3주차(2/3)

미분

파이썬으로 배우는 기계학습

한동대학교
김영섭 교수

미분

- 학습 목표
  - 미분 계수를 이해한다.
  - 여러가지 미분법을 이해한다.
  - 미분을 통한 최대, 최소 구하는 법을 이해한다.

- 학습 내용
  - 미분계수
  - 여러 가지 함수의 미분법
  - 최대/최소

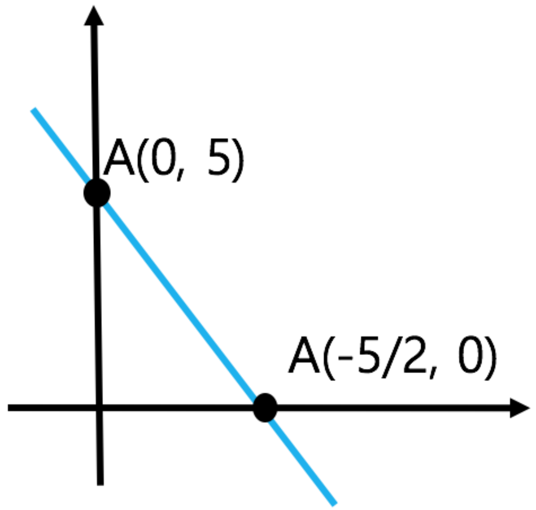
미분 계수

- 기울기 = 변화율

미분 계수

- 미분
  - 직선의 기울기

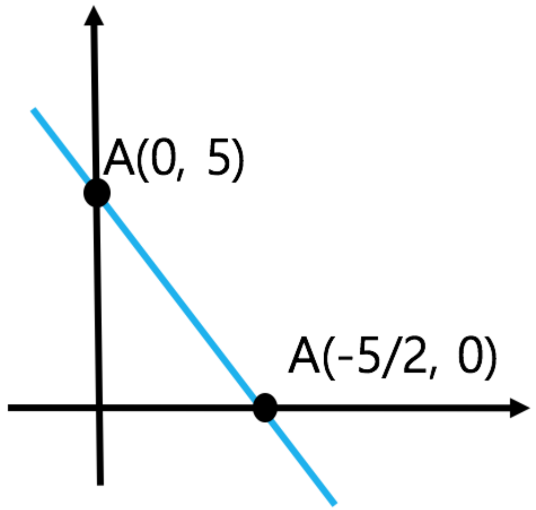
$$f(x) = \boxed{-2x} + 5$$



미분 계수

- 미분
  - 직선의 기울기

$$f(x) = -2x + 5$$



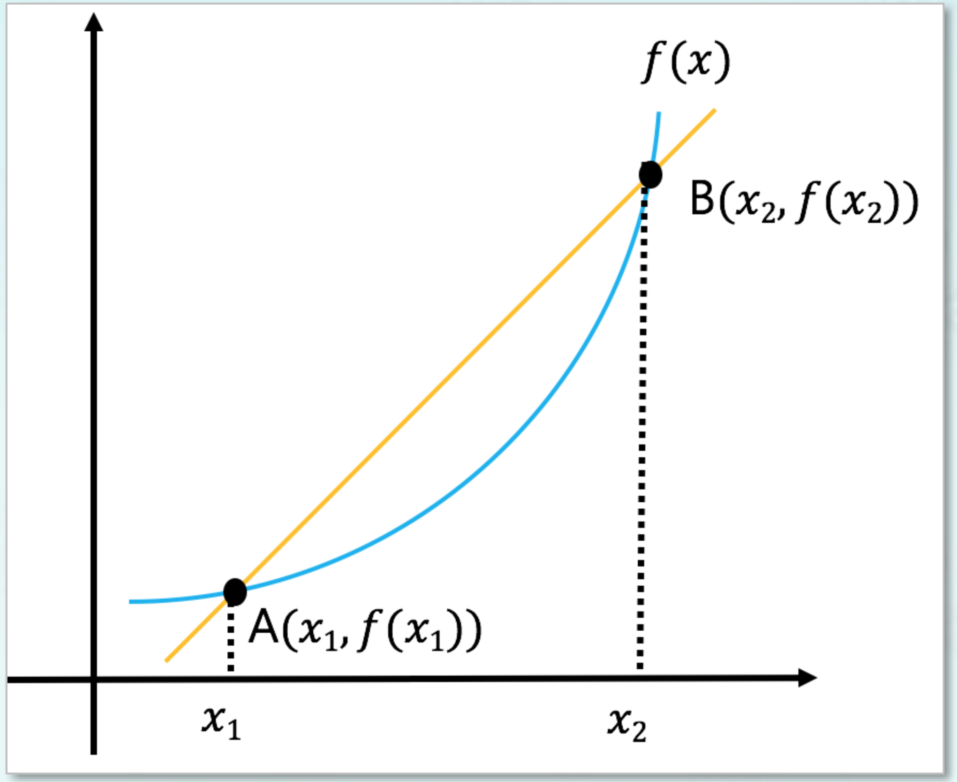
$$기울기(d) = \frac{5-0}{0-\frac{5}{2}} = -2$$

