Selbststudium 4

Florian Lüthi

November 11, 2012

Aufgabe 2

Beginnen wir mit Schritt 1:

q_1							
q_2							
q_3							
q_4							
q_5							
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

Markieren wir als zweiten Schritt alle $\{s, t\}$ mit $s \notin F$ und $t \in F$:

q_1							
q_2							
q_3							
q_4		☺	☺	☺			
q_5		☺	☺	☺			
q_6							
q_7							
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

Testen wir die Kombination als dritten Schritt:

s	t	$\{\delta(s,0),\delta(t,0)\}$		$\{\delta(s,1),\delta(t,1)\}$	
q_0	q_1	$\{q_0,q_2\}$		$\{q_1,q_3\}$	
q_0	q_2	$\{q_0,q_6\}$		$\{q_1,q_2\}$	
q_0	q_3	$\{q_0,q_7\}$		$\{q_1,q_2\}$	
q_0	q_4	$\{q_0,q_2\}$		$\{q_1,q_4\}$	☺
q_0	q_5	$\{q_0,q_3\}$		$\{q_1,q_5\}$	☺
q_0	q_6	$\{q_0,q_4\}$		$\{q_1,q_7\}$	
q_0	q_7	$\{q_0,q_5\}$		$\{q_1,q_7\}$	
q_1	q_2	$\{q_2,q_6\}$		$\{q_3,q_2\}$	
q_1	q_3	$\{q_2,q_7\}$		$\{q_3,q_2\}$	
q_1	q_6	$\{q_2,q_4\}$	☺	$\{q_3,q_7\}$	
q_1	q_7	$\{q_2,q_5\}$	☺	$\{q_3,q_7\}$	
q_2	q_3	$\{q_6,q_7\}$		$\{q_2\} \notin \{s,t\}$	
q_2	q_6	$\{q_4,q_6\}$		$\{q_2,q_7\}$	
q_2	q_7	$\{q_5,q_6\}$		$\{q_2,q_7\}$	
q_3	q_6	$\{q_4,q_7\}$		$\{q_2,q_7\}$	
q_3	q_7	$\{q_5,q_7\}$		$\{q_2,q_7\}$	
q_4	q_5	$\{q_2,q_3\}$		$\{q_4,q_5\}$	
q_4	q_6	$\{q_2,q_4\}$	☺	$\{q_4,q_7\}$	
q_4	q_7	$\{q_2,q_5\}$	☺	$\{q_4,q_7\}$	
q_5	q_6	$\{q_3,q_4\}$	☺	$\{q_5,q_7\}$	
q_5	q_7	$\{q_3,q_5\}$	☺	$\{q_5,q_7\}$	
q_6	q_7	$\{q_4,q_5\}$		$\{q_7\} \notin \{s,t\}$	

Das führt uns zu:

q_1							
q_2							
q_3							
q_4	☺	☺	☺	☺			
q_5	☺	☺	☺	☺			
q_6		☺			☺	☺	
q_7		☺			☺	☺	
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

Offensichtlich haben sich Markierungen geändert, also Schritt 3 von vorn:

s	t	$\{\delta(s,0),\delta(t,0)\}$		$\{\delta(s,1),\delta(t,1)\}$	
q_0	q_1	$\{q_0,q_2\}$		$\{q_1,q_3\}$	
q_0	q_2	$\{q_0,q_6\}$		$\{q_1,q_2\}$	
q_0	q_3	$\{q_0,q_7\}$		$\{q_1,q_2\}$	
q_0	q_6	$\{q_0,q_4\}$	☺	$\{q_1,q_7\}$	☺
q_0	q_7	$\{q_0,q_5\}$	☺	$\{q_1,q_7\}$	☺
q_1	q_2	$\{q_2,q_6\}$		$\{q_3,q_2\}$	
q_1	q_3	$\{q_2,q_7\}$		$\{q_3,q_2\}$	
q_2	q_3	$\{q_6,q_7\}$		$\{q_2\} \notin \{s,t\}$	
q_2	q_6	$\{q_4,q_6\}$	☺	$\{q_2,q_7\}$	
q_2	q_7	$\{q_5,q_6\}$	☺	$\{q_2,q_7\}$	
q_3	q_6	$\{q_4,q_7\}$	☺	$\{q_2,q_7\}$	
q_3	q_7	$\{q_5,q_7\}$	☺	$\{q_2,q_7\}$	
q_4	q_5	$\{q_2,q_3\}$		$\{q_4,q_5\}$	
q_6	q_7	$\{q_4,q_5\}$		$\{q_7\} \notin \{s,t\}$	

