

# Mathematics

## Syllabus :

- Algebra
- Trigonometry
- Co-ordinate Geometry
- Differential Calculus
- Integral Calculus

**Contact for solution :**  
01305-096580 , 01994-287597

**MOMENTUM**

**MCQ** Handbook

Contact :

01305-096580 , 01994-287597

## জ্যামিতি

### স্থানাঙ্ক

#### প্রশ্নমালা 1(A)

1. X- অক্ষ ও  $(-5, -7)$  হইতে  $(4, k)$  বিন্দুটির দূরত্ব সমান হইলে  $k$ - এর মান নির্ণয় কর। [Ans:  $-\frac{65}{7}$ ]
2. একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধ 5। কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(5, 3)$ , উহার যে জ্যা টি  $(3, 2)$  বিন্দুতে সমখন্ডিত হয় তাহার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [Ans:  $\frac{4}{\sqrt{5}}$ ]

#### প্রশ্নমালা 1(C)

3. ABC ত্রিভুজে, A, B, C শীর্ষ তিনটির স্থানাঙ্ক যথাক্রমে  $(-1, 2), (2, 3)$  ও  $(3, -4)$ ; P বিন্দুর স্থানাঙ্ক  $(x, y)$  হইলে, দেখাও যে,  $\frac{\Delta PAB}{\Delta ABC} = \frac{x-3y+7}{22}$
4. যদি একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি  $A(x, y), B(1, 2)$  C(2, 1) হয় এবং উহার ক্ষেত্রফল 6 বর্গ একক হয়, তবে দেখাও যে,  $x+y=15$ .

1.  $(2, 0)$  বিন্দু থেকে একটি সেটের বিন্দুসমূহের দূরত্ব  $x = 0$  রেখা থেকে তাদের দূরত্বের তিনগুন। সম্ভাব্যতার সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $y^2 - 8x^2 - 4x + 4 = 0$ ]
2. একটি ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় থেকে  $A(x, y), B(-6, -3)$  এবং  $C(6, 3)$  শীর্ষ A হতে BC এর উপর অঙ্কিত মধ্যমার দৈর্ঘ্য একটি স্থির সংখ্যা 7 একক। দেখাও যে A বিন্দুর সম্ভাব্যতার সমীকরণ,  $x^2 + y^2 = 49$
3.  $(a, 0)$  এবং  $(0, a)$  বিন্দু দুইটি থেকে একটি সেট এমনভাবে গঠন করা হয়েছে যে A এবং B বিন্দু থেকে সেটের যে কোনো বিন্দুর দূরত্বের অনুপাত 2:3 সম্ভাব্যতার সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $y = x \pm 1$ ]
4.  $A(x, y), B(-6, -3)$  এবং  $C(6, 3)$  বিন্দুগুলো একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু। A বিন্দুটি এমন একটি সেটের সদস্য যে সেটটি যে কোনো বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর অঙ্কিত মধ্যমার দৈর্ঘ্য একটি স্থির সংখ্যা 5। দেখাও যে A বিন্দুর সম্ভাব্যতার সমীকরণ  $x^2 + y^2 = 25$
5. একটি সেটের প্রতিটি বিন্দু  $B(1, 1)$  ও  $C(-1, -1)$  বিন্দু দুইটির সাথে এমন একটি ত্রিভুজ উৎপন্ন করে যার ক্ষেত্রফল 5 বর্গ একক। সম্ভাব্যতার সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $x - y = \pm 5$ ]

**সরল রেখা**

**প্রশ্নমালা 3(A)**

5. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয় হইতে যে অংশদ্বয় ছেদ করে উহাদের সমষ্টি ও অন্তর যথাক্রমে 9 এবং 5 ;  
উহার সমীকরণ নির্ণয় কর । [ Ans:  $2x+7y=14$ ;  $7x+2y=14$  ]
6. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয় হইতে সমমানের যোগবোধক অংশ ছেদ করে । মূলবিন্দু হইতে উহার উপর  
অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য 4 একক; উহার সমীকরণ নির্ণয় কর । [Ans:  $x+y=\frac{4}{\sqrt{3}}$  ]
7. একটি সরলরেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খন্ডিত অংশ (6,2) বিন্দুতে 2:3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয় ।  
উহার সমীকরণ নির্ণয় কর । [Ans:  $x+2y=10$  ]
8. একটি সরলরেখা (-1,3) এবং (4,-2) বিন্দু দিয়ে যায়, উহার সমীকরণ নির্ণয় কর । অক্ষদ্বয়ের  
মধ্যবর্তী ঐ খন্ডিত অংশটুকু বাহির কর । [Ans:  $x+y=2; 2\sqrt{2}$  ]
9.  $(a,b), (a',b'), (a-a', b-b')$  বিন্দুদ্বয় সমরেখ হয়, তবে দেখাও যে, তাহাদের সংযোগ  
রেখাটি মূলবিন্দু দিয়া যায় এবং  $ab'=a'b$  হয় ।
10. এমন একটি সরলরেখা সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা  $x$  - অক্ষের সহিত  $135^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে এবং  
(-2,3) বিন্দু দিয়া যায় । [Ans:  $x+y=1$  ]
11. একটি সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের সহিত  $50/\sqrt{3}$  বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ সৃষ্টি করে এবং মূলবিন্দু  
হইতে উহার উপর অংকিত লম্ব  $x$ - অক্ষের সহিত  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে । রেখাটির সমীকরণ বের  
কর । [Ans:  $\sqrt{3}x+y=10$  ]
12. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা  $x$ -অক্ষের সহিত  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে এবং মূলবিন্দু  
হইতে 4 একক দূরে অবস্থিত ;  $x$  ও  $y$  অক্ষদ্বয়ের ছেদক অংশের দৈর্ঘ্য বাহির কর ।  
[Ans:  $\sqrt{3}x-y=\pm 8; 8/\sqrt{3}, 8$  ]
13.  $x+2y+7=0$  রেখাটির অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খন্ডিত অংশের মধ্যবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর । উপরোক্ত  
খন্ডিত অংশ কোন বর্গের বাহু হইলে উহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর । [Ans:  $(-7/2, -7/4), 61\frac{1}{4}$  বর্গ একক ]
14. A(h,k) বিন্দুটি  $6x-y=1$  রেখার উপর অবস্থিত এবং B(k,h) বিন্দুটি  $2x-5y=5$  রেখার উপর  
অবস্থিত । AB এর সমীকরণ নির্ণয় কর । [Ans:  $x+y-6=0$  ]

15. একটি রেখার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খন্ডিত অংশের পরিমাণ 5 একক এবং উহা অক্ষদ্বয়ের সহিত 6 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করে। উহার সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$[ \text{Ans: } \pm 3x \pm 4y = 12 \text{ এবং } \pm 4x \pm 3y = 12 ]$$

16. মূলবিন্দু এবং  $(x_1, y_1)$  বিন্দুর সংযোজক সরলরেখা যদি  $(b, 0)$  এবং  $(x_2, y_2)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার উপর লম্ব হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $x_1x_2 + y_1y_2 = bx_1$

17. দেখাও যে,  $y = mx$ ,  $y = m_1x$  এবং  $y = b$  রেখাত্রয় যে ত্রিভুজ সৃষ্টি করে উহার ক্ষেত্রফল

$$\frac{b^2}{2} \left( \frac{1}{m} - \frac{1}{m_1} \right)$$

18. দেখাও যে,  $x = a$ ,  $y = b$ ,  $y = mx$  রেখাত্রয় সমন্বয়ে গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$\frac{1}{2m} (b - ma)^2.$$

19. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা অক্ষদ্বয়ের সহিত 8 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন করে এবং মূলবিন্দু হইতে উক্ত রেখার উপর অংকিত লম্ব x-অক্ষের সহিত  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে।

$$[ \text{Ans: } x + y = 4 ]$$

### প্রশ্নমালা 3(B)

20. মূলবিন্দু হইতে  $(h, k)$  বিন্দু দিয়া গমনকারী রেখাসমূহের উপর অংকিত লম্বের পাদ বিন্দুর সঞ্চার পথ নির্ণয় কর।

$$[ \text{Ans: } x^2 + y^2 - hx - ky = 0 ]$$

21. এমন একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা  $(1, 2)$ ,  $(4, 5)$  বিন্দু দুইটির সংযোজক রেখাকে 3 : 1 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে এবং ঐ রেখার উপর লম্ব হয়।

$$[ \text{Ans: } 2x + 2y = 15 ]$$

22. দুইটি সরলরেখা  $(3, 4)$  বিন্দু দিয়া যায় এবং উহারা  $x - y + 4 = 0$  রেখাটির সহিত  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

