$$\min_{\{r_{ij}\},\{\mu_j\}} J(r_{11},\cdots,r_{mk},\mu_1,\cdots,\mu_k) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{k} r_{ij}\|x^{(i)}-\mu_j\|^2.$$

Step 1: fix μ_j.

$$\frac{\partial J}{\partial r} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{k}\|x^{(i)}-\mu_j\|^2 \text{ 且 } \sum_{j=1}^{k} r_{ij} = 1.$$

$\Rightarrow$ for r_{ij}, $i=1\sim m$, 找 $\|x^{(i)}-\mu_j\|^2$ 最小的令為1，其餘為0.

(分群!)，即 $r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } j = \arg\min_{g} \|x_i - c_g\|^2. \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

Step 2: fix r_{ij}

$$\frac{\partial J}{\mu_j} = \frac{\partial}{\partial \mu_j}\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{k} r_{ij}(x^{(i)}-\mu_j)(x^{(i)}-\mu_j)^T = 0.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(\mu_j - x^{(i)}) = 0.$$

$$\Rightarrow \mu_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x^{(i)}$$ (群中心).