Controle Automático I

TRABALHO #1

Engenharia Elétrica
Prof. Fernando Passold

Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é avaliar o conhecimento adquirido na primeira parte da disciplina associado com equações diferenciais e transformada de Laplace e seu uso para análise de sistemas.

Execução

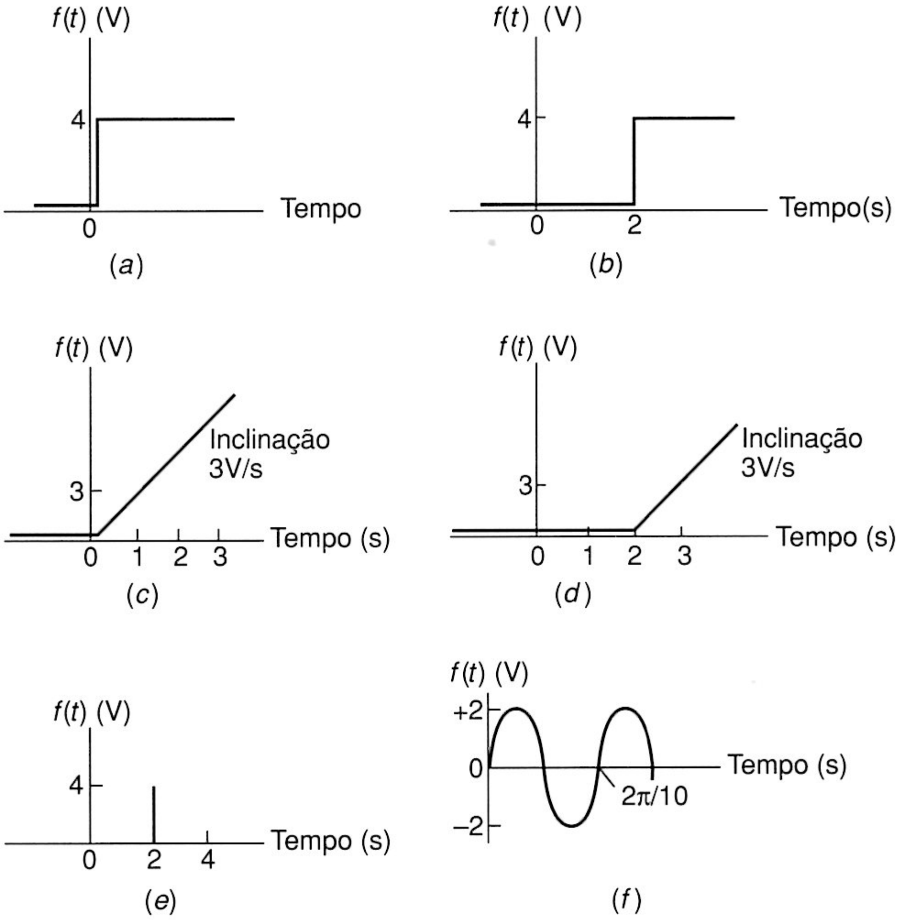
Este trabalho está previsto para ser executado em duplas de alunos ou no máximo, em equipes de 3 alunos. Cada equipe devolve para o professor um arquivo PDF contendo a resolução das questões.
Não se exige nenhuma "capa" para este trabalho, nem nenhuma formatação especial, mas sugere-se uso de fonte tamanho 10 pt, espaçamento 1,1. Os gráficos podem ser traçados usando software como o Matlab ou Octave.

Data de entrega: 09/05/2025 .

Pontuação
Todos os itens valem 1,0 ponto, com excessão do item 7 que vale 2,0 pontos.

ITENS:

1) A figura abaixo ilustra várias formas comuns de sinais de entrada para sistemas. Com auxílio de tabela, deduza as Transformadas de Laplace para estes sinais.



Obs.: (a) função degrau de amplitude 4 Volts; (b) função degrau atrasada de 2 segundos e amplitude de 4 Volts; (c) função rampa, com razão/taxa de 3 Volts/segundo; (d) função rampa deslocada (atrasada) no tempo em 2 segundos e com razão de 3 Volts/segundo; (e) impulso de amplitude 4 Volts no instante de tempo t = 3 segundos; (f) onda senoidal de amplitude de 2 Volts de pico e frequência de 10 Hz.

2) Use MATLAB/Octave (o outro software) para traçar gráficos (temporais) das funções abaixo. Também determine suas transformadas de Laplace:
   a) $y(t) = t^2$ $(0 < t < 4$ segundos);
   b) $y(t) = t^2 e^{-at}$ $(0 < t < 10$ segundos);
   c) $y(t) = t^2 \left(1 + e^{-at}\right)$ $(0 < t < 5$ segundos).

   Obs.: Suponha que $a = \{0.5, 1, 2, 4\}$ (4 valores à serem simulados); apresente 4 curvas (com legendas) num mesmo gráfico para cada um dos itens anteriores..

3) Determine as transformas inversas de Laplace para:

a) $Y(s) = \frac{2}{s}$.

b) $Y(s) = \frac{3}{2s+1}$.

c) $Y(s) = \frac{2}{s-5}$.

4) Use a transformada de Laplace para resolver a seguinte equação diferencial:

$3\frac{dx}{dt} + 2x = 4$,

com $x = 0$ em $t = 0$.

5) Para um **degrau** de amplitude E aplicado no instante $t = 0$ em um circuito RC (série), a equação diferencial para a d.d.p. no capacitor, V_C, é dada por:

$E \cdot u(t) = RC\frac{d\,V_C(t)}{dt} + V_C(t)$ (eq. 1)

$V_C(t) = 0$, é zero em $t = 0$ (isto é, o capacitor inicia descarregado; $u(t)$ = degrau unitário).

a) Usar transformada de Laplace para deduzir a equação de $v_C(t)$ (eq. 1) — apresente a dedução.

b) Apresente um gráfico mostrando como varia a tensão $v_C(t)$, depois de aplicada a tensão degrau de amplitude $E = 5$ Volts. Ressalte no mesmo gráfico, o valor de $v_C(t)$ comparado percentualmente com E quando: a) $t = \tau$ (uma constante de tempo), b) $t = 2\tau$ (2 constantes de tempo), e c) $t = 4\tau$ (4 constantes de tempo); O termo $RC = \tau$, corresponde a constante de tempo deste sistema. Supor $R = 10$ KΩ e $C = 50$ μF.

6) Realizar a expansão em frações parciais da função abaixo:

$F(s) = \frac{s+5}{s^2+3s+2}$

Obs.: Você pode usar as funções `roots()` e `residue()` do MATLAB.

7) Considere um circuito RC série com uma tensão de entrada (V_{in}) em **rampa**. A equação diferencial para a d.d.p. no capacitor, V_C, é dada por:

$RC\frac{d\,V_C}{dt} + V_C = V_{in}$

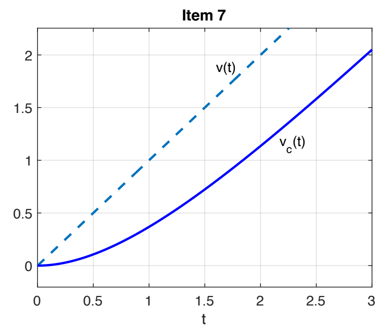
Obs.: quando $t = 0$, o valor (inicial) de V_C é zero (capacitor inicia descarregado).

a) Desenvolva a função transferência que define $V_C(s)/V_{in}(s)$.

b) Determine $V_C(s)$ quando $V_{in}(s)$ é uma rampa de razão de amplitude V (Volts/s).

c) Determine $v_C(t)$ fazendo $\mathscr{L}^{-1}\{V_C(s)\}$, usando $V_C(s)$ determinado no item anterior.
Dica: será necessário fazer uso de frações parciais.

d) Por fim, trace um esboço gráfico com 2 curvas, uma tracejada para $v_{in}(t)$ e outro traço contínuo para $v_C(t)$. Considere neste caso: R=10 KΩ, C=100 μF, e V = 1,0 Volt/segundo. Trace o gráfico para $0 \le t \le 3\tau$, onde $\tau = RC$ corresponde a constante de tempo deste sistema. Ressalte no mesmo gráfico o valor de v_C comparado com v quando d.1) $t = \tau$, d.2) $t = 2\tau$ e d.3) $t = 3\tau$.
Obs.: Para o item (d) é esperada uma figura semelhante à mostrada ao lado da questão.



Fim.