미분 계수

- 미분
  - 평균 변화율

미분 계수

- 미분
  - 평균 변화율



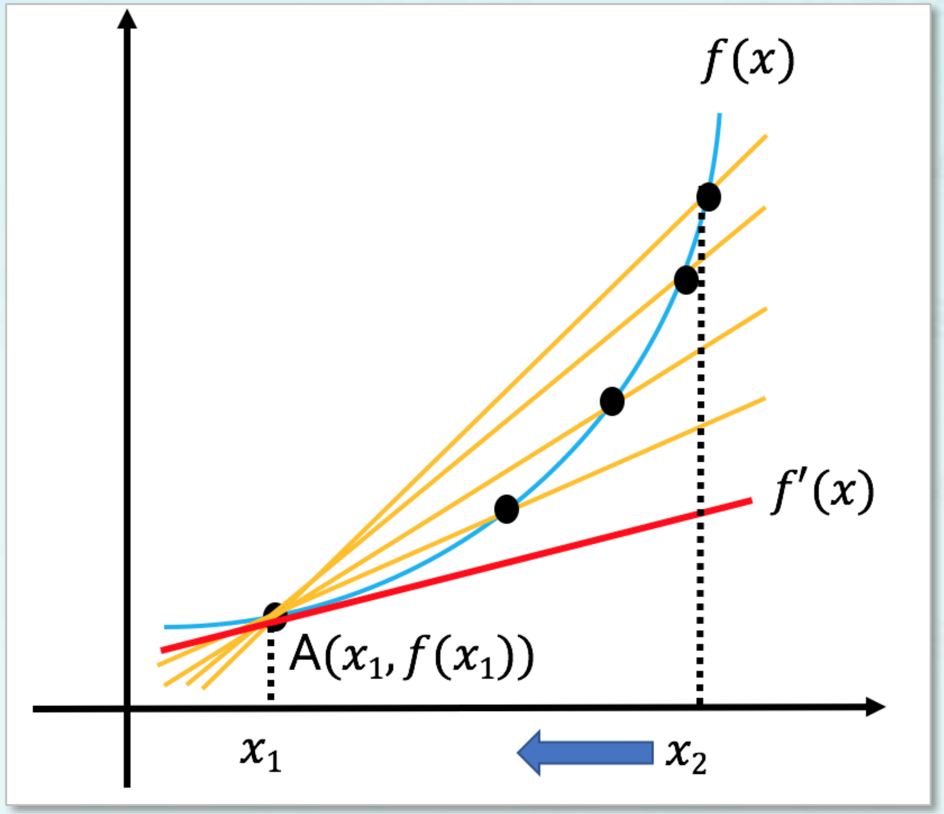
$$\text{평균 변화율} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