Das führt uns zu:

q_1							
q_2							
q_3							
q_4	☺	☺	☺	☺			
q_5	☺	☺	☺	☺			
q_6	☺	☺	☺	☺	☺	☺	
q_7	☺	☺	☺	☺	☺	☺	
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

Wiederum haben sich die Markierungen geändert – da capo!

s	t	$\{\delta(s,0),\delta(t,0)\}$		$\{\delta(s,1),\delta(t,1)\}$
q_0	q_1	$\{q_0,q_2\}$		$\{q_1,q_3\}$
q_0	q_2	$\{q_0,q_6\}$	☺	$\{q_1,q_2\}$
q_0	q_3	$\{q_0,q_7\}$	☺	$\{q_1,q_2\}$
q_1	q_2	$\{q_2,q_6\}$	☺	$\{q_3,q_2\}$
q_1	q_3	$\{q_2,q_7\}$	☺	$\{q_3,q_2\}$
q_2	q_3	$\{q_6,q_7\}$		$\{q_2\} \notin \{s,t\}$
q_4	q_5	$\{q_2,q_3\}$		$\{q_4,q_5\}$
q_6	q_7	$\{q_4,q_5\}$		$\{q_7\} \notin \{s,t\}$

Das führt uns zu:

q_1							
q_2	☺	☺					
q_3	☺	☺					
q_4	☺	☺	☺	☺			
q_5	☺	☺	☺	☺			
q_6	☺	☺	☺	☺	☺	☺	
q_7	☺	☺	☺	☺	☺	☺	
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

Wir haben erneute Änderung der Markierungen festgestellt, also nochmal:

s	t	$\{\delta(s,0),\delta(t,0)\}$		$\{\delta(s,1),\delta(t,1)\}$	
q_0	q_1	$\{q_0, q_2\}$	☺	$\{q_1, q_3\}$	☺
q_2	q_3	$\{q_6, q_7\}$		$\{q_2\} \notin \{s,t\}$	
q_4	q_5	$\{q_2, q_3\}$		$\{q_4, q_5\}$	
q_6	q_7	$\{q_4, q_5\}$		$\{q_7\} \notin \{s,t\}$	

Das führt uns zu:

q_1	☺						
q_2	☺	☺					
q_3	☺	☺					
q_4	☺	☺	☺	☺			
q_5	☺	☺	☺	☺			
q_6	☺	☺	☺	☺	☺	☺	
q_7	☺	☺	☺	☺	☺	☺	
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6

Das einzig neu markierte Paar ist $\{q_0, q_1\}$, und dieses wird gemäss obiger Tabelle von nirgendwo her erreicht, also sind wir fertig mit Schritt 3.

In Schritt 5 bilden wir für jeden Zustand s die Menge S:

$$S_0 = \{q_0\}, S_1 = \{q_1\}, S_2 = \{q_2, q_3\}, S_4 = \{q_4, q_5\}, S_6 = \{q_6, q_7\},$$

ausserdem ist

$$\Pi = \{S_0, S_1, S_2, S_4, S_6\}$$

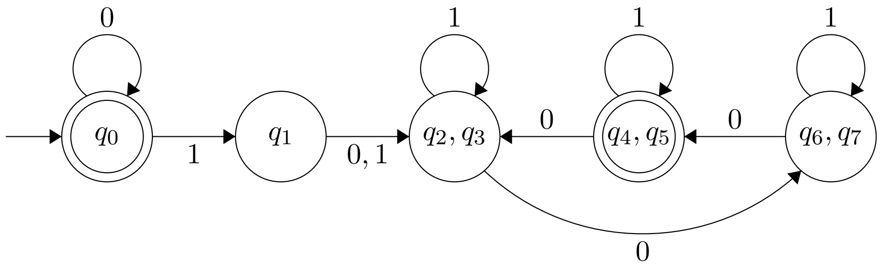
und

$$F_{\min} = \{S \in \Pi | S \cap F \neq \varnothing\} = \{S_0, S_4\}.$$

Brauchen wir noch $\delta_{\min}(S, a) = \bigcup_{s \in S} \delta(s, a)$:

	0	1
S_0	$\{q_0\} \subseteq S_0$	$\{q_1\} \subseteq S_1$
S_1	$\{q_2\} \subseteq S_2$	$\{q_3\} \subseteq S_2$
S_2	$\{q_6, q_7\} \subseteq S_6$	$\{q_2\} \subseteq S_2$
S_4	$\{q_2, q_3\} \subseteq S_2$	$\{q_4, q_5\} \subseteq S_4$
S_6	$\{q_4, q_5\} \subseteq S_4$	$\{q_7\} \subseteq S_6$

Nun sind wir endlich soweit, $A_{\text{min}} = (\Sigma, \Pi, \delta_{\text{min}}, S_0, F_{\text{min}})$ zeichnen zu können:



Minimieren wir den bekannten Automaten A noch mit dem zweiten vorgestellten Verfahren.

Bestimmen wir in Schritt 1:

$$\Pi_1 = \{Q_{11}, Q_{12}\} = \{F, Q - F\} = \{\{q_0, q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3, q_6, q_7\}\}$$

Bauen wir die Tabelle der Übergänge bezüglich Π_1:

	Q_{11}			Q_{12}				
	q_0	q_4	q_5	q_1	q_2	q_3	q_6	q_7
0	Q_{11}	Q_{12}	Q_{12}	Q_{12}	Q_{12}	Q_{12}	Q_{11}	Q_{11}
1	Q_{12}	Q_{11}	Q_{11}	Q_{12}	Q_{12}	Q_{12}	Q_{12}	Q_{12}

In Schritt 2 bilden wir gemäss der Bedingung die Partition Π_2:

$$\Pi_2 = \{\{q_0\}, \{q_4, q_5\}, \{q_1, q_2, q_3\}, \{q_6, q_7\}\} = \{Q_{21}, Q_{22}, Q_{23}, Q_{24}\}$$

Es gilt natürlich $\Pi_1 \neq \Pi_2$, also wiederholen wir den Schritt und bestimmen zuerst die Übergangstabelle bezüglich Π_2:

	Q_{21}	Q_{22}		Q_{23}			Q_{24}	
	q_0	q_4	q_5	q_1	q_2	q_3	q_6	q_7
0	Q_{21}	Q_{23}	Q_{23}	Q_{23}	Q_{24}	Q_{24}	Q_{22}	Q_{22}
1	Q_{23}	Q_{22}	Q_{22}	Q_{23}	Q_{23}	Q_{23}	Q_{24}	Q_{24}

Wir bilden die Partition Π_3 gemäss der Bedingung:

$$\Pi_3 = \{\{q_0\}, \{q_4, q_5\}, \{q_1\}, \{q_2, q_3\}, \{q_6, q_7\}\} = \{Q_{31}, Q_{32}, Q_{33}, Q_{34}, Q_{35}\}$$

Es gilt $\Pi_3 \neq \Pi_2$, also nochmal die Tabelle bezüglich Π_3:

	Q_{31}	Q_{32}		Q_{33}	Q_{34}		Q_{35}	
	q_0	q_4	q_5	q_1	q_2	q_3	q_6	q_7
0	Q_{31}	Q_{34}	Q_{34}	Q_{34}	Q_{35}	Q_{35}	Q_{32}	Q_{32}
1	Q_{33}	Q_{32}	Q_{32}	Q_{34}	Q_{34}	Q_{34}	Q_{35}	Q_{35}

Wir bilden die Partition Π_4 gemäss der Bedingung:

$$\Pi_4 = \{\{q_0\}, \{q_4, q_5\}, \{q_1\}, \{q_2, q_3\}, \{q_6, q_7\}\} = \{Q_{41}, Q_{42}, Q_{43}, Q_{44}, Q_{45}\}$$

Es gilt $\Pi_4 = \Pi_3$, also sind wir fertig. Wir können nun A_{min} bilden:

$$A_{\text{min}} = (\Sigma, \Pi_4, \delta_{\Pi_4} = \delta_{\Pi_3}, Q_{31}, \{Q_{31}, Q_{32}\})$$

Und natürlich auch zeichnen: