ón113 ón de la metodología VARC a la Inflación en México469

Universidad Nacional Autonóma de México
Facultad de Ciencias
Centro de Investigación en Matemáticas A.C

Metodologías Competitivas para la predicción de la Inflación en México

TESIS

Que para obtener el grado de

Licenciado en Actuaría

PRESENTA:

Prisma Yadira Huertas Castillo

Director de Tesis:

Dr. Graciela Gónzalez Farías

Resumen

El propósito de este documento es aplicar modelos econométricos comúnmente usados en Economía que tengan sustento teórico y evaluar la precisión de los pronósticos para la Inflación en México.

Los modelos econométricos que se aplicaran son el modelo ARIMA y el modelo VAR-COINTEGRADO. Se comparará el desempeño de estos modelos entre sí utilizando una muestra de entrenamiento y una muestra de verificación.

Es común ver en México, diversos trabajos del área econométrica, donde se aplican modelos de series de tiempo con los que se llevan acabo estimaciones a través de la técnica de Box-Jenkins método por el cual se calculará el ARIMA. El modelo VAR-COINTEGRADO es un modelo multivariado, por lo que se agregarán y estudiarán otros series económicas relacionadas con la inflación tales como: Tipo de Cambio, Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio, Indice Global Actividad Económica y Base Monetaria. Ambas metodologías se implementarán con el software R.

El trabajo se estructura de la siguiente manera: En el capitulo I, se explica la teoría económica que rige a la Inflación, importancia de la Inflación así como sus determinantes y forma de medición. En el capitulo II, se explica y aplica la metodología Box-Jenkins a la Inflación. En el capitulo III, se explica y aplica la metodología del VAR-COINTEGRADO. Por último en el capitulo IV, se comparan ambos pronósticos y se presentan las conclusiones.

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

Capítulo 1

Introducción

La inflación es una de las variables macroeconómicas más importantes y más consultadas por diferentes sectores de la sociedad, debido a su afectación hacia otras variables económicas, por lo que resulta deseable contar con una medición y un pronóstico de la misma, lo más certero.

Existen diversos enfoques de pronósticos, en este trabajo se utilizará un enfoque econometrista, que es el más utilizado por los economistas de Bancos Centrales, debido a su enfoque especializado en series económicas.

En este capitulo se dará un breve panorama de la Inflación desde un punto de vista económico y las variables económicas que están correlacionadas con ella.

La Inflación es una serie de tiempo económica que se caracteriza por ser no-estacionaria, es decir, tener tendencia alcista o bajista. Debido a su comportamiento particular, se le da un tratamiento diferente al una serie de tiempo ordinaria.

Si queremos obtener una predicción asertiva de la inflación en México, debemos entender la naturaleza de la misma: ¿Qué es la Inflación?, ¿Cuál es la perspectiva económica de la Inflación?, ¿Cómo se mide la Inflación?, ¿Qué variables económicas se correlacionan con la Inflación?, etc.

1.1. Teoría Económica de la Inflación

La importancia de predecir el comportamiento de la Inflación radica en que tanto círculos académicos como autoridades monetarias alrededor del mundo, consideran que para fomentar el crecimiento económico sostenido de un país se debe procurar la estabilidad de precios, es decir, la estabilidad de la Inflación. Una Inflación desbordada implica costos sociales enormes para un país, ya que afecta: el consumo, la inversión y el empleo.

Existen diversas definiciones sobre inflación, una de las más usadas en la literatura económica es:
."El aumento sostenido y generalizado de los precios de los bienes y servicios de una economía a lo largo del tiempo ".

Definición de Oferta y Demanda Agregada

-La oferta agregada (OA) es el volumen total de los bienes y servicios que están dispuestos a ofrecer los *productores* en una economía.
-La demanda agregada(DA) es el volumen total de los bienes y servicios que están dispuestos a adquirir los *consumidores* en una economía.

Consumidores hace referencia a: las familias (C, consumo), las empresas (I, inversión), el gobierno (G, compras públicas) y los extranjeros (X, exportaciones), descontando compras que se destinan a producción realizada en otros países (M, importaciones): $DA = C + I + G + X - M$

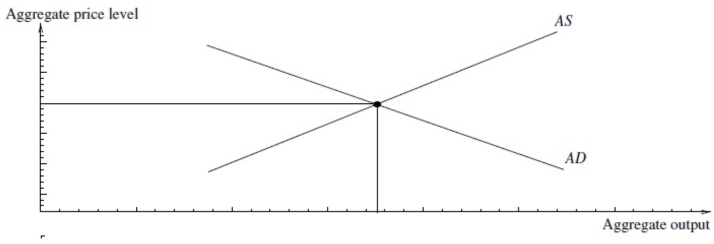
Modelo de Oferta y Demanda Agregada

El modelo de oferta y demanda agregada se utiliza para explicar la determinación de los niveles de producción y de precios de una economía. Se compone de una curva de demanda agregada (relación entre el nivel de precios y el PIB desde el punto de vista de la demanda) y una curva de oferta agregada (relación entre el nivel de precios y el PIB desde el punto de vista de la producción).

Dado el nivel de producción de equilibrio a largo plazo este modelo permite explicar las fluctuaciones cíclicas que experimenta la economía alrededor de este nivel de renta, como consecuencia de perturbaciones de demanda o de oferta.

Oferta y Demanda Agregada ante choques

Figura 1.1: Diagrama de Oferta y Demanda Agregada



La inflación se ve directamente afectada por la oferta y demanda del dinero así como en la condición para el equilibrio del mercado monetario. Cada país tiene un agente responsable de la política monetaria, el cual cuenta con numerosas herramientas para ayudar a conseguir esa condición de equilibrio. Algunos choques pueden incidir de forma temporal en la inflación, pero existen algunos que producen cambios permanentes, los economistas hacen hincapié en tener cuidado con los cambios en oferta monetaria.

De acuerdo a la teoría económica y a un análisis estadístico de algunas variables económicas se puede concluir que existen varias variables que pueden afectar a la Inflación, como: El Tipo de Cambio (TC), el Producto Interno Bruto(PIB), la Tasa de Interés (TI), la Base Monetaria (BM), Exportaciones, Importaciones, Balanza comercial, entre otras.

1.2. Componentes Econométricos

Frecuentemente los economistas formulan modelos económicamente bien especificados como los modelos empíricos y aplican métodos estadísticos para estimar sus parámetros. En contraste, los estadísticos formulan modelos estadísticamente bien especificados para los datos y analizan el modelo estadístico para responder a preguntas de interés económico.En el primer caso, la estadística se usa pasivamente como una herramienta para obtener algunas estimaciones deseadas y en el segundo caso, el modelo es tomado en serio y se usa activamente para analizar el proceso generador subyacente del fenómeno en cuestión.

El principio general de análisis de modelos estadísticos en la macro-economía se remonta a R. A. Fisher, quien fue introducido en la econometría por Haavelmo(1944) y más desarrollado por Hendry, Johansen (1996).
En el modelo de Havelmo, las variables macro-económicas pueden ser fijas

o predeterminadas a priori. La probabilidad de Havelmo es una aproximación a la econometría, requiere una formulación probabilista para el proceso generado por los datos.
Por lo tanto, el modelo esta basado en un sistema completo de ecuaciones. La solución es una tarea no trivial. El trabajo econométrico le ha dado una nueva visión a los mecanismos económicos. Hay dos distintos enfoques en la modelación econométrica: (1)El enfoque del agente representativo, el objetivo es el análisis empírico de algunos parámetros (2)El enfoque en técnicas estadísticas sofisticadas, ejemplificados por el modelo VAR,identificar la inferencia sobre los mecanismos económicos subyacentes. Para modelos macroeconómicos a veces es más fructífero seguir procedimientos empíricos, esto contradice a la econometría pero ya se verá más adelante.
El vínculo entre modelación empírica y teoría económica es el campo de la inferencia estadística, por ello nos centramos en la metodología del proceso VAR. La tasa de inflación está directamente relacionada con la oferta de dinero. Por lo cual se debe estudiar la tendencia del dinero.
Tipos de choques en la Inflación
Choque permanente, es aquel que tiene un efecto de larga duración en el nivel de la variable.
Choque transitorio, es aquel que desaparece en el siguiente periodo o unos pocos periodos después.

Estacionariedad de la Inflación

Algunos estudios muestran que la inflación es estacionaria y otros no-estacionaria, esto pierde importancia si la raíz unitaria (tendencia estocástica) le da una interpretación económica estructural. Desde la perspectiva macro-económica en el mediano plazo, la mayoría de las variables presentan una inercia: tiende a un comportamiento no-estacionario más que un comportamiento estacionario.
Se debe tener precaución porque si la inflación se trata como variable estacionaria y no lo es, probablemente invalide el análisis estadístico y de lugar a conclusiones erróneas. Por otro lado, si se trata como variable no-estacionaria da la oportunidad de encontrar que otras variables han exhibido persistencias similares explotando la propiedad de cointegración.

Importancia de las raíces unitarias

La raíz unitaria de las variables es muy útil para el análisis en las relaciones macro-económicas de mediano y largo plazo, ya que permiten estructurar los datos de los componentes persistentes y menos persistentes.

1.3. Inflación en México

Como se mencionó en la sección uno, la inflación esta directamente relacionada con la oferta y demanda de dinero y cada país tiene un agente que procura el equilibrio del mercado monetario. En México, Banco de México, tiene como finalidad proveer a la economía del país de moneda nacional. En la consecución de esta finalidad el Instituto Central tiene como objetivo prioritario procurar la estabilidad del poder adquisitivo de dicha moneda.
El Banco Central no tiene un control directo sobre los precios, ya que éstos se determinan como resultado de la interacción entre la oferta y demanda de diversos bienes o servicios, sin embargo, si puede influir sobre el proceso de determinación de precios, a través de la política monetaria y de esta manera cumplir con su meta de inflación.
En años recientes muchos países, incluyendo a México, han reorientado los objetivos de la política monetaria estableciendo metas de inflación en niveles bajos.

1.3.1. Determinantes de Corto y Largo plazo

A continuación se analizarán los determinantes de corto plazo(impacto sobre la inflación en periodos menores a un año) y largo plazo de la inflación(impacto sobre la inflación en periodos mayores a un año).

a) Determinantes de largo plazo de la inflación

a.1) Exceso de dinero

El banco central está a cargo de la cantidad de dinero disponible para la compra de bienes y servicios en una economía, es decir, la oferta de dinero. Si se crea más dinero de lo que el público demanda, el crecimiento de la oferta de dinero aumenta lo cual conlleva a un aumento en el nivel de precios y por lo tanto a un incremento en la inflación.

a.2) Déficit fiscal

Situación en la que los gastos de un gobierno son mayores que sus ingresos. El gobierno podría ser financiado con un préstamo del banco central, para ello, el banco central tendría que aumentar la base monetaria, esto provocaría un aumento en el nivel de precios.

a.3) Políticas inconsistentes

Existe la posibilidad de que algunas políticas para mantener el nivel de precios generen cierta inercia sobre la inflación.

b) Determinantes de corto plazo de la inflación

b.1) Contracción de la oferta agregada

Sí baja la OA debido al aumento de los costos asociados a los procesos productivos, las empresas aumentan sus precios para mantener sus márgenes de ganancia o podrían reducir su oferta y trasladar los mayores costos al consumidor. Sí lo anterior sucede en empresas que abarcan una amplia gama de bienes y servicios, ocasionaría inflación.

b.3) Incremento de la demanda agregada

Si la DA es mayor a los bienes y servicios que la economía puede producir, OA, esto causaría incremento en los precios, ya que hay mucho dinero persiguiendo a pocos bienes. Los consumidores compran más bienes y servicios que antes, al notar este fenómeno las empresas incrementan los precios de sus productos, lo que causa inflación.

b.4) Tasa de interés

La tasa de interés es una herramienta importante del banco central para controlar el crecimiento de dinero y por lo tanto a la inflación.

i) Una mayor tasa de interés; reduce la demanda agregada, desincentivando la inversión y el consumo, aumentando el ahorro de las personas; de esta manera se limita la cantidad de dinero disponible en la economía, con lo que el nivel de precios disminuye.
ii) Sí disminuye la tasa de interés; las personas se ven incentivadas a invertir y consumir, ya que tener el dinero en los bancos no es la mejor opción, por lo que la cantidad disponible en la economía se ve incrementada, lo que hace que el nivel de precios aumente.

b.5) Política de inflación creíble

En una economía en la cual los precios y los salarios se establecen con base en las expectativas de inflación, una política creíble debe tener como prioridad:

el control de la inflación y ayudar a anclar las expectativas que el público tienen sobre la misma.

1.3.2. Medición de la Inflación en México

La medición de la inflación se realiza a través de indices de precios, en México, se mide a partir del INPC(Indice Nacional de Precios al Consumidor), el cual es elaborado y publicado periódicamente por el INEGI(Instituto Nacional de Estadística y Geografía) por mandato oficial desde el 15 de Julio de 2011, hasta antes de esta última fecha, dicha responsabilidad correspondió al Banco de México. La metodología del INPC es muy confiable y sólida, ha sido reconocida por instancias nacionales y extranjeras.

Indices de Precios

Los índices de precios son estadísticos que miden los cambios porcentuales o proporcionales de un conjunto de precios a lo largo del tiempo.
Para el cálculo, se requiere definir un grupo de productos y dar seguimiento en sus precios, determinar la importancia relativa de cada componente en el total de la canasta, así como la manera más apropiada de promediar las variaciones de sus precios.
Existen varios tipos de números índice, los más conocidos son los índices de Laspeyres y de Paasche. El primero mide los cambios de precios de una canasta fija de bienes y servicios y es el más comúnmente utilizado para medir inflación.
Los índices de precio para al consumidor se usan para la indexación ó la deflactación de valores.

Índice Nacional de Precios al Consumidor

El INPC es un indicador económico diseñado específicamente para medir el cambio promedio de los precios en el tiempo, mediante una canasta ponderada de bienes y servicios representativa del consumo de las familias urbanas de México.
Facilita la toma de decisiones económicas inherentes al comportamiento de los precios. Ello se debe a que brinda información al gobierno, empresas, sindicatos y ciudadanos privados sobre los cambios que tiene el costo de la vida en el país.

Metodología del Calculo del INPC

A grandes rasgos la metodología del calculo del INPC consiste en: Recolección, revisión y seguimiento de precios de la canasta básica de consumo de bienes y servicios de los mexicanos. Estos bienes y servicios que componen la canasta básica del INPC esta determinada por las encuestas realizadas por el INEGI a los mexicanos y consta de 183 genéricos, es modificada periódicamente según lo considere el INEGI, ya que los gustos de consumo tienden a cambiar con el tiempo. El periodo base del INPC, es 2010, es decir en esa fecha el INPC=100. Los índices de precios que componen el INPC utilizan la fórmula de Laspeyres y promedios simples, cada genérico con un tratamiento diferente debido a su naturaleza misma.

La metodología del INPC, se encuentra a detalle en la página del INEGI, no se pretende ahondar en ello puesto que no es ese el objetivo del trabajo.

Ejemplo del Calculo de la Inflación

Para obtener la tasa de inflación, se toma la variación del INPC entre dos periodos distintos. Como se muestra en la fórmula de abajo:

$$INFLACION_t = [(INPC_t/INPC_{t-1}) - 1] * 100$$

Se lee, "la inflación al tiempo t, es igual a la variación del INPC al tiempo t entre el INPC al tiempo t-1, menos uno y multiplicado por cien".

Ejemplo: Inflación Mensual de Julio de 2006
La inflación mensual en por ciento de julio de 2006,se obtiene de dividir el INPC del mes de julio de 2006 entre el INPC correspondiente a junio de 2006, al resultado obtenido se le resta la unidad y se multiplica por cien.

INPC de julio de 2006: 80.944
INPC de junio de 2006: 80.723
Variación= ((80.944/80.723) - 1)*100 = 0.27

Ejemplo: Inflación Anual
Para conocer la variación anual en por ciento correspondiente a los últimos doce meses, se debe dividir, del INPC de julio de 2005 y el de julio de 2006, restar uno y multiplicar por cien.

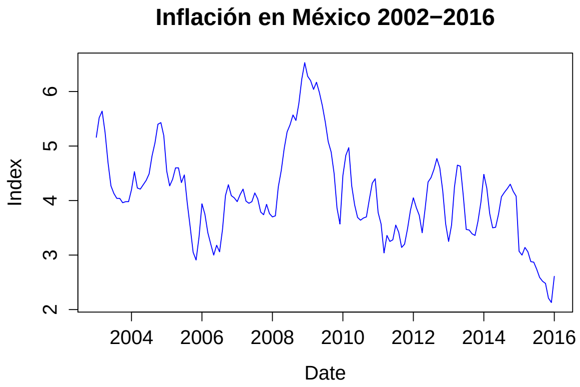
INPC de julio de 2006: 80.944
INPC de julio de 2005: 78.538

Variación= (80.944/78.538 - 1)*100 = 3.06

1.4. Análisis de la Inflación en México

La serie del INPC que se utilizara en este trabajo, tiene periodicidad mensual y comprende el periodo de enero 2002 a enero 2016. Abajo se muestra la gráfica de la Inflación en México, obtenida con la serie INPC.

Figura 1.2: Gráfica de la Inflación en México



Se pueden observar durante el periodo 2008-2010 un aumento considerable en la inflación esta afectada por la Crisis Mundial de 2008. Estabilidad durante el periodo 2010-2015 fluctuando entre el tres por ciento y 5 por ciento. Así como mínimos históricos durante 2015.