미분 계수

- 미분
  - 순간 변화율

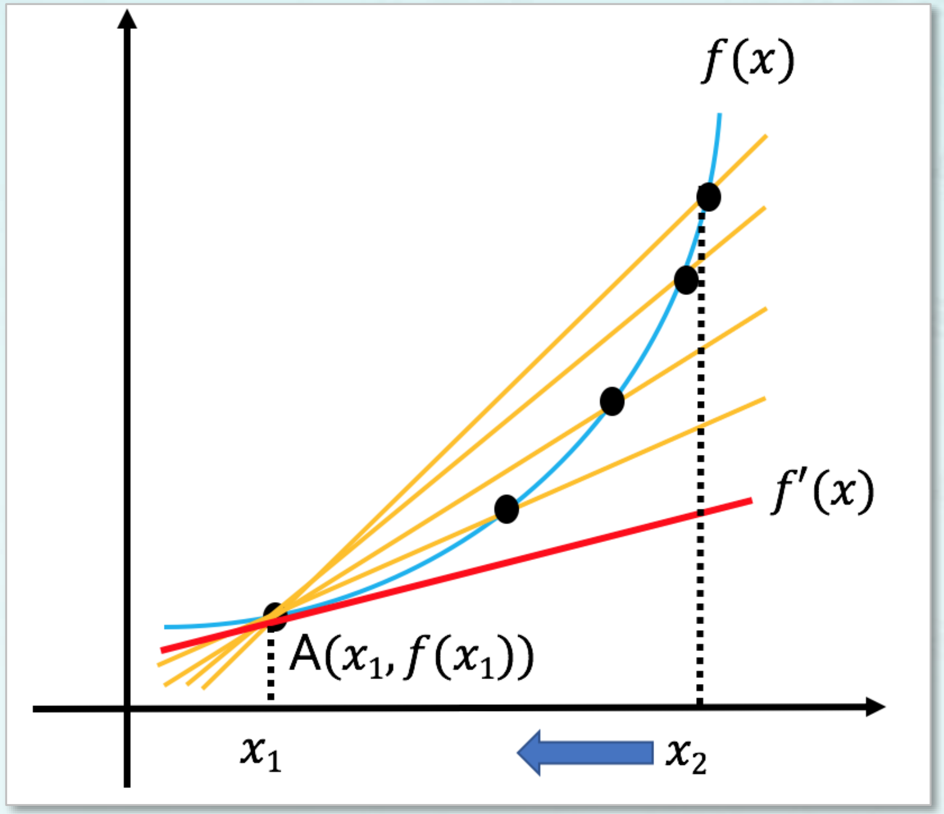
미분 계수

- 미분
  - 순간 변화율



미분 계수

- 미분
  - 순간 변화율

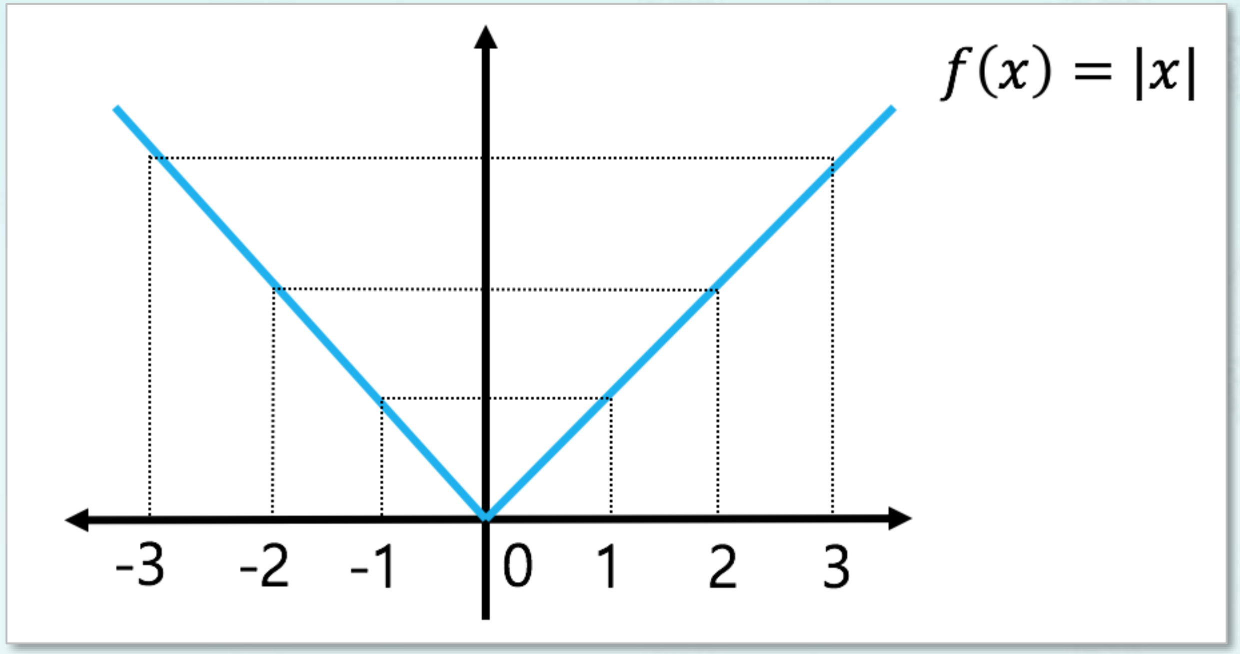


  - 미분 계수

$$\lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(x_1)$$

미분 계수

- 미분
  - 미분 가능성



$$\lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(x_1)$$

여러 가지 함수의 미분법

- 기본적인 미분법

여러 가지 함수의 미분법

- 기본적인 미분법
  - $f(x) = c$ 이면, $f'(x) = 0$
  - $f(x) = cg(x)$ 이면, $f'(x) = cg'(x)$
  - $f(x) = g(x) \pm t(x)$이면, $f'(x) = g'(x) \pm t'(x)$
  - $f(x) = g(x)t(x)$ 이면, $f'(x) = g'(x)t(x) + g(x)t'(x)$
  - $f(x) = \frac{t(x)}{g(x)}$ 이면, $f'(x) = \frac{t'(x)g(x) - t(x)g'(x)}{g^2(x)}$
  - $f(x) = x^n$ 이면, $f'(x) = nx^{n-1}$

여러 가지 함수의 미분법

- 기본적인 미분법
  - $f(x) = \frac{t(x)}{g(x)}$ 이면,

$$f'(x) = \frac{t'(x)g(x) - t(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- 예제
- $f(x) = \frac{1}{x}$ 일 때 , $f'(x) =?$

1. $t(x) = 1, \ \ g(x) = x$

