Formelsammlung Nanotechnologie

Mario Felder
Michi Fallegger

4. Februar 2014

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Nanotechnologie

1.1 Kräftevergleich

Es wirkt die Schwerkraft nach unten un die elektrostatische Kraft nach oben.

$$F_{el} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$

Für Teilchen unterhalb einer kritischen Grösse (Radius r_c) sind Gewichts- und Auftriebskräfte nicht mehr relevant.

$$r_c = \left(\frac{3k_b \cdot T}{4\pi \cdot \Delta\rho \cdot a} \right)^{1/4}$$

T : Temperatur in Kelvin
a : Beschleunigung der ext. Kraft

Grafik von Mariooooooooo

1.2 Atome und Nanostrukturen

Anzahl Atome N in einem reinen Material mit Volumen V:

$$N = \frac{\rho \cdot N_A}{m_{mol}} \cdot V$$

Gemittelter Atomabstand a:

$$a \approx \left(\frac{m_{mol}}{\rho \cdot N_A} \right)^{1/3}$$

Anzahl Oberflächenatome N in einem reinen Material mit Fläche A:

$$N_s = \left(\frac{\rho \cdot N_A}{m_{mol}} \right)^{2/3} \cdot A$$

$N_A = 6.02 \cdot 10^{23} mol$

1.3 Schmelztemperatur

Liegt der Durchmesser von Nanoteilchen unterhalb von 50nm, wird die Schmelztemperatur reduziert. Dieser Effekt ist auf die grosse Oberfläche im Verhältnis zum Volumen zurückzuführen.

Änderung der Schmelztemperatur:

$$\Delta T_m = \frac{4 \cdot \gamma_{sl}}{d \cdot \rho \cdot L_f} \cdot Tb$$

T_b: Schmelztemperatur (b=bulk)
d: Durchmesser
ρ: Dichte
γ_{sl}: solid-liquid interface energy
L_f: Latente Schmelzwärme

Kapitel 2

Quantenphysik

2.1 Wellenlänge eines Teilchens

De Broglie Wellenlänge:

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}}$$

h: Plancksches Wirkungsquantum ($h = 6.63 \cdot 10^{-34} Js$)

2.2 Licht als Teilchen

Photoenergie:

$$\boxed{E_{ph} = h \cdot f = \hbar \cdot \omega = \frac{h \cdot c}{\lambda}}$$

Photompuls:

$$\boxed{p_{ph} = \hbar \cdot k = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}}$$

2.2.1 Heisenberg'sche Ort/Impuls

Die Elementarteilchen kommen nicht gerade aus einem Spalt, sondern streuen mehr oder weniger zur Seite. Der Streuwinkel Θ ist abhängig von Spaltbreite und die Wellenlänge.

$$\Theta \sim \frac{\lambda}{a}$$

Das bedeutet, dass die Geschwindigkeitsrichtung und der Impuls auch streuen:

$$\Delta p = \tan(\Theta) \cdot p \sim \Theta \cdot \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{a}$$

Heisenberg'sche Unschärferelation für Impuls und Position:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

2.2.2 Unschärfe für Zeit, Energie und Frequenz

Die Energie eines Zustands, der nur eine kurze Zeit Δt existiert, ist nur innerhalb einer Unsicherheit von ΔE bestimmt.

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

Die spektrale Breite (Bandbreite) eines Wellenpakets hat einen unteren Grenzwert, der gegeben ist durch die zeitliche Dauer Δt des Pakets.

$$\Delta f \cdot \Delta t \geq 1 \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{c}{\lambda^2}\Delta\lambda \cdot \Delta t \geq 1$$

2.3 Wellenfunktion

$$\boxed{\rho(x,t) = |\psi(x,t)|^2}$$

Schrödingergleichung:

$$\mathrm{j}h\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = H\psi(x,t)$$

$$H = \underbrace{-\frac{h^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2}}_{\text{kinetisch}} + \underbrace{V(x,t)}_{\text{potentiell}}$$

mit:

$$\psi(x,t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{E\cdot t}{h}}\cdot\varphi(x)$$

folgt:

$$E\cdot\varphi(x) = -\frac{h^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2\varphi(x)}{\partial x^2} + V(x)\cdot\varphi(x)$$

Wahrscheinlichkeit dass ein Teilchen an einer bestimmten Position x ist:

$$\boxed{\rho(x) = |\psi(x,t)|^2 = |\varphi(x)|^2}$$

$$\int\rho(x)\mathrm{d}x = 1$$

$\rho(x)\ \left[\frac{1}{m}\right]$
$\varphi(x)\ \left[\frac{1}{m^2}\right]$
$\psi(x)\ \left[\frac{1}{m^2}\right]$

2.4 Elektron in einem Potentialtopf

innerhalb $0 < x < L$:

$$\boxed{E\cdot\varphi(x) = -\frac{h^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2\varphi(x)}{\partial x^2}}$$

Quantisierte Lösung:

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(k_n \cdot x)$$

$$k_n = n \cdot \frac{\pi}{L}$$

$$E_n = \frac{h^2 k_n^2}{2m} \propto \frac{n^2}{L^2}$$

L: Spaltenbreite
n: Quantisierungszahl $(= 1, 2, \dots)$

2.4.1 Endlicher Potentialtopf

Die $\frac{1}{e}$ Eindringtiefe d_n der Wellenfunktion ist:

$$\boxed{d_n = \frac{h}{\sqrt{2m(U_0 - E_n)}}}$$

2.5 Tunnelbarriere

In der Quantenmechanik gibt es eine endliche Wahrscheinlichkeit ein Hindernis zu überwinden, auch wenn man nicht darüber springt. Diesen Prozess nennt man *tunneln*.

Transmissionswahrscheinlichkeit:

$$\boxed{T \approx \mathrm{e}^{-\frac{2L}{d}}}$$

$$\boxed{d = \frac{h}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}}$$