Los economistas aún debaten si la Inflación se debe diferenciar una o dos veces para volverla estacionario. De acuerdo este paper publicado den 2007 [**?**] concluye que a partir de 2001 la Inflación paso de ser No-estacionaria a estacionaria. Y el paper [**?**] menciona que para el caso de México hay periodos en los que la serie es de orden uno y otros periodos de orden 2, esto debido a las crisis económicas.

Para pronósticar la inflación, se puede trabajar directamente con la serie de Inflación o con la serie INPC. Para poder comparar los pronósticos que se tienen previstos, se utilizará la serie del INPC.

Capítulo 2

Metodología Box - Jenkins

Los ARIMA's pertenecen a la familia de la metodología Box-Jenkins(1976), es uno de los modelos favoritos para pronóstico de series económicas, ya que se construyen utilizando su propio pasado para explicar su evolución presente y futura.

Las ventajas del modelo es que no necesita distintas series de datos y no se necesita la identificación y especificación del modelo en el sentido de la econometría tradicional. Las desventajas son, que al no considerar más variables explicativas, no atendemos a las relaciones que sin duda existen entre casi todas las variables económicas perdiendo capacidad de análisis y al estudio teórico previo del fenómeno. La linealidad, que es el soporte fundamental de la teoría Box-Jenkins, es bastante fuerte e inadecuada en muchas situaciones prácticas.

De acuerdo a Box y Jenkins para ajustar un modelo ARIMA a una serie de tiempo proponen un método iterativo que incluye:
1. Identificar el modelo aplicando el juicio del analista.
2. Estimar los parámetros.
3. Verificar la adecuación del modelo.
4. Hacer pronósticos de ser necesario

Se ajusta el modelo ARIMA de Box Jenkins a una serie de tiempo, hasta que solo haya ruido aleatorio.

1. Identificar el modelo

1. Primero, decidir si los datos son estacionarios. Es decir si los datos poseen media y varianza constante:

a) Examinar la gráfica de serie de tiempo para si es necesaria una transformación para tener varianza constante.
b) Examinar la función de autocorrelación (ACF) para ver si las autocorrelaciones no decaen, indicando que se pueden requerir diferencias para dar una media constante.
2. Después, examinar las funciones ACF y PACF de los datos estacionarios de manera de identificar que modelo autorregresivo o de promedio móvil se sugiere.

2. Estimar los parámetros

Después de determinar si el modelo es estacional o no, el número de diferencias que requiere, si incluye constante o no, y especificar los parámetros de promedios móviles y autoregresivo. Se debe ajustar el modelo y examinar la significancia de los parámetros para finalmente seleccionar un modelo que tenga el mejor ajuste.
Para ello, checar que las funciones ACF y PACF de residuos indiquen un proceso aleatorio, sin picos altos, usando las gráficas de ARIMA. Si hay picos altos, considerar cambiar el modelo.

3. Verificar la adecuación del modelo
Después de elegir los parámetros AR y MA, se corre el modelo, analizando las gráficas y la bondad de ajuste.

Prueba de Normalidad
Es una prueba importante ya que muchos estadísticos requieren de esta premisa. La normalidad se puede verificar con la prueba Jarque-Bera, la prueba de Normalidad (Quantile -Quantile) o gráficamente con histogramas.

Prueba de Heterocedasticidad
Cuando la varianza de las perturbaciones no es constante a lo largo de las observaciones $E(\varepsilon^2) \neq \sigma^2$ La principal consecuencia de la existencia de heterocedasticidad, es la perdida de eficiencia de los estimadores mínimos cuadrados. Y la varianza de de MCO no es mínima. La solución es reparametrizar el modelo, con la función que modele la varianza.

Análisis de Correlación
El análisis de correlación, análisis de diferencias, autocorrelación y autocorrelación parcial, son utilizadas para identificar un modelo adecuado de ARIMA.

4. Pronósticos

Todo modelo es erróneo ya que son representaciones de la realidad. Hay que elegir aquel con menos fallas. Una de la forma más rápida de analizar las fallas de los modelos es a través del análisis de residuos ya que, el residuo es aquella parte de las observaciones que no la explica el modelo.

2.1. Notación, Definiciones y Modelos

Def. Proceso Estocástico
Es una familia de variables aleatorias asociadas a un conjunto índice de números reales. $Y(t) : t\epsilon T$ dónde t puede ser discreto o continuo $(-\infty, \infty)$.

Caracterización de un proceso estocástico
Para caracterizar un proceso estocástico se debe especificar la función de distribución de cada variable así como la conjunta y sus respectivas marginales. Lo cual resulta en la mayoría de las veces difícil por lo cual basta con especificar la media y la varianza de cada variable Y_t, además de la covarianza referida a tiempos diferente de t.
(i) $E(Y_t) = \mu_t$
(ii) $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu_t)^2 = sigma_t^2$
(iii)$Cov(Y_t, Y_s) = E(Y_t - \mu_t)(Y_s - \mu_s = \gamma_t)$

Def. Serie de Tiempo
Es una sucesión de observaciones sobre una variable, efectuadas en intervalos equidistantes en el tiempo y ordenados cronológicamente.

Equilibrio Estadístico
Aquella serie cuyo valor esperado es constante (i.e. independiente del tiempo)o bien es una serie estacionaria de primer orden.

Serie de primer orden
Su media es constante: $E(Y_t) = \mu$

Serie de segundo orden
Sus segundos momentos son constantes (i.e. independiente del tiempo):

$$Var(Y_t) = \sigma^2$$

Serie Estacionaria
Estacionariedad Débil Estacionariedad Fuerte o Estricta

Autocovarianza
Se define como:

$$Cov(Y_t, Y_{t+s}) = E[(Y_t - \mu)(Y_{t+s} - \mu] = \gamma_s$$

Donde k es conocido como retraso o lag y $\gamma_0 = Var(Y_t)$

Autocorrelación

$$\rho_s = \frac{Cov(Y_t, Y_{t+s})}{\sqrt{Var(Y_t)}\sqrt{Var(Y_{t+s})}} = \frac{\gamma_s}{\gamma_0}$$

Puede ser usado para identificar varias cosas sobre la serie, por ejemplo si ¿Los datos son aleatorios?, ¿Tiene tendencia la serie?, ¿Son datos estacionales? ó ¿Son datos estacionarios?.

Def. Ruido Blanco
Conjunto de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (v.a.i.i.d) y ordenadas.

Obs. El Ruido Blanco es una serie estacionaria en nivel, es decir, es estacionaria de segundo orden.

Obs. Si el ruido blanco se distribuye normal, entonces es estrictamente estacionaria.

Operador Retraso
Se denota con la letra L (del inglés backward). Se define mediante la relación:

$$LY_t = Y_{t-1} \text{ para toda } t$$

La aplicación sucesiva del operador L se obtiene la fórmula general, para $k = 1, 2, 3...$ y para toda t:

$$L^k Y_t = L(L^{k-1} Y_t) = Y_{t-k}$$

Operador Diferencia
Este operador se utiliza para expresar relaciones del tipo $Y_t = Z_t - Z_{t-1}$ para toda t también se puede expresar como $\nabla Z_t = Z_t - Z_{t-1}$ que puede verse como $Y_t = \nabla Z_t$. La fórmula general, para k=0,1,2,... y toda t

$$\nabla^k Z_t = \textstyle\sum_{j=0}^{k} \frac{k!}{j!(k-j)!}(-1)^j Z_{t-j}$$

Relación entre el operador retraso y el operador diferencia
$\nabla = 1 - L$, es decir, $\nabla Z_t = (1 - L)Z_t$ La formula general queda:

$$\nabla^k Z_t = (1 - L)^k Z_t$$

Polinomio retraso
Representaremos de la siguiente manera el polinomio de retraso:
$\phi(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ... - \phi_p B^p)$
$\phi(B) = 1 - \Sigma_{j=1}^{p} \phi_j B^j$

Donde ϕ_j son constantes que ponderan la importancia de los retrasos con los cuales están asociados.

Def. Raíces Unitarias
Sirven para saber si la ecuación y el proceso estocástico alcanzarán en el L.P. su punto de equilibrio. Ya que al ser a_t una variable aleatoria no es estrictamente válido hablar de convergencia debido a las fluctuaciones aleatorias. Las raíces unitarias permiten ver si habrá equilibrio estocástico o estacionariedad. Estás raíces características se obtienen del polinomio característico.

Autocorrelación es la correlación entre observaciones de una serie de tiempo separadas por K unidades de tiempo, su gráfica se denomina función de autocorrelación (ACF), su análisis permite seleccionar los términos a ser incluidos en el modelo ARIMA. Una gráfica de autocorrelación, permite identificar estacionalidad donde no es fácil de apreciar.

Autocorrelación Parcial es la correlación entre conjuntos de pares ordenados de una serie de tiempo, mide la fuerza de la relación con otros términos tomados en cuenta. La autocorrelación parcial en una posición K es la correlación entre residuos en tiempo t de un modelo autoregresivo y las observaciones en la posición K con términos para todas las posiciones que intervienen en el modelo autoregresivo. Su gráfica se denomina función de autocorrelación (PACF). Su análisis permite seleccionar los términos a ser incluidos en el modelo ARIMA.

2.1.1. Modelo AR

Los modelos con retrasos son de gran utilidad ya que permiten expresar de manera simple y concisa los fenómenos reales. Para darle mayor flexibilidad al modelo se agrega una variable aleatoria, a_t, conocida como ruido blanco.

Representación del modelo con retrasos:
$\phi(B)Y_t = a_t$
$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ... - \phi_q B^p)Y_t = a_t$
$Y_t - \phi_1 Y_{t-1} - \phi_2 Y_{t-2} - ... - \phi_p Y_{t-p} = a_t$

Otra forma de representar el modelo AR, la encontramos al despejar Y_t:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + ...\phi_p Y_{t-p} + a_t$$

Esta forma de representación se asemeja mucho a la regresión lineal, por lo que se esperan resultados estadísticos similares. Razón por la que es uno de los modelos series temporales lineales más utilizados.

Representación del polinomio característico del modelo de retrasos:

$$\phi(B) = (1 - \phi_1 B)(1 - \phi_2 B)...(1 - \phi_p B)$$

Def. Decimos que Y_t es un proceso AR(p).
(i) Y_t es estacionaria.
(ii) Si Y_t satisface $\phi(B)Y_t = a_t$ para todo t.

Def. Y_t se dice que es un proceso AR(p) con media μ si $Y_t - \mu$ es un proceso AR(p).

Def. Modelo AR estacionario
Decimos que un modelo es estacionario si y sólo si sus raíces $\phi_1^{-1}, \phi_2^{-1}, ..., \phi_p^{-1}$ están fuera del círculo unitario (i.e. en el plano complejo) ó si y sólo sí $|\phi_j| < 1$.

2.1.2. Modelo MA

Sea a_t una sucesión de variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas con media cero y varianza σ^2, denotado por a_t $i.i.d.(0, \sigma^2)$. A veces se conoce como ruido blanco, denotado por a_t $WN(0, \sigma^2)$.

Intuitivamente, mediante la formación de una media ponderada de a_t, tendremos un modelo MA de orden q. El cual tiene muchas características atractivas, incluyendo las estructuras medias y covarianzas simples.

Representación del modelo de promedios móviles:
$Y_t = \theta(B)a_t$
$Y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q)a_t$
$Y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - ... - \theta_q a_{t-q}$, a_t $WN(0, \sigma^2)$

Donde μ denota la media de la serie (nivel del proceso), $Y_t - \mu$ representa la desviación del proceso y a_t es una sucesión de variables aleatorias con ciertas características. θ_j son parámetros que permiten relacionar a a_t y Y_t.

Proposición. Sea Y_t un modelo MA(q) entonces:

(i) $E(Y_t) = 0$
(ii) $var(Y_t) = (1 + \theta_1 + ... + \theta_q^2) * sigma^2$
(iii)$COV(Y_t, Y_{t+k}) = 0|k| > q$ ó
$COV(Y_t, Y_{t+k}) = sigma^2 * \Sigma_{i=0}\theta_i * \theta_{i+|k|}$ con $|k| < q$

Para un modelo MA(q), su ACF disminuye después del lag q. Lo cual implica claramente que es un modelo estacionario. De hecho se puede demostrar que MA(q) es un modelo estrictamente estacionario.

Teorema Sea Y_t un modelo $MA(q)$ es invertible si las raíces de la ecuación$\theta * (B) = 0$ están todas fuera del círculo unitario.

Obs. Si se añade μ una media constante al modelo $Y_t = \mu + \theta(B)a_t$, entonces $E(Y_t) = \mu$, pero la función de autocovarianza se mantiene sin cambios.

Def. Se dice que un proceso Y_t es causal si existe una secuencia de constantes $\psi_j{}'s$ tal que:

$$Y_t = \Sigma_{j=0}^{\infty}\psi_j a_{t-j} \text{ con } \Sigma_{j=0}^{\infty}|\psi_j| < \infty$$

Teorema Un proceso AR(p) es causal si las raíces de la función polinómica característica: $\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \phi_p z^p$ están todas situadas fuera del círculo unitario $i.e.[Z : \phi(z) = 0 \subseteq z : |z| > 1]$.

En resumen, podemos decir que:
Un proceso causal es aquel que dado a_t se puede obtener Y_t a través de: $\psi(B) = [\phi(B)]^{-1}$.
Un proceso invertible es aquel que dado Y_t se puede obtener a_t a través de: $\Pi(B) = [\theta(B)]^{-1}$.

2.1.3. Modelo ARMA

La combinación de los modelos AR y MA se les conoce como modelo autorregresivo de media móvil y se puede representar de la siguiente manera:

$$\phi(B)Y_t = \theta(B)a_t$$

Este tipo de modelo sirve para capturar complejas estructuras de una serie de tiempo, con un MA grande o un AR grande y hacerlas parsimoniosas.

Def. Y_t es un proceso ARMA(p,q) si:
(i) Y_t es estacionario.
(ii) Para toda t, $\phi(B)Y_t = \theta(B)a_t$ donde a_t $WN(0, \sigma^2)$.

Def. Y_t se dice que es un proceso ARMA(p,q) con media μ si $Y_t - \mu$, es un proceso ARMA(p,q).

Se asume que cualquier modelo ARMA es **causal y invertible**, específicamente cuando: $\phi(B)Y_t = \theta(B)a_t$
Donde:
$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ... - \phi_p B^p$
$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q$

Donde $\phi(B)$ y $\theta(B)$ no tiene raíces comunes, siendo $\phi(B)$ causal y $\theta(B)$ es invertible, por lo que:

$$Y_t = \frac{\theta(B)}{\phi(B)a_t = \psi_t a_t}$$

$$\text{y } a_t = \frac{\phi(B)}{\theta(B)Y_t = \Pi_t Y_t}$$

Obs. Como se menciono anteriormente, una media en el modelo no afectaría su estructura de covarianzas.

2.1.4. Modelo ARIMA

La generalización de un proceso ARMA(p,q) vendría dada por un modelo autorregresivo integrado de media móvil ARIMA(p,d,q). Algunas series no-estacionarias pueden ser manejadas por diferencias.

Sea $W_t = (1 - B)^d Y_t$ y supongamos que W_t es un ARMA(p,q) tal que $\phi(B)W_t = \theta(B)a_t$, entonces $\phi(B)(1 - B)^d Y_t = \theta(B)a_t$. Se dice que Y_t es un modelo ARIMA(p,d,q). Usualmente $d \leq 3$

Representación del modelo con polinomios retraso y el operador diferencia:
$\phi(B)\nabla^d Y_t = \theta(B)a_t$

2.1.5. Modelo SARIMA

Def. ARIMA estacional o SARIMA. Cumple que: $Y_t \sim Y_{t-s} \sim Y_{t-2s}$ y

$$\phi(B) * \Phi_p(B^s) * (1-B)^d * (1-B^s)^D * Y_t = \theta(B) * \Theta(B^s) * a_t$$

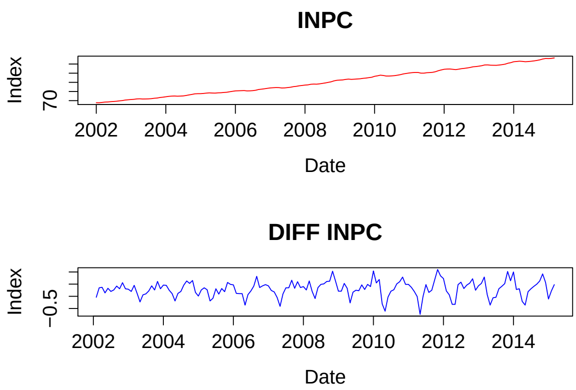
Donde:
$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - ... - \phi_p B^p$
$\Phi_P(B^s) = 1 - \phi_1(B^s) - ... - \phi_P(B^s)^P$
$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - ... - \theta_q B^q$
$\Theta_Q(B^s) = 1 - \theta_1(B^s) - ... - \theta_Q(B^s)^Q$

Y_t se puede expresar como $Y_t\ SARIMA(p,q,d)X(P,Q,D)_s$. El modelo SARIMA usualmente expresa modelos ARMA's de ordenes altos.

2.2. Aplicación del modelo Box-Jenkins

La gráfica de la serie INPC muestra claramente una tendencia a la alza, en cambio la serie diferenciada parece estacionaria y con media cercana a cero.

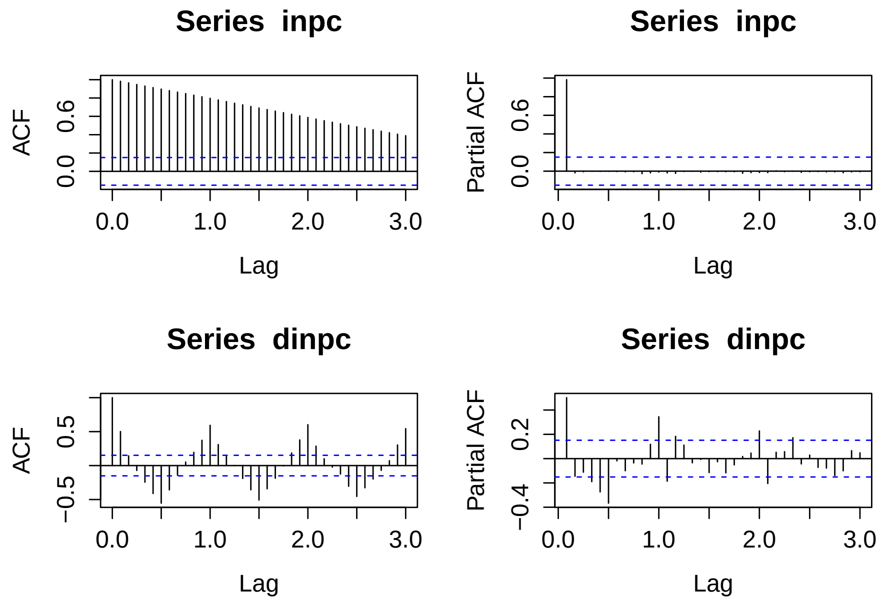
Figura 2.1: Gráficas del la serie INPC e INPCD(1)



El ACF del INPC indica que hay tendencia en la serie, la cual desaparece al diferenciarse la serie una vez.
El ACF del INPCD(1) tiene un comportamiento senoidal, con picos cada 12 autocorrelaciones, lo que indica la presencia de estacionalidad.

Existen varias formas de modelar la estacionalidad, es importante no correr el modelo sin antes quitar la estacionalidad, ya que podría proporcionar información espuria. En este trabajo se utilizarán dos métodos, el primero

Figura 2.2: ACF y PACF del INPC e INPCD



utilizando dummies, cada dummy representa uno de los meses, por lo que tiene un uno si es el dato corresponde dummy de ese mes y cero si no. El segundo método, modelará la estacionalidad directamente del modelo SARIMA, esta es una de las ventajas de los modelos Box-Jenkins.

Modelo 1: ARIMA(4,1,1)+drift+dummies
Este modelo aplica una diferencia a la serie INPC para quitar la tendencia, tiene un drift(constante) y modela la estacionalidad a través de las dummies. El software R tiene una función que nos facilita este ejercicio.

$$
\begin{aligned}
INPC_t = {} & 0{,}3068 + 2{,}0905AR(1) - 1{,}7555AR(2) + 0{,}5949AR(3) - 0{,}0754AR(4) \\
& -1{,}6986MA(1) + 0{,}8816MA(2) + 0{,}1483JAN + 0{,}1326FEB + 0{,}1947MAR \\
& -0{,}1266APR - 0{,}7827MAY - 0{,}9743JUN - 1{,}0156JUL - 1{,}0110AUG \\
& -0{,}7999SEP - 0{,}6148OCT - 0{,}1685NOV
\end{aligned}
$$

X	ar1	ar2	ar3	ar4	ma1	ma2
coef	2.0905	-1.7555	0.5949	-0.0754	-1.6986	0.8816
s.e.	0.0931	0.1956	0.1925	0.1019	0.0621	0.0584
X	drift	Jan	Feb	Mar	Apr	May
coef	0.3068	0.1483	0.1326	0.1947	-0.7999	-0.6148
s.e.	0.0160	0.0466	0.0764	0.0961	0.0790	0.0474
X	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov
coef	-0.1685	-0.1266	-0.7827	-0.9743	-1.0156	-1.0110
s.e.	0.1093	0.1193	0.1232	0.1223	0.1152	0.1011

Modelo 2: SARIMA(2,1,1)X(2,0,0)+drift

Otro buen modelo pronosticador es el modelo SARIMA(2,1,1)X(2,0,0), haciendo inferencia del modelo en R obtuvimos:

$Y_t = 0{,}2892 + 1{,}0438AR(1) - 0{,}4683AR(2) - 0{,}5647MA(1) + 0{,}32241SAR(1) + 0{,}4481SAR(2)$

X	ar1	ar2	ma1	sar1	sar2	drift
Coefficients	1.0438	-0.4683	-0.5647	0.3241	0.4481	0.2892
s.e.	0.1385	0.0748	0.1422	0.0672	0.0702	0.0506

Modelo 3: SARIMA(0,1,1)X(2,0,0)

El modelo SARIMA(0,1,1)X(2,0,0)X12, es un modelo estacional de orden 12 calculado con el método (ML) Maxim Likelihooh, se representa de la siguiente manera:

$$INPC_t = 0{,}4752MA(1) + 0{,}3498SAR(1) + 0{,}5115SAR(2)$$

mod3	ma1	sar1	sar2
coef	0.4752	0.3498	0.5115
s.e.	0.0611	0.0631	0.0651

2.2.1. Ajuste del modelo

De acuerdo al Criterio de Akaike el modelo que mejor se ajusta a los datos es el modelo uno, el cual tiene el AIC más bajo. El modelo que tiene la mayor log-verosimilitud, es decir, la mayor probabilidad de obtener los datos dada la muestra, es el modelo uno. De acuerdo a estas medidas de ajuste de modelo, el mejor modelo es el modelo uno, y el que menos se ajusta es el modelo 3.

modelo	mod1	mod2	mod3
sigma^2*estimated*	0.02652	0.03704	0.04034
log likelihood	66.14	33.34	23.2
AIC	-91.32	-52.68	-38.41
AICc	-86.19	-51.98	NH
BIC	-31.97	-30.81	NH

Al comparar la prueba de Box-Ljung la cual indica si los residuos son independientes, obtenemos que con una alta probabilidad el modelo uno y dos, tienen residuos independientes, sin embargo el modelo 3 tiene un p-value muy pequeño menor que 5 por ciento. Lo cual reitera que el modelo que mejor ajusta es el modelo uno y el que peor ajusta es el modelo tres.

Box-Ljung test	mod1	mod2	mod3
X-squared	2.6336	5.7042	21.0025
df	10	10	10
p-value	0.9888	0.8395	0.02108

Accuracy
A continuación una tabla comparativa de los errores de los modelos, donde ME=Mean Error, RMSE=Root Mean Squared Error, MAE=Mean Absolute Error, MPE=Mean Error, MAPE=Mean ABsolute P Error, MASE=mean Absolute Squared Error.

Measure	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE
mod1	-0.00249	0.16042	0.12272	-0.00534	0.13345	0.32278
mod2	0.00264	0.19138	0.14483	0.00292	0.15774	0.38094
mod3	0.03574	0.20033	0.15199	0.04304	0.16596	0.39976

El peor modelo respecto a los tres modelos presentados, es el modelo 3 el SARIMA que no contiene drift y el mejor es el modelo 1, teniendo los errores más pequeños.

2.2.2. Análisis de Correlación

Los ACF's de los tres modelos tienen valores aleatorios y no-significativos. Los PACF's de los tres modelos tienen valores aleatorios, el modelo uno y dos están contenidos en una banda de (-0.15,0.15) y el modelo 3 en una banda de (-0.2,0.2).

Figura 2.3: ACF's

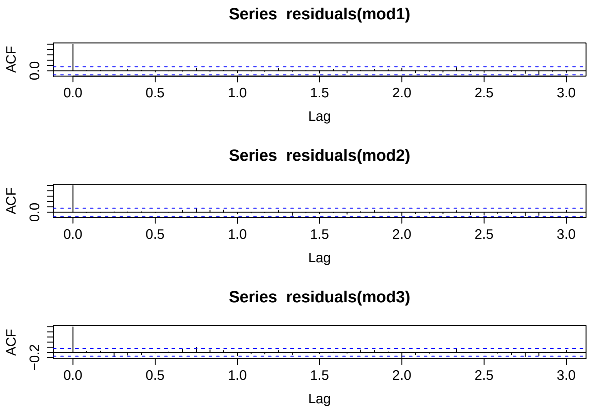
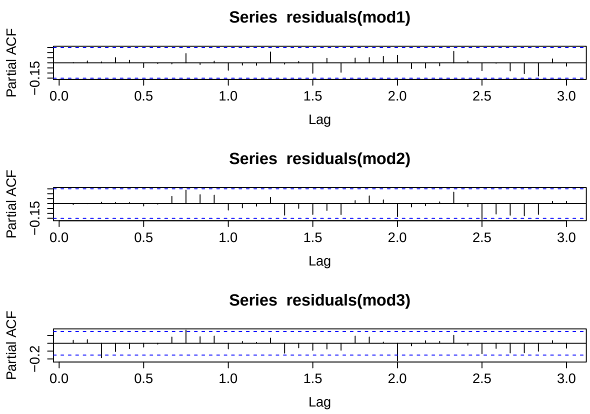


Figura 2.4: PACF's



2.2.3. Análisis de Normalidad

La distribución de los residuos del modelo uno, es normal. El modelo 2 y 3, tienen un distribución cercana a la normal.

2.2.4. Análisis del Pronóstico

De acuerdo a la gráfica, los modelos que que mejor pronostican la serie del INPC son el modelo uno y el tres.

Figura 2.5: Residuales del modelo ARIMA(4,1,2)+drift+dummy

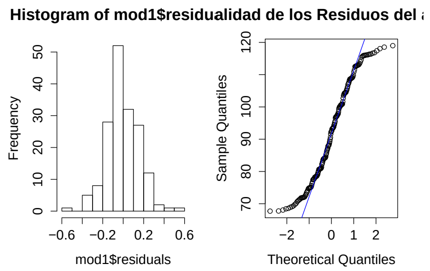
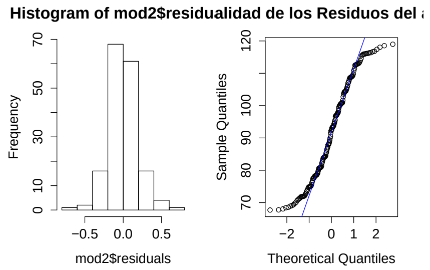


Figura 2.6: Residuales del modelo SARIMA(2,1,1)X(2,0,0)+drift



2.3. Conclusión

De acuerdo a los análisis previos, se puede concluir que los mejores modelos para pronosticar son el modelo uno y el tres. Tienen pronósticos muy cercanos, sin embargo el modelo uno tiene un excelente ajuste a la serie del INPC, comparado contra el pésimo ajuste que tiene el modelo tres. Además de contar con un modelo fácil de explicar respecto a la estacionalidad.

Figura 2.7: Residuales del modelo SARIMA(0,1,1)X(2,0,0)

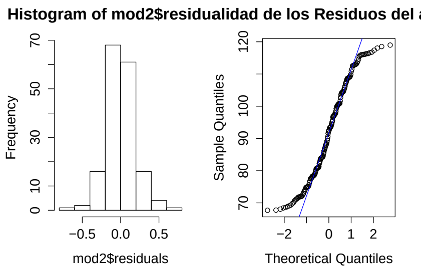


Figura 2.8: Pronóstico del modelo 1 ARIMA(4,1,2)+drift+dummy

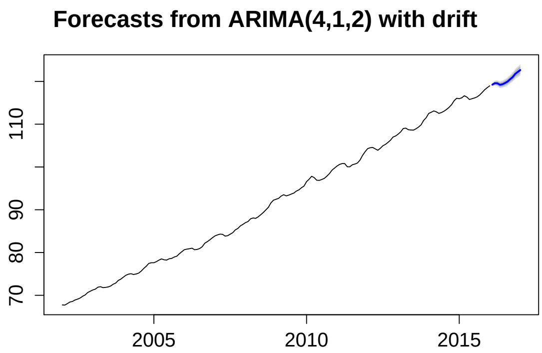


Figura 2.9: Pronóstico del modelo 2 SARIMA(2,1,1)X(2,0,0)+drift

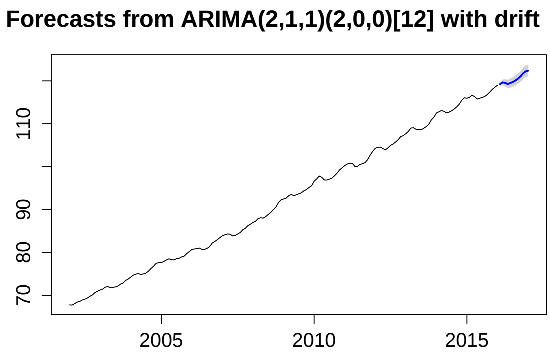


Figura 2.10: Pronóstico del modelo 3 SARIMA(0,1,1)X(2,0,0)

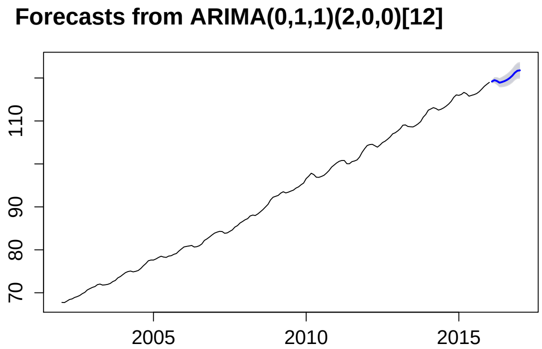
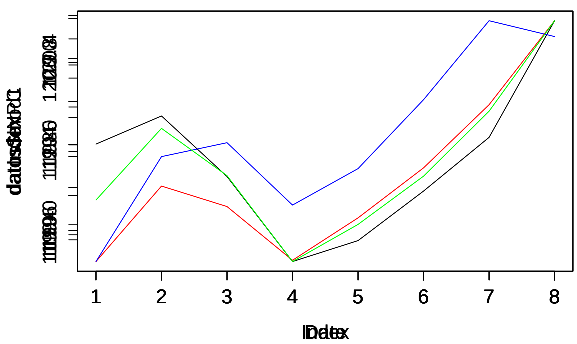


Figura 2.11: Pronosticos del INPC)



Capítulo 3

Cointegración

Decimos que dos series están cointegradas, si comparten tendencia estocástica común, este término surgió con Engle&Granger (1960) para explicar la relación entre dos series de tiempo. El caso extendido, es decir, la misma metodología aplicada a muchas series de tiempo fue desarrollado por Johansen (1980).

Anteriormente los economistas utilizaban regresiones lineales para modelar y pronosticar series de tiempo no-estacionarias, sin embargo el premio Nobel Clive Granger comentó que era peligroso porque podría producir una correlación espuria, en su artículo de 1987 con el premio Nobel Robert Engle formalizó el enfoque de vector de cointegración, y acuñó el término (**'Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing'**). La formulación estocástica de los fenómenos económicos permite al VARC abordar de forma general la mayoría de las hipótesis económicas sin que se pierdan propiedades estadísticas de los datos.

Utilizar un modelo VARC permite: plantear un modelo bien especificado en presencia de variables no estacionarias, incorporar supuestos de un modelo teórico a un conjunto de restricciones estadísticas, explicar las relaciones entre variables (estados-estables, tendencias, interacción y análisis de efectos de choque) y evitar la perdida de teoría empírica.

Partiremos de una breve explicación del modelo VAR, así como del modelo VECM, el cual tiene una relación directa con nuestro tema objetivo, el modelo cointegrado.

3.1. VAR

El Vector Autorregresivo o VAR es esencialmente una reformulación de covarianzas de los datos, siempre que estas se han mantenido constantes durante el período de muestra. Es el modelo favorito de los economistas para las series de tiempo macroeconómicas por muchas razones: es flexible, fácil de estimar y generalmente tiene un buen ajuste con los datos macroeconómicos.

Es fundamental la comprobación de los supuestos del modelo, tales como: autocorrelación, heterocedásticidad y normalidad multivariada. Algunos supuestos son más importantes para las propiedades de las estimaciones que otros, más adelante se explicaran sus posibles consecuencias dentro del modelo así como una posible solución.

En un modelo multivariado es importante definir que parte de la historia de ese proceso estocástico Y_t esta dado por Y_{t-1} donde Y_{t-1} esta dada por (Y_0, Y_{t-1}^1) donde Y_0 es el conjunto de condiciones iniciales de la economía y $Y_{t-1}^1 = (y_i, ..., y_j)$ con $i \leq j$.

Al proceso generador de datos $F_Y(Y_{t-1}^1|Y_0, \zeta_1, ...\zeta_T)$ donde ζ_t son un conjunto de parámetros dentro de la muestra y $\zeta_t \subset \Re$, también se le conoce como función de densidad conjunta de Y_{t-1}^1 dado Y_0 y $\zeta_1, ...\zeta_T$.

El modelo econométrico o función de distribución de $f_Y(Y_{t-1}^1|Y_0, \theta)$

$$f_Y(Y_{t-1}^1|Y_0, \theta) = \Pi_t^T f_y(y_t|y_{t-1}, \theta) \text{ con } \theta \epsilon \Theta \subseteq \Re$$

queda representada por la conjunta de y_t y θ, donde θ representa un vector de parámetros del espacio Θ.