여러 가지 함수의 미분법

- 기본적인 미분법
  - $f(x) = \frac{t(x)}{g(x)}$ 이면,

    $$f'(x) = \frac{t'(x)g(x) - t(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- 예제
- $f(x) = \frac{1}{x}$ 일 때 , $f'(x) =?$

1. $t(x) = 1, \quad g(x) = x$
2. $t'(x) = 0, \quad g'(x) = 1$

여러 가지 함수의 미분법

- 기본적인 미분법
  - $f(x) = \frac{t(x)}{g(x)}$ 이면,

    $$f'(x) = \frac{t'(x)g(x) - t(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- 예제
- $f(x) = \frac{1}{x}$ 일 때 , $f'(x) =?$

1. $t(x) = 1, \quad g(x) = x$
2. $t'(x) = 0, \quad g'(x) = 1$
3. $t'(x)g(x) - t(x)g'(x) = -1$

여러 가지 함수의 미분법

- 기본적인 미분법
  - $f(x) = \frac{t(x)}{g(x)}$ 이면,

    $$f'(x) = \frac{t'(x)g(x) \; - t(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

- 예제
- $f(x) = \frac{1}{x}$ 일 때 , $f'(x) = ?$

1. $t(x) = 1, \quad g(x) = x$
2. $t'(x) = 0, \; g'(x) = 1$
3. $t'(x)g(x) - t(x)g'(x) = -1$
4. $f'(x) = \frac{t'(x)g(x) - t(x)g'(x)}{g^2(x)} = \frac{-1}{x^2}$