23.  $3x - 7y + 5 = 0$  এবং  $x - 2y = 7$  রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়া যায় এবং অক্ষদ্বয় হইতে একই চিহ্ন বিশিষ্ট সমান অংশ ছেদ করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর; এবং মূলবিন্দু হইতে ঐ রেখার উপর লম্বের দৈর্ঘ্য বাহির কর।

$$[ \text{Ans: } x + y = 85; \frac{85}{\sqrt{2}} ]$$

24.  $4x - 2y + 7 = 0$  সরলরেখার উপর অবস্থিত একট বিন্দু নির্ণয় কর যাহা  $(2, 3)$ ,  $(-2, 4)$  বিন্দু দুইটি হইতে সমদূরবর্তী।

$$[ \text{Ans: } (0, \frac{7}{2}) ]$$

25. দুইটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যাহারা মূলবিন্দু দিয়া অতিক্রম করে  
এবং  $3y=2x$  রেখার সহিত  $\tan^{-1} \frac{1}{2}$  কোণ উৎপন্ন করে।
26.  $x\cos\theta + y\sin\theta = p$  চলমান রেখাটি  $x$  ও  $y$  অক্ষদ্বয়কে যথাক্রমে  $A$  ও  $B$  বিন্দুতে ছেদ করে,  
এখানে  $p$  একটি ধ্রুবক ; দেখাও যে  $AB$  এর মধ্যবিন্দুর সঞ্চর পথের সমীকরণ হইবে  
 $p^2(x^2 + y^2) = 4x^2y^2$ .
27. দুইটি সরলরেখা  $(6,-7)$  বিন্দু দিয়া যায় এবং উহারা  $y + \sqrt{3}x = 1$  রেখার সহিত  $60^\circ$  কোণ  
উৎপন্ন করে। উহাদের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $y+7=0$ ,  $y+7=\sqrt{3}(x-6)$ ]
28. Y- অক্ষের সমান্তরাল এবং  $2x-3y+4=0$  ও  $3x+3y-5=0$  রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়া যায় এরপ  
সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $5x-1=0$ ]
29. X-অক্ষের সমান্তরাল এবং  $x-3y+2=0$  ও  $x+y-2=0$  রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দু দিয়া যায়  
এইরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $y-1=0$ ]
30. এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর, যাহা  $x-2y-1=0$  ও  $2x+3y+2=0$  রেখাদ্বয়ের  
ছেদবিন্দু দিয়া অতিক্রম করে এবং যাহার ঢাল  $\tan 45^\circ$ . [Ans:  $7x-7y-3=0$ ]
31.  $(2,3)$  বিন্দু হইতে  $4x+3y-7=0$  রেখার উপর অংকিত লম্বের পাদ-বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর এবং  
ইহার সাহায্যে বিন্দুটি হইতে সরলরেখার লম্ব দূরত্ব নির্ণয় কর। [Ans:  $(2/3, 9/5)$ ; 2]
32.  $X-3y-2=0$  রেখার উপর  $P$  একটি বিন্দু এবং উহা  $(2,3)$ ,  $(6,-5)$  বিন্দুদ্বয় হইতে সমদূরত্বী।  
বিন্দুটির স্থানাংক নির্ণয় কর। [Ans:  $(14,4)$ ]
33. প্রমাণ কর যে,  $\delta$  এর সকল মানের জন্যে  $y(1+\delta) - x(3+2\delta) - 11 - 9\delta = 0$  রেখাটি একটি  
নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়া যায়; বিন্দুটির স্থানাংক নির্ণয় কর। [Ans:  $(2/11, 5/11)$ ]
34.  $k$  এর যে কোন মানের জন্যে  $(2k-3)x + (3k-2)y - (4k-1) = 0$  রেখাটি একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়া  
যায়; বিন্দুটির স্থানাংক নির্ণয় কর। [Ans:  $(-1, 2)$ ]
35.  $P(h,k)$  বিন্দু হইতে  $x$  ও  $y$  -অক্ষের উপর অংকিত লম্বের পাদবিন্দু যথাক্রমে  $A$  ও  $B$ ;  $AB$ - এর  
উপর  $P$  বিন্দুগামী লম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $ky-hx=k^2-h^2$ ]
36. একটি সরলরেখা  $(1,4)$  বিন্দু দিয়া অতিক্রম করে এবং অক্ষদ্বয়ের সহিত প্রথম চতুর্ভাগে বর্গ 8 একক  
ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ সৃষ্টি করে; রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $4x+y=8$ ]

### প্রশ্নমালা 3(C)

37. (1,2) বিন্দু হইতে  $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$  রেখার উপর লম্ব অংকিত করা হইল; মূলবিন্দু হইতে এই লম্বের দূরত্ব নির্ণয় কর। [ Ans:  $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$  ]
38.  $4x+3y=c$  এবং  $12x-5y=2(c+3)$  রেখাদ্বয় মুখবিন্দু হইতে সমদূরবর্তী।  $c$  এর যোগবোধক মান নির্ণয় কর। [ Ans: 10 ]
39.  $y$ - অক্ষের উপরিস্থিতি যে বিন্দুগুলি হইতে  $3y=4x-10$  রেখার উপর অংকিত লম্ব দূরত্ব 4 একক হয় তাহাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [ Ans: (0,-10) এবং (0,10/3) ]
40.  $3x-4y+8=0$  রেখার সমান্তরাল দিকে  $3x+y+4=0$  রেখা হইতে (1,2) বিন্দুর দূরত্ব নির্ণয় কর [ Ans: 3 ]
41. (1,-2) বিন্দু হইতে  $7\frac{1}{2}$  দূরবর্তী এবং  $3x+4y=7$  রেখাটির সমান্তরাল রেখাসমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর। S [ Ans:  $6x+8y=65$ ;  $6x+8y+85=0$  ]
42. মূলবিন্দু হইতে সরলরেখা সমূহের দূরত্ব 7 এবং উহারা  $3x-4y+7=0$  রেখার উপর লম্ব। রেখা সমূহের সমীকরণ নির্ণয় কর। [ Ans:  $4x+3y\pm 35=0$  ]
43.  $(\sqrt{3}, 1)$  বিন্দু হইতে  $\sqrt{3}x - y + 8 = 0$  সরলরেখার উপর অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর এবং এই লম্ব  $x$ -অক্ষের সহিত যে কোন উৎপন্ন করে তাহা নির্ণয় কর। [ Ans: 5 ;  $150^\circ$  ]

### বৃত্ত

- একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা প্রত্যেক অক্ষরেখাকে মূলবিন্দু হইতে ধনাত্মক দিকে 5 একক দূরত্বে স্পর্শ করে। [ উঃ  $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 5^2$  ]
- (2,3) কেন্দ্র বিশিষ্ট এবং  $x$  অক্ষকে স্পর্শ করে এইরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। বৃত্তটি  $y$  অক্ষ হইতে যে অংশ ছেদ করে তাহাও নির্ণয় কর। [ Ans :  $x^2+y^2-4x-6y+4=0$  ,  $2\sqrt{5}$  ]
- $3x^2+3y^2-5x-6y+4=0$  বৃত্তটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক এবং ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [ Ans:  $(5/6, 1), \sqrt{13}/6$  ]
- (3,0) & (-4,1) বিন্দুদ্বয় দিয়া অতিক্রমকারী একটি বৃত্তের কেন্দ্র  $y$ -অক্ষের উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [ Ans:  $x^2+y^2-8y-9=0$  ]

5.  $(-1,1)$  &  $(-7,3)$  বিন্দু দিয়া অতিক্রমকারী একটি বৃত্তের কেন্দ্র  $2x+y=9$  রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [ Ans:  $(x+1)^2+(y-11)^2=100$  ]
6. একটি বৃত্ত  $y$  অক্ষকে মূলবিন্দুতে স্পর্শ করে এবং  $(3,-4)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [ Ans:  $3(x^2+y^2) - 25x = 0$  ]
7. এইরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যাহা  $x$  অক্ষকে  $(4,0)$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং 6 একক দীর্ঘ একটি জ্যা খণ্ডিত করে। [ Ans:  $x^2+y^2-8y\pm10y+16=0$  ]
8. এইরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর, যাহা  $x$  অক্ষ স্পর্শ করে এবং  $(1,1)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং যাহার কেন্দ্র প্রথম চতুর্ভাগে  $x+y=3$  রেখার উপর অবস্থিত। [ Ans :  $x^2+y^2-4x-2y+4=0$  ]
9. এরূপ দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে এবং  $(1,8)$  বিন্দু দিয়া অতিক্রম করে। [ Ans :  $x^2+y^2-10(x+y)+25=0, x^2+y^2-26(x+y)+169=0$  ]
10. দেখাও যে,  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$  &  $x^2 + y^2 + 10x - 2y + 22 = 0$  বৃত্তদ্বয় পরস্পরকে বহিঃস্থভাবে স্পর্শ করে। বৃত্তদ্বয়ের স্পর্শবিন্দু নির্ণয় কর। [ Ans :  $(-17/5, 11/5)$  ]
11. একটি বৃত্ত মূলবিন্দু দিয়ে যায় এবং  $x$  ও  $y$  অক্ষদ্বয়ের ধনাত্মক দিক হইতে যথাক্রমে 3 এবং 5 অংশ ছেদ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [ Ans:  $x^2+y^2-3x-5y=0$  ]
12. প্রমাণ কর যে  $(-2,3)$  ও  $(3,-4)$  বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক রেখাকে ব্যাস ধরিয়া অংকিত বৃত্তের সমীকরণ  $(x+2)(x-3)+(y-3)(y+4)=0$  হইবে।
13.  $x=0, y=0$  &  $x=a$  রেখাদ্বয়কে স্পর্শ করে এইরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
[ Ans:  $x^2+y^2-ax\pm ay + \frac{a^2}{4} = 0$  ]
14. দেখাও যে,  $A(1,1)$  বিন্দুটি  $x^2+y^2+4x+6y-12=0$  বৃত্তের উপর অবস্থিত।  $A$  বিন্দু দিয়া বৃত্তটির যে ব্যাস অংকন করা যায় তাহার অপর প্রান্তের স্থানাংক নির্ণয় কর। [ Ans :  $(-5, -7)$  ]
15. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহার কেন্দ্র  $(6,0)$  এবং যাহা  $x^2+y^2-4x=0$  বৃত্তটি ও  $x=3$  রেখার ছেদ বিন্দু দিয়ে যায়। [ Ans:  $x^2+y^2-12x=24$  ]
16.  $4\sqrt{2}$  বাহুবিশিষ্ট বর্গের একটি শীর্ষ মূলবিন্দুতে অবস্থিত এবং ইহার বিপরীত শীর্ষটি  $x$ -অক্ষের উপর অবস্থিত। ও বর্গের কর্ণকে ব্যাস ধরিয়া অংকিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

