

## Физика автомобилей в играх.

### Введение

Физика автомобиля в игре и в жизни – различна. Задача реалистичного симулирования физики в играх довольно сложна, потому что подразумевает под собой не только моделирование силы тяги автомобиля, но и среды, в которой этот автомобиль находится – сил сопротивления. В целом силы действующие на автомобиль разделяются на силы тяги и силы сопротивления движению. На (рис. 1) представлена модель прямолинейного движение реального автомобиля. Ту же модель, с некоторыми упрощениями, стремятся и реализовать разработчики игр. В стремлении воссоздать наиболее реалистичную физику, разработчики получают реальные физические данные автомобиля, производят замеры. Разработчики же аркадных гонок моделируют физику, хоть и опираясь на основные законы механики, но практически с нуля – свою собственную физику автомобиля, методом проб и ошибок. Изменение физических условий может также выступать как способ контроля уровня сложности игры.

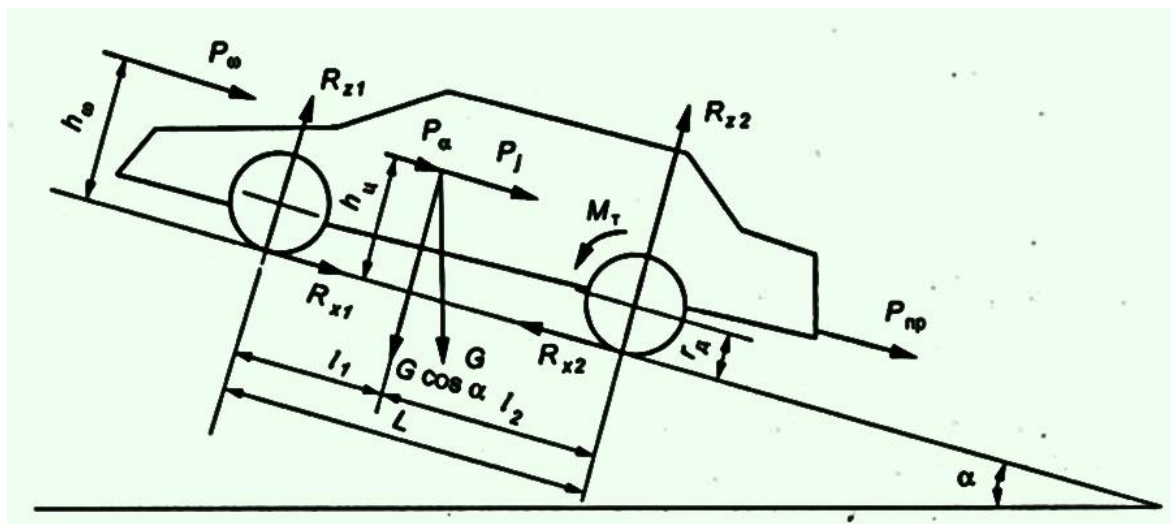


Рис 1. Силы, действующие на автомобиль при равномерном движении

### Математическая модель автомобиля

#### 1.1 Физика движения по прямой.

Сила тяги характеризуется мощностью двигателя по направлению движения:

$$F_{\text{тяги}} = \vec{u} * P_{rpm}, \text{ где}$$

$\vec{u}$  – единичный вектор в направлении движения автомобиля,  $P_{rpm}$  – мощность двигателя

