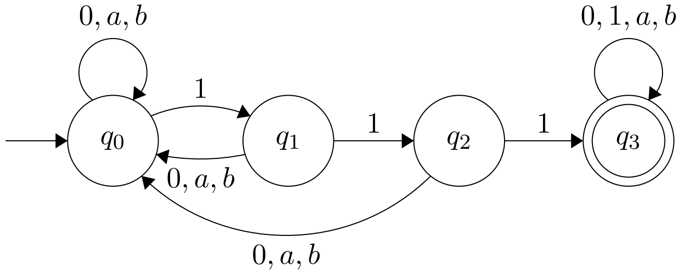
Selbstudium 1

Florian Lüthi

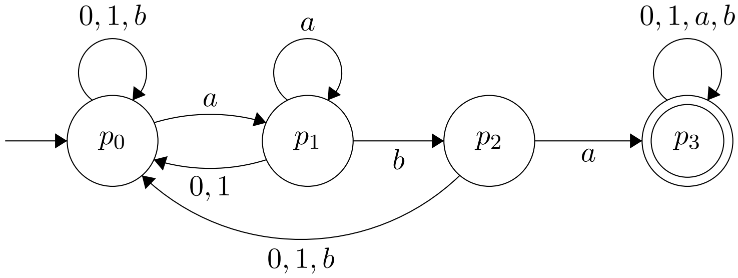
September 29, 2012

Aufgabe 6.2(f)

Akzeptiere M_1 die Sprache $L_1 = \mathcal{L}(M_1) = \{x \in \{0, 1, a, b\}^* | x \text{ enthält das Teilwort } 111\}$:



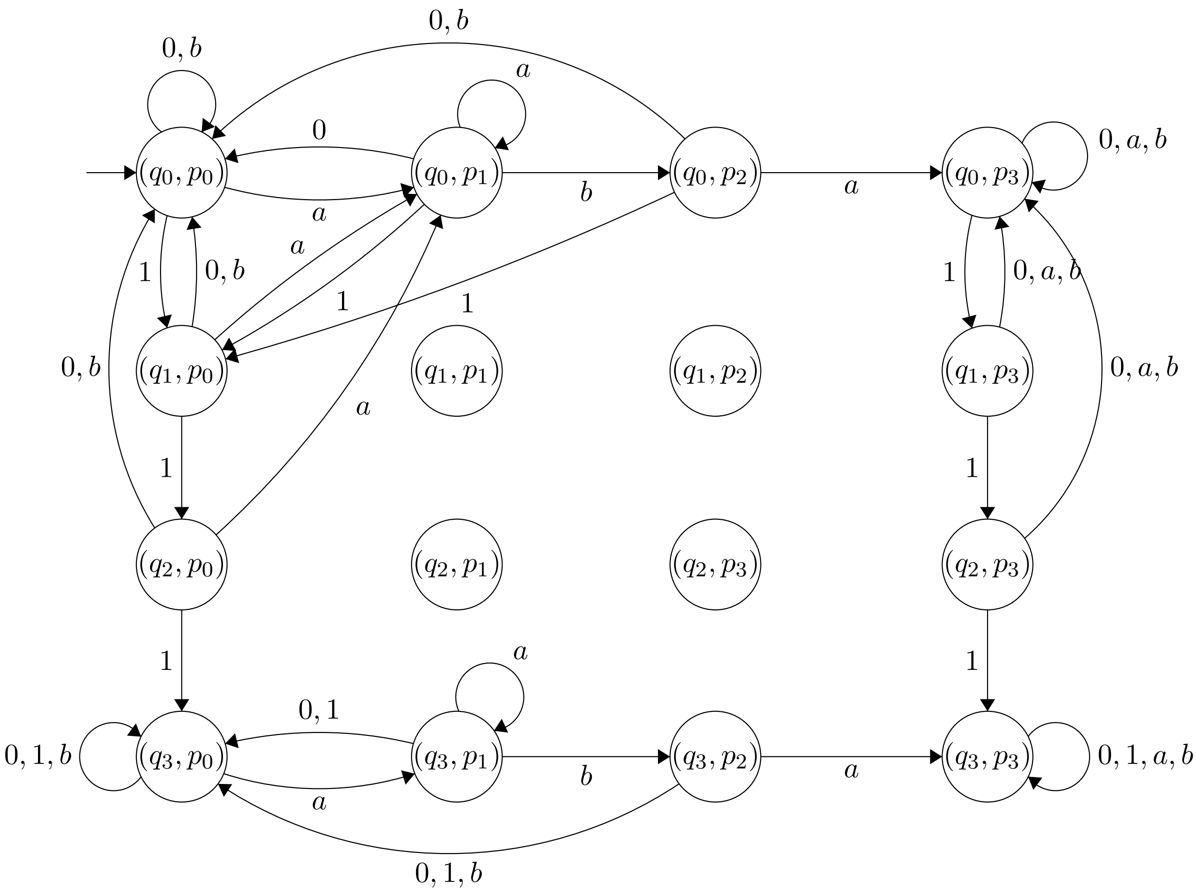
Akzeptiere M_2 die Sprache $L_2 = \mathcal{L}(M_2) = \{x \in \{0, 1, a, b\}^* | x \text{ enthält das Teilwort } aba\}$:



M akzeptiert nun die Sprache $L = \mathcal{L}(M) = L_1 \cup L_2$. Darum ist

$$\begin{aligned} Q_M &= Q_{M_1} \times Q_{M_2} \\ &= \{(q_0, p_0), (q_0, p_1), (q_0, p_2), (q_0, p_3), \\ &\quad (q_1, p_0), (q_1, p_1), (q_1, p_2), (q_1, p_3), \\ &\quad (q_2, p_0), (q_2, p_1), (q_2, p_2), (q_2, p_3), \\ &\quad (q_3, p_0), (q_3, p_1), (q_3, p_2), (q_3, p_3)\} \end{aligned}$$

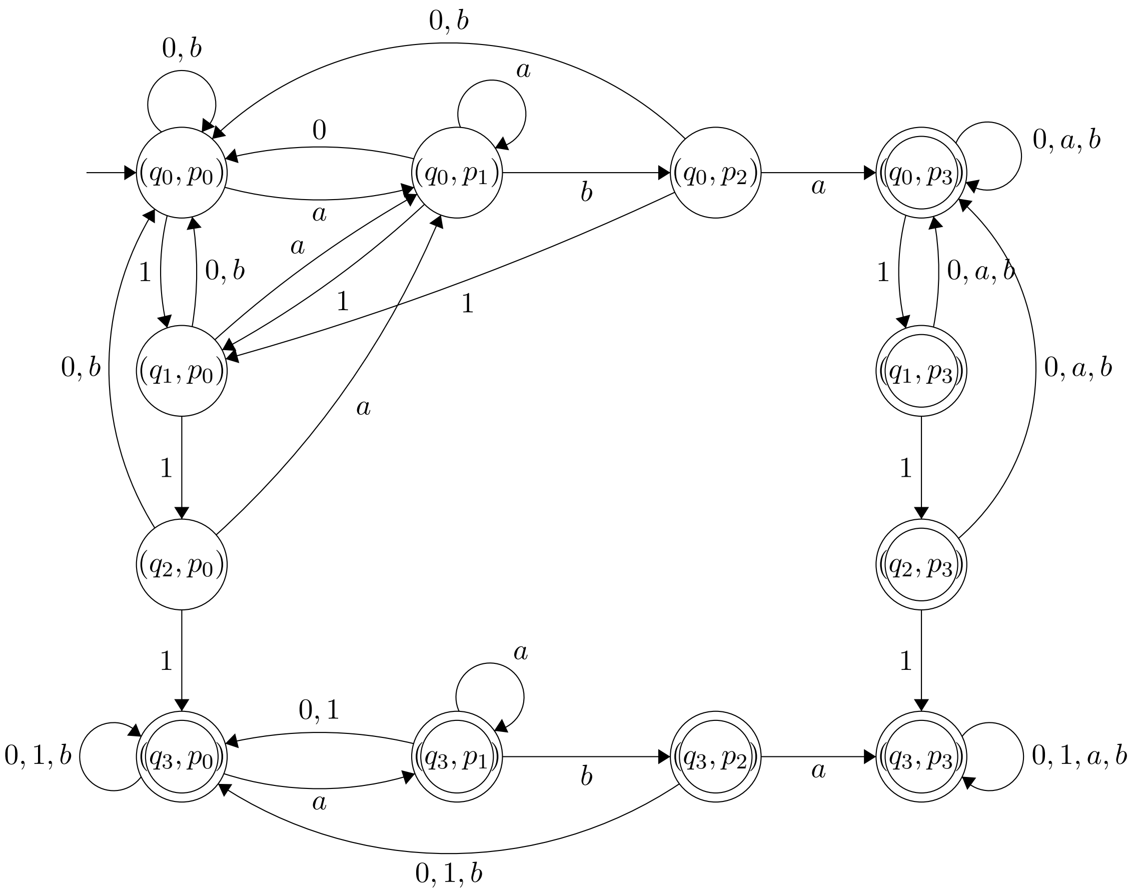
mit $Q_{M_1} = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ und $Q_{M_2} = \{p_0, p_1, p_2, p_3\}$. Matrixmässig angeordnet sieht das so aus:



Nach Entfernung der unerreichbaren Zustände und Markierung der akzeptierenden Zustände

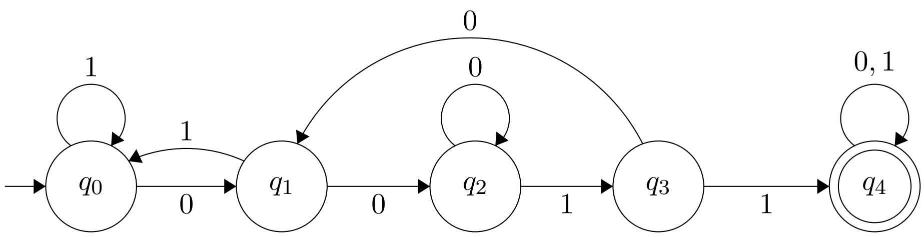
$$F_M = (F_{M_1} \times Q_{M_2}) \cup (Q_{M_1} \times F_{M_2})$$

erhalten wir:

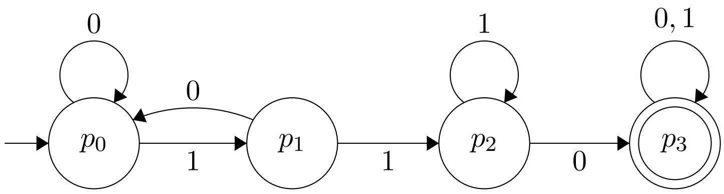


Aufgabe 6.2(j)

