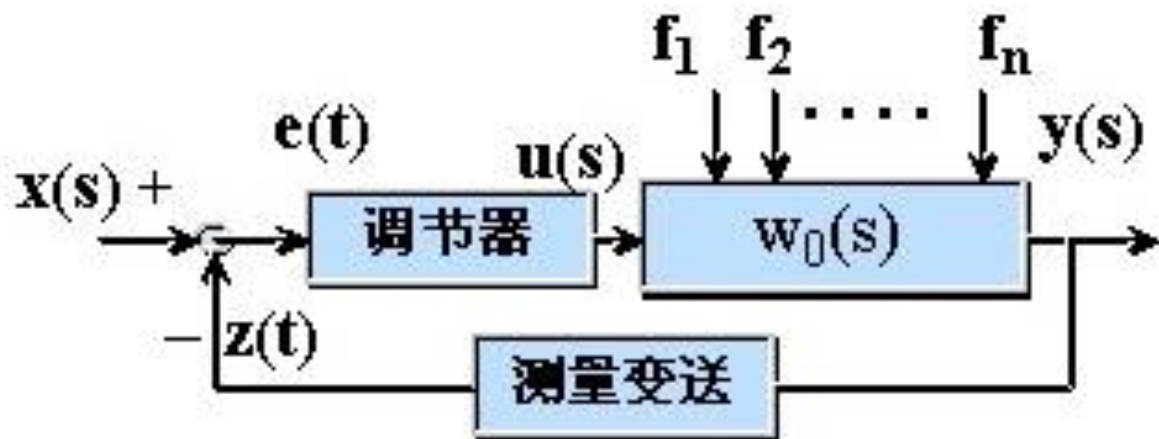
2.1 基本概念

参数与非参数模型 用代数方程、微分方程、微分方程组以及传递函数等描述模型都是**参数模型**。建立参数模型就在于确定已知模型结构中的各个参数。通过理论分析总是得出参数模型。**非参数模型**是直接或间接地从实际系统的实验分析中得到的响应，例如通过实验记录到的系统脉冲响应或阶跃响应就是非参数模型。运用各种系统辨识的方法，可由非参数模型得到参数模型。如果实验前可以决定系统的结构，则通过实验辨识可以直接得到参数模型。

线性和非线性模型 线性模型中各量之间的关系是线性的，可以应用叠加原理，即几个不同的输入量同时作用于系统的响应，等于几个输入量单独作用的响应之和。线性模型简单，应用广泛。非线性模型中各量之间的关系不是线性的，不满足叠加原理。在允许的情况下，非线性模型往往可以线性化为线性模型，方法是把非线性模型在工作点邻域内展成泰勒级数，保留一阶项，略去高阶项，就可得到近似的线性模型。

2.1 基本概念

一、过程的输入输出描述



过程控制系统方框图

分析：

被控过程 $W_0(s)$ 是多个输入量 ($u(t), f_1(t), f_2(t) \cdots f_n(t)$)，单个输出量 ($y(t)$) 的物理系统。函数的关系表达式如下：

$$y(s) = W_0(s)U(s) + \sum_{i=1}^n W_i(s)F_i(s)$$

2.1 基本概念

- 被控过程输入量与输出量之间的信号联系称为过程通道。
- 控制作用与被控量之间的信号联系成为控制通道。
- 扰动作用与被控量之间的信号联系称为扰动通道。
- 过程通道不同，其数学模型亦不一样。

2.1 基本概念

二、静态与动态特性

- 1、静态特性——输入量与输出量之间的关系，用放大系数K表示。
- 2、动态特性——输出量y随时间的变化而变化，用时间常数T描述。

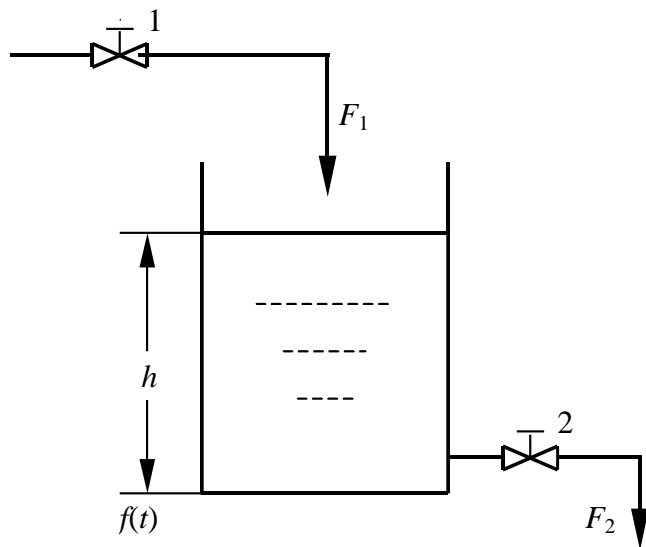
$$y(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-\tau s}$$

2.1 基本概念

三、物料与能量平衡原理

在静态情况下，单位时间流入过程的物料或能量等于其流出的物料或能量。

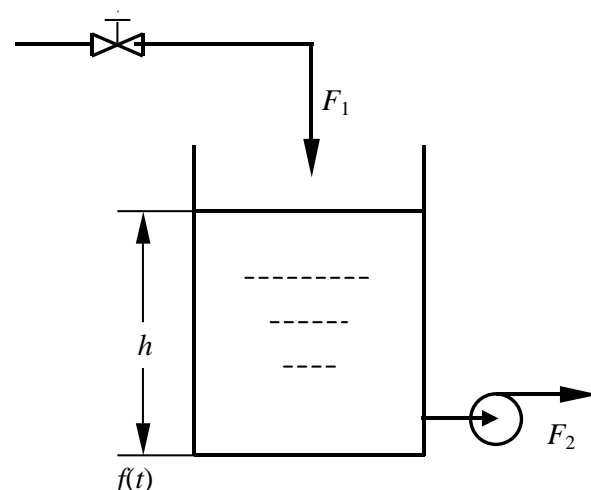
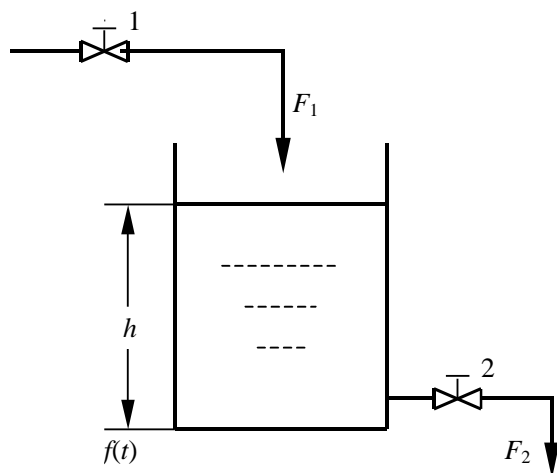
在动态情况下，单位时间流入过程的物料或能量与流出的物料或能量之差等于过程储存量的变化率。



2.1 基本概念

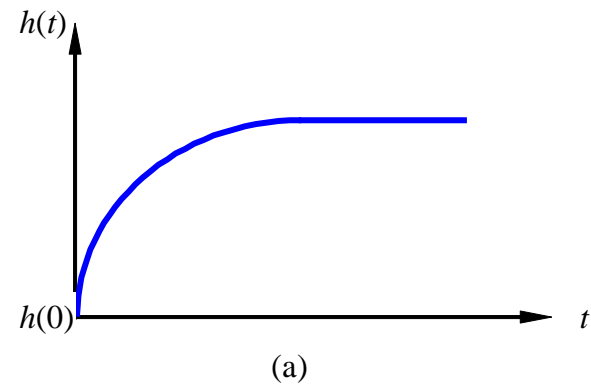
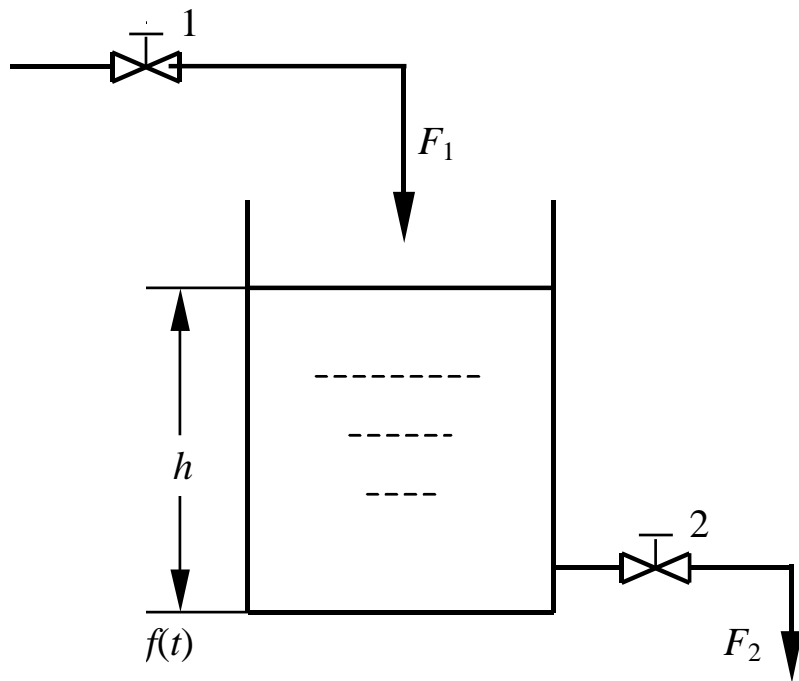
四、自衡与无自衡对象（过程）

- 自衡对象：在扰动作用下，平衡状态被打破后，不通过自动仪器调节，建立新的平衡状态。
- 无自衡对象：在扰动作用下，平衡状态被打破后，自身不能建立新的平衡状态。



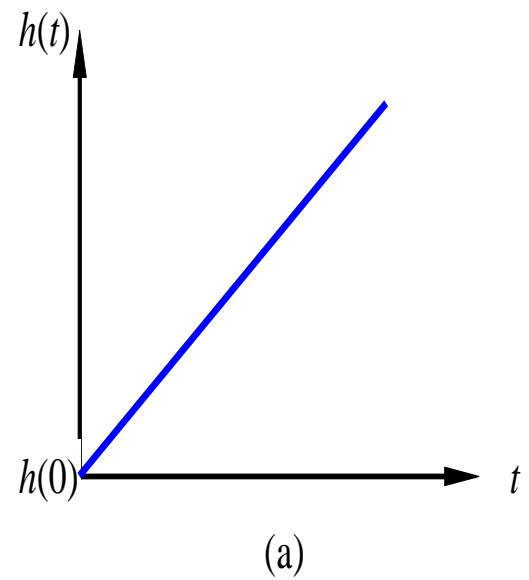
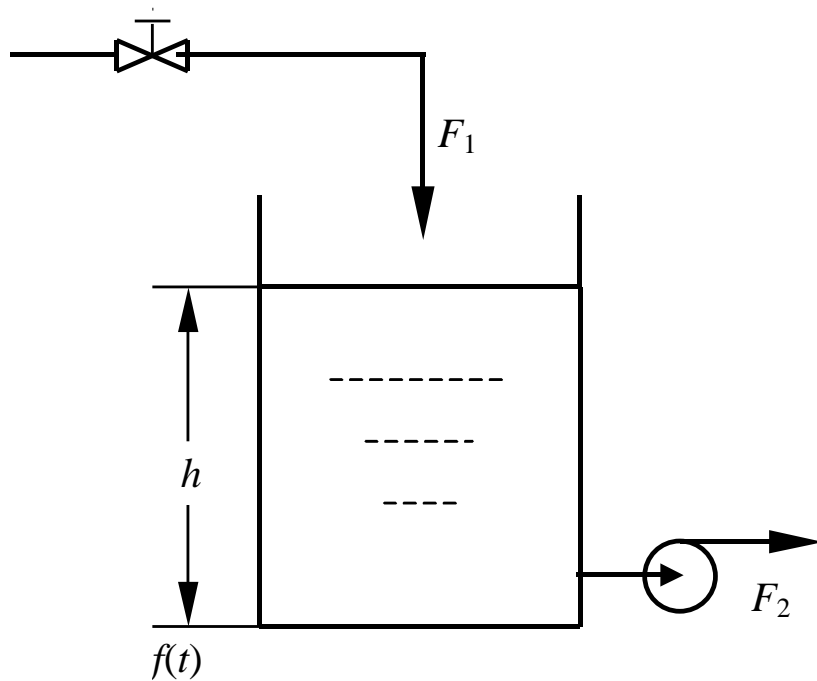
2.1 基本概念

有自衡的非振荡过程如下图中的液位过程



2.1 基本概念

无自衡的非振荡过程如下图所示的液位过程

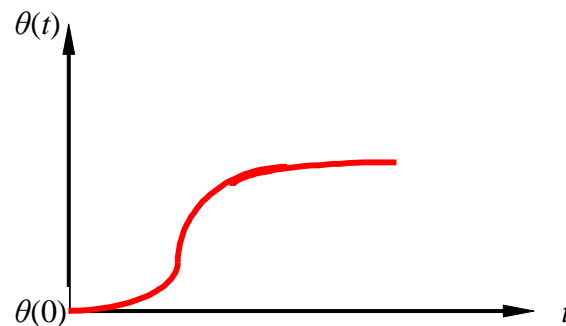


2.1 基本概念

响应曲线有四种：

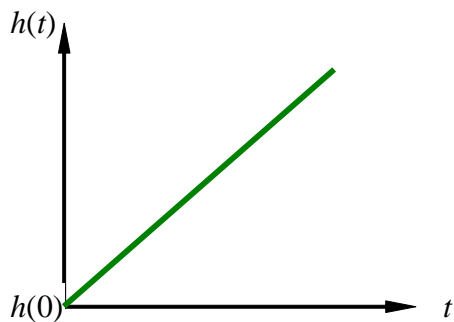


(a)

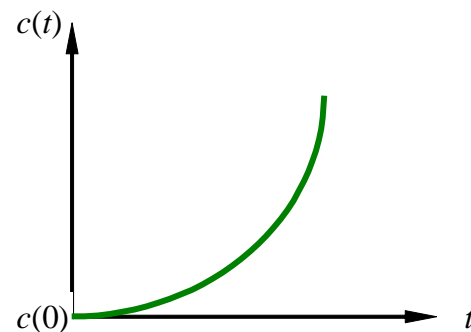


(b)

有自衡的非振荡过程



(a)



(b)

无自衡的非振荡过程

2.1 基本概念

五、建模的途径

1、机理模型

对于一些比较简单的物料或能量变化和机理比较清楚的被控过程，根据过程的机理和物料（能量）平衡的关系，应用理论计算的方法建立被控过程的数学模型。

2、实验模型

依靠拟合现场数据得到的模型。对于多数的工业过程来说，一般都比较复杂，用机理建模的方法很难反映实际的情况，目前主要采用实验建模方法有过程辨识和参数估计。

3、半实验模型

是一种结合（1）和（2）而形成的模型，机理模型中的参数值是根据现场数据计算出来的。

2.1 基本概念

五、建模的目的

1、设计过程控制系统和整定调节器参数 在过程控制系统的分析、设计和整定时，是以被控过程的数学模型为依据的，它是极其重要的基础资料。例如前馈控制系统就是根据被控过程的数学模型进行设计的，所以建立过程的数学模型是实现前馈控制的前提。

2、指导设计生产工艺设备 通过对生产工艺设备数学模型的分析 and 仿真，可以确定有关因素对整个被控过程动态特性的影响（例如锅炉受热面的布置、管径大小、介质参数的选择等对整个锅炉出口汽温、汽压等动态特性的影响），从而提出对生产设备的设计的合理要求和建议。

2.1 基本概念

3、进行仿真试验研究 在实现生产过程自动化中，往往需要对一些复杂庞大的设备进行某些实验研究，例如某单元机组极其控制系统能承受到多大的冲击电负荷，当冲击电负荷多大时会造成什么后果。对于这种破坏性的试验往往不允许在实际设备上进行，而只要根据过程的数学模型，通过计算机进行仿真试验研究，就不需要建立小型的物理模型，从而可以节省时间和经费。

4、培训运行操作人员 在现代生产过程自动化中，对于一些复杂的生产操作过程（例如大型电站机组的运行）都应该事先对操作人员进行实际操作培训。随着计算机仿真技术的发展，先建立这些复杂生产过程的数学模型（不需要建小型物理模型），而后通过仿真使之成为活的模型，在这样的模型上，教练员可以安全、方便、多快好省地对运行操作人员进行培训。

2.1 基本概念

对动态数学模型的应用要求

应用目的	过程模型类型	精确度要求
控制器参数整定	线性、参量（或非参量）、时间连续	低
前馈、解耦、预估控制系统设计	线性、参量（或非参量）、时间连续	中等
控制系统的计算机辅助设计	线性、参量（或非参量）、时间离散	中等
自适应控制	线性、参量、时间离散	中等
模式控制、最优控制	线性、参量、时间连续、离散	高



第二章 过程建模

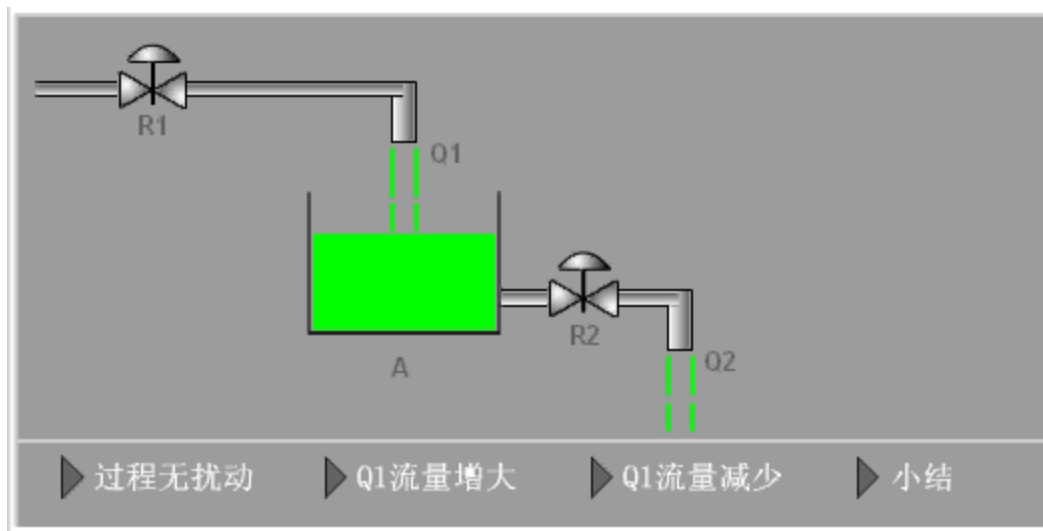
第二节 机理建模（单容）

2.2 单容对象的数学模型

单容对象：单个储存容器

一、自衡单容对象

1. 无滞后单容对象



2.2 单容对象的数学模型

例1 设液位对象如 *Fig.2-1* 所示。图中：

Q_1 : 液体流入量, 对象的输入量

Q_2 : 液体流出量

h : 液位, 对象的输出量

R_1, R_2 为液阻

A : 液箱底面积, 容量系数

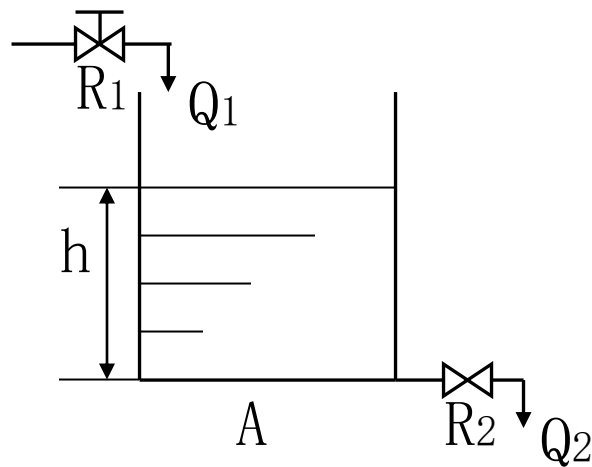


Fig.2-1

2.2 单容对象的数学模型

数学模型:

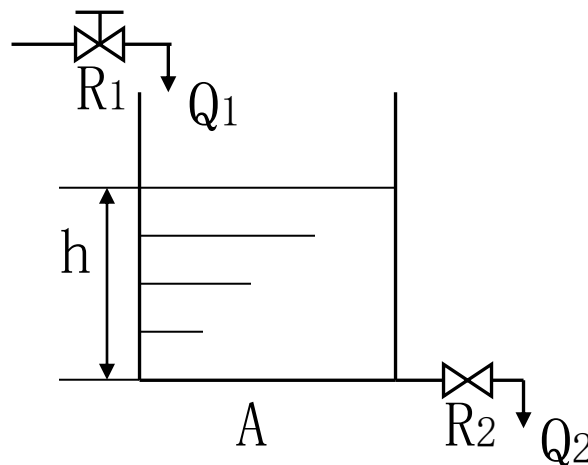
$$Q_1 - Q_2 = A \frac{dh}{dt}$$

$$Q_2 \approx \frac{h}{R_2}$$

取增量:

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 = A \frac{d\Delta h}{dt}$$

$$\Delta Q_2 = \frac{\Delta h}{R_2}$$



消去中间变量得微分方程:

$$R_2 A \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = R_2 \Delta Q_1$$

或

$$T_0 \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = K_0 \Delta Q_1$$

其中: $T_0 = R_2 A$ 为时间常数, $K_0 = R_2$ 为放大系数。

2.2 单容对象的数学模型

用传递函数表示：设 $H(S)=L[\Delta h]$, $Q_1(S)=L[\Delta Q_1]$

L : 拉氏变换。则传递函数为

$$W_0(S) = \frac{H(S)}{Q_1(S)} = \frac{K_0}{T_0 S + 1}$$

增量方程组亦可表示为含 S 变量的方程组：

$$Q_1(S) - Q_2(S) = ASH(S)$$

$$Q_2(S) = H(S) / R_2$$

其对应的方框图如下图所示，据此亦可求出传递函数。

阶跃响应为：

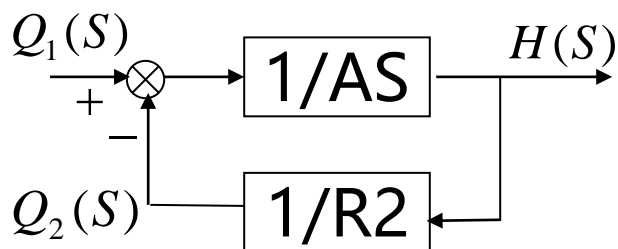


Fig.2-2

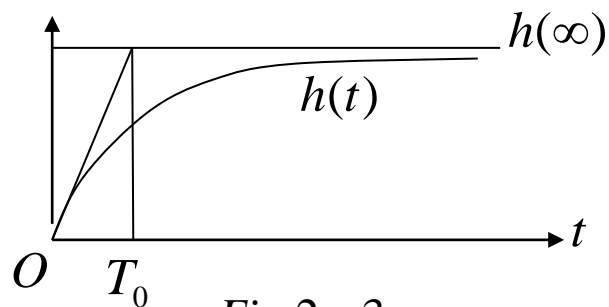


Fig.2-3

2.2 单容对象的数学模型

例2 设温度对象如图所示，图中：

T_1 ：为容器内水温，确定为输出量（被控量）；

Q_1 ：电炉供热量，定为输入量；

T_2 ：炉外空气温度；

Q_2 ：加热器散热量；

设 G ：加热器内水的总重量；

K_r ：传热系数； c_p ：水的比热；

A ：加热器的表面积。

根据能量平衡关系有：

$$Q_1 - Q_2 = Gc_p \frac{dT_1}{dt} = C \frac{dT_1}{dt}$$

$C = Gc_p$ ：为热容

$$Q_2 = K_r A (T_1 - T_2) ;$$

令 $R = 1 / K_r A$ 为热阻

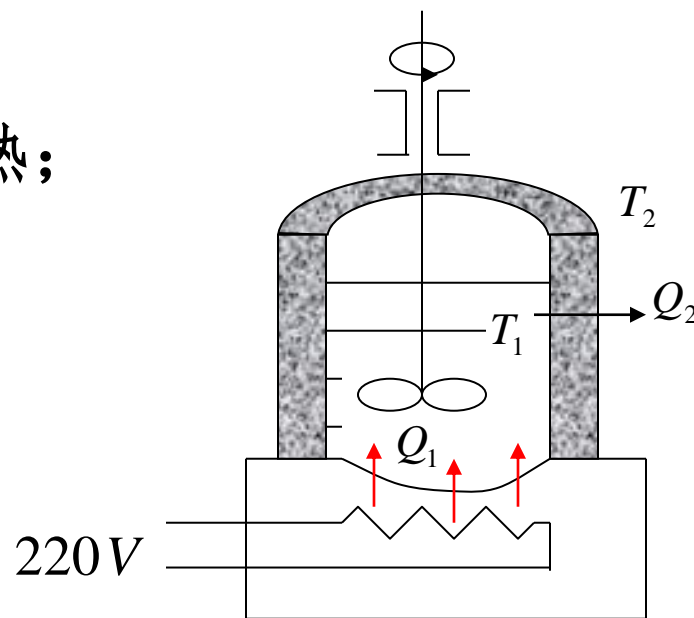


Fig.2-4

2.2 单容对象的数学模型

其增量方程组为：

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 = C \frac{d\Delta T_1}{dt}$$

$$\Delta Q_2 = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{R}$$

令 $\Delta T_2 = 0$ ，消去中间变量得微分方程：

$$T_0 \frac{d\Delta T_1}{dt} + \Delta T_1 = K_0 \Delta Q_1$$

传递函数为： $W_0(S) = \frac{T_1(S)}{Q_1(S)} = \frac{K_0}{T_0 S + 1}$

式中 $T_0 = RC$

$$K_0 = R$$

阶跃响应如 Fig.2-5 所示

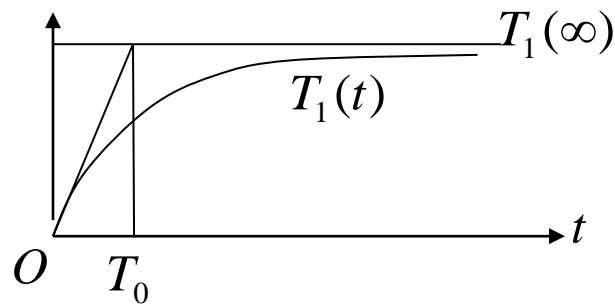


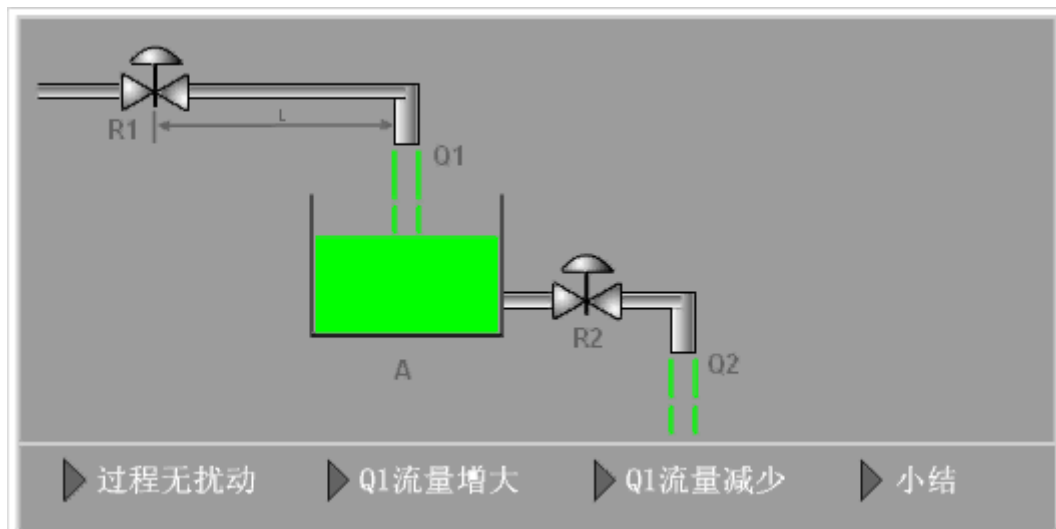
Fig.2-5

2.2 单容对象的数学模型

小结：

- 1) 定关系（应用物料或能量平衡原理）；
- 2) 取增量（线性化）；
- 3) 去中间（中间变量），得方程（输入输出关系）；
- 4) 算比值（拉氏变换），得传函（传递函数）。

2. 纯滞后单容对象



2.2 单容对象的数学模型

例3 设液位纯滞后单容对象如图所示。

图中 L 为阀门至管道出口
的长度， v 为液体流速，
阀门出口流量为 $Q_1(t)$ ，
管道出口流量为 $Q_1^*(t)$ ，
其余说明同无纯滞后对象。

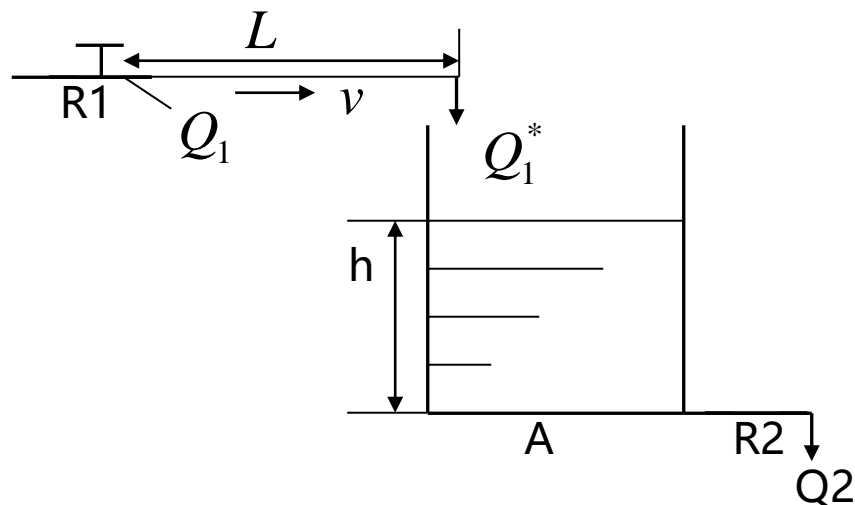


Fig.2-6

2.2 单容对象的数学模型

建立数学模型：

称 $L/v = \tau_0$ 为纯滞后时间。

$$Q_1^*(t) = \begin{cases} Q_1(t - \tau_0) & t \geq \tau_0 \\ 0 & t < \tau_0 \end{cases}$$

微分方程：

$$T_0 \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = K_0 \Delta Q_1^*(t)$$

即

$$T_0 \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h = K_0 \Delta Q_1(t - \tau_0)$$

传递函数：

$$W_0(S) = \frac{H(S)}{Q_1(S)} = \frac{K_0}{T_0 S + 1} e^{-\tau_0 S}$$

其中：

$$L[\Delta Q_1^*(t)] = L[\Delta Q_1(t - \tau_0)] = Q_1(S) e^{-\tau_0 S}$$

对象的阶跃响应曲线如图所示。

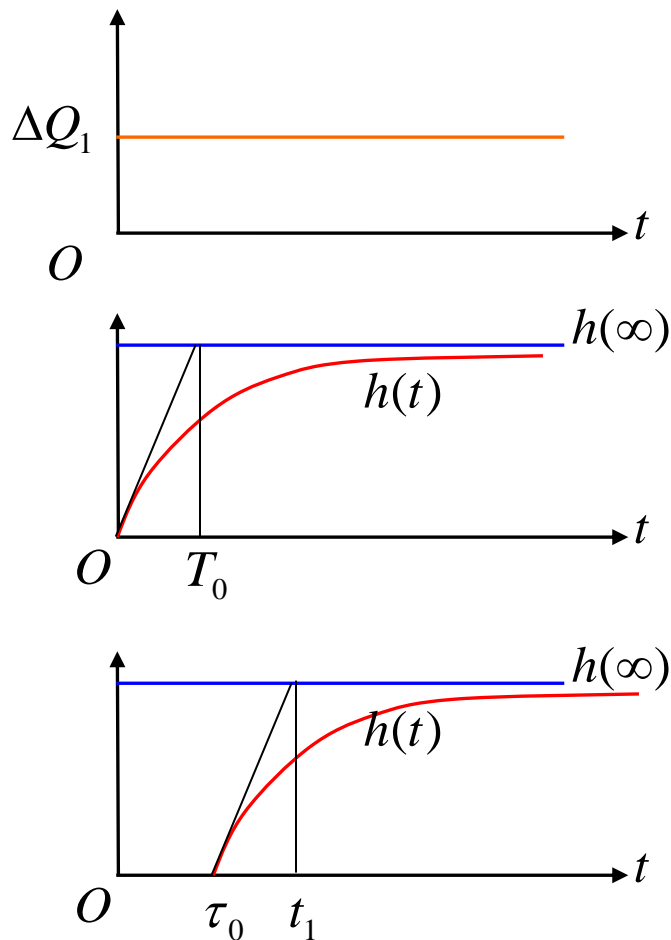
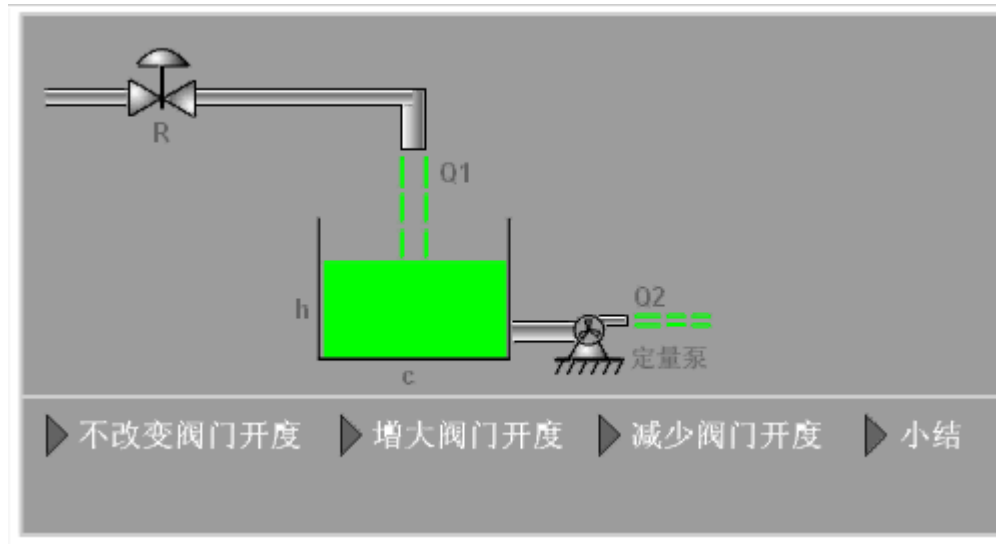


Fig.2-7

2.2 单容对象的数学模型

二. 无自衡单容对象



2.2 单容对象的数学模型

1. 无自衡单容对象（无滞后）

例4 无自衡单容对象（无滞后）如图所示，其特点是在流出液体由定量泵抽出。

建立方程：

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 = A \frac{d\Delta h}{dt}$$

$$\Delta Q_2 = 0$$

即
$$A \frac{d\Delta h}{dt} = \Delta Q_1$$

传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{H(S)}{Q_1(S)} = \frac{1}{T_a S}$$

$T_a = A$ 为积分时间常数。

无自衡单容对象的阶跃响应如图所示，无平衡状态。

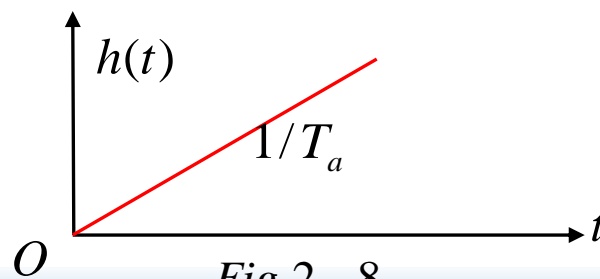
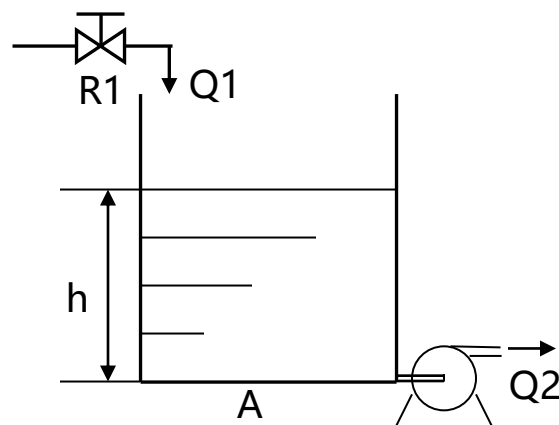


Fig.2-8

2.2 单容对象的数学模型

2. 纯滞后无自衡单容对象

例5 纯滞后无自衡单容对象

如图所示，同理可得对象数学模型：

$$A \frac{d\Delta h}{dt} = \Delta Q_1(t - \tau_0)$$

及

$$W_0(S) = \frac{H(S)}{Q_1(S)} = \frac{1}{T_a S} e^{-\tau_0 S}$$

纯滞后无自衡单容对象的阶跃响应如图所示，纯滞后时间为 τ_0 ，无平衡状态。

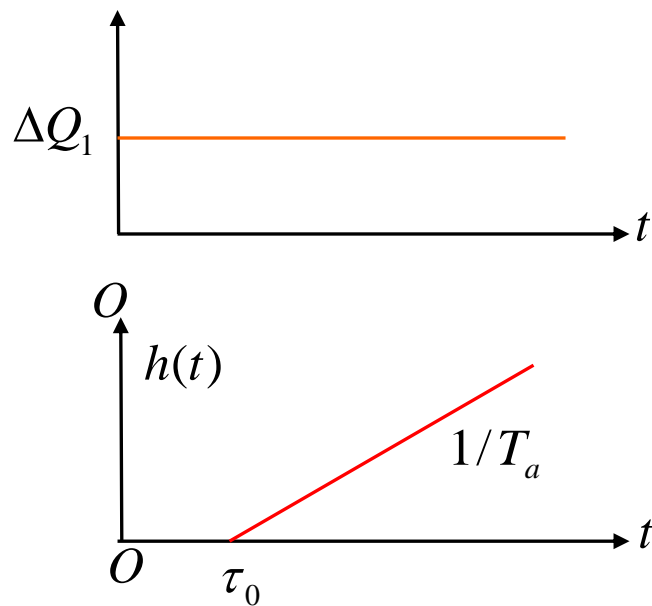
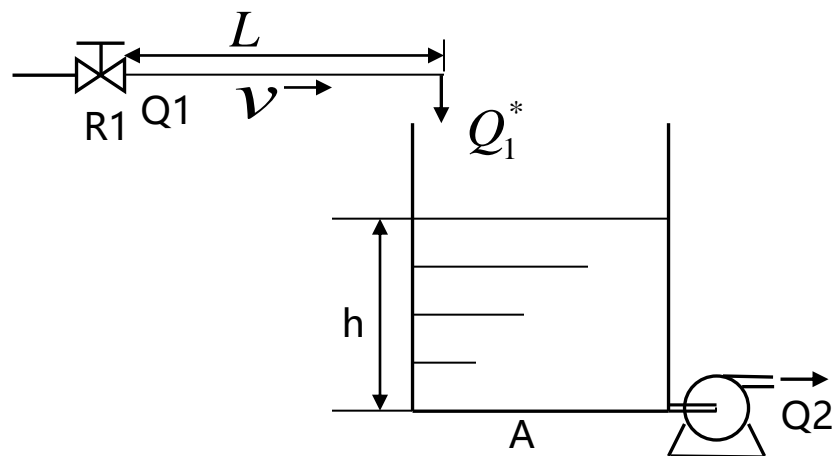


Fig.2-9



第二章 过程建模

第三节 机理建模（多容）

2.3 多容对象的数学模型

多容对象：2个以上单容装置构成。

一. 自衡对象

1. 无滞后自衡多容对象

例6 设双容液位对象如图所示。建立对象 Q_1 为输入量 h_2 为输出量的数学模型。

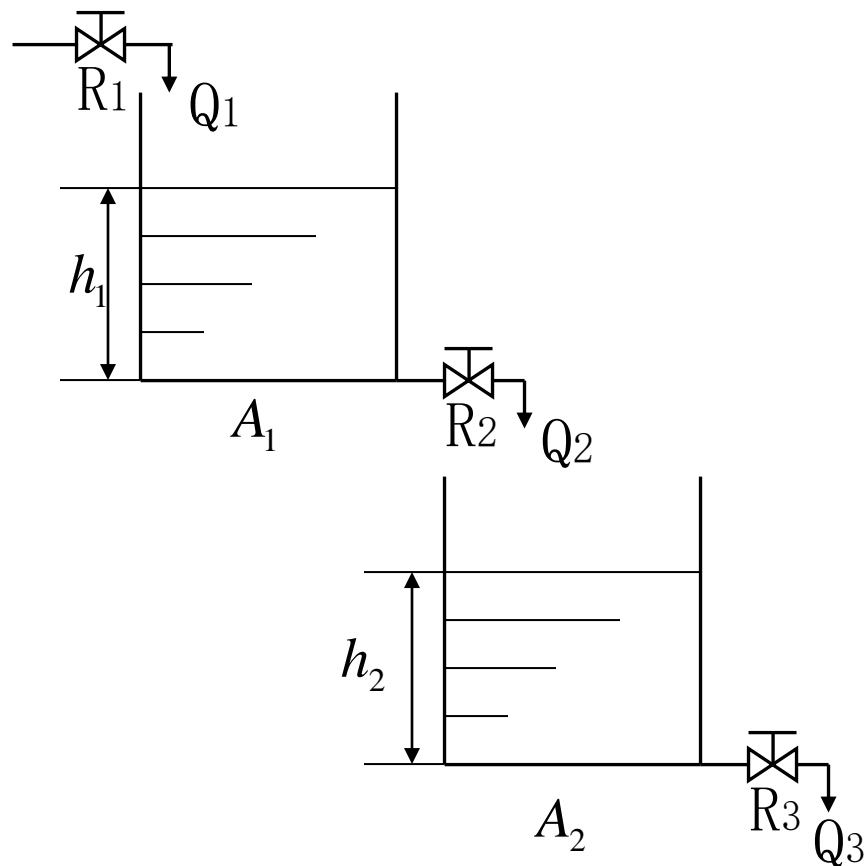


Fig.2-10

2.3 多容对象的数学模型

写出增量方程组：

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 = A_1 \frac{d\Delta h_1}{dt}$$

$$\Delta Q_2 = \Delta h_1 / R_2$$

$$\Delta Q_2 - \Delta Q_3 = A_2 \frac{d\Delta h_2}{dt}$$

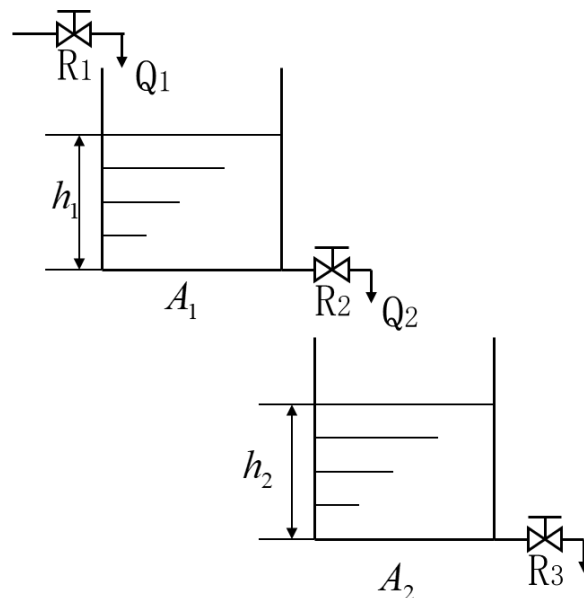
$$\Delta Q_3 = \Delta h_2 / R_3$$

消去中间变量得微分方程：

$$R_2 A_1 R_3 A_2 \frac{d^2 \Delta h_2}{dt^2} + (R_2 A_1 + R_3 A_2) \frac{d\Delta h_2}{dt} + \Delta h_2 = R_3 \Delta Q_1$$

$$T_1 T_2 \frac{d^2 \Delta h_2}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{d\Delta h_2}{dt} + \Delta h_2 = K_0 \Delta Q_1$$

式中 $T_1 = R_2 A_1$, $T_2 = R_3 A_2$, $K_0 = R_3$



2.3 多容对象的数学模型

传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{H_2(S)}{Q_1(S)} = \frac{K_0}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}$$

传递函数也可由方程组对应的方框图来求出。

方程组对应的方框图为：

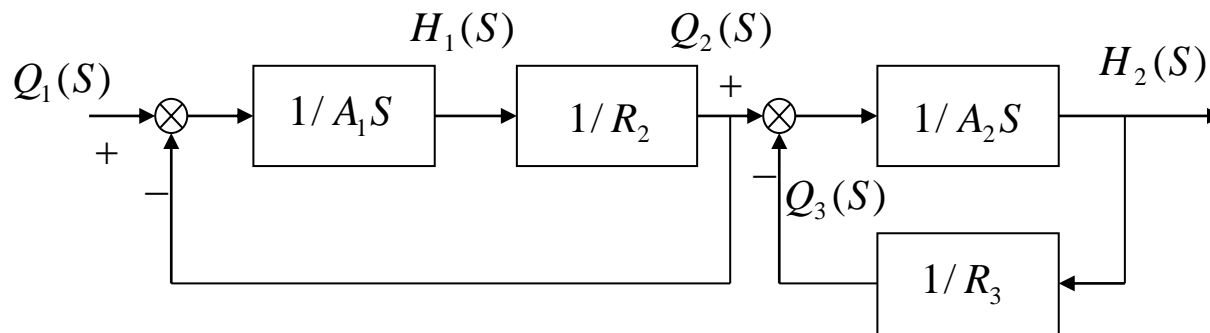


Fig.2-11

2.3 多容对象的数学模型

令输入量作阶跃变化，输出变量的响应如图所示。

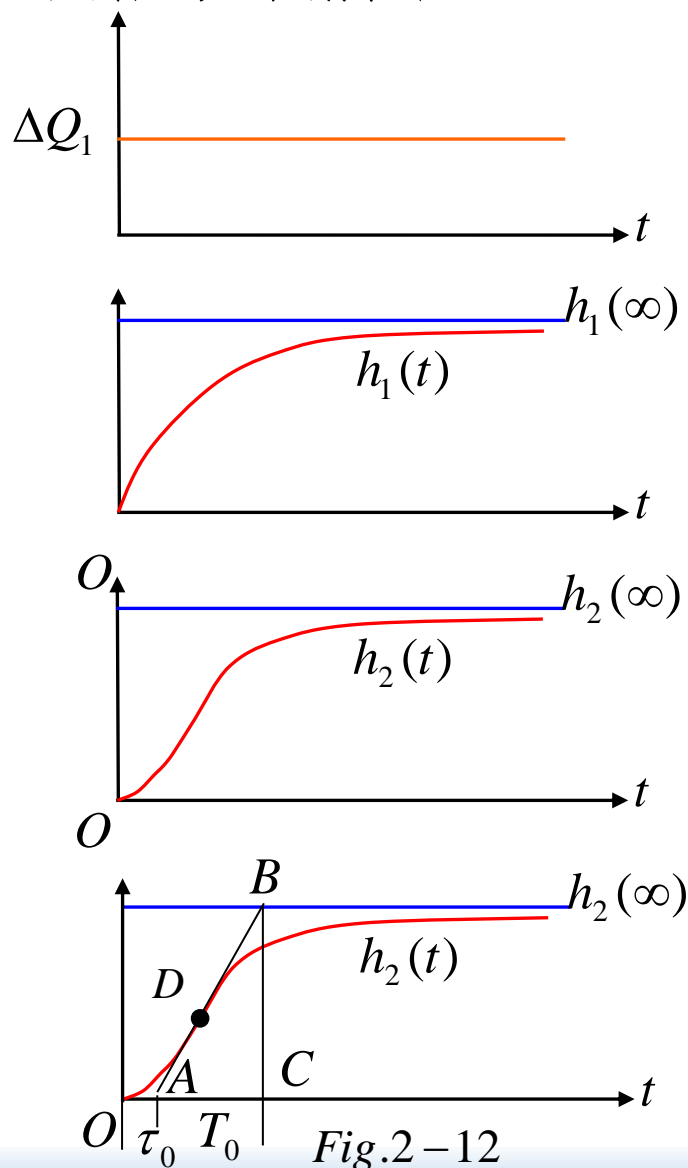
说明：

- 1) 与单容对象比较，双容对象响应曲线呈S形状；
- 2) 在响应曲线拐点D处作切线分别交时间轴于A， $h_2(\infty)$ 水平线于B，其在时间上的投影为C，则

$\tau_0 = \overline{OA}$ 为容量滞后时间

$T_0 = \overline{AC}$ 为时间常数

容量滞后时间是由对象的多容特性决定的，这样，对象特性亦可用 K_0 ， T_0 ， τ_0 来描述。



2.3 多容对象的数学模型

多容对象不同阶数 n 的响应曲线如图所示。可见 n 越大，容量滞后时间也越大。

n 阶多容对象的传递函数：

$$W_0(S) = \frac{K_0}{(T_1S + 1)(T_2S + 1) \cdots (T_nS + 1)}$$

如果 $T_1 = T_2 = \cdots = T_n = T_0$ ，则称为 n 阶等容过程，

其传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{K_0}{(T_0S + 1)^n}$$

2. 当过程具有纯滞后时，其传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{K_0}{(T_1S + 1)(T_2S + 1) \cdots (T_nS + 1)} e^{-\tau_0 S} \quad \text{或} \quad W_0(S) = \frac{K_0}{(T_0S + 1)^n} e^{-\tau_0 S}$$

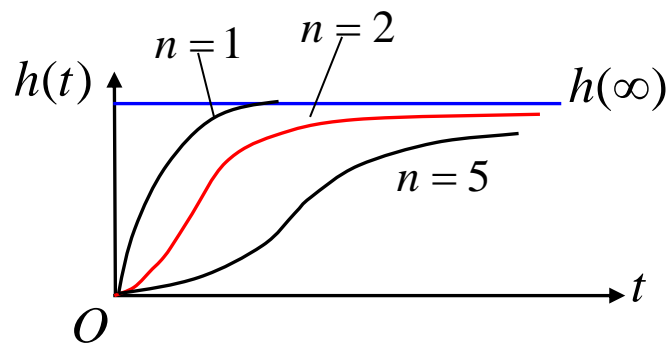


Fig.2-13

2.3 多容对象的数学模型

二. 无自衡多容对象

设无自衡多容液位对象如图所示。

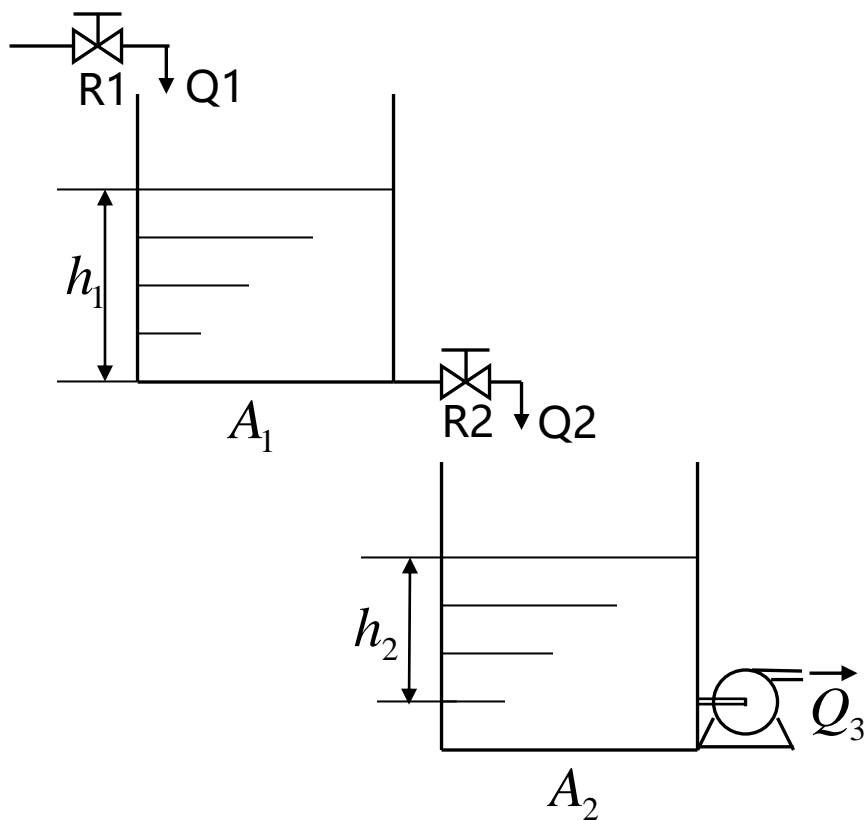


Fig.2-14

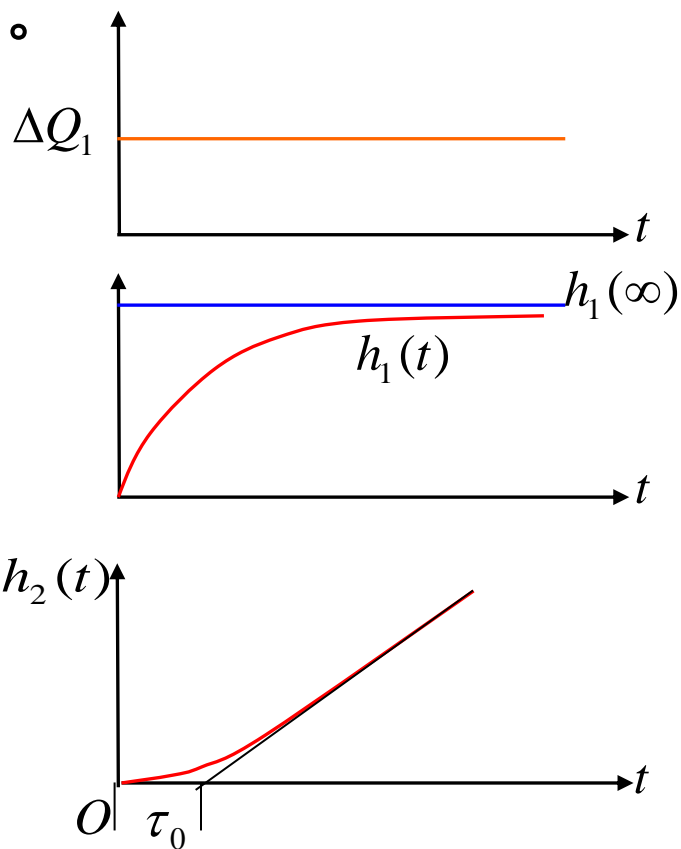


Fig.2-15

2.3 多容对象的数学模型

其中传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{H_2(S)}{Q_1(S)} = \frac{1}{T_a S(TS + 1)}$$

