9주차(1/3)

# 아달라인 경사하강법 구현

파이썬으로배우는기계학습

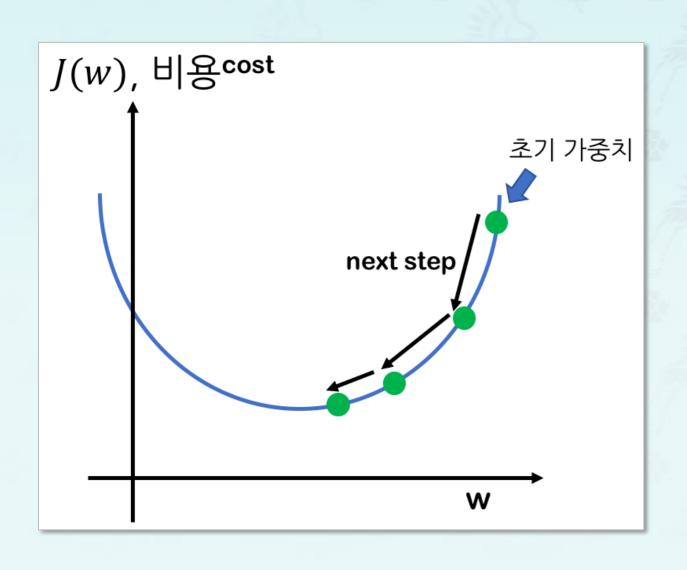
한동대학교 김영섭교수

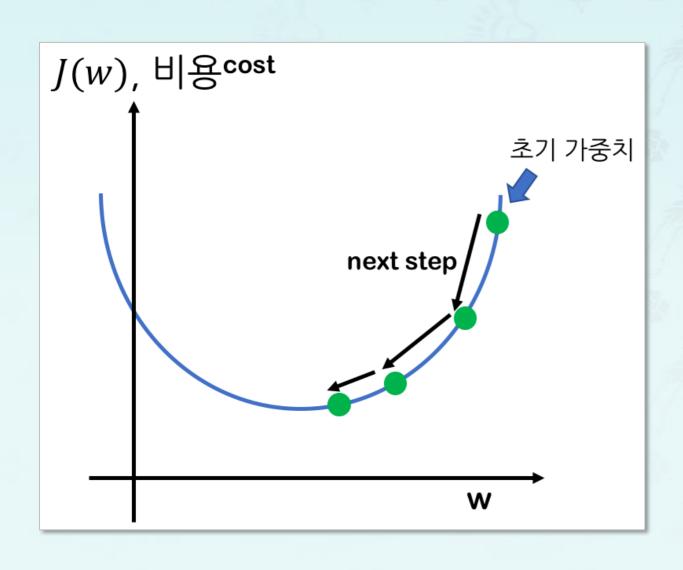
### 아달라인 경사하강법 구현

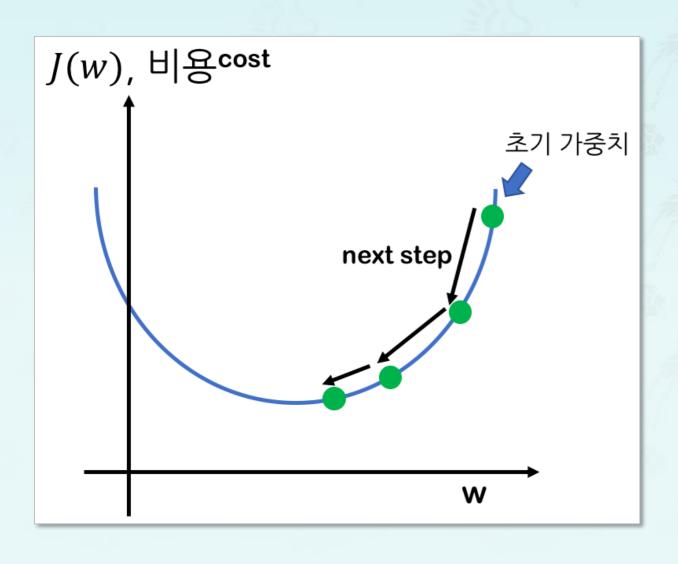
- 학습 목표
  - 아달라인 알고리즘이 무엇인지 학습한다.
  - 비용함수를 통해 오차가 최소되는 방법을 학습한다.
  - 경사하강법을 통해 최저점을 찾는 방법을 학습한다.
- 학습 내용
  - 아달라인 알고리즘
  - 비용 함수
  - 경사하강법

