Temas selectos de econometría y finanzas (modulo de econometría)

J. Antonio García Ramirez (tarea 4)

1 de octubre de 2018

Ejercicio 1

En los Estados Unidos de Mundomaravilloso la tasa de crecimiento de ingresos GNP_t, la demanda de dinero $M2_t$ y la tasa de interes IR_t siguen un proceso $VAR(2)$ dado por:

$$\begin{pmatrix} GNP_t \\ M2_t \\ IR_t \end{pmatrix} = v + \phi_1 \begin{pmatrix} GNP_{t-1} \\ M2_{t-1} \\ IR_{t-1} \end{pmatrix} + \phi_2 \begin{pmatrix} GNP_{t-2} \\ M2_{t-2} \\ IR_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_{1,t} \\ Z_{2,t} \\ Z_{3,t} \end{pmatrix}$$

Con $v = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \phi_1 = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0.1 \\ 0.4 & 0 & 0.8 \end{pmatrix}, \phi_2 = \begin{pmatrix} -0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) *Muestre que el proceso $X_t = (GNP_t, M2_t, IR_t)^t$ es estable.*

Por definición un proceso $VAR(p)$ es estable si las raices del polinomio $I_k - \phi_1 z - \phi_2 z^2 + ... + \phi_p z^p$ no estan en el circulo unitario complejo.

Tenemos que el polinomio caracter´´istico inverso del proceso X_t es:7

$$det(I_3 - \phi_1 z - \phi_1 z^2) = det \begin{pmatrix} 1 - 0.7z + 0.2z^2 & -0.1z^2 & 0 \\ 0 & 1 - 0.4z - 0.1z^2 & -0.1z - 0.1z^2 \\ -0.9z & 0 & 1 - 0.8z^2 \end{pmatrix}$$

De donde

$$det(I_3 - \phi_1 z - \phi_1 z^2) = (1 - 0.7z + 0.2z^2)(1 - 0.4z - -0.1z^2)(1 - 0.8z^2) - (0.9z)(-0.1z)(-0.1z - 0.1z^2)$$

Lo cual déspues de simplificar queda como

$$det(I_3 - \phi_1 z - \phi_1 z^2) = 1 - 1.1z - 0.42z^2 + 0.861z^3 - 0.333z^4 + 0.008z^5 + 0.016z^6$$

Y obtenemos la raicez del polinomio

```
x <- polyroot(c(1, -1.1, -0.42, 0.861, -0.333, 0.008, 0.16))
x
```

```
## [1]  0.9757601+0.2717403i -1.1985458-0.0000000i  0.9757601-0.2717403i
## [4]  0.6331024-1.4337333i  0.6331024+1.4337333i -2.0691793+0.0000000i
```

Cuyos modulos son:

```
abs(x)
```

```
## [1] 1.012892 1.198546 1.012892 1.567294 1.567294 2.069179
```

Y como todas las raices del polinomio aracterístico inverso tienen un modulo mayor a la unidad el proceso X_t es estable

b) Determine el vactor de medias del proceso X_t

Déspues de realizar los productos llegamos a que

$$GNP_t = 2 + 0.7GNP_{t-1} + 0.1M2_{t-1} - 0.2GNP_{t-2} + Z_{1,t}$$

$$M2_t = 1 + 0.4M2_{t-1} + 0.1IR_{t-1} + 0.1M2t - 2 + 0.1IR_{t-2} + Z_{2,t}$$

Y

$$IR_t = 0.9GNP_{t-1} + 0.8IR_{t-1} + Z_{3,t}$$

De las ecuaciones anteriores sacando esperanzas y utilizando que X_t s estacionario y que $E(Z_{i,t}) = 0$ tenemos las siguientes tres ecuaciones:

$$E(IR_t) = \frac{9}{2}E(GNP_{t-1}) \tag{1}$$

$$E(GNP_t) = 4 + 0.2E(M2_{t-1}) \tag{2}$$

Y

$$E(M2_t) = 2 + 4E(IR_{t-1}) \tag{3}$$

Y sustituyendo (1) en (3) y luego en (2)

$$E(M2_t) = 2 + \frac{18 * 4}{10} + \frac{36}{100}E(M2_{t-1})$$

De donde $E(M2_t) = 14.\bar{3}$, y sustituyedo este valor en (2), obtenemos que

$$E(GNP_t) = 6.872$$

y utilizando este resultado en (1) obtenemos filamente que

$$E(IR_t) = 30.9375$$

c) Expresar el modelo X_t como un modelo $VAR(1)$

Abusando un poco de la notación denotamos como $AR(1) = v + \phi_1 X_{t-1} + Z_t$ Para hacer facíl de escribir las siguientes recurrencias:

$$X_2 = v + \phi_1 X_1 + \phi_2 X_0 + Z_2 = AR(1) + \phi_2 X_0$$
$$X_3 = v + \phi_1 X_2 + Z_3 + \phi_2 X_2 = AR(1) + \phi_2 X_1$$

$$X_4 = AR(1) + \phi_2 AR(1) = AR(1) + \phi_2(AR(1) + \phi_2^2 X_0)$$

En general

$$X_{2n} = AR(1) + \sum_{i=1}^{n} \phi_2^i X_0$$

Y

$$X_{2n+1} = AR(1) + \sum_{i=1}^{\lfloor 2n+1 \rfloor} \phi_2^i X_1$$

Y como el proceso ϕ_2^i tiende a cero conforme $i \to \infty$ entonces X_t sigue un proceso $AR(1)$

Ejercicio 2

Muestra el procedimiento de cómo presentar las funciones de respuesta-impulso de manera ortogonalizada.

Después de revisar el texto Helmut Lütkepohl de *Lütkepohl*, por segunda vez en la vida :D, en vista de la ayuda de R es bastante precaria al no aunar en la diferencia entre las funciones de respuesta-impulso no ortogonalización, y después de consultar la página 58 del citado texto puedo decir que la diferencia entre las funciones de respuesta impulso no ortogonalización y las ortogonalización es sencilla. Si en un modelo $VAR(p)$ se encuentra que la matriz de covarianza de los ruidos Σ_u presenta elementos fuera de la diagonal esto hace **main** difícil identificar qué choques afectan a una sola variable por lo que al aprovechar la simetría de Σ_u (la matriz de varianzas de los errores) esta se puede factorizar por el método de Cholesky y llevar a un sistema $VAR(p)$ a una forma diagonal (con el método que vimos en clase de formar una gran matriz donde cada entrada de la primer fila es una matriz de coeficientes del modelo $VAR(1)$, **lo cual personalmente no acabo de entender y por ello no lo utilice en el ejercicio anterior en la parte c**

Como dato curioso el texto menciona que Herman Wold (el mismo econometrista del que he estado leyendo por PLS) que estos modelos el investigador debe especificar las variables causales ¡lo cual contradice la primer bondad que enunciamos de los modelos $VAR(p)$!

Pero a costa de lo anterior permite-medir -interpretar de mejor manera la causalidad que definimos como de Granger donde los choques de una componente del vector solo afectan a los siguientes que se definen como causales.

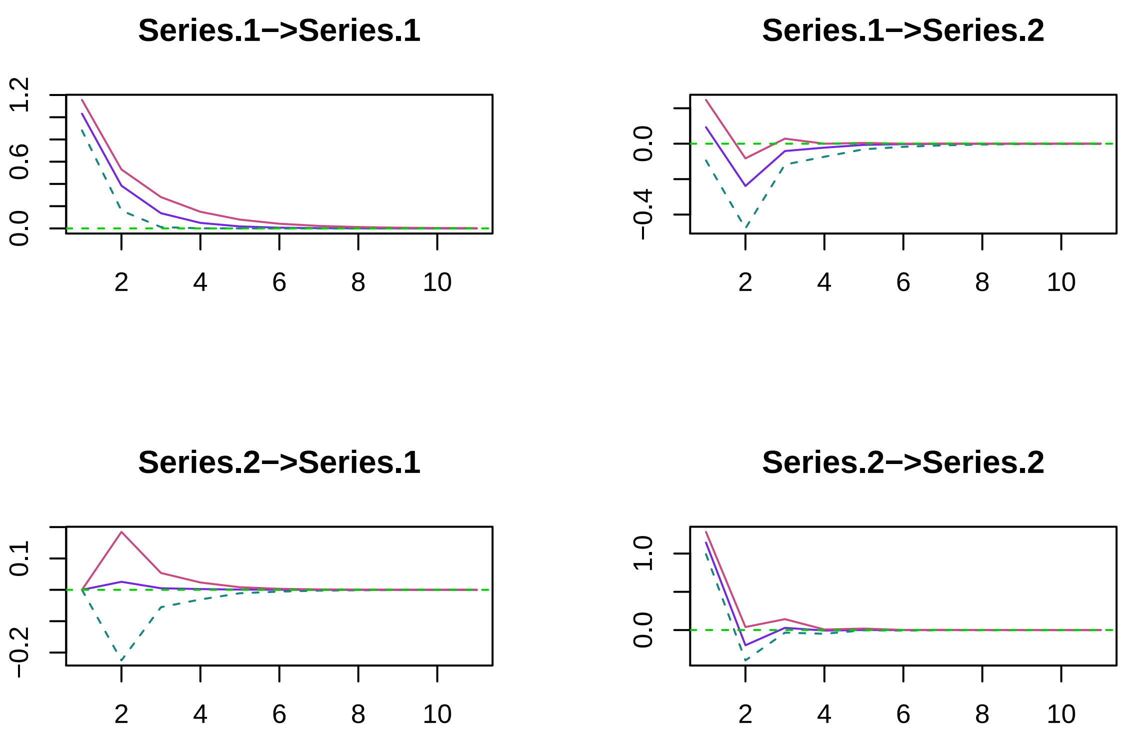
Repetire la simulación que se nos proporcionó primero para reafirmar lo aprendido con un modelo $VAR(1)$ bivariado definido por:

$$X_t = v \begin{pmatrix} 0.3966972 & 0 \\ -0.2344913 & -0.1278761 \end{pmatrix} X_{t-1} + Z_t$$

Y simulando uno de estos modelos para comprobar que en efecto X_2 no es causal de X_1, tenemos las funciones de respuesta impulso ortogonalizadas siguientes, donde se aprecia que la componente X_1 no es causa de X_2.

```
## , , 1
##
##            [,1]       [,2]
## [1,]  0.3966972  0.0000000
## [2,] -0.2344913 -0.1278761

## [1] "Rezagos"

## AIC(n)  SC(n)  HQ(n)
##      1      1      1

## [1] "Raices más grande del polinomio caracteristico"

## [1] 0.3608412

## [1] "Prueba de Pormanteau"

## Chi-squared
##   0.9929797
```

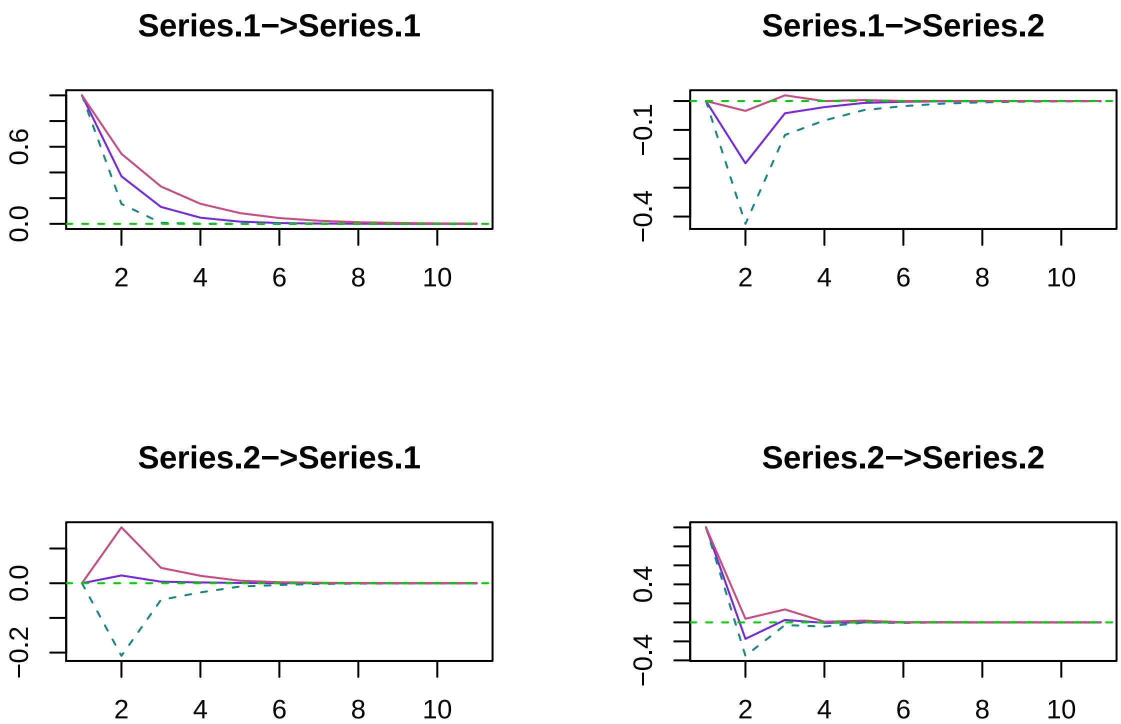
```
## [1] "Test de presencia de Arch"

## Chi-squared
##  0.06948429

## [1] "Causalidad de X_1 con X_2"

##
##  Granger causality H0: Series.1 do not Granger-cause Series.2
##
## data:  VAR object var1
## F-Test = 4.2819, df1 = 1, df2 = 194, p-value = 0.03984

## [1] "Causalidad de X_2 con X_1"

##
##  Granger causality H0: Series.2 do not Granger-cause Series.1
##
## data:  VAR object var1
## F-Test = 0.064071, df1 = 1, df2 = 194, p-value = 0.8004
```



