

# W02

Fekete Máté

2020 Április

## Tartalom jegyzék

<b>1</b>	<b>Többváltozós lineáris regresszió</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Gradient Descent több változóval</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Normalizáció</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Polinomiális regresszió</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Normál egyenlet</b>	<b>4</b>
5.1	Gradiens módszer vs normál egyenlet . . . . .	4

## 1 Többváltozós lineáris regresszió

Jelölések:

$x_j^{(i)}$  - a  $j$  jellemző értéke az  $i$ -edik tanuló példában

$x^{(i)}$  - az  $i$ -edik tanuló példa bemenete (jellemzők összessége)

$m$  - a tanuló példák száma

$n$  - a jellemzők száma

A hipotézis függvény többváltozós formája a következő:

$$h_{\theta}(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2 + \theta_3 x_3 + \dots + \theta_n x_n$$

Pl.  $\theta_0$  egy ház alap ára,  $\theta_1$  az ár négyzetméterenként,  $\theta_2$  az ár emeletenként,  $x_1$  a ház mérete,  $x_2$  az emeletek száma.

Ha a  $\theta$  és  $x$  értékeket egy-egy vektorként tekintjük ( $x_0$ -t mindig 1-nek nézzük, így nem változtat a fenti képlet), akkor vektorizálva a képlet:

$$\theta^T x$$

## 2 Gradient Descent több változóval

A képletünk ugyan az, csak el kell végeznünk minden jellemzőre.

$$\theta_j := \theta_j - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (h_{\theta}(x^{(i)}) - y^{(i)}) x_j^{(i)}$$

Amit ugyan úgy ismétlünk, ameddig nem találunk lokális minimumot.

### 3 Normalizáció

Gyorsíthatunk a Gradiens módszer konvergenciáján azzal, ha a bemeneti értékeinket egy kisebb intervallumra csökkentjük, mivel nagy intervallumokon és egyenletlen eloszlással sokkal lassabban érjük csak el a minimumot.

Legjobb esetben a célunk valami ilyesmi elérése:

$$-1 \leq x_{(j)} \leq 1$$

Ez nem egy konkrét érték, a célunk csak az, hogy csökkentsük az intervallum méretét.

Általában a következő függvényt használjuk:

$$x_j := \frac{x_j - \mu_j}{s_j}$$

Ahol  $\mu_j$  a  $j$  jellemző összes értékének átlaga,  $s_j$  pedig az értékek intervallumának hossza (max-min).

### 4 Polinomiális regresszió

Az adatkörünkre sok esetben nem illeszkedik jól egy szimpla egyenes. Ilyen esetekben hozhatunk létre saját jellemzőket, amik a meglévők kombinációi.

Például ha a jelenlegi hipotézis függvényün a  $h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1$ , de egy négyzetes függvény görbéje jobban illeszkedne, vehetjük az  $x_1$  változónk négyzetét, ezzel a hipotézist a következő formára módosítva:

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_1^2$$

Ilyen esetben viszont fokozottan fontossá válik a normalizáció, hiszen ha az  $x_1$  intervalluma  $[1-1000]$ , a hozzáadott tagban már  $[1-1000000]$  lesz.

## 5 Normál egyenlet

Ugyan úgy a költség függvényt minimalizálja, viszont az iteratív megoldás helyett egyetlen lépésben.

$$\theta = (X^T X)^{-1} X^T y$$

**Nem** kell normalizációt használni.

### 5.1 Gradiens módszer vs normál egyenlet

Gradiens módszer:

- Választanunk kell egy  $\alpha$  értéket
- Iteratív
- $O(kn^2)$
- Jól működik sok jellemző esetén is

Normál egyenlet:

- Nincs  $\alpha$
- Invertálni kell  $X^T X$ -et, ami  $O(n^3)$  műveletigényű és lehet hogy nem is invertálható
- Lassú, ha túl sok jellemzőnk van

Ha  $X^T X$  nem invertálható általában a következők okozhatják:

- Redundáns jellemzők, lineárisan összefüggnek
- Túl sok jellemző, regularizálni kell