여러 가지 함수의 미분법

- 삼각함수의 미분법
  - $f(x) = \sin x$ 이면, $f'(x) = \cos x$
  - $f(x) = \cos x$ 이면, $f'(x) = -\sin x$
  - $f(x) = \tan x$ 이면, $f'(x) = \left(\frac{1}{\cos(x)}\right)^2 = \sec^2 x$

여러 가지 함수의 미분법

- 지수함수의 미분법
  - $a > 0$, $a \neq 1$ 인 a^x
  - $f(x) = a^x$ 이면, $f'(x) = a^x \ln a$
  - $f(x) = e^x$이면, $f'(x) = e^x$

여러 가지 함수의 미분법

- 합성함수의 미분법
  - $t = f(x),\ \ u = g(x)$일때, $f(x),\ \ g(x)$가 모두 미분 가능하다면
  - $f\left(g(x)\right)' = f'\left(g(x)\right) \times g'(x)$

여러 가지 함수의 미분법

- 합성함수의 미분법
  - $f\left(g(x)\right)' = f'\left(g(x)\right) \times g'(x)$

- 예제
- $f(g(x)) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, 일 때, $f\left(g(x)\right)' = ?$

여러 가지 함수의 미분법

- 합성함수의 미분법
  - $f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$

- 예제
- $f(g(x)) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, 일 때, $f(g(x))' = ?$

1. $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = 1 + e^{-x}$

여러 가지 함수의 미분법

- 합성함수의 미분법
  - $f\big(g(x)\big)' = f'\big(g(x)\big) \times g'(x)$

- 예제
- $f(g(x)) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, 일 때, $f\big(g(x)\big)' = ?$

1. $\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{x},}\quad g(x) = 1 + e^{-x}$
2. $\boldsymbol{f'(x) = \frac{-1}{x^2}}$

여러 가지 함수의 미분법

- 합성함수의 미분법
  - $f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$

- 예제
- $f(g(x)) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, 일 때, $f(g(x))' = ?$

1. $f(x) = \frac{1}{x}$, $\boldsymbol{g(x) = 1 + e^{-x}}$
2. $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$
3. $\boldsymbol{g'(x) = -e^{-x}}$

여러 가지 함수의 미분법

- 합성함수의 미분법
  - $f\left(g(x)\right)' = f'\left(g(x)\right) \times g'(x)$

- 예제
- $f(g(x)) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, 일 때, $f\left(g(x)\right)' = ?$

1. $f(x) = \frac{1}{x}$, $\boldsymbol{g(x) = 1 + e^{-x}}$
2. $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$
3. $\boldsymbol{g'(x) = -e^{-x}}$
4. $f'\left(g(x)\right) = \frac{1}{(1+e^{-x})^2}$

여러 가지 함수의 미분법

- 합성함수의 미분법
  - $f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$

- 예제
- $f(g(x)) = \frac{1}{1+e^{-x}}$, 일 때, $f(g(x))' = ?$

1. $f(x) = \frac{1}{x}, \quad g(x) = 1 + e^{-x}$
2. $f'(x) = \frac{-1}{x^2}$
3. $g'(x) = -\boldsymbol{e}^{-x}$
4. $f'(g(x)) = \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{e}^{-x})^{2}}$
5. $f(g(x))' = f'(g(x)) \times g'(x)$
   $= \frac{1}{(1+e^{-x})^2} e^{-x}$

여러 가지 함수의 미분법

- 함수가 여러개의 변수를 갖는다면?
  - $f(x) \rightarrow f(x, y)$
- 부분적으로 미분!
  - 미분하고 싶은 변수만 미분하고 나머지는 상수 취급
- **Ex.** $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$
  - x에 대해 편미분
  - y에 대해 편미분

여러 가지 함수의 미분법

- 함수가 여러개의 변수를 갖는다면**?**
  - $f(x) \rightarrow f(x,y)$
- 부분적으로 미분**!**
  - 미분하고 싶은 변수만 미분하고 나머지는 상수 취급
- **Ex.** $f(x,y) = x^2 + xy + y^2$
  - x에 대해 편미분 $f_x(x,y) = 2x + y$
  - y에 대해 편미분

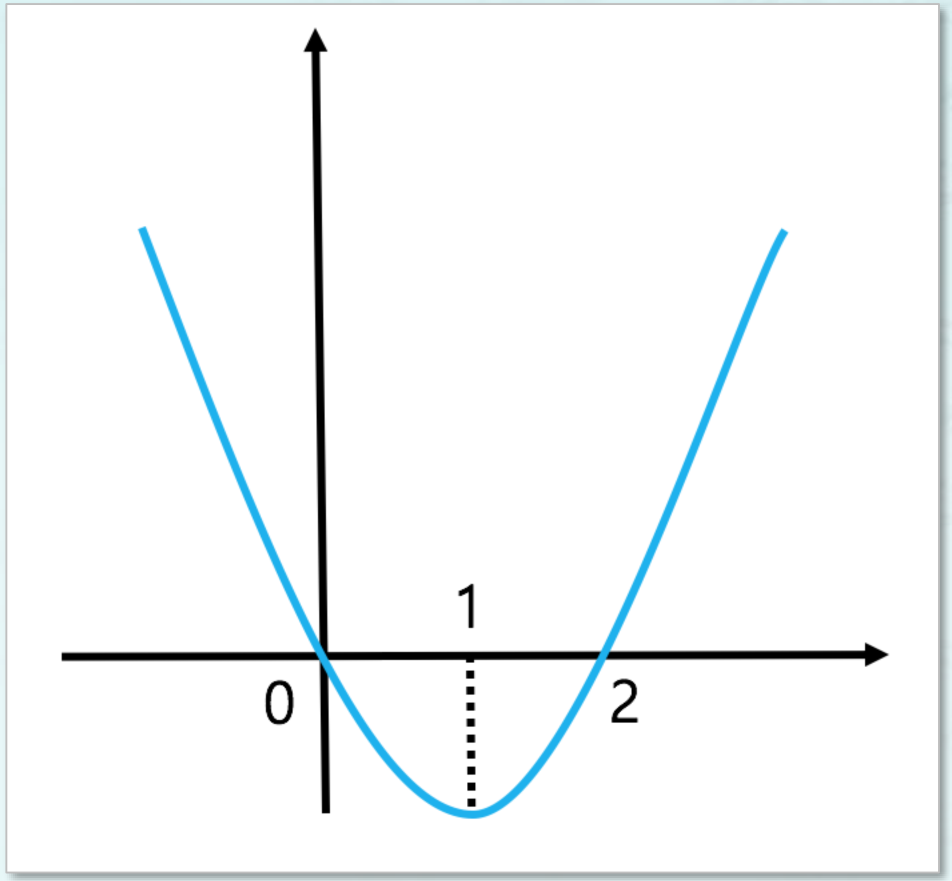
여러 가지 함수의 미분법

- 함수가 여러개의 변수를 갖는다면?
  - $f(x) \rightarrow f(x, y)$
- 부분적으로 미분!
  - 미분하고 싶은 변수만 미분하고 나머지는 상수 취급
- **Ex.** $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$
  - x에 대해 편미분 $f_x(x, y) = 2x + y$
  - y에 대해 편미분 $f_y(x, y) = 2y + x$