Entonces se puede pensar en un modelo de esta forma,

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + ... + A_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{3.1}$$

o en su forma más extendida:

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + ... + A_p Y_{t-p} + \Phi D_t + \varepsilon_t \tag{3.2}$$

con $t = 1, ..., T$ y D_t un vector de componentes determinísticos, tales como una constante, dummies estacionales y dummies de intervención, $Y_t = (y_{1t}, ..., y_{nt})'$ un vector de dimensión [nx1], matrices A_i con dimensión [nxn] y el vector de errores ε de dimensión[nx1] con media 0 y matriz de varianza y covarianzas Σ.

Representación matricial de un VAR(2)
Para ejemplificar el modelo VAR(p) utilicemos el vector autorregresivo de orden 2:

$$Y_t = A^1 Y_{t-1} + A^2 Y_{t-2} + E_t \tag{3.3}$$

$$\begin{bmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^1_{11} & A^1_{12} \\ A^1_{11} & A^1_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A^2_{11} & A^2_{12} \\ A^2_{11} & A^2_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1t-2} \\ y_{2t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

En términos de ecuación:

$$\begin{aligned} y_{1t} &= A^1_{11} y_{1t-1} + A^1_{12} y_{2t-1} + A^2_{11} y_{1t-1} + A^2_{12} y_{2t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_{1t} &= A^1_{21} y_{1t-1} + A^1_{22} y_{2t-1} + A^2_{21} y_{1t-1} + A^2_{22} y_{2t-1} + \varepsilon_{2t} \\ & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad COV(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) = \sigma_{12} \end{aligned}$$

Con esta representación se puede visualizar que y_{1t} esta relacionada con y_{2t}, para que el VAR sea estacionario debe cumplir ciertos requisitos[ver*].

3.1.1. Proceso Estacionario y Eroceso Estable

Un proceso estocástico y_t es estacionario si su primer y segundo momento son invariantes en el tiempo, es decir:

$E(y_t) = \mu$ para toda t
$V(y_t) = E(y_t - \mu)(y_{t+h} - \mu)' = f_y(h)$ para toda t, y h=1,2,..

Existen diversas definiciones de estacionariedad en la literatura, se habla de un proceso estrictamente estacionario si las distribuciones conjuntas de n variables consecutivas son invariantes en el tiempo.
Una forma de verificar si el proceso es estacionario es calculando las raíces unitarias, más adelante hay información más detallada.

Proposición. Se puede decir que un proceso y_t estable con $t = \pm 1, \pm 2, ..$ es un proceso estacionario.

Pero no sucede lo mismo con la negación, es decir un proceso no estacionario, no es necesariamente es no estable (puede existir estabilidad en un proceso no-estacionario).

Ejemplo de la primer proposición, dado un proceso AR(1) univariado y estable: $y_t = c + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$ con $\mid \alpha \mid< 1$ y y_0 fijo en $t = 0$, resulta:

$$\begin{aligned} y_t &= c[\sum_{i=0}^{t-1} \alpha^i] + \alpha^t + [\sum_{i=0}^{t-1} \alpha^i \upsilon_{t-i}] \\ E(y_t) &= c\sum_{i=0}^{t-1} \alpha^i + \alpha^t E(y_0) \\ V(y_t) &= \alpha^{2t} Var(y_0 + \sigma_\upsilon^2 \sum_{i=0}^{t-1} \alpha^{2i}) \end{aligned}$$

con $\alpha \neq 0$ y $c \neq 0$, al hacer $t \longrightarrow \infty$ en el primer y segundo momento de y_t podría ser un *proceso estacionario asintótico* ya que es invariante en el tiempo. Se suele omitir la palabra asintótico y llamarlo simplemente estacionario.

Si se considera un proceso puramente estocástico sin termino constante, la variable inicial puede ser elegida de tal forma que y_t sea estacionario y estable. Más adelante estaremos interesados en los parámetros de los procesos y en sus momentos asintóticos.

3.1.2. Transformación de un VAR(p) en AR(1)

De acuerdo al Teorema [X], El modelo VAR(p) puede ser re-escrito como un VAR(1), es decir:

$$Y_t = AY_{t-1} + E_t \tag{3.4}$$

Matricialmente:

$$Y_t = \begin{bmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ . \\ . \\ . \\ y_{t-n} \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & . & . & . & A_p \\ I_n & A_{12}^2 & . & . & . & 0 \\ . & I_n & . & . & . & . \\ . & . & I_n & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & I_n & 0 \end{bmatrix} E_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ . \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se dice que Y_t es un proceso estable, sí el polinomio definido por:

$$det(I_K - A_1 z - ... - A_p z^p)$$

no tiene raíces dentro ni sobre el círculo unitario complejo.

En el caso univariado AR(1): $y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, esta propiedad significa que $(1 - \alpha z) \neq 0$, para $\mid z \mid \leq 1$ o equivalentemente $\mid \alpha \mid < 1$.

El caso, donde $\alpha = 1$, el proceso resultado es llamado *caminata aleatoria*.

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Sí el proceso se empieza con $t = 0$ y y_0 un número fijo, el proceso y_t resulta ser una suma de retrasos:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$y_t = y_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$y_t = y_0 + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$$

Sí el proceso tiene un termino constante $c \neq 0$, entonces el proceso:

$$y_t = c + y_{t-1} + \varepsilon_t$$

es llamado *caminata aleatoria con deriva (drift)* y tiene una tendencia lineal determinista en la media se puede representar también como:

$$y_t = y_0 + tc + \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i \tag{3.5}$$

Se puede concluir que, y_t consiste en la suma de las perturbaciones o innovaciones de los periodos previos por lo que cada perturbación tiene un último impacto sobre el proceso.

3.1.3. Propiedades Dinámicas del proceso VAR

Las propiedades dinámicas del proceso se pueden investigar calculando las raíces del proceso VAR y para ello es conveniente reformular el VAR como un polinomio de retrasos L, donde $L^k y_t = y_{t-k}$

$$A(L)y_t = (1 - A_1 L - ... - A_k L^k)y_t = \Phi D_t + \varepsilon_t$$

La formulación autorregresiva (AR) es útil para expresar hipótesis sobre el comportamiento económico, mientras que la representación del promedio móvil (MA) es útil cuando se examinan las propiedades del proceso. Cuando el proceso es estacionario, la última representación se puede encontrar directamente invirtiendo el modelo de VAR de modo que y_t, $t = 1, ..., T$, se expresa como una función de choques pasados y presentes, ε_{t-j}, con $j = 0, 1, ...$, valores iniciales y^0 y componentes deterministas D_t:

$$
\begin{aligned}
y_t &= A^{-1}(L)(\Phi D_t + \varepsilon_t) + \widehat{Y}^0 \\
y_t &= |A(L)|^{-1} A^{adj}(L)(\Phi D_t + \varepsilon_t) + \widehat{Y}^0 \\
y_t &= (I + C_1 L + C_2 L^2 + ...)(\Phi D_t + \varepsilon_t) + \widehat{Y}^0
\end{aligned}
$$

Donde $\widehat{Y}^0$ resume el efecto de los valores iniciales del proceso y su dinámica, $|A(L)| = Det(A(L))$ y $A^{adj}(L)$ es la matriz adjunta de $A(L)$.

Johansen (1995), obtuvo una fórmula recursiva para $C_j = f(A_1, ..., A_K)$ cuando el proceso VAR es estacionario (una explicación más detallada viene en el libro de Juselius, capítulo 2). Cuando el proceso VAR es no estacionario la matriz $A(L)$ no es invertible y las matrices C_j tienen que derivarse bajo la suposición de rango reducido (*integración).

Como se observa en las escuaciones la dinámica del proceso VAR se ve afectada por la multiplicidad de las raíces, así como por la dinámica adicional dada por la matriz polinomial $A^{adj}(L)$ y por cada shock ε_t cuya persistencia depende de la magnitud de ρ (la raíz*).

Raíces y Valores Propios

Las raíces del proceso pueden ser convenientemente calculadas por la reformulación del modelo VAR(p) en un VAR(1)[?] y posteriormente resolviendo un problema de valor propio o eigenvalor.

La solución de los valores propios da las raíces como $\rho_1, ..., \rho_{pxk}$ en lugar de las inversas $\rho_1^{-1}, ..., \rho_{pxk}^{-1}$ obtenidas de resolver la función característica. Las primeras se conocen como 'raíces características' y a las últimas como 'raíces de valores propios'.

Ejemplo calculo de los eigenvalores de un VAR(2). Procedemos a representar el VAR(2) en forma de AR(1):

$$\begin{bmatrix} y_t \\ y_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1} \\ y_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \end{bmatrix}$$

o más compacto:

$$\widehat{y}_t = \widehat{A}\widehat{y}_{t-1} + \widehat{\varepsilon}_t$$

Las raíces de la matriz A pueden encontrarse resolviendo el problema de valores propios:

$$\rho V = \widehat{A}V$$

Donde V es un vector [(kxp)x1]

$$\rho \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \rho v_1 &= A_1 v_1 + A_2 v_2 \\ \rho v_2 &= v_1 \end{aligned}$$

La solución puede encontrarse:

$$\begin{aligned} \rho v_1 &= A_1 v_1 + A_2(\frac{v_1}{\rho}) \\ v_1 &= A_1(\frac{v_1}{\rho}) + A_2(\frac{v_1}{\rho^2}) \end{aligned}$$

Es decir, los eigenvalores de $\widehat{A}$ son las pk raíces del polinomio de segundo orden:

$$|I - A_1\rho^{-1} - A_2\rho^{-2}| = 0$$

O bien

$$|I - A_1 z - A_2 z^2| = 0$$

Donde $z = \rho^{-1}$. Nota que las raíces de la matriz ρ son inversas a las raíces del polinomio característico.

- Si las raíces están todas fuera del círculo unitario o los valores propios están dentro del círculo unitario entonces y_t es estacionario.

- Si las raíces están fuera o en el círculo unitario(eigenvalores dentro o sobre el círculo unitario), entonces no es estacionario.
- Si alguna de las raíces esta en el interior del círculo unitario (eigenvalores fuera), entonces y_t es explosivo.
- Una raíz real menor que uno generará de forma exponencial un comportamiento decreciente.
- Si se tienen un par raíces estables complejas z_{real} y $z_{compleja}$, generaría un disminución exponencial cíclica.
- Si la raíz miente sobre el círculo unitario (1 ó -1) generará un comportamiento estacionario, i.e. tendencia estocástica de y_t.
- Si el modulo de una raíz compleja es 1, corresponde a un comportamiento estacional y no estacionario.

3.1.4. Raíces Unitarias

Para calcular las raíces del proceso VAR primero se debe considerar el polinomio característico:

$$A(z) = I - A_1 z - ... - A_k z^k$$
$$[A(z)]^{-1} = |A(z)|^{-1} A^{adj}(z)$$

tiene una *raíz unitaria*, si $z = 1$, donde $\lambda_1, ..., \lambda_k$ son los recíprocos de las raíces del polinomio.

Si el proceso solo tiene una raíz unitaria ($z = 1$) y todas las demás raíces están fuera del círculo unitario complejo, es el comportamiento similar al de una caminata aleatoria, esto es, su varianza incrementa linealmente, la correlación entre las variables h periodos tiende a 1 y el proceso tiene una tendencia lineal con media si $c \neq 0$.

En el caso de que una de las raíces este estrictamente dentro del círculo unitario, el proceso comienza a ser explosivo, esto significa, que la varianza se va a infinito a una tasa exponencial. Muchos investigadores sugieren que es un modelo irreal para datos económicos. Aunque el proceso con raíces sobre el círculo unitario complejo son más usuales.

Sí solo hay una raíz unitaria, i.e. el proceso es $I(1)$, es muy fácil ver como un proceso estable y posiblemente estacionario pueda ser obtenido simplemente tomando la diferencia de la serie original

$$\Delta y_t := (1-L)y_t = y_t - y_{t-1}$$

De manera general, el proceso puede ser diferenciado d veces,

$$\Delta^d y_t := (1-L)^d y_t = y_t - y_{t-d}$$

es estable y se pueden elegir los valores que la hagan estacionaria. La terminología para un proceso estable y estacionario es $I(0)$.

Generalmente, y_t puede ser definida como un proceso $I(1)$, si $\Delta y_t = w_t$ es un proceso estacionario con representación infinita de MA (medias móviles),

$$\omega_t = \sum_{j=0}^{\infty} \theta(1) * \upsilon_{t-j} = \theta(L)\upsilon_t,$$

donde los coeficientes satisfacen la condición:

$$\sum_{j=0}^{\infty} j|\theta_j| < \infty, \theta_1 = \sum_{j=0}^{\infty} \theta_j \neq 0$$

y υ_t $(0, \sigma_\upsilon^2)$ es ruido blanco.

En tal caso, $y_t = y_{t-1} + \omega_t$ puede ser reescrita como

$$y_t = y_0 + \omega_1 + ... + \omega_t = y_0 + \theta_1(\upsilon_1 + ... + \upsilon_t) + \sum_{j=0}^{\infty} \theta(1) * \upsilon_{t-j} - \omega_0^* ...(6.1.3)$$

donde $\theta_j^* =$ j= 0,1,...,ω_0^* contiene valor inicial. Así y_t puede ser representada como la suma de una caminata aleatoria $[\theta_1(\upsilon_1 + ... + \upsilon_t)]$ un proceso estacionario $[\sum_{j=0}^{\infty} \theta_j^* \upsilon_{t-j}]$, valores iniciales $|y_0 - \omega_0^*|$.

Nota que la condición $\sum_{j=0}^{\infty} j \mid \theta_j^* \mid < \infty$ medidas que $\sum_{j=0}^{\infty} \theta(1) * \upsilon_{t-j}$ entonces $\sum_{j=0}^{\infty} \theta(1) * \upsilon_{t-j}$ esta bien definido.

Especificación del VAR

Siempre es bueno empezar la verificación de la especificación con un análisis gráfico, porque revelan problemas que las pruebas a veces fallan. Algunas gráficas que son de ayuda: gráfica de valores reales contra los valores ajustados, gráfica de residuales, gráfica de distribución normal de los residuales (qq plot) y autocorrelograma.

A pesar que las gráficas ayudan mucho, no se debe dejar de lado las pruebas para especificaciones incorrectas, la primera de ellas es sobre el número de rezagos p, el cual se puede evaluar mediante los criterios de selección, los tres más usados son Akaike (AIC), Schwarz-Bayesiano (SC) y Hannan-Quinn(HQ) los cuales explicaremos más adelante, las siguientes validaciones son respecto a la normalidad multivariada, autocorrelación y heterocedásticidad.

Pruebas de Criterios de Información

El modelo VAR describe la variación en Y_t como una función de valores retartados del proceso, pero no de valores actuales, esto implica, que la información de los efectos actuales están contenidos en la matriz de covarianza de los residuales. En lugar de trabajar con la matriz de covarianza se usa la matriz de correlaciones (covarianzas estandarizadas) ya que son más fáciles de interpretar. El coeficiente de correlación se calcula de la siguiente manera:

$$\widehat{\rho} = \frac{\widehat{\sigma_{ij}}}{\sqrt{\widehat{\sigma_{ii}}\widehat{\sigma_{jj}}}}$$

Es sencillo obtener las covarianzas si se tienen los coeficientes de correlación y las varianzas de los residuales.

Para evaluar la adecuación del modelo VAR, con frecuencia se usa la valor de máxima verosimilitud dado por:

$$-(2/T)In[L_{max}] = In|\widehat{\Omega}| + const\_terms$$

Donde T es la longitud de muestra efectiva, en contraste con la muestra completa $T+k$. Cuando se determina el lag de truncamiento del VAR k, se puede utilizar el procedimiento de la prueba de razón de verosimilitud:

$$-2Ln(Q)(H_k/H_{k+1}) = T(In|\widehat{\Omega_k}| - In|\widehat{\Omega_{k+1}}|)$$

donde H_k es la hipótesis nula de que el modelo necesita k rezagos, y la alternativa H_{k+1} de que necesita k+1 rezagos.

Hay varios procedimientos para la determinación de la longitud del lag:

1)Akaike $AIC = In|\widehat{\Omega}| + (p^2k)\frac{2}{T}$

2)Schwartz $SC = In|\widehat{\Omega}| + (p^2k)\frac{In(T)}{T}$

3)Hannan-Quinn $HQ = In|\widehat{\Omega}| + (p^2k)\frac{2InIn(T)}{T}$

Todos los criterios de selección están basados en el valor máximo de la función de verosimilitud y un factor de penalización diferente relacionado al número de parámetros estimados. La idea es calcular la prueba para diferentes k y luego elegir el valor de k que corresponda al valor más pequeño, estas pruebas son válidas suponiendo que el modelo esta especificado correctamente.

Determinar el origen de una especificación incorrecta es complicado, ya que las pruebas de especificación requieren una de la otra para ser correctas. Por ejemplo, una especificación incorrecta sucede cuando se tienen observaciones atípicas, ya que estás producen autocorrelación en los residuos, lo que a su vez da lugar a que las pruebas pidan muchos retrasos. Tener demasiados retrasos puede peor que aceptar una autocorrelación moderada en los residuos, ya que es más difícil diagnosticar en un modelo sobreparametrizado, cambios de régimen, parámetros no constante, etc.

Se recomienda, generar el VAR(k), buscar cambios estructurales y re-especificar el modelo si es necesario, los resultados son provisionales hasta que se hayan corregido todos los cambios de régimen y otros problemas de especificación.