式中：

$T = R_2 A_1$ 为第一个容器的时间常数

$T_a = A_2$ 为积分时间常数

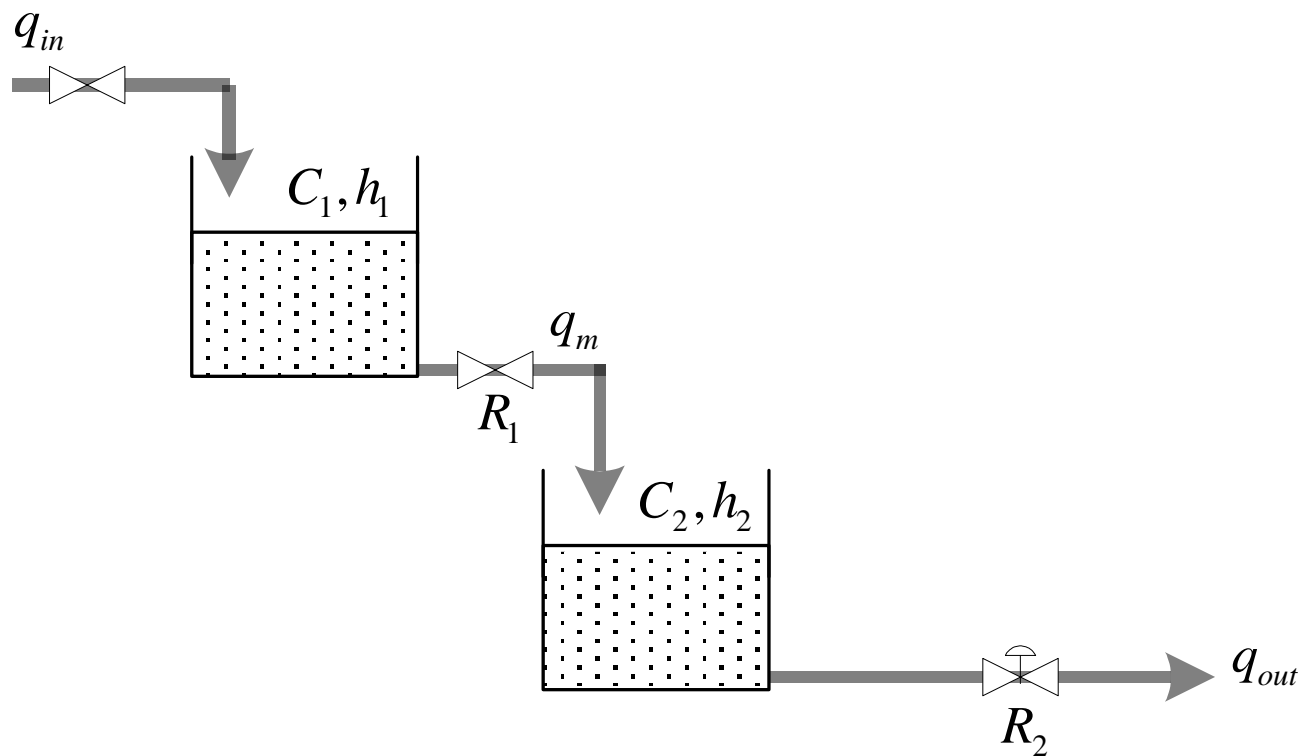
无自衡多容对象 $n \geq 2$

$$W_0(S) = \frac{1}{T_a S(TS + 1)^n}$$

纯滞后无自衡多容对象

$$W_0(S) = \frac{1}{T_a S(TS + 1)^n} e^{-\tau_0 S}$$

机理建模方法



机理建模方法

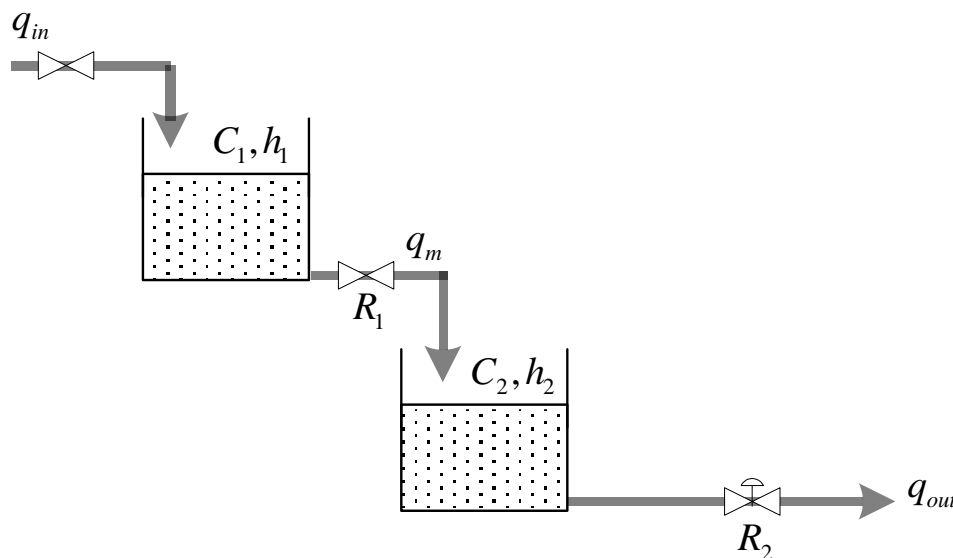
对于1#水槽，设 V_1 表示水槽的液体体积，根据物料平衡关系：

$$\frac{dV_1}{dt} = q_{in} - q_m$$



$$V_1 = A_1 h_1$$

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{in} - q_m$$



机理建模方法

输入流量 q_{in} 与液位无关

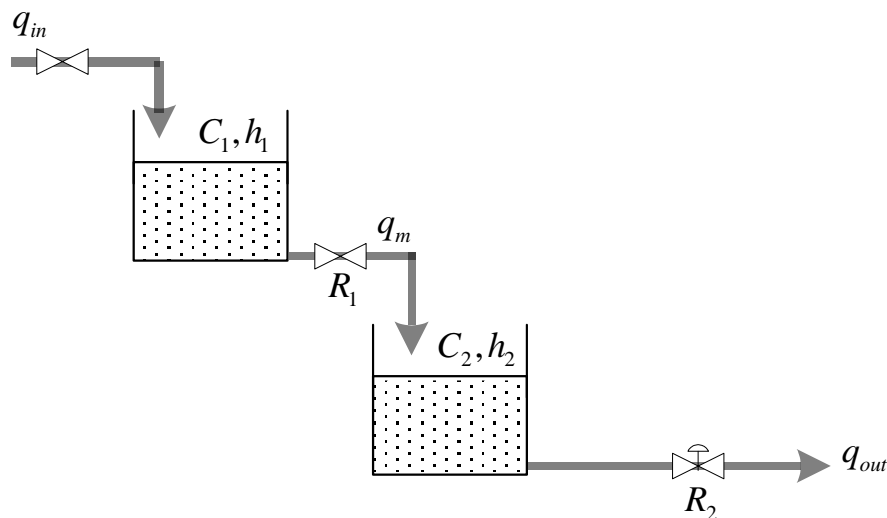
$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{in} - q_m$$

↓

$$q_m = \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1}$$

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{in} - \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1}$$

α_1 是紊流状态下的节流系数， f_1 是调节阀的开启面积。



机理建模方法

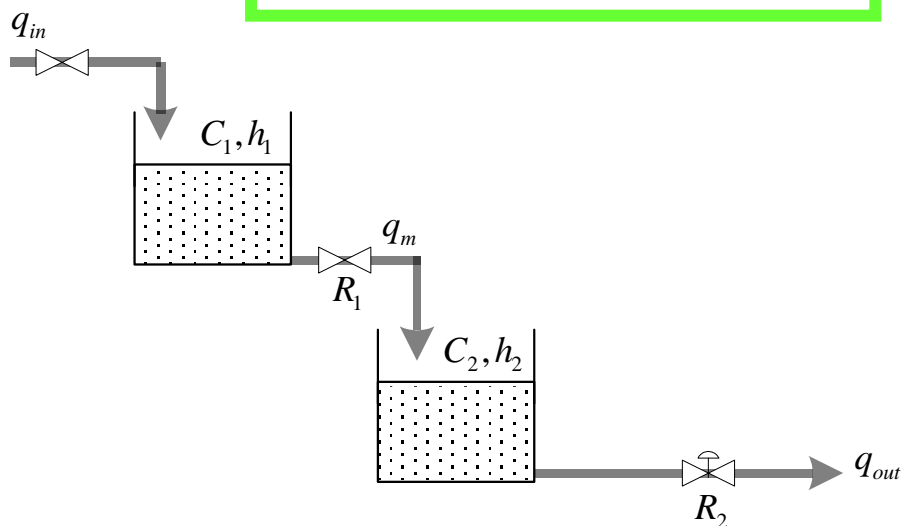
对于2#水槽，可知

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = q_m - \alpha_2 f_2 \sqrt{h_2}$$



$$q_m = \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1}$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1} - \alpha_2 f_2 \sqrt{h_2}$$

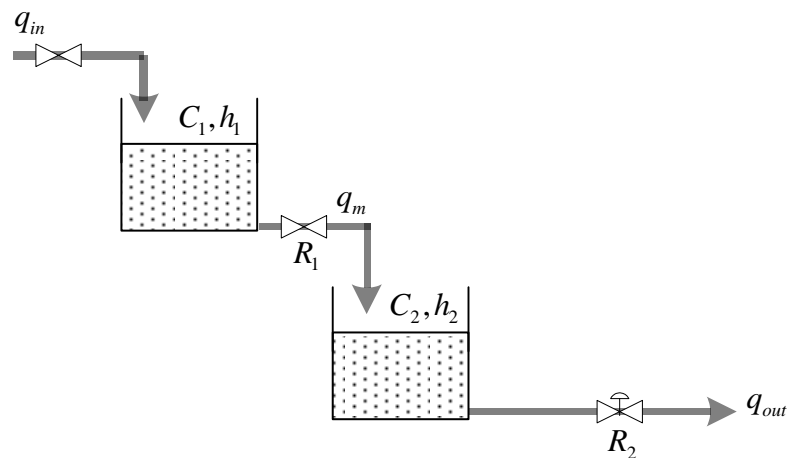


$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{in} - \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1}$$

机理建模方法

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{in} - \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1}$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1} - \alpha_2 f_2 \sqrt{h_2}$$

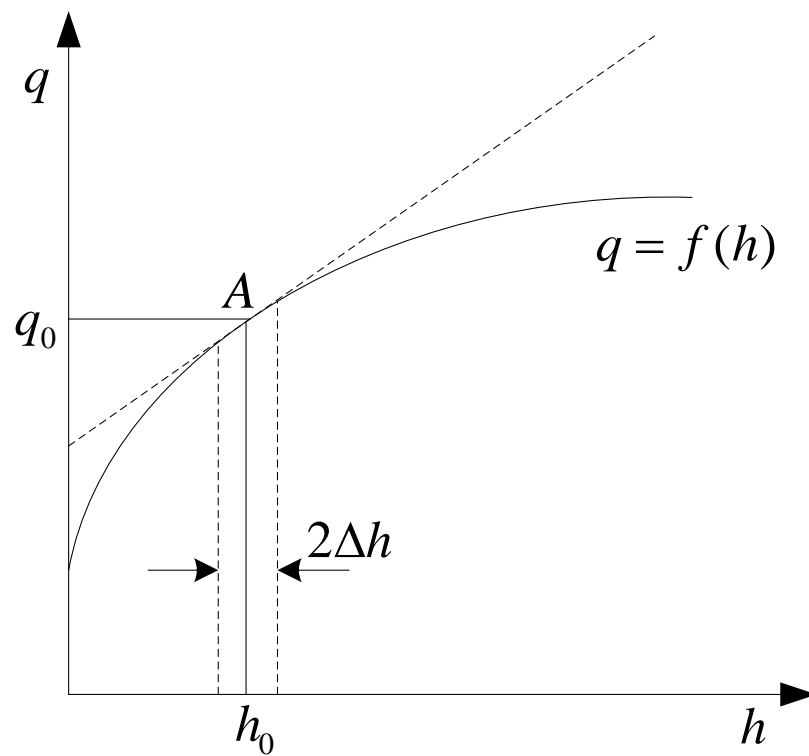


上两式是非线性微分方程，为了便于分析计算，需将非线性微分方程线性化。

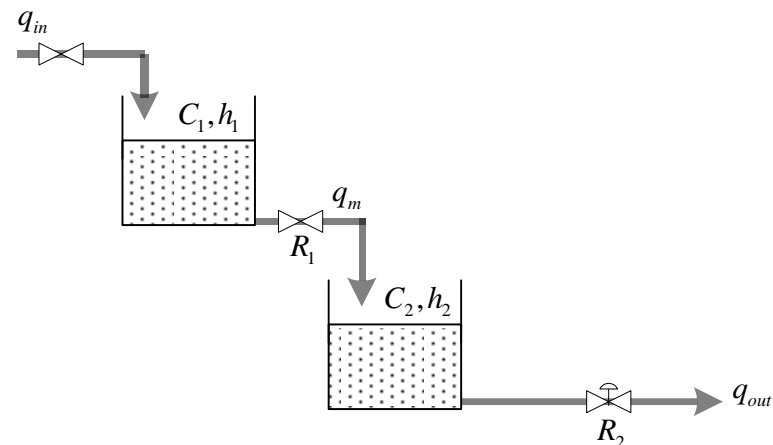
机理建模方法

线性化原理：

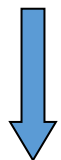
$$q_m = \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1}$$



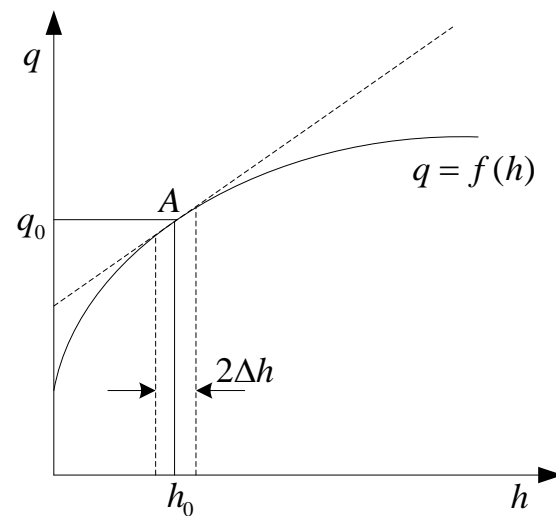
机理建模方法



$$q_m = \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1}$$



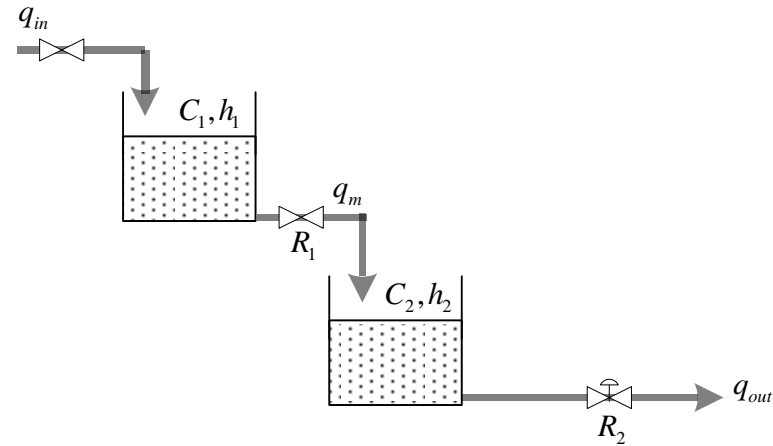
$$q_{m0} = \alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}}$$



$$q_m = q_{m0} + \left. \frac{dq_m}{dh_1} \right|_{h_1=h_{10}} \Delta h_1 = \alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}} + \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1$$

1.2 机理建模方法

对于1#水槽，线性化



$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_{in} - \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1}$$

$$h_1 = h_{10} + \Delta h_1$$

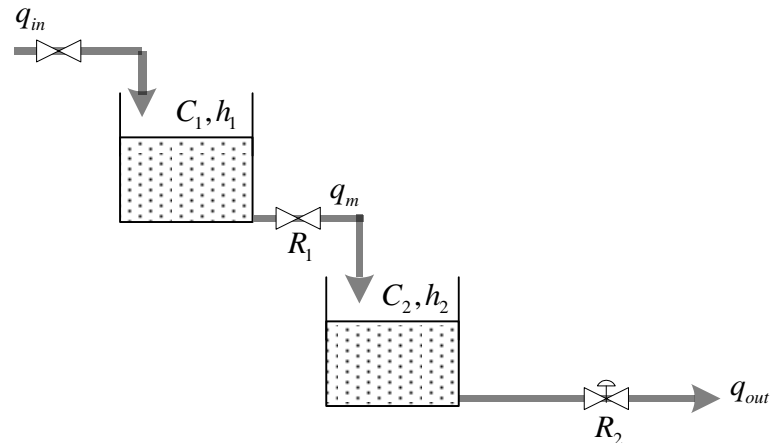
$$q_{in} = q_{in0} + \Delta q_{in}$$

$$q_m = \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1} = \alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}} + \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1$$

$$A_1 \frac{d(h_{10} + \Delta h_1)}{dt} = q_{in0} + \Delta q_{in} - \alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}} - \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1$$

机理建模方法

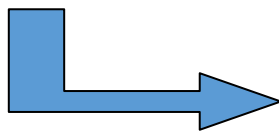
对于1#水槽，线性化



$$A_1 \frac{d(h_{10} + \Delta h_1)}{dt} = \underline{q_{in0}} + \Delta q_{in} - \underline{\alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}}} - \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1$$

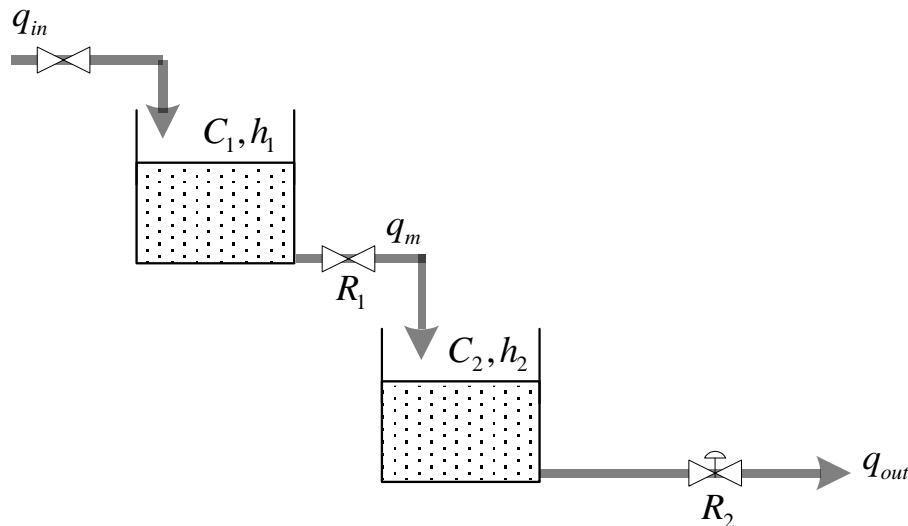
$$\frac{dh_{10}}{dt} = 0 \quad \downarrow \quad q_{in0} = q_{m0} = \alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}}$$

$$A_1 \frac{d(\Delta h_1)}{dt} = -\frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1 + \Delta q_{in}$$