$$[ \text{Ans: } x^2+y^2\pm 8x = 0 ]$$

17. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা  $y$ -অক্ষকে  $(0, \sqrt{3})$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং  $(-1, 0)$  বিন্দু দিয়া অতিক্রম করে। ইহার কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। [Ans:  $x^2+y^2+4x-2\sqrt{3}y+3=0$ ,  $(-2, \sqrt{3})$ , 2 ]
18. এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা মূলবিন্দু হইতে -4 একক দূরত্বে এবং  $y$  অক্ষকে স্পর্শ করে এবং  $x$  অক্ষ হইতে 6 একক দীর্ঘ জ্যা খন্ডন করে। [Ans:  $x^2+y^2\pm 10x+8y+16=0$  ]
19.  $x^2+y^2-8x+6y+21=0$  বৃত্তের বর্ধিত যে ব্যাসটি  $(2, 5)$  বিন্দু দিয়া অতিক্রম করে উহার সমীকরণ নির্ণয় কর। [ Ans :  $4x+y=13$  ]
20. এরূপ দুইটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহার কেন্দ্রের স্থানাংক  $(3, 4)$  এবং যাহা  $x^2+y^2=9$  বৃত্তকে স্পর্শ করে। [Ans:  $x^2+y^2-6x-8y+21=0$ ,  $x^2+y^2-6x-8y-39=0$  ]
21.  $b$  বাহুবিশিষ্ট  $OABC$  একটি বর্গ।  $OA$  ও  $OC$  কে অক্ষ ধরিয়া প্রমাণ কর যে বর্গটির পরিবৃত্তের সমীকরণ হইবে  $x^2+y^2=b(x+y)$ .
22.  $x^2+y^2=4$  বৃত্তটির স্পর্শক  $x$  অক্ষের সহিত  $60^\circ$  কোন উতপন্ন করে। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।  
[ Ans :  $y=\sqrt{3}x\pm 4$  ]
23.  $k$  এর কোন মানের জন্য  $4x+3y+k=0$  রেখাটি  $2x^2+2y^2=5x$  বৃত্তকে স্পর্শক [Ans:  $k=5/4, -45/2$ ]
24.  $x^2+y^2-3x+10y=15$  বৃত্তের  $(4, -11)$  বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর [Ans:  $5x-12y-152=0$ ]
25.  $2x-3y-9=0$  রেখাটি  $x^2+y^2-2x-4y-c=0$  বৃত্তকে স্পর্শ করে।  $c$  এর মান নির্ণয় কর। [Ans:  $c=8$ ]
26.  $b$  ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত, যাহার কেন্দ্রের উভয় স্থানাংক ধনাত্মক,  $x$ - অক্ষ এবং  $3y=4x$  রেখাকে স্পর্শ করে উহার সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $(x-2b)^2+(y-b)^2=b^2$ ]
27.  $x^2+y^2 = b(5x-12y)$  বৃত্তে অংকিত ব্যাস মূলবিন্দু দিগে যায়। এই ব্যাসের সমীকরণ নির্ণয় কর এবং মূলবিন্দুতে অংকিত স্পর্শকটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $12x+5y=0$ ,  $5x-12y=0$ ]
28.  $x^2+y^2-6x-6y-9=0$  বৃত্তের উপর দুইটি স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহার  $x=y$  বেখার সমান্তরাল হইবে। [ Ans:  $x-y\pm 3\sqrt{2} = 0$  ]
29. মূলবিন্দু হইতে  $(1, 2)$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে অংকিত স্পর্শকের দৈর্ঘ্য 2 বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।  
[ Ans:  $x^2+y^2-2x-4y+4=0$  ]



30. (2,3) বিন্দু দিয়া অতিক্রান্ত বৃত্তটি  $2x-3y-13=0$  রেখার (2,-3) বিন্দুতে স্পর্শ করে। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans :  $x^2+y^2=13$  ]
31. দেখাও যে  $lx+my=1$  রেখাটি  $x^2+y^2-2ax=0$  বৃত্তকে স্পর্শ করিবে, যদি  $a^2m^2+2al=1$  হয়।
32.  $y=2x$  যদি  $x^2+y^2=10x$  বৃত্তের কোন জ্যা-এর সমীকরণ হয়। তবে উক্ত জ্যা কে ব্যাস ধরিয়া অংকিত বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $x^2+y^2-2x-4y=0$  ]
33.  $x^2+y^2-4x-6y+c=0$  বৃত্তটির x অক্ষকে স্পর্শ করে। c এর মান ও স্পর্শবিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর। [Ans : 4 ; (2 , 0) ]
34.  $x^2+y^2-6x+8y+21=0$  বৃত্তের স্পর্শক x অক্ষের সমান্তরাল। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [ Ans:  $y+6=0$  ,  $y+2=0$  ]
35. প্রমাণ কর যে,  $x^2+y^2=a^2$  বৃত্ত দ্বারা  $y=mx+c$  রেখা হইতে খণ্ডিত জ্যা এর দৈর্ঘ্য  $2\sqrt{\left(a^2 - \frac{c^2}{1+m^2}\right)}$
36. এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যাহা মূলবিন্দু দিয়া অতিক্রম করে এবং  $3y+x=20$  রেখাকে স্পর্শ করে এবং যাহার একটি ব্যাসের সমীকরণ  $y=3x$ । [Ans:  $x^2+y^2-2x-6y=0$  ]
37.  $x^2+y^2=81$  বৃত্তটির জ্যা (-2,3) বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়। জ্যা এর সমীকরণ নির্ণয় কর। [ Ans:  $2x-3y=13$  ]

## কণিক

- (-8,-2) উপকেন্দ্র ও  $2x - y - 9 = 0$  দিকাক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $x^2 + 4y^2 + 116x + 2y + 4xy + 259$ ]
- (-1,-1) উপকেন্দ্র এবং (2,-3) শীর্ষবিন্দুবিশিষ্ট পরাবৃত্তটির অক্ষ ও নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $3x - 4y - 43 = 0$ ]
- $y^2 = 16x$  পরাবৃত্তের উপরিস্থ কোন বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব 6 ; ঐ বিন্দুর স্থানাংক নির্ণয় কর। [Ans:  $p \equiv (2, \pm 4\sqrt{2})$ ]
- (3,4) উপকেন্দ্র ও (0,0) শীর্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $3x + 4y + 25 = 0$ ]
- $y^2 = 9x$  পরাবৃত্তের উপরিস্থ p p বিন্দির কোটি 12 হলে ঐ বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব কত হবে? [Ans: 18.25]
- যদি  $y = 3x + 1$  রেখাটি  $y^2 = 4ax$  পরাবৃত্তকে স্পর্শ করে, তবে উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্যের মান কত? [Ans: 12]

7.  $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{5^2} = 1$  উপবৃত্তটি (6,4) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। p এর মান, উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রতা এবং উৎকেন্দ্রের স্থানাংক নির্ণয় কর। [Ans:  $(\pm 5\sqrt{3}, 0)$ ].
8. একটি উপবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়ের উপর অবস্থিত এবং (2,2) ও (3,1) বিন্দুদ্বয় দিয়া যায় উৎকেন্দ্রিকতা নির্ণয় কর। [Ans:  $\sqrt{\frac{2}{5}}$ ]
9.  $5x^2 + 4y^2 = 1$  উপবৃত্তের দিকাক্ষ দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $\pm \frac{\sqrt{5}}{2}$ ]
10. একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার উপকেন্দ্র (1,1) দিকাক্ষের সমীকরণ  $2x + y = 1$  এবং উৎকেন্দ্রিকতা  $\sqrt{3}$ । [Ans:  $7x^2 + 12xy - 2y^2 - 2x + 4y - 7 = 0$ ]
11.  $4y^2 + 4x^2 = 20$  অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা, শীর্ষ, উপকেন্দ্রে এবং দিকাক্ষের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $\pm \frac{5}{3}$ ]
12. একটি অধিবৃত্ত (6,4) ও (-3,1) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। এর কেন্দ্র মূলবিন্দু এবং আড়া অক্ষ x – অক্ষ বরাবর হলে, অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। [Ans:  $\frac{5x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$ ]

## বীজগণিত

### জটিল রাশিমালা

1. নিচের জটিল সংখ্যাগুলির মডুলাস ও আর্গুমেন্ট বের কর।

1)  $-1 + \sqrt{3}i$

2)  $\frac{1+2i}{1-3i}$  [BUET] Ans:  $\sqrt{58}$ ,  $-\tan^{-1} \frac{7}{3}$

3)  $1 - \frac{i}{1-i}$  Ans:  $\sqrt{5}$ ,  $-\tan^{-1}(\frac{1}{2})$

2. যদি  $a$  ও  $b$  বাস্তব সংখ্যা এবং  $a^2 + b^2 = 1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $x$  এর একটি বাস্তবমান  $\frac{1-ix}{1+ix} = a-ib$  সমীকরণকে সিদ্ধ করে। [DUET]

3.  $x:y = (a+ib):(c+id)$  হলে, দেখাও যে,  $(c^2 + d^2)x^2 - 2(ac + bd)xy + (a^2 + b^2)y^2 = 0$  [BUET]

4. দেখাও যে,  $(-1 + \sqrt{-3})^4 + (-1 - \sqrt{-3})^4 = -16$

5. যদি  $p = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$  হলে, দেখাও যে,  $p^6 + p^4 + p^2 + 1 = 0$

6. মান নির্ণয় করঃ

(i)  $\sqrt[6]{-64}$  Ans:  $\pm 2i, \pm(\sqrt{3} \pm i)$  [RUET, CUET, BIT]

(ii)  $\sqrt[4]{-81}$  Ans:  $\pm \frac{3}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$

(iii)  $\sqrt[4]{1}$

(iv)  $\sqrt{[-2 + 2\sqrt{-2 + 2\sqrt{-2 + \dots \dots \infty}}]}$  [KUET] Ans :  $1 \pm i$

7. বর্গমূল নির্ণয় কর:

(a)  $-8 - 6\sqrt{-1}$  Ans :  $\pm(1 - 3i)$

(b)  $1 \pm i$  Ans :  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}\{(\sqrt{2}+1)^{\frac{1}{2}} \pm i(\sqrt{2}-1)^{\frac{1}{2}}\}$

(c)  $2 + i\sqrt{a^2 - 4}$  Ans :  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{a+2} + i\sqrt{a-2})$  [RUET]