Mientras que al repetir el mismo experimento pero con funciones de respuesta-impulso no ortogonalizas el mismo ejemplo queda como sigue, las indiferencias son pequeñas en vista de que solo utilizamos un vector vivariado y un lag de 1.

```
## , , 1
##
##              [,1]       [,2]
## [1,]  0.3966972  0.0000000
```

```
## [2,] -0.2344913 -0.1278761
## [1] "Rezagos"
## AIC(n)  SC(n)  HQ(n)
##      1      1      1
## [1] "Raices más grande del polinomio caracteristico"
## [1] 0.3608412
```



Ejercicio 3

Modifica el experimento Monte Carlo de tal forma que observes el funcionamiento muestral de los diferentes estadísticos que se analizaron en clase. Modifica a tu interés los siguientes parámetros: coeficientes del modelo VAR, rezagos, estructuras de covarianza en los errores y tamaño de muestras y comenta lo hallado. Para cada uno de ellos prueba dos diferentes casos. Idea de trabajo final, nota que estamos analizando el funcionamiento de diferentes pruebas bajo stress.

Por curiosidad, y ligado al resultado del modulo de matrices aleatorias que dice que la distribución de los valores propios de una matriz aleatoria símetrica y con entradas normales es invariante bajo rotaciones, comencemos con un modelo $AR(1)$ 5-variado con la matriz ϕ_1 simetríca y veamos como se comporta, donde los coeficientes de ϕ_1 son menores a la unidad en todos los casos

El modelo es

$$X_t = v + \phi_1 X_t + Z_t$$

Con

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 0.25 & -0.19 & 0.21 & 0.09 & 0.02 \\ -0.19 & -0.19 & -0.11 & 0.02 & 0.28 \\ 0.21 & -0.11 & -0.23 & -0.12 & -0.02 \\ 0.09 & 0.02 & -0.12 & 0.09 & -0.04 \\ 0.02 & 0.28 & -0.02 & -0.04 & -0.01 \end{pmatrix}$$

Como era de esperarse el modelo tiene un lag óptimo según el criterio de Akaike de 1, los residuos no muestran correlación serial y tampoco se observa el fenómeno ARCH en las varianzas de los errores estimados, esto según la prueba de Portmanteau y el test de ARCH. Finalmente como podemos ver en la gráfica siguiente las series 4 y 3 no parecen tener causalidad en el sentido de Granger con respecto a las otras componentes del vector X_t

```
## [1] 1
```

```
##  AIC   SC   HQ
## 0.99 1.00 1.00
```

