

LLIURAMENT 2

EXERCICIS

M. Àngela Grau Gotés

6 de març de 2020

Resum

Data límit d'entrega: 16 de març de 202 a les 15h. pel campus virtual.

Opció A : Exercici I, Exercici II, Exercici III-A i Exercici IV-A.

Estudiantat : 54166069*b*, 21778190*l*, 48105541*y*, 48089260*d*,
47965972*r*, 48084213*e*, 53865649*v*, *x*6258982*s*,
*y*6164102*r*, 39413034*g*, 43209894*r*, 53835939*t*.

Opció B : Exercici I, Exercici II, Exercici III-B i Exercici IV-B.

Estudiantat : 38882615*b*, 26066187*b*, 46483191*f*, 44744122*z*,
*y*1224783*r*, 21783837*p*, *x*9675421*b*, 48089777*c*,
*y*1407753*y*, 53830720*w*, *x*4964494*j*, 46496869*t*.

Opció C : Exercici I, Exercici II, Exercici III-C i Exercici IV-C.

Estudiantat : 23876848*l*, 51288090*e*, 45692952*w*, 47917412*v*,
21786812*q*, 47801653*v*, 47187365*j*, 43224767*q*,
74392309*m*, 49871302*b*, *y*0591640*w*, *x*4545134*n*.

Normes

Sobre els lliuraments (si no es diu el contrari a classe):

- Escriviu un breu informe que contingui, per cada exercici o apartat:
 1. Enunciat.
 2. Estratègies emprades: precisió, criteri, iteracions, etc.
 3. Resultats (taula, gràfic, etc)
 4. Conclusions i comentaris.
 5. Annex amb el codi de MATLAB[®] emprat per l'exercici.
- En cas de no acabar, cal descriure els problemes tinguts.

Puntuació

Cada ítem és puntuat en l'escala 0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 éssent 0 sense fer i 5 fet amb excel·lència; excepte per l'**exercici IV** que puntuen el doble.

1. Al campus virtual la nota es reflexarà sobre 90 punts.
2. Sense el codi de MATLAB[®] emprat per l'exercici l'entrega es qualificarà amb 0.
3. En cas de còpia l'entrega es qualificarà amb 0 i no podreu fer ús del mètode d'avaluació contínua.

Dates

Data límit d'entrega: 16 de març de 2020 a les 15h. pel campus virtual.

Abans del dia i hora indicats heu de penjar a la intranet de l'assignatura un fitxer que contingui tots els fitxers de Matlab necessaris per a resoldre la pràctica i un document de text amb les explicacions segons les normes publicades.

El nom del fitxer ha d'ésser **DNI_prac1_A.zip**, o **DNI_prac1_B.zip** segons correspongui.

*No s'accepten pràctiques fora campus virtual No s'accepten pràctiques amb retard.
No s'accepten pràctiques SENSE els fitxers d'instruccions de Matlab.*

M. Àngela Grau Gotés
Professora responsable de l'assignatura

ENUNCIATS

Exercici I **Norma IEEE-754**

1. Consulta la documentació sobre l'aritmètica de punt flotant i l'aritmètica de MATLAB[®] disponible al campus virtual, [enllaç documentació](#).
2. Escriu una explicació (màxim **3 fulls** Din-A4) sobre l'aritmètica de punt flotant, la norma IEEE-754 i l'aritmètica de MATLAB[®].
3. Cita **totes** les fonts bibliogràfiques consultades.

Exercici II **Representació de nombres en coma flotant**

L'algoritme següent de MATLAB[®] talla la representació a t xifres d'un nombre en coma flotant x .

```
function y=tallar(x,t)
    if (x==0), y=0; return; end
    e=fix(log10(abs(x)));
    if e>=0, e=e+1; end
    y=fix(x*10^(t-e))*10^(e-t);
return
```

1. Comprova el funcionament amb un joc de proves. Per exemple
 - (a) $t = 5$, $x = 123.041$ i $x = 123.046$.
 - (b) $t = 5$, $x = -123.041$ i $x = -123.046$.
 - (c) $t = 2$, $x = 0.00123$ i $x = 0.00128$.
 - (d) $t = 2$, $x = -0.00123$ i $x = -0.00128$.
 - (e) $t = 4$, $x = \pi$ i $x = -\pi$.
2. Escriu una rutina semblant per arrodonir a t xifres un nombre en coma flotant x
3. Comprova el funcionament amb un joc de proves.
 - (a) $t = 5$, $x = 123.041$ i $x = 123.046$.
 - (b) $t = 5$, $x = -123.041$ i $x = -123.046$.
 - (c) $t = 2$, $x = 0.00123$ i $x = 0.00128$.
 - (d) $t = 2$, $x = -0.00123$ i $x = -0.00128$.
 - (e) $t = 4$, $x = \pi$ i $x = -\pi$.

