

# **Systemtheorie und ein virtueller Trichter**

**Seminar Syntax und Semantik  
ZHAW, Zürich**

Florian Lüthi\*

2. Juni 2013

\*[luethifl@students.zhaw.ch](mailto:luethifl@students.zhaw.ch)

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Syntax und Semantik in der Systemtheorie</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Illustrierendes System</b>	<b>5</b>
3.1	Setup . . . . .	5
3.2	Ermittlung der Ausgabe-Semantik . . . . .	6
3.3	Ermittlung der Eingabe-Semantik . . . . .	6
3.4	Ermittlung der Syntax . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Bemerkungen zur Implementation</b>	<b>7</b>
4.1	Umgebung . . . . .	7
4.2	Architektur . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Schlussfolgerungen</b>	<b>9</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>10</b>

# 1 Einführung

Diese Seminararbeit ist Teil des Seminars *Syntax und Semantik* an der ZHAW Zürich im Frühlingssemester 2013. Die Arbeit beschäftigt sich mit der allgemeinen Abgrenzung der Begriffe *Syntax* und *Semantik* in der Systemtheorie für physikalische Systeme. Das dazugehörige Programm **VirtualFauceteering** soll die Thematik beispielhaft an einem einfachen System, bestehend aus einem Wasserhahn und einem Trichter, illustrieren.

**VirtualFauceteering** wie auch dieses Dokument können von <https://github.com/foyan/VirtualFaucet> bezogen werden.

Der Autor bedankt sich bei den Dozenten Albert Heuberger und Beat Seeliger für die Kursführung.

## 2 Syntax und Semantik in der Systemtheorie

## 3 Illustrierendes System

### 3.1 Setup

Um die Wechselwirkung von Syntax und Semantik an einem physikalischen System illustrieren und simulieren zu können, wird die folgende Versuchsanordnung angenommen. Man beachte, dass wir uns mit unserer Anordnung im Flächenland befinden; dies bedeutet, dass alle involvierten Volumina zweidimensional als Flächen berechnet werden, in der Realität aber Rotationskörper wären.

- Ein Wasserhahn, der mit konstantem Ausflussvolumen entweder läuft oder nicht:

$$\Delta V_{\text{out}} \in \{0, 200\}$$

- Ein Trichter, dessen Wand durch die Radiusfunktion (abhängig von der Höhe  $h$ )

$$r(h) = \begin{cases} 4 & (h = 0) \\ r'(h) + 4 & (h > 0) \end{cases}$$

mit

$$r' : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

beschrieben wird und der eine untere Trichteröffnung von  $r(0) = 4$  besitzt.

Da das Volumen des Wassers innerhalb des Trichters bei bekannter Pegelhöhe der Integralfunktion

$$V(h) = 2 \cdot \int_0^h r(x) dx$$

entspricht, ist die Funktion der Pegelhöhe die Lösung  $h$  der folgenden Gleichung:

$$\int_0^h r(x) dx - \frac{1}{2} \cdot V_h = 0$$

Die Berechnung der Ausflussgeschwindigkeit  $v$  des Wassers aus dem Trichter ergibt sich gemäss dem Torricellischen Gesetz [?]:

$$v = \sqrt{2gh}$$

- Eine Messvorrichtung, welche die momentane Ausflussgeschwindigkeit messen kann.

### 3.2 Ermittlung der Ausgabe-Semantik

Bei gegebener Eingabe und bekannter Syntax ist die Ermittlung der Ausgabe trivial, denn sie entspricht direkt der gemessenen Ausflussgeschwindigkeit.

### 3.3 Ermittlung der Eingabe-Semantik

Bei gegebener Ausgabe und bekannter Syntax gestaltet sich die Ermittlung der Eingabe folgendermassen:

