

# Var PLS

Graciela González Farías

Francisco Corona and Jesús Gonzalo  
Centro de Investigación en Matemáticas, Campus Monterrey  
ISBIS 2012  
Bangkok, Thailand, June 17, 2012

- Motivation
- PLSAR and PLS
- Quick overview of VAR Models
- Definition for VAR-PLS
- Bootstrap for VAR-PLS
- Conclusions

- PLS is a technique that has been proven its impact on many applications such as quality control starting with the Chemistry, batch processes, medical images analysis, microarrays, path modeling, classification, discrimination, spacio-temporal PLS models just to mention some, with authors such as McGregor, Nomikos, MacIntosh, V. Esposito Vinz, P. Garthwaite, and so on
- The method can be used in univariate and multivariate data as well
- *It has been shown that gives better prediction even when the standard assumptions are met*
- Phillip Hans Franses (2006) propose a methodology to construct the forecast  $h$  steps ahead in an optimal way, through an autoregressive order  $p$ : *An Autoregressive Partial Least Square denote as  $PLSAR(h, p)$*

# Our case of interest

- Develop a model to predict the Mexican inflation, as precise as possible
- The model has to consider, as the principal source of the mexican inflation, the grow and the variation on the monetary condition of the country
- Irrespective of all possible discussions, there seems to be a common understanding to belived that the inflationary process, in the lung run, is a purely monetary fenomena
- Here we are not taking the discussion on the existence or not of such relationship but we will show its empirical properties with a model that is tested out of the sample via its error prediction measure

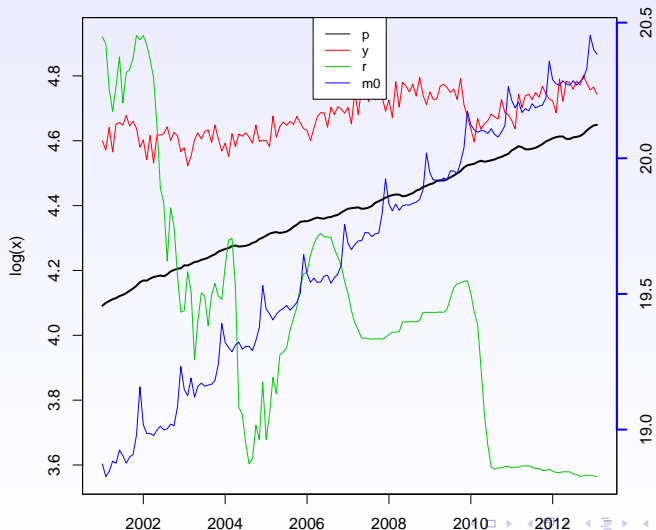
# Our case of interest

We work with 4 indexes ( we built those) from January 2000 to Feb 2012

- $p$ : Consumer price index
- $m0$ : Monetary base
- $r$ : Equilibrium interest rate (28 days)
- $y$ : Industrial production index

# Nuestro caso de interés

Time Series of Mexican inflation model: 2000:01 – 2012:02



- We generalized the work proposed by Franses in the following way:
  - ① Give a multivariate representation based on the flexibility of the  $VAR$  models, model that we will call  $VAR - PLS(h, p)$
  - ② Extend the model to consider deterministic variables (dummies, trend, etc.) as well as exogenous variables
  - ③ Bootstrap prediction intervals
  - ④ Compare the forecast capabilities between a  $VAR - PLS(h, p)$  and a forecast  $VAR$  model explicitly built for (integral predictor method)

$$PLSAR(h, p)$$



Franses three different ways to construct a forecast for an  $AR(p)$ :

- 1- A single model for all horizons , an iterative procedure will come on hand

$$AR(p) : y_{T+h} = \mu + \rho_1 y_{T+h-1} + \rho_2 y_{T+h-2} + \cdots + \rho_p y_{T+h-p} + \epsilon_T$$

For the  $AR(p)$  the classical procedure to get  $h$  step ahead forecast, plus the fact that we estimate the parameters (OLS).