Exercici III **Opció A**

Les tres expressions següents:

$$P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1, \quad Q(x) = ((x-3)x+3)x-1, \quad R(x) = (x-1)^3.$$

són tres fórmules diferents per a calcular el mateix polinomi.

1. Fent ús de l'aritmètica de quatre xifres arrodonint calculeu el valor de les tres expressions per a $x = 2.72$. Per què donen diferent P , Q i R ?
2. Fent ús de l'aritmètica de quatre xifres arrodonint calculeu el valor de les tres expressions per a $x = 0.975$. Per què donen diferent P , Q i R ?
3. Calculeu en cada cas l'error relatiu percentual. Quina expressió dona una millor aproximació?

Exercici IV **Opció A**

Siguin $A(N) = (a_{ij})_{N \times N}$ i $B(N) = (b_{i1})_{N \times 1}$ la matriu i el vector d'ordre N definits per

$$a_{ij} = \begin{cases} 2 & |i-j| \leq 2, \\ -4 & i=j, \\ 0 & |i-j| > 2, \end{cases} \quad \text{i} \quad b_{i1} = \begin{cases} 2 & i=1, N, \\ 0 & i \neq 1, N, \end{cases}$$

per a $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$.

Per a tots els ordres N tals que $6 \leq N \leq 25$ es demana:

1. Calculeu el determinant i el nombre de condició de les matrius A . Comproveu la simetria d'aquestes matrius. Comproveu que $X = (1, 1, \dots, 1)$ és solució exacte per a qualsevol N (sense fer ús de MATLAB[®])
2. Fent ús de MATLAB[®] i d'un mètode d'eliminació gaussiana, determineu la solució x del sistema $Ax = b$. Expliqueu els avantatges i inconvenients del mètode per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.
3. Fent ús de MATLAB[®] i del mètode QR de resolució de sistemes d'equacions lineals, determineu la solució x del sistema $Ax = b$. Expliqueu els avantatges i inconvenients del mètode per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.
4. Estudieu la convergència dels mètodes de Jacobi i Gauss-Seidel per a la resolució del sistema d'equacions lineals. Prèviament feu un gràfic d'evolució del radi espectral de la matriu d'iteració de cadascun dels mètodes estudiats en funció de N . Expliqueu els avantatges i inconvenients dels mètodes per aquest cas concret.
5. Compareu la solució X del sistema $Ax = b$ pels diferents mètodes experimentats en aquest exercici. Quantes iteracions calen en cada cas? Expliqueu els avantatges i inconvenients dels mètodes per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.

Exercici III **Opció B**

Les dues expressions següents:

$$f(x) = 1.01e^{4x} - 4.62e^{3x} - 3.11e^{2x} + 12.2e^x - 1.99,$$

$$F(x) = (((1.01z - 4.62)z - 3.11)z + 12.2)z - 1.99, \quad z = e^x.$$

són dues fórmules diferents per avaluar la mateixa funció.

1. Fent ús de l'aritmètica de **tres xifres** arrodonint calculeu el valor de les dues expressions per a $x = 1.53$. Per què donen diferent $f(1.53)$ i $F(1.53)$?
2. Fent ús de l'aritmètica de **quatre xifres** arrodonint calculeu el valor de les tres expressions per a $x = 0.925$. Per què donen diferent $f(0.925)$ i $F(0.925)$?
3. Calculeu en cada cas l'error relatiu percentual. Quina expressió dona una millor aproximació?

Exercici IV **Opció B**

Siguin $A(N) = (a_{ij})_{N \times N}$ i $B(N) = (b_{i1})_{N \times 1}$ la matriu i el vector d'ordre N definits per

$$a_{ij} = \begin{cases} -1 & |i-j| \leq 2, \\ 5 & i=j, \\ 0 & |i-j| > 2, \end{cases} \quad \text{i} \quad b_{i1} = \begin{cases} 3 & i=1, N, \\ 2 & i=2, N-1, \\ 1 & i \neq 1, 2, N-1, N, \end{cases}$$

per a $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$.

