

Inferencia Estadística

Tarea 1 14/08/2018

1. Resuelva lo siguiente:
 - a) Anastasio tiene 29 tarjetas numeradas del 1 al 29, con el número apareciendo sólo en uno de los lados de la tarjeta. Si Anastasio baraja las tarjetas varias veces de forma que los números quedan ocultos y al final toma la tarjeta que quedo en la parte de arriba, ¿cuál es la probabilidad de que la tarjeta que Anastasio elige sea mayor a 13?
 - b) Escriba la función de densidad de una variable aleatoria que sigue una distribución uniforme $X \sim U(19, 20, 21, \dots, 29)$. Calcule sus primeros tres momentos.
 - c) Eustaquio gira una ruleta que tiene los números enteros del 1 al 20. ¿Cuál es la varianza del resultado que Eustaquio obtiene?
 - d) ¿Cuál es el valor esperado del resultado de lanzar un dado balanceado?
2. La compañía CIE ha desarrollado un nuevo producto. La demanda de tal artículo es desconocida, pero se asume que es una variable aleatoria distribuida uniformemente en $\{0, 1, \dots, N\}$. Los dispositivos deben de ser hechos por adelantado; cada uno vendido produce una ganancia de g pesos y cada uno de los que se queda sin vender produce una pérdida de p pesos. ¿Cuántos de estos artículos tienen que producirse para maximizar la ganancia esperada?
3. Un conjunto de bits se envían sobre un canal de comunicación en paquetes de 12. Si la probabilidad de que un bit sea corrompido sobre este canal es 0.1 y los errores son independientes, ¿cuál es la probabilidad de que no más de dos bits de un paquete se corrompan? Si 6 paquetes de bits se envían sobre el canal, ¿cuál es la probabilidad de que al menos un paquete contenga 3 o más bits corruptos? Finalmente, si X denota el número de paquetes conteniendo 3 o más bit corruptos, ¿cuál es la probabilidad de que X excederá su media por más de dos desviaciones estándar?
4. Una caja contiene 12 manzanas frescas y 4 que están podridas. Si elige 3 al azar y X denota el número de manzanas frescas que tomó, encuentre la función de densidad de X y su esperanza.
5. Para el siguiente ejercicio es necesario el programa R.
 - a) Escriba un programa en R que reproduzca las gráficas de las funciones de distribución acumulada y de masa de la distribución uniforme que aparecen en las notas del curso. Las gráficas deben verse similares a las figuras de la Figura 1.
 - b) Lea en la documentación de R, o en cualquier otra fuente de información confiable, la explicación de la función `sample(x, size, replace=FALSE, prob=NULL)`. (No es necesario entregar algo para este ejercicio).
 - c) Usando la función `sample` simule una muestra de tamaño 10 000 de la distribución $U(1, \dots, 10)$. Fijando la semilla en 13 (`set.seed(13)`), muestre los resultados de la simulación en una tabla de frecuencia y calcule la media y la varianza. Sugerencia: Use la función `table`.

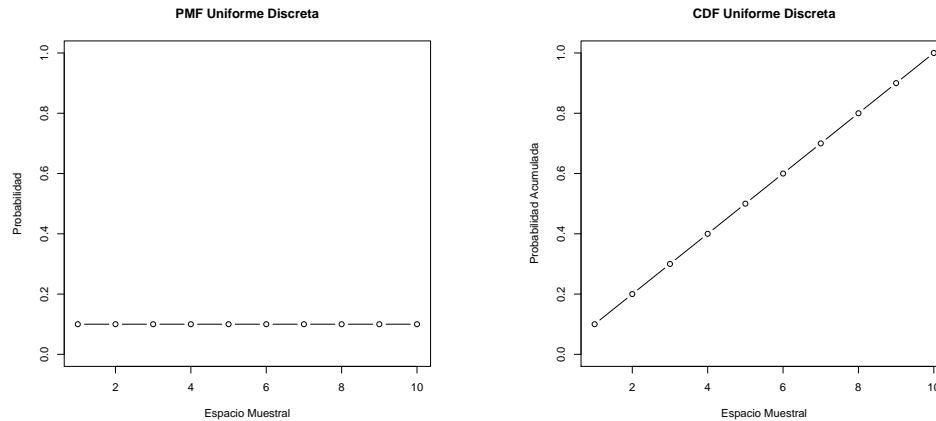


Figura 1: Ejemplo de las funciones de masa y acumulada de la distribución uniforme.

- d) Grafique las frecuencias de la simulación anterior.
6. Para el siguiente ejercicio también es necesario R.
- Usando la función `sample`, simule 10 lanzamientos de una moneda equilibrada y cuente el número de águilas que obtiene. Repita este proceso 10^6 veces y muestre sus primeros 3 resultados. Grafique las frecuencias del número de águilas obtenidas en los 10^6 experimentos. También grafique las proporciones (probabilidades) del número de águilas obtenidas.
 - Usando la función `dbinom` grafique la función de masa de una distribución $B(10, 0.5)$ sobre la gráfica de las proporciones que hizo en el inciso anterior. ¿Qué observa?
 - Repita los dos incisos anteriores para una moneda desequilibrada que tiene probabilidad $p = 0.3$ de obtener un águila cuando se lanza. ¿Qué observa?
7. Suponga que $X \sim B(123, 0.31)$. Resuelva lo siguiente:
- Escriba un programa en R que calcule las siguientes probabilidades directamente de la función de masa: i) $P(X = 0)$, $P(X = 123)$ y $P(X = 62)$; ii) $P(0 \leq X \leq 10)$, $P(0 < X \leq 10)$ y $P(0 \leq X < 10)$; iii) $P(X > 11)$ y $P(X \leq 10)$.
 - Calcule las probabilidades del inciso anterior usando la funciones `pbinom` y `dbinom`.
 - Escriba un programa en R que calcule los cuantiles de 0.25, 0.5 y 0.75. ¿Existe alguna función en R que calcule cuantiles?
8. Una urna contiene 46 bolas grises y 49 bolas blancas. Usando la función `sample` en R, simule la extracción sin reemplazamiento de 20 de estas bolas y cuente el número de bolas grises que obtuvo. Repita este proceso 10^6 veces, muestre sus primeros 3 resultados y grafique las frecuencias de bolas grises obtenidas en cada experimento. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer 20 bolas de la urna 5 de ellas sean grises? También grafique la proporción de bolas grises obtenidas en los experimentos anteriores y sobre esta figura añada la correspondiente función de masa de la distribución Hipergeométrica asociada al experimento total.

Entrega: 28/08/2018.