Sprawozdanie laboratorium metody numeryczne Lab 13 - Generowanie ciągu liczb pseudolosowych o rozkładzie jednorodnym i trójkątnym.

Jędrzej Szostak

1. Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z generatorami o rozkładzie jednorodnym i trójkątnym oraz ich wykorzystanie.

2. Opis problemu

Początkowo mieliśmy wykonać generator mieszany liczb pseudolosowych przestawiający się wzorem:

$$x_{n+1} = (ax_n + c) mod m$$

, gdzie $x_0 = 10$, $n = 10^4$ oraz:

- a = 123, c = 1, m =2^{15}
- a = 69069, c = 1, m = $m = 2^{32}$

Następnie sporządziliśmy rysunki $X_{i+1} = f(X_i)(X_i = x_i/(m + 1.0)$ z warunku normalizacja do rozkładu $U(0, 1)$.

Kolejnym zadaniem było wygenerowanie $n = 10^3$ liczb w rozkładzie trójkątnym o parametrach $\mu = 4$, $\Delta = 3$. W tym celu podzieliliśmy przedział $[\mu - \Delta, \mu + \Delta]$ na 10 podprzedziałów i przeprowadziliśmy test dla określonej wartości statystyki testowej:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{10} \frac{(n_i - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$$

, gdzie n_i to ilość liczb znajdujących się w podprzedziale o indeksie i, a p_i to prawdopodobieństwo teoretyczne, że zmienna losowa X znajdzie się w i - tym podprzedziale.

$$p_i = F(x_{i,max} - x_{i,min})$$

, gdzie F(x) to wartość dystrybuanty.

3. Opis metody

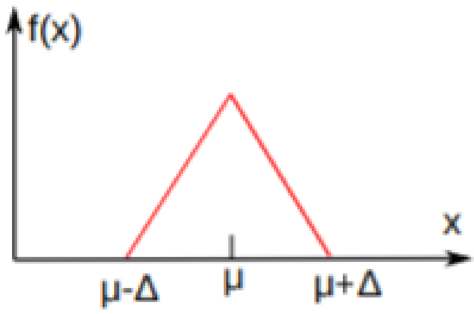
Generatory liniowe tworzą ciąg liczb według schematu:

$$X_{n+1} = (a_1X_n + a_2X_{n-1} + ... + a_kX_{n-k+1} + c) mod\, m$$

, gdzie $a_1, a_2, ..., a_k, c, m$ są ustalonymi liczbami - parametrami generatora.
Funkcję gęstości prawdopodobieństwa dla rozkładu trójkątnego $T(\mu, \Delta)$ zdefiniowano następująco:

$$f(x; \mu, \Delta) = -\frac{|x-\mu|}{\Delta^2} + \frac{1}{\Delta}$$

, gdzie $\mu, \Delta$to odpowiednio środek rozkładu i jego szerokość.



Rys1. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa dla rozkładu trójkątnego.

Dystrybuanta tego rozkładu jest następująca

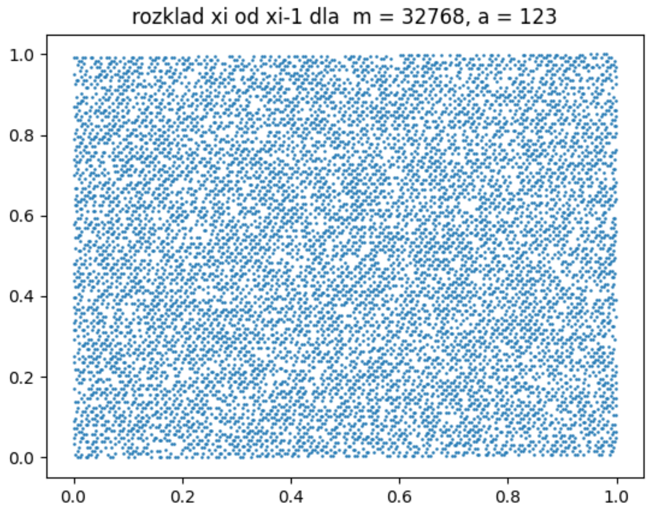
a) dla $x \le \mu$
$$F(a) = -\frac{1}{\Delta^2}(-\frac{x^2}{2} + \mu x) + \frac{x}{\Delta}$$
b) dla $x > \mu$
$$F(a) = -\frac{1}{\Delta^2}(-\frac{x^2}{2} - \mu x + \mu^2) + \frac{x}{\Delta}$$

Jeśli $\xi_1 \in U(0, 1)\ i\ \xi_2 \in U(0, 1)$ to zmienną o rozkładzie trójkątnym oraz parametrach μ, Δgenerujemy stosując formułę:

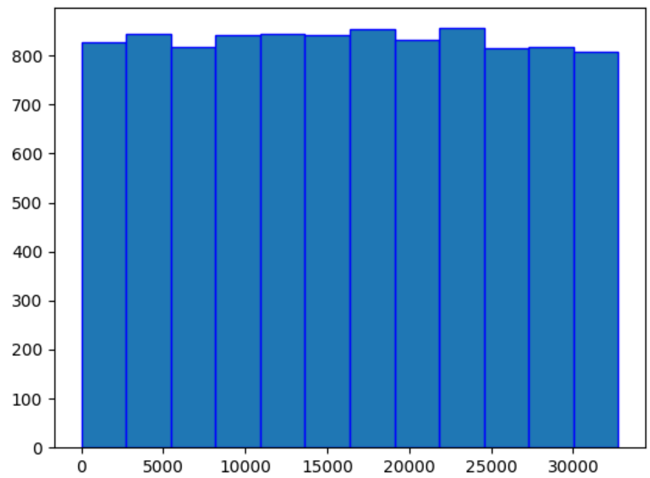
$$x = \mu + (\xi_1 + \xi_2 - 1) \cdot \Delta$$

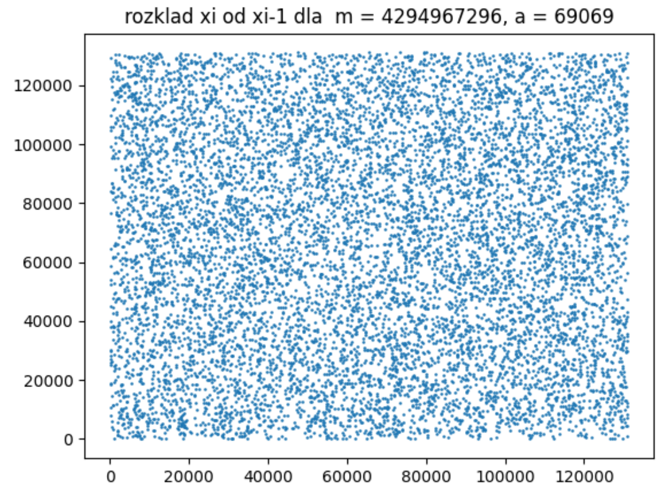
4. Wyniki

Rozkład jednorodny:

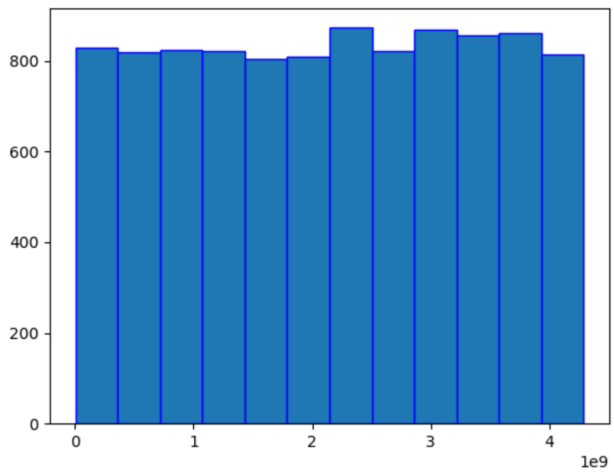


Histogram rozkładu gęstości prawdopodobieństwa

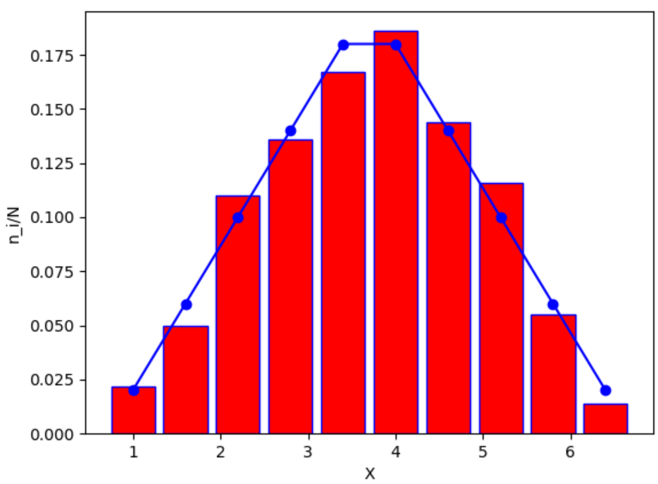




Histogram rozkładu gęstości prawdopodobieństwa



Rozkład trójkątny:



5. Wnioski

Dla wygenerowanych zestawów liczb przez generator mieszany możemy zauważyć, że generator działa lepiej (generuje bardziej losowe liczby) dla pierwszego zestawu parametrów (widać to na rysunku, im mniej białych plam tym lepszy rozkład liczb został wygenerowany). Histogram dla liczb o rozkładzie trójkątnym jest zgodny z oczekiwaniami (nie jest idealnie trójkątny, gdyz mamy parzysta liczbe przedziałów i czubek trójkąta jest jakby pomiędzy dwoma “barami”), co świadczy o poprawnym wykonaniu ćwiczenia.