8. যদি  $\sqrt[3]{a+ib} = x + iy$  হলে, দেখাও যে,

(a)  $4(x^2 - y^2) = \frac{a}{x} + \frac{b}{y}$

(b)  $-2(x^2 + y^2) = \frac{a}{x} - \frac{a}{y}$

(c)  $\sqrt[3]{a-ib} = x - iy$  [DUET, BUET, RUET]

9.  $x = 2 + \sqrt{-3}$  হলে,  $3x^4 - 17x^3 + 41x^2 - 35x + 5$  এর মান নির্ণয় কর। [BUET] [Ans: 5]
10.  $x = -1 + \sqrt{2}i$  হলে,  $x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 9$  এর মান নির্ণয় কর। \*\*\* [Ans : 12]
11. প্রমাণ কর যে,  $\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^n = 2$ , যখন  $n$  এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য এবং -1, যখন  $n$  অপর কোন পূর্ণসংখ্যা।

## বহুপদী ও বহুপদী সমীকরন

- 1) দেখাওযে,  $a = b$  না হলে,  $2x^2 - 2(a + b)x + (a^2 + b^2) = 0$  সমীকরনের মূলগুলি বাস্তব হতে পারেনা।
- 2)  $2bx^2 + 2(a + b)x + 3a = 2b$  সমীকরনটির একটি মূল অপরটির দ্বিগুন হলে দেখাও যে,  
 $a = 2b$  অথবা  $4a = 11b$ । \*\*\*
- 3) যদি  $a^2x^2 + 6abx + ac + 8b^2 = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয় সমান হয় তবে প্রমাণ কর যে,  
 $ac(x + 1)^2 = 4b^2x$  সমীকরনের মূলদ্বয় ও সমান হবে। [DUET]
- 4)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{p-x} = \frac{1}{q}$  সমীকরনের মূল দুইটির অন্তর  $d$  হলে,  $p$  কে  $d$  ও  $q$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর [DUET]  
 $ax^2 + bx + c = 0$  এর মূল  $\alpha, \beta$  হলে  $(a\alpha + b)^{-3} + (a\beta + b)^{-3}$  প্রতিসম রাশির মান নির্ণয় কর। \*\*\*
- 5) এমন একটি সমীকরন নির্ণয় কর যে যার মূল দুটি যথাক্রমে  $x^2 - 2bx + b^2 - a^2 = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয়ের সমষ্টি এবং অন্তরফলের ধনাত্মক মানের সমান হবে।
- 6)  $x^3 + px^2 + qx + r = 0$  সমীকরনের মূলগুলি  $\alpha, \beta, \gamma$  হলে  $\sum \alpha^3$  এর মান নির্ণয় কর।
- 7)  $ax^2 + ax + b = 0$  সমীকরনের মূল দুটি যদি সমান হয় এবং অপর সমীকরন  $a^2 + ax + 8 = 0$  এর একটি মূল যদি 4 হয়, তবে  $b$  এর মান কত?
- 8)  $k$  এর মান কত হলে,  $(4 - k)x^2 + (2k + 4)x + (8k + 1) = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয় পরস্পর সমান হবে।
- 9)  $k$  এর মান কত হলে,  $(k^2 - 3)x^2 + 3kx + (3k + 1) = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয় পরস্পর উল্টা হবে। [BUET]
- 10)  $x^2 + px + q = 0$  সমীকরনের মূল দুইটি বাস্তব ও সমান হলে, প্রমাণ কর যে,  $2x^2 - (1 + q)x + (p^2 + 2q^2 + 2) = 0$  সমীকরনের মূল দুইটি জটিল সংখ্যা হবে। [KUET]

- 11)  $ax^2 + bx + c = 0$  এর একটি মূল  $cx^2 + bx + a = 0$  সমীকরণের একটি মূলের দ্বিগুন হলে ,প্রমাণ কর যে  $2a = c$  এবং  $(2a + c)^2 = 2b^2$  \*\*\*
- 12)  $ax^2 + bx + c = 0$  এর মূলদ্বয়ের অনুপাত  $3 : 4$  হলে , প্রমাণ কর যে,  $12b^2 = 49ac$
- 13) যদি  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়ের পার্থক্য  $1$  হয় ,তবে প্রমাণ কর যে,  
 $p^2 + 4q^2 = (1 + 2q)^2$  \*\*\*
- 14)  $px^2 + qx + r = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়  $\alpha$  ও  $\beta$  হলে  $\frac{1}{\alpha^3}$  এবং  $\frac{1}{\beta^3}$  মূলদ্বয় দ্বারা গঠিত সমীকরণটি নির্ণয় কর ।
- 15) যদি  $x^2 + px + q = 0$  সমীকরণের মূল দুইটি  $\alpha, \beta$  হয় তবে প্রমাণ কর যে , $qx^2 - (p^2 - 2q)x + q = 0$  সমীকরণের একটি মূল  $\frac{\alpha}{\beta}$  হবে ।
- 16)  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত এবং  $x^2 + px + q = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত সমানে হলে , প্রমাণ কর যে ,  $b^2q = p^2c$  । [DUET]
- 17) যদি  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের মূল দুইটি  $\alpha, \beta$  হয় তবে প্রমাণ কর যে  
 $ac(x^2 + 1) - (b^2 - 2ac)x = 0$  মূল দুইটি  $\alpha, \beta$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর ।
- 18)  $x^2 - px + q = 0$  এবং  $x^2 - qx + p = 0$  সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে ,দেখাও যে,  $p + q = -1$  ; আরও দেখাও যে তাদের অপর মূলগুলি  $x^2 - x + pq = 0$  সমীকরণটি সিদ্ধ করে । [DUET]
- 19)  $ax^2 + bx + c = 0$  এবং  $cx^2 + bx + a = 0$  সমীকরণদ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে  
 দেখাও যে,  $c + a = \pm b$  ; \*\*\*
- 20)  $x^3 + px^2 + qx + r = 0$  সমীকরণের গুলি  $\alpha, \beta, \gamma$  হলে  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$  এর মান নির্ণয় কর ।  
 $x^3 - px^2 + qx - r = 0$  সমীকরণের গুলি  $\alpha, \beta, \gamma$  হলে  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$  এবং  $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$  নির্ণয় কর । [BUET]
- 21)  $a$  এর মান কত হলে , $x^3 + 3ax^2 + x + 1 = 0$  সমীকরণের মূলগুলো সমান্তর প্রগমনে থাকবে ? [BUET]
- 22)  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের মূলগুলি  $\alpha, \beta, \gamma$  হলে,  $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$  এর মান নির্ণয় কর ।  
 [Ans:  $3ab - a^3 - 3c$  ]
- 23) যদি  $a, b, c$  মূলদ এবং  $a+b+c=0$  হয়, তবে দেখাও যে,  
 $(b+c-a)x^2 + (c + a - b)x + (a+b-c)=0$  সমীকরণের মূল গুলি মূলদ হবে ।

- 24) যদি  $px^2 + qx + 1 = 0$  এবং  $qx^2 + px + 1 = 0$  সমীকরন দ্বয়ের একটি সাধারণ মূল থাকলে ,  
প্রমান কর যে,  $p+q+1=0$  .
- 25) যদি  $x^2 + px + q = 0$  এবং  $x^2 + qx + p = 0$  সমীকরন দুইটির একটি সাধারণ মূল থাকলে , দেখাও  
যে, তাদের অপর দুইটি মূল  $x^2 + x + pq = 0$  সমীকরনের মূল হবে ।
- 26)  $4x^2 - 6x + 1 = 0$  সমীকরনের দুইটি মূল  $\alpha$  এবং  $\beta$  হলে  $\alpha + \frac{1}{\beta}$  এবং  $\beta + \frac{1}{\alpha}$  মূল বিশিষ্ট সমীকরনটি নির্ণয়কর ।  
 $27x^2 + 6x - (p+2) = 0$  সমীকরনটির একটি মূল অপরটির বর্গ হলে P এর মান নির্ণয় কর । [BUET] [Ans:6, -1]
- 27)  $px^2 + 2x + 1 = 0$  এবং  $x^2 + 2x + p = 0$  সমীকরনদ্বয়ের একটি সাধারণ একটি সাধারণ মূল থাকলে p এর মান নির্ণয়  
কর এবং p এর প্রত্যেক মানের জন্যে সাধারণ মূল নির্ণয় কর ।
- 28) যদি  $x^2 - bx + c = 0$  এবং  $x^2 - cx + b = 0$  সমীকরনের মূলগুলির মধ্যে কেবল একটি ধ্রুবকের পার্থক্য থাকে,  
তবে প্রমান কর যে,  $b+c+4=0$  \*\*\*\*\*
- 29) K এর মান কত হলে,  $(k+1)x^2 + 2(k+3)x + (2k+3)$  রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ হবে?
- 30) যদি  $(h^2 - a^2)x^2 - 2hax + (k^2 - b^2)$  রাশিটি একটি পূর্ণবর্গ হয়, তবে দেখাও যে,  $\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} = 1$
- 31)  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয়  $\alpha$  এবং  $\beta$  হলে,  $cx^2 - 2bx + 4a = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয়কে  $\alpha$  এবং  $\beta$  এর  
মাধ্যমে প্রকাশ কর ।  
 $ax^2 + 2bx + c = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয়  $\alpha, \beta$  এবং  $Ax^2 + 2Bx + C = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয়  $(\alpha + \delta)$  ও  $(\beta + \delta)$   
হলে, প্রমান কর যে,  $\frac{b^2 - ac}{a^2} = \frac{B^2 - AC}{A^2}$  [BUET]
- 32)  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরনের একটি মূল অপরটির বর্গ হলে, দেখাও যে,  $c(a - b)^3 = a(c - b)^3$  এবং  
 $a^2c + ac^2 + b^3 = 3abc$
- 33)  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয়ের অনুপাত  $m : n$  হলে, প্রমান কর যে,  $\sqrt{\frac{m}{n}} + \sqrt{\frac{n}{m}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = 0$  \*\*\*
- 34)  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরনের মূল দুইটি অনুপাত  $r$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\frac{(r+1)^2}{r} = \frac{b^2}{ac}$  [DUET]
- 35)  $x^2 - bx + c = 0$  সমীকরনের মূল দুইটির অন্তর একক হলে, প্রমান কর যে,  $b^2 + 4c^2 = (1 + 2c)^2$
- 36) যদি  $x^2 - px + q = 0$  সমীকরণের মূল দুইটি ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা হয়, তাহলে প্রমান কর যে,  $p^2 - 4q - 1 = 0$   
[DUET]
- 37)  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরনের মূলদ্বয়  $\alpha, \beta$  হলে, প্রমান করতে হবে যে,  
 $(a\alpha + b)^2 + (a\beta + b)^2 = \frac{b^2 - 2ac}{a^2c^2}$  \*\*\*

### বিন্যাস ও সমাবেশ

1. প্রমান কর যে,  $(2n)! = 2^n n! \{1, 3, 5 \dots (2n - 1)\}$
2. দেখাও যে,  $2n_{P_n} = 2^n \{1, 3, 5 \dots (2n - 1)\}$
3.  $n - 1_{P_3} : n + 1_{P_3} = 5 : 12$  হলে  $n$  এর মান নির্ণয় কর । [ Ans :  $n = 8$  ]
4. প্রমান কর যে, প্রথম  $n$  সংখ্যক বিজোড় সংখ্যার গুনফল  $\frac{(2n)!}{2^n n!}$  আকারে প্রকাশ করা যায় ।
5. প্রমান কর যে,  $n_{C_r} + n_{C_{r-1}} = n + 1_{C_r}$  [DUET]
6.  $n_{C_r} : n_{C_{r+1}} : n_{C_{r+2}} = 1 : 2 : 3$  হলে  $n$  ও  $r$  এর মান নির্ণয় কর । [DUET] [Ans:  $n=14, r=4$ ]
7.  $n_{C_r} + n_{C_{r-1}} = n + 1_{C_r}$  হলে, প্রমান কর যে,  

$$n_{C_r} = n - 2_{C_{r+2}} + 2 \cdot n - 2_{C_{r-1}} + n - 2_{C_{r-2}}, \text{ when, } n > r > 2$$
8. Mathematics শব্দটির অক্ষর গুলি কত প্রকারে সাজানো যায়? এদের মাঝে কত গুলিতে স্বরবর্ণ গুলি একত্রে থাকবে ? [Ans: 4989600, 120960]

### দ্বিপদী উপপাদ্য

1.  $(2x^2 + p/x^3)^{10}$  বিস্তৃতিতে  $x^5$  ও  $x^{15}$  এর সহগদ্বয় পরস্পর সমান হলে,  $p$  এর ধনাত্মক মান নির্ণয় কর । Ans:  $p = \frac{1}{\sqrt{3}}$
2. যদি  $(1+x)(a - bx)^{12}$  এর বিস্তৃতিতে  $x^8$  এর সহগ 0 হয়, তাহলে  $\frac{a}{b}$  অনুপাতের মান নির্ণয় কর । [KUET]
3. মধ্যপদ বের করঃ [RUET, KUET]  
 (a)  $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^{10}$  (b)  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{16}$
4. দেখাও যে,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  এর বিস্তৃতির মধ্যপদটি  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{n!} (-2)^n$  \*\*\*\*\*
5.  $\left(2x - \frac{1}{4x^2}\right)^{12}$  এর সম্প্রসারণে  $x$  বর্জিত পদের মান নির্ণয় কর [ Ans: 495 ]
6. দেখাও যে,  $(1 - 4x)^{-\frac{1}{2}}$  এর বিস্তৃতিতে  $(r+1)$  তম পদটির মান  $\frac{2r!}{\{r!\}^2} x^r$  [DUET]
7.  $y = x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots \infty$  হলে দেখাও যে,  $x = y - y^2 + y^3 - y^4 + \dots \infty$
8.  $y = 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots \infty$  হলে, প্রমান কর যে,  $x = \frac{1}{2}y - \frac{3}{4}y^2 + \frac{5}{16}y^3 \dots \infty$  । [DUET]

9.  $1 < x < \frac{1}{3}$  হলে  $(1 - 4x + 6x^2)^{-1}$  এর বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর সহগ নির্ণয় কর।

10. দেখাও যে,  $(1 - 2x)^{-\frac{1}{2}}$  বিস্তৃতিতে  $(r+1)$  তমপদের সহগ  $\frac{2r!}{(r!)^2 2^r}$  হবে। [DUET]

11. প্রমাণ কর যে,  $x^n$  এর সহগ  $= \frac{1}{a-b} (a^n - b^n)$  যেখানে,  $\frac{x}{(1-ax)(1-bx)}$

12.  $(1 - \frac{x}{8})^{\frac{1}{2}}$  কে  $x$  - এর শক্তির উর্ধ্বক্রম অনুসারে 5- তমপদ পর্যন্ত বিস্তৃতি কর এবং দেখাও যে,

$$1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{3}{24} - \dots \dots \dots \infty = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad [\text{DUET}]$$

### নির্ণায়ক

1. প্রমাণ কর যে

$$(i) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & p & p^2 \\ 1 & p^2 & p^4 \end{vmatrix} = p(p-1)^2(p^2-1) \quad [\text{RUET}]$$

$$(ii) \begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$$

$$(iii) \begin{vmatrix} a+x & b+x & c+x \\ a+y & b+y & c+y \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(x-y) \quad [\text{BIT, RUET}]$$

$$(iv) \begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3 \quad [\text{RUET}]$$

$$(v) \begin{vmatrix} 1 & -\omega & \omega^2 \\ -\omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & -\omega \end{vmatrix} = -4 \quad [\text{BUET}]$$



2. সমাধান কর:

$$(i). \begin{vmatrix} 1 & 4 & x \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 22 & 4 & x \\ 26 & 5 & 8 \\ 30 & 6 & 9 \end{vmatrix} \quad [\text{Ans : } x = 7] \quad [\text{BUET}]$$

$$(ii). \begin{vmatrix} x^2 & x & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} = 0 \quad [\text{Ans: } x = 0, 2] \quad [\text{BUET}]$$

### ম্যাট্রিক্স

1) বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর ।

$$(i) \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad \text{Ans : } \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$(ii) \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{Ans : } \frac{-1}{5} \begin{bmatrix} 10 & -4 & -9 \\ -15 & 4 & 14 \\ 5 & -1 & -6 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} B = I \text{ হলে ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর । } [\text{RUET}] \quad \text{Ans: } \begin{bmatrix} -1/2 & 3/2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

## ত্রিকোণমিতিক

### ● সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

1. মান নির্ণয় কর:

i.  $\cos^2 \frac{\pi}{7} + \cos^2 \frac{5\pi}{14} + \cos^2 \frac{8\pi}{7} + \cos^2 \frac{9\pi}{14}$  [ Ans: 2 ]

ii.  $\sec^2 \frac{14\pi}{17} - \cos^2 \frac{39\pi}{14} + \cot^2 \frac{41\pi}{34} - \cot^2 \frac{23\pi}{34}$  [ Ans: 0 ]

2. যদি  $\tan \theta = \frac{5}{12}$  এবং  $\cos \theta$  ধনাত্মক হয়, তবে  $\frac{\sin \theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan \theta}$  এর মান কত হবে? [Ans:  $\frac{34}{39}$ ]

3. যদি  $\tan \theta = \frac{5}{12}$  এবং  $\sin \theta$  ঋনাত্মক হয়, তবে  $\frac{\sin \theta + \cos(-\theta)}{\sec(-\theta) + \tan \theta}$  এর মান কত হবে? [ Ans:  $\frac{51}{26}$  ]

4. যদি  $\sin \theta = \frac{5}{13}$  এবং  $\sin \theta < \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  হয়, তবে  $\frac{\tan \theta + \sec(-\theta)}{\cot \theta + \operatorname{cosec}(-\theta)}$  এর মান কত হবে? [Ans:  $\frac{3}{10}$  ]

5.  $x = r \sin(\theta + 45^\circ)$  এবং  $y = r \sin(\theta - 45^\circ)$  হয়, প্রমাণ কর যে,  $x^2 + y^2 = r^2$

### ● যোগিক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

1. যদি  $\tan \alpha + \tan \beta = a$  এবং  $\cot \alpha + \cot \beta = b$ , এবং  $\alpha + \beta = \theta$  প্রমাণ কর যে  $\tan \theta = \frac{ab}{a-b}$  [KUET]

2. যদি এবং  $\cot \alpha - \cot \beta = b$ , এবং  $\alpha + \beta = \theta$  প্রমাণ কর যে,  $\cot(\alpha + \beta) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

3. যদি  $A+B=\frac{\pi}{4}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $(1+\tan A)(1+\tan B)=2$  \*\*\*

4. যদি  $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = 1$ , তবে দেখাও যে,  $1 + \cot \alpha \cot \beta = 0$

5. যদি  $\sin \alpha = \frac{m^2 - n^2}{n^2 - m^2}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $\frac{\tan(\alpha - \beta) + \tan \beta}{1 - \tan(\alpha - \beta) \tan \beta} = \frac{m^2 - n^2}{2mn}$

6. যদি  $\theta + \emptyset = \alpha$  এবং  $\tan \theta = k \tan \emptyset$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\sin(\theta - \emptyset) = \frac{k-1}{k+1} \sin \alpha$  [KUET]

7. যদি  $\sqrt{2} \cos A = \cos B + \cos^3 B$  এবং  $\sqrt{2} \sin A = \sin B - \sin^3 B$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে  $\sin(A - B) = \pm \frac{1}{3}$

8. যদি  $\tan B = \frac{n \sin \alpha \cos \alpha}{1 - n \sin^2 \alpha}$  হয়,  $\tan(\alpha + \beta) = (1 - n) \tan \alpha$