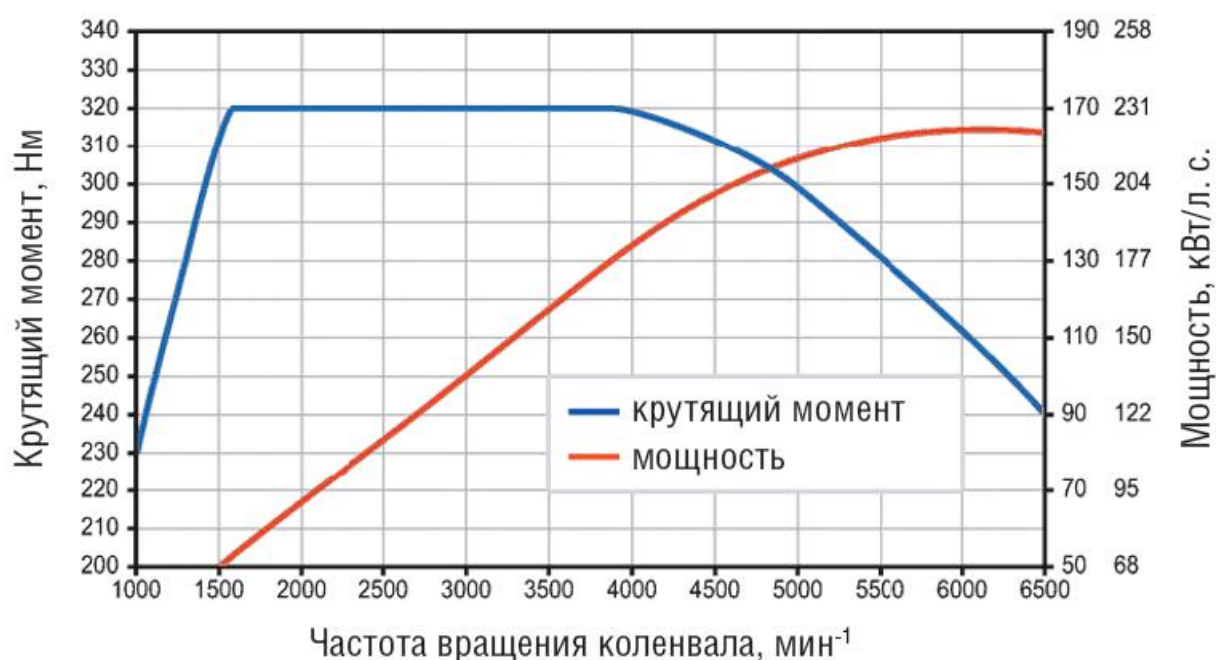


Рис. 2 – Зависимость крутящего момента от количества оборотов двигателя в минуту (RPM).

$$HorsePower = \frac{|M| * rpm}{5252}$$

Итак, момент вращения двигателя (вернее коленчатого вала) преобразуется через привод и с уже другим значением сообщается задним колесам. Переключение передач умножает момент вращения на число, зависящее от коэффициента передачи.

$$\mathbf{F}_{\text{drive}} = \mathbf{u} * T_{\text{engine}} * x_g * x_d * n / R_w$$

где

$\mathbf{u}$  - единичный вектор, который отражает ориентацию машины.

$T_{\text{engine}}$  - момент вращения двигателя при заданный оборотах в минуту.

$x_g$  - коэффициент передачи.

$x_d$  - разностный коэффициент.

$n$  - эффективность привода.

$R_w$  - радиус колеса.

## Коэффициенты передач

Первая передача	g1	2.66
Вторая передача	g2	1.78
Третья передача	g3	1.30
Четвертая передача	g4	1.0
Пятая передача	g5	0.74
Шестая (!) передача	g6	0.50
Задний ход	gR	2.90
Разностный коэффициент	x <sub>d</sub>	3.42

Рис. 3 – коэффициенты передач для Corvette C5 hardtop

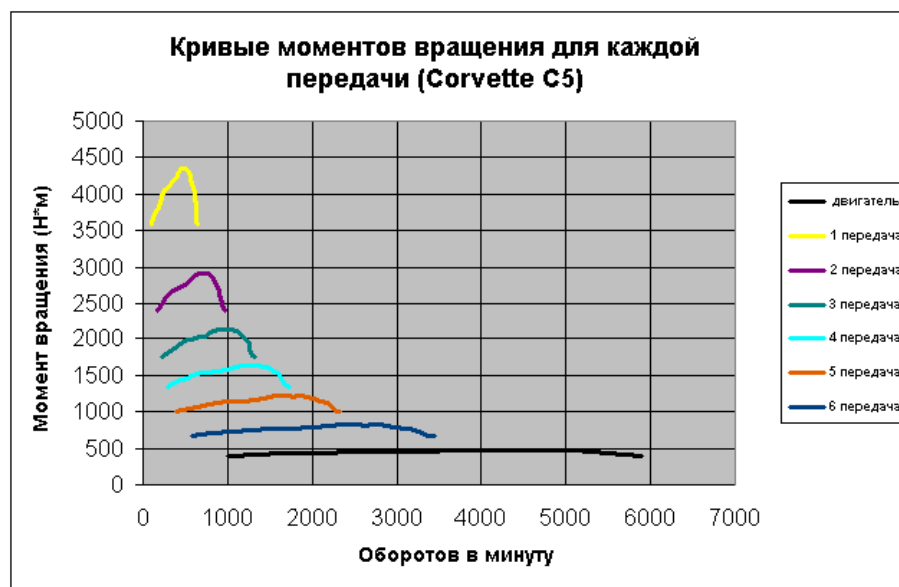


Рис. 4 – Кривые моментов вращения для каждой Передачи (Corvette C5)

