R01.06
9 octobre 2021
1 heure 30

DS 1
Numération et logique

Le barème indicatif est sur 30 points. La note sera ensuite ramenée sur 20.

Sans document, ni calculatrice.

On donne :

2^7	2^4	2^3	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}
128	16	8	$0,5$	$0,25$	$0,125$

Numération (15 points)

1 . Convertir (**3 points**) 0.5 point par réponse:

- $(1011,11)_2$ vers la base 10. $11,75$
- $(1001001011)_2$ vers les bases 4 et 16. 21023_4 et $24B_{16}$
- $(A5C)_{16}$ vers la base deux. 101001011100
- $(12,625)_{10}$ vers la base 2 $1100,101$
- $(0,15)_{10}$ vers la base 2 (on écrira la partie fractionnaire sur 7 bits). $0,0010011$

---

2 . Effectuer (**1 point**) : 0.5 point par réponse

- $(101101)_2 + (111)_2$. 110100_2
- $(2054)_7 + (156)_7$. 2243_7

---

3 . Complément à deux. (**4 points**)

- Donner la représentation en complément à deux sur un octet de -108 et de 32.
  1 point par réponse $01101100 \rightarrow 10010011 \rightarrow 10010100$
- Effectuer l'opération 32-108 en binaire complément à deux. 10110100 1 point
- Convertir le résultat en décimal pour vérification.

$10110100 \rightarrow 01001100_2 = 76_{10}$ donc $32 - 108 = (-76)$ 1 point

---

4 . Représentation en IEEE 754. (**4 points**)

2 points par réponse(1 point méthode, 1 résultat)

- Quelle est la représentation en IEEE 754 (32 bits) de $(-33,75)_{10}$?
  $11000010000001110000000000000000$
- A quel nombre réel correspond :

$$01000001010010000000000000000000$$

  $12,5$

---

5 . Base. (**3 points**)

1 points pour équation, 1 pour 8 et un pour le nombre de chaussures

On compte en base b un ensemble de chaussures. Toutes les paires sont complètes.

- Le nombre de paires est : $(352)_b$.
- Le nombre de chaussures est : $(724)_b$.

Découvrir dans quelle base b s'est fait le dénombrement et quel est le nombre de chaussures exprimé en base 10.

$2 \times (3b^2 + 5b + 2) = 7b^2 + 2b + 4$ donc $b^2 - 8b = 0$ soit b=8 soit 468 chaussures

Logique (15 points)

6 . Table de vérité et simplification. (**3 points**)

1.5 point pour la table, 1.5 pour la simplification

- Etablir la table de vérité de :

$$P : (\overline{q} \wedge (p \vee r)) \implies p$$

p	q	r	$p \vee r$	$\overline{q} \wedge (p \vee r)$	P
0	0	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	1

- Simplifier P. $P : \overline{\overline{p} \wedge \overline{q} \wedge r} = p \vee q \vee \overline{r}$

7 . Expression Booléenne. (**3 points**)

a	b	c	$f(a,b,c)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Donner puis simplifier l'expression logique de $f(a,b,c)$.

$$\begin{aligned} f(a,b,c) &= (\overline{a} \wedge \overline{b} \wedge c) \vee (\overline{a} \wedge b \wedge \overline{c}) \vee (a \wedge \overline{b} \wedge c) \vee (a \wedge b \wedge \overline{c}) \ \text{1 point} && (1) \\ &= (\overline{b} \wedge c) \vee (b \wedge \overline{c}) \ \text{1 point} && (2) \\ &= b \oplus c \ \text{1 point} && (3) \end{aligned}$$

---

8 . Le $\oplus$ (**3 points**)

- Ecrire les formules de l'associativité et la commutativité de la disjonction exclusive $\oplus$.

$(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ et $A \oplus B = B \oplus A$ 1 point

- Simplifier $A \oplus A$, $A \oplus 0$.

$A \oplus A = 0$ et $A \oplus 0 = A$ 1 point

- En citant précisemment la propriété utilisée à chaque étape, démontrer que :

$$(A \oplus B) \oplus A = B.$$

$$\begin{aligned} (A \oplus B) \oplus A &= A \oplus (A \oplus B) \text{ commutativité} \\ &= (A \oplus A) \oplus B \text{ associativité} \\ &= 0 \oplus B \\ &= B \ \text{1 point} \end{aligned}$$

9 . Un jeu de logique. (**3 points**)

Vous participez à un jeu d'enigmes dont les règles sont les suivantes :

Les propositions composant une énigme sont alternativement vraies et fausses, c'est-à-dire que :

- soit les propositions de numéros pairs sont vraies et les propositions de numéros impairs fausses ;
- soit les propositions de numéros pairs sont fausses et les propositions de numéros impairs vraies.

Dans un labyrinthe, vous vous retrouvez bloqués dans une salle face à une porte sur laquelle se trouvent deux interrupteurs étiquetés A et B en position ouverte.

Sur son seuil figure l'inscription suivante :

Pour ouvrir la porte :

> P_1 : Il faut fermer l'interrupteur A.
>
> P_2 : Il faut fermer simultanément les interrupteurs A et B.
>
> P_3 : Il ne faut pas fermer l'interrupteur B.

Attention, en cas d'erreur la salle s'auto-détruira...

En utilisant le calcul des propositions, déterminer l'action à effectuer pour ouvrir la porte.

$$P : (P_1 \wedge \overline{P_2} \wedge P_3) \vee (\overline{P_1} \wedge P_2 \wedge \overline{P_3}) \ \text{ 1 point}$$

$$\begin{aligned} &: (A \wedge \overline{(A \wedge B)} \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge (A \wedge B) \wedge \overline{\overline{B}}) \\ &: (A \wedge (\overline{A} \vee \overline{B}) \wedge \overline{B}) \vee (\overline{A} \wedge A \wedge B \wedge B) \\ &: A \wedge \overline{B} \ \text{ 1 point} \end{aligned} \quad \text{1 point pour la conclusion}$$

---

10 . (**3 points**)

Ecrire la négation, la contraposée et la réciproque de l'implication suivante :

« Si j'ai plus de 10 de moyenne et pas de note en dessous de 8, alors je réussis mon année.

$\text{1 point par réponse}$