9. যদি  $\tan \alpha = \frac{b}{a}$  হয়, তবে প্রমাণ কর  $a \cos \theta + b \sin \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(\theta - \alpha)$  \*\*\*

10.  $A + B + C = \pi$  এবং  $\cos A = \cos B \cos C$  হয়, তবে দেখাও যে,

11. Show that,

i.  $\tan A = \tan B + \tan C$

ii.  $\tan B \tan C = 2$

### ● সূত্রের রূপান্তর

1. Prove that,

i.  $\tan 54^\circ = \tan 36^\circ + 2 \tan 18^\circ$

ii.  $\tan 20^\circ \tan 40^\circ \tan 80^\circ = \sqrt{3}$

iii.  $\tan \frac{45^\circ + \theta}{2} \tan \frac{45^\circ - \theta}{2} = \frac{\sqrt{2} \cos \theta - 1}{\sqrt{2} \cos \theta + 1}$  [DUET]

2. যদি  $\sin 2\alpha = k \sin 2\theta$  হয়, তবে দেখাও যে  $\tan(\alpha - \theta) = \frac{k-1}{k+1} \tan(\alpha + \theta)$

3.  $\sin \alpha + \sin \beta = a$  এবং  $\cos \alpha + \cos \beta = b$  হয়, তবে দেখাও যে,

$$\sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{4 - a^2 - b^2}$$

4.  $\sin 2\alpha = k \sin 2\theta$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\tan \frac{1}{2}(\alpha - \theta) = \frac{k-1}{k+1} \tan(\alpha + \theta)$

### ● গুণিতক কোণ

1. প্রমাণ কর যে,  $\frac{\sqrt{3}}{\sin 20^\circ} - \frac{1}{\cos 20^\circ} = 4$  \*\*\*

2. প্রমাণ কর যে,  $\frac{\sqrt{3}}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$

3. প্রমাণ কর যে,

i.  $\sin^2(60^\circ + A) + \sin^2 A + \sin^2(60^\circ - A) = \frac{3}{2}$

ii.  $\sin^3 x + \sin^3(120^\circ + x) + \sin^3(240^\circ + x) = -\frac{3}{4} \sin 3x$

4. প্রমাণ কর যে,  $16 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{14\pi}{15} = 1$

5. প্রমাণ কর যে,  $\sec x = \frac{2}{\sqrt{2} \sqrt{2+2\cos 4x}}$

6. যদি  $2 \tan \alpha = 3 \tan \beta$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\tan(\alpha - \beta) = \frac{\sin 2\alpha}{5 - \cos 2\beta}$

7. যদি  $\tan \alpha = 2 \tan \beta$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\tan(\alpha + \beta) = \frac{3 \sin 2\alpha}{1 + 3 \cos 2\beta}$  \*\*\*

8. যদি  $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\phi}{2}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $\cos \phi = \frac{\cos \theta - e}{1 - e \cos \theta}$  [DUET]

• উপ-ভাগ e V

9. প্রমাণ কর যে,

$$\text{i. } 2\cos\frac{\pi}{16} = \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}$$

$$\text{ii. } 2\sin 67\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

$$\text{iii. } 2\sin 11^{\circ} 15' = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \quad [\text{DUET}]$$

$$\text{iv. } \cos 20^{\circ} \cos 40^{\circ} \cos 60^{\circ} \cos 80^{\circ} = \frac{1}{16} \quad [\text{DUET}]$$

10. যদি  $\sin \theta + \sin \varphi = a$  এবং  $\cos \theta + \cos \varphi = b$  হয়, তবে দেখাও যে,

$$\tan \frac{1}{2}(\theta - \varphi) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{4 - a^2 - b^2}{a^2 + b^2}}$$

11. যদি  $A + B \neq 0$  হয়  $\sin A + \sin B = 2\sin(A + B)$  তবে দেখাও যে,  $\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} = \frac{1}{3}$  \*\*\*

• ত্রিভুজের ধর্ম

1) যে কোন ত্রিভুজ ABC এ প্রমাণ কর যে,  $\tan \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{b+c} \cot \frac{A}{2}$

2) ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে,  $\sin \frac{B-C}{2} = \frac{b-c}{a} \cos \frac{A}{2}$

3) যদি ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে  $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$  হয়, তবে দেখাও যে,  $C = 45^{\circ}$  অথবা  $135^{\circ}$

4) ABC ত্রিভুজে  $(a+b+c)(b+c-a) = 3bc$  হলে,  $\angle A$  এর মান নির্ণয় কর। [KUET]

5) ত্রিভুজ ABC এ  $\cos A = \sin B - \sin C$  হলে, দেখাও যে ত্রিভুজটি সমকোণী।

6) ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে,

$$\text{(i). } a(\cos B + \cos C) = 2(b + c) \sin^2 \frac{A}{2}$$

$$\text{(ii). } (\cos C - \cos B) = \frac{2(b-c)}{a} \cos^2 \frac{A}{2} \quad ***$$

7)  $\triangle ABC$  এ  $A = 60^{\circ}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $b + c = 2a \cos \frac{B-C}{2}$

8)  $\triangle ABC$  এ  $C = 60^{\circ}$  হয়, তবে দেখাও যে,  $\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$

9) যদি  $\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$  হয় তবে দেখাও যে,  $C = 60^{\circ}$

10) যদি  $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$  হয় তবে দেখাও যে A কোণের মান কত ?

11) দেখাও যে, কোন ত্রিভুজের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য 3, 5, 7 একক হলে ত্রিভুজটি স্থূলকোণী এবং স্থূলকোণটির মান  $120^{\circ}$ ।

- 12) যেকোনত্রিভুজ ABC এ প্রমাণ কর যে,  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ , যেখানে R হচ্ছে ABC ত্রিভুজের পরিলিখিত বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

### • বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরন

1) প্রমাণ কর যে

- (i).  $\tan^{-1} \frac{7}{8} + \tan^{-1} 2 = \pi - \tan^{-1} \frac{23}{6}$
- (ii).  $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} 2$
- (iii).  $\tan^{-1} \frac{2}{3} = \frac{\pi}{2} - \sec^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (iv).  $\sin^{-1} \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{5}{13} - \cot^{-1} 2 = \tan^{-1} \frac{28}{29}$
- (v).  $4 \left( \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} + \cot^{-1} 3 \right) = \pi$
- (vi).  $\sec^2(\tan^{-1} 2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1} 3) = 15$  [KUET]
- (vii).  $\sin \cos^{-1} \tan \sec^{-1} \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{2y^2 - x^2}}{y}$
- (viii).  $\cos \tan^{-1} \sin \cot^{-1} x = \sqrt{\frac{1+x^2}{2+x^2}}$
- (ix).  $\sin^{-1}(\sqrt{2} \sin \theta) + \sin^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta}) = \frac{\pi}{2}$
- (x).  $\cos \tan^{-1} \cot \sin^{-1} x = x$  [BUET, KUET]
- (xi). যদি  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{\pi}{2}$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  

$$x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2} = 1$$
- (xii). যদি  $\sin^{-1} \frac{2a}{1+a^2} + \cos^{-1} \frac{1-b^2}{1+b^2} = 2\tan^{-1} x$  হয়, দেখাও  
যে,  $x = \frac{a-b}{1+ab}$  [CUET]

2) যদি  $A + B + C = \pi$ ,  $\tan^{-1} 2 = A$  এবং  $\tan^{-1} 3 = B$  হয়, তবে দেখাও যে,  $C = \frac{\pi}{4}$

3) যদি  $\sin(\pi \cos \theta) = \cos(\pi \sin \theta)$  হয়, তবে দেখাও যে  $\theta = \pm \frac{\pi}{4} + \cos^{-1} \frac{1}{2\sqrt{2}}$  \*\*\*

4) যদি  $\sin(\pi \cos \theta) = \cos(\pi \sin \theta)$  হয়, তবে দেখাও যে  $\theta = \pm \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{4}$  \*\*\*

5) সমাধান কর:

(i).  $\tan^{-1} \frac{x-1}{x-2} + \tan^{-1} \frac{x+1}{x+2} = \frac{\pi}{4}$  [ Ans:  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$  ]

(ii).  $\cos^{-1} - \sin^{-1} x = \sin^{-1}(1 - x)$  [ DUET ] [ Ans : 0, 1/2 ]

(iii).  $\cot \theta + \tan \theta = 2$  [DUET] [Ans:  $\theta = (4n + 1) \frac{\pi}{4}$  ]

## ক্যালকুলাস

### অন্তরীকরণ

1. ফাংশন, লিমিট, কন্টিনিউটি কাকে বলে?

2. X এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ করঃ

(a)  $\ln(e^x + e^{-x})$

(c)  $2x^\circ \cos 3x^\circ$

(b)  $\tan^{-1}(x e^x)$

(d)  $\sqrt{(\sin^{-1} x^5)}$

3. X এর সাপেক্ষে অন্তরজ নির্ণয় করঃ

(a)  $\tan^{-1} \frac{4\sqrt{x}}{1-4x}$

(c)  $\cot^{-1} \frac{1+x}{1-x}$

(d)  $e^{2\ln(\tan 5x)}$

(b)  $\tan^{-1} \frac{6\sqrt{x}}{1-9x}$

(e)  $\tan^{-1} \frac{4x}{1-4x^2}$

(f)  $\tan^{-1} \left( \frac{\cos x}{1+\sin x} \right)$

(g)  $\tan^{-1} \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}$

(h)  $\sin \left\{ 2 \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right\}$

4. X এর সাপেক্ষে derivative করঃ

(a)  $y = \tan^{-1} \frac{a+bx}{b-ax}$

(c)  $\tan^{-1}(x^2/e^x) + \tan^{-1}(e^x/x^2)$  [Ans: 0]

(b)  $y = (x^2 + 1)\tan^{-1} x - x$

5. X এর সাপেক্ষে derivative করঃ

(a)  $x^{\cos^{-1} x}$

(b)  $\log_{x^a}$

(c)  $x^{\sin x} + (\sin x)^x$

6. X এর সাপেক্ষে নিম্নলিখিত ফাংশন গুলির অন্তরজ নির্ণয় করঃ

(a)  $\ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$

(b)  $\ln \left\{ e^x \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^{1/2} \right\}$

(c)  $\ln \sqrt{\frac{1-\cot x}{1+\cot x}}$

(d)  $x^3 \sqrt{\frac{x^2+4}{x^2+3}}$

7.  $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$  এবং  $\tan y = \frac{2t}{1-t^2}$  হলে  $\frac{dy}{dx}$  এর মান কত? [Ans:  $\frac{dy}{dx} = 1$ ]
8. X কে পরিবর্তনশীল ধরে  $x^y = y^x$  এর অন্তরজ নির্ণয় কর। [Ans:  $\frac{dy}{dx} = -\frac{y^2}{x^2} \frac{(1-\ln x)}{(1-\ln y)}$ ]
9. X কে পরিবর্তনশীল ধরে  $x^y = e^{x-y}$  এর  $\frac{dy}{dx} = ?$  [Ans:  $\frac{\log x}{(1+\log x)^2}$ ]
10. If  $y = \tan(x+y)$  then prove that  $\frac{dy}{dx} = -(1 + \frac{1}{y^2})$
11.  $x^{\sin^{-1} x}$  অন্তক সহগ  $\sin^{-1} x$  এর সাপেক্ষে কত?