- 2- One model for each horizon, the variance will vary within each horizon and *one can count with different models for each step*

$$AR_h(p) : y_{t+h} = \mu + \rho_{1,h}y_t + \rho_{2,h}y_{t-1} + \cdots + \rho_p y_{t-p} + \epsilon_{t,h}$$

The  $AR_h(p)$  is an alternative to the  $AR(p)$  because

- OLS minimize the sum of square of  $\epsilon_t$  but there is no way to assure it will remain minimum for all the  $h$  steps in the future
- For stationary time series recall the the forecast of an  $AR(p)$  model quickly converge to the unconditional mean (and variance, for the interval prediction error) clearly depending on  $h \geq p$
- For more details on this type of models see : Pesaran & Pick (2010), Marcellino, Stock & Watson (2004), Carreiro, Kapetorios & Marcellino (2010), Tiao & Xu (1993) among others.

- 3- Something in between: *PLSAR*, this model behaves like *in the middle* between an  $AR(p)$  and a  $AR_h(p)$

$$PLSAR(h, p) : \hat{Y} = XB_{PLS}$$

- It is clear that exists adjacent correlation between the time series, and neither one of the above models take them into account. In other words, we know that  $(y_t, y_{t-j})$  are correlated and so are  $(y_{T+h}, y_{T+h-j})$ , . Therefore we would like to jointly predict  $(y_{t+h}, y_{t+h-1}, y_{t+h-2}, \dots, y_{t+1})$  through  $(y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$ . PLS is a technique very attractive to do so.

- 3- Franses propose to arrange the information as

$(y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$  as the predictor matrix  $X$

$(y_{t+h}, y_{t+h-1}, y_{t+h-2}, \dots, y_{t+1})$  as the predicted matrix  $Y$

- Applied the  $PLS$  algorithm, to get the latent variables with the relevant information given in  $X$  and  $Y$ .
- His simulations shows that the  $PLSAR(h, p)$  is quite competitive with respect to the classical models in the literature

*PLS*

- PLS can be tract from different stand points, to us the relationship between its linear expression will be the best one, in order to related with a Vector Autoregressive model

$$Y = XB + U,$$

where  $Y$  is a  $N \times k$  matrix,  $X$  is  $N \times p$ ,  $B$  is a  $p \times k$  matrix, and  $U$  is  $N \times k$ .

- The basic procedure maximize the

$$\max \text{cov}(X\alpha, Y\beta)^2$$

under certain restrictions,

$$\alpha'(S_{xx}^* + \lambda_x)\alpha = 1 \quad \text{and} \quad \beta'(S_{yy}^* + \lambda_y)\beta = 1$$

donde  $S_{xx}^* = (1 - \lambda_x)S_{xx}$  and  $S_{yy}^* = (1 - \lambda_y)S_{yy}$ .

- $(X\alpha, Y\beta)$  are linear combinations of the variables that maximize the covariance or actually the square covariance (the sign is not important just the direction)
- $S_{xx}$  and  $S_{yy}$  the variance covariance matrices,  $\beta'\beta = 1$  y  $a'S_{xx}a = 1$ .

- We maximize the the objective function:

$$\mathcal{L} = (\alpha' S_{xy} \beta)^2 - \gamma (\alpha' (S_{xx} + \lambda_x) \alpha - 1) - \mu (\beta' (S_{yy} + \lambda_y) \beta - 1).$$

- After some algebra we get the **scores** for  $X$  y  $Y$ ,  $t = Xw = Ew$  and  $u = Yq = Fq$ .
- Normalizing the scores  $t = t / \sqrt{t' t}$ , and after simplifications and more algebra we get the **loadings** for  $X$  and  $Y$ :  $p = E' t$  and  $q = F' t$ .



- Writing in matrix form  $w, t, p$  y  $q$  we get  $R = W(P'W)^{-1}$  and finally

$$Y = XB + U, \text{ then } \hat{Y} = XB_{PLS},$$

where  $B_{PLS} = R(T'T)^{-1}T'Y = RQ'$ .