- 비용 함수
  - 최소 제곱법을 이용한 비용 함수 *J*(w)

$$J(w) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} \left( y^{i} - \sum_{j=1}^{n} (w_{j} x_{j}^{i}) \right)^{2}$$

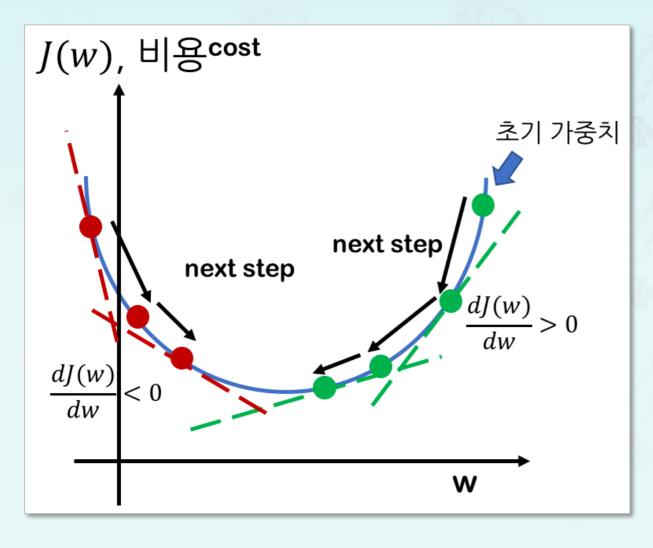






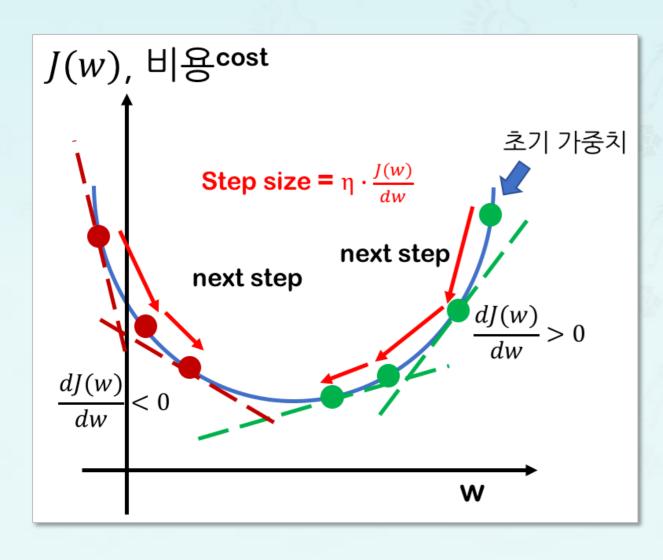


## 1. 경사하강법: 스텝의 방향과 크기



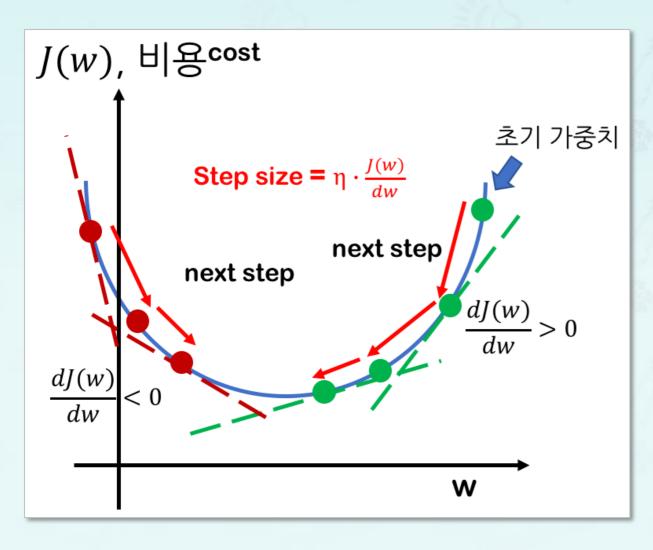
• Step 방향:  $-\frac{dJ(w)}{dw}$ 

### 1. 경사하강법: 스텝의 방향과 크기

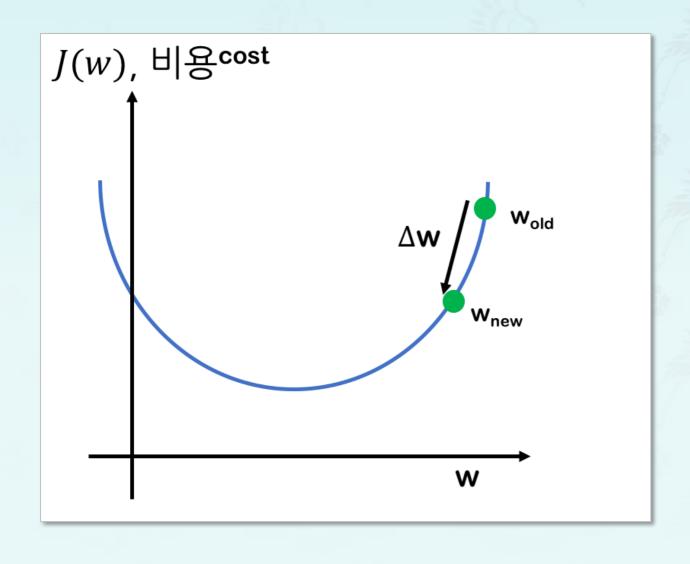


- Step 방향:  $-\frac{dJ(w)}{dw}$
- Step  $\exists 7|: -\eta \cdot \frac{dJ(w)}{dw} = \Delta w$

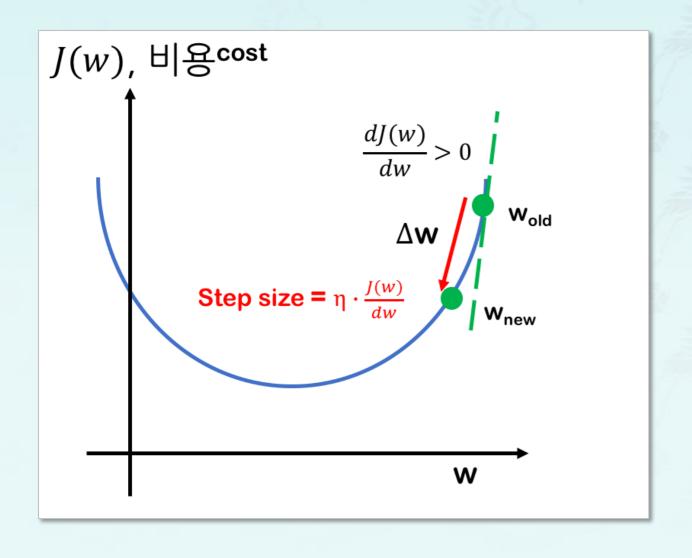
### 1. 경사하강법: 스텝의 방향과 크기



- Step 방향:  $-\frac{dJ(w)}{dw}$
- Step  $\exists 7|: -\eta \cdot \frac{dJ(w)}{dw} = \Delta w$



$$w_{new} = w_{old} + \Delta w$$



$$w_{new} = w_{old} + \Delta w$$
$$= w_j + \eta \frac{\partial J(w)}{\partial w_j}$$

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w_j} = \boxed{\frac{\partial}{\partial w_j} \frac{1}{2} \sum_{i} \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right)^2}$$

합성함수 미분법 
$$f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)$$

스텝의 크기 ∆w

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w_j} = \frac{\partial}{\partial w_j} \frac{1}{2} \sum_{i} \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) \frac{\partial}{\partial w_j} (y^{(i)} - h(z^{(i)}))$$

합성함수 미분법 f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)

 $h(\cdot) = idedenty function$  $h(z) = z, z = \sum wx$ 

스텝의 크기 ∆w

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w_j} = \frac{\partial}{\partial w_j} \frac{1}{2} \sum_{i} \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) \frac{\partial}{\partial w_j} (y^{(i)} - h(z^{(i)}))$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) \frac{\partial}{\partial w_j} (y^{(i)} - \sum_{i} w_j x_j^{(i)})$$

합성함수 미분법 f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)

 $h(\cdot) = idedenty function$  $h(z) = z, z = \sum wx$ 

스텝의 크기 ∆w

$$\frac{\partial J(w)}{\partial w_j} = \frac{\partial}{\partial w_j} \frac{1}{2} \sum_{i} \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right)^2 
= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) \frac{\partial}{\partial w_j} (y^{(i)} - h(z^{(i)})) 
= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) \frac{\partial}{\partial w_j} (y^{(i)} - \sum_{i} w_j x_j^{(i)}) 
= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) \left( -\sum_{i} x_j^{(i)} \right)$$

합성함수 미분법 f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)

 $h(\cdot) = idedenty function$  $h(z) = z, z = \sum wx$ 

 $y^{(i)}, x_i^{(i)}$  상수 취급

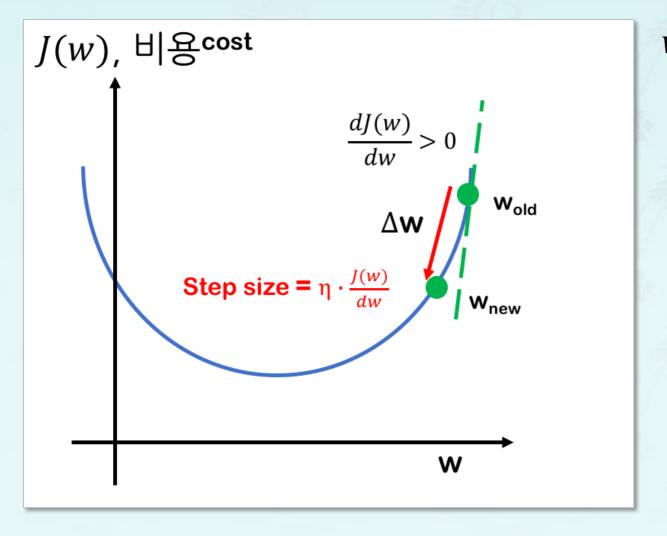
$$\frac{\partial J(w)}{\partial w_{j}} = \frac{\partial}{\partial w_{j}} \frac{1}{2} \sum_{i} \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right)^{2}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) \frac{\partial}{\partial w_{j}} (y^{(i)} - h(z^{(i)}))$$

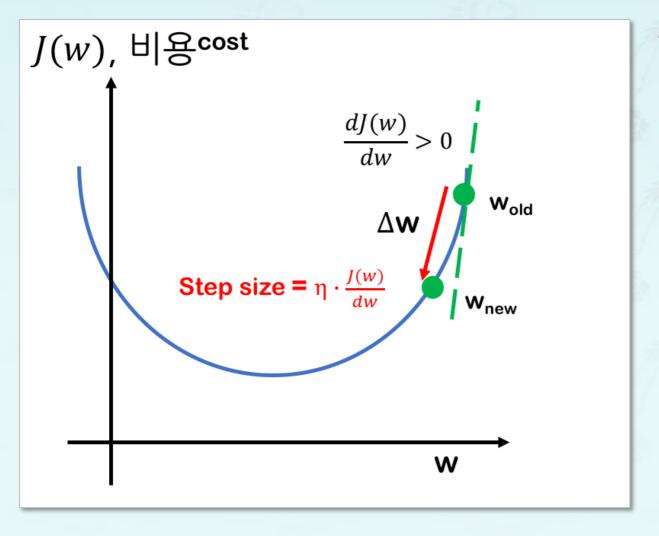
$$= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) \frac{\partial}{\partial w_{j}} (y^{(i)} - \sum_{i} w_{j} x_{j}^{(i)})$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) (-\sum_{i} x_{j}^{(i)})$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i} 2 \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) x_{j}^{(i)}$$



$$\begin{aligned} w_{new} &= w_{old} + \Delta w \\ &= w_{old} + \eta \frac{\partial J(w)}{\partial w_j} \\ &= w_{old} + \eta \sum_i \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) x_j^{(i)} \\ &= w_{old} + \eta \sum_i \left( y^{(i)} - \hat{y}^{(i)} \right) x_j^{(i)} \end{aligned}$$



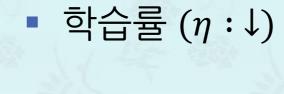
$$w_{new} = w_{old} + \Delta w$$

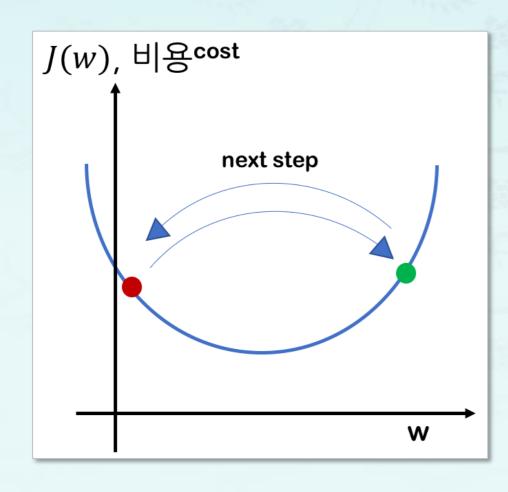
$$= w_{old} + \eta \frac{\partial J(w)}{\partial w_j}$$