Pruebas de Autocorrelación Residual

La prueba Ljung-Box es la prueba autocorrelación de residuales y esta dada por:

$$L - B = T(T+2)\Sigma_{h=1}^{T/4}(T-h)^{-1}traza(\widehat{\Omega'_h}\widehat{\Omega}^{-1}\widehat{\Omega'_h}\widehat{\Omega}^{-1}) \tag{3.6}$$

Donde $\widehat{\Omega'_h} = T^{-1}\sum_{t=h}^{T}\widehat{\varepsilon}_t\widehat{\varepsilon}_t{}'$ y los residuales son de la estimación del modelo VAR. La prueba L-B se distribuye aproximadamente como χ^2 con $p^2(T/4 - k + 1) - p^2$ grados de libertad.

La prueba de máxima verosimilitud de autocorrelación del j-ésimo orden es calculado usando una regresión auxiliar como propone Godfrey(1988). Los residuales en el modelo auxiliar son obtenidos por regresión de los residuales estimados del VAR, $\widehat{\varepsilon}_t$, sobre las variables retrasadas k,

$$\widehat{\varepsilon}_t = A_1 y_{t-1} + ... + A_k y_{t-k} + A_\varepsilon \widehat{\varepsilon}_{t-j} + \overline{\varepsilon}_t \tag{3.7}$$

$$LM(j) = -(T - p(k+1) - \frac{1}{2})In(\frac{|\overline{\Omega}(j)|}{|\widehat{\Omega}|}) \tag{3.8}$$

LM es una prueba importante ya que la metodología VAR esta basada en la idea de descomponer la variación de los datos en una parte sistemática (describe toda la dinámica) y una parte no-sistemática (aleatoria).
Las pruebas F del modelo VAR están basadas en el supuesto de independencia de errores y si no se satisface se desviarían los resultados tanto de las pruebas F como los estimadores cuando la autocorrelación es significativa. En particular, el estimador MCO es inconsistente cuando hay autocorrelaciones residuales, entre mayor sea mayor problemas presenta el estimador.

Pruebas de Heterocedasticdad

Tener heterocedásticidad implica que la varianza de los residuos no es constante y algunas consecuencias de ello en una estimación con MCO son:
1) Error en la matriz de varianza y convarianzas de los estimadores
2)Perdida de eficiencia en el estimador MCO

Para verificar si hay heterocedasticidad se usa la prueba ARCH de orden m, calculada como $(T+k-m)xR^2$, donde T es el total del tamaño de muestra, k es la longitud del lag del VAR y R^2 es de la regresión auxiliar,

$$\widehat{\varepsilon}^2_{i,t} = \gamma_0 + \Sigma_{j=1}^{m}\gamma_j\widehat{\varepsilon}^2_{i,t-j} + error \tag{3.9}$$

La prueba se distribuye aproximadamente como χ^2 con m grados de libertad.

Si existe heterocedásticdad implica que el modelo no usa toda la información de la forma más eficiente posible, algunas herramientas para resolver este tipo de problemas son: uso de dummies para intervenir, condicionando fuerte o débilmente las variables exógenas, verificando la medición de las variables, cambiar o dividir la muestra elegida, evitar los periodos de cambios fundamentales haciendo muestras más homogéneas.

Nota. Las pruebas de rango de cointegración** son robustas frente a los efectos de los residuales del ARCH.

Pruebas de Normalidad

La mayoría de las pruebas de normalidad se basan en el sesgo, es decir en el 3er momento alrededor de la media y el exceso de kurtosis, el 4to momento alrededor de la media.
En la practica no suele existir la normalidad multivariada, es un gran problema ya que la inferencia estadística es sensible si no se cumplen los supuestos. Por ejemplo, la prueba ARCH requiere de normalidad e independencia y eso no necesariamente sucede, por lo que no garantiza que no existan errores en la especificación. Usualmente se acepta si el comportamiento de las colas de la distribución de los residuos es 'bonito' como el de las normales.

3.1.5. Estimación del VAR por LM

Existen diferentes métodos para la estimación de los parámetros del VAR, LS, EGLS y ML se debe escoger el mas apropiada según sea el caso, en este

trabajo se eligió máxima verosimilitud es el más adecuado cuando existen raíces unitarias debido a su robustez.
Libro de Juselius/Capítulo 3
Función de lo verosimilitud
Estimadores
Matriz de varianza y covarianzas
Propiedades asintoticas de los estimadores LM

Nota. Esta sección no esta completa porque en el VAR COINTEGRADO se repite.

3.1.6. Pronóstico del VAR

Pronosticar con modelos VAR es similar al caso AR univariado y además es muy eficaz sin necesidad de incorporar restricciones severas. El mejor predictor lineal, en términos del menor error cuadrático (MSE), la predicción de Y_{t+1} está basado en la información disponible al tiempo t. Este predictor insesgado, es la varianza del error del pronóstico, el cual es muy útil en el pronóstico por intervalo.

Caso1. Para pronosticar el valor futuro de Y_t cuando los estimadores del VAR son conocidos,

$$Y_{T+1|T} = A_1 Y_{T|T} + ... + A_p Y_{T-p+1|T}$$

Cualquier horizonte de pronóstico h, puede obtenerse mediante la regla de la cadena del pronóstico:

$$Y_{T+h|T} = A_1 Y_{T+h|T} + ... + A_p Y_{T+h-p|T}$$

Donde $Y_{T+j|T} = Y_{T+j}$ para $j \leq 0$. El horizonte h puede ser expresado como:

$$Y_{t+h} - Y_{T+h|T} = \textstyle\sum_{s=0}^{h-1} \psi_s \varepsilon_{T+h-p}$$

$$\psi_s = \textstyle\sum_{j=1}^{p-1} \psi_s A_j$$

Donde las matrices ψ_s son estimadas recursivamente como:

$$\psi_s = \sum_{j=1}^{p-1} \psi_s A_j$$

$$\psi_s = I_n A_j = 0$$

Con j¿p. El pronóstico es insesgado para todo error de pronóstico con esperado cero y matriz de MSE para $Y_{t+h|T}$ como:

$$\Sigma(h) = MSE(Y_{t+h} - Y_{T+h|T}) = \textstyle\sum_{s=0}^{p-1} \psi_s(\sum \psi_s')$$

Caso2. Para pronosticar el valor futuro de Y_t cuando los estimadores del VAR son estimados por ML o MCM (Mínimos Cuadrados Multivariados),

$$Y_{T+h|T} = \widehat{A}_1 Y_{T+h|T} + ... + \widehat{A}_p Y_{T+h-p|T}$$

Donde $\widehat{A}_j$ es estimado con los parámetros de las matrices. El error de pronóstico con horizonte h es ahora:

$$\widehat{Y}_{t+h} - \widehat{Y}_{T+h|T} = \textstyle\sum_{s=0}^{h-1} \psi_s \varepsilon_{T+h-p} + \widehat{Y}_{t+h} - \widehat{Y}_{T+h|T}$$

$\widehat{Y}_{t+h} - \widehat{Y}_{T+h|T}$ es parte del error del pronóstico por estimar los parámetros en el VAR(p).

La matriz MSE ahora con horizonte h es :

$$\widehat{\Sigma(h)} = \Sigma(h) + MSE(Y_{t+h} - \widehat{Y}_{T+h|T})$$

En la practica $MSE(Y_{t+h} - \widehat{Y}_{T+h|T})$ con frecuencia es ignorado, y $\widehat{\Sigma(h)}$ se calcula como si $\widehat{Y}_{T+h|T}$ fuera conocido, por lo que

$$\widehat{\Sigma(h)} = \Sigma(h) = MSE(Y_{t+h} - Y_{T+h|T})\widehat{\Sigma(h)} = \sum_{s=0}^{p-1} \psi_s(\sum \psi_s)$$

Donde $\psi_s = \sum_{j=1}^{s} \psi_{s-j}\widehat{A}_j)$

3.1.7. Análisis Estructural del VAR

En un modelo VAR(p) se tienen varios parámetros que pueden dificultar la interpretación entre las relaciones existentes y las interacciones entre las variables. Sin embargo, las propiedades dinámicas de los modelos frecuentemente resumidas usando diferentes tipos de análisis estructurales, principalmente: Las funciones de respuesta-impulso, La descomposición de la varianza del error de pronóstico. Existe también otro tópico, llamado causalidad en el sentido de Granger, el cual puede ser consultado en las referencias bibliográficas.

3.2. Corrección del error y Cointegración

No es muy común tener la representación estacionaria dentro de las relaciones económicas, aquí entran los términos: *corrección de error y cointegración*, una representación natural de los modelos VAR. Davidson, Hendry, Srba y Yeo (1978) plantearon los denominados modelos de corrección de errores, los cuales explican la relación entre una o más variables, la cual varía de acuerdo a una función.

3.2.1. Integración y Cointegración

La presencia de raíces unitarias en un modelo VAR sin restricciones corresponde a una *comportamiento estocástico no-estacionario* que puede explicarse por un rango reducido $r < p$ restricción de los niveles de una matriz de largo plazo, $\Pi = \alpha\beta'$. Johansen (1996).

Def. El proceso y_t es integrado de orden d si y_t tiene la representación:

$$(1-L)^d y_t = C(L)\varepsilon_t \text{ donde } C(1) \neq 0 \text{ y } \varepsilon_t \; IN(0,\omega)$$

Def. Dado y_t un proceso integrado de orden d, es decir, $I(d)$, decimos que y_t es un proceso cointegrado $CI(d,b)$ con vector de cointegración $\beta \neq 0$ si $\beta' x_t$ es $I(d-b)$, con b=1,...,d y d=1,...

La cointegración implica que ciertas combinaciones lineales de las variables del vector proceso son integradas o de un orden más bajo que el proceso mismo. Las variables cointegradas son impulsados por los mismos choques.

Así, si la no-estacionariedad de una variable corresponde a la no-estacionariedad de otra variable, entonces existe una combinación lineal entre ellas que se convierte en estacionario. Otra forma de expresar esto, es cuando dos variables tienen tendencias estocásticas (y determinísticas) común, mostrarán una tendencia de moverse juntas en el largo plazo.

Tales relaciones cointegradas, $\beta' y_t$ a menudo pueden ser interpretadas como relaciones económicas de estado-estable y por lo tanto consideradas de interés económico.

En el modelo VAR, la hipótesis de cointegración puede ser formulada como una restricción de rango reducido en la matriz Π.

Ejemplo Sea $y_t = \alpha x_t$ la función de relación entre dos variables, se observa que y_t varía en función de su estado de equilibrio en $t-1$.
$\Delta y_t = \gamma_1(y_{t-1} - \alpha x_{t-1}) + \varepsilon_{1t}$
$\Delta x_t = \gamma_2(y_{t-1} - \alpha x_{t-1}) + \varepsilon_{2t}$

Si se agregan más variables de carácter autorregresivo:
$\Delta y_t = \gamma_1(y_{t-1} - \alpha x_{t-1})D_t + \varepsilon_{1t}$
$\Delta x_t = \gamma_2(y_{t-1} - \alpha x_{t-1}) + E_t\varepsilon_{2t}$

Haciendo uso de la nomenclatura anteriormente explicada, se pasará un modelo económico en términos de una relación de equilibrio a un modelo en términos de vector autorregresivo, el cual es más útil en el proceso de estimación.

Π
El problema consiste en identificar el rango de la matriz $\Pi = -(I_n - A_1 - ... - A_p)$ de un modelo VAR(p) de tal manera que si el rango $\Pi = \gamma\alpha = n$ claramente se observa que el modelo VAR(p) es estacionario pero si $\Pi = \gamma\alpha < n$ existe una representación alternativa donde podemos determinar la combinación αY_t estacionaria, es decir, una combinación lineal estacionaria de variables no estacionarias.
γ
La matriz γ es el desequilibrio de largo plazo en tiempo $t-1$, es decir el modelo de corrección de errores.
Rango de Π
Definimos el rango de $\Pi, comoelnúmerodevectoresdecointegraciónindependientesoelnúmero$
α o también puede ser calculado como:
$r = K - deraícesdeA$
$r = K - detendenciascomunes$

Johansen, expreso un VAR(p) en su forma VECM:

$$\Delta Y_t = \Pi Y_{t-1} + (\Gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta Y_{t-2} + ... + \Gamma_1 \Delta Y_{t-p+1}) + \varepsilon_t$$

con $\varepsilon\ ii(0,\Lambda)$ y $\Pi = \gamma X \alpha$

Orden de Integración

La representación estocástica de la inflación es:

Se ha llevado un gran debate sobre si la tasa de inflación puede ser tratada como I(1) o I(0).
Econométricamente es más óptimo tratar con ciclos largos, más de 10 años y menos de 20 años como un proceso I(1). Esto porque se tiene el proceso con t_s raíces unitarias ($\rho = 1$) mientras que c_t es un proceso con raíces unitarias cercanas a 1 ($\rho 1$) esto requiere de un muestra grande para distinguir de verdaderos procesos de raíces unitarias.
A menos que una raíz unitaria tenga una interpretación estructural, la elección del orden de integración no es importante, pero desde el punto de vista econométrico es una decisión crucial.
La interpretación de los resultados de integración y cointegración depende de distinguir el tipo de choque (temporal o permanente).
Que la inflación sea de orden I(1) es consistente con choques inflacionarios fuertemente persistentes.
En el libro de Juselius se comenta que el orden de integración debe basarse en argumentos estadísticos más que en argumentos económicos. Aunque el orden de integración en ambos casos presenta resultados no-significativamente diferentes, si se toma la inflación con I(0) la inferencia estadística a largo plazo producirá resultados inconsistentes.
Una variable se puede considerar I(2) basados en una muestra pequeña, mientras que si se basa en un periodo más largo puede considerarse I(1). Desde un punto de vista empírico es a menudo ventajoso aproximar una cercana raíz unitaria con una raíz unitaria, aunque sea significativamente diferente de uno.
Los datos macro-económicos son generalmente influenciados por cambios de régimen, que pueden haber causado cambios en los parámetros de un VAR. Dado que la inferencia del modelo VAR sólo es válida si los parámetros siempre son constantes, es frecuente el caso en el que se deba dividir el periodo muestra en submuestras que representen los regímenes de parámetros constantes. Para tales casos, la inferencia en cointegración e integración será basada en muestras cortas que conduce a los problemas de interpretación mencionados anteriormente.
Se utiliza un ajuste a corto plazo cuando una variable estacionaria esta significativamente relacionada con la relación de cointegración ó a alguna otra variable estacionaria.
Una condición necesaria para tener una relación de largo plazo" ser empíricamente relevante en un modelo es que al menos una de las variables ajuste a corto plazo a la relación.
OBS. Una variable estacionaria no puede ajustar significativamente a una variable no-estacionaria.
OBS. Es distinta una relación de cointegración a una relación económica-

mente interpretable, es decir es distinto el concepto estadístico de relación de cointegraciónz el concepto económico de relación de equilibrio de largo plazo".

Homogeneidad

Homogeneidad significa que las variables se mueven juntos en el largo plazo, pero no necesariamente en un mediano plazo.
Condiciones para la homogeneidad de precios en el largo plazo ...
OBS. Debido a la tendencia estocástica real no es equivalente las pruebas de homogeneidad de mediano y largo plazo de forma individual(m y r) que una prueba con las variables conjuntas (m-r).
OBS. $(m-p)$ $I(1)$ implica $(\Delta m - \Delta p)$ $I(0)$, es decir, la homogeneidad en el largo plazo implica cointegración entre m y p.
OBS. La homogeneidad entre dos variables en el largo plazo implica cointegración entre esas variables.Por lo que se puede medir la tendencia estocástica en base a cualquiera de las dos.
Podemos expresar la inflación como la suma acumulada de todos los choques anteriores de la de la fecha de inicio $\pi = \Sigma_{i=1}^{t}\varepsilon_i + \pi_0$ esta tiene una tendencia estocástica de primer orden.
Comúnmente las variables económicas dependen del tiempo, por lo que no tienen ni media ni varianza constantes, por lo que suele presentarse el problema de espuriedad. Y para resolverlo se utiliza la cointegración, que además ofrece la posibilidad de combinar la información de L.P. y de C.P. de las variables.

El modelo VAR bien especificado, es un buen instrumento analítico, pero al incluirle la propiedad de cointegración, sus bondades econométricas y las posibilidades de introspección se potencian.
Esta muy relacionado con el paradigma de Granger y Engle para modelar y probar relaciones entre variables económicas, de ahí surge el concepto de integración y cointegración. Ambas están unificadas en el VECM y en el SVEM.

Hay fuerzas de tracción que empujan al equilibrio, lo que hacen que el VARC se comporte No-Estacionario:

$$Y_t = A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + ... + A_k Y_{t-k} + \phi D_t + \varepsilon_t$$

Una representación adecuada para el modelo de cointegración es el VECM:

$$\Delta Y_t = \Gamma(L)\Delta Y_t + \Pi Y_{t-1} + \phi D_t + \varepsilon_t$$

(L): Operador rezagos
$\phi * D_t$: representa la constante y variable dummy y componentes irrestrictos α

Después de transformar logarítmicamente cada una de las variables:

$$Y_t = +\alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_{t-2} + ... + \alpha_k Y_{t-k} + \phi D_t + \varepsilon_t$$

α_t: matriz de coeficientes de los rezagos.
ϕ: variables exógenas.

Habitualmente las variables son estacionarias (Enders 2004), en caso contrario no se debe diferenciar porque se pierde información relevante.
Puede existir un problema de espuriedad debido a que las variables en general no tienen media ni varianza constantes. Por lo que conviene realizar la cointegración.

Como se había definido anteriormente un proceso es estacionario si es invariante en el primer y segundo momento, en particular si no tiene tendencia o varianza variante.

Un proceso VAR tiene esta propiedad si el determinante polinomial del operador VAR tiene sus raíces fuera del círculo unitario complejo. Si las raíces son cercanas a 1, es un caso especial que se analiza más adelante.

