

Formelsammlung Nanotechnologie

Mario Felder
Michi Fallegger

3. Februar 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Quantenphysik	1
1.1	Wellenlänge eines Teilchens	1
1.2	Licht als Teilchen	1
1.3	Unschärferelation	2
1.4	Wellenfunktion	2
1.5	Elektron in einem Potentialtopf	3
1.5.1	Endlicher Potentialtopf	4
1.5.2	Tunnelbarriere	4

Kapitel 1

Quantenphysik

1.1 Wellenlänge eines Teilchens

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

$h = 6.63 \cdot 10^{-34} Js$: Plancksches Wirkungsquantum

1.2 Licht als Teilchen

Photoenergie:

$$E_{ph} = h \cdot f = \hbar \cdot \omega = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Photompuls:

$$p_{ph} = \hbar \cdot k = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

1.3 Unschärferelation

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

Unschärfe für Zeit und Energie:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

Unschärfe für Zeit und Frequenz:

$$\Delta f \cdot \Delta t \geq 1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda \cdot \Delta t \geq 1$$

1.4 Wellenfunktion

$$\rho(x, t) = |\psi(x, t)|^2$$

Schrödingergleichung:

$$\mathrm{j}\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x, t) = H \psi(x, t)$$

$$H = \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2}}_{\text{kinetisch}} + \underbrace{V(x, t)}_{\text{potentiell}}$$

mit:

$$\psi(x, t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j} \frac{E \cdot t}{\hbar}} \cdot \varphi(x)$$

folgt:

$$E \cdot \varphi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2} + V(x) \cdot \varphi(x)$$

Wahrscheinlichkeit dass ein Teilchen an einer bestimmten Position x ist:

$$\rho(x) = |\psi(x, t)|^2 = |\varphi(x)|^2$$

$$\int \rho(x) dx = 1$$

$$\begin{array}{l} \rho(x) \left[\frac{1}{m} \right] \\ \varphi(x) \left[\frac{1}{m^2} \right] \\ \psi(x) \left[\frac{1}{m^2} \right] \end{array}$$

1.5 Elektron in einem Potentialtopf

innerhalb $0 < x < L$:

$$E \cdot \varphi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x^2}$$

Lösungen der DGL:

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(k_n \cdot x)$$

$$k_n = n \cdot \frac{\pi}{L}$$

$n = 1, 2, \dots$: Quantisierungszahl

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} \propto \frac{n^2}{L^2}$$

1.5.1 Endlicher Potentialtopf

Eindringtiefe:

$$d_n = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E_n)}}$$

1.5.2 Tunnelbarriere

Transmissionswahrscheinlichkeit:

$$T \approx e^{-\frac{2L}{d}}$$

$$d = \frac{h}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}$$