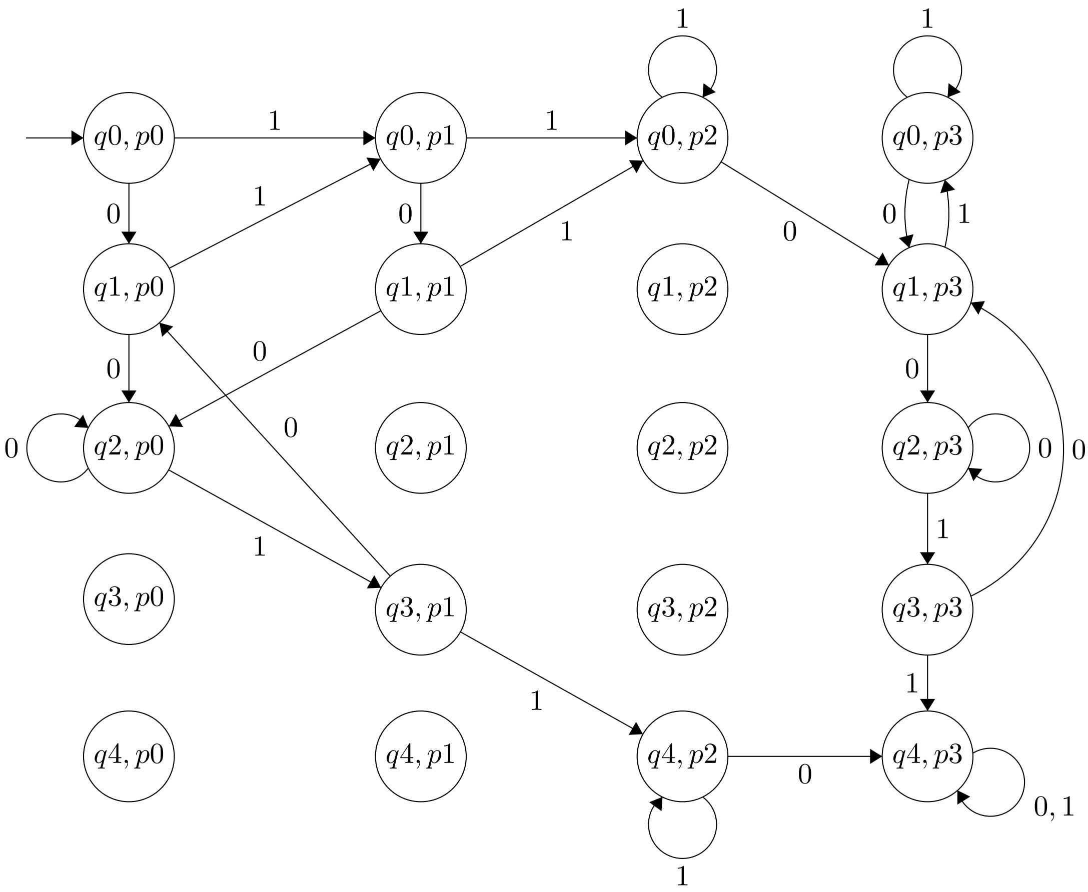
Akzeptiere M_1 die Sprache $L_1 = \mathcal{L}(M_1) = \{x \in \{0,1\}^* | x \text{ enthält das Teilwort } 0011\}$:



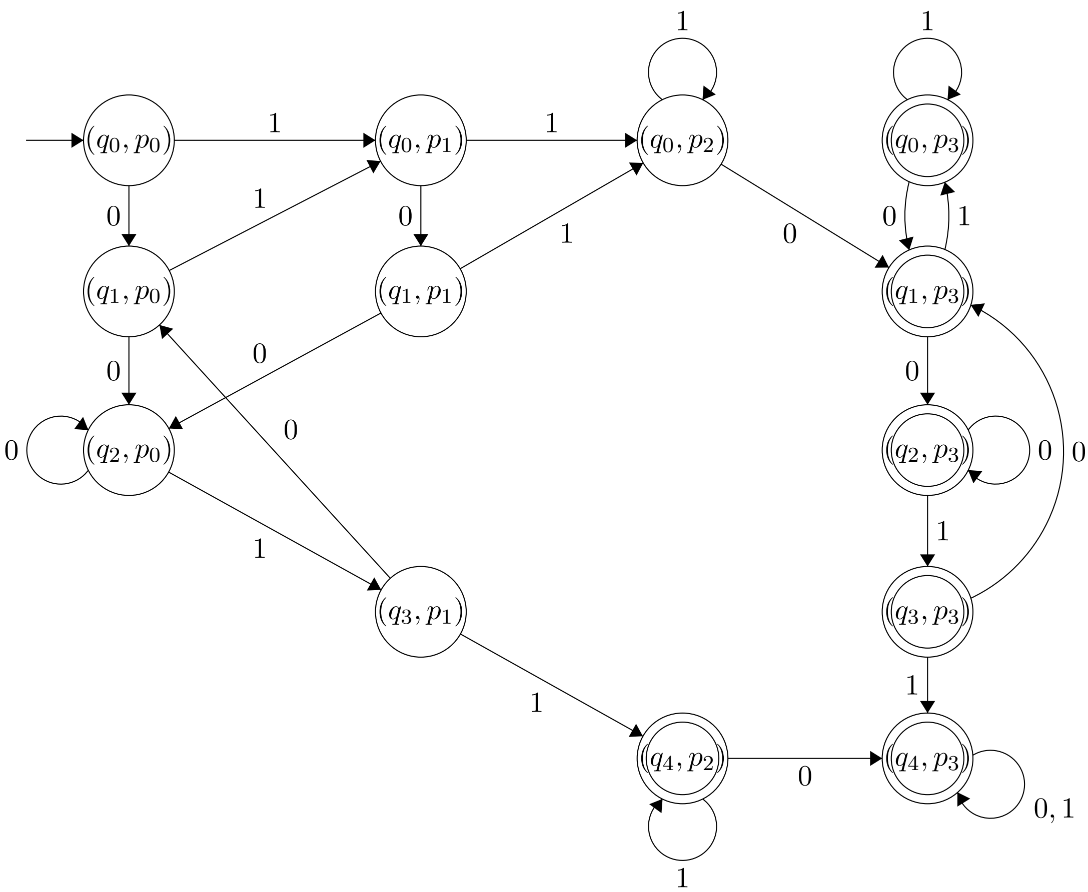
Akzeptiere M_2 die Sprache $L_2 = \mathcal{L}(M_2) = \{x \in \{0,1\}^* | x \text{ enthält das Teilwort } 110\}$:



Es folgt die nämliche Konstruktion mit $L_M = \mathcal{L}(M) = L_1 \cup L_2$:

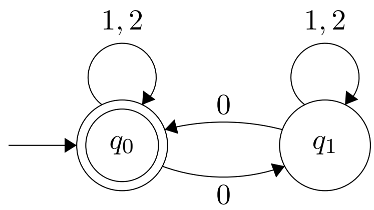


Und dito mit Endzuständen und ohne unerreichbare Zustände (interessanterweise sind nicht alle Endzustände erreichbar; dies liegt daran, dass beide Wörter je gegenseitige Präfix/Suffix-Kombinationen haben):

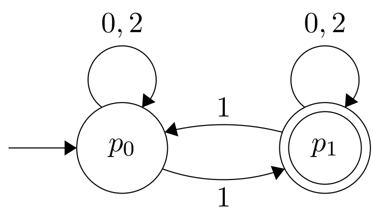


Aufgabe 6.3

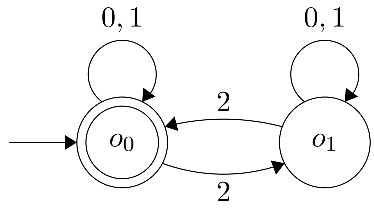
Bauen wir M_1:



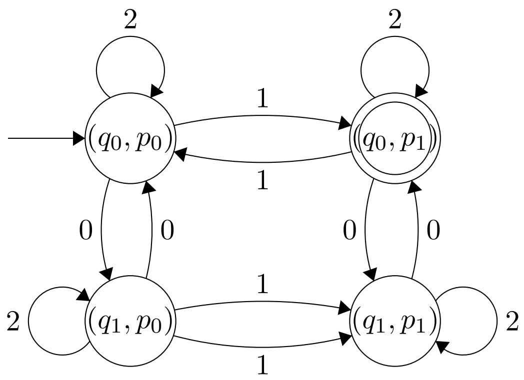
Und dann bauen wir M_2:



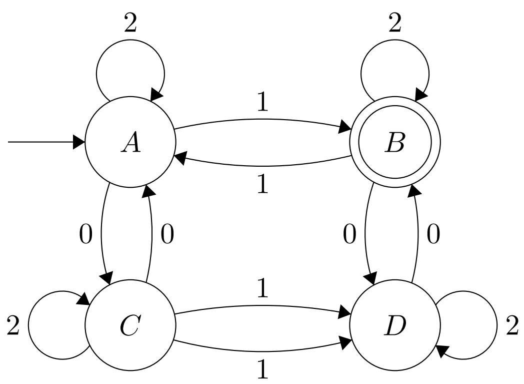
Und schnurstracks M_3:



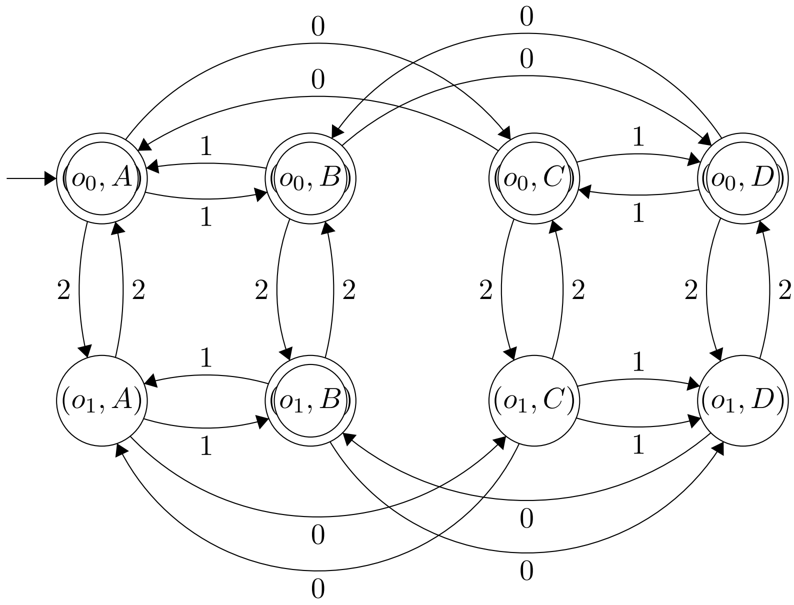
Um die gewünschte Verknüpfung zu erreichen, bauen wir zunächst einen intermediären Automaten M_{12}, für den gilt $\mathcal{L}(M_{12}) = L_1 \cap L_2$ und darum $F_{M_{12}} = (F_{M_1} \times Q_{M_2}) \cap (Q_{M_1} \times F_{M_2})$:



Nun benennen wir die Zustände um, weil die Kreise zu klein werden:
$$\begin{array}{ccc} (q_0, p_0) & \mapsto & A \\ (q_0, p_1) & \mapsto & B \\ (q_1, p_0) & \mapsto & C \\ (q_1, p_1) & \mapsto & D \end{array}$$

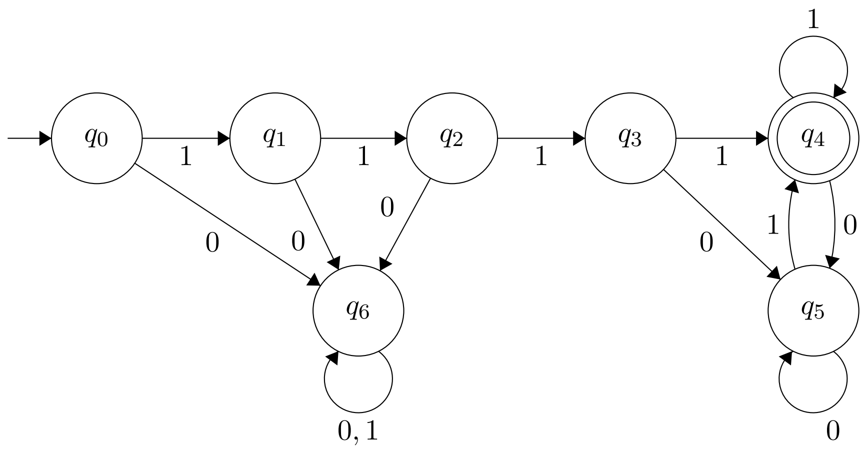


Und verknüpfen nach dem bekannten Schema M_{12} und M_3 zu M, so dass $\mathcal{L}(M) = \mathcal{L}(M_{12}) \cup \mathcal{L}(M_3)$:

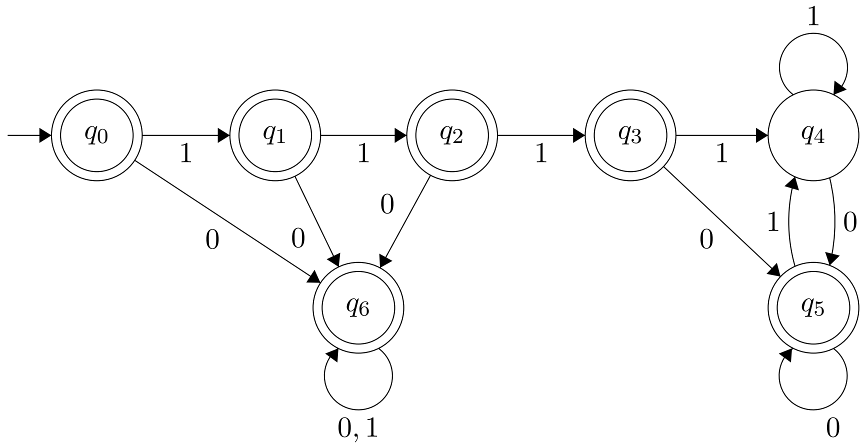


Kontrollaufgabe 2(f)