### ❖ পর্যায়ক্রমিক অন্তরীকরণ

1.  $y = \sec x$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $y_2 = y(2y^2 - 1)$
2.  $y = \tan x + \sec x$  হলে দেখাও যে,  $y_2 = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$
3.  $y = Ae^{mx} + Be^{-mx}$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $y_2 - m^2 y = 0$
4. যদি  $y = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  হলে, দেখাও যে,  $(\frac{dy}{dx})^2 = y^2 - 1$
5.  $y = \sin^{-1} x$  হলে, দেখাও যে,  $(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$
6.  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $(1 - x^2)y_2 - xy_1 + m^2 y = 0$

### Others

1.  $y = \frac{3x^2}{4x-1}$  বক্ররেখার উপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর; যেখানে  $\frac{dy}{dx} = 0$  [Ans: (1/2, 3/2)]
2.  $x$  এর সাপেক্ষে অন্তরীকরণ নির্ণয় কর:
- (i)  $\frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$  [Ans: 0]
3.  $y = (3x - 8)^6$  বক্ররেখার উপর একটি বিন্দুর ঢাল নির্ণয় কর যখন  $x = 3$  [Ans: 18]
4.  $y = 2 + \frac{12}{(3x-4)^2}$  বক্ররেখার (2,5) বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [Ans: -9]
5.  $y = \sqrt{x^2 - 4x + 8}$  বক্ররেখার উপর একটি বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর; যখন  $\frac{dy}{dx} = 0$  [Ans: (2,2)]
6.  $(\cos)^y = (\cos)^x$  হলে  $\frac{dy}{dx}$  এর মান নির্ণয় কর। [BUET] [Ans:  $\frac{\ln \sin x + y \tan x}{\ln \cos x - x \cot y}$ ]
7.  $y = 3$  সরলরেখার সমান্তরাল কোনো রেখা  $y = (x - 3)^3(x - 2)$  বক্ররেখার যে সমস্ত বিন্দুতে স্পর্শক সেই বিন্দুগুলোর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর। [Ans: (7/3, 4/27) and (3,0)]



8.  $y = x^3 - 3x + 2$  বক্ররেখার যে বিন্দুতে স্পর্শকগুলো  $X$  অক্ষের সমান্তরাল তাদের স্থানাংক নির্ণয় কর ।  
[ Ans: (1,0)(-1,4) ]
9.  $y = (x - 3)^2(x - 2)$  বক্ররেখার যে বিন্দুতে স্পর্শকগুলো  $X$  অক্ষের সমান্তরাল তাদের স্থানাংক নির্ণয় কর ।  
[ Ans : (7/3,4/27) and (3,0) ]
10.  $x^2 + 2ax + y^2 = 0$  বক্ররেখাটির উপর এমন বিন্দুগুলো নির্ণয় কর যেখানে স্পর্শকসমূহ ও অক্ষের উপর লম্ব হয় । [RUET] [Ans: (0,0) and (-2a , 0) ]
11.  $c$  এর মান কত হলে  $y = cx(1 + x)$  বক্ররেখার মূলবিন্দুতে তার স্পর্শক  $X$  অক্ষের সাথে  $30^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে । [ Ans:  $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$  ]
12.  $a$  এর মান কত হলে  $y = ax(1 - x)$  বক্ররেখার মূলবিন্দুতে তার স্পর্শক  $X$  অক্ষের সাথে  $60^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে । [Ans :  $\sqrt{3}$  ]
13.  $x^3 + xy^3 - 3x^2 + 4x + 5y + 2 = 0$  বক্ররেখার (1,-1) বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর । [ Ans :  $2x + 3y + 1=0$ ,  $3x - 2y - 5=0$  ]

### যোগজীকরণ

❖ সাধারণ ও প্রতিস্থাপন পদ্ধতি :

Type-1 :

1.  $\int \sec^2 x \operatorname{cosec}^2 x \, dx$  [Ans:  $\tan x - \cot x + c$  ]
2.  $\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx$  [RUET] [Ans:  $\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{32} + c$  ]
3.  $\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx$  [Ans:  $\frac{1}{4} \sin^4 x - \frac{1}{6} \sin^6 x + c$  ]
4.  $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} \, dx$  [Ans:  $x + c$  ]
5.  $\int \frac{1}{1 + \sin x} \, dx$  [BUET, RUET] [Ans :  $\tan x - \sec x + c$  ]
6.  $\int \frac{1}{1 - \sin x} \, dx$  [Ans :  $\tan x + \sec x + c$  ]
7.  $\int \frac{1}{1 + \cos x} \, dx$  [Ans:  $\tan \frac{x}{2} + c$  ]
8.  $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \, dx$  [Ans :  $\ln(e^x + e^{-x}) + c$  ]

9.  $\int \frac{e^{m \tan^{-1} x}}{(1+x^2)} dx$  [BUET] [Ans :  $\frac{1}{m} e^{m \tan^{-1} x} + c$ ]
10.  $\int \frac{e^{a \sin^{-1} x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$  [Ans :  $\frac{1}{a} e^{a \sin^{-1} x} + c$ ]
11.  $\int \frac{dx}{\frac{1}{x^2} - x^4}$  [Ans :  $2\sqrt{x} + 4\sqrt[4]{x} + 4\ln|\sqrt[4]{x} - 1| + c$ ]
12.  $\int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} dx$  [Ans :  $\frac{1}{6} (\tan^{-1} x^3)^2 + c$ ]
13.  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x}} dx$  [RUET] [Ans :  $\frac{2}{3} (1-x)^{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{1-x} + c$ ]
14.  $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+\sqrt[3]{x}}} dx$  [Ans :  $6 \left[ \frac{1}{7} x^{\frac{7}{6}} - \frac{1}{5} x^{\frac{5}{6}} + \frac{1}{3} \sqrt{x} - x^{\frac{1}{6}} + \tan^{-1} x^{\frac{1}{6}} \right] + c$ ]
15.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$  [BIT] [Ans :  $\frac{1}{3} \left\{ (x+1)^{\frac{3}{2}} - (x-1)^{\frac{3}{2}} \right\} + c$ ]
16.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + x}$  [Ans :  $2\ln|1 + \sqrt{x}| + c$ ]
17.  $\int \frac{dx}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}}$  [Ans :  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + c$ ]
18.  $\int \frac{x dx}{x^4+1}$  [Ans :  $\frac{1}{2} \tan^{-1} x^2 + c$ ]
19.  $\int \sin x^0 dx$  [Ans :  $\frac{-180}{\pi} \cos \frac{\pi x}{180} + c$ ]
20.  $\int \cos^4 x dx$  [Ans :  $\frac{1}{4} \left[ \frac{3x}{2} + \sin 2x + \frac{1}{8} \sin 4x \right] + c$ ]
21.  $\int \sin 5x \sin 3x dx$  [Ans :  $\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{16} \sin 8x + c$ ]
22.  $\int \frac{\tan x}{\ln(\cos x)} dx$  [Ans :  $-\ln|\ln|\cos x|| + c$ ]
23.  $\int \frac{e^{5x} + e^{3x}}{e^x + e^{-x}} dx$  [Ans :  $\frac{e^{4x}}{4} + c$ ]
24.  $\int \frac{dx}{1 + \tan x} dx$  [Ans :  $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \ln|\sin x + \cos x| + c$ ]
25.  $\int \frac{dx}{1 + \cot x} dx$  [Ans :  $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln|\sin x + \cos x| + c$ ]
26.  $\int \frac{\tan(\sin^{-1} x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$  [Ans :  $\ln|\sec(\sin^{-1} x)| + c$ ]
27.  $\int \frac{dx}{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}}$  [Ans :  $\frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 - x^2}} + c$ ]

28.  $\int \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$  [RUET] [Ans :  $\frac{x}{a^2\sqrt{(a^2+x^2)}} + c$  ]
29.  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}}$  [CUET] [Ans : ]
30.  $\int \frac{dx}{4x^2 + 5}$  [Ans :  $\frac{1}{2\sqrt{5}} \tan^{-1} \frac{2x}{\sqrt{5}} + c$ ]
31.  $\int \frac{5e^{2x}}{1 + e^{4x}} dx$  [Ans :  $\frac{5}{4} \tan^{-1}(e^{2x}) + c$  ]
32.  $\int \frac{dx}{x^2 - x + 1}$  [Ans :  $\frac{2}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \left( \frac{2x-1}{\sqrt{3}} \right) + c$  ]
33.  $\int \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$  [BUET] [Ans :  $\frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left( \frac{x^2-1}{\sqrt{2}x} \right) + c$ ]
34.  $\int \frac{d\theta}{1 + 3\cos^2\theta}$  [BUTEX] [Ans :  $\frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{1}{2} \tan\theta \right) + c$ ]
35.  $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$  [RUET] [Ans :  $\tan^{-1}(e^x) + c$  ]
36.  $\int \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) e^{x+\frac{1}{x}} dx$  [DUET] [Ans:  $e^{x+\frac{1}{x}} + c$  ]

