

*Eng. Elétrica / Controle Automático II*

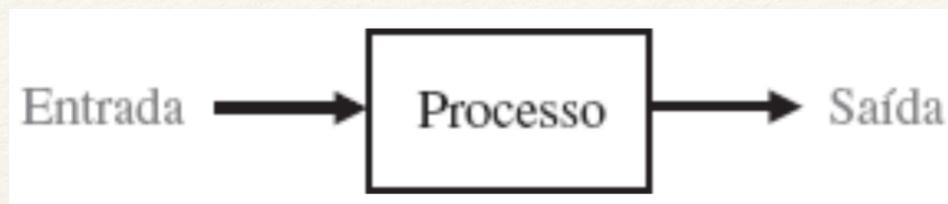
---

# Introdução Ações de Controle

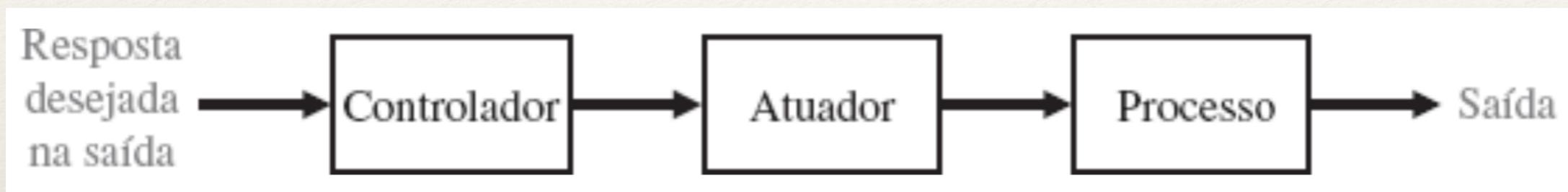
---

Prof. Fernando Passold

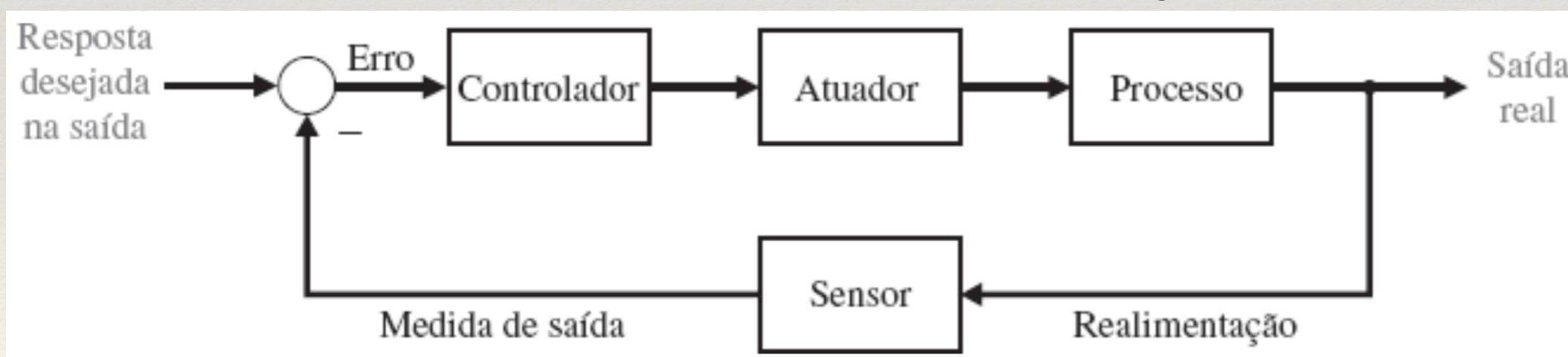
# Malhas de controle



Malha aberta (sem nenhum controle ou realimentação):

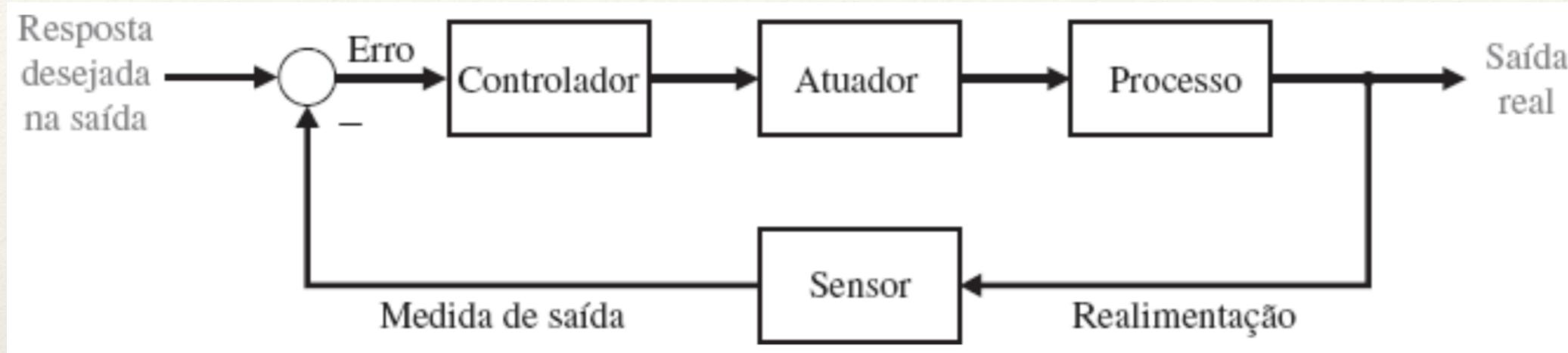


Malha fechando (acrescentando controle ou realimentação):

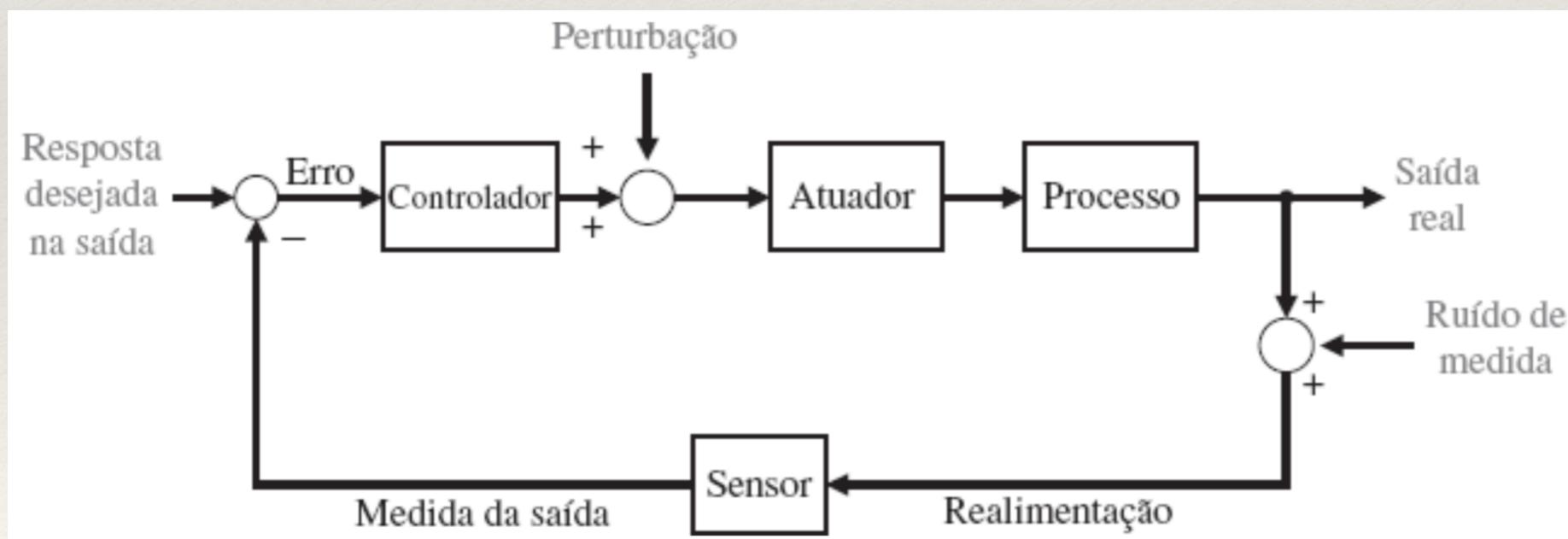


# Malhas de controle

Malha fechando (acrescentando controle ou realimentação):

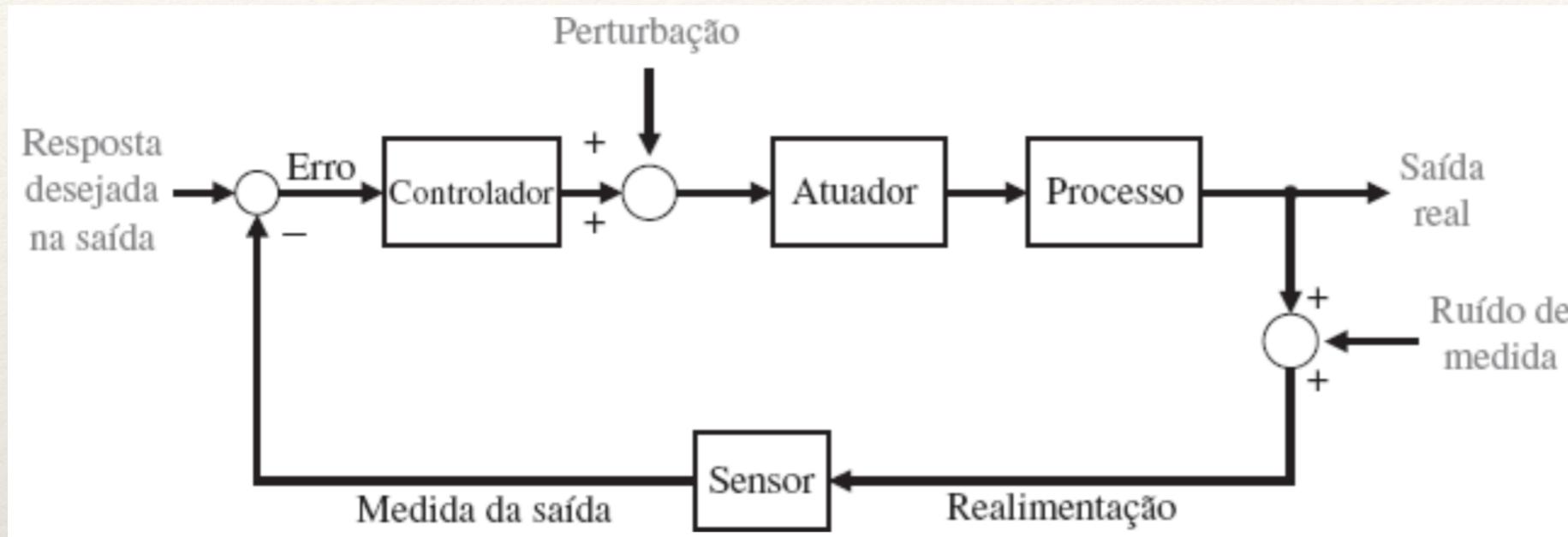


Acrescentando componentes (aproximando do “mundo real”):

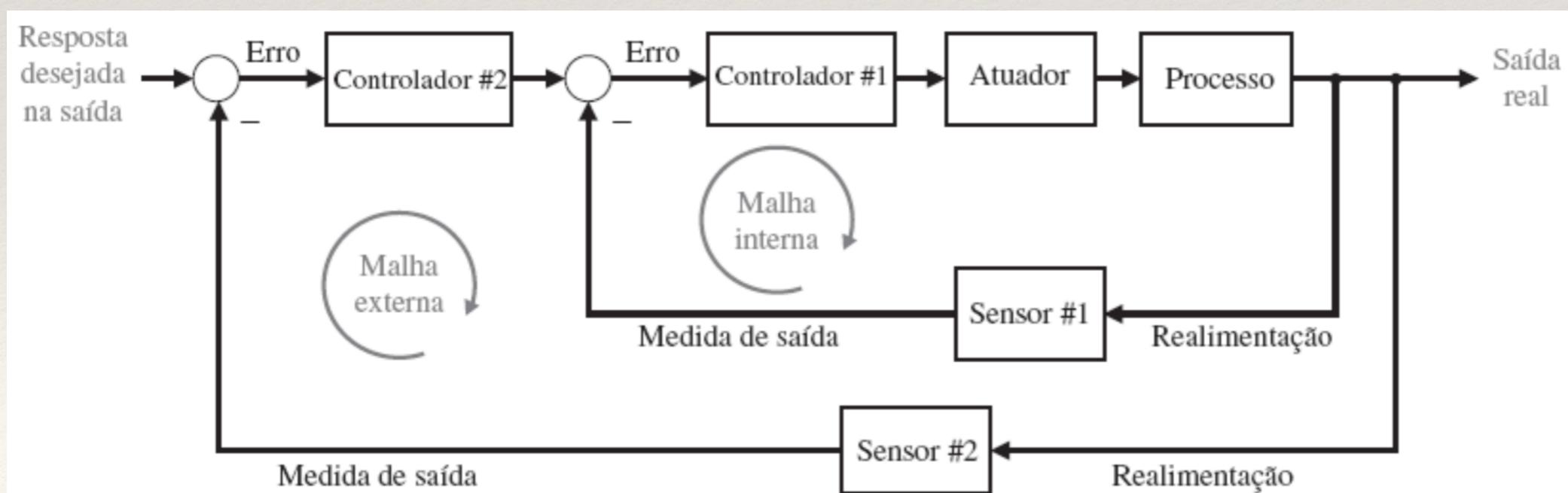


# Malhas de controle

Acrescentando componentes (aproximando do “mundo real”):

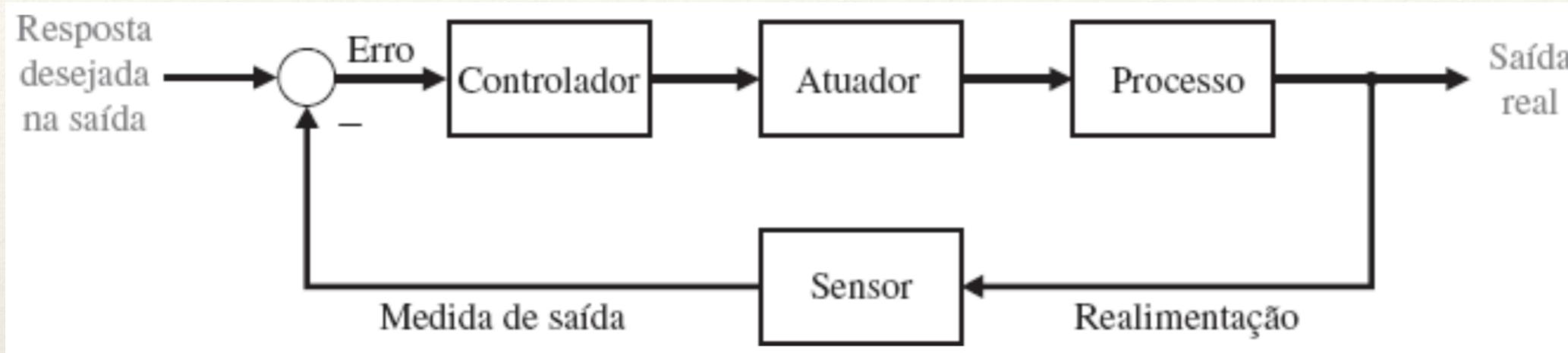


Sistemas com mais de uma realimentação:

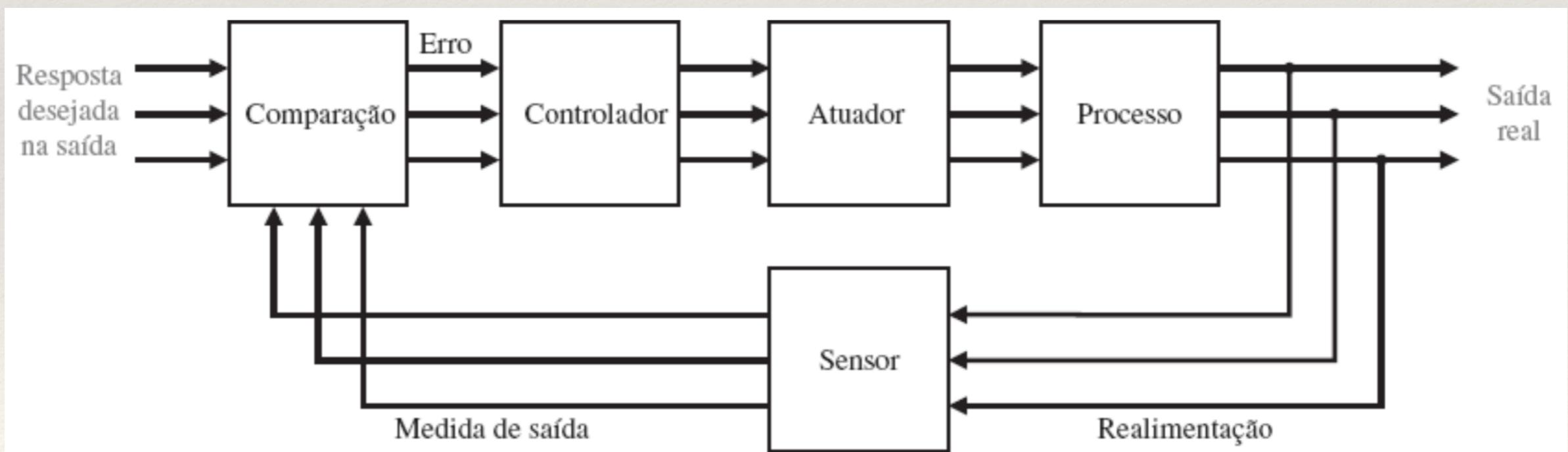


# Malhas de controle

Malha fechando (acrescentando controle ou realimentação):

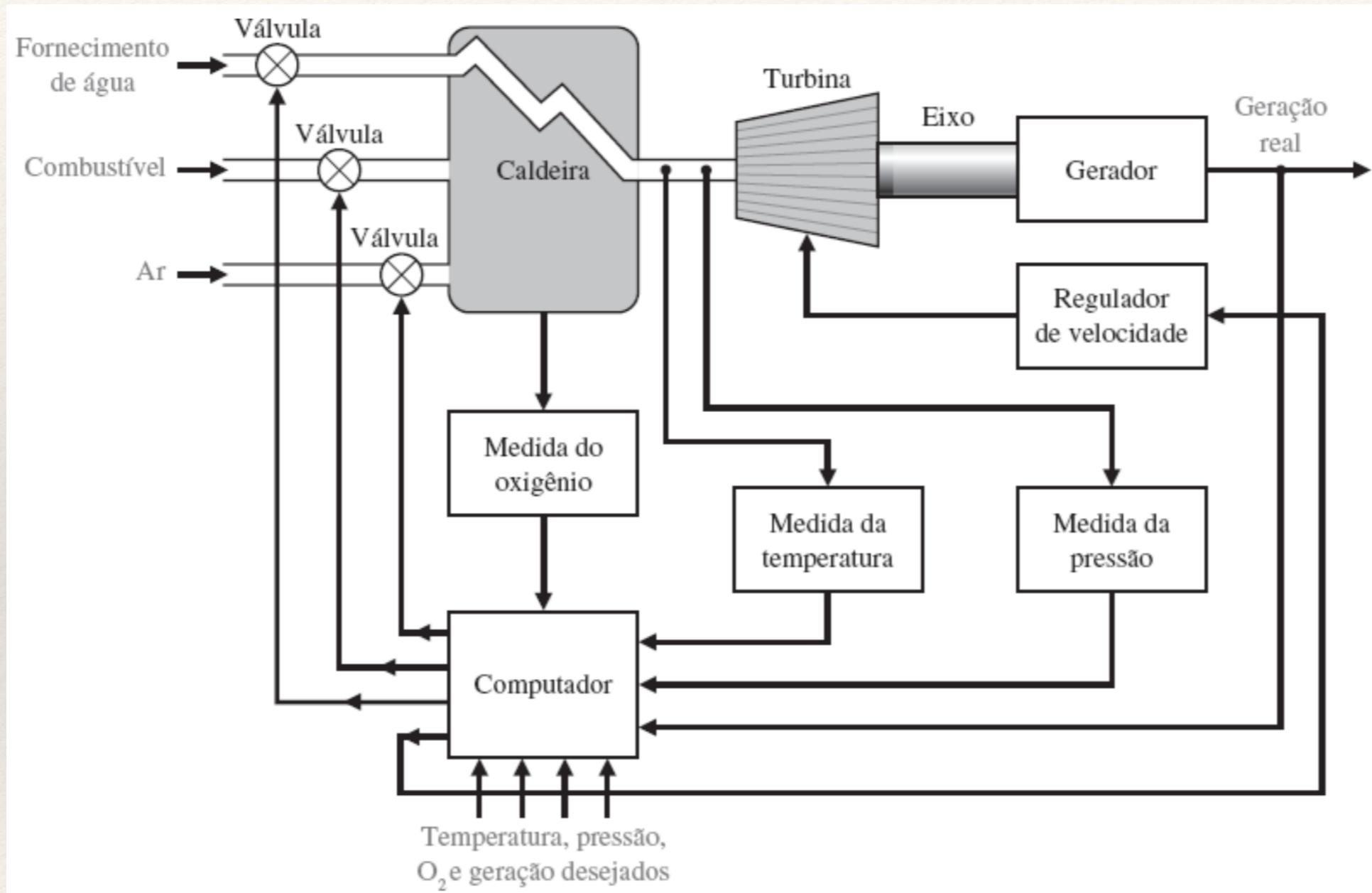


Sistema “MIMO”:



# Malhas de controle

Exemplo:

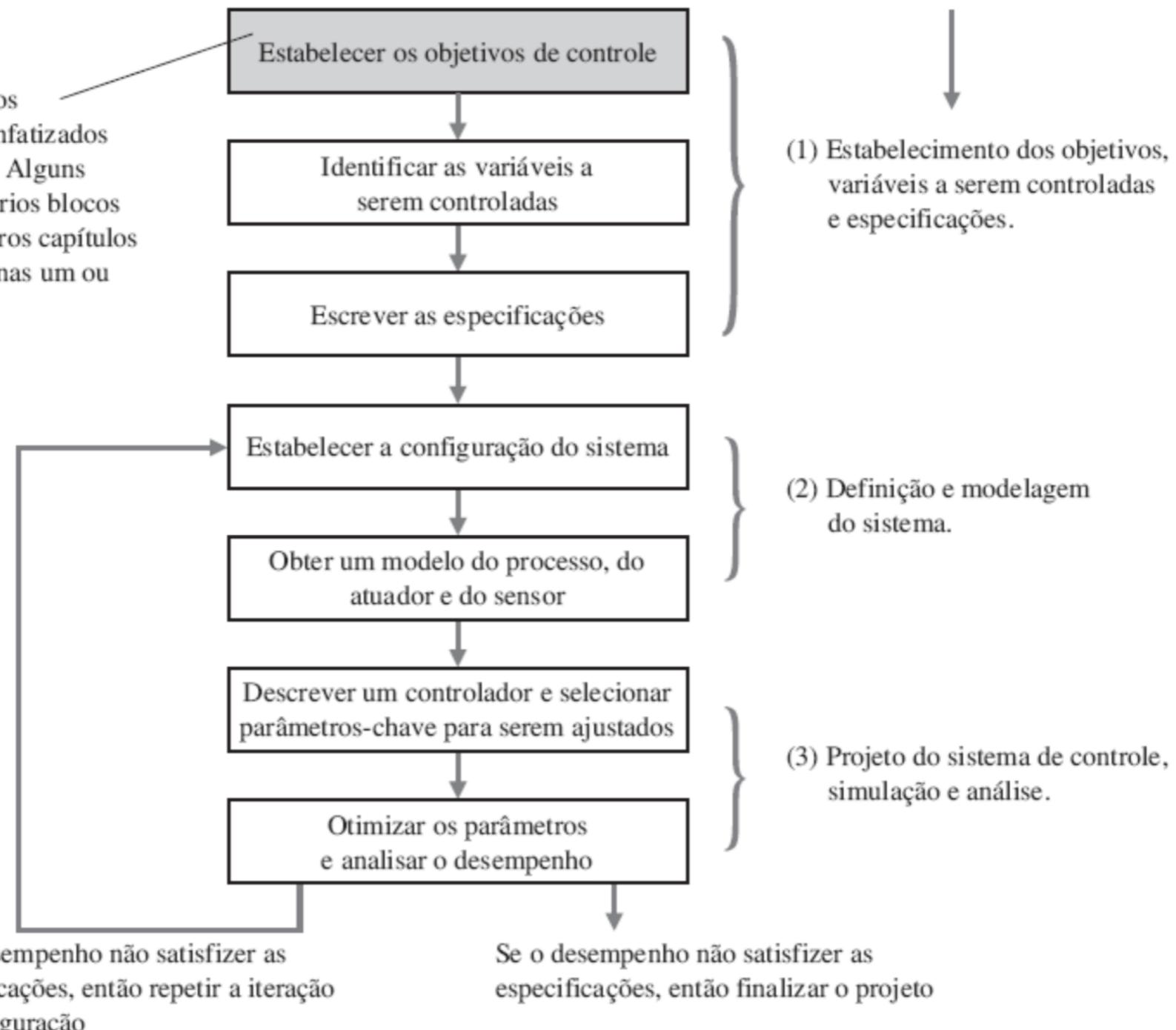


# Projeto de um Sistema de Controle



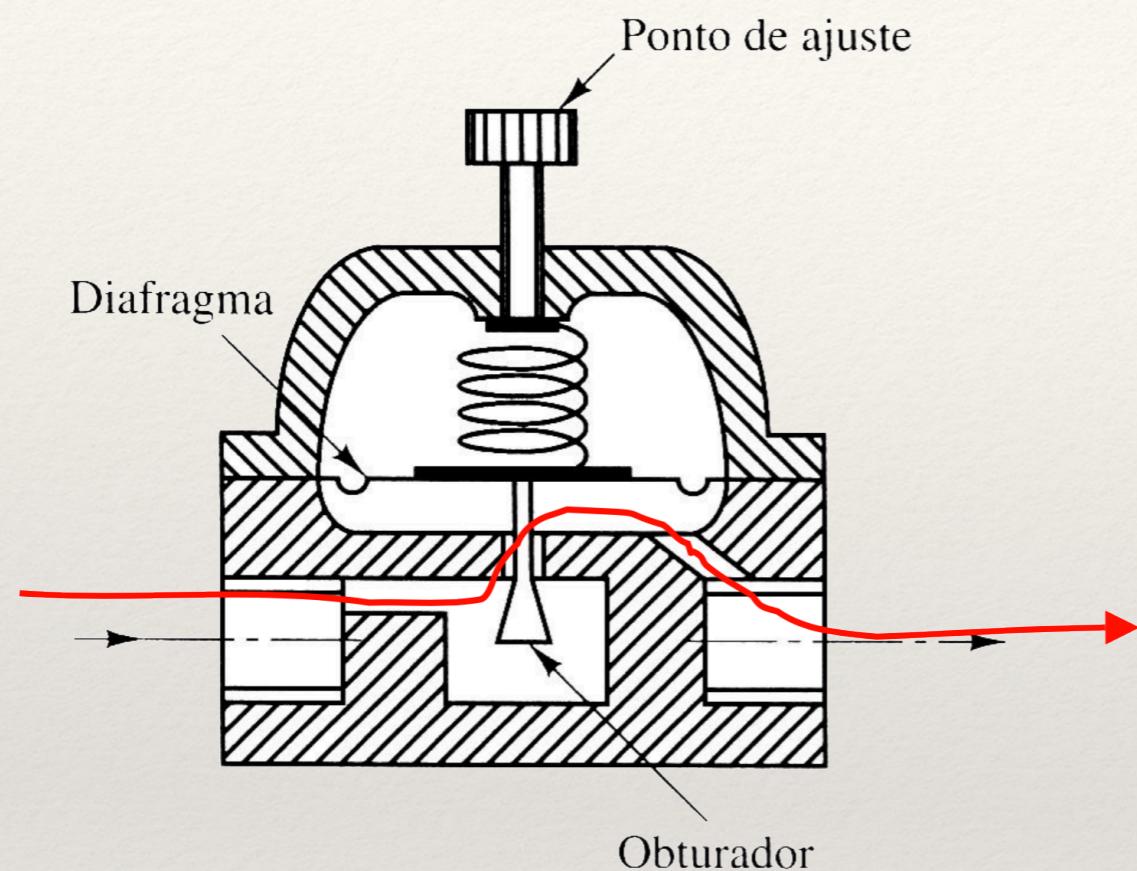
Tópicos enfatizados neste exemplo

A sombra indica os tópicos que são enfatizados em cada capítulo. Alguns capítulos terão vários blocos sombreados e outros capítulos irão enfatizar apenas um ou dois blocos.

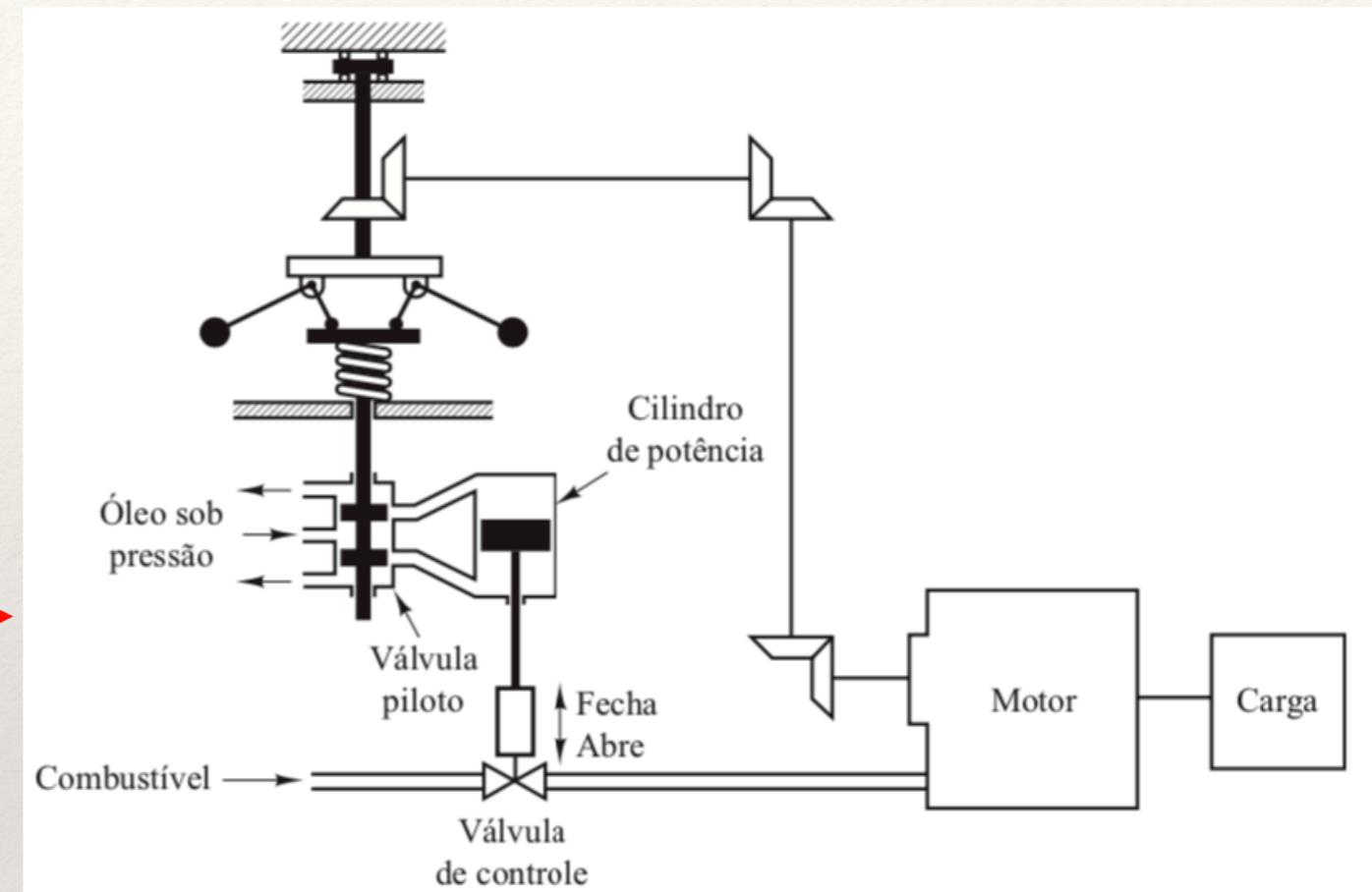


# Controladores

Mecânicos:



Válvula redutora de pressão.  
(Controlador auto-operado)

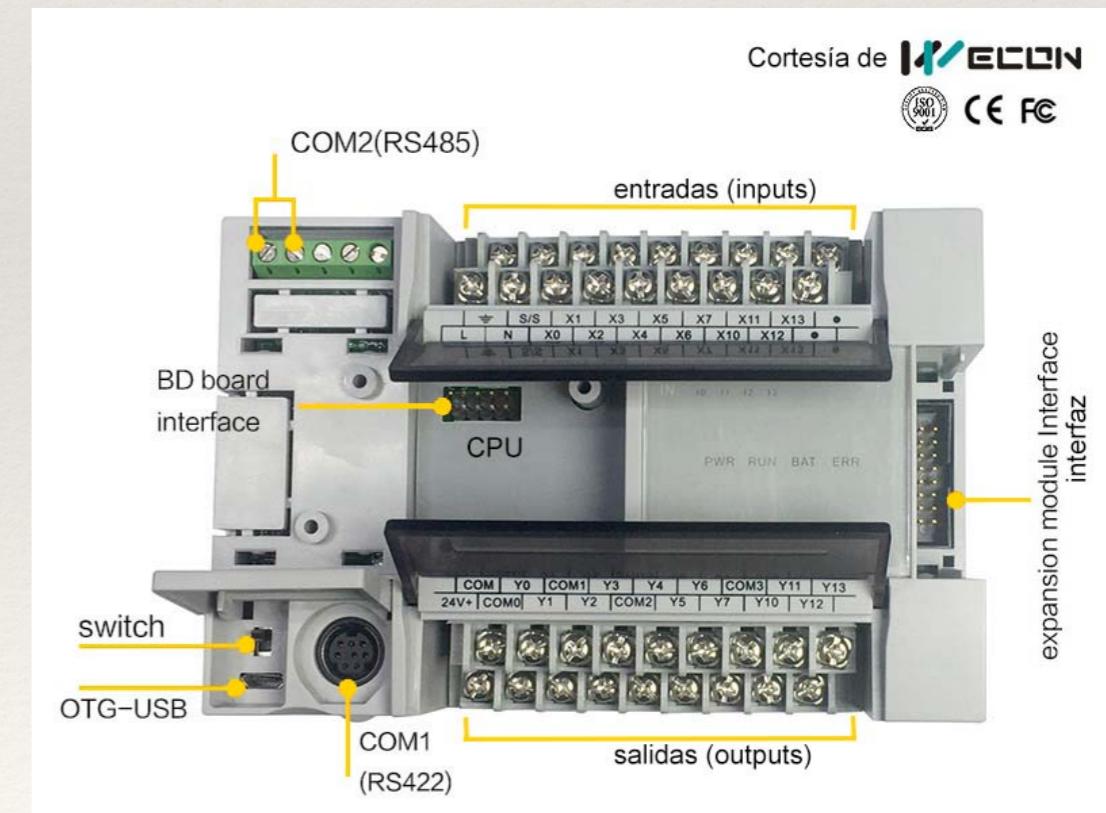
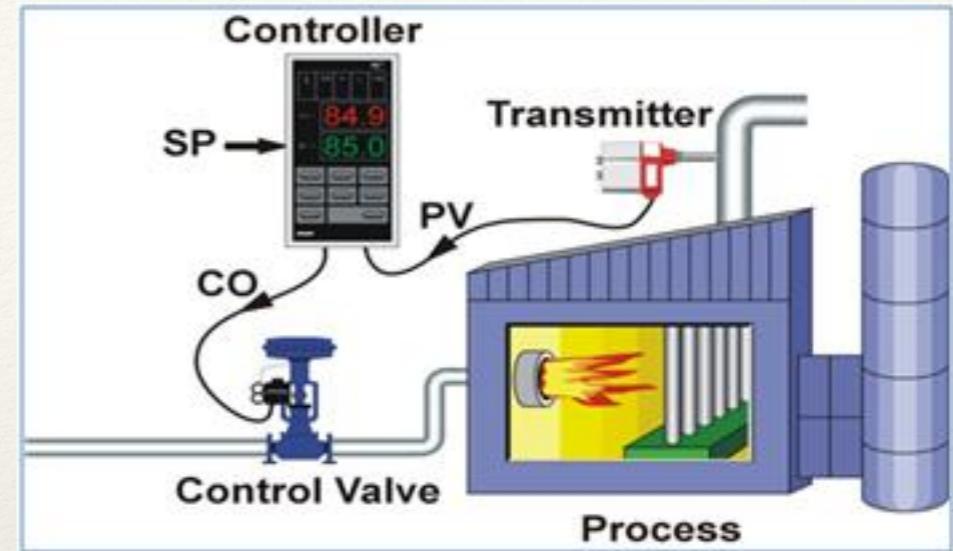


# Controladores

## ❖ Eletrônicos / $\mu$ Processados

Jargões da área de automação industrial:

SP = Set Point (referência / ponto de ajuste);  
PV = Process Variable (resposta do sistema);  
CO = Control Output (sinal de controle).



# Ações de Controle

---

- ❖ Controlador de 2 posições ou liga-desliga (on/off);
- ❖ Controlador Proporcional (P)
- ❖ Controlador do tipo Integral (I)
- ❖ Controlador do tipo Proporcional e Integral (PI)
- ❖ Controlador do tipo Proporcional e Derivativo (PD)
- ❖ Controlador do tipo Proporcional, Integrativo e Derivativo (PID)

# Controle de 2 posições (on/off)

- ❖ Possui apenas 2 posições fixas, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado”.
- ❖ Simples e barato, usado industrialmente e em ambiente doméstico (Ex.: estufa de aquecimento → elemento bimetálico).

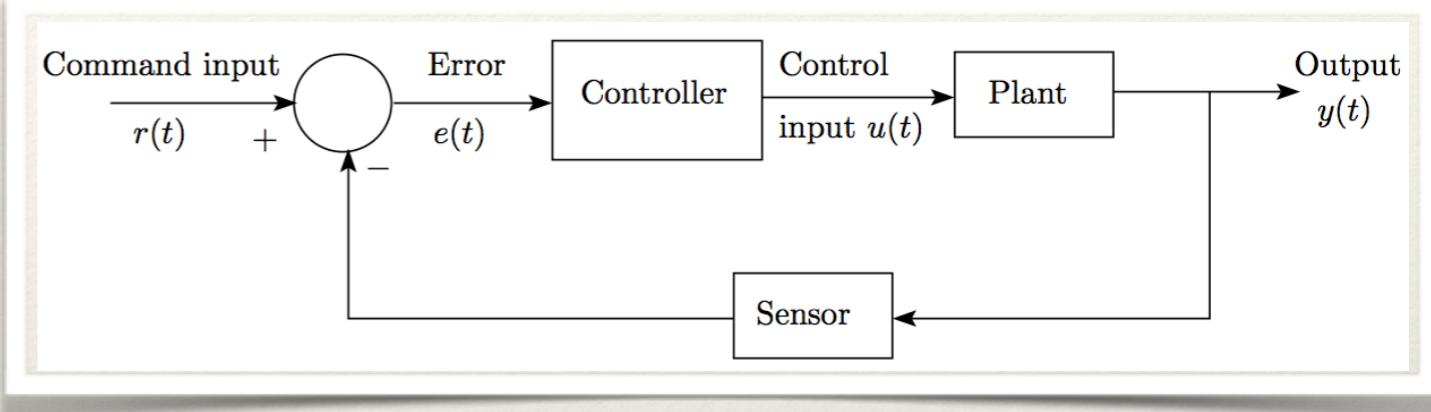
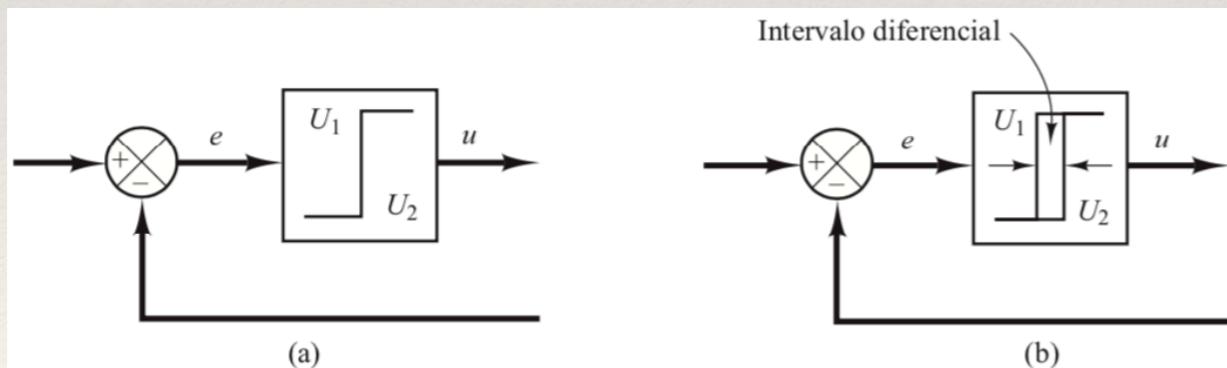
- ❖ Matematicamente:

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases}$$

onde  $U_1$  e  $U_2$  são constantes.

O valor mínimo  $U_2$  é usualmente zero ou  $-U_1$ .

- ❖ Diagrama de bloco:



Exemplo: (a):

Seja certo processo controle de temperatura, suponha referência,  $r(t) = 15^{\circ}\text{C}$ .

Caso 1) temp. ambiente,  $y(t) = 12^{\circ}\text{C} \Rightarrow$

$$e(t) = r(t) - y(t) = 15 - 12 = +3$$

$$\therefore e(t) > 0 \Rightarrow u(t) = U_1 \quad (+)$$

Caso 2) temp. ambiente,  $y(t) = 18^{\circ}\text{C} \Rightarrow$

$$e(t) = r(t) - y(t) = 15 - 18 = -3$$

$$\therefore e(t) < 0 \Rightarrow u(t) = U_2 \quad (0)$$

# Controle de 2 posições (on/off)

- ❖ Possui apenas 2 posições fixas, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado”.
- ❖ Simples e barato, usado industrialmente e em ambiente doméstico (Ex.: estufa de aquecimento → elemento bimetálico).

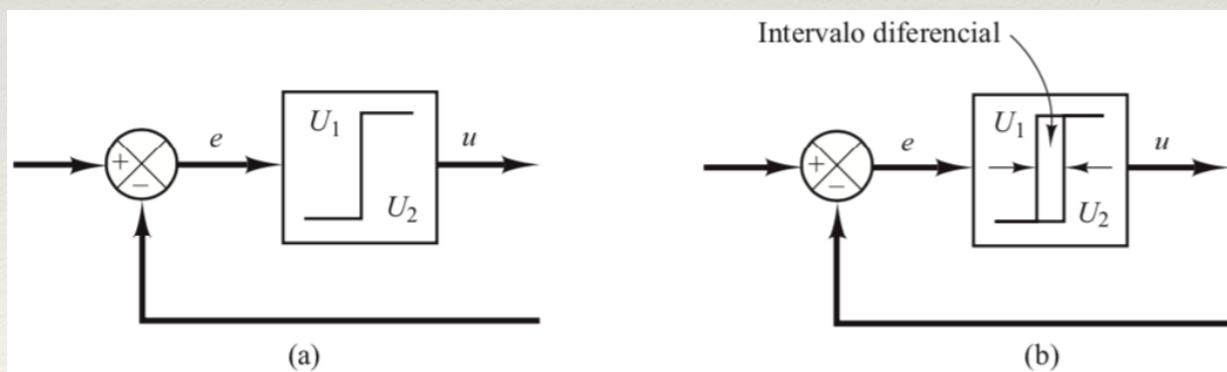
- ❖ Matematicamente:

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) \leq 0 \end{cases}$$

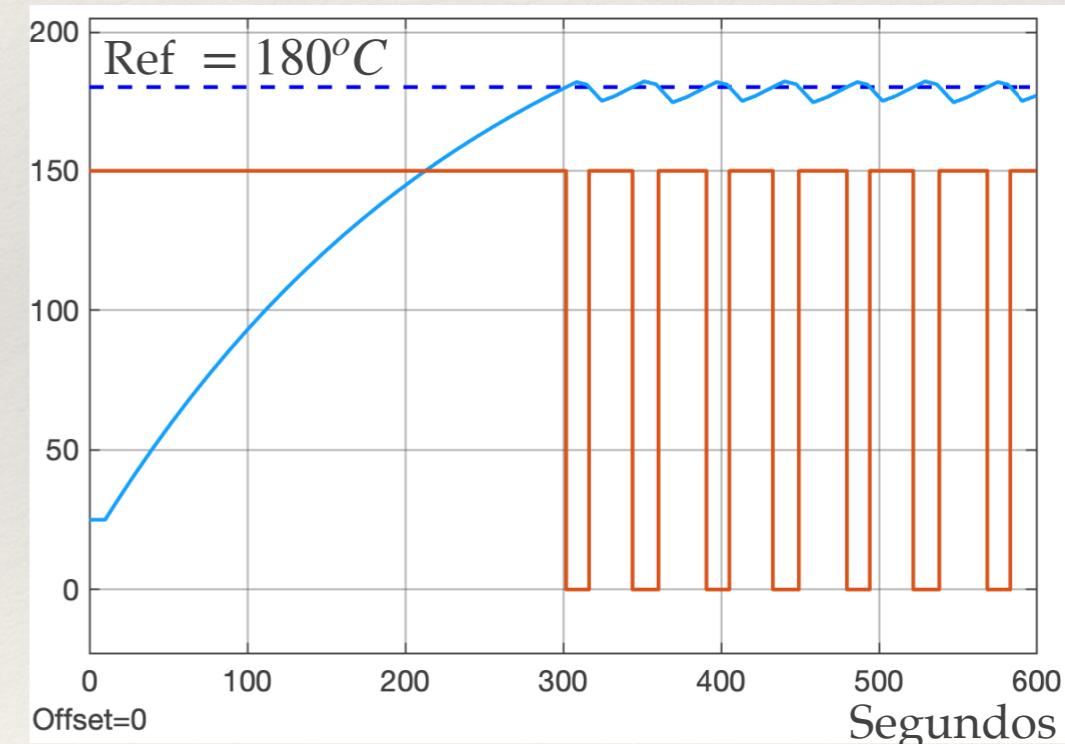
onde  $U_1$  e  $U_2$  são constantes.

O valor mínimo  $U_2$  é usualmente zero ou  $-U_1$ .

- ❖ Diagrama de bloco:



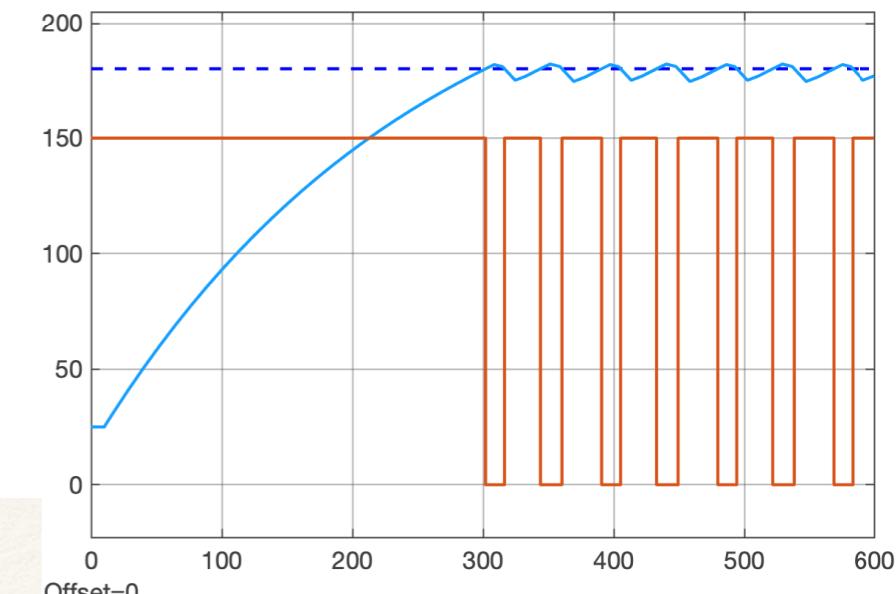
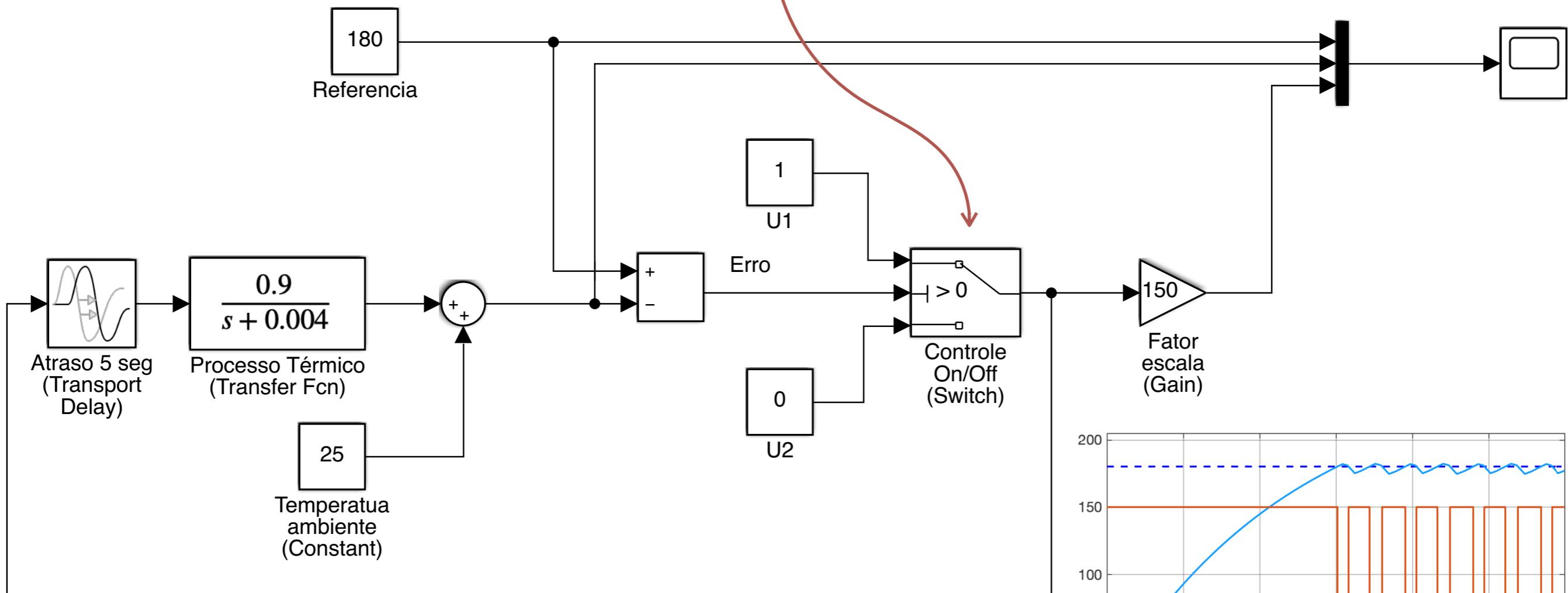
Exemplo: processo térmico:



# Controle de 2 posições (on/off)

- Simulação do processo térmico (forno elétrico; temp. Máxima =  $230^{\circ}C$ ):

$$u(t) = \begin{cases} U_1 = 1, \text{ para } e(t) > 0 \\ U_2 = 0, \text{ para } e(t) < 0 \end{cases}$$



# Controle de 2 posições (on/off)

- ❖ Possui apenas 2 posições fixas, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado”.
- ❖ Simples e barato, usado industrialmente e em ambiente doméstico (Ex.: estufa de aquecimento → elemento bimetálico).

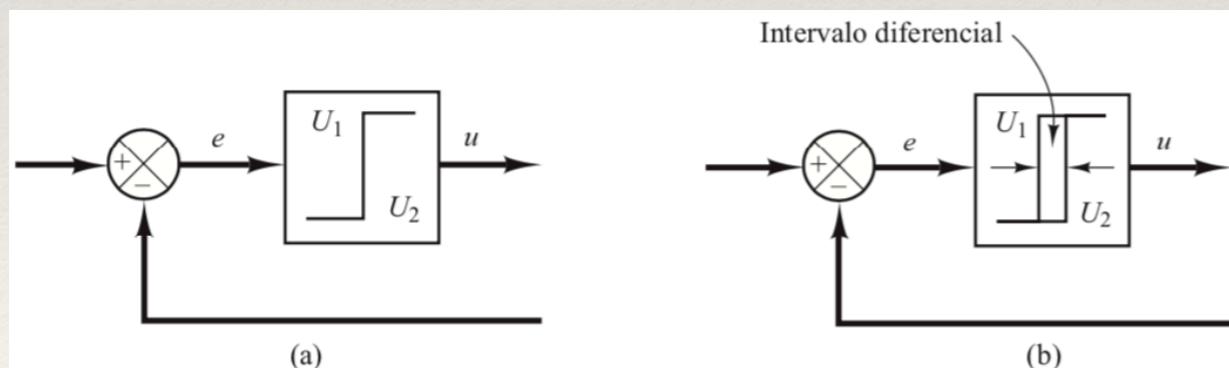
- ❖ Matematicamente:

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases}$$

onde  $U_1$  e  $U_2$  são constantes.

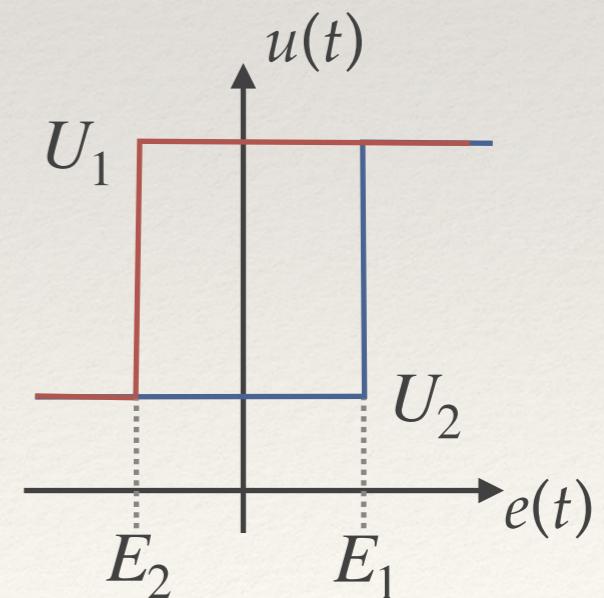
O valor mínimo  $U_2$  é usualmente zero ou  $-U_1$ .

- ❖ Diagrama de bloco:



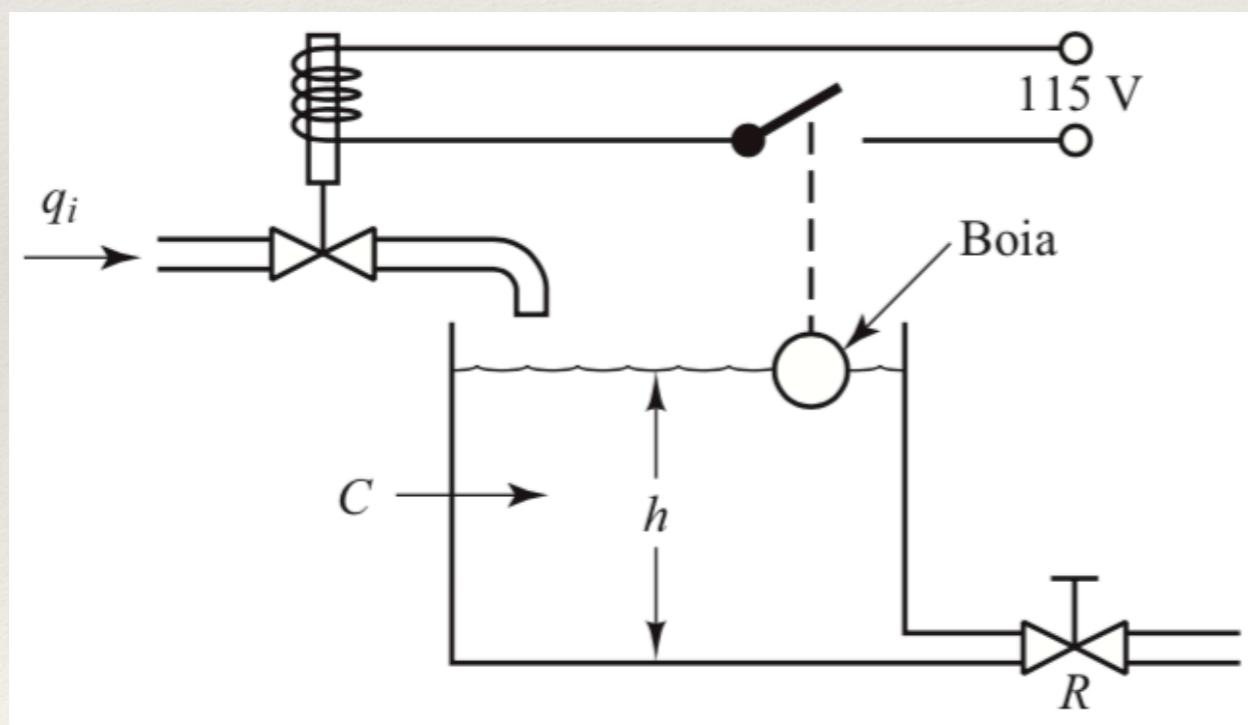
Eventualmente (em processos com ruído), se introduz uma histerese no controlador: figura (b), para evitar que o sistema de controle ligue/deslique com freqüência elevada em torno de  $e(t) \cong 0$ :

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > E_1 \\ U_2, & \text{para } e(t) < E_2 \end{cases}$$



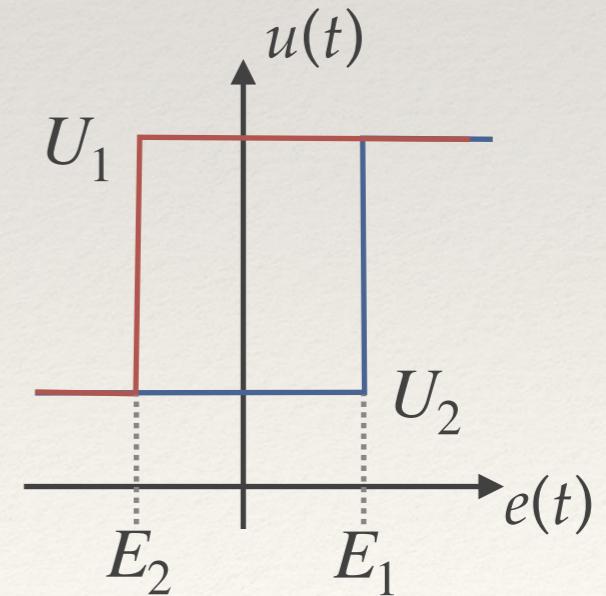
# Controle de 2 posições (on/off)

- ❖ Possui apenas 2 posições fixas, em muitos casos, simplesmente “ligado” ou “desligado”.
- ❖ Simples e barato, usado industrialmente e em ambiente doméstico (Ex.: estufa de aquecimento → elemento bimetálico).
- ❖ Exemplo: controle de nível



Eventualmente (em processos com ruído), se introduz uma histerese no controlador: figura (b), para evitar que o sistema de controle ligue/deslique com freqüência elevada em torno de  $e(t) \cong 0$ :

$$u(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > E_1 \\ U_2, & \text{para } e(t) < E_2 \end{cases}$$



# Resumo Ações Básicas de Controle

|   | u(t)  | U(s)/E(s)   |
|---|---|---|
| Proporcional (P)                            | $u(t) = K_p \cdot e(t)$   | $\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$   |
| Integrativo (I)                             | $u(t) = K_i \int_0^t e(d) dt$   | $\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$   |
| Proporcional-<br>Integral (PI)              | $\begin{aligned} u(t) &= K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \\ &= K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \end{aligned}$   | $\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= K_p + \frac{K_i}{s} \\ &= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) \end{aligned}$                 |
| Proporcional-<br>Derivativo (PD)            | $\begin{aligned} u(t) &= K_p e(t) + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \\ &= K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \end{aligned}$   | $\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= K_p + K_d s \\ &= K_p (1 + T_d s) \end{aligned}$  |
| Proporcional+Integral<br>o+Derivativo (PID) | $\begin{aligned} u(t) &= K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \\ &= K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \end{aligned}$ | $\begin{aligned} \frac{U(s)}{E(s)} &= K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \\ &= K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \end{aligned}$ |

# Controle Proporcional (P)

- ❖ O sinal de controle  $u(t)$  é diretamente proporcional ao sinal do erro  $e(t)$ :

$$u(t) = K_p \cdot e(t)$$

- ❖ Transformada de Laplace:

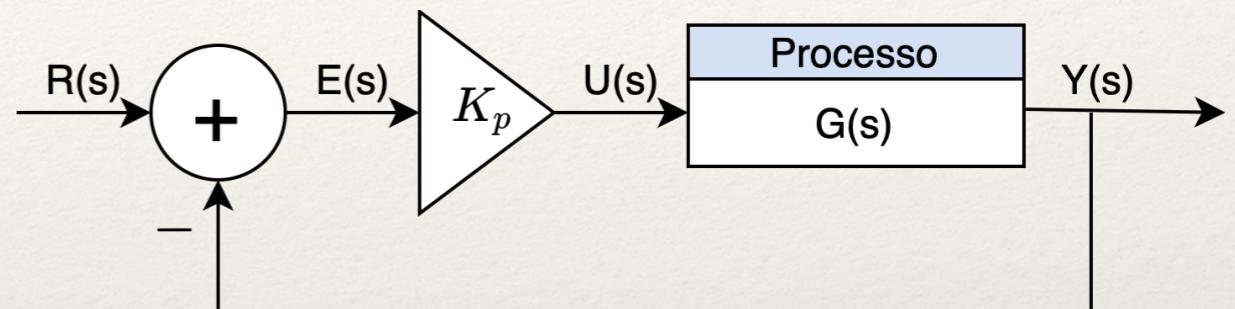
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

- ❖  $K_p$  é o ganho proporcional.

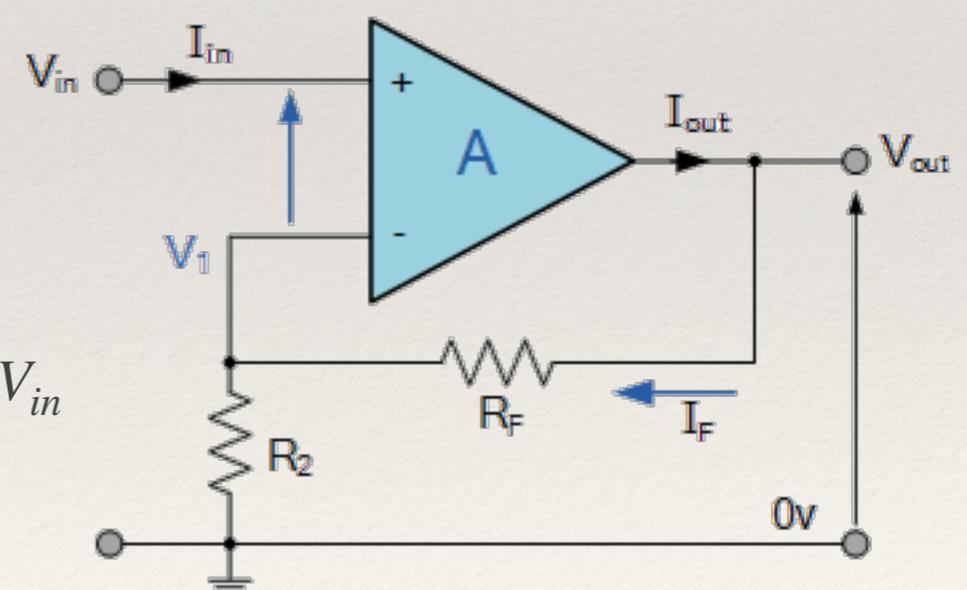
- ❖ É essencialmente um amplificador de ganho ajustável.

$$V_{out} = \frac{R_2 + R_f}{R_2} V_{in} = \left( 1 + \frac{R_f}{R_2} \right) V_{in}$$

- ❖ Diagrama de Blocos:



- ❖ Circuito Analógico:



# Ação de Controle Integral (I)

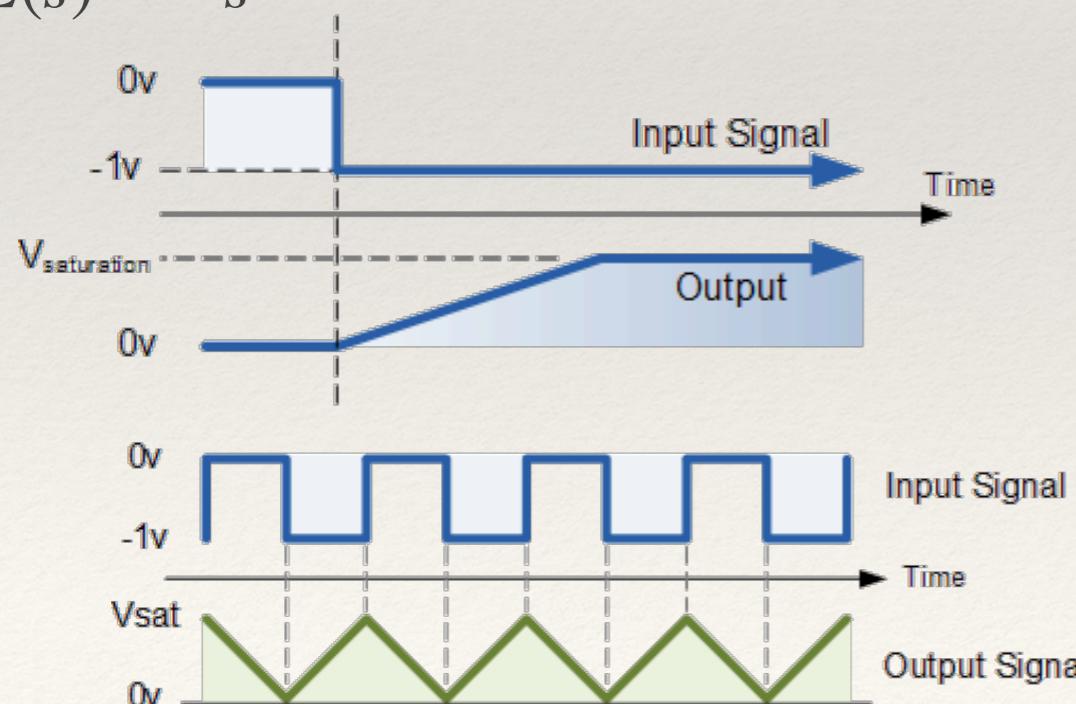
- ❖ O valor da saída  $u(t)$  é modificado a uma taxa proporcional à:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(d) dt, \text{ ou,}$$

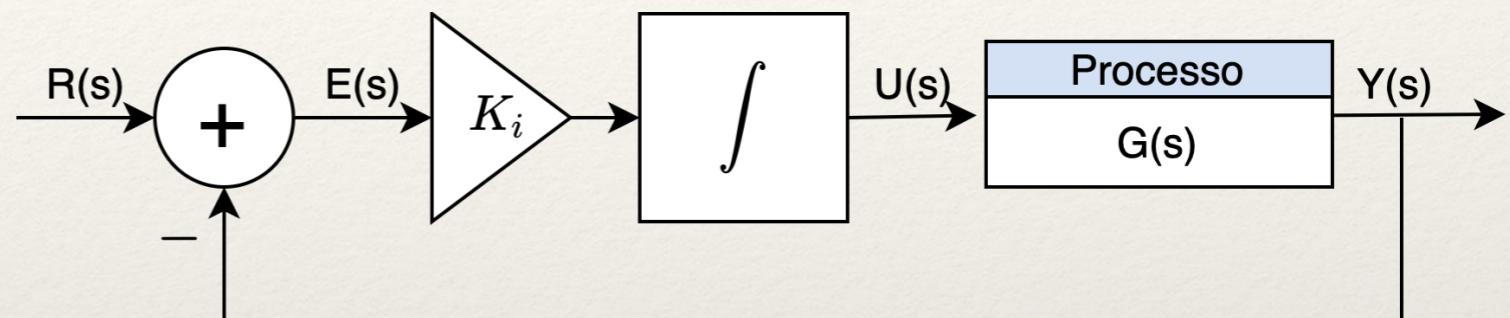
$$\frac{du(t)}{dt} = K_i e(t)$$

- ❖ A função transferência deste controlador é:

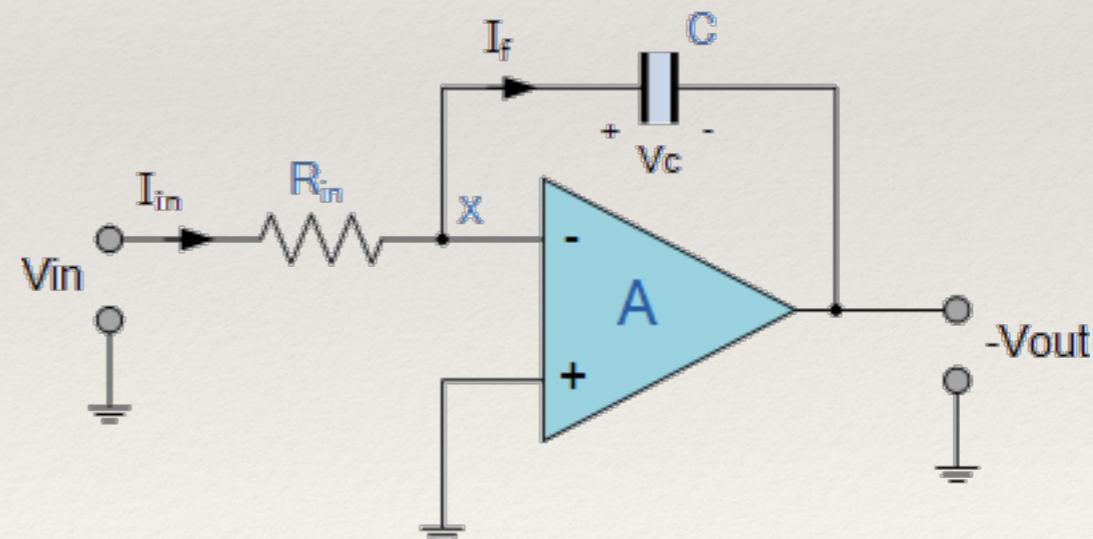
$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_1}{s}$$



- ❖ Diagrama de Blocos:



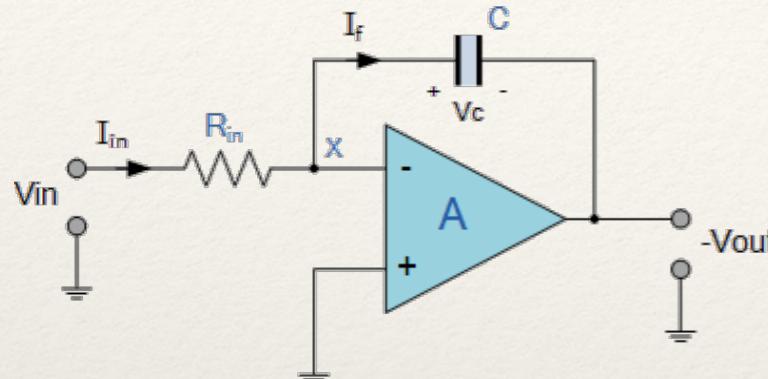
- ❖ Circuito analógico:



$$V_{out} = -\frac{1}{R_{in}C} \int_0^t V_{in} dt$$

# Ação de Controle Integral (I)

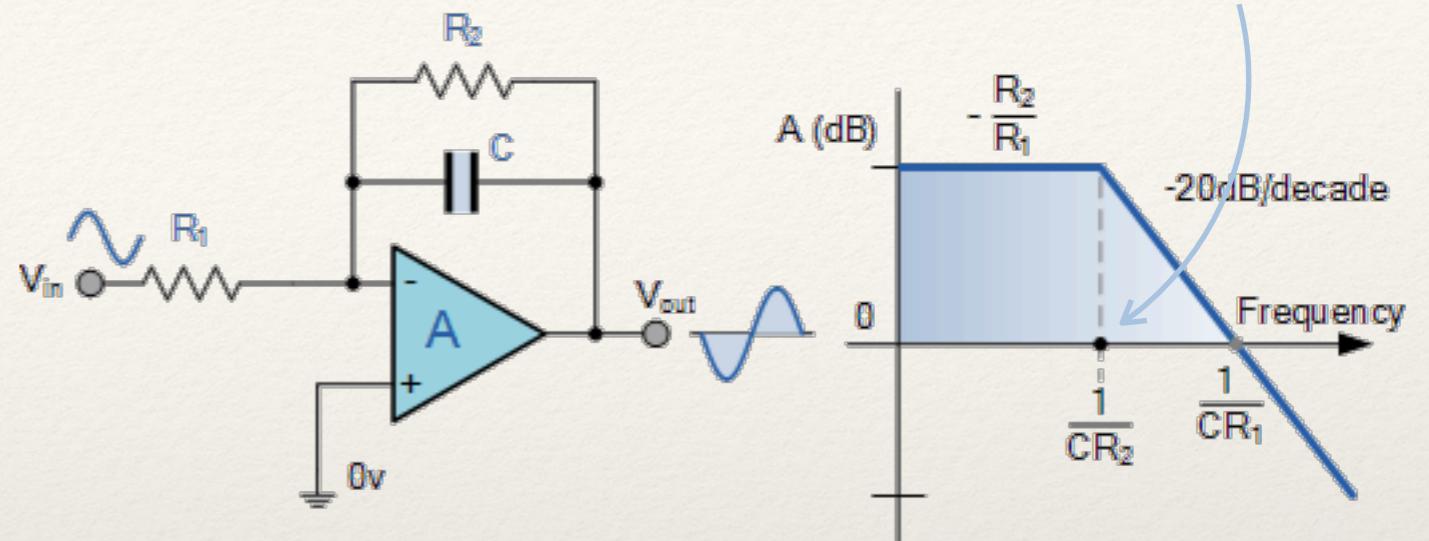
- ❖ Circuito analógico:



- ❖ Problemas:

Na frequência zero (0 Hz) ou CC, o capacitor atua como um circuito aberto devido à sua reatância, bloqueando assim qualquer realimentação de tensão de saída. Como resultado, muito pouco realimentação negativa é fornecida da saída de volta para a entrada do amplificador. Portanto, com apenas um único capacitor,  $C$  no caminho de realimentação, na frequência zero, o amplificador operacional é efetivamente conectado como um amplificador de malha aberta normal com um ganho de malha aberta muito alto. Isso resulta na instabilidade do amplificador operacional, causando condições de tensão de saída indesejáveis e provável saturação do amp.op.

- ❖ Solução:



- ❖ Este circuito conecta uma resistência de alto valor em paralelo com um capacitor de carga e descarga contínua. A adição deste resistor de realimentação,  $R_2$  através do capacitor,  $C$  dá ao circuito as características de um amplificador inversor com ganho de tensão de malha fechada finito dado por:  $R_2 / R_1$ . O resultado é que em altas frequências o capacitor causa curto-circuito neste resistor de realimentação,  $R_2$ , devido aos efeitos da reatância capacitiva, reduzindo o ganho do amplificador. Em frequências de operação normais, o circuito atua como um integrador padrão, enquanto em frequências muito baixas se aproximando de 0 Hz, quando  $C$  torna-se em circuito aberto devido à sua reatância, a magnitude do ganho de tensão é limitada e controlada pela razão de:  $R_2 / R_1$ .

# Ação Proporcional-Integral (PI)

- Esta ação de controle é definida por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt$$

- Função transferência:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s}$$

- Eventualmente:

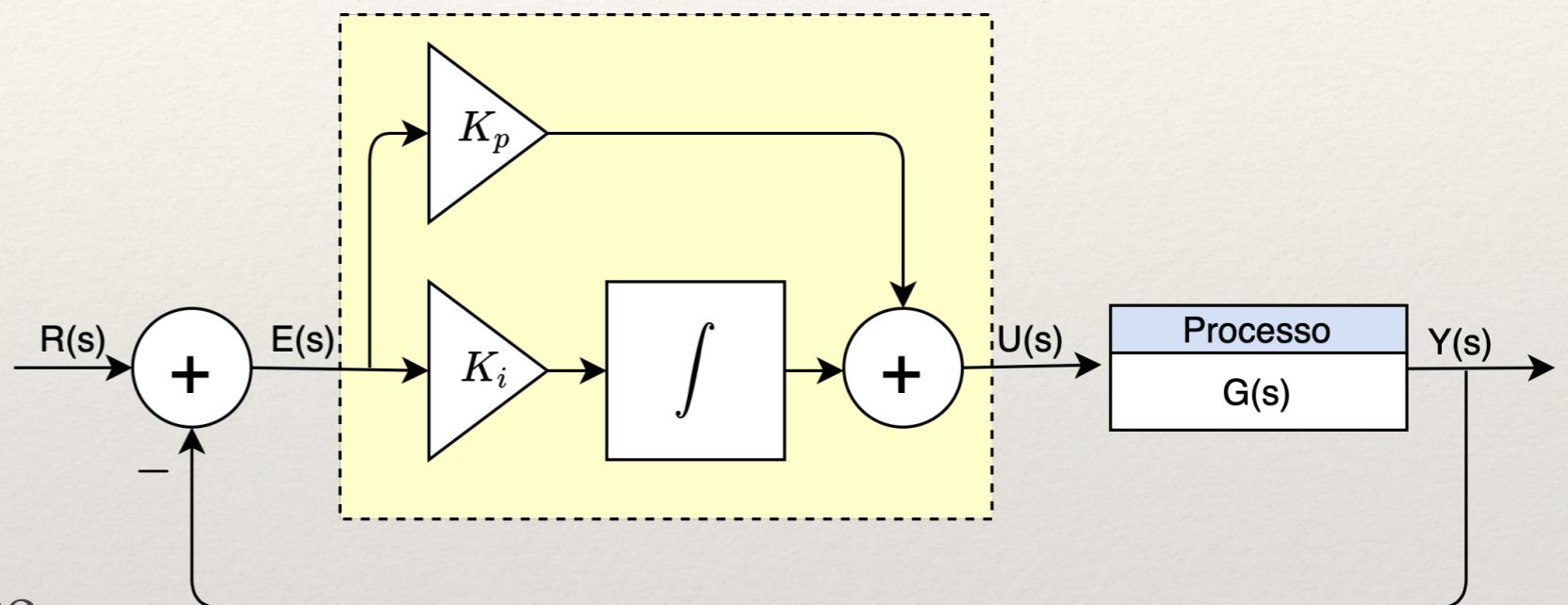
$$K_i = \frac{K_p}{T_i};$$

onde  $T_i$  corresponde ao tempo integrativo.

Neste caso:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

- Diagrama de Blocos:



# Ação Proporcional-Derivativa (PD)

- ## ❖ Neste caso:

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

- #### ❖ Função transferência:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + K_d s$$

- #### ❖ Eventualmente:

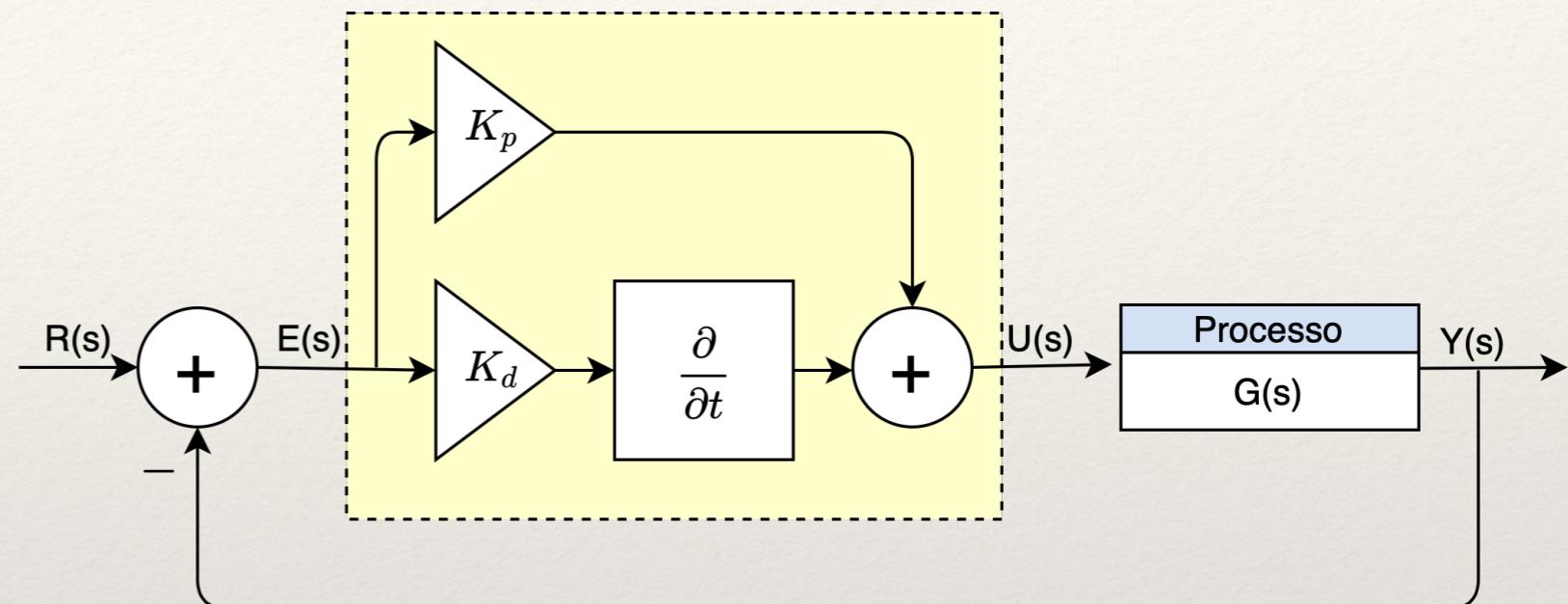
$$K_d = K_p \cdot T_d$$

onde  $T_d$  corresponde ao tempo derivativo.

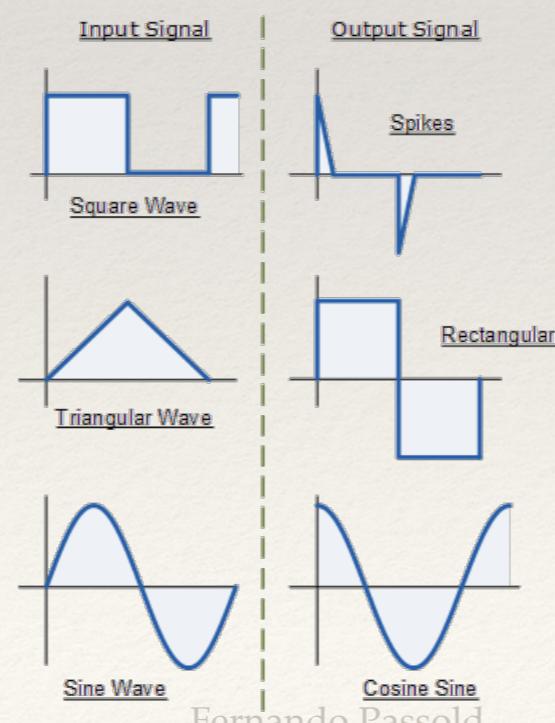
## Neste caso:

$$\frac{U(s)}{E(S)} = K_p \left( 1 + T_d s \right)$$

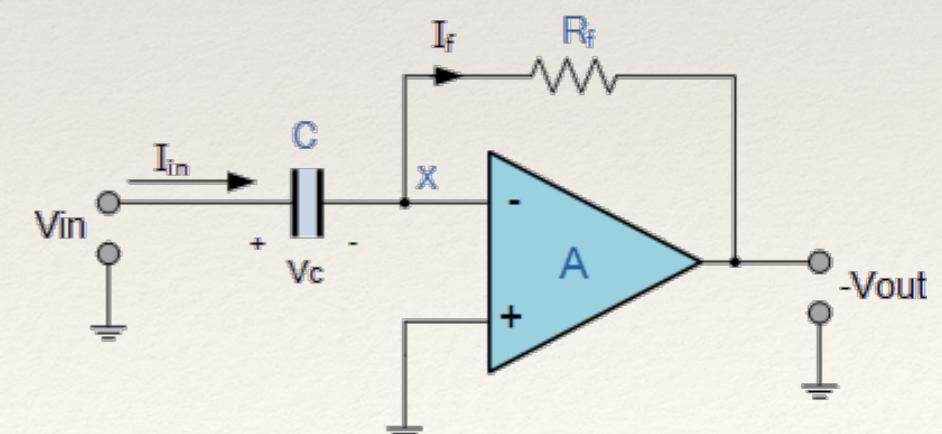
- ## ❖ Diagrama de Blocos:



- ## ❖ Circuito Analógico:

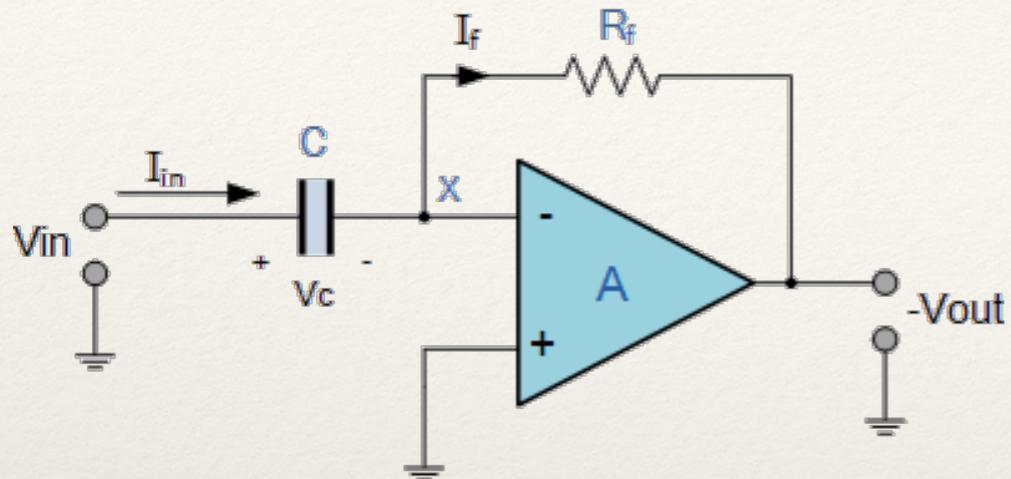


$$V_{out} = - R_f C \frac{dV_{in}}{dt}$$



# Ação Proporcional-Derivativa (PD)

- Circuito Analógico:



**Problemas:**

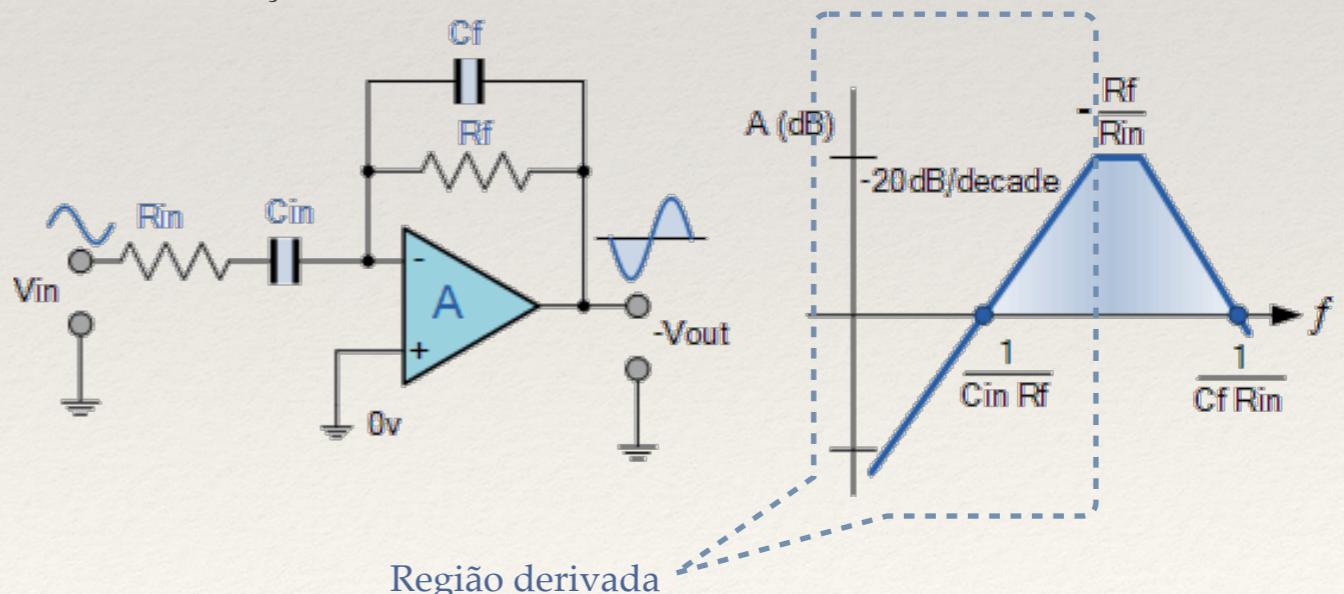
Este circuito diferenciador na sua forma básica tem duas desvantagens principais. Uma é que ele sofre de instabilidade em altas frequências.

O sinal de entrada para o diferenciador é aplicado ao capacitor. O capacitor bloqueia qualquer conteúdo DC para que não haja fluxo de corrente para o ponto de soma do amplificador, X, resultando em tensão de saída zero. O capacitor só permite a passagem de alterações de tensão de entrada do tipo CA e cuja frequência depende da taxa de alteração do sinal de entrada. Em baixas frequências, a reatância do capacitor é “Alta”, resultando em um baixo ganho ( $R_f / X_c$ ) e baixa tensão de saída do amplificador operacional. Em frequências mais altas, a reatância do capacitor é muito mais baixa, resultando em um ganho mais alto e uma tensão de saída mais alta do amplificador diferenciador.

No entanto, em altas frequências, este circuito diferenciador torna-se instável e começa a oscilar. Isso se deve principalmente ao efeito de primeira ordem, que determina a resposta de frequência do circuito do amplificador operacional causando uma resposta de segunda ordem que, em altas frequências, fornece uma tensão de saída muito mais alta do que seria esperado. Para evitar isso, o ganho de alta frequência do circuito precisa ser reduzido pela adição de um capacitor de pequeno valor adicional ao resistor de realimentação  $R_f$ .

A outra desvantagem é que a entrada capacitiva o torna muito suscetível a sinais de ruído aleatórios e qualquer ruído ou harmônico presente no circuito da fonte será amplificado mais do que o próprio sinal de entrada. Isso ocorre porque a saída é proporcional à inclinação da tensão de entrada, portanto, alguns meios de limitar a largura de banda para obter estabilidade em malha fechada são necessários.

- Solução:



Região derivada

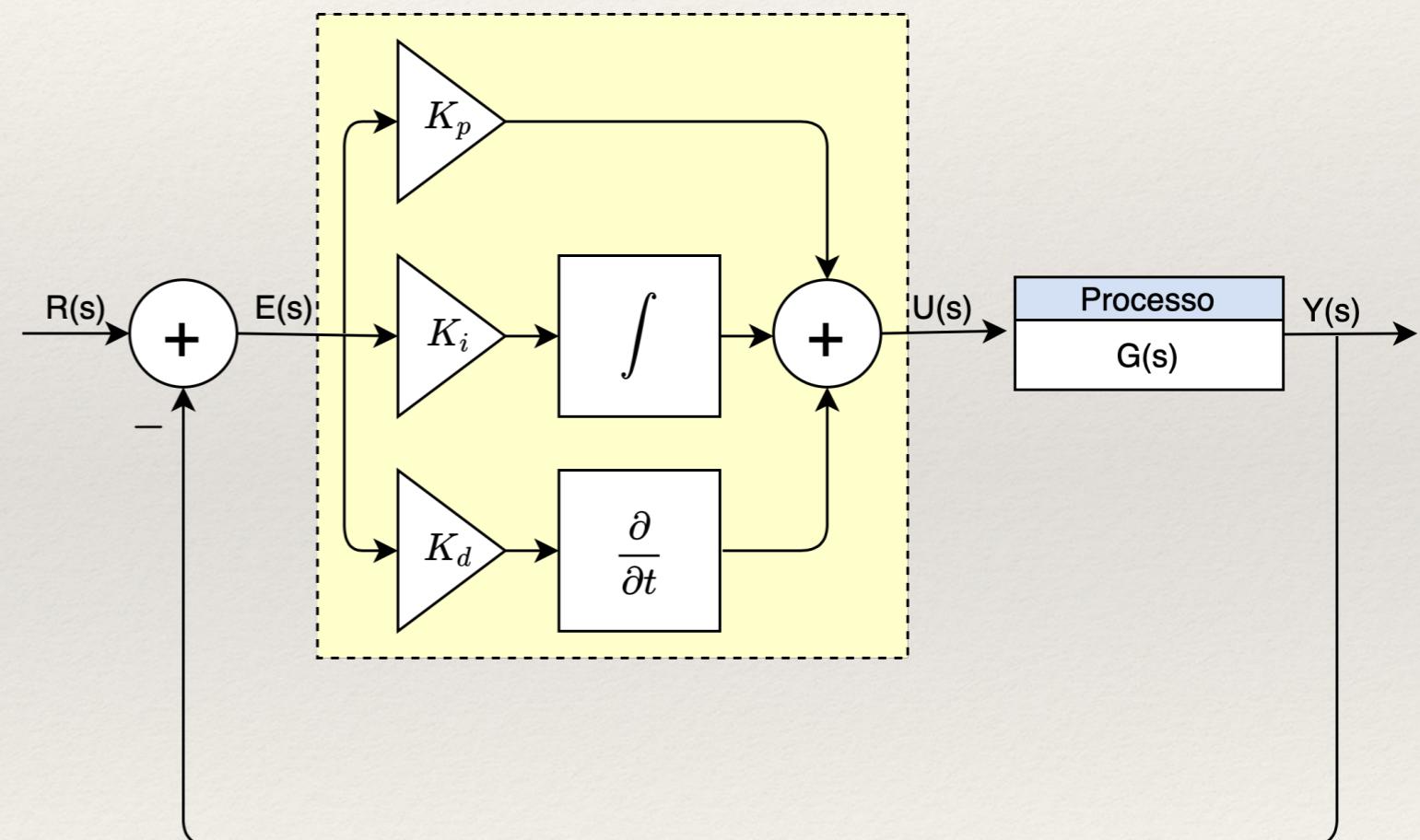
# Ação Proporcional-Integral-Derivativa (PID)

- ❖ Combinação das ações de controle proporcional+integral+derivativo:

$$u(t) = K_p e(t) + \underbrace{K_i}_{= \frac{K_p}{T_i}} \int_0^t e(t) dt + \underbrace{K_d}_{= K_p T_d} \frac{de(t)}{dt}$$

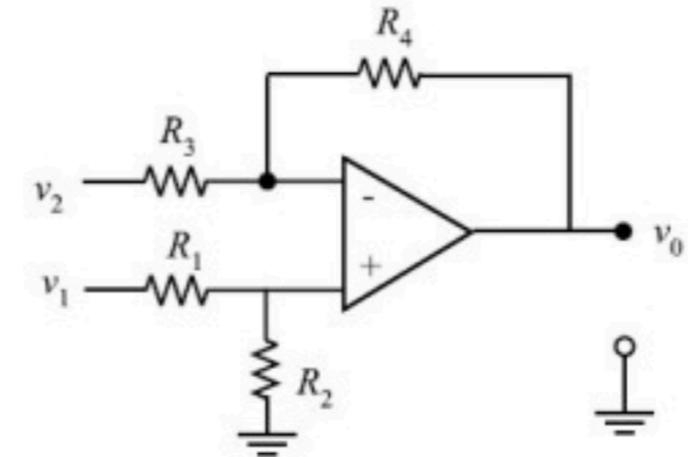
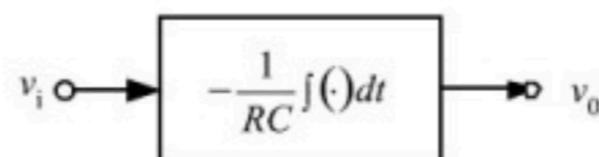
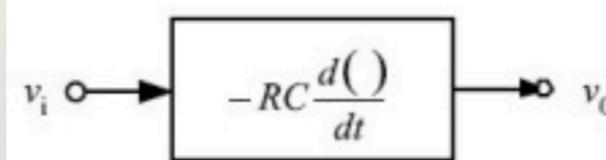
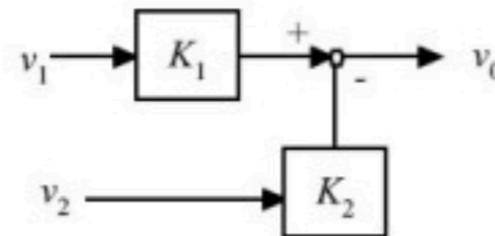
- ❖ Função transferência:  
 $\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$ , ou:  
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

- ❖ Diagrama de Blocos:

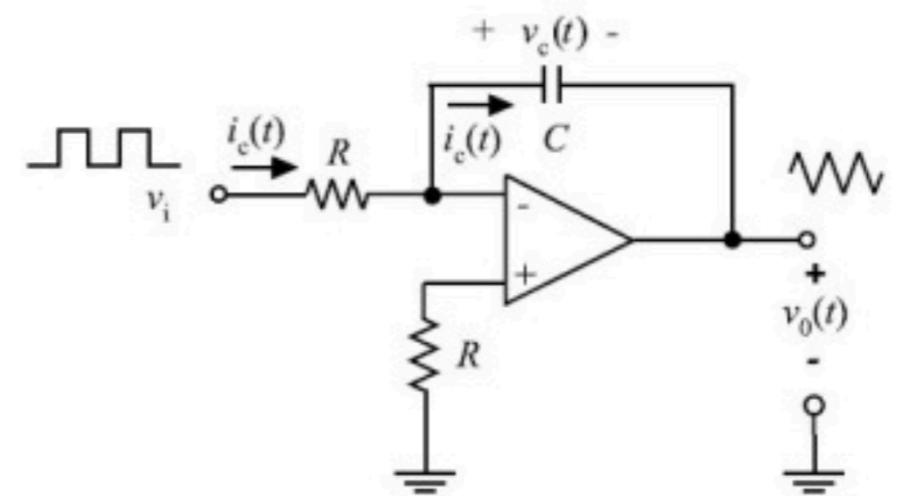
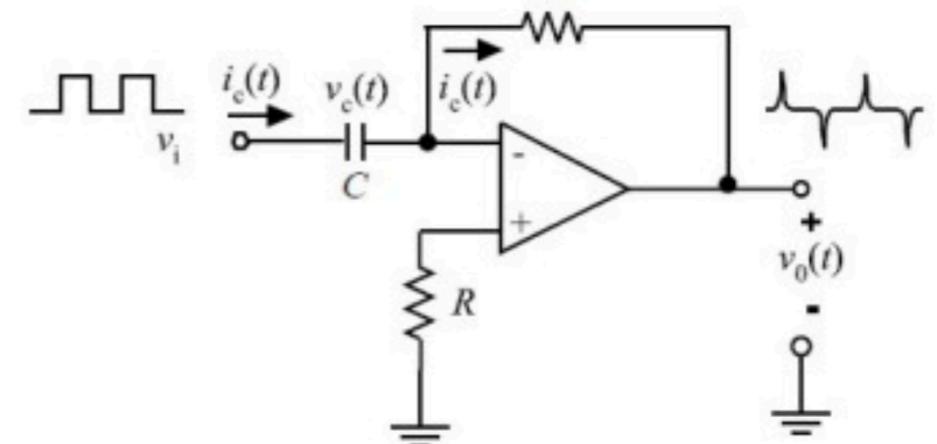


# Ação Proporcional-Integral-Derivativa (PID)

- ❖ Circuitos