1)

20 $\qquad 152-20=132 = x\cdot d$

152 $\qquad 236-152=84 = y\cdot d$

236 $\qquad 404-236=168 = z\cdot d$

404

$HCD(132, 84; 168) = \cancel{HCD(48, 84; 168) = 42}$

$= HCD(132; HCD(84; 168)) = HCD(132; 84) = HCD(84, 48) =$

$\cancel{20, 62, 404}$ $= HCD(48; 36) = \underline{12 = d}$

$a_0 = 20$

$a_n = 404 = 20 + n\cdot d \Rightarrow n = \frac{384}{12} = 32$

min Довжина: 33 елементи

2) ~~1330~~ ~~1331~~ ~~1332~~ 1333 ~~1334~~ 1335 ~~1336~~ ~~1337~~ ~~1338~~

~~1339~~ 1

2 5 7 19	11	2 3	31	2 23 29	3 5	2 3	7	2 3
~~1330~~	~~1331~~	~~1332~~	~~1333~~	~~1334~~	~~1335~~	~~1336~~	~~1337~~	~~1338~~
13	2 5	3	2 11	17	2 3 7	5	2	3
~~1339~~	~~1340~~	~~1341~~	~~1342~~	~~1343~~	~~1344~~	~~1345~~	~~1346~~	~~1347~~
2	19	2 3 5	7	2 13	3 11	2	5	2 3
~~1348~~	~~1349~~	~~1350~~	~~1351~~	~~1352~~	~~1353~~	~~1354~~	~~1355~~	~~1356~~
2 3	2 7	3	2 5 17					
~~1357~~	~~1358~~	~~1359~~	~~1360~~					

$37^2 = 1369 > 1360$

немає простих чисел

⑤ $[n!+2;\ n!+n]$

розгл $2 \le k \le n \Rightarrow n! \vdots k \Rightarrow (n!+k) \vdots k$; $k < k+n!$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow (n!+k)$ – не просте для $k=\overline{2,k}$

④ ~~розгл~~ $P = \{p_1, p_2, \dots p_k\}$ – прості

розгл наступний добуток

$$S = \left(1+\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1^2}+\dots\right)\left(1+\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2^2}+\dots\right)\dots\left(1+\frac{1}{p_k}+\frac{1}{p_k^2}+\dots\right)$$

розглянемо довільне n, прості множники якого $\in P$. $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$, $\alpha_i \ge 0$, $i=\overline{1,k}$

Якщо відкрити дужки нашої суми S, то очевидно $\exists!\ a_j$ (число після відкр дужок):

$a_j = \frac{1}{p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}}$ (з першої дужки беремо (α_1+1) член, з другої – (α_2+1), …, з k-ої – (α_k+1)). Оскільки p_i – прості ~~до~~ та попарно різні, то таке a_j – єдине.

В такому випадку шукана сума

$$\boxed{\sum_{n \in M(P)} \frac{1}{n} = S = \frac{p_1}{p_1 - 1} \cdot \frac{p_2}{p_2 - 1} \cdot \frac{p_3}{p_3 - 1} \cdot \ldots \cdot \frac{p_k}{p_k - 1}}$$

$$\lim_{n \to \infty} 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \ldots + \frac{1}{x^n} + \ldots = \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{x}{x-1}$$