$$= w_{old} + \eta \sum_{i} (y^{(i)} - h(z^{(i)})) x_j^{(i)}$$

## 1. 경사하강법: 학습률

학습률 (η:↑) 너무 클 경우

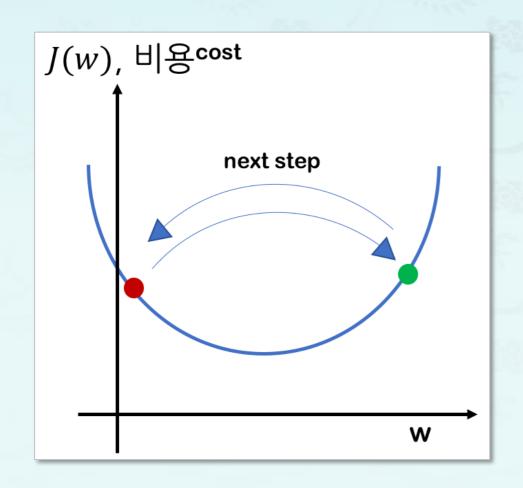


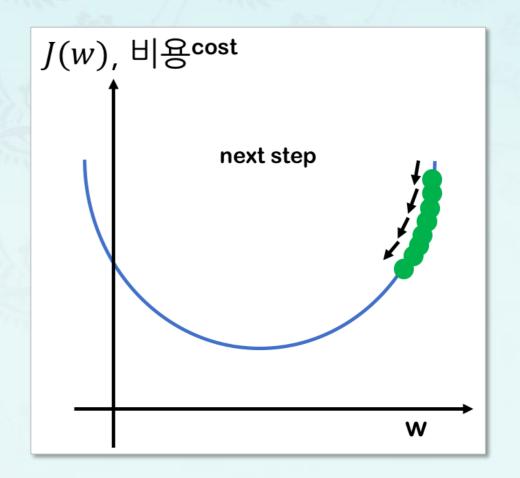


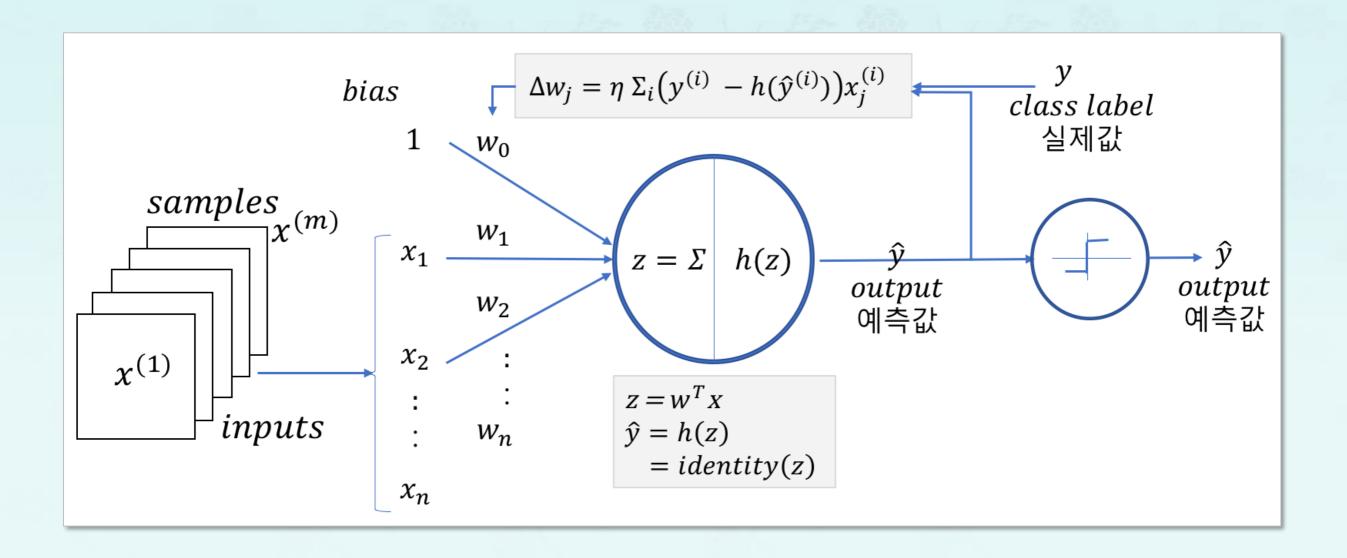
## 1. 경사하강법: 학습률

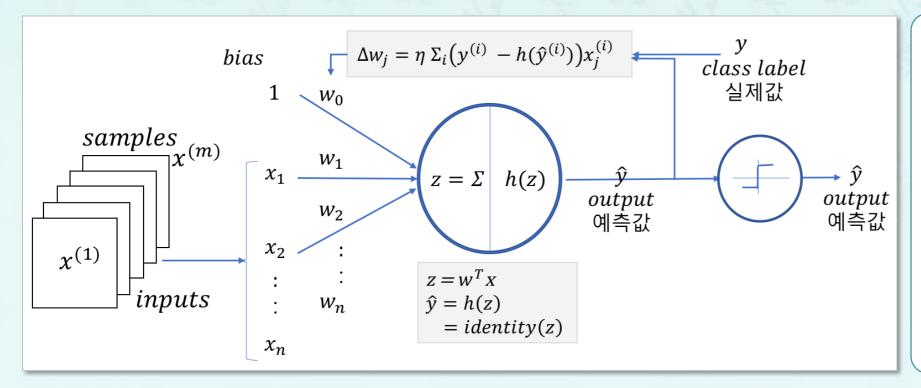
학습률 (η : ↑) 너무 클 경우

학습률 (η:↓) 너무 작은 경우



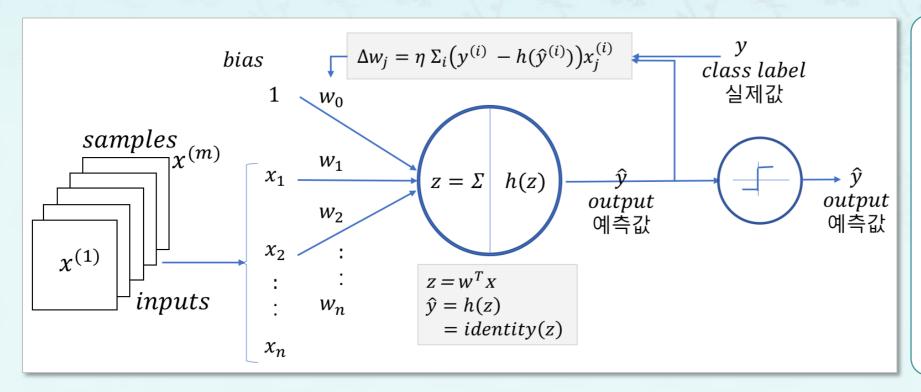






### [속성:데이터]

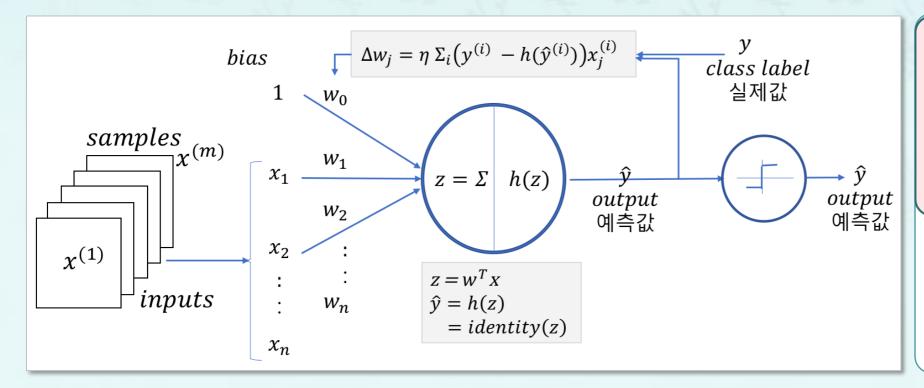
- 1. 입력 (x)
- 2. 출력 (y)
- 3. 순입력 (z)
- 4. 레이블 (yhat)
- 5. 가중치 (w)
- 6. 학습률 (eta)
- 7. 반복횟수 (epochs)
- 3. 랜덤시드 (random\_seed)



#### [속성:데이터]

- 1. 입력 (x)
- 2. 출력 (y)
- 3. 순입력 (z)
- 4. 레이블 (yhat)
- 5. 가중치 (w)
- 6. 학습률 (eta)
- 7. 반복횟수 (epochs)
- 8. 랜덤시드

(random\_seed)



## [기능:함수]

- 1. 학습 (fit)
- 2. 순입력 (net\_input)
- 3. 활성화 (activate)
- 4. 예측 (predict)