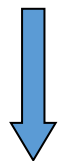
$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = -\frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} h_1 + q_{in}$$

机理建模方法



同样，对于2#水槽

$$q_{out} = \alpha_2 f_2 \sqrt{h_2}$$

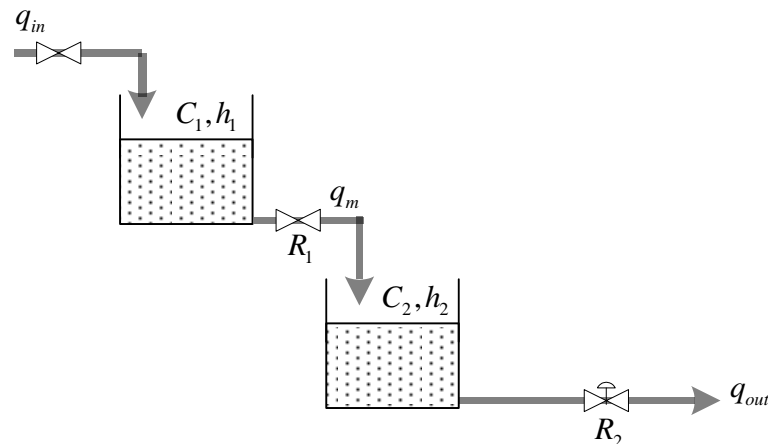


$$q_{out0} = \alpha_2 f_{20} \sqrt{h_{20}}$$

$$\begin{aligned} q_{out} &= q_{out0} + \left. \frac{\partial q_{out}}{\partial h_2} \right|_{h_2=h_{20}} \Delta h_2 + \left. \frac{\partial q_{out}}{\partial f_2} \right|_{f_2=f_{20}} \Delta f_2 \\ &= \alpha_2 f_{20} \sqrt{h_{20}} + \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_2 + \alpha_2 \sqrt{h_{20}} \Delta f_2 \end{aligned}$$

机理建模方法

对于2#水槽，线性化

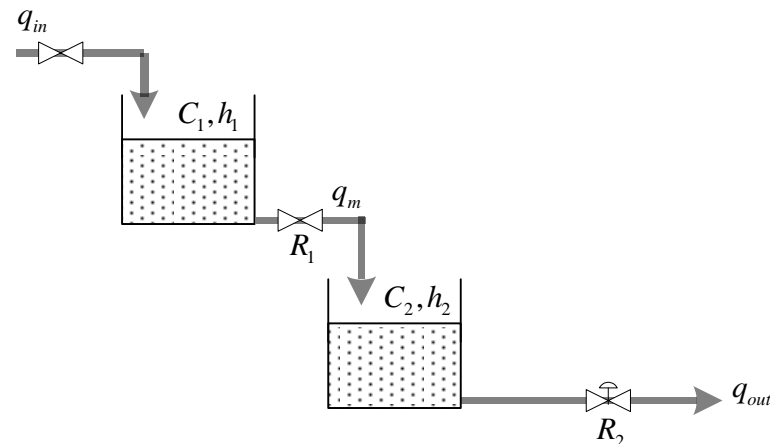


$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = q_m - q_{out} = \alpha_1 f_1 \sqrt{h_1} - \alpha_2 f_2 \sqrt{h_2}$$

$$h_2 = h_{20} + \Delta h_2 \quad \downarrow \quad \begin{aligned} q_m &= \alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}} + \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1 \\ q_{out} &= \alpha_2 f_{20} \sqrt{h_{20}} + \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_2 + \alpha_2 \sqrt{h_{20}} \Delta f_2 \end{aligned}$$

$$A_2 \frac{d(h_{20} + \Delta h_2)}{dt} = \underbrace{\alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}} + \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1}_{\text{Inlet flow}} - \underbrace{\alpha_2 f_{20} \sqrt{h_{20}} + \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_2 + \alpha_2 \sqrt{h_{20}} \Delta f_2}_{\text{Outlet flow}}$$

机理建模方法



对于2#水槽，线性化

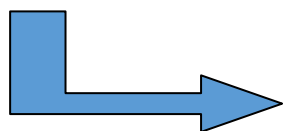
$$A_2 \frac{d(h_{20} + \Delta h_2)}{dt} = \alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}} + \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1$$

$$\Delta q_{out} = \alpha_2 \sqrt{h_{20}} \Delta f_2$$

$$- \alpha_2 f_{20} \sqrt{h_{20}} - \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_2 - \alpha_2 \sqrt{h_{20}} \Delta f_2$$

$$\frac{dh_{20}}{dt} = 0 \quad \downarrow \quad q_{m0} = q_{out0} \Rightarrow \alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}} - \alpha_2 f_{20} \sqrt{h_{20}} = 0$$

$$A_2 \frac{d(\Delta h_2)}{dt} = \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} \Delta h_2 - \Delta q_{out}$$

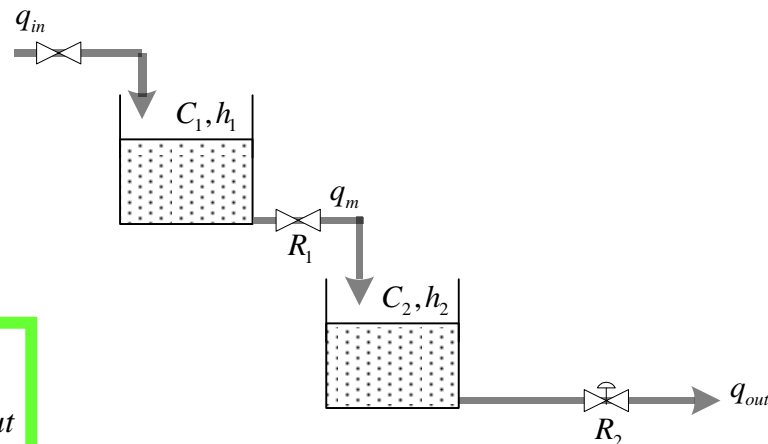


$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} h_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} h_2 - q_{out}$$

机理建模方法

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = -\frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} h_1 + q_{in}$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} h_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} h_2 - q_{out}$$

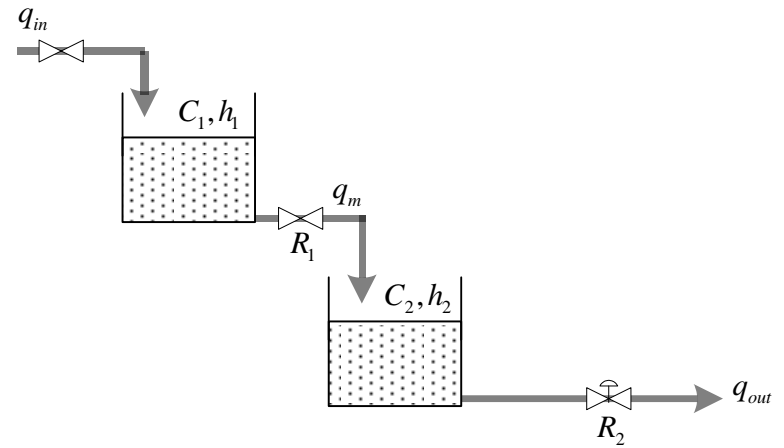


$$\left\{ \begin{aligned} \left. \frac{dq_m}{dh_1} \right|_{h_1=h_{10}} &= \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_1 f_{10}}{\sqrt{h_{10}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_1 f_{10} \sqrt{h_{10}}}{h_{10}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_{m0}}{h_{10}} = \frac{1}{R_1} \\ \left. \frac{\partial q_{out}}{\partial h_2} \right|_{h_2=h_{20}} &= \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_{out0}}{h_{20}} = \frac{1}{R_2} \end{aligned} \right.$$

$$R_1 = \frac{2h_{10}}{q_{m0}} \quad R_2 = \frac{2h_{20}}{q_{out0}} \quad \text{液阻}$$

$$C_1 = A_1 \quad C_2 = A_2 \quad \text{容量系数}$$

机理建模方法



$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = -\frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} h_1 + q_{in}$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{2} \alpha_1 f_{10} h_{10}^{-\frac{1}{2}} h_1 - \frac{1}{2} \alpha_2 f_{20} h_{20}^{-\frac{1}{2}} h_2 - q_{out}$$

$$R_1 = \frac{2h_{10}}{q_{m0}} \quad R_2 = \frac{2h_{20}}{q_{out0}}$$

$$C_1 = A_1 \quad C_2 = A_2$$

$$\frac{dh_1}{dt} = -\frac{1}{C_1 R_1} h_1 + \frac{1}{C_1} q_{in}$$

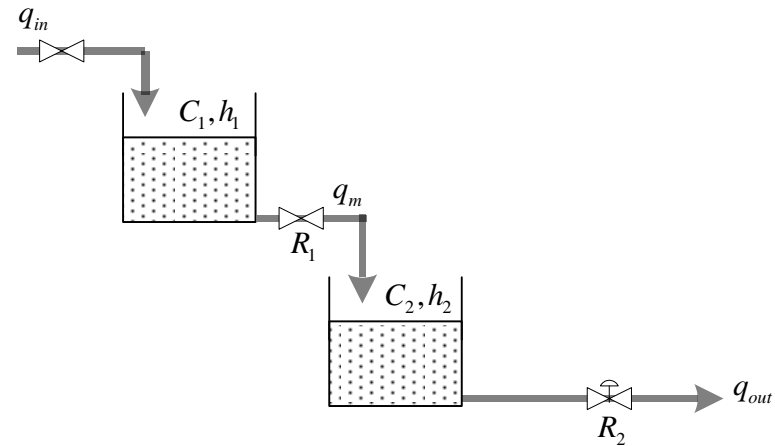
$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{C_2 R_1} h_1 - \frac{1}{C_2 R_2} h_2 - \frac{1}{C_2} q_{out}$$

$$\frac{dh_1}{dt} = C_2 R_1 \frac{d^2 h_2}{dt^2} + \frac{R_1}{R_2} \frac{dh_2}{dt} + R_1 \frac{dq_{out}}{dt}$$

$$h_1 = C_2 R_1 \frac{dh_2}{dt} + \frac{R_1}{R_2} h_2 + R_1 q_{out}$$



机理建模方法



$$C_2 R_1 \frac{d^2 h_2}{dt^2} + \frac{R_1}{R_2} \frac{dh_2}{dt} + R_1 \frac{dq_{out}}{dt} = -\frac{C_2}{C_1} \frac{dh_2}{dt} - \frac{1}{C_1 R_2} h_2 - \frac{1}{C_1} q_{out} + \frac{1}{C_1} q_{in}$$



$$C_1 R_1 C_2 R_2 \frac{d^2 h_2}{dt^2} + (C_1 R_1 + C_2 R_2) \frac{dh_2}{dt} + h_2 = -C_1 R_1 R_2 \frac{dq_{out}}{dt} - R_2 q_{out} + R_2 q_{in}$$



$$T_1 = C_1 R_1 \quad T_2 = C_2 R_2$$

时间常数

$$T_1 T_2 \frac{d^2 h_2}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{dh_2}{dt} + h_2 = -T_1 R_2 \frac{dq_{out}}{dt} - R_2 q_{out} + R_2 q_{in}$$



《过程控制系统》

第四节 实验建模

3.4 实验建模

一. 响应曲线的测定

响应曲线测试流程图：

$u(t)$ ：过程输入信号

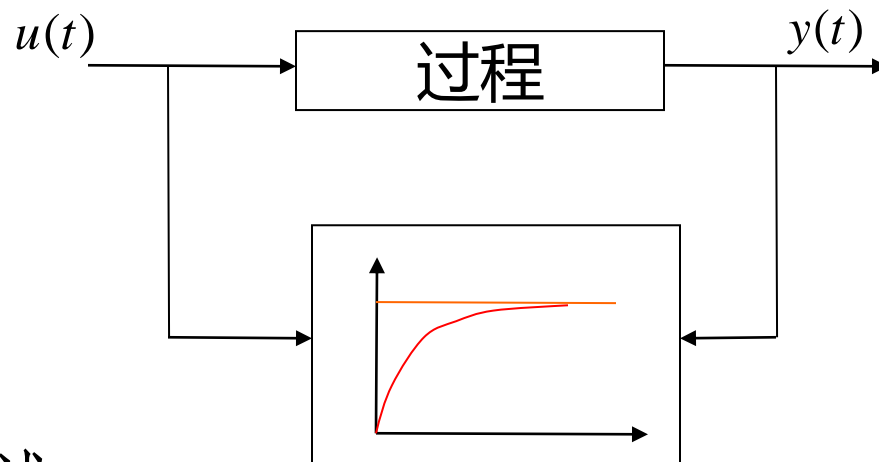
$y(t)$ ：过程输出信号

1. 阶跃响应曲线的测定

阶跃响应曲线完全描述了被控过程的特性，据此可求出被控过程的数学模型。注意事项：

1) 被控过程在平稳状态下， $u(t)$ 作阶跃输入。

2) 合理选择阶跃输入量的幅值，一般为正常值的5-15%。



检测记录仪

Fig.2-16

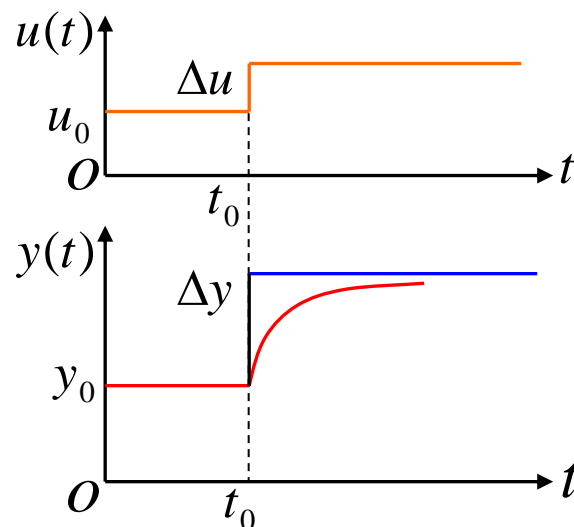


Fig.2-17

3.4 实验建模

3) 阶跃信号作正, 反方向变化, 测定响应曲线, 以检查过程线性特性。

4) 重复测试几次, 详细记录响应曲线。

缺点: 有些过程不允许阶跃干扰。

2. 矩形脉冲响应曲线的测定

1) 测定矩形脉冲响应曲线;

2) 将矩形脉冲响应曲线合成阶跃响应曲线。

设 $u_p(t)$ 为矩形脉冲输入

设 $y_p(t)$ 为矩形脉冲响应

$y(t)$ 为阶跃响应

$u(t)$ 为阶跃输入

$u(t - t_0)$ 为 t_0 时刻的阶跃输入

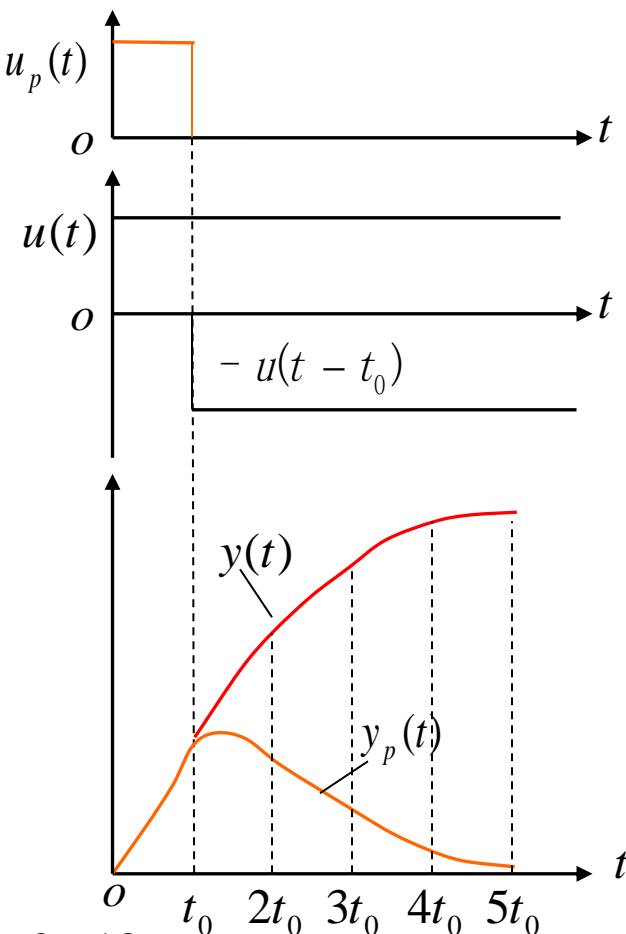


Fig.2-18

3.4 实验建模

曲线合成的数学描述：

$$u_p(t) = u(t) - u(t - t_0)$$

$$y_p(t) = y(t) - y(t - t_0)$$

$$y(t) = y_p(t) + y(t - t_0)$$

令 $t = nt_0, n = 0, 1, 2, \dots$, 则：

$$y(nt_0) = y_p(nt_0) + y(nt_0 - t_0)$$

在输出坐标图上描出多个点，将这些点光滑连接，得阶跃响应曲线。

3.4 实验建模

二. 切线法

下面分类求模型参数:

1. 一阶自衡模型

根据 Fig.2-20 所示曲线:

1) 过原点作切线与 $y(\infty)$ 相交于 B 点, 由 B 点作时间的垂线交于 C 点;

$$2) \quad K_0 = \frac{y(\infty) - y(0)}{\Delta u} = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

$$T_0 = \overline{OC}$$

3) 传递函数为

$$W_0(S) = \frac{K_0}{(T_0 S + 1)}$$

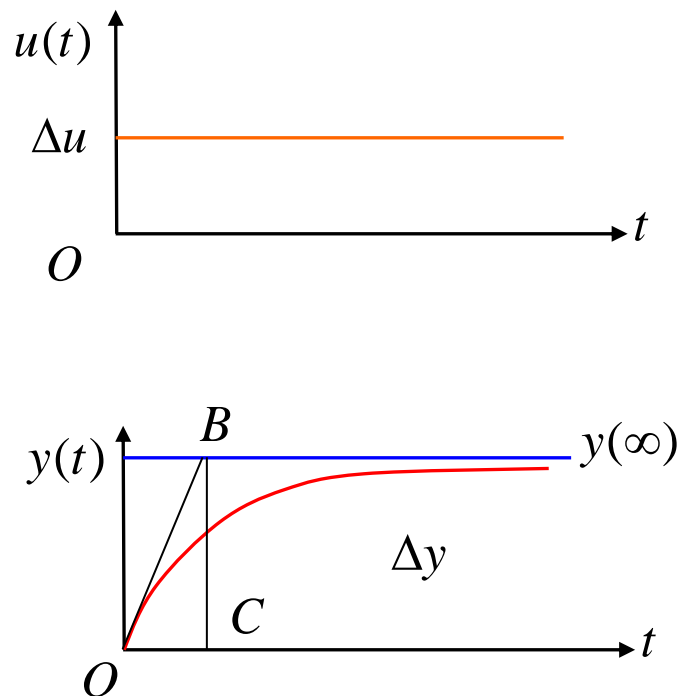


Fig.2-20

3.4 实验建模

2. 一阶纯滞后自衡模型

由 Fig.2-21 可得：

$$\tau_0 = \overline{OA}$$

$$T_0 = \overline{AC}$$

$$K_0 = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{K_0}{(T_0 S + 1)} e^{-\tau_0 S}$$

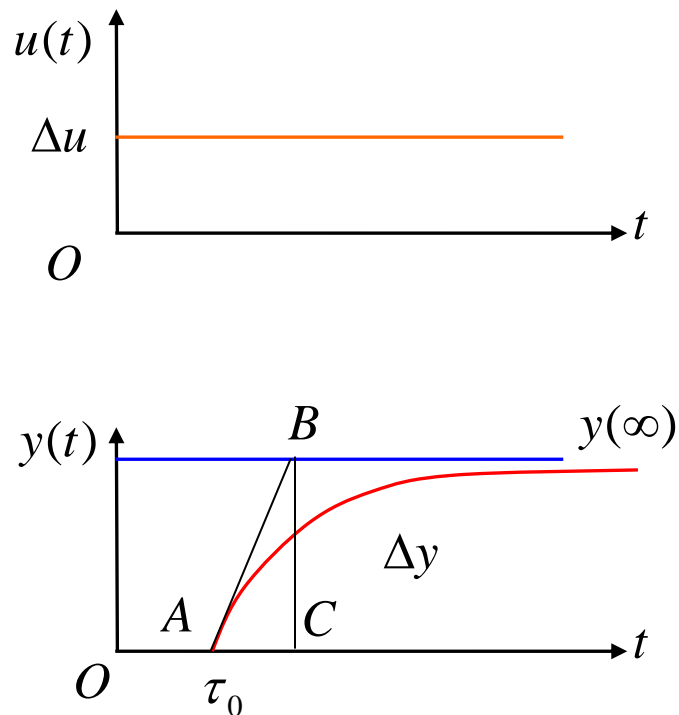
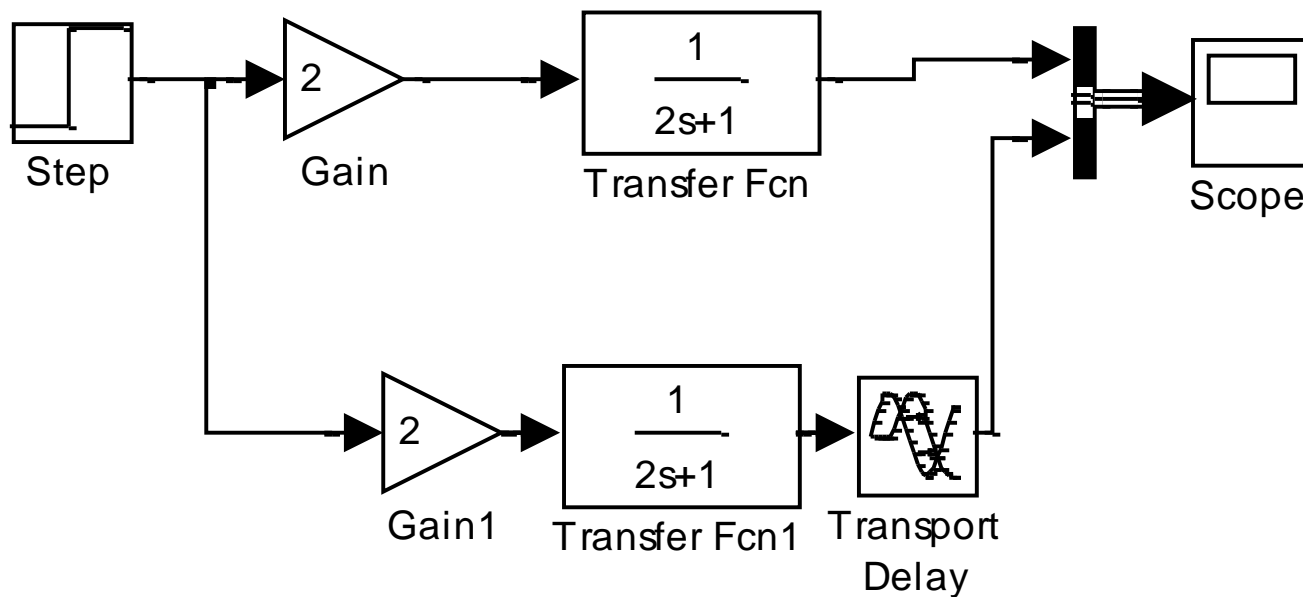


Fig.2-21

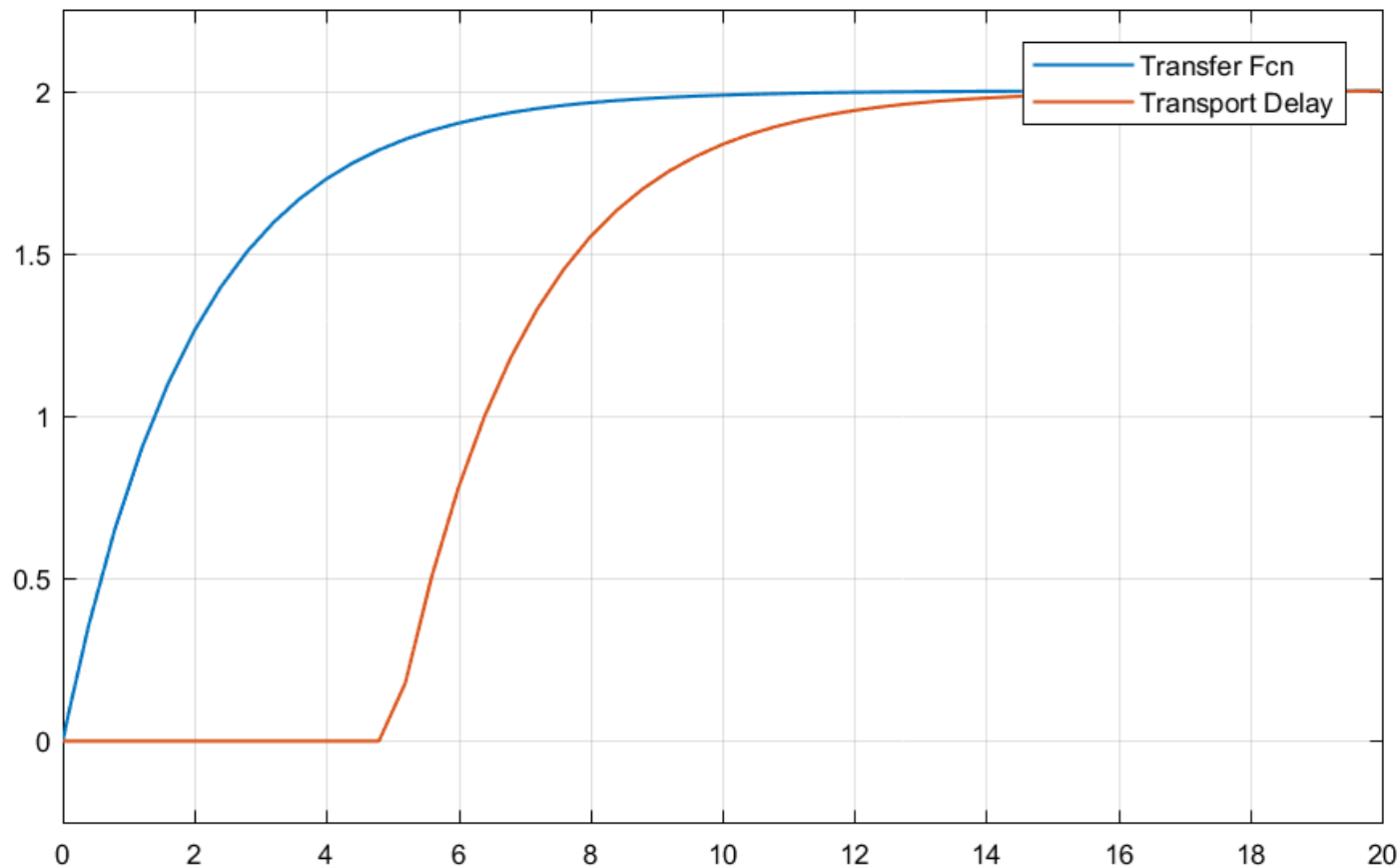
3.4 实验建模

一阶自衡模型的Simulink模型框图 (ch2_1)



3.4 实验建模

一阶自衡模型的Simulink模型仿真结果



3.4 实验建模

3. 一阶无自衡模型

由 Fig.2-22 可得：

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta u}{T_a}, \quad T_a = \frac{\Delta u}{\operatorname{tg} \alpha}$$

当 $\Delta u = 1$ 时

$$T_a = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

其传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{1}{T_a s}$$

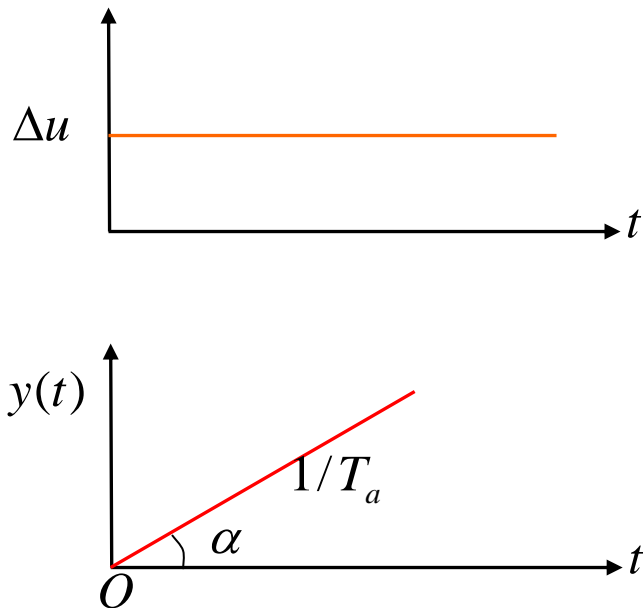


Fig.2-22

3.4 实验建模

4. 一阶纯滞后无自衡模型

由 Fig.2-23 可得：

$$\tau_0 = \overline{OA}$$

$$T_a = \frac{1}{\tan \alpha}$$

其传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{1}{T_a s} e^{-\tau_0 s}$$

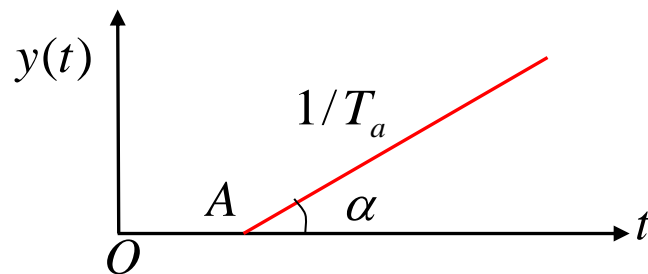
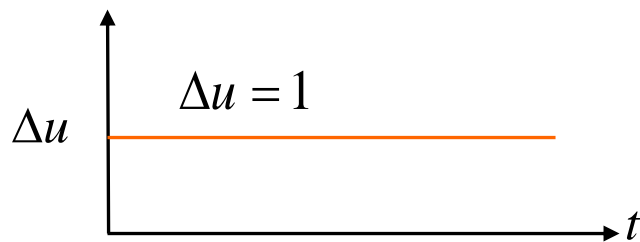
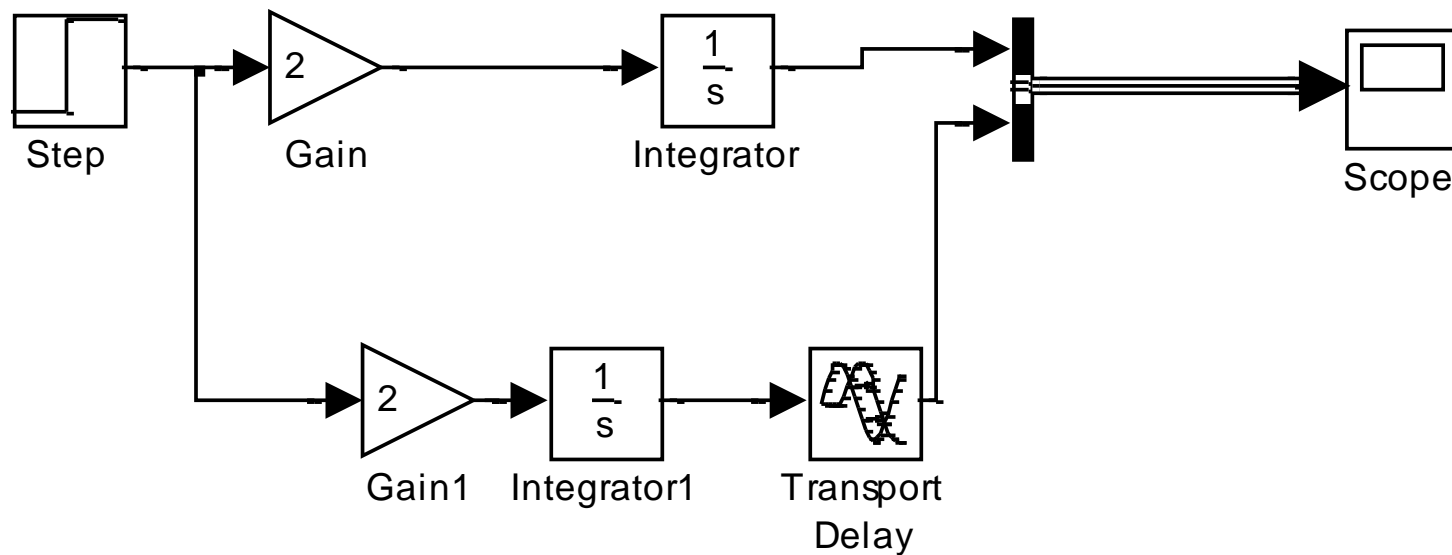


Fig.2-23

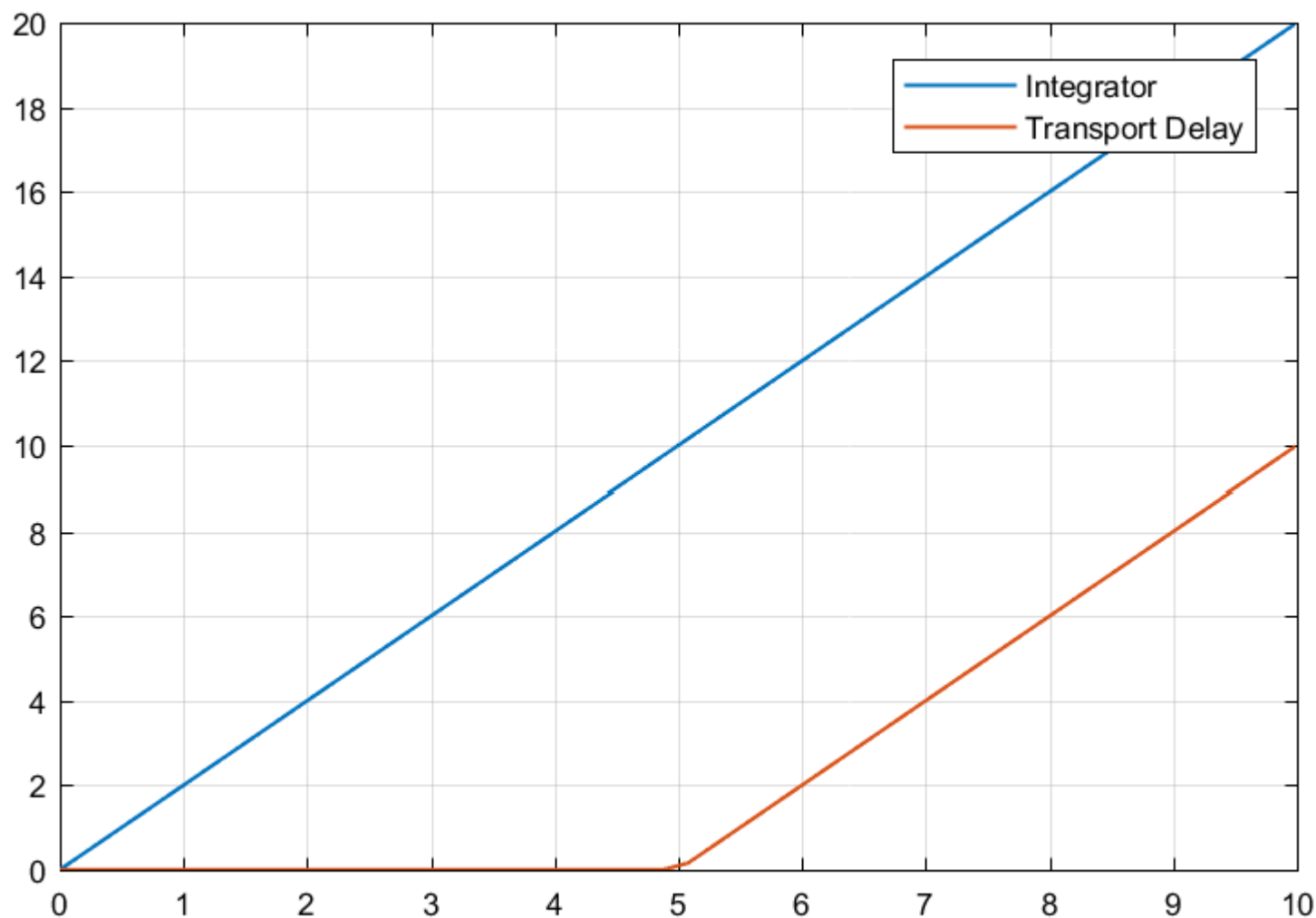
3.4 实验建模

一阶无自衡过程Simulink模型框图 (ch2_2)



3.4 实验建模

一阶无自衡过程Simulink仿真结果



3.4 实验建模

5. 二阶自衡模型

由 Fig.2-24 可得:

$$K_0 = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

$$T_0 = \overline{AC}$$

$$\tau_0 = \overline{OA}$$

其传递函数为:

$$W_0(S) = \frac{K_0}{(T_0 S + 1)} e^{-\tau_0 S}$$

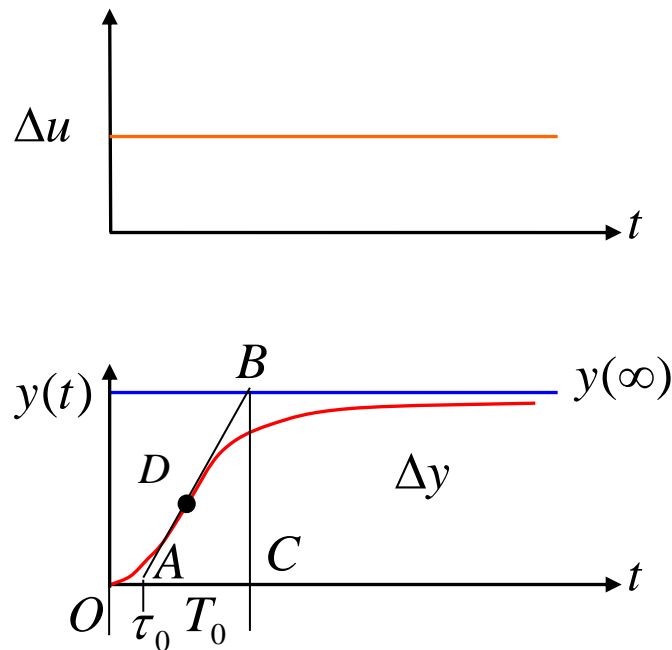


Fig.2-24

3.4 实验建模

Step Response

Consider a typical first order system,

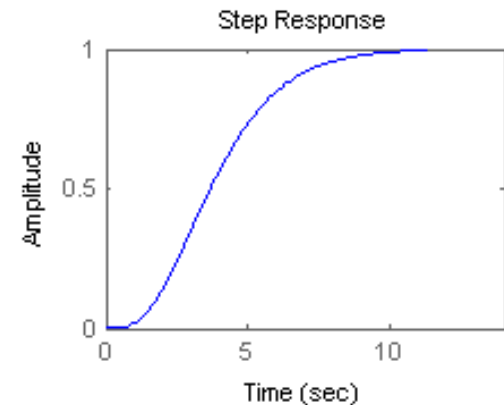
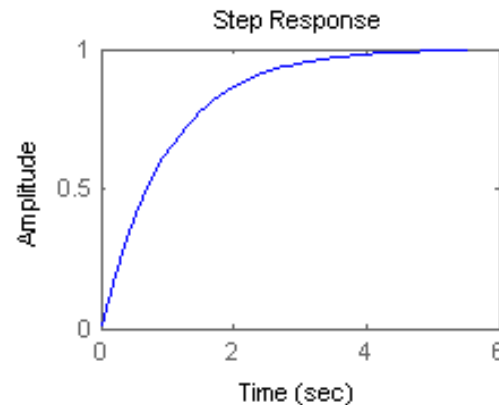
$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

and a fourth order system

$$G_2(s) = \frac{1}{(s+1)^4}$$

Their step responses are generated using the MATLAB Control System Toolbox as follows.

```
G = tf(1,[1 1]);  
subplot(221)  
step(G)  
G2 = tf(1, [1 4 6 4 1]);  
subplot(222)  
step(G2)
```



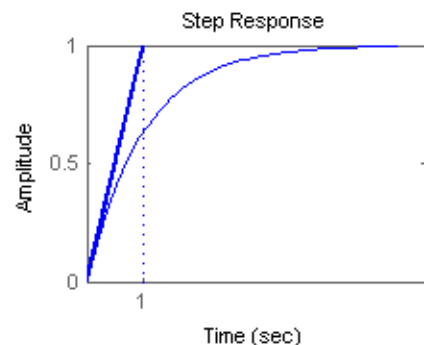
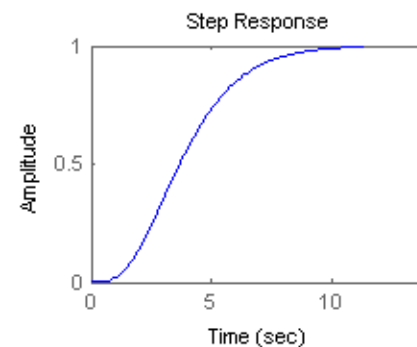
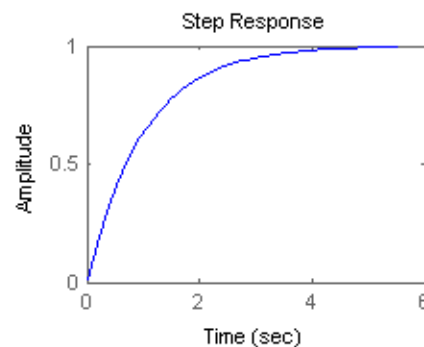
3.4 实验建模

Maximum Slope of Step Responses

The difference is that the response of the first order system has the maximum response slope at the $t=0$, whilst that of the 4th order system is at $t>0$. This difference is true for all high-order (>1) systems.

The maximum slope is the maximum response speed. For a first order system, if we assume the system can keep the maximum response speed all the time, then the system will take exact the time of the time constant to reach its steady-state. Therefore, the time constant can be identified by taking the maximum slope and measuring the time period between the points where the maximum slope line accrosses the initial and final response lines.

```
subplot(223)
step(G)
hold
plot([0 1],[0 1],'Linewidth',2)
plot([1 1],[0 1],':')
set(gca,'Xtick',1)
```

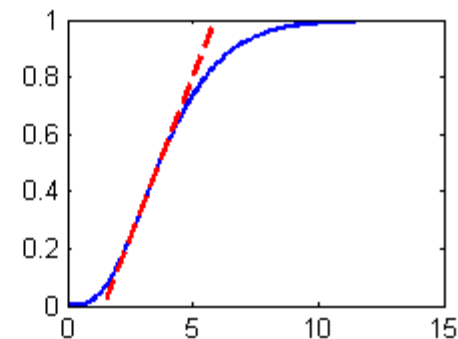
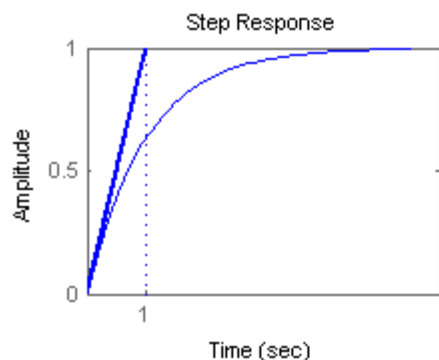
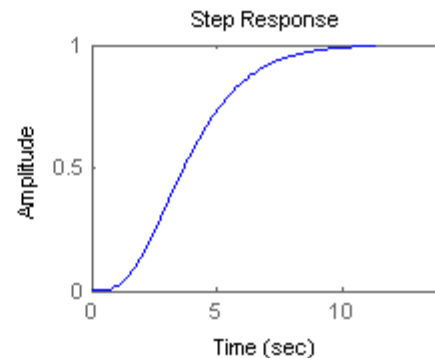
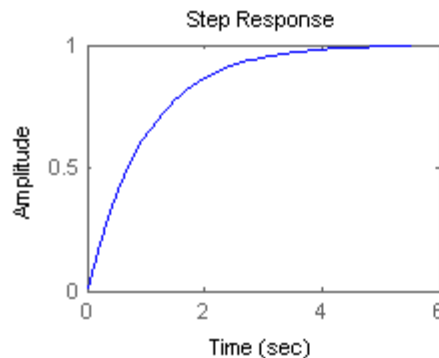


3.4 实验建模

Approximation of the 4th Order System using the Maximum Slope Line

To approximate the 4th order system, we wish to keep the maximum response speed being the same between the actual system and the approximated first-order plus time delay system. Therefore, this leads to the so called process reaction curve approach to identify the approximation.

```
[y,t]=step(G2);  
% The maximum response speed and  
the corresponding time point  
[dydt,idx]=max(diff(y)./diff(t));  
% The crossing point with the initial line  
t0=t(idx)-y(idx)/dydt;  
% The crossing point with the steady  
state line  
t1=t(idx)+(1-y(idx))/dydt;  
% plot the step response with the  
maximum slope  
subplot(224)  
plot(t,y,'-',[t0 t1],[0 1],'r--','Linewidth',2)
```

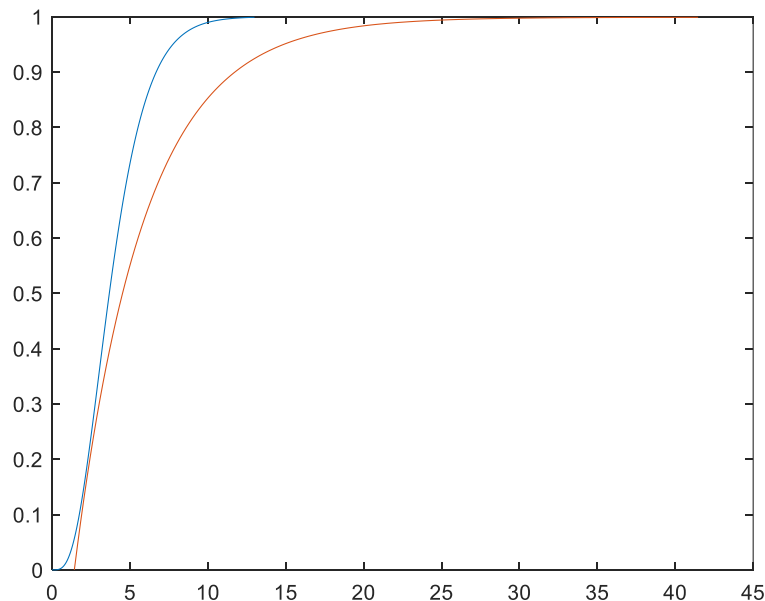


3.4 实验建模

Process Reaction Curve Approximation

The step response is termed as the Process Reaction Curve in process. However, manually to draw the maximum slope on a Process Reaction Curve is neither accurate nor convenient. The submission of Process Reaction Curve provides a tool to get the first-order plus time delay approximate model directly from the supplied step response data (Process Reaction Curve). Let us apply this function to the step response of the 4th order system, then compare how good of the approximation is.

```
G1 = tf(1, [1 4 6 4 1]);  
[y1,t1]=step(G1);  
gain=(y1(end)-y1(1))/1;  
dy=diff(y1);  
dt=diff(t1);  
[mdy,I]=max(abs(dy)./dt);  
time_constant=abs(y1(end)-y1(1))/mdy;  
time_delay=t1(I)-abs(y1(I)-y1(1))/mdy;  
G2 = tf(gain, [time_constant 1]);  
[y2,t2]=step(G2);  
t2 = t2 + time_delay;  
plot(t1,y1,t2,y2);
```



3.4 实验建模

6. 二阶无自衡模型

由 Fig.2-25 可得：

$$\tau_0 = \overline{OA}$$

$$T_a = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

其传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{1}{T_a S} e^{-\tau_0 S}$$

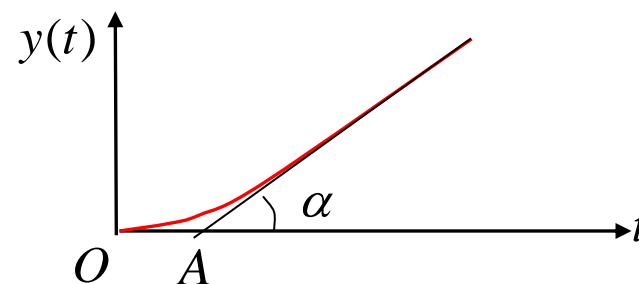
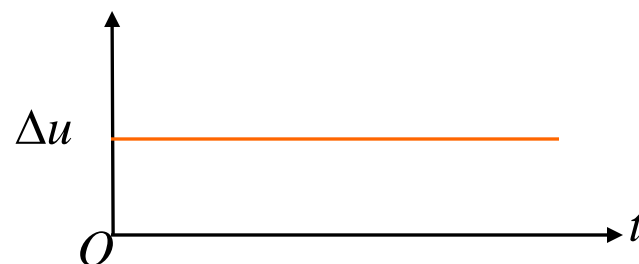


Fig.2-25

3.4 实验建模

三、计算法

1. 计算 T_0 、 τ

对于 $W_0(S) = \frac{K_0}{T_0 S + 1} e^{-\tau_0 S}$

其时间响应为 $y(t)$ ，

则相对函数为 $y_0(t) = y(t) / y(\infty)$

$$\text{即 } y_0(t) = \begin{cases} 0 & t < \tau \\ 1 - e^{-\frac{t-\tau}{T_0}} & t \geq \tau \end{cases}$$

其响应曲线如图所示，

标明纵坐标，找出对应的 t_1 、 t_2 、 t_3 、 t_4 。

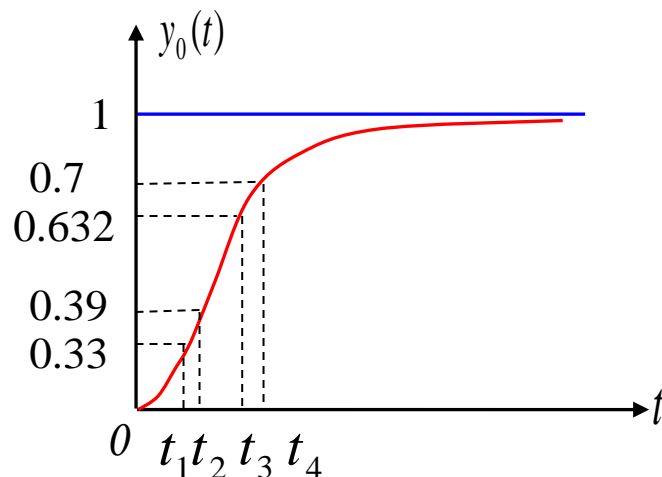


Fig.2-26

3.4 实验建模

选取 t_1, t_2 , 且 $t_2 > t_1 > \tau$ 有:

$$y_0(t_1) = 1 - e^{-\frac{t_1 - \tau}{T_0}}$$

$$y_0(t_2) = 1 - e^{-\frac{t_2 - \tau}{T_0}}$$

两边取对数得: $-\frac{t_1 - \tau}{T_0} = \ln[1 - y_0(t_1)]$

$$-\frac{t_2 - \tau}{T_0} = \ln[1 - y_0(t_2)]$$

可有:

$$T_0 = \frac{t_2 - t_1}{\ln[1 - y_0(t_1)] - \ln[1 - y_0(t_2)]}$$

$$\tau = \frac{t_2 \ln[1 - y_0(t_1)] - t_1 \ln[1 - y_0(t_2)]}{\ln[1 - y_0(t_1)] - \ln[1 - y_0(t_2)]}$$

即可求得 T_0, τ

3.4 实验建模

为计算方便代图中特殊点，得两组等式：

$$\begin{cases} T_1 = 2(t_3 - t_2) \\ \tau_1 = 2t_2 - t_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 = \frac{t_4 - t_1}{0.8} \\ \tau_2 = \frac{3t_1 - t_4}{2} \end{cases}$$

如果上述两数值很接近，则可去平均值来近似：

$$T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad \tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$

如果上述两数值相差很远，则不能用这种方法，应选用二阶滞后特性来近似。

3.4 实验建模

2. 计算 T_1 、 T_2

传递函数为：

$$W_0(S) = \frac{K_0}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}$$

阶跃响应曲线如图所示。

取 $0.4y(\infty) \rightarrow t_1$, $0.8y(\infty) \rightarrow t_2$

则 T_1 、 T_2 由下式求得：

$$\left. \begin{aligned} T_1 + T_2 &= \frac{t_1 + t_2}{2.16} \\ \frac{T_1 T_2}{(T_1 + T_2)} &\approx 1.74 \frac{t_1}{t_2} - 0.55 \end{aligned} \right\} 0.32 < \frac{t_1}{t_2} < 0.46$$

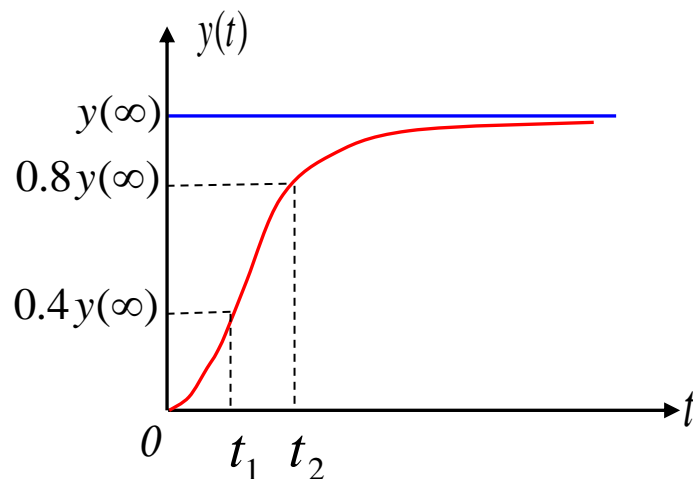


Fig.2-27

3.4 实验建模

说明:

1) 当 $\frac{t_1}{t_2} \leq 0.32$ 时, 为一阶模型, $T_0 = \frac{t_1 + t_2}{2.12}$

2) 当 $\frac{t_1}{t_2} = 0.46$ 时, $W_0 = \frac{K_0}{(T_0 S + 1)^2}$ $T_0 = T_1 = T_2 = \frac{t_1 + t_2}{2 \times 2.18}$