## 1.2 Аэродинамическое сопротивление

$$F_{\text{аэр сопротив}} = -k_{\text{аэр сопротив}} * |v| * \vec{v}, k_{\text{аэр сопротив}} = \text{const}$$

Рассчитаем значение коэффициента аэродинамического сопротивления.

$$K_{\text{аэр сопротив}} = 0,5 * K_{\text{аэр трения}} * S_{\text{части авто}} * \rho v$$

При следующих параметрах найдем аэродинамическое сопротивление:

$$\rho_{\text{воздуха}} = 1.29 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

$$S_{\text{части авто}} \cong 2.2 \text{ м}^2,$$

$$K_{\text{трения}} \text{ (зав. от автомобиля), для } Corvertte = 0.30$$

$$K_{\text{аэр сопрот}} = 0.4257$$

### 1.3 Сопротивление вращения

$$F_{\text{сопрот вращ}} = -k_{\text{сопрот вращ}} * \vec{v}, k_{\text{сопрот вращ}} = \text{const}$$

$$K_{\text{сопрот вращ}} \cong 30 * F_{\text{аэр сопрот}} = 12.8$$

### 1.4 Общая продольная сила

$$F_{\text{продольная}} = F_{\text{тяги}} + F_{\text{аэр сопрот}} + F_{\text{сопрот вращ}}$$

### 1.5 Ускорение автомобиля

$$a = \frac{F_{\text{равнодействующая}}}{M_{\text{автомобиля}}}$$

### 1.6 Скорость автомобиля

Скорость автомобиля определяется как интеграл ускорения через время dt. Воспользуемся методом Эйлера для численного интегрирования

$$v = v + dt * a$$

### 1.7 Позиция автомобиля

Интеграл скорость по dt

$$x = x + dt * v$$

Эти три формируют своего рода цикл отрицательной обратной связи. Если сила тяги превышает все другие силы, то автомобиль ускоряется. Увеличивающаяся скорость, также заставляет увеличиваться силы сопротивления. Равнодействующая сила уменьшается, а следовательно уменьшается и ускорение. В некоторой точке силы сопротивления и сила тяги компенсируют друг друга, и автомобиль достигает своей максимальной скорости для данной мощности двигателя.

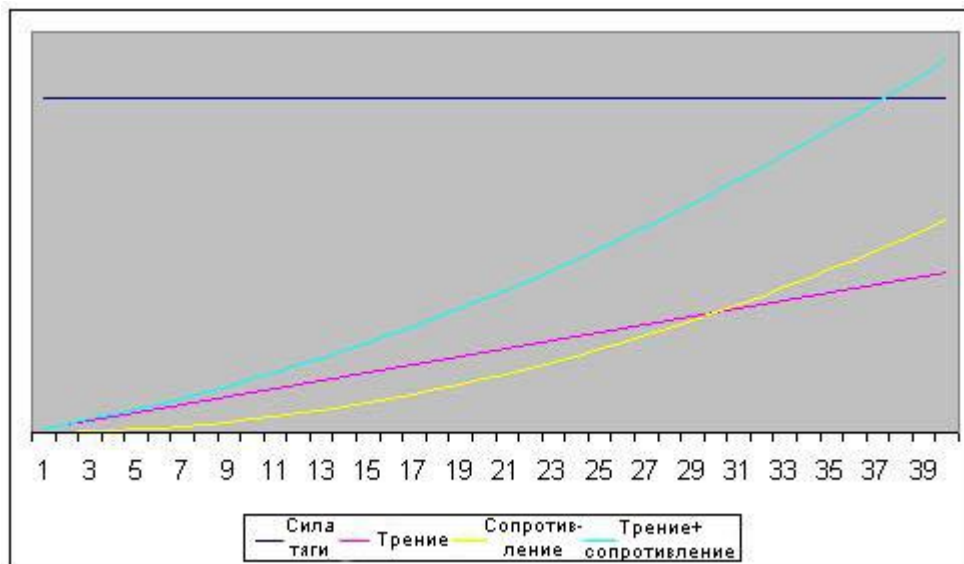


Рис. 5 – Зависимость сил, действующих на автомобиль от скорости в (м/с)

## 1.8 Торможение

При торможении, сила тяги заменяется силой торможения, которая направлена в противоположном направлении. Тогда продольная сила – это векторная сумма этих трех сил

$$F_{\text{продольная}} = F_{\text{торможения}} + F_{\text{аэр сопрот}} + F_{\text{сопрот вращ}}$$

Сила торможения же определяется как:

$$F_{\text{торможения}} = -\vec{v} * k_{\text{торможения}}$$

Важное замечание: сила торможения = 0, когда скорость равна 0, в противном случае автомобиль начнет движение в противоположную сторону.

## 1.9 Перемещение веса

Важный эффект при ускорении или торможении - эффект динамического перемещения веса. При интенсивном торможении автомобиль будет наклоняться вперед, а при ускорении - назад. Подобное происходит и с водителем, который прижимается к водительскому креслу, когда он жмет на педаль газа, так как изменяется центр массы автомобиля. При этом эффекте вес на задних колесах возрастает при ускорении, а на передних наоборот уменьшается.

$F_{\text{макс тяги колеса}} = \mu * W$ , где  $\mu$  – коэффициент трения колес

Для неподвижного автомобиля вес равен:

$$W = G * \frac{(M_{\text{передней части}} * M_{\text{задней части}})}{R^2}$$

При некотором ускорении, центр масс автомобиля будет смещаться в обратном направлении от силы, направляющей автомобиль.

## 2.1 Ускорение ведущих колес

Заметьте, момент вращения, который мы можем видеть выше среди кривых моментов вращения для указанного количества оборотов в минуту, является максимальным моментом вращения. Какое значение момента вращения действительно действует на движение колёс зависит от конкретного положения дросселя. Это положение определяется вводом пользователя (нажатием на педаль газа) и варьируется в промежутке от 0 до 100 %. В псевдокоде это можно представить в таком виде:

```
max torque = LookupTorqueCurve(rpm)
engine torque = throttle position * max torque
```

Реализовать функцию `LookupTorqueCurve()`, мы можем используя массив пар момента вращения/обороты в минуту, и делая линейную интерполяцию между двумя ближайшими точками.

$$\text{rpm} = \frac{60}{2\pi} * (\text{wheel rotation rate} * \text{gear ratio} * \text{differential ratio})$$

## 2.2 Степень скольжения и сила тяги

Количество скольжения, также известное как степень скольжения, обычно выражается таким образом:

$$\sigma = \frac{\omega_w R_w - v_{long}}{|v_{long}|}$$

## 2.3 Момент вращения на ведущих колёсах

$$M = F_{\text{тяги}} * R_w$$

Этот момент вращения будет направлен против момента вращения, переданного двигателем к этому колесу (которое мы назвали моментом вращения двигателя). При торможении также появится момент вращения.

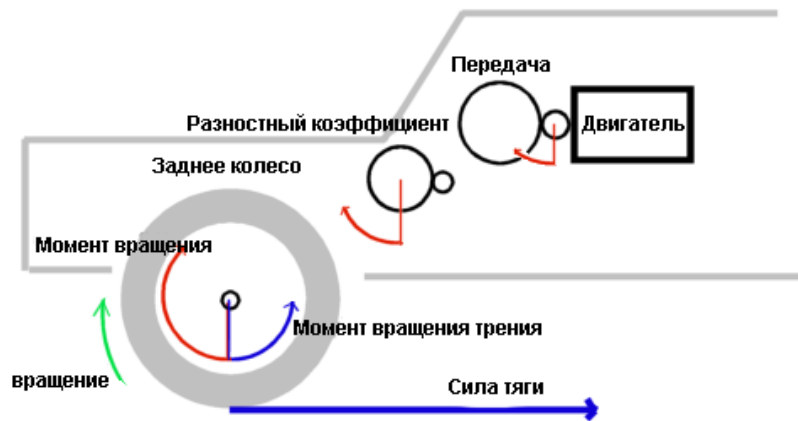


Рис. 6 – Изменение момента вращения для ускоряющегося автомобиля.

$$\omega = \frac{M_{\text{резльтирующий}}}{I_{\text{заднего колеса}}}$$

## 2.4 Движение по кривой на малых скоростях

Одна вещь, которую всегда надо иметь ввиду это то, что моделирование физики поворота на малых скоростях отличается от моделирования поворота на высоких. При низких скоростях колеса по большей части движутся в том направлении, в котором они указывают. Для моделирования вам необходимо немного знания геометрии и кинетики. Вам действительно нет необходимости рассматривать силу и массу. Другими словами, проблемы кинетики - не проблемы динамики.