Variables generadas por tal proceso son llamadas variables integradas y el proceso subyacente generado es llamado proceso integrado. El proceso vector con raíces unitarias se considera más adelante, algunas variables tienen tendencia en común, estos son llamados cointegrados.

3.2.2. Especificación y Rep EMC

En esta sección se discutirá la estimación de VECMs. Propiedades asintóticas de los estimadores para modelos no estacionarios que difieren de distintas maneras. Se tiene un caso especial sin diferencias retrasadas y sin términos determinísticos, ya que se realiza una estimación diferente del VECM.

7.1 Estimación de un Caso Especial Simple del VECM

En esta sección, se considera un VECM simple sin diferencias retrasadas y sin términos determinísticos, se puede representar:

$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \upsilon_t = \alpha\beta' y_{t-1} + \upsilon_t, t = 1, 2, ...$ (7.1.1)
donde y_t es de K-dimensión, Π es una matriz de (KxK) y rango $r, 0 < r < K$, α y β son Kxr y rango r, y υ_t es de K-dimensión, ruido blanco con media cero y matriz de covarianza no-singular Σ_υ. Para simplificar se asume que υ_t es ruido blanco estándar asi que eso sostiene ciertos resultados limitantes que se discutirán más adelante. Por el momento, el vector inicial y_0 es arbitrario con alguna distribución fija. Asumimos que y_t es $I(1)$ un vector que sabemos de la sección 6.3 que la matriz $\alpha'_\perp\beta_\perp$ de dimensión $(K-r)x(K-r)$ es invertible (6.3.12). Como es usual, $\alpha_\perp$ y $\beta_\perp$ son complementos ortogonales de α y β respectivamente.

El rango de cointegración r se supone que se conoce y esta estrictamente entre $0yK$. Para $r = 0$, Δy_t es estable y para $r = K$, y_t es estable. Para el actual propósito, estos dos casos son de interés limitado porque pueden ser tratados en el marco estacionario. Si r no es conocido, sin embargo puede ser de interés considerar el caso de $r = 0$, en cuyo caso la matriz Π sería cero. Este caso se comentará al final de la sección.

Se discutirán diferentes estimadores de la matriz π, suponiendo una muestra $y_1, ..., y_T$ y un vector y_0 disponible. El primer estimador es el estimador sin restricciones LS (Mínimos Cuadrados), $\Pi = (\sum_{t=1}^{T}\Delta)(MMM)^{-1}$...(7.1.2) $\widehat{\Pi} - \Pi = (\sum_{t=1}^{T}\Delta)(m)^{-1}$ (7.1.3) Para derivar la distribución asintótica de esta cantidad, multiplicamos por la izquierda con la matriz KxK

$Q := \begin{matrix}\beta' \\ \alpha'_\perp\end{matrix}$

y por la derecha por $Q^{-1} := \ \beta'\alpha'_\perp$
cuyos rendimientos
$Q()Q{-}1 =$...(7.1.4)
donde $\nu_t = Q\upsilon_t$ and $z_t = Q$. Nota que la invertibilidad de $\alpha'_\perp\beta'_\perp$ sigue del supuesto de un sistema $I(1)$, como se menciono anteriormente, esto implica que la inversa de Q existe porque

$\begin{matrix}\beta' \\ \alpha'_\perp\end{matrix} \ \beta : \beta_\perp \ =$ es invertibe si $\alpha'_\perp\beta_\perp$ es no-singular. Por lo tanto Q debe ser invertible y $\beta'\alpha$ es también no-singular. Pre-multiplicando el VECM (7.1.1.) por Q muestra que
$\Delta z_t =$
Aquí, denota el primer componente r de z_t por $z_t^{(1)}$, sabemos que $z_t^{(1)} = \beta y_t$ consiste en las relaciones de cointegración y luego entonces estacionaria mientras el último componente $K - r$ de z_t, denotado como $z_t^{(2)}$, constituye una caminata aleatoria de (K_r) -dimensión, porque $\Delta z_t^{(2)}$ es ruido blanco. Así los componentes estacionarios y los no estacionarios son separados en z_t. Para manejar las propiedades asintotícas del estimador LS, es útil escribir

$Q(x)Q{-}1 = ...(7.1.5)$

Para el producto cruz de los terminos en esta relación, se tiene el siguiente caso especial, resultado de Ahn Reinsel (1990).

7.2 Estimación General del VECMs

Primero considere un modelo sin términos determinísticos,
$\Delta y_t =$ (7.2.1) donde y_t es un proceso de dimensión K, $rk(\Pi) = r$ con $0 < r < K$ por lo que $\Pi = \alpha\beta'$, donde α y β son matrices de Kxr con $rk(\alpha) = rk(\beta) = r$. Todos los otros símbolos tienen su significado convencional, esto es, $\Gamma_j(j = 1, ..., p-1)$ tiene matrices KxK y $\upsilon_t(0, \Sigma_v)$ es ruido blanco estándar. También suponemos que debe ser un proceso $I(1)$
mMM (7.2.3)

es no singular (observar ec 6.3.12). Estas condiciones siempre son supuestos para analizar el VECM,
Para propósitos de estimación, suponemos una muestra $y_1, ...y_T$ y la premuestra de valores disponibles. A menudo es conveniente escribir el VECM (7.2.1) para $t = 1, ..., T$, en notación de matrices como $\Delta Y = \Pi Y_{-1} + \Gamma\Delta X + U$ ...(7.2.3)
donde $\Delta Y =$
$Y_{-1} =$
$\Gamma := MMMMMMM$
$\Delta X := [x]$ con $\Delta X_{t-1} := x$
$U := [x]$

Vamos a considerar estimación LS, EGLS y ML para los parámetros de este modelo. La estimación de los parámetros de los niveles correspondientes forma del VAR serán discutidos junto con las implicaciones cuando incluyen términos determinísticos.

7.2.1 Estimación LS

De la versión de la matriz del VECM (7.2.3), el estimador LS es visto como: $[\widehat{\Pi} : \widehat{\Gamma}] = []$...(7.2.4) La matriz del estimador de la covarianza del ruido blanco es:
$\widehat{\Sigma}_v :=$ (7.2.5)
Las propiedades asintóticas están dadas en la siguiente proposición. **Proposición 7.1** *Propiedades asintóticas del Estimador LS de un VECM* Considera el VECM (7.2.1), el estimador LS esta dado en (7.2.4) es consistente y

$\sqrt{T}vec([1]-[1])\overrightarrow{d}N(0,\Sigma_{co})(7.2.6)$
donde $\Sigma_{co} =$
y !
la matriz
es consistentemente estimado por $T\ bn\ ^{-1}$ y $\widehat{\Sigma}_v$ es un buen estimador de Σ_v. Esta proposición generaliza el resultado 2, de la sección 7.1 por lo tanto se pueden obtener observaciones similares.
Observacion 1 La matriz de covarianza Σ_{co} es singular.Esta propiedad es fácilmente vista ...
Observacion 2 Sí β es conocida, el estimador LS $[\widehat{\alpha}:\widehat{\beta}] = (7.2.7)$

$[[\alpha : \beta]$ puede ser considerada. Usando argumentos estándar para procesos estacionarios, tiene distribución asintotíca vista como: MM donde MM La distribución asintotíca en (7.2.8) es no singular,por lo tanto, dado β, la inferencia asintrica de α y Γ es estándar. Nota que

$[MM]$ es fácil ver que: $vec(MM)$ tiene la misma distribución asintotíca como el estimador LS en la sección 7.1, esto significa que, si la matriz de cointegración β es conocida es conocido o estimado no es consecuencia de la distribución asintótica del estimador Π o Γ. La razón es que β es estimada "superconsistenteïncluso si la estimación LS es usada.

Observacion 3

Estimador ML bajo la hipótesis Nula de la especificación del modelo correcto

Estimación en el VAR sin restricciones, basada en la verosimilitud.
4.2 Tres diferentes representaciones del ECM (Modelo de Corrección del Error)
Un modelo VAR sin restricciones puede dar diferentes parametrizaciones sin imponer ninguna restricción en los parámetros, i.e. sin cambiar la función de verosimilitud.

El llamado Vector de Corrección de Equilibrio (VECM de aquí en adelante) da una reformulación del VAR en términos de diferencias, diferencias lagged (retrazos) y nivel del proceso.
1. El efecto de multicolinealidad que por lo general esta presente en las series de tiempo se reduce significativamente con la forma de Corrección de error. Las diferencias son más ortogonales que en los niveles de las variables.

2. Toda la información de los efectos de L.P. se resume en la matriz de niveles.

3.La interpretación de las estimaciones es más intuitiva, los coeficientes pueden ser clasificados en efectos de C.P y efectos de L.P.

4. El VECM responde directamente ¿Por que la inflación ha cambiado del pasado periodo al actual como resultado del cambio del conjunto de información?

Hay tres versiones del modelo VAR(k) formuladas por la forma VECM: $\Delta x_t = \Gamma_1^m \Delta x_{t-1} + \Gamma_2^m \Delta x_{t-2} + ... + \Gamma_{k-1}^m \Delta x_{t-k+1} + \pi x_{t-m} + \Phi D_t + \varepsilon_t$ (4.8)

Donde m es un entero entre 1 y k, que define la ubicación del lag (retrazo) del término EMC. Considere, que el valor de la función de verosimilitud no cambia aunque cambie m.
Las estimaciones pueden se diferentes aunque el modelo sea exactamente el mismo en los 3 casos.

ECM cuando m=1

En la matriz de niveles retrasada ha sido colocado en el tiempo $t-1$.
$\Delta x_t = \Gamma_1^1 \Delta x_{t-1} + \pi x_{t-1} + \Phi D_t + \varepsilon_t$ (4.9)
Donde $\Pi =_(I - \Pi_1 - \Pi_2)$ y $\Gamma_1^1 = -\Pi_2$ la matriz de niveles retrasados Π ha sido colocada en el tiempo $t-1$. $\Delta x_t \alpha$
El papel del análisis de cointegración, es identificar las combinaciones lineales estacionarias entre variables no estacionarias, por lo cual un modelo Γ^1 puede ser re-formulado exclusivamente en variables estacionarias.

El objetivo es dar las combinaciones lineales estacionarias, que den una interpretación económicamente mediante la imposición de su identificación o sobre-identificación de restricciones sobre los coeficientes.

ECM cuando m=2

El modelo VAR ahora es especificado en X_{t-2}
La matriz Π se mantiene sin cambios, pero no la matriz Γ^2 Π contiene el efecto a L.P. mientras que Γ^2 describe efectos transitorios medidos por los cambios en los retrasos de las variables. Los p-value de los coeficientes estimados pueden variar en los dos modelos. Generalmente m=2 tiene más coeficientes significativos pero eso no implica que tenga mayor capacidad explicativa. Este caso ilustra que es menos sencillo interpretar coeficientes de modelos dinámicos que de modelos de regresión estáticos.

ECM cuando m=k

Otra formulación del VAR es cuando se obtienen segundas diferencias. Es muy conveniente cuando la muestra contiene periodos de cambios rápidos, por lo que las tasas de aceleración se convierten en determinantes relevantes del comportamiento de las variables.

Los resultados de r dos veces la diferencia a Δx_t.
El modelo queda

Es muy útil cuando X_t tiene variables I(2).

Relación entre los distintos VAR

Todos los modelos VAR(k), tienen k-1 elementos diferenciados en su reformulación y un elemento que se multiplica por π y X_{t-m}

3.2.3. Interpretación de pi

En un modelo VAR, la hipótesis de cointegración se puede formular como una restricción del rango reducido de la matriz Π.

Sí x_t $I(1)$ entonces Δx_t $I(0)$ por lo que Π no puede tener rango completo, ya que esto seria una inconsistencia.

Esto se puede ver, si consideramos $\Pi = I$ como una matriz simple de rango completo. En este caso cada ecuación se definiría como una variable estacionaria Δx_t sería igual a una no-estacionaria,x_t, además algunas variables estacionarias y un termino de error estacionario. Debido a que una variable estacionaria no puede ser igual a una n-estacionaria, implica que $\Pi = 0$, o debe tener rango reducido: $\Pi = \alpha\beta'$.

α y β son matrices de pxr con $r \leq p$ bajo la hipótesis de que I(1), el modelo VARC esta dado por:

$$\Delta x_t = \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + ... + \Gamma_{k-1} \Delta x_{t-k+1} + \alpha\beta' x_{t-1} + \mu + \varepsilon_t$$

donde $\beta' x_{t-1}$ es un vector $rx1$ de una relación de CI estacionaria.
Bajo la hipótesis de que x_t $I(1)$ implica que todos los componentes son estacionarios y el sistema ahora es consistente lógicamente.
En un modelo VAR, cada variable explica su evolución en función de sus propios propios rezagos y los retrasos de las demás variables.
El modelo VAR se convierte en VECM, si las variables están CI entonces

agregamos el Error de Corrección, i.e. un VAR-Restringido.
Para poder llamarlo VARC, debemos descomponer éste vector conocido como Π en α y β. Estos vectores deben ser de tal forma que nos expresen la evolución de Π pero con menos renglones que Π.

3.2.4. Cualidades del VAR Cointegrado

Representación MA con raíces unitarias

Sabemos que una VAR-estacionario puede ser invertido directamente a su forma de Medias Moviles, pero cuando el modelo VAR tiene raíces unitarias el polinomio autorregresivo, se vuelve no-invertible. Juselius muestra que si se puede invertir un VAR con raíces unitarias en la sección 5.3 haciendo operaciones y reescribiendo el VAR de la siguiente manera:

$$x_t = C\Sigma_{s=1}^{t}\varepsilon_s + C\mu t + C^*(L)\varepsilon_t + x_0 - C^*(L)\varepsilon_0$$

AR y MA

Juselius muestra una representación del modelo VECM en terminos de $\alpha y \beta$ y sus respectivos complementos ortogonales $\alpha_\perp y \beta_\perp$.
De donde se observa que la representación de x_t puede ser descrita por:
a) tendencias estocásticas $C\Sigma_{i=1}^{t}\varepsilon_i$.
b) componentes estocásticos estacionarios $C^*(L)\varepsilon_t$.
c) valores iniciales.

Las matrices C_i son funciones de las matrices Π. Se puede encontrar C si se conoce α y β a partir de un VAR(1), a este problema se le conoce como Representación de Granger.
La descomposición de C es similar a la de Π excepto que en la representación AR, β determina la relación común de L.P. y α las cargas y en la representación MA, $\alpha_\perp^{'}$ determina la tendencia estocástica común y $\overline{\beta}_\perp = \beta\beta(\alpha\Gamma\beta)^{-1}$ sus cargas.
DEF.las tendencias comunes son variables $\alpha\Sigma_{i=1}^{t}\varepsilon_i$

Fuerzas del sistema VARC

Al pasar de un modelo AR a un modelo MA, podemos visualizar las fuerzas que hay en el proceso de cointegración.

El modelo de corrección de equilibrio (VECM) ilustra el proceso hacia el estado de equilibrio, definido por $\beta^{'}x_t - \beta_0 = 0$ con $\beta_0 = E(\beta^{'}x_t)$ con la fuerza α que se activa tan pronto el proceso esta fuera de equilibrio, i.e. $\beta' x_t - \beta_0 \neq 0$

La representación de tendencias comunes ilustra como se mueven las variables de forma no estacionaria por el manejo común de tendencias. En ese sentido, el AR y MA son las dos caras de la misma moneda: fuerzas de tira y empuje del sistema.

Se ha mostrado la noción de tendencias comunes $\alpha'_{\perp}\Sigma_{i=1}^{T}\varepsilon_i$ y la noción de relaciones de cointegración $\beta' x_t$ ambos procesos son las dos caras de la moneda, como lo son las cargas de los coeficientes, β, y el ajuste de los coeficientes, α.

Se puede elegir la representación que se quiera, sin embargo hay un aspecto en el que los dos difieren: Una relación de CI es invariante a cambios en el conjunto de información, no es necesariamente el caso en una tendencia común. La CI se mantiene en un conjunto de variables, entonces se mantendrá en un conjunto de variables más grande.

Una perturbación inesperada,ε_t, define la tendencia común $\alpha'_{\perp}\Sigma\varepsilon_i$ sólo es inesperada para la información elegida, a menos que la información contenga todas las variables relevantes. Tanto $\alpha_{\perp}$ como ε pueden cambiar cuando la información cambia, por lo cual la tendencia común no es invariante.

Componentes deterministicos en un I(1)

¿Cúal es la interpretación de los efectos fijos (i.e. constantes, tendencias determinísticas, dummies)?¿Cómo afectan a la media del proceso diferenciado, $E(\Delta x_t)$ y a la media del proceso de error de equilibrio $E(\beta' x_t)$?

¿Qué otro rol cumplen el termino constante y la tendencia lineal? Las 5 restricciones que se les pone a cada una. Casos más complicados del VAR Tres diferentes tipos de dummies en un modelo de regresión simple y dinámico.

Regresión Lineal

Sabemos que se pueden cometer errores de interpretación cuando se introducen dinámicas (como el término constante y la tendencia lineal). Son cruciales en relación a la dinámica, si la dinámica tiene raíz o no.

Modelo Multivariado como el VAR Una característica del ECM es que tiene diferencias y niveles en el mismo modelo, lo cual sirve para investigar los efectos de C.P. y L.P.