- 클래스
  - 이름: Adaline Gradient Descent

```
class AdalineGD():

"""ADAptive LInear NEuron classifier.

"""

def __init__(self, eta=0.01, epochs=10, random_seed=1):

self.eta = eta
self.epochs = epochs
self.random_seed = random_seed

def fit(self, X, y, X0=False):
    if X0 == False:
        X = np.c_[ np.ones(len(y)), X]

np.random_seed(self_random_seed)
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체 생성, 인스턴스 변수 초기화

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체 생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
       self.w = np.array([self.w])
       for i in range(self.epochs):
11
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
15
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
18
19
       return self
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체 생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
      - X: 입력값
      - y: 클래스 레이블
      - X0 : 편향 여부

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
       self.w = np.array([self.w])
       for i in range(self.epochs):
11
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
15
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
18
19
       return self
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체 생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
    - 가중치: **1**차원 배열

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
       self.w = np.array([self.w])
       for i in range(self.epochs):
11
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
15
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
18
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
19
       return self
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체 생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
    - 가중치: **1**차원 배열
    - cost\_: 각 epoch의 손실
    - w\_: 각 epoch의 가중치

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
       self.w = np.array([self.w])
11
       for i in range(self.epochs):
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
15
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
18
19
       return self
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체 생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
    - 가중치: **1**차원 배열
    - cost\_: 각 epoch의 손실
    - w\_: 각 epoch의 가중치

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [ np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
       self.w = np.array([self.w])
       for i in range(self.epochs):
11
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
15
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
18
19
       return self
```

- 클래스
  - fit(): 학습 메소드

```
z = self.net_input(X)
yhat = self.activate(z)
errors = (y - yhat)
self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
```

```
w_{new} = w_{old} + \Delta w
= w_{old} + \eta \sum_{i} \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) x_j^{(i)}
```

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
10
       self.w = np.array([self.w])
11
       for i in range(self.epochs):
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
15
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
18
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
19
       return self
```

- 클래스
  - fit(): 학습 메소드

```
z = self.net_input(X)
yhat = self.activate(z)
errors = (y - yhat)
self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
```

```
w_{new} = w_{old} + \Delta w
= w_{old} + \eta \sum_{i} \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) x_j^{(i)}
```

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
10
       self.w = np.array([self.w])
11
       for i in range(self.epochs):
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
15
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
18
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
19
       return self
```

- 클래스
  - fit(): 학습 메소드

```
z = self.net_input(X)
yhat = self.activate(z)
errors = (y - yhat)
self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
```

```
w_{new} = w_{old} + \Delta w
= w_{old} + \eta \sum_{i} (y^{(i)} - h(z^{(i)})) x_j^{(i)}
```

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
10
       self.w = np.array([self.w])
11
       for i in range(self.epochs):
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
15
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
18
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
19
       return self
```

- 클래스
  - fit(): 학습 메소드

```
z = self.net_input(X)
yhat = self.activate(z)
errors = (y - yhat)
self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
```

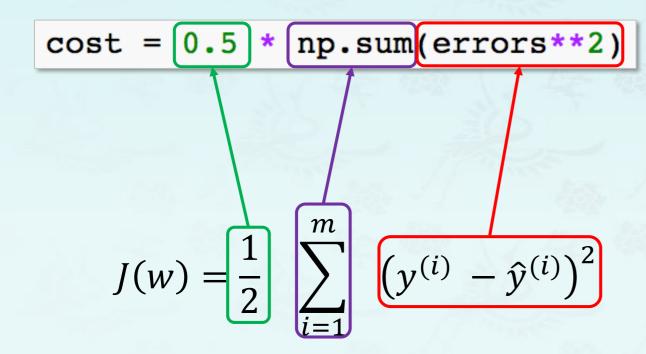
```
w_{new} = w_{old} + \Delta w
= w_{old} + \left( \eta \sum_{i} \left( y^{(i)} - h(z^{(i)}) \right) x_j^{(i)} \right)
```

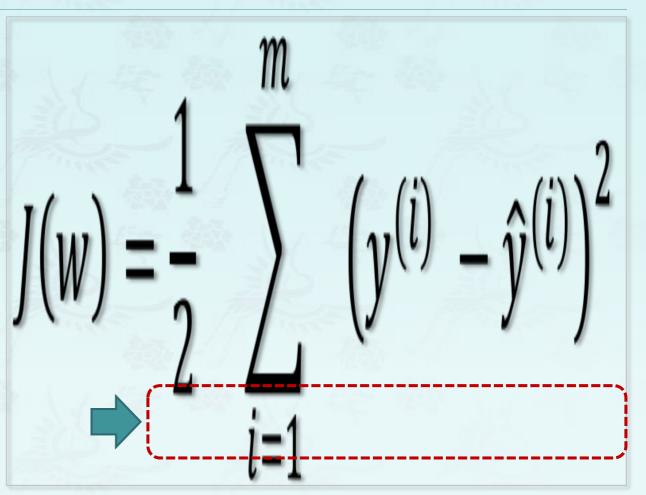
```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
10
       self.w = np.array([self.w])
11
       for i in range(self.epochs):
12
           z = self.net input(X)
13
           yhat = self.activate(z)
14
           errors = (y - yhat)
15
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
18
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
19
       return self
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
    - 가중치: **1**차원 배열
    - cost\_: 각 epoch의 손실
    - w\_: 각 epoch의 가중치

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
       self.w = np.array([self.w])
       for i in range(self.epochs):
11
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
           errors = (y - yhat)
14
15
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
16
           self.cost .append(cost)
17
18
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
19
       return self
```

- 클래스
  - fit(): 학습 메소드





- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
    - 가중치: **1**차원 배열
    - cost\_: 각 epoch의 손실
    - w\_: 각 epoch의 가중치
    - return self
  - net\_input(): 순입력 메소드

```
def fit(self, X, y, X0=False):
       if X0 == False:
           X = np.c [np.ones(len(y)), X]
       np.random.seed(self.random seed)
       self.w = np.random.random(X.shape[1])
       self.maxy, self.miny = y.max(), y.min()
       self.cost = []
       self.w = np.array([self.w])
       for i in range(self.epochs):
11
12
           z = self.net input(X)
           yhat = self.activate(z)
13
14
           errors = (y - yhat)
15
           self.w += self.eta * np.dot(errors, X)
16
           cost = 0.5*np.sum(errors**2)
17
           self.cost .append(cost)
           self.w = np.vstack([self.w , self.w])
18
       return self
19
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
    - 가중치: **1**차원 배열
    - cost\_: 각 epoch의 손실
    - w\_: 각 epoch의 가중치
    - return self
  - net\_input(): 순입력 메소드

```
self.cost .append(cost)
23
24
                self.w = np.vstack([self.w , self.w])
25
           return self
26
27
       def net input(self, X):
           z = np.dot(X, self.w)
29
           return z
30
31
       def activate(self, X):
32
           return X
33
34
       def predict(self, X):
35
           mid = (self.maxy)
36
                   + self.miny) / 2
37
           return np.where(
                self.net input(X) > mid,
38
                self.maxy,
39
                self.miny)
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
    - 가중치: **1**차원 배열
    - cost\_: 각 epoch의 손실
    - w\_: 각 epoch의 가중치
    - return self
  - net\_input(): 순입력 메소드
  - activate(): 활성화 메소드

```
self.cost .append(cost)
23
24
                self.w = np.vstack([self.w , self.w])
           return self
25
26
27
       def net input(self, X):
28
           z = np.dot(X, self.w)
29
           return z
30
       def activate(self, X):
32
           return X
33
34
       def predict(self, X):
35
           mid = (self.maxy)
36
                   + self.miny) / 2
37
           return np.where(
                self.net input(X) > mid,
38
                self.maxy,
39
                self.miny)
```

- 클래스
  - 이름: AdalineGD
  - 생성자: \_\_init\_\_()
    - 객체생성, 인스턴스 변수 초기화
  - fit(): 학습 메소드
    - 매개변수
    - 가중치: **1**차원 배열
    - cost\_: 각 epoch의 손실
    - w\_: 각 epoch의 가중치
    - return self
  - net\_input(): 순입력 메소드
  - activate(): 활성화 메소드
  - predict() : 예측 메소드

```
self.cost .append(cost)
23
24
                self.w = np.vstack([self.w , self.w])
           return self
25
26
27
       def net input(self, X):
28
           z = np.dot(X, self.w)
29
           return z
30
       def activate(self, X):
31
32
           return X
33
34
       def predict(self, X):
35
           mid = (self.maxy)
                   + self.miny) / 2
36
37
           return np.where(
                self.net input(X) > mid,
38
39
                self.maxy,
                self.miny)
```

#### 아달라인 경사하강법 구현

- 학습 정리
  - 경사하강법을 적용하여 가중치 조정하기
  - 스텝의 방향과 스텝의 크기(Δw)
  - 학습률의 크기
  - 아달라인 알고리즘 구현하기

■ 8.2 아달라인 경사하강법 적용

9주차(1/3)

# 아달라인 경사하강법 구현

파이썬으로배우는기계학습

한동대학교 김영섭교수