Type-2:

37.  $\int \frac{dx}{9x^2 - 16}$  [Ans :  $\frac{1}{24} \ln \left| \frac{3x-4}{3x+4} \right| + c$ ]
38.  $\int \frac{dx}{16 - 25x^2}$  [Ans :  $\frac{1}{40} \ln \left| \frac{4+5x}{4-5x} \right| + c$  ]
39.  $\int \frac{dx}{5 + 4x - x^2}$  [KUET] [Ans :  $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{1+x}{5-x} \right|$  ]
40.  $\int \frac{x^2 - 1}{x^4 + 1} dx$  [Ans :  $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{x^2+1-\sqrt{2}x}{x^2+1+\sqrt{2}x} \right| + c$  ]
41.  $\int \frac{dx}{(x-3)\sqrt{x+1}}$  [Ans :  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+1}+2} \right| + c$  ]
42.  $\int \frac{dx}{x(x^4 - 1)}$  [CUET] [Ans :  $\frac{1}{4} \ln \left| 1 - \frac{1}{x^4} \right| + c$  ]

Type-3:

43.  $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x^2}}$  [Ans :  $\frac{1}{\sqrt{3}} \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{3}{2}} x \right)$  ]
44.  $\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x^2}}$  [Ans :  $\frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{4x}{3} + c$  ]

$$45. \int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}} \quad [\text{Ans : } \sin^{-1} \left( \frac{x-2}{2} \right) + c]$$

$$46. \int \frac{x^3}{\sqrt{a^8-x^8}} dx \quad [\text{Ans : } \frac{1}{4} \sin^{-1} \frac{x^4}{a^4} + c]$$

$$47. \int \frac{\sin x}{\sqrt{5-\cos^2 x}} dx \quad [\text{Ans: } -\sin^{-1} \frac{\cos}{\sqrt{5}} + c]$$

Type-4:

$$48. \int \frac{dx}{\sqrt{2x+x^2}} \quad [\text{Ans : } \ln |(x+1) + \sqrt{2x+a^2}| + c]$$

$$49. \int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}+1}} \quad [\text{Ans : } \ln |e^x + \sqrt{e^{2x}+1}| + c]$$

Type -5:

$$50. \int \sqrt{1-9x^2} dx \quad [\text{Ans : } \frac{x\sqrt{1-9x^2}}{2} + \frac{1}{6} \sin^{-1} \frac{3x}{4} + c]$$

$$51. \int \sqrt{16-9x^2} dx \quad [\text{Ans : } 3 \left[ \frac{x\sqrt{\frac{16}{9}-x^2}}{2} + \frac{16}{18} \sin^{-1} \frac{3x}{4} \right] + c]$$

$$52. \int \sqrt{2ax-x^2} dx \quad [\text{Ans : } \frac{(x-a)\sqrt{2ax-x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x-a}{a} + c]$$

সংখ্য যোগজীকরণ

Type – 1 :

$$53. \int e^x \left\{ \frac{1}{1-x} - \frac{1}{(1-x)^2} \right\} dx \quad [\text{Ans: } \frac{e^x}{1-x}]$$

$$54. \int e^x \left\{ \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right\} dx \quad [\text{Ans: } \frac{e^x}{x}]$$

$$55. \int \frac{xe^x}{(x+1)^2} dx \quad [\text{DUET, BUET, RUET, CUET}] \quad [\text{Ans: } \frac{e^x}{x+1}]$$

$$56. \int e^x (\tan x - \ln |\cos x|) dx \quad [\text{DUET}] \quad [\text{Ans: } e^x \ln |\sec x|]$$

$$57. \int e^x \frac{(x+1)}{(x+2)^2} dx \quad [\text{Ans: } \frac{e^x}{x+2}]$$

Type – 2:

- $\int e^x \sin 2x \, dx$  [Ans:  $\frac{e^x}{5} (\sin 2x - 2\cos 2x)$  ]
- $\int e^{-3x} \cos 4x \, dx$  [Ans:  $\frac{e^{-3x}}{25} (4\sin 4x - 3\cos 4x)$  ]

Type – 3 :

- $\int x \sin^{-1} x^2 \, dx$  [KUET, CUET, RUET] [Ans:  $\frac{x^2}{2} \sin^{-1}(x^2) + \frac{\sqrt{1-x^4}}{2} + c$  ]
- $\int x \cos^{-1} x^2 \, dx$  [Ans:  $\frac{x^2 \cos^{-1}(x^2)}{2} - \frac{\sqrt{1-x^4}}{2} + c$  ]
- $\int x \tan^{-1} x \, dx$  [Ans:  $\frac{(x^2+1)\tan^{-1}x}{2} - \frac{x}{2} + c$  ]
- $\int x \sin^{-1} x \, dx$  [Ans:  $\frac{1}{2} x^2 \sin^{-1} x - \frac{1}{4} \sin^{-1} x + \frac{1}{4} x \sqrt{1-x^2} + c$  ]

Others

- $\int \frac{e^{x(x+1)}}{\cos^2(xe^x)} \, dx$  [Ans:  $\tan(xe^x) + c$  ]
- $\int (2x^2 + 1) \sin^2(2x^3 + 3x) \, dx$  [Ans:  $\frac{1}{6}(2x^3+3x) - \frac{1}{12} \sin^2 2(2x^3+3x) + c$  ]
- $\int \frac{x^{e-1} + e^{x-1}}{x^e + e^x} \, dx$  [Ans:  $\frac{1}{e} \log(x^e + e^x) + c$  ]
- $\int \frac{1}{(1+x)\sqrt{1-x^2}} \, dx$  [Ans:  $-\sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + c$  ]
- $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \, dx$  [Ans:  $\sin^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$  ]

নির্দিষ্ট যোগজ নির্ণয়:

- $\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$  [RUET, BUTEX] [Ans:  $\frac{\pi a^2}{4}$  ]
- $\int_0^4 \sqrt{16 - x^2} \, dx$  [BIT] [Ans:  $4\pi$  ]
- $\int_0^4 y \sqrt{4 - y} \, dy$  [BUET, BUTEX] [Ans:  $\frac{128}{15}$  ]
- $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \sqrt{\cos x} \, dx$  [KUET] [Ans:  $\frac{8}{21}$  ]
- $\int_0^{\pi/2} \cos^3 x \sqrt{\sin x} \, dx$  [BUET, RUET] [Ans:  $\frac{8}{21}$  ]
- $\int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\cos^5 x}{\sin^7 x} \, dx$  [BUET] [Ans:  $1/162$  ]

7.  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 \theta}{\sqrt{\sin \theta}} dx$  [RUET] [ Ans: 8/5 ]
8.  $\int_0^1 \frac{(\tan^{-1})^2}{1+x^2} dx$  [ Ans:  $\frac{\pi^3}{192}$  ]
9.  $\int_0^1 \frac{(\cos^{-1})^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$  [ Ans:  $\frac{\pi^4}{64}$  ]
10.  $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{9 - \sin^2 x} dx$  [ Ans:  $\frac{1}{6} \ln 2$  ]
11.  $\int_1^{\sqrt{3}} x \tan^{-1} x dx$  [ Ans:  $\frac{1}{12} (5\pi - 6\sqrt{3} + 6)$  ]
12.  $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{3x-x^2}} dx$  [CUET,RUET ,BUET ] [ Ans:  $\pi$  ]
13.  $\int_0^1 \frac{2x(\tan^{-1} x^2)^3}{1+x^4} dx$  [ Ans:  $\frac{\pi^4}{1024}$  ]
14.  $\int_0^{\sqrt{e}} x \ln x dx$  [DUET] [ Ans: 1/4 ]
15.  $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x} dx$  [BUET] [ Ans:  $\ln 3/2$  ]
16.  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$  [KUET] [ Ans:  $\tan^{-1} e - \frac{\pi}{4}$  ]
17.  $\int_0^{e^2} \frac{dx}{x(1+\ln x)^2} dx$  [RUET] [ Ans: 2/3 ]
18.  $\int_2^e \left\{ \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{(\ln x)^2} \right\} dx$  [DUET,BUET,BIT] [ Ans:  $e - \frac{2}{\ln 2}$  ]
19.  $\int_0^1 \frac{x}{1+x^4} dx$  [ Ans:  $\frac{\pi}{8}$  ]
20.  $\int_0^1 x e^{x^2} dx$  [ Ans:  $\frac{1}{2} (e - 1)$  ]
21.  $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x dx}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$  [BUET,KUET] [ Ans:  $\frac{\pi}{4}$  ]
22.  $\int_0^a \frac{a^2 - x^2}{(a^2 + x^2)^2} dx$  [BUET] [ Ans:  $\frac{1}{2a}$  ]
23.  $\int_0^1 \frac{1-x}{1+x} dx$  [ Ans:  $\ln \left( \frac{e}{4} \right)$  ]
24.  $\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} dx$  [ Ans:  $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2$  ]
25.  $\int_0^1 \frac{\cos x}{(1+\cos x)(2+\sin x)} dx$  [BIT,CUET] [ Ans:  $\ln 4/3$  ]
26.  $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}}$  [BUET] [ Ans:  $\sqrt{3}/4$  ]
27.  $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{dx}{x \sqrt{4x^2-1}}$  [BUET] [ Ans:  $\sin(1/2) - \sin^{-1}(1/4)$  ]
28.  $\int_{-1}^1 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$  [ Ans:  $\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}/2$  ]
29.  $\int_a^b \frac{\log x}{x} dx$  [ Ans :  $\frac{1}{2} \log(ab) \cdot \log \left( \frac{b}{a} \right)$  ]