Cuando se tiene

Conclusiones

La hipótesis de normalidad en ε con frecuencia no se cumple en los modelos VAR empirícos hay muchas posibilidades si no se consideran las intervenciones que han producido grandes residuos. 1. No hay relación lineal en el VAR en crisis: el mercado reacciona diferente durante choques ordinarios que en choques extraordinarios.

2. La relación lineal en el VAR se mantiene, pero las propiedades de las estimaciones son sensibles a la presencia de choques fuertes. Los choques ordinarios y extraordinarios tienen diferente distribución.

3.Los estimadores del VAR son generalmente robustas a desviaciones debido a la normalidad.

Los 3 casos dependen de la longitud de muestra, frecuencia de los valores atipicos y si los extremos positivos y negativos son simetricos, si estos son aditivos o inovantes al modelo.

Estimación del modelo VARC Pruebas de Especificación

-caracterizar las interacciones simultáneas entre un grupo de variables(sist de ec de forma reducida sin restringir). forma reducida=¿las variables no aparecen como variables explicativas en ninguna de las ecuaciones variables explicativas pueden ser de naturaleza determinista, como una posible tendencia temporal, estacionales,impulso.

VAR estimado El modelo minimiza los criterios de información, buscando la mejor especificación de acuerdo al criterio de AIC

3.2.5. Rango y Pruebas del VAR Cointegración

3.2.6. Análisis estructural del VAR Cointegrado

El modelo es muy sólido, ya que todo está hecho de manera objetiva, minimizando criterios de información y se ve claramente, en las funciones de respuesta-impulso, que a excepción de la tasa de interés, todas afectan positivamente a la serie de precios, y la tasa de interés, se relaciona negativamente aunque tiende a nulificarse el efecto. El mejor modelo es cointegrado y hay una relación de largo plazo!

Échale un ojo y luego lo platicamos por Skype, creo que sería más fácil que lo fueramos viendo a la par, pero me parece que pinta bien y ya entendiendo esto, podemos pasar a hacer las predicciones. Lo bueno es que sí sale un modelo sólido y bonito.

http://www.depfe.unam.mx/econometria/material-apoyo/st/manual$_m$*ce.pdf*
$V(y_t) = t\sigma_v^2$

Un proceso inestable para algún tiempo t_0 es común obtener un proceso con momentos finitos. Por el otro lado, si un proceso AR empieza con algunos tiempo finitos, estrictamente hablando no es necesariamente estacionario, inclusive si es estable.

(Se puede ver un ejemplo, se calcula la esperanza y varianza , i.e. el primer y el segundo momento y aproximamos el límite cuando $t \to \infty$ a esto le podemos llamar *proceso estacionario asintótico*. Para simplificar algunas veces solo se le llama estacionario. Sin embargo si consideramos un proceso estocástico sin términos determinísticos ($\nu = 0$), la variable inicial puede ser elegida dado que y_t sea estacionario si el proceso es estable. $(y_t, E(y_t), V(y_t)$

Especificación del modelo Se presenta el modelo en su forma transitoria, es decir, donde los coeficientes del VECM son de corto plazo. Pruebas de raíces unitarias. ADF, KPSS y BP (cambio estructural, para la variable que generé llamada crisis)

3.3. Posible basura

Estimación de los parámetros:
Dado un modelo VAR estacionario, se puede reescribir como un modelo de regresión lineal: $y_i = ZB_i + e_i$ donde y_i es un vector de [nx1], ... Z matriz con elementos de Y_{t-1}, B_i vector [(nxp)x1] y e$_i[Tx1]$.
$vec[\widehat{B}] = \widehat{\Sigma} \otimes (Z'Z)^{-1}$
donde $\widehat{\Sigma} = \dfrac{\Sigma_{i=1}^{T} \widehat{\varepsilon}_t{}' \widehat{\varepsilon}_t}{T - n}$

3.3.1. ***VAR con variables Integradas

Considera un proceso VAR(p) de K-dimensión sin termino determinístico en (6.1.1). Se puede escribir como: $A(L)y_t = \upsilon_t$ ...(6.2.1)

donde $A(L) := (I_K - A_1L - ... - A_pL^p)$ y L es un operador rezago. Multiplicando desde la izquierda por la adjunta $A(L)^{adj}$ sobre $A(L)$ dada $\mid A(L) \mid y_t = A(L)^{adj}\upsilon_t$...(6.2.2)

Así el proceso (6.2.1) puede ser escrito como un proceso con operador AR univariado, esto es, todos los componentes tienen el mismo operador AR $\mid A(L) \mid$ el lado derecho de (6.2.2), $A(L)^{adj}\upsilon_t$ es un proceso MA de orden finito. Si $\mid A(L) \mid$ tiene d raíces unitarias y en otro caso todas las raíces están fuera del círculo unitario, el operador AR puede ser escrito como:

$$\mid A(L) \mid = \alpha(L)(1 - L)^d = \alpha(L)\Delta^d$$

donde $\alpha(L)$ es un operador invertible. Consecuentemente, $\Delta^d y_t$ es un proceso estable.

Por lo tanto, cada componente se vuelve estable tras de la diferenciación.
Porque estamos considerando un proceso que inicia en algún tiempo especifico t_0, deberíamos pensar por un momento sobre el tratamiento del valor inicial cuando es multiplicado por un operador como $A(L)^{adj}$ en (6.2.2). Una posible suposición es que la nueva representación es válida para todo t por lo cual $y_t's$ son definidas en (6.2.1).

Lo anterior muestra que si un proceso VAR(p)es inestable es a causa de las raíces unitarias únicamente, se puede hacer estable únicamente diferenciando sus componentes. Nota, sin embargo, que, debido a las cancelaciones, esto puede no ser necesario para diferenciar cada componente tantas veces como raíces unitarias hay en $|A(L)|$. para ilustrar este punto, consideraremos un proceso VAR(1) bivariado.

$$(\begin{matrix} 10 \\ 01 \end{matrix} - \begin{matrix} 10 \\ 01 \end{matrix} L \begin{matrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{matrix} = \begin{matrix} (1-L)y_{1t} \\ (1-L)y_{2t} \end{matrix} = \upsilon_t$$

Obviamente, cada componente es estacionario después de diferenciar una vez, i.e. cada componente es $I(1)$ aunque

$$|A(L)| = | \begin{matrix} 1-L0 \\ 01-L \end{matrix} | = (1-L)^2$$

tiene dos raíces unitarias. Es posible que algunos componentes sean estables y estacionarios como los procesos univariados mientras que otros necesitan ser diferenciados.
Los ejemplos son fácil de construir. Si el proceso VAR(p) tiene un termino intercepto distinto de cero, entonces:
$A(L)y_t = \nu + \upsilon_t$
y $|A(z)|$ tiene una o más raíces, entonces algunos de los componentes de y_t puede tener una tendencia determinística en sus valores medios. Distinto del caso univariado, esto puede ser posible, sin embargo, que un componente de y_t tenga una tendencia determinística en la media. Esto ocurre si
$A(L)^{adj}\nu = 0$. Por ejemplo, si
$A(L) =$
$|A(z)|$ tiene una raíz unitaria y
$A(L)^{adj} =$
Por lo tanto,
$A(L)^{adj} \begin{matrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{matrix} =$ que es cero si $\nu_1 = \eta\nu_2$ Por lo tanto, en el análisis de un VAR un termino intercepto (o constante) no puede ser excluido a priori si

hay raíces unitarias y ningún de los componentes de las series tiene una tendencia determinística.
Si no es estable, después de diferenciar cada componente se puede hacer estable, especialmente si no es estable a causa de las raíces. A veces no es necesario diferenciar las series tantas veces como raíces unitarias se encuentren. Ademas no es recomendable ya que puede distorsionar la información de la relación que hay entre las variables originales. VAR con intercept VAr con drift VAr con drift e intercept
Las propiedades dinámicas del pueden ser investigadas por el cálculo de las raíces del proceso VAR. Para ello hay que reformular el modelo VAR como un polinomio con el operador lag (retrazo) L:
$\pi(L)x_t = \Phi D_t + \varepsilon_t$ (3.11)

Se ha ampliado el modelo, agregando Dt un vector de componentes determinístas como una constante, dummies estacionales y dummies de intervención. Esta formulación autorregresiva es útil para expresar la hipótesis sobre el comportamiento económico, mientras que la media móvil es útil cuando se examinan las propiedades del modelo.

Capítulo 4

Cap 4

A continuación se mostrará la aplicación de la metodología del modelo VAR cointegrado, el cual se explicó en el capitulo 3 usando el software R, utilizaremos la metodología de Juselius(1996) por ser una metodología robusta y se utilizarán las variables justificadas y descritas anteriormente: INPC Indice Nacional de Precios al Consumidor, TC Tipo de Cambio, BM Base Monetaria, TIIE28 Tasa de Interés Interbancario a 28 días e IGAE Indice Global de Actividad Económica.

4.1. Inspección Visual de los datos

Las variables fueron seleccionadas en base al análisis de la política del Banco de México, esto no excluye la posibilidad de integrar otras variables.
Son estacionarios con media y varianza constante ó alternativamente si los datos en niveles tienen tendencia mientras que los datos diferenciados tienen fuerte reversión a la media, esto se puede resolver re-especificando la forma en equilibrio-corrección del VAR.
Los datos ya sea en niveles o en diferencias, deben satisfacer el supuesto de la media y varianza constantes. Algunas desviaciones pueden ser debido a eventos económicos, se debe investigar si el evento tiene un efecto permanente o transitorio.
El enfoque probabilistico en la Econometría requiere de una formulación probabilistica explicita sobre el modelo empírico para que un modelo estadístico pueda ser derivado y verificado contra los datos.
Asumimos que hemos derivado un estimador bajo el supuesto de normalidad multivariedad. Entonces tomamos el modelo de los datos y obtenemos estimaciones de los modelos derivados bajo este mismo supuesto. Si la hipótesis de normalidad multivariante es correcta, los residuos no deben desviarse

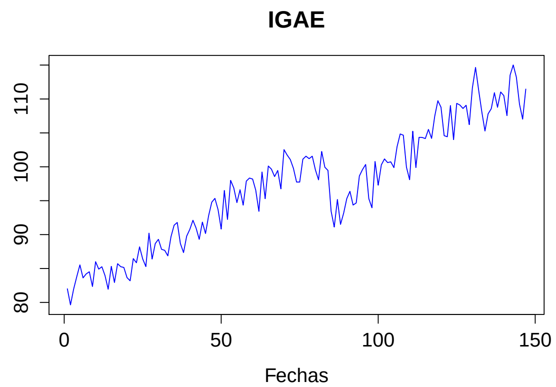
significativamente de la hipótesis ($\varepsilon_t\ N(0, \Omega)$. Si no pasan las pruebas, por autocorrelación, heterocedásticidad, distribución sesgada o leptocurtica, entonces las estimaciones ya no pueden tener propiedades óptimas y no pueden considerarse estimaciones de máxima verosímilitud (FIML=Full Information Maximum Likelihood).
Las estimaciones obtenidas (basadas en un estimador derivado de forma incorrecta) pueden no tener ningún sentido ya que no conocemos las verdaderas propiedades, la inferencia puede ser peligrosas.
Son estacionarios con media y varianza constante ó alternativamente si los datos en niveles tienen tendencia mientras que los datos diferenciados tienen fuerte reversión a la media, esto se puede resolver re-especificando la forma en equilibrio-corrección del VAR.
Los datos ya sea en niveles o en diferencias, deben satisfacer el supuesto de la media y varianza constantes. Algunas desviaciones pueden ser debido a eventos económicos, se debe investigar si el evento tiene un efecto permanente o transitorio.
El enfoque probabilistico en la Econometría requiere de una formulación probabilistica explicita sobre el modelo empírico para que un modelo estadístico pueda ser derivado y verificado contra los datos.
Asumimos que hemos derivado un estimador bajo el supuesto de normalidad multivariedad. Entonces tomamos el modelo de los datos y obtenemos estimaciones de los modelos derivados bajo este mismo supuesto. Si la hipótesis de normalidad multivariante es correcta, los residuos no deben desviarse significativamente de la hipótesis ($\varepsilon_t\ N(0, \Omega)$. Si no pasan las pruebas, por autocorrelación, heterocedásticidad, distribución sesgada o leptocurtica, entonces las estimaciones ya no pueden tener propiedades óptimas y no pueden considerarse estimaciones de máxima verosímilitud (FIML=Full Information Maximum Likelihood).
Las estimaciones obtenidas (basadas en un estimador derivado de forma incorrecta) pueden no tener ningún sentido ya que no conocemos las verdaderas propiedades, la inferencia puede ser peligrosas.
Algunos supuestos son más importantes para las propiedades de las estimaciones que otros, veremos propiedades de robustez vs violaciones modestas a los supuestos. El modelo debe ser capaz de relejar ïnformación completa”de los datos de una manera satisfactoria.

4.1.1. IGAE

Originalmente se tenía pensado utilizar el PIB es decir el Producto Interno Bruto del país. El PIB mide el valor monetario de los bienes y servicios finales (es decir, los que adquiere el consumidor final)producidos por un país

en un período determinado y cuenta todo el producto generado dentro de las fronteras.
El PIB se calcula de forma trimestral y anual, para efectos de tener una aproximación mensual el INEGI calcula el IGAE.
El IGAE El Indicador Global de la Actividad Económica (IGAE) permite conocer y dar seguimiento a la evolución del sector real de la economía, en el corto plazo, proporcionando valiosa información para la toma de decisiones. Para el cálculo del IGAE se utiliza el esquema conceptual y metodológico de las Cuentas de bienes y servicios del SCNM, mismo que sigue el cálculo trimestral del Producto Interno Bruto (PIB) y mensual del indicador de la Actividad Industrial; así como la clasificación por actividades económicas y las fuentes de información que cuentan con una gran oportunidad mensual. Garantizando, con ello, la compatibilidad entre los productos de corto plazo. Por primera vez, se desagregan las Actividades Secundarias y Terciarias en 12 actividades económicas; con la nueva información incorporada al IGAE, se alcanza una representatividad del 93,9
Las cifras mensuales del IGAE están disponibles desde el mes de enero de 1993 y se expresan en índices de volumen físico con base fija en el año 2008=100, los cuales son de tipo Laspeyres, publicándose índices mensuales, acumulados y sus respectivas variaciones anuales.
Podemos observar en la gráfica del IGAE tendencia a la alza, asi como

Figura 4.1: Serie IGAE



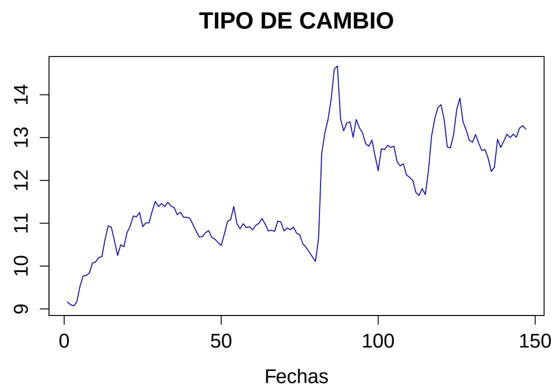
4.1.2. TC

El tipo de cambio de un país refleja su oferta y demanda de divisas, en que la oferta proviene básicamente de las exportaciones y los flujos de entrada de capitales, y la demanda de la necesidad de importar bienes y servicios. Las

expectativas sobre el futuro de la balanza de pagos a menudo juegan también un papel en la determinación de la tasa de cambio del momento.
En la mayor parte de las circunstancias, el tipo de cambio también responde a las tasas de inflación interna, por la siguiente razón: un incremento en los precios nacionales superior al aumento de precios en los socios comerciales torna las exportaciones del país menos competitivas y sus importaciones más atractivas. Por lo tanto, si los otros factores no varían, esto disminuirá la oferta futura de divisas con relación a su demanda, y por ende hará que el tipo de cambio se deprecie (se requerirán más unidades de moneda nacional por unidad de moneda extranjera).
"En la mayoría de los países [con sistemas cambiarios flexibles], el tipo de cambio oficial se modifica frecuentemente de acuerdo a... la diferencia entre las tasas de inflación interna y externa"[118].
En este sentido simple, haciendo abstracción de los flujos de capital, el tipo de cambio no controlado tenderá a moverse con el tiempo en consonancia con el diferencial entre la inflación interna y la externa, manteniendo así la "paridad del poder adquisitivo" entre el país y sus socios comerciales. Esta es la tendencia a largo plazo, pero pueden haber variaciones considerables en el corto plazo alrededor de esta tendencia, especialmente en respuesta a las fluctuaciones de los flujos de capital.
Dado que la depreciación del tipo de cambio encarece las importaciones, los movimientos del tipo de cambio alimentan adicionalmente la inflación interna. Sin embargo, los aumentos de la tasa de inflación inducidos por el tipo de cambio tienden a ser proporcionalmente menores que la depreciación cambiaria misma (usualmente 50 por ciento a 70 por ciento de la depreciación). Por lo tanto, si la inflación se puede controlar con políticas fiscales y monetarias apropiadas, los movimientos del tipo de cambio y la tasa de inflación disminuirán y eventualmente cesarán, dando como resultado la estabilidad de los precios. Por diversos estudios y papers se sabe que el Tipo de Cambio es una variable muy correlacionada con la inflación, de acuerdo al paper [**?**]
La política cambiaria es responsabilidad de la Comisión de Cambios, la cual está integrada por funcionarios de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y el Banco de México. A finales de 1994, dicha Comisión acordó que el tipo de cambio fuera determinado libremente por las fuerzas del mercado (tipo de cambio flexible o flotante). Este portal incluye los indicadores y las operaciones más frecuentemente requeridas por los analistas del mercado cambiario.
1/ El tipo de cambio (FIX) es determinado por el Banco de México con base en un promedio de cotizaciones del mercado de cambios al mayoreo para operaciones liquidables el segundo día hábil bancario siguiente y que son obtenidas de plataformas de transacción cambiaria y otros medios electrónicos

con representatividad en el mercado de cambios. El Banco de México da a conocer el FIX a partir de las 12:00 horas de todos los días hábiles bancarios, se publica en el Diario Oficial de la Federación (DOF) un día hábil bancario después de la fecha de determinación y es utilizado para solventar obligaciones denominadas en dólares liquidables en la República Mexicana al día siguiente de la publicación en el DOF. Para mayor información sobre este tipo de cambio consulte: El Título Tercero, Capítulo V de la Circular 3/2012 del Banco de México.
2/ Tipo de cambio peso-dólar en el mercado interbancario con liquidación en el segundo día hábil bancario, siendo éste el más usual en el mercado de mayoreo. Fuente: Reuters Dealing 3000 Matching. Tipo de Cambio de Venta prevaleciente en el mercado interbancario a las 13:30 hrs.
3/ Tipos de cambio cruzados con base en el promedio de las cotizaciones de compra y venta de las distintas divisas en el mercado de Londres dadas a conocer por el Banco de Inglaterra, convertidas a moneda nacional usando el tipo de cambio para solventar obligaciones denominadas en moneda extranjera. Fuente: FMI y Banco de México.

Figura 4.2: Serie Tipo de Cambio



4.1.3. TIIE28

La tasa de interés es el porcentaje que se cobra por el préstamo de una determinada cantidad de dinero. Las tasas de interés influyen sobre el crédito, tomándolo barato o caro, lo cual a su vez va a influir sobre el ahorro,el consumo, la inversión y el empleo.
Cuando el banco central induce cambios en las tasas de interés de corto plazo, éstos pueden repercutir en toda la curva de tasas de interés. Las tasas de

interés nominales a diferentes horizontes también dependen de las expectativas de inflación que se tengan para dichos plazos (a mayores expectativas de inflación,mayores tasas de interés nominales). En general, ante un aumento en las tasas de interés reales se desincentivan los rubros de gasto en la economía. Por un lado, al aumentar el costo del capital para financiar proyectos, se desincentiva la inversión. Por otro, el aumento en las tasas de interés reales también aumenta el costo de oportunidad del consumo, por lo que éste tiende a disminuir. Ambos elementos inciden sobre la demanda agregada y eventualmente la inflación.

Banco de México da a conocer la Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio (TIIE), la cual refleja las condiciones del mercado. Estableció un procedimiento, publicado el 20 de marzo de 1995 en la Circular 2008/94. Dicha tasa se publica a través del Diario Oficial de la Federación, el día hábil bancario inmediato siguiente a aquél en que se determine, ademas del nombre de las Instituciones que participaron en la determinación la tasa.

El citado procedimiento requiere de cotizaciones de cuando menos seis instituciones. De no reunirse el número de cotizaciones antes señalado, el Banco de México determinará la tasa de interés interbancaria de equilibrio de que se trate, tomando en cuenta las condiciones prevalecientes en el mercado de dinero. La publicación de la TIIE es al plazo de 28 días,91 días y 182 días.

Trabajaremos con la serie TIIE28, por ser una tasa mensual al igual que la del INPC. Se usaran los datos de Enero 2002 a Marzo 2014. Al observar la gráfica histórica de la TIIE28 podemos ver como va disminuyendo exponencialmente en un periodo y manteniendose estable en otro.

Figura 4.3: Serie TIIE 28

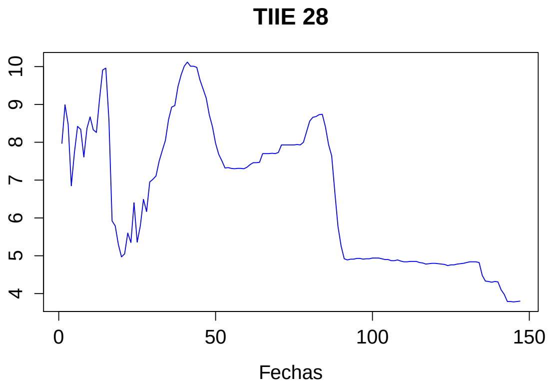
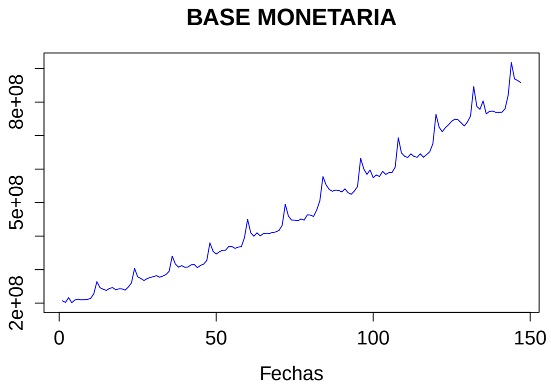


Figura 4.4: Serie INPC



4.1.4. BM

4.2. Resultados del Modelo VARC

Obtener un modelo estadístico que de cuenta de la evolución de la Inflación en México y de sus posibles relaciones de equilibrio de largo plazo a partir de sus determinantes. Para ello se proponen un vector de información...

$\Pi = [INPCBMTCIGAETIIE28]$ INPC=Índice de Precios
TTIE28=Tasa de Interés
BM=Base Monetaria
TC= Tipo de Cambio IGAE=
La salida bajo coeficientes darle VECM; hay 4 variables y así 4 ecuaciones.
Variables del modelo: Tenemos 4 variables: inpc, tc, igae y bm.No se incluye la tiie28 debido a su poca relacion con el inpc.Por lo cual tendremos 4 ecuaciones
Orden de Integración de las variables es: I(1) de acuerdo a las pruebas de estacinariedad realizadas, el inpc puede ser I(1) inclusive I(2).
model.ols Al tener 4 variables, tendremos 4 ecuaciones en el VECM tstat
Causalidad de Granger
k Numero de ect Dado que se encuentran dos ecuaciones de cointegración, hay dos términos de retrasó un período de corrección de errores indicados por ect1, ect2.
r: Número de relaciones de CI
La ecuación de equilibrio de largo plazo está dada por la producción bajo beta. Están quedado aquí, pero para la interpretación como la ecuación de largo plazo tiene que reenviar esas ecuaciones por un período.
Si existe una relación a largo plazo entre estas variables.

Modelo VAR

Modelo Final: VEC Especificación del modelo: Con tendencia y constante Modelo tipo: VEC Pruebas del modelo VEC dw aicc

4.2.1. Orden de Integración de las variables

Las gráficas del capitulo uno, muestran claramente que las series tienen tendencia y por lo mismo son no-estacionarias. Sin embargo para corroborarlo realizamos las pruebas de raíces unitarias en niveles y diferencias por los métodos: ADF, KPSS y BH.

	$Niveles$	$Diferencias$
$INPC$	0,1468	0,01
$TTIE28$	0,3159	0,01
TC	0,0885	0,01
$IGAE$	0,4781	0,01
BM	0,0198	0,01

Las pruebas muestran diferentes opiniones. La prueba ADF es muy contundente al mostrar que hay una raíz unitaria en niveles, ya que los p-values muestran una probabilidad alta. Por lo cual concluimos que las variables son de orden uno I(1).

4.2.2. Especificación del modelo VAR

A continuación se especificará el modelo

Dummies

Se considera la variable CRISIS, como una variable dummy, la cual esta llena de ceros a excepción del renglón 86, el cual contiene un uno, haciendo referencia a un posible outlier debido a la crisis de 2008.

Criterio de Selección

Al aplicar los criterios de selección, anto Akaike, Hanna-Quin y Schwarzt muestran que el mejor modelo VAR es el que se obtiene de modelar el VAR con tendencia y constante.

	$const$	$trend$	$both$
$AIC(n)$	$-37{,}04459$	$-37{,}09211$	$-37{,}28930$
$HQ(n)$	$-37{,}68420$	$-37{,}73172$	$-37{,}96194$
$SC(n)$	$-37{,}78268$	$-37{,}83021$	$-38{,}08256$

El Lag del modelo VAR que muestra R, al usar el criterio de selección de SC es lag=2, el cual es el mejor criterio de selección de acuerdo a...En términos de la raíz del error cuadrático medio (ECM) los modelos basados en el criterio de Schwarz presentan un mejor rendimiento predictivo que aquellos escogidos con el de Akaike.

VAR sin restricciones

$INPC = c + t + INPC.d1 + TC.d1 + BM.d1 + IGAE.d1 + INPC.d2 + TC.d2 + BM.d2 + IGAE.d2 + sd1 + ... + sd11$
$TC = c + t + INPC.d1 + TC.d1 + BM.d1 + IGAE.d1 + INPC.d2 + TC.d2 + BM.d2 + IGAE.d2 + sd1 + ... + sd11$
$BM = c + t + INPC.d1 + TC.d1 + BM.d1 + IGAE.d1 + INPC.d2 + TC.d2 + BM.d2 + IGAE.d2 + sd1 + ... + sd11$
$IGAE = c + t + INPC.d1 + TC.d1 + BM.d1 + IGAE.d1 + INPC.d2 + TC.d2 + BM.d2 + IGAE.d2 + sd1 + ... + sd11$

$\Delta INPC_t = A * INPC_{t-1} + A * INPC_{t-2} +$

Causalidad de Granger

A continuación se muestra la tabla de p-valores de la prueba de causalidad de granger. Como podemos observar los p-valores son mayores que $5 Además, es importante mencionar que los valores y p-valores de la causalidad de granger son los mismos$

	$Granger$	$Instant$
$INPC$	0,0112	0,0218
TC	0,0185	0,4254
$IGAE$	0,0126	0,0024
BM	0,0016	0,0048

4.2.3. Prueba de Cointegración

Realizamos la prueba de cointegración de Johansen,

Rango de CI

El rango de cointegración es 2, por esta razón transformamos el VECM en un modelo VAR de niveles.

VECM

vecm rlm

Call:

lm(formula = substitute(form1), data = data.mat)

$Coefficients$: INPC.d $TC.d$ IGAE.d $BM.d$

ect1-0.0003849 $-0{,}1496495 - 0{,}09678500{,}0445625$

$ect2-0.0024908$ $-0{,}1675605 - 0{,}10443350{,}0309094$

sd10.0021998 $0{,}0087731 - 0{,}0333632 - 0{,}1610891$

sd2-0.0005982 $-0{,}0463885 - 0{,}0563752 - 0{,}1924554$

sd30.0012678 $-0{,}04505280{,}0154182 - 0{,}1443055$

sd4-0.0026740 $-0{,}0326301 - 0{,}0153531 - 0{,}1543359$

sd5-0.0052671 $-0{,}02591760{,}0084572 - 0{,}1425583$

sd60.0009118 $-0{,}02019670{,}0031889 - 0{,}1494495$

sd70.0007084 $-0{,}0386594 - 0{,}0120390 - 0{,}1438709$

sd80.0005925 $-0{,}0152305 - 0{,}0101367 - 0{,}1563626$

sd90.0025084 $-0{,}0101783 - 0{,}0264064 - 0{,}1529517$

sd10 0.0005766 $-0{,}01613370{,}0231383 - 0{,}1327731$

sd110.0039208 $-0{,}00669220{,}0205507 - 0{,}1059388$

$INPC.dl$10.4188875 $-1{,}22150940{,}5751265 - 0{,}6183173$

$TC.dl$10.0150937 $0{,}4430916 - 0{,}00788000{,}0791527$

$IGAE.dl$10.0063533 $0{,}0364466 - 0{,}35494800{,}0001553$

$BM.dl$1-0.0041231 $-0{,}2863107 - 0{,}1189946 - 0{,}3865270$

eta
$ect1$
$ect2$
$INPC.l1$
1,000000
0,00000000
$TC.l1$
0,000000
1,00000000
$IGAE.l1$
2,242789
−0,07038940
$BM.l1$
−1,072785
0,08142439
$constant$
7,659962
−4,73174404

Prueba en Beta

$tstat$	$ect1$	$ect2$
$INPC.l1$	NA	NA
$TC.l1$	0,0000	6,1014
$IGAE.l1$	5,4254	−0,1871
$BM.l1$	−9,5756	0,7985
$constant$	18,3887	−12,4797

Coefficient matrix of lagged endogenous variables

$$A1 : INPC.l1TC.l1IGAE.l1BM.l1$$
$$INPC1{,}41850260{,}01260290{,}005665459 - 0{,}003912989$$
$$TC - 1{,}37115881{,}2755311 - 0{,}287390995 - 0{,}139412474$$
$$IGAE0{,}4783415 - 0{,}11231350{,}435334736 - 0{,}023668501$$
$$BM - 0{,}57375480{,}11006210{,}0979238440{,}568183831$$

$A2 :$	$INPC.l2$	$TC.l2$	$IGAE.l2$	$BM.l2$
$INPC$	−0,4188875	−0,015093702	−0,006353326	0,004123066
TC	1,2215094	−0,443091562	−0,036446639	0,286310667
$IGAE$	−0,5751265	0,007879991	0,354947964	0,118994573
BM	0,6183173	−0,079152693	−0,000155292	0,386526977

Coefficient matrix of deterministic regressor(s).

constant sd1 sd2 sd3 sd4 sd5 sd6 sd7 INPC 0.008837689 0.002199838 -0.0005981676 0.001267756 -0.002674029 -0.005267082 0.0009118086 0.0007083972 TC -0.353455844 0.008773106 -0.0463885049 -0.045052805 -0.032630111 -0.025917606 -0.0201967130 -0.0386594417 IGAE -0.247216941 -0.033363168 -0.0563751569 0.015418161 -0.015353119 0.008457224 0.0031889017 -0.0120389786 BM 0.195091528 -0.161089074 -0.1924554467 -0.144305511 -0.154335879 -0.142558273 -0.1494494948 -0.1438708683 sd8 sd9 sd10 sd11 INPC 0.0005924701 0.002508439 0.0005765747 0.003920808 TC -0.0152304503 -0.010178262 -0.0161337076 -0.006692184 IGAE -0.0101367333 -0.026406414 0.0231382950 0.020550668 BM -0.1563626294 -0.152951667 -0.1327731288 -0.105938766 ¿

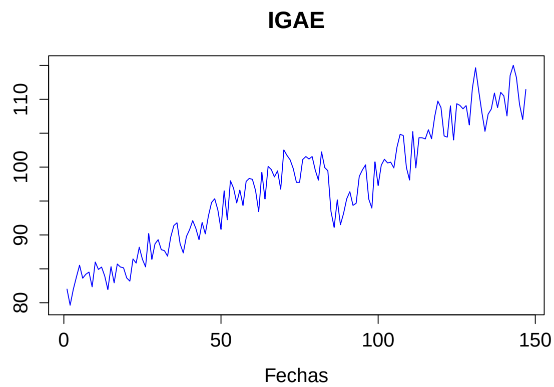
ec de CI

$\left| \begin{array}{l} \qquad\qquad ect1 \quad ect2//INPC.l1 \quad 1{,}00 \quad 0{,}00TC.l1 \quad 0{,}00 \quad 1{,}00IGAE.l1 \quad 2{,}24 \quad -0{,}0 \\ 0{,}08constant \quad 7{,}66 \qquad -4{,}73 \end{array}\right.$

P-value ect1 ect2 INPC.l1 NA NA TC.l1 0.39 0.00 IGAE.l1 0.00 0.39 BM.l1 0.00 0.28 constant 0.00 0.00

4.2.4. Gráficas Impulso-Respuesta

Figura 4.5: Serie IGAE



4.2.5. Glosario

Matriz inversa Una matriz cuadrada (mxm) A es no-singular o regular o invertible si existe una matriz unica B (mxm) tal que $A*B = I_m$. La matriz B es denotada por A^{-1}. Esta es la inversa de A, $A*A^{-1} = A^{-1}*A = I_m$.

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} * A^{adj}$ **Matriz adjunta** Para $m < 1$, la matriz (mxm)de cofactores,

$$A^{adj} = [\begin{array}{c} A_{11}...A_{1m} \\ ..... \\ ..... \\ ..... \\ A_{m1}...A_{mm} \end{array}]'$$

Es la adjunta de A. Para una matriz A de (1x1), la adjunta es 1, esto es $A^{adj} = 1$. Calcular la inversa de la matriz A (mxm), la relación $A^{-1} = |A|^{-1} A^{adj}$ algunas veces es útil.

Los cofactores, son el resultado de sustituir cada termino a_{ij} de A por el cofactor **Rango** El numero de de renglones o columnas linealmente independientes.

Eigenvalor y eigenvector Los eigenvalores o valores característicos o raíces características de una matriz A (mxm)son las raíces del polinomio en λ dado el $det(A - \lambda I_m) valorabsoluto$. El determinante algunas veces es llamado, determinante característico y el polinomio, polinomio característico de A. Debido a que las raíces pueden ser complejas, los eigenvalores suelen ser complejos en general. Un numero λ_i es un eigenvalor de A, si las columnas de $det(A - \lambda I_m)$ son linealmente dependientes, consecuentemente existe un vector ν_i de (mx1) tal que, $det(A - \lambda I_m)\nu_i = 0 o A\nu_i = \lambda_i \nu_i$ que es conocido como el vector característico o eigenvector.

Bibliografía

[1] Ngai Hang Chan. *Time Series: Applications to Finance*. A John Wiley Sons, Inc., Publication, 2002.

[2] Helmut Lütkepohl. *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer, 2005.