



Trabalho I Controle Automático I

Prof. Fernando Passold

1 Objetivo

O objetivo geral deste trabalho é avaliar o conhecimento adquirido na primeira parte da disciplina associado com equações diferenciais e transformada de Laplace e seu uso para análise de sistemas.

2 Execução

Este trabalho está previsto para ser executado em duplas de alunos ou no máximo, equipes de 3. Cada equipe devolve para o professor um arquivo PDF contendo a resolução do mesmo. Não se exige nenhuma “capa” para este trabalho, nem nenhuma formatação especial, mas sugere-se uso de fonte tamanho 10 pt, espaçamento 1,2. Os gráficos podem ser traçados usando software como o Matlab, Octave Ou Scilab.

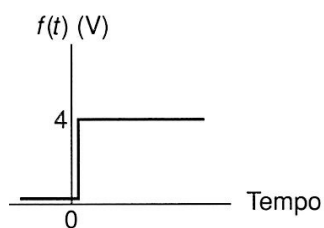
Data de entrega: 03 de novembro de 2022.

3 Avaliação

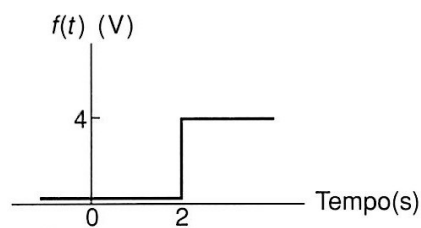
Todos os itens valem 1,0 ponto, exceto os itens 6 e 8 que valem 2,0 pontos cada um.

4 Itens

- 1) As figuras 1 e 2 a seguir ilustram várias formas comuns de sinais de entrada para sistemas. Usando alguma tabela de Transformadas de Laplace, deduza as transformadas de Laplace para estes sinais.

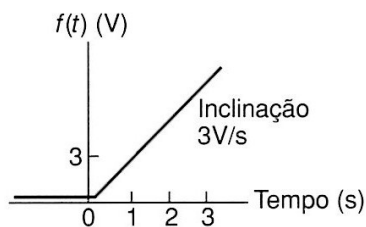


(a) função degrau de amplitude 4 Volts;

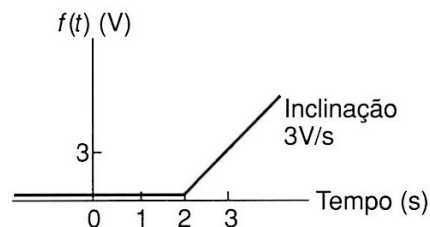


(b) função degrau atrasada de 2 segundos e amplitude de 4 Volts;

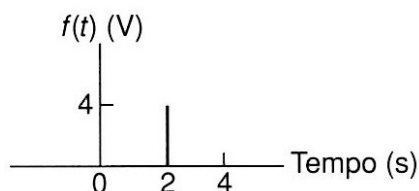
Figura 1: Formas de onda – item (1).



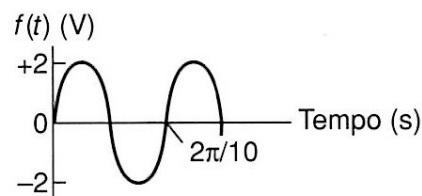
(c) função rampa, com "slope" de 3 Volts/s;



(d) função rampa deslocada (atrasada) no tempo em 2 segundos e com "slope" de 3 Volts/s;



(e) tensão impulso de amplitude 4 Volts no instante de tempo $t = 3$ segundos;



(f) onda senoidal de amplitude de 2 Volts de pico e frequência de 10 Hz.

Figura 2: Formas de onda – item (1).

2) Trace gráficos (separados) das funções abaixo (no domínio tempo) e determine suas transformadas de Laplace:

a) $y(t) = 2 \cdot e^{-a \cdot t}$

b) $y(t) = 2 \cdot e^{+a \cdot t}$

c) $y(t) = 2(1 - e^{-a \cdot t})$

d) $y(t) = t^2$.

e) $y(t) = t^2 e^{-at}$.

Obs.: supor que $a = 1/4$.

3) Determine as transformas inversas de Laplace para:

a) $Y(S) = \frac{2}{s}$

b) $Y(s) = \frac{3}{2s + 1}$

c) $Y(s) = \frac{s}{s - 5}$

4) Use transformada de Laplace para resolver a seguinte equação diferencial:

$$3 \frac{dx}{dt} + 2x = 4$$

Obs.: $x = 0$ em $t = 0$.

- 5) Em certo circuito alimentado por uma tensão de entrada $e(t)$, a tensão $v_c(t)$ desenvolvida num capacitor é dada por:

$$e(t) = RC \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t)$$

A tensão (d.d.p.) no capacitor, no instante $t = 0$ é igual à $v_c(t = 0) = 0$ Volts. Use a transformada de Laplace para resolver a equação anterior (isto é, descubra a equação para $V_c(s)$) e trace um gráfico de $v_c(t)$ depois que uma tensão de alimentação (degrau) de amplitude U é aplicada no circuito no instante $t = 0$. Ressalte (indique) no gráfico, os valores de $v_c(t)$ quando:

- $t = \tau$;
- $t = 2\tau$;
- $t = 3\tau$;
- $t = 4\tau$, e;
- $t = 5\tau$.

onde $\tau = RC = 0,5$ segundos, e corresponde à constante de tempo deste sistema; considerar $U = 1,0$ Volts.

Ainda: determine para qual valor de t , múltiplo de τ (sub-itens anteriores), o sistema pode ser caracterizado como “estabilizado”, isto é, sua tensão de saída não varia mais que 2%? E se este critério de estabilização fosse modificado para 5%, qual seria o valor de t ?

- 6) Suponha a seguinte função transferência:

$$G(s) = \frac{K}{s + a}$$

Esta equação define a resposta de um sistema de primeira ordem com pólo (raiz do denominador) em $s = -a$. Suponha que na entrada deste sistema é colocado o sinal degrau de amplitude b . Como este sistema responde (ou, como fica o gráfico da resposta deste sistema), quando:

- $a = 1/2$ (pólo em $s = -0,5$);
- $a = 1$ (pólo em $s = -1$);
- $a = 2$ (pólo em $s = -2$);
- $a = 8$ (pólo em $s = -8$);
- e se $a = -1/10$ (pólo em $s = 0,1$) ?

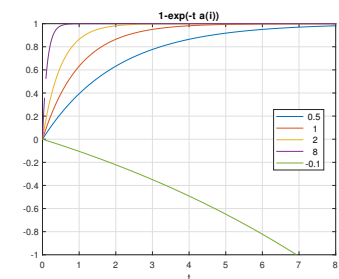


Figura 3: Gráfico esperado para item (6).

Note que será necessário realizar (mostrar) os seguintes cálculos:

- Deduzir $Y(s) = R(s) \cdot G(s)$, onde: $Y(s)$ = resposta do sistema (ainda no plano-s); $R(s)$ = transformada de Laplace do sinal de entrada (no caso, um degrau de amplitude b).
- Uma vez calculado $Y(s)$ será necessário determinar $y(t)$ fazendo: $y(t) = \mathcal{L}^{-1} \{Y(s)\}$.
- Uma vez encontrada a equação “genérica” para $y(t)$, variar os valores de a e traçar os diferentes gráficos.

Obs.: gere um gráfico contendo 5 curvas (uma para cada sub-item anterior), onde o que varia é o valor de a . Acrescente uma legenda para permitir que o leitor associe certa curva (cor e estilo de traçado diferente) para cada valor diferente de a . Ainda: para todos os gráficos, variar t entre 0 à 8 segundos, e considerar $K = 1$ e $b = 1$.

Ainda: Você consegue extrair uma conclusão à respeito de como identificar rapidamente o pólo mais lento (ou instável) num sistema, apenas visualizando o plano-s do mesmo?

7) Determine $f(t)$ para a expressão abaixo:

$$F(s) = \frac{s+5}{s^2+3s+2}$$

Obs.: Será necessário realizar expansão em frações parciais. Você será obrigado a determinar (algebricamente): $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$.

8) Considere agora um circuito RC ao qual é aplicada uma tensão $e(t)$ (de entrada) no formato de rampa. A equação que permite prever a tensão desenvolvida nos terminais do capacitor, $v_c(t)$, é dada por:

$$e(t) = RC \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t)$$

Obs.: quando $t = 0$, $e(t) = 0$ e $v_c(t) = 0$ (capacitor inicia descarregado).

O “slope” (taxa/razão de incremento) da rampa é dada pelo valor V (cte), isto é, a cada 1 segundo, a tensão $e(t)$ é incrementada de V Volts.

Pede-se:

- Obtenha a função transferência $G(s) = \frac{V_c(s)}{E(s)}$. Ela relaciona tensão (d.d.p.) no capacitor \times tensão aplicada na entrada do circuito;
- Determine $V_c(s)$ quando $E(s)$ é uma rampa com razão (“slope”) de V Volts;
- Determine $v_c(t)$, calculando $\mathcal{L}^{-1}\{V_c(s)\}$, usando o $V_c(s)$ determinado no item anterior. Dica: será necessário realizar expansão em frações parciais.
- Trace um gráfico contendo 2 curvas: uma linha tracejada deve representar $e(t)$ (tensão aplicada no circuito) e a outra curva (linha contínua), deve representar $v_c(t)$, a tensão desenvolvida pelo capacitor.

Obs.: Deve ser obtida uma figura similar à mostrada ao lado.

Considerar os seguintes valores para este item: $R=10\text{ K}\Omega$, $C=100\text{ }\mu\text{F}$ e $V=1,0\text{ Volts/segundo}$.

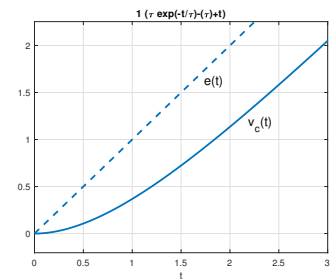


Figura 4: Gráfico esperado para item (d).