Tarea 2: Medida de Haar

Andrés García

21 de septiembre de 2018

Ejercicio 1. (2.5 pts.) Probar que

$$\lim_{N\to\infty} P_N\left(s = \frac{\hat{s}}{NP_X(x)}|X_j = x\right) = P_X(x)e^{-\hat{s}} \tag{1}$$

Ejercicio 2. (2.5 pts.) Graficar $e^{-}\hat{s}$ en conjunto con la simulación de espaciamiento de variables i.i.d. bajo los mismos argumentos con los que se construyó el modelo teórico ¿La distribución empírica concuerda con lo esperado?

Ejercicio 3. (2.5 pts.) Mostrar que

$$\rho(H_s) \propto e^{-\frac{1}{2}Tr(H_s^2)} \tag{2}$$

Ejercicio 4. (2.5 pts.) Explicar la demostración del teorema 2 enunciado en clase (hint: revisar el capítulo 2 de Muirhead, Wiley, 2005)

Ejercicio (opcional). (2.5 pts. extras) Dado

$$\rho(x_1, x_2) = \frac{1}{Z_{2,1}} e^{-\frac{1}{2}(x_1^2+x_2^2)} \prod_{j<k}^{2} |x_j - x_k| \tag{3}$$

donde

$$Z_{2,1} = (2\pi) \prod_{j=1}^{2} \frac{\Gamma(1+j/2)}{\Gamma(1+1/2)} \tag{4}$$

Mostrar que

$$P(s) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 \rho(x_1, x_2) \delta(s - |x_2 - x_1|) = \frac{s}{2} e^{-s^2/4} \tag{5}$$