DS 1 Numération et logique

R01.06 9 octobre 2021 1 heure 30

Le barème indicatif est sur 30 points. La note sera ensuite ramenée sur 20.

Sans document, ni calculatrice.

On donne:

2^7	2^4	2^3	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
128	16	8	0,5	0,25	0,125

Numération (15 points)

- 1. Convertir (3 points):
 - $(1011, 11)_2$ vers la base 10.
 - $(1001001011)_2$ vers les bases 4 et 16.
 - $(A5C)_{16}$ vers la base deux.
 - $(12,625)_{10}$ vers la base 2.
 - $(0,15)_{10}$ vers la base 2 (on écrira la partie fractionnaire sur 7 bits).
- 2 . Effectuer (1 point) :
 - $(101101)_2 + (111)_2$.
 - $(2054)_7 + (156)_7$.
- 3 . Complément à deux. (4 points)
 - Donner la représentation en complément à deux sur un octet de -108 et de 32.
 - Effectuer l'opération 32-108 en binaire complément à deux.
 - Convertir le résultat en décimal pour vérification.

- 4 . Représentation en IEEE 754. (4 points)
 - Quelle est la représentation en IEEE 754 (32 bits) de $(-33,75)_{10}$?
 - A quel nombre réel correspond :

5 . Base. (**3 points**)

On compte en base b un ensemble de chaussures. Toutes les paires sont complètes.

- Le nombre de paires est : $(352)_b$.
- Le nombre de chaussures est : $(724)_b$.

Découvrir dans quelle base b s'est fait le dénombrement et quel est le nombre de chaussures exprimé en base 10.

Logique (15 points)

- 6 . Table de vérité et simplification. (3 points)
 - Etablir la table de vérité de :

$$P:(\overline{q}\wedge (p\vee r))\implies p$$

- \bullet Simplifier P.
- 7. Expression Booléenne. (3 points)

a	b	c	f(a,b,c)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Donner puis simplifier l'expression logique de f(a, b, c).

8 . Le ⊕ (**3 points**)

- ullet Ecrire les formules de l'associativité et la commutativité de la disjonction exclusive \oplus
- Simplifier $A \oplus A$, $A \oplus 0$.
- En citant précisemment la propriété utilisée à chaque étape, démontrer que :

$$(A \oplus B) \oplus A = B$$
.

9. Un jeu de logique. (3 points)

Vous participez à un jeu d'enigmes dont les règles sont les suivantes :

Les propositions composant une énigme sont alternativement vraies et fausses, c'est-àdire que :

- soit les propositions de numéros pairs sont vraies et les propositions de numéros impairs fausses;
- soit les propositions de numéros pairs sont fausses et les propositions de numéros impairs vraies.

Dans un labyrinthe, vous vous retrouvez bloqués dans une salle face à une porte sur laquelle se trouvent deux interrupteurs étiquetés A et B en position ouverte.

Sur son seuil figure l'inscription suivante :

Pour ouvrir la porte :

 P_1 : Il faut fermer l'interrupteur A.

 P_2 : Il faut fermer simultanément les interrupteurs A et B.

 P_3 : Il ne faut pas fermer l'interrupteur B.

Attention, en cas d'erreur la salle s'auto-détruira...

En utilisant le calcul des propositions, déterminer l'action à effectuer pour ouvrir la porte.

10 . (3 points)

Ecrire la négation, la contraposée et la réciproque de l'implication suivante :

« Si j'ai plus de 10 de moyenne et pas de note en dessous de 8, alors je réussis mon année. »