Per a tots els ordres N tals que $6 \leq N \leq 30$ es demana:

1. Calculeu el determinant i el nombre de condició de les matrius A . Comproveu la simetria d'aquestes matrius. Comproveu que $X = (1, 1, \dots, 1)$ és solució exacte per a qualsevol N (sense fer ús de MATLAB[®]).
2. Fent ús de MATLAB[®] i d'un mètode d'eliminació gaussiana, determineu la solució x del sistema $Ax = b$. Expliqueu els avantatges i inconvenients del mètode per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.
3. Fent ús de MATLAB[®] i del mètode QR de resolució de sistemes d'equacions lineals, determineu la solució x del sistema $Ax = b$. Expliqueu els avantatges i inconvenients del mètode per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.
4. Estudieu la convergència dels mètodes de Jacobi i Gauss-Seidel per a la resolució del sistema d'equacions lineals. Prèviament feu un gràfic d'evolució del radi espectral de la matriu d'iteració de cadascun dels mètodes estudiats en funció de N . Expliqueu els avantatges i inconvenients dels mètodes per aquest cas concret.
5. Compareu la solució X del sistema $Ax = b$ pels diferents mètodes experimentats en aquest exercici. Quantes iteracions calen en cada cas? Expliqueu els avantatges i inconvenients dels mètodes per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.

Exercici III **Opció C**

Calculeu: $\sum_{k=1}^6 \frac{1}{3^k}$ i $\sum_{k=1}^6 \frac{1}{3^{(7-k)}}$

1. Fent ús de l'aritmètica de **tres xifres** arrodonint.
2. Fent ús de l'aritmètica de **quatre xifres** arrodonint.
3. Per què donen diferent? Calculeu en cada cas l'error relatiu percentual.

Exercici IV **Opció C**

Sigui A la matriu i b el vector definits per:

$$A = (a_{ij})_{N \times N} \quad \text{amb} \quad a_{ij} = i^{j-1} \quad \text{per a } i = 1, \dots, N \quad j = 1, \dots, N$$

$$b = (b_i)_{N \times 1} \quad \text{amb} \quad b_1 = N, \quad b_i = \frac{i^N - 1}{i - 1}, \quad \text{per a } i = 2, \dots, N.$$

Per a tots els ordres N tals que $2 \leq N \leq 20$ es demana:

1. Calculeu el determinant i el nombre de condició de les matrius A . Comproveu la simetria d'aquestes matrius. Comproveu que $X = (-1, -1, \dots, -1)$ és solució exacte per a qualsevol N (sense fer ús de MATLAB®).
2. Fent ús de MATLAB® i d'un mètode d'eliminació gaussiana, determineu la solució x del sistema $Ax = b$. Expliqueu els avantatges i inconvenients del mètode per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.
3. Fent ús de MATLAB® i del mètode QR de resolució de sistemes d'equacions lineals, determineu la solució x del sistema $Ax = b$. Expliqueu els avantatges i inconvenients del mètode per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.
4. Estudieu la convergència dels mètodes de Jacobi i Gauss-Seidel per a la resolució del sistema d'equacions lineals. Prèviament feu un gràfic d'evolució del radi espectral de la matriu d'iteració de cadascun dels mètodes estudiats en funció de N . Expliqueu els avantatges i inconvenients dels mètodes per aquest cas concret.
5. Compareu la solució X del sistema $Ax = b$ pels diferents mètodes experimentats en aquest exercici. Quantes iteracions calen en cada cas? Expliqueu els avantatges i inconvenients dels mètodes per aquest cas concret, expliqueu les desviacions de la solució que s'obtenen.

Referències

- [1] Abramowitz, M. and Stegun, I.A. *Hanbook of Mathematical Functions*. Ed. Dover.
- [2] Grau, Miquel i Noguera, Miquel. *Càlcul Numèric*. Edicions U.P.C. 1993
- [3] Forsythe, G.E.; Malcom, M.A.; Moler, C. B. : *Computer Methods for Mathematical Computations*. Prentice Hall. 1977
- [4] Moler, Cleve, *Numerical Computing with MATLAB*. Electronic edition: The MathWorks, Inc., Natick, MA, 2004.
<http://www.mathworks.es/moler/chapters.html>
- [5] Help online de Matlab.