- For a nice introduction see P.H. Garthwaite (1994). An Interpretation of Partial Least Squares. JASA Vol 89, No 425, pp 122-127 and A. Hoskuldsson (1988). PLS Regression Methods. Journal of Chemometrics, Vol 2, pp 221-228.

**Note:** Franses shows that if the  $B_{PLS}$  matrix has full rank it implies a different model for each of the columns of  $Y$ , and hence a model like  $AR_{h,p}$ . In the exceptional case that  $B_{PLS}$  has rank 1, then the  $AR(p)$  appears.

# Vector Autoregressive Models and PLS

Un proceso  $VAR(p)$  se define como

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \cdots + A_p y_{t-p} + CD_t + u_t,$$

donde

- $A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ , son matrices de coeficientes
- $u_t$  es un proceso de ruido blanco con matriz de covarianzas  $\Sigma_u = E(u_t, u_t')$
- $C$  es una matriz de regresores determinísticos
- $D_t$  es un vector de regresores determinísticos apropiados

Notemos que el  $Var(p)$  puede definirse como un  $Var(1)$  mediante

$$Y_t = AY_{t-1} + V_t,$$

con

$$Y_t = \begin{pmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_{p-1} & A_p \\ I & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & I & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I & 0 \end{pmatrix}, \quad V_t = \begin{pmatrix} u_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Si los valores propios de  $A$  son menores que 1, entonces el proceso  $Var(p)$  es estable.

- Un procedimiento para encontrar el orden  $p$  del modelo consiste en ordenar los  $p = 0, \dots, p_{\max}$  y elegir el valor  $p$  que minimice cierto criterio de información de la forma

$$IC(p) = \log |\hat{\Sigma}(p)| + C_T \varphi(K, p),$$

donde

- $\hat{\Sigma}(p) = T^{-1} \sum_{i=1}^T \hat{u}_t' \hat{u}_t$ ,
- $C_T$  es una secuencia indexada por el número de realizaciones de  $T$
- $\varphi(K, p)$  es una función que penaliza la complejidad del modelo

- Los cuatro criterios de información más utilizados son
  - Akaike:  $AIC(p) = |\Sigma(\hat{p})| + \frac{2}{t}pK^2$
  - Schwartz-Bayesiano:  $BIC(p) = |\Sigma(\hat{p})| + \frac{\log T}{t}pK^2$
  - Hannan-Quinn:  $HQ(p) = |\Sigma(\hat{p})| + \frac{2 \log T}{t}pK^2$
  - Error final de predicción:  $FPE(p) = \left(\frac{T+p^*}{T-p^*}\right)^K \det(\Sigma(\hat{p}))$
- El criterio AIC sobreestima asintóticamente el orden con probabilidad positiva, mientras que BIC y HQ estima consistentemente el orden cuando el verdadero valor de  $p \leq p_{max}$ .

Notemos que al igual que el caso univariado, podemos pronosticar recursivamente mediante

$$y_{T+h\backslash T} = A_1 y_{T+h-1} + \cdots + A_p y_{T+h-p} + CD_{T+h}$$

- La estimación de  $A_i$  se realiza generalmente mediante OLS

$$\text{vec}(\hat{A}) = \begin{pmatrix} \hat{A}_1 \\ \vdots \\ \hat{A}_p \end{pmatrix}.$$

- Bajo ciertas condiciones de generalidad del comportamiento estacionario y ergodicidad en los modelos VAR (Hamilton, 1994, Lutkepohl, 1991),  $\text{vec}(\hat{A})$  es consistente y distribuido asintóticamente con matriz de covarianzas

$$\widehat{\text{var}} \left( \text{vec}(\hat{A}) \right) = \hat{\Sigma} \otimes (Z'Z)^{-1},$$

donde

$$\hat{\Sigma} = \frac{\sum_{t=1}^T \hat{\epsilon}_t' \hat{\epsilon}_t}{T - K}$$

y

$$\hat{\epsilon}_t = Y_t - \hat{A}'Z_t = Y_t - \hat{A}'Y_t$$

es el residual de mínimos cuadrados al tiempo  $t$ .



- El  $i$ -ésimo elemento de  $\text{vec}(\hat{A})$  es asintóticamente normal (para un VAR estable) con errores estándar dados por la raíz cuadrada de los elementos de la diagonal de  $\hat{\Sigma} \otimes (Z'Z)^{-1}$ .
- Las pruebas  $t$  son válidas asintóticamente para los coeficientes estimados.

Una situación de interés sucede cuando existen una o más raíces unitarias en las  $y_j$ 's. Esto ha originado una teoría económica que se basa en modelar el comportamiento de largo plazo y analizar la dinámica temporal de un conjunto de series.

- **Cointegración:** Las componentes del vector  $y_t$  se dice que son cointegradas de orden  $d, b$ , lo cual denotamos con  $y_t \sim CI(d, b)$ , si
  - 1 todos los componentes de  $y_t \sim$  son  $I(d)$
  - 2 existe un vector  $\beta \neq 0$  tal que  $z_t = \beta' y_t \sim I(d - b)$ ,  $b > 0$ . El vector  $\beta$  es llamado vector de cointegración.

- **Corrección de error:** Consideremos el vector bivariado  $y_t = (y_{1t}, y_{2t})'$  con vector de cointegración  $\beta = (1 - \beta_2)'$ , entonces  $\beta' y_t = y_{1t} - \beta_2 y_{2t} \sim I(0)$  y existe una representación de corrección de error de

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \Delta y_{1t} &= \alpha_1 + \gamma_1(y_{1t-1} - \beta_2 y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^K \psi_{1,i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^K \psi_{2,i} \Delta y_{2t-i} + u_{1t} \\ \textcircled{2} \quad \Delta y_{2t} &= \alpha_2 + \gamma_2(y_{1t-1} - \beta_2 y_{2t-1}) + \sum_{i=1}^L \xi_{1,i} \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=1}^L \xi_{2,i} \Delta y_{2t-i} + u_{2t} \end{aligned}$$

Notemos que el modelo  $VAR(p)$  puede expresarse como

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \Gamma_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + CD_t + u_t,$$

donde  $\Gamma_i = -(A_{i+1} + \cdots + A_p)$ , para  $i = 1, \dots, p-1$  y

$\Pi = -(I - A_1 - A_2 - \cdots - A_p)$ .

Lo anterior es llamado Modelo de Vector de Corrección de Error (VECM) transitorio.

O bien como

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-p} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \Gamma_{p-1} \Delta y_{t-p+1} + CD_t + u_t,$$

donde  $\Gamma_i = -(I - A_1 - A_2 - \cdots - A_i)$ , para  $i = 1, \dots, p-1$  y

$\Pi = -(I - A_1 - A_2 - \cdots - A_p)$ . Este modelo es llamado VECM de largo plazo.

La matriz  $\Pi$  tiene las siguientes características:

- 1  $rk(\Pi) = n$ , todas las  $n$  combinaciones deben ser estacionarias; el VECM es un modelo VAR en niveles
- 2  $rk(\Pi) = 0$ , no existe una combinación lineal estacionaria tal que  $\Pi y_{t-1}$  sea estacionaria, excepto la solución trivial, i.e, es un modelo  $VAR(p - 1)$  en primeras diferencias.
- 3  $0 < rk(\Pi) < n$ , en este caso  $\Pi = \alpha\beta'$  con dimensión  $n \times r$  y  $\beta'y_{t-1}$  es estacionaria. Cada columna de  $\beta$  representa una relación de largo plazo.