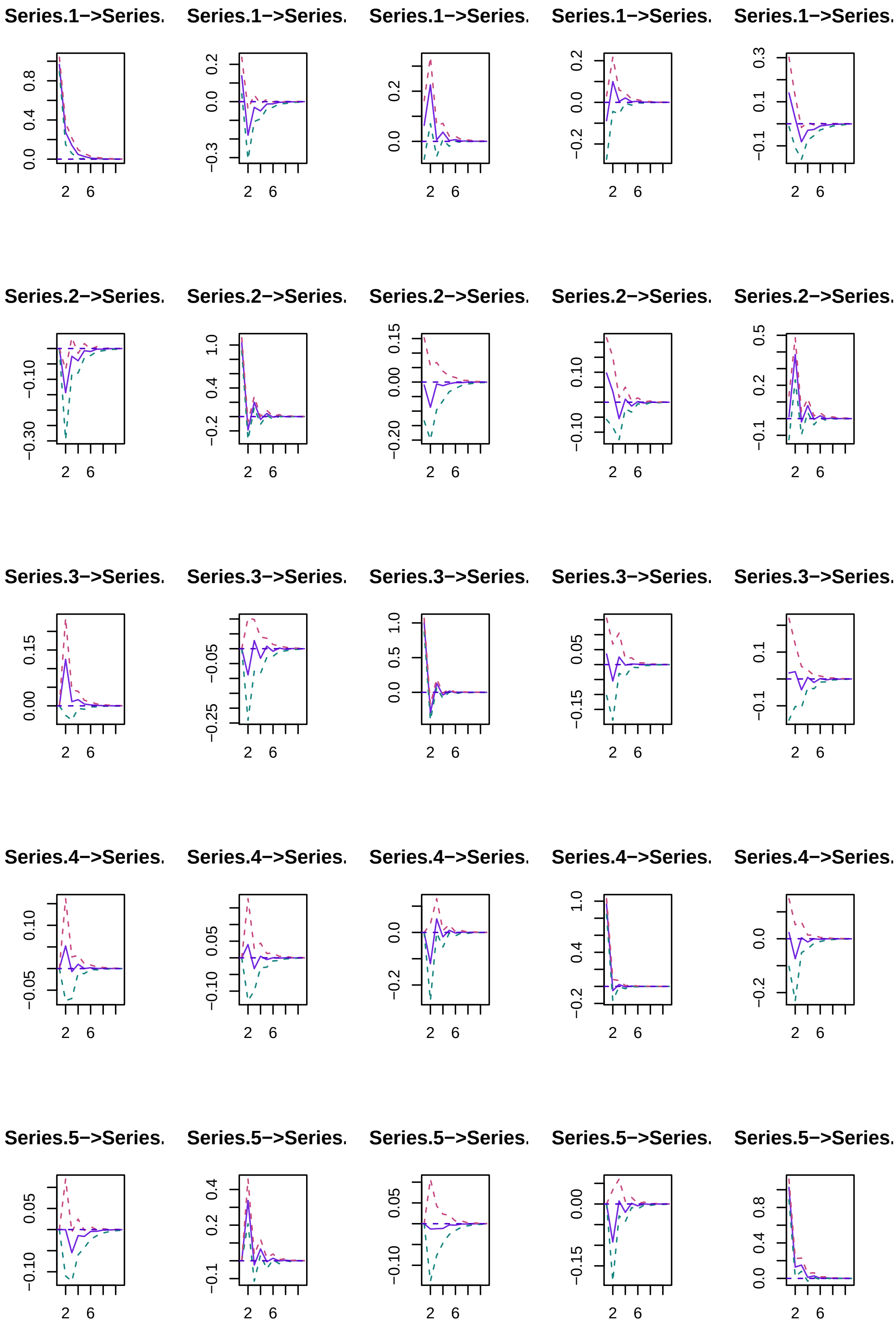
```
## serial   arch
##  0.996  1.000
```

```
## Series1 Series2 Series3 Series4 Series5
##   0.314   0.474   0.304   0.136   0.282
```

```
##
##  Portmanteau Test (asymptotic)
##
## data:  Residuals of VAR object varc
## Chi-squared = 357.55, df = 375, p-value = 0.7333
```

```
##
##  ARCH (multivariate)
##
## data:  Residuals of VAR object varc
## Chi-squared = 1115.5, df = 1125, p-value = 0.5742
```

```
##          p.value
## Series 1  0.0001
## Series 2  0.0000
## Series 3  0.1565
## Series 4  0.2964
## Series 5  0.0000
```


Series.1−>Series.
Series.1−>Series.
Series.1−>Series.
Series.1−>Series.
Series.1−>Series.
Series.2−>Series.
Series.2−>Series.
Series.2−>Series.
Series.2−>Series.
Series.2−>Series.
Series.3−>Series.
Series.3−>Series.
Series.3−>Series.
Series.3−>Series.
Series.3−>Series.
Series.4−>Series.
Series.4−>Series.
Series.4−>Series.
Series.4−>Series.
Series.4−>Series.
Series.5−>Series.
Series.5−>Series.
Series.5−>Series.
Series.5−>Series.
Series.5−>Series.

Proseguimos a estresar las pruebas con un modelo $AR(3)$ con vectores de dimensión 10, por ello cuidamos que la longitud de las series simuladas sea mayor a 1000 y no cuidamos que las matrices ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_3 sean simétricas, pero que sus coeficientes sean menores ala unidad para que el proceso sea estable

Repitiendo cada simulación solamente 250 veces, pero con entradas $\sim N(0, 0.1)$

```
## [1] 1

## AIC  SC  HQ
##   1   1   1

## serial   arch
##  0.484  0.952

## Series1 Series2 Series3
##       1       1       1

##
##  Portmanteau Test (asymptotic)
##
## data:  Residuals of VAR object varc
## Chi-squared = 1246.5, df = 1300, p-value = 0.8534

##
##  ARCH (multivariate)
##
## data:  Residuals of VAR object varc
## Chi-squared = 15215, df = 15125, p-value = 0.3021

##           p.value
## Series 1        0
## Series 2        0
## Series 3        0
## Series 4        0
## Series 5        0
## Series 6        0
## Series 7        0
## Series 8        0
## Series 9        0
## Series 10       0
```

Encontramos que el proceso es estable pues ninguno de sus valores propios es menor a cero. De nueva cuenta los test de Portmanteau y de ARCH no indican correlación serial ni heterocedasticidad pero a diferencia de los casos anteriores ninguna de la componentes parece ser causal, **lo cual es un dato importante para incluir en mi trabajo final de la asignatura** solo para medir qué tanto papel tiene la maldición de la dimensionalidad, repito el mismo ejercicio pero simulando series de longitud 1,500 (suponiento que pudieramos tener series tan largas), en el cuadro siguiente se tienen los resultados

Repitiendo cada simulación solamente 2,500 veces, pero con entradas $\sim N(0, 0.1)$

```
## [1] 1

## AIC  SC  HQ
##   0   0   0

## serial   arch
## 0.7272 0.9680

## Series1 Series2 Series3
##       1       1       1
```

```
##
##  Portmanteau Test (asymptotic)
##
## data:  Residuals of VAR object varc
## Chi-squared = 1304.1, df = 1300, p-value = 0.4629
```

```
##
##  ARCH (multivariate)
##
## data:  Residuals of VAR object varc
## Chi-squared = 14884, df = 15125, p-value = 0.9175
```

```
##           p.value
## Series 1        0
## Series 2        0
## Series 3        0
## Series 4        0
## Series 5        0
## Series 6        0
## Series 7        0
## Series 8        0
## Series 9        0
## Series 10       0
```

Ejercicio 4

Construye un modelo VAR cuyo objetivo sea analizar y pronosticar la inflación interanual de México para el siguiente periodo no disponible. Elige un periodo de muestra que consideres apropiado y realiza las pruebas que consideres necesarias para verificar que el modelo pronosticará bien a futuro. Puedes utilizar variables relacionadas endógenamente (según la teoría económica) como oferta de billetas y monedas (M0), tipo de cambio nominal, tasa de desempleo y salarios reales.

Decidí utilizar los ingresos por remesas, pues considero que es una variable importante porque justo cuando deje mi ultimo empleo me ví en la tarea de leer el tratado IMMEX que enfloja a parte de las maquiladores y que tiene más de un millon de empleos fijos, denoto a esta variable como REM y la información la encontre en un portal de Banxico la información es “Remesas Totales (Millones de dólares)” y anexo los datos en el archivo ‘remesas.csv’ los datos se reportan desde el primero de enero de 1996.

Para la inflación considere el indice nacional de precios al consumidor que denoto como INP, el cual tome com año base el 2010 ya que siempre he desconfiado de los pronosticos de BANXICO, sospechando de un cambio estructural antes de ese año, los datos los atquirí del INEGI y corresponden a los publicados en el diario oficial de la federación mes con mes con la etiqueta “Inflación mensual interanual” aunque se reportan mes con mes desde enero de 1971. Los datos los anexo en el archivo ’inpc.csv"

Di un salto de fe y consulte los datos sobre la demanda de billetes y monedas de BANXICO considerando lo que está en flujo y lo que está en los bancos. Los datos los anexo en el archivo ‘mo.csv’ y se reportan mensualmente desde 1985. También consulte los tipos de cambio de peso a dólar de [BANXICO] etiquetados como tasa de crecimiento anual que anexo en el archivo ‘tasa De cambio.csv’ que contempla la fecha de publicación en el diario oficial de la federación y que se reporta mensualmente a partir de noviembre de 1992.

Finalmente para la tasa de desempleo consulte el banco de información del INEGI en el rubro de “Poblacional nacional tasa de desocupación” ya que son mensuales y se encuentran disponibles desde enero del 2015.

Por ultimo comsidere los salarios reales como los que se reportan al IMSS en vista de que hace unos meses trabajé con un contador que trabajaba ahí y me explico los diferentes salarios que hay en el léxico contable.