1. Ermittle die Pegelhöhe  $h$  innerhalb des Trichters mit der Umkehrung des Torricellischen Gesetzes:

$$h(t) = \frac{v^2(t)}{2 \cdot g}$$

2. Ermittle das Volumen des sich momentan im Trichter befindenden Wassers durch Integration über  $r(h)$ :

$$V(t) = 2 \cdot \int_0^{h(t)} r(x) dx$$

sowie das ausgeflossene Volumen durch

$$\Delta V_{\text{out}}(t) = 2 \cdot v(t) \cdot r(0) \cdot \Delta t.$$

3. Ermittle die totale Änderung des Volumens durch

$$\Delta V(t) = V_t - V_{t-\Delta t}$$

sowie daraus folgend das vom Wasserhahn in den Trichter geflossene Volumen durch

$$\Delta V_{\text{in}}(t) = \Delta V(t) + \Delta V_{\text{out}}(t).$$

### 3.4 Ermittlung der Syntax

Dies ist der schwierigste Teil. Bei gegebener Eingabe  $\Delta V_{\text{in}}(t)$  und gegebenen Ausgaben  $v(t)$  und  $\Delta V_{\text{out}}(t)$  (sowie daraus abgeleitet der Höhe  $h(t) = \frac{v^2(t)}{2g}$ ) ergeben sich die Messpunkte  $\tilde{r}$  durch

$$\tilde{r}(h(t)) = \frac{\Delta V_t}{2 \cdot \Delta h_t} = \frac{\Delta V_{\text{in}}(t) - \Delta V_{\text{out}}(t)}{2 \cdot h(t) - h(t - \Delta t)}.$$

Die notwendige analytische Beschreibung der Syntax kann in beschränktem Masse durch Regression erreicht werden.

## 4 Bemerkungen zur Implementation

### 4.1 Umgebung

Das verwendete Programmierumfeld ist HTML und JavaScript. Dadurch ist gewährleistet, dass das Programm auf allen möglichen Plattformen lauffähig ist. Ausserdem verlangt die sinnvolle Umsetzung der Thematik ein relativ stark ausgebautes User Interface zur Illustration. Dies ist mit HTML relativ einfach und mit geringem Aufwand möglich.

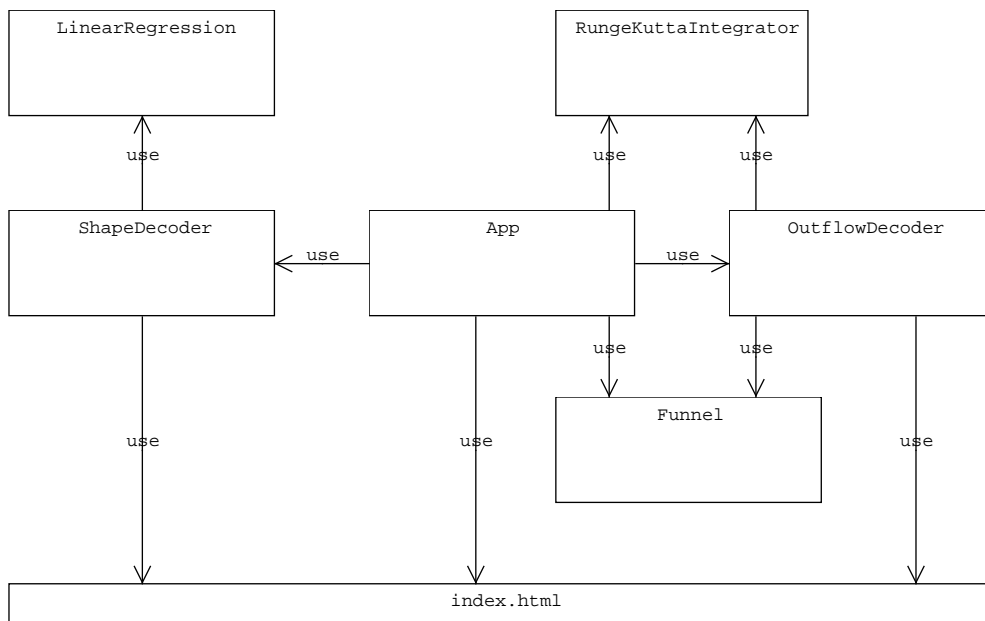
Alternativen wurden bewusst nicht evaluiert.

Die eingesetzten JavaScript-Libraries sind:

- `jQuery` [1] zur Vereinfachung einiger DOM-Operationen sowie wegen einiger nützlicher Routinen zur funktionalen Programmierung wie `$.map()` und `$.grep()`,
- `gRaphaël` [?] für die Plots,
- `knockout.js` [?] für das einfache Binding von Modell und User Interface.

### 4.2 Architektur

Als Komponentendiagramm sieht die Architektur des Programms folgendermassen aus:





## 5 Schlussfolgerungen

# Literaturverzeichnis

- [1] The jQuery Foundation. jQuery, 2013.