**Si el objetivo es pronosticar, aún en el caso de variables integradas y cointegradas, hacerlo mediante la representación VAR es muy apropiado (ver Lutkepohl, 2006).**

Del ejemplo, notamos que (VER ESTA PARTE!1!1)

- Se especificó el orden  $p$  del VAR teórica a través del criterio de Error Final de Predicción, el cual fue de 12. También se realizó la prueba de Johansen para verificar la presencia de relaciones de largo plazo.
- Los resultados obtenidos mostraron que al 1%, 5% y 10% existe una ecuación de cointegración, la cual está dada por la siguiente expresión:

$$p + 9.68 - 0.43m - 0.89y + 0.1r = 0$$

- Lo anterior es congruente con la realidad, ya que establece que el traspaso inflacionario está impulsado por el crecimiento monetario, exceso de demanda y la reducción del costo del dinero.

# VAR-PLS

- Se propone utilizar la representación de un modelo VAR para el proceso generador de datos
- El modelo VAR determinará el orden del proceso autorregresivo que será utilizado en la regresión PLS
- Utilizaremos matrices en estructura de rezagos según cada una de las variables



- Agrupamos en la matriz  $X$  la información observada en el pasado:

$$X = Y_{t-1} = \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ y_{t-2} \\ \vdots \\ y_{t-p} \end{pmatrix},$$

- En  $Y$  lo observado en el tiempo  $t$ :

$$Y = Y_t = \begin{pmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-p+1} \end{pmatrix},$$

estimando el modelo mediante el proceso de construcción de variables latentes.

- Es fácil introducir variables exógenas o determinísticas mediante una matriz  $C$ , modificando la composición de

$$X = Y_{t-1}^* = \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ y_{t-2} \\ \vdots \\ y_{t-p} \\ D_t \end{pmatrix},$$

y por ende, de la matriz de coeficientes

$$A^* = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_{p-1} & A_p & C \\ I & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & I & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- De esta forma obtenemos un modelo  $VAR - PLSX$  con la única finalidad de pronosticar  $h$  pasos adelante.

Es importante señalar que, para el VAR-PLS podemos obtener hasta  $pK$  componentes. Para este ejercicio se estiman cada una de ellas solo con fines comparativos, y para observar la capacidad predictiva respecto a métodos recursivos de pronóstico contruidos a partir de un modelo VAR.

Como el objetivo es construir un modelo de pronóstico robusto que a su vez se compare con la técnica VAR-PLS, realizaremos el siguiente procedimiento:

- Se guardan las 24 observaciones finales con el fin de obtener una ventana de tiempo de horizonte largo que sirva para comparar cada uno de los modelos.
- Para determinar el orden del VAR-PLS se determina la selección del rezago óptimo a través de algún criterio de información.

- Para verificar que el proceso generador de datos sea consistente con la teoría económica, se estima el  $VAR(p)$  denotando su característica estocástica, es decir, si es cointegrado o no, obteniendo en su caso los coeficientes de largo plazo.
- Para  $p$  óptimo con una especificación constante, y sin variables determinísticas, se procede a estimar el VAR-PLS con  $h = 24$ , obteniendo el error fuera de muestra para cada una de las componentes existentes  $pK = 48$
- Para el modelo  $VAR(p)$ , se tienen 4 variables, 4 posibles especificaciones del VAR (ninguna, constante, tendencia, constante y tendencia), y 11 posibles variables dummies estacionales (una para cada mes). Combinando todas las variables con las especificaciones y variables determinísticas posibles nos da un total de  $VAR_j(p)$ ,  $j = 1, \dots, 484$  posibles a estimar.

- Se estiman cada uno de los modelos y se seleccionaron los que minimizan 7 criterios de error fuera de muestra, es decir, se eliminaron otras  $h = 24$  observaciones con el fin de calcular los estadísticos de error (Hyndman & Koehler, 2006).
  - MAPE: Mean Absolute Percentage Error
  - MdAPE: Median Absolute Percentage Error
  - RMSPE: Root Mean Square Percentage Error
  - RMdSPE: Root Median Square Percentage Error
- Adicionalmente se trabajó con un modelo benchmark (AR de orden 1) donde se calcularon los  $i = 1, \dots, 24$  pronósticos, generando el siguiente estadístico:

$$test = \frac{Y_{t-i} - Y_{t+i, VAR_j(p)}^f}{Y_{t+i} - Y_{t+i, AR(1)}^f}$$

- Posteriormente se obtienen los siguientes 3 estadísticos:
  - MRAE: Mean Relative Absolute Error
  - MdRAE: Median Relative Absolute Error
  - GMRAE: Geometric Mean Absolute Error
- Con este procedimiento se obtienen 7 modelos, los cuales se integran en un solo número obtenido del cuantil 50% para cada uno de los horizontes de pronóstico.
- Se estima el  $VAR(12) - pls(24, j)$  y se realizan los  $pK = 48$  modelos, obteniendo para cada serie el MAPE para fines comparativos y para un horizonte de pronóstico de 24 datos.

## Intervalo de predicción: VAR-PLS

Uno de los objetivos de este trabajo es la construcción del intervalo de predicción para el modelo VAR-PLS.

El procedimiento es similar a lo propuesto por Pascual y colaboradores (2011), que a su vez, se basan en el trabajo de Kim (2001) y de Pascual y colaboradores (2004)

El procedimiento, cuando se realizar para el VAR consiste en

- 1 Introdurcir la incertidumbre debida a la estimación de parámetros y corregir las regiones de confianza asociadas (válidas asintóticamente bajola distribución Gaussiana).
- 2 Simplificar computacionalmente el cálculo con VAR que tienen muchos rezagos y regularmente implican que la representación backwards resulte muy compleja.



El procedimiento es el siguiente:

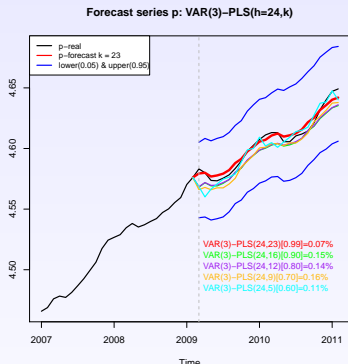
- 1 Estimar  $Y_t = X_t \hat{B}_{PLS} + \hat{U}_t$ .
- 2 Obtenemos  $\hat{U}_t^* = \hat{U}_t - \tilde{\bar{U}}$  para obtener una muestra ordenada de los residuos centrados y reescalados.
- 3 Con los  $p$  valores iniciales  $Y_0 = \{Y_p, \dots, Y_1\}$  y con lo obtenido en los pasos 1 y 2, generamos  $Y_t^*$  a través de

$$Y_t^* = X_t \hat{B}_{PLS} + \hat{U}_t^*, \quad t = 1, \dots, n - p$$

- 4 Obtenemos  $\hat{Y}_{T+h}^*$  repitiendo los pasos 2 a 4, para  $n = 1, \dots, N$  repeticiones
- 5 Finalmente, para cada una de las  $n$ th variables y los  $N$  conjuntos de pronósticos obtenemos

$$CI_{T+h} = \{y_{n,T+k} | y_{n,T+k} \in [q_B^*(\tau), q_B^*(\tau - 1)]\},$$

donde  $q_B^*(\tau)$  es el  $\tau$ -ésimo percentil de  $G_{n,B}^*(x) = \# \left( y_{n,T+k}^{*(b)} \leq x \right) / N$



- Podemos observar que el valor real prácticamente es el mismo que el pronóstico obtenido con un error absoluto promedio de 0.11%. Se muestran también los intervalos de predicción via Bootstrap que “atrapan” el valor real de la serie.
- En términos económicos, esta aproximación es competitiva.

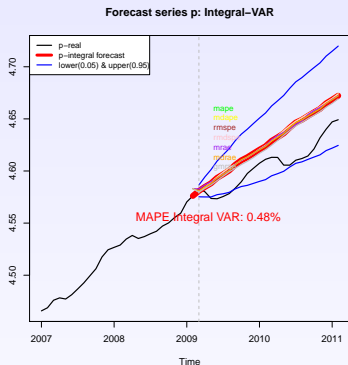
Notemos que, al ser un modelo multivariado se obtienen el resto de los pronósticos de las series, sin embargo, dado que el objetivo es predecir la serie de precios, no se considera relevante para este trabajo observar a detalle el comportamiento. No obstante, podemos comentar que el pronóstico con esta misma componente tuvo un error de 0.23% para  $m_0$ , para y 0.83% y finalmente con un 5.84% la tasa de interés.  
(NO LE ENTIENDO A ESTA REDACCIÓN!!!!!!!!!!)

