Formelsammlung Lineare Systeme und Regelung

Mario Felder, Michi Fallegger

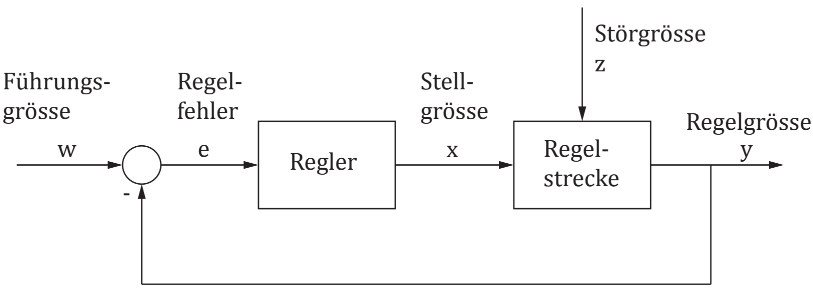
18. Februar 2014

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

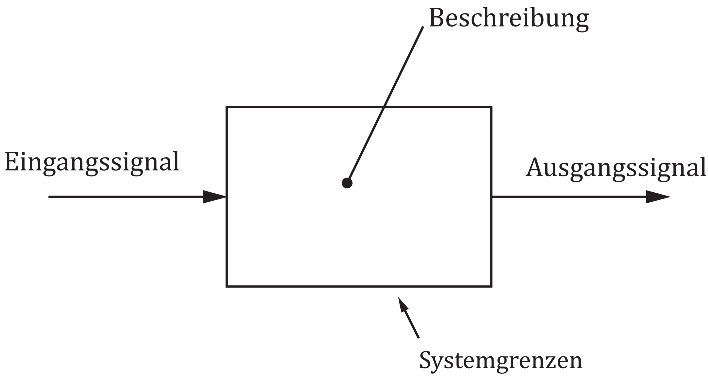
1.1 Regelkreis



Merkmale:

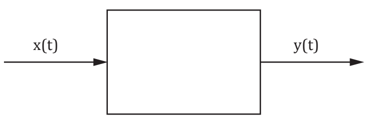
- Erfassen der Regelgrösse y
- Vergleich von Führungs- und Regelgrösse
- Angleichen der Regelgrösse an die Führungsgrösse in Wirkungskreis

1.2 Systeme



<u>Ursache</u> <u>Wirkung</u>

Signale sind rückwirkungsfrei, also eingeprägte Grössen.



Nr.	Bsp	Klassifikation
1	$y(t) = \cos t \cdot x(t)$	statisch
2	$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = -\cos(y(t)) + x(t)$	**dynamisch**
3	$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = -y(t) + x(t)$	**zeitkontinierlich**
4	$y((k+1)\tau) = -y(k \cdot \tau) + x(k \cdot \tau)$	zeitdiskret
5	$y(t) = \cos(x(t-\tau))$	**kausal**
6	$y(t) = \cos(x(t+\tau))$	nicht kausal
7	$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = -3y(t) + x(t)$	**zeitinvariant**
8	$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = -\cos t \cdot y(t) + x(t)$	zeitvariant
9	$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = -y(t) + x(t)$	**linear**
10	$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = -y^2(t) + x(t)$	nicht linear
11	$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = -y(t) + x(t)$	**endlich-dimensional**
12	$\frac{\partial y(t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} y(x,t) + x(t)$	unendlich-dimensional
13	$y(t) = t \cdot \cos^2 t \cdot x(t)$	**single input / single output**
14	$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & \sin(t) \\ t & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$	multiple input / multiple output

Kapitel 2

Systeme und Signale

2.1 Signale

2.1.1 Definition

Ein Signal ist eine (reelle) Funktion:

$$u: \ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

2.1.2 Einheitssprung

Der Einheitssprung wird in der Technik oft gebraucht und ist folgendermassen definiert:

$$\sigma := \begin{cases} 1 & \text{für alle } t \geq 0. \\ 0 & \text{für alle } t < 0. \end{cases}$$

Eine weitere Bezeichnung lautet $H(t)$, Heaviside-Funktion.

2.1.3 Eigenschaften

Sprungstelle: Ist eine Funktion $u(t)$ in einem Punkt t_0 definiert aber unstetig, so heisst t_0 eine Sprungstelle von $u(t)$.
Wenn die einseitigen Grenzwerte $\lim\limits_{t \nearrow t_0} u(t)$ und $\lim\limits_{t \searrow t_0} u(t)$ existieren und endlich sind, so heisst die Sprungstelle endlich.

Knickstelle: Ist $u(t)$ in t_0 stetig, aber nicht differenzierbar, so wird t_0 Knickstelle genannt.

sprungstetig: Eine Funktion, die bis auf endliche Sprung- und Knickstellen überall differenzierbar ist, wird sprungstetig genannt.

gerade: Eine Funktion $u(t)$ ist gerade, falls ihr Graph achsensymmetrisch zur u-Achse ist:

$$u(-t) = u(t) \qquad \text{für alle } t$$

ungerade: Eine Funktion $u(t)$ ist ungerade, falls ihr Graph punktxymmetrisch zum Ursprung ist:

$$u(-t) = -u(t) \qquad \text{für alle } t$$

kausale Signale: Dies sind Funktionen, die *vor* einem Zeitpunkt t_0 Null sind. (Bsp. der Einheitssprung)

beschränkt: Ein Signal $u(t)$ heisst beschränkt, falls u dem Betrage nicht beliebig grosse Werte annimmt:

$$|u(t)| \leq M_u \qquad \text{für alle } t.$$