3) 当 $\frac{t_1}{t_2} > 0.46$ 时, 用高阶模型近似。

4) $K_0 = \frac{\Delta y}{\Delta u}$

3.4 实验建模

四. 半对数坐标作图法

1. 一阶自衡对象

设一阶自衡对象为：

$$W_0(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{K}{TS + 1}$$

在阶跃 u_0 作用下

$$y(t) = Ku_0(1 - e^{-t/T}) = y(\infty)(1 - e^{-t/T})$$

$$y(\infty) - y(t) = Ku_0 e^{-t/T}$$

$$\ln[y(\infty) - y(t)] = \ln Ku_0 - \frac{t}{T}$$

以上式左边为纵坐标, t 为横坐标作图得半对数坐标图。

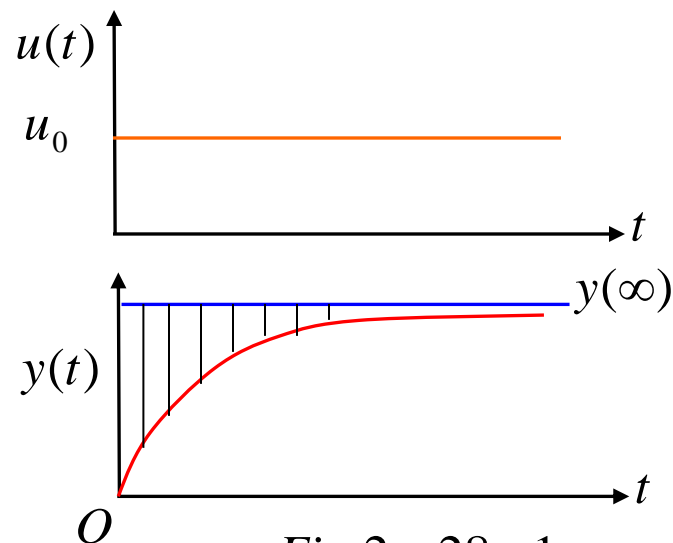


Fig.2-28-1

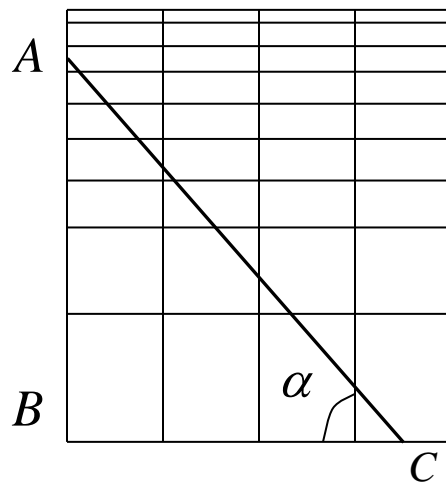


Fig.2-28-2

3.4 实验建模

由半对数坐标图得：

$$T = \frac{C}{\ln A - \ln B}$$

$$\because \ln y = 2.303 \lg y$$

$$\therefore T = \frac{C}{2.303(\lg A - \lg B)}$$

2. 二阶自衡对象

$$W_0(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{K}{(T_1 S + 1)(T_2 S + 1)}$$

其阶跃响应为：

$$y(t) = Ku_0 + Ae^{-\frac{t}{T_1}} + Be^{-\frac{t}{T_2}}$$

3.4 实验建模

设 $T_1 > (2 \sim 3)T_2$, 当 t 较大时, $e^{-\frac{t}{T_2}}$ 可以忽略。

$$y(t) = Ku_0 + Ae^{-\frac{t}{T_1}}$$

$$y(\infty) - y(t) = -Ae^{-\frac{t}{T_1}}$$

用一阶模型来近似

当 t 较小时, $e^{-\frac{t}{T_2}}$ 不能忽略。

$$y(\infty) - y(t) = -Ae^{-\frac{t}{T_1}} - Be^{-\frac{t}{T_2}}$$

$$-Ae^{-\frac{t}{T_1}} - [y(\infty) - y(t)] = Be^{-\frac{t}{T_2}}$$

$$\ln \left[\underbrace{-Ae^{-\frac{t}{T_1}}}_{\text{直线2}} - \underbrace{[y(\infty) - y(t)]}_{\text{曲线1}} \right] = \ln B - \frac{t}{T_2}$$

直线2

曲线1

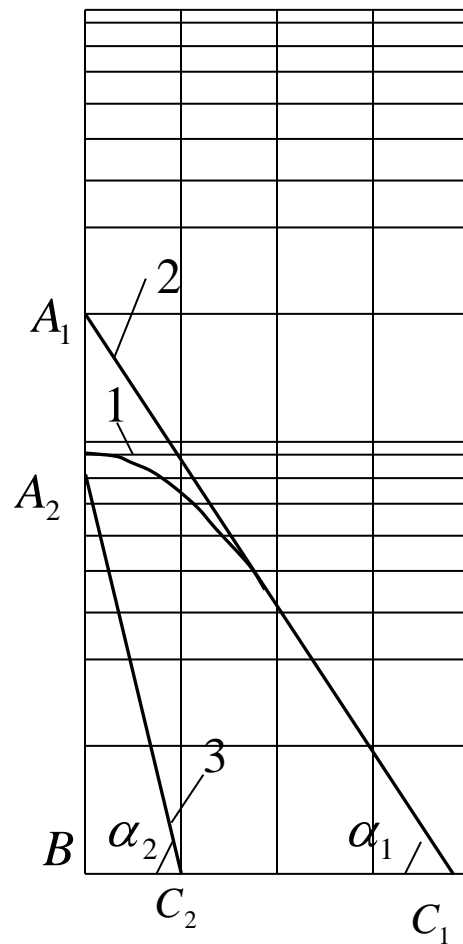


Fig.2-29

3.4 实验建模

步骤:

- 1) 在半对数坐标图上画出响应曲线1;
- 2) 按一阶方法求直线2;
- 3) 直线2的真值去曲线1的真值;
- 4) 参数计算

$$K_0 = \frac{\Delta y}{\Delta u}$$

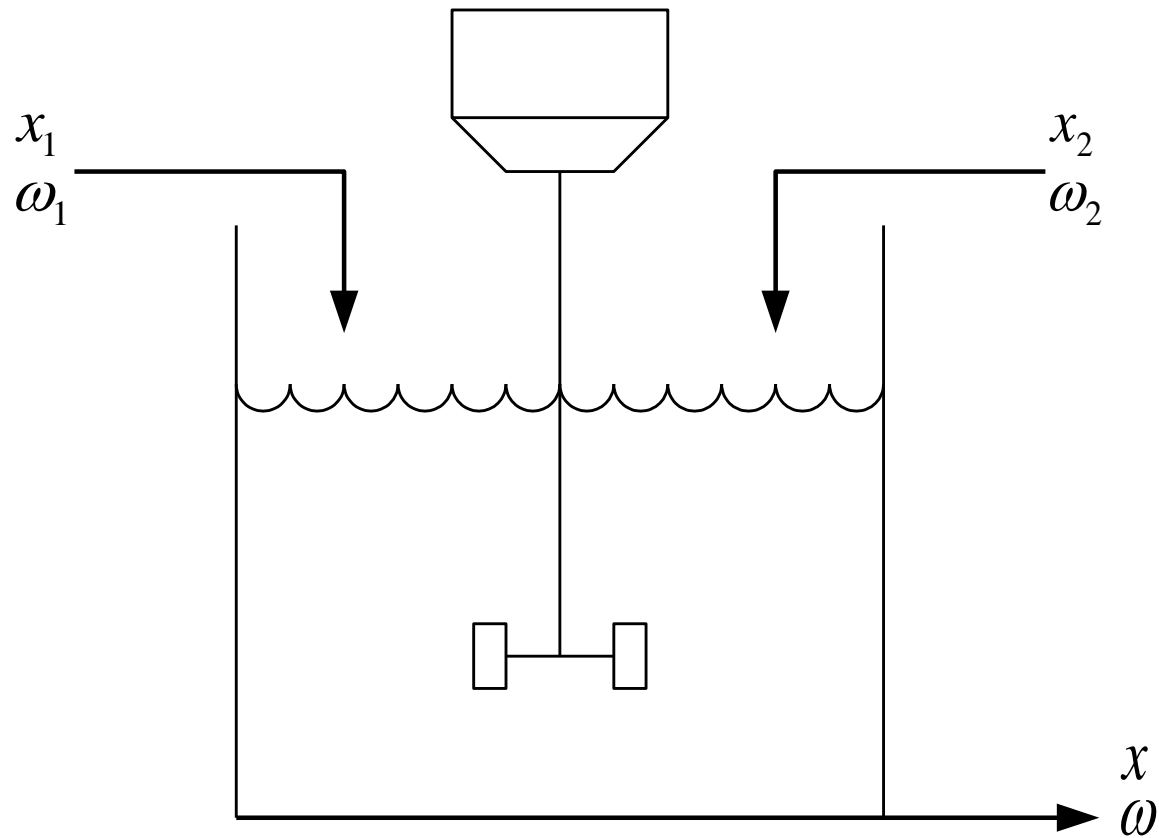
$$T_1 = \frac{C_2}{2.303(\lg A_1 - \lg B)}$$

$$T_2 = \frac{C_2}{2.303(\lg A_2 - \lg B)}$$

真值	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
lg	0	0.301	0.477	0.602	0.699	0.788	0.845	0.903	0.954	1
ln	0	0.693	1.099	1.386	1.609	1.792	1.946	2.079	2.197	2.303

3.4 实验建模

搅拌混合过程(复杂对象Simulink建模)



3.4 实验建模

建模

$$\rho \frac{dV}{dt} = w_1 + w_2 - w$$

$$\rho \frac{d(Vx)}{dt} = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

$$\rho \frac{d(Vx)}{dt} = \rho V \frac{dx}{dt} + \rho x \frac{dV}{dt}$$

$$\rho V \frac{dx}{dt} + \rho x \frac{dV}{dt} = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

$$\rho V \frac{dx}{dt} + x(w_1 + w_2 - w) = w_1 x_1 + w_2 x_2 - wx$$

3.4 实验建模

最终模型

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho}(w_1 + w_2 - w)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho}(x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho}(x_2 - x)$$

令 $w = kV$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho}(w_1 + w_2 - kV)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho}(x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho}(x_2 - x)$$

总变量 6 个， 输入 4 个， 输出 2 个

3.4 实验建模

Matlab仿真实现 (dTmix)

输入

W1 u(1)

X1 u(2)

W2 u(3)

X2 u(4)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\rho} (w_1 + w_2 - kV)$$

输出

V x(1)

X x(2)

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w_1}{V\rho} (x_1 - x) + \frac{w_2}{V\rho} (x_2 - x)$$

3.4 实验建模

Matlab仿真实现 (dTmix)

输入

W1 u(1)

X1 u(2)

W2 u(3)

X2 u(4)

输出

V x(1)

X x(2)

```
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes(n)
```

```
46
```

```
47
```

```
48
```

```
49
```

```
50
```

```
51
```

```
52
```

```
53
```

```
54
```

```
55
```

```
56
```

```
57
```

```
58
```

```
59
```

```
- sizes = simsizes;
```

```
- sizes.NumContStates = 2;
```

```
- sizes.NumDiscStates = 0;
```

```
- sizes.NumOutputs = 2;
```

```
- sizes.NumInputs = 4;
```

```
- sizes.DirFeedthrough = 1;
```

```
- sizes.NumSampleTimes = 1;
```

```
- sys = simsizes(sizes);
```

```
- x0 = [0.5 0.5];
```

```
- str = [];
```

```
- ts = [0 0];
```

```
68 function sys=mdlDerivatives(t,x,u,ruo,k)
```

```
69 - sys(1) = (u(1)+u(3)-k*x(1))/ruo;
```

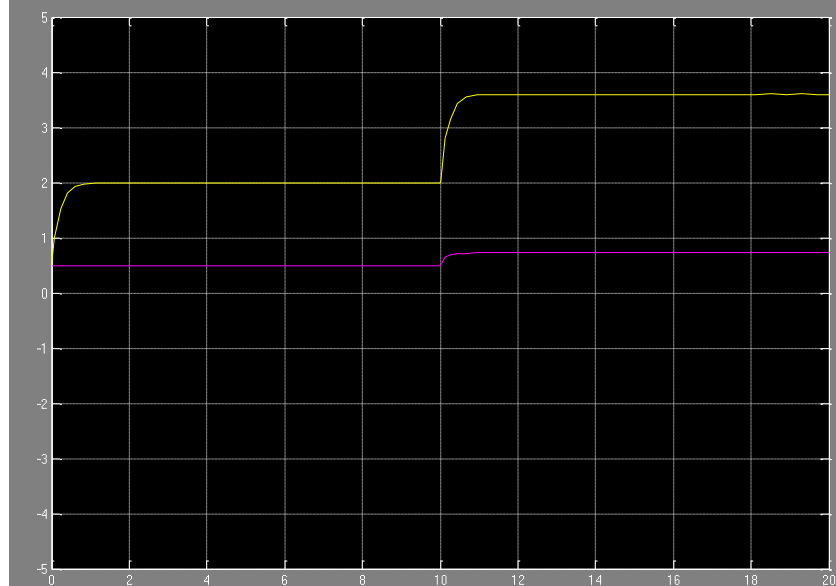
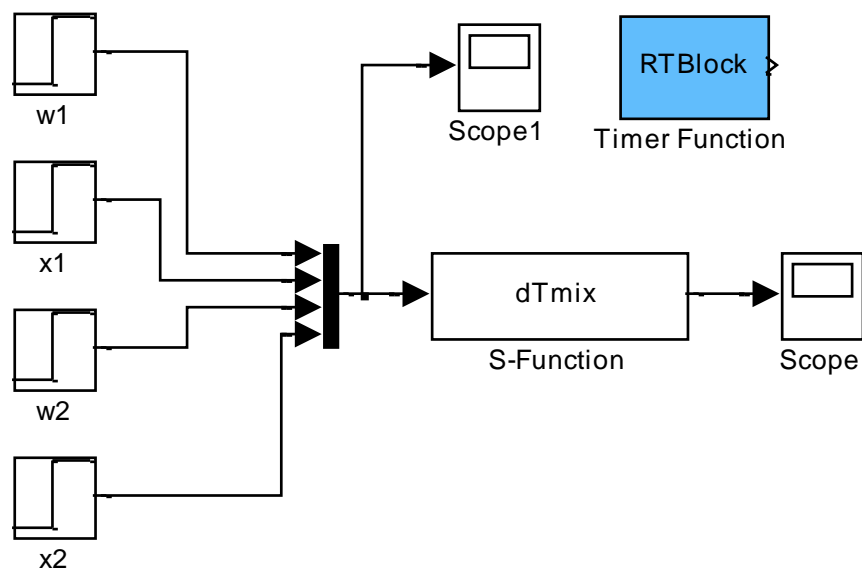
```
70 - sys(2) = (u(2)-x(2))*u(1)/(x(1)*ruo)+(u(4)-x(2))*u(3)/(x(1)*ruo);
```

```
80 function sys=mdlOutputs(t,x,u)
```

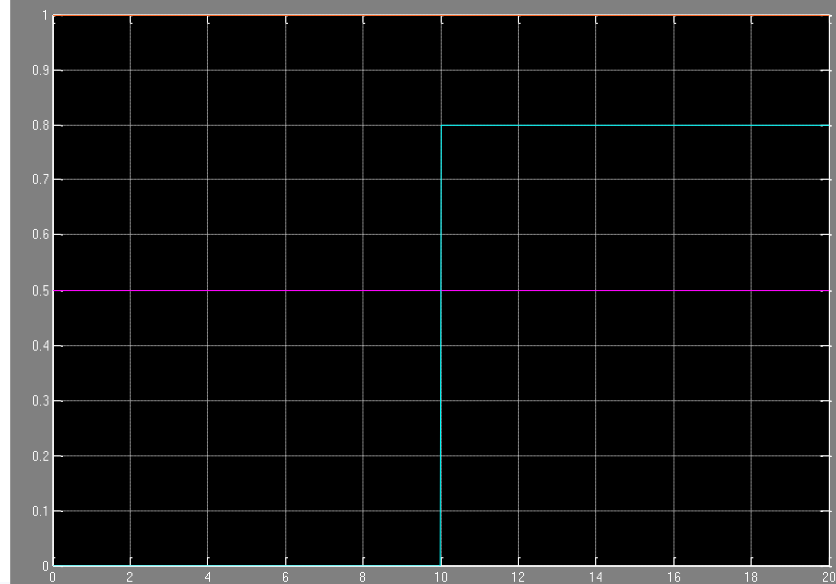
```
81 - sys = x;
```

3.4 实验建模

Matlab仿真实现 (mix)



Time offset: 0



Time offset: 0

第二章 习题

习题

1. 什么是过程的自平衡能力和无自平衡能力？什么是单容过程和多容过程？

2. Fig. 2-37液位过程的输入量为 Q_1 流出量为 Q_2 , Q_3 , 液位为被控参数, C 为容量系数, 并设 R_1 、 R_2 、 R_3 为线性液阻。要求：

- 1) 列写过程的微分方程组；
- 2) 画出过程的方框图；
- 3) 求过程的传递函数

$$W_0(S) = H(S) / Q_1(S)$$

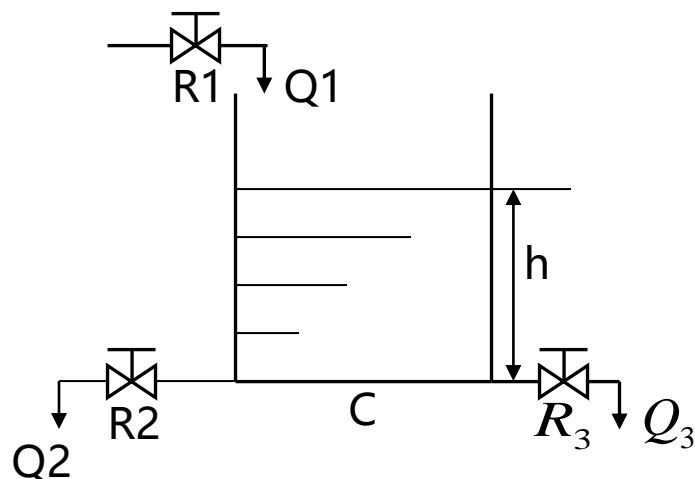


Fig.2-37

第二章 习题

3. 输入为 Q_i ，输出为 Q_o 。
- 1) 列写过程的微分方程组；
 - 2) 画出过程的方框图；
 - 3) 求过程的传递函数