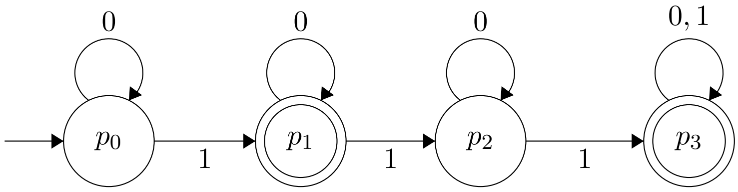
Bauen wir noch ein paar Automaten mehr. M_1 akzeptiere L_1:



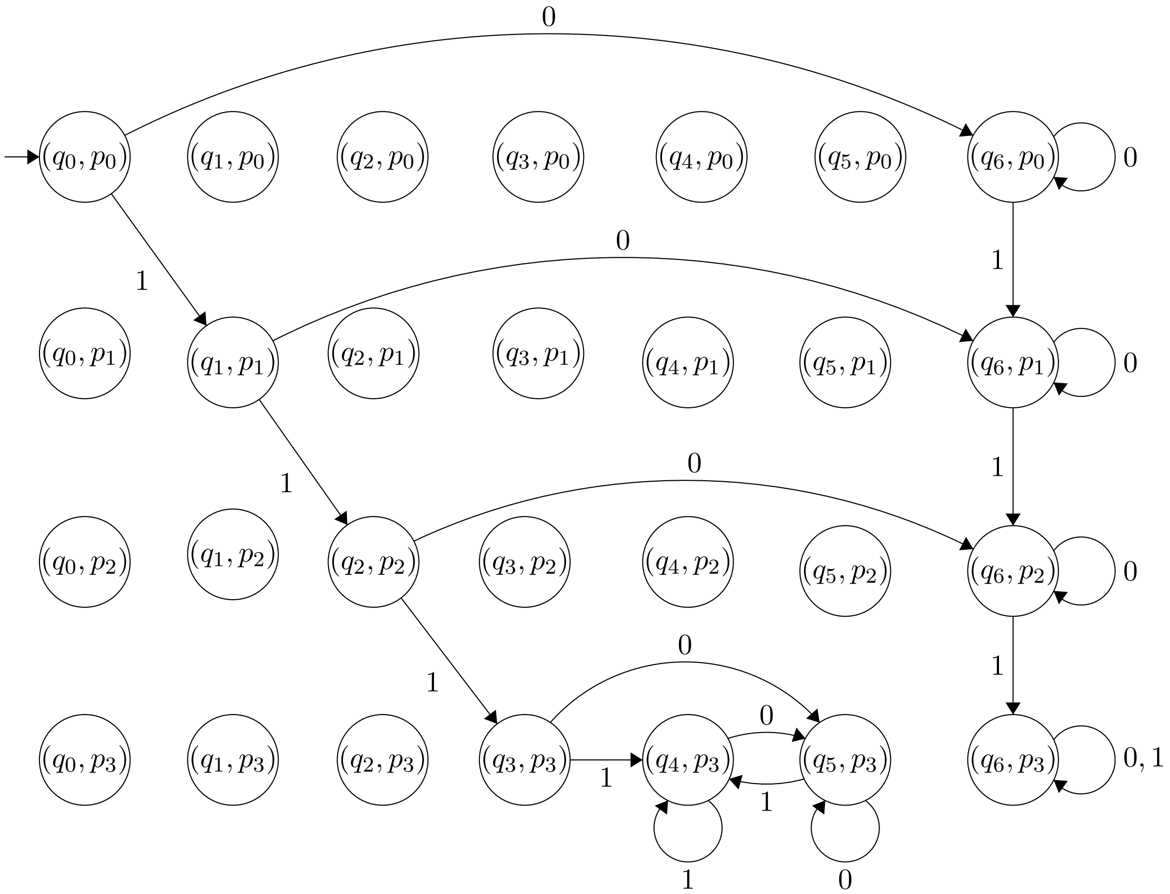
M_1^C akzeptiere $\{0,1\}^* - L_1$ (durch $F_{M_1^C} = Q_{M_1} - F_{M_1}$). Man könnte auch diesen Automaten durch modulare Konstruktion bauen, es wäre die Verknüpfung des "neutralen" Automaten $(\{p_0\}, \{0,1\}, p_0, \delta(p) = p, \{p_0\})$ mit M_1, wobei die akzeptierenden Zustände $F_{M_1^C} = \{p_0\} \times (Q_{M_1} - F_{M_1})$ wären. Bringt ausser mehr Schreibarbeit nichts, darum lasse ich das bleiben. Hier darum direkt M_1^C:



M_3 (mit $\mathcal{L}(M_3) = L_3$) brauchts natürlich auch:

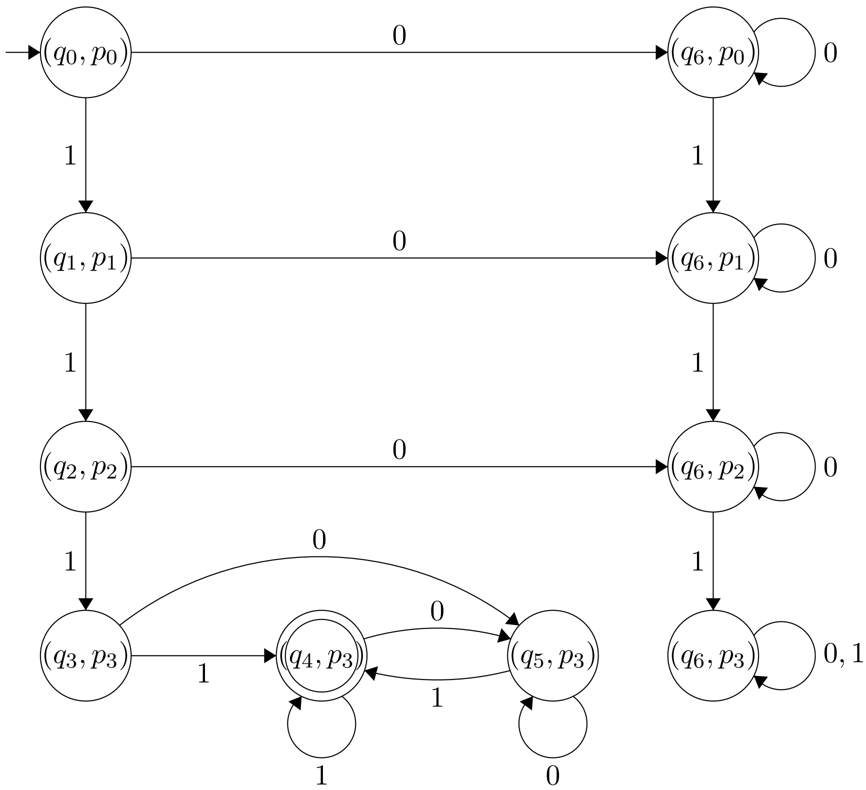


Was bei der Konstruktion des finalen Automaten zu einer Matrix mit 28 (neuer Rekord!) Zuständen führt:



Entfernen wir alles Unerreichbare, und überlegen wir uns die akzeptierenden Zustände:

$$\mathcal{L}(M) = \mathcal{L}(M_3) - \mathcal{L}(M_1^C) \Rightarrow F_M = F_{M_3} \times (Q_{M_1^C} - F_{M_1^C})$$



Es wäre uns natürlich einiges an Kamalitäten erspart geblieben, wenn wir geschnallt hätten, dass

$$L_3 - (\{0,1\}^* - L_1) = L_3 \cap L_1$$