미분을 이용한 최대/최소

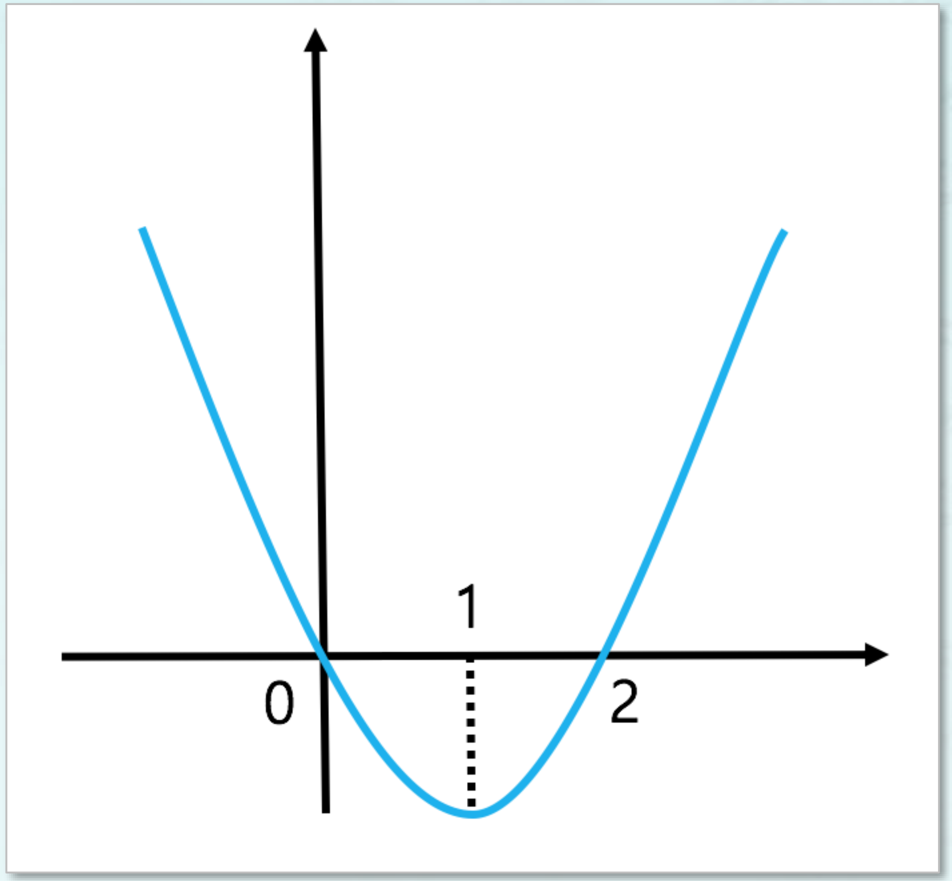
미분을 이용한 최대/최소

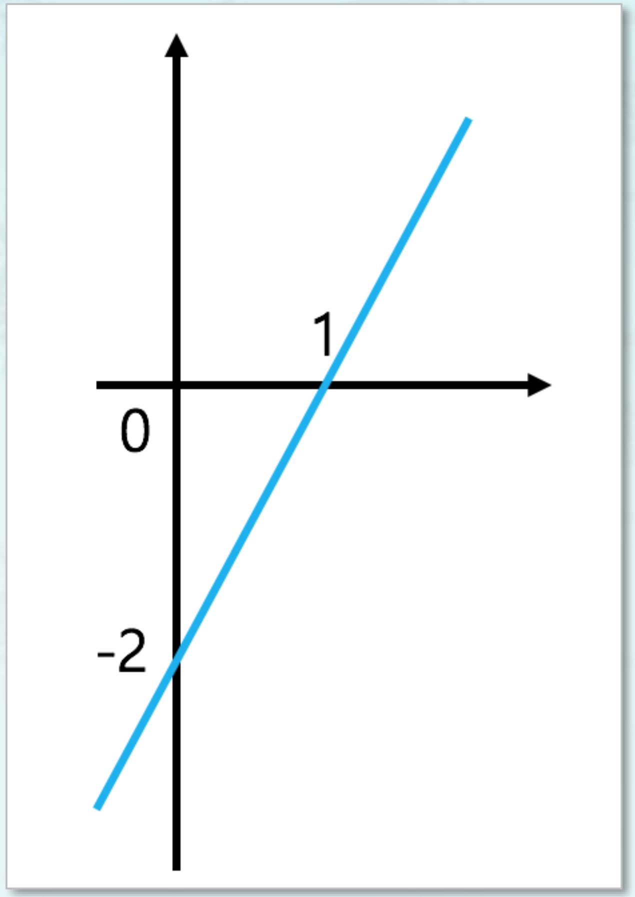
- 이차함수
  - $f(x) = x^2 - 2x$



미분을 이용한 최대/최소

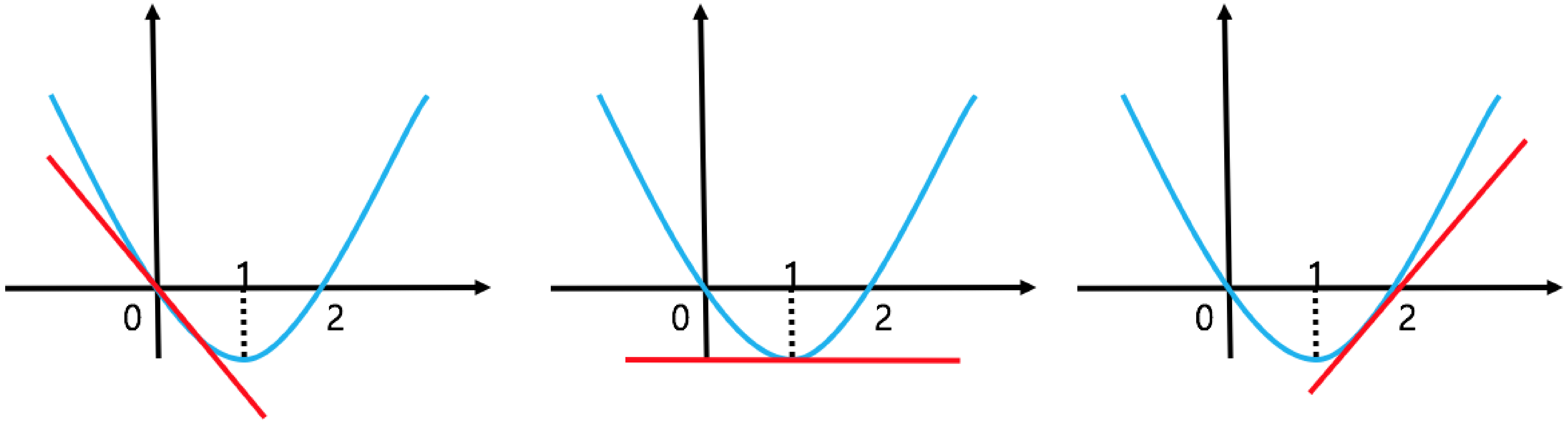
- 이차함수
  - $f(x) = x^2 - 2x$
  - $f'(x) = 2x - 2$





미분을 이용한 최대/최소

- $f'(x)$ 부호의 의미



$f'(x_1) < 0$ $f'(x_2) = 0$ $f'(x_3) > 0$

미분

- 학습 목표
  - 미분계수를 이해한다.
  - 여러가지 미분법을 이해한다.
  - 미분을 통한 최대, 최소 구하는 법을 이해한다.

- 학습 내용
  - 미분계수
  - 여러 가지 함수의 미분법
  - 최대/최소
- 차시 예고
  - **3-3** 활성화 함수

3주차(2/3)

미분

파이썬으로 배우는 기계학습

한동대학교
김영섭 교수

여러분 곁에 항상 열려 있는 K-MOOC 강의실에서 만나 뵙기를 바랍니다.

미분에 나오는 수학적 기호들

- 수학적 기호
  - Δ ($Delta$, 델타)

$$\lim_{x_2 \to x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(x_1) \Rightarrow \lim_{\Delta h \to 0} \frac{f(x + \Delta h) - f(x)}{\Delta h} = f'(x)$$

미분에 나오는 수학적 기호들

- 수학적 기호
  - d (d, 디)

$$f(x) = g(x) \pm t(x)\text{이면}, f'(x) = g'(x) \pm t'(x)$$

$$\Downarrow$$

$$f(x) = g(x) \pm t(x)\text{이면}, \frac{d}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}g(x) \pm \frac{d}{dx}t(x)$$

미분에 나오는 수학적 기호들

- 수학적 기호
  - ∂ $(round\ d,$ 라운드 디)

$$f(x) = g(x) \pm t(x)\text{이면}, f'(x) = g'(x) \pm t'(x)$$

$$f(x,y) = g(x,y) \pm t(x,y)\text{이면}, \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) = \frac{\partial}{\partial x} g(x,y) \pm \frac{\partial}{\partial x} t(x,y)$$