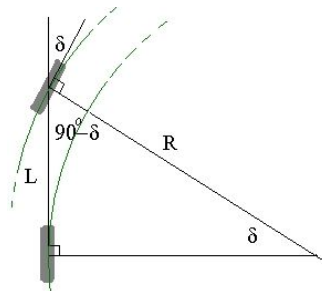


Рис. 7 – Угол поворота при движении

Расстояние между передней и задней осью обозначено  $L$ . Радиус окружности, которую описывает автомобиль (точнее окружность, которую описывают передние колеса) обозначен  $R$ . На рисунке показан треугольник с вершинами в центре окружности и в центре каждого из колес. Угол с задним колесом составляет  $90^\circ$ . Угол между передним колесом составляет  $90^\circ - \delta$ . Это означает, что угол при центре окружности равен  $\delta$  (сумма углов треугольника всегда равна  $180^\circ$ ). Данный угол мы можем рассчитать по формуле:

$$\sin(\delta) = \frac{L}{R} \Leftrightarrow R = \frac{L}{\sin(\delta)}$$

Следующим шагом будет вычисление угловой скорости, т.е. скорости, с которой автомобиль поворачивает. Угловая скорость обычно обозначается греческой буквой омега ( $\omega$ ) и измеряется в радианах в секунду. Ее очень просто определить: если мы движемся по окружности с постоянной скоростью  $v$  и радиусом окружности  $R$ , сколько времени займет полный оборот?

$$\omega = \frac{v}{R}$$

Используя две последние формулы, мы можем узнать насколько быстро автомобиль может повернуть при заданном угле поворота и определенной скорости. Для поворота на низкой скорости - это все что нам надо. Угол поворота определяется вводом пользователя.

## 2.5 Движение по кривой на больших скоростях

Угол бокового скольжения (бета) - это разница между ориентацией машины и направлением ее движения. Другими словами, это угол между продольной осью (ось, направленная вдоль автомобиля) и фактическим направлением движения. Это сходно с концепцией об угле скольжения для шин. Поскольку направление движение машины может отличаться от того куда она направлена, возможно возникновение случаев бокового движения. Это эквивалентно перпендикулярному компоненту вектора скорости.

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$



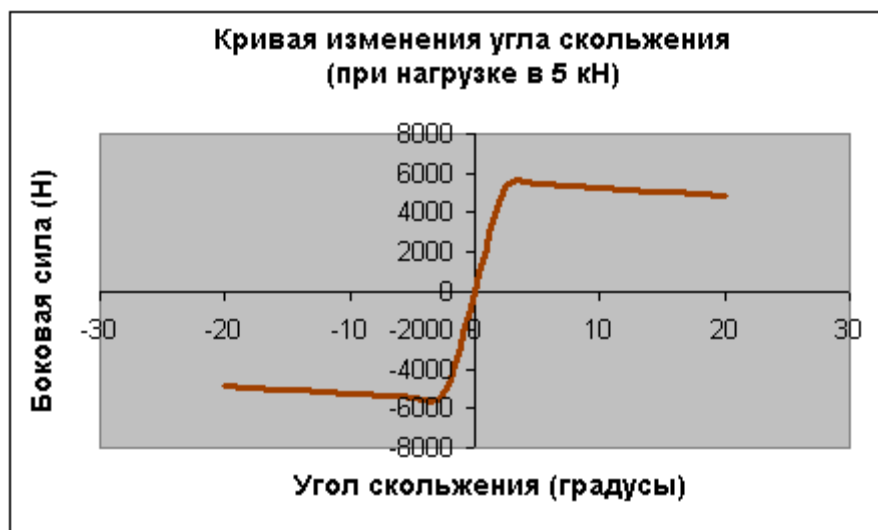


Рис. 8 – Зависимость угла боковой силы от угла скольжения

$$L = mvr$$