Para el Integral-VAR, los  $VAR_J(P)$  óptimos fueron los siguientes:

Criterio	MAPE	MdAPE	RMSPE	RMdSPE
Estadístico	0.29	0.30	0.33	0.30
Rezagos	2	2	2	2
Estacionalidad	10	10	10	10
Especificación	Constante y tendencia	Constante y tendencia	Constante y tendencia	Constante y tendencia

Criterio	MRAE	MdRAE	GMRAE
Estadístico	0.24	0.22	0.18
Rezagos	2	2	3
Estacionalidad	4	11	7
Especificación	Constante y tendencia	Constante y tendencia	Constante y tendencia

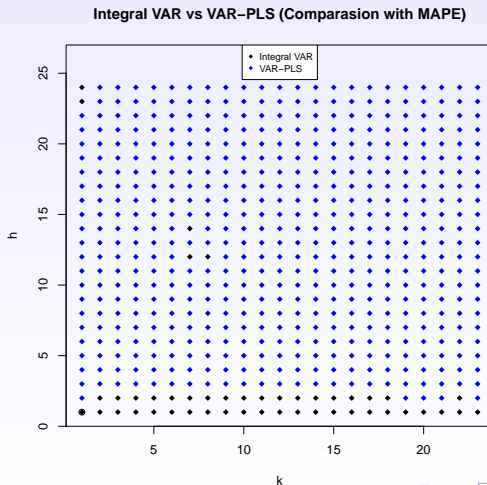
Integrando los pronósticos y el intervalo de predicción con su respectivo cuantil del 50% para cada modelo y horizonte de pronóstico, obtenemos la siguiente figura:



Aunque en términos numéricos el error fue de 0.32%, se observan grandes diferencias respecto al real observado, sobreestimando la inflación en cada uno de los casos. No obstante se decidió realizarlo de esta manera para comparar las variables que intervienen en los pronósticos para ambas especificaciones.

# VAR – PLS

La siguiente figura muestra cómo se comportó cada componente respecto al Integral VAR:



Resulta interesante que en promedio, un 73.52% de las veces fueron superior las componentes, y es lógico que aquellas más lejanas dejan de tener efectividad, dado que explican menos la variabilidad observada.

En otras palabras, la metodología VAR-PLS resulta atractiva respecto a su competidor inmediato, que es un VAR enfocado a predecir.

## Conclusiones



# Conclusiones

- En este trabajo se presentó una alternativa para realizar pronósticos multivariados con el enfoque de explotar un conjunto de series de tiempo  $y_{t+j}$  con  $y_t$ , aprovechando la naturaleza que tiene por construcción la técnica de PLS, específicamente al momento de plantear un modelo lineal, situación que se presenta para el caso de un VAR.
- Se planteó un modelo que considera como principales fuentes inflacionarias un agregado monetario (billetes y monedas), tasas de interés y una variable de ingreso, y se realizaron dos metodologías de pronóstico:
  - un VAR-PLS cuyo orden  $p$  está dado por el criterio de FPE de un VAR, estimando todas las  $pK$  componentes
  - Finalmente, los intervalos de predicción se hicieron mediante Bootstrap

NO CREO QUE ESTE BIEN ESTA REDACCIÓN... REVISAR!!!

De acuerdo a los resultados obtenidos, el VAR-PLS es una técnica atractiva de pronóstico multivariado.

Como trabajo futuro queda:

- Incluir PLS en el ejercicio de cointegración, considerando las implicaciones teóricas.
- Construir modelos PLS-VAR que integren cada una de las componentes
- Comparar VAR-PLS y VAR que mezclen las variables que intervienen dentro de un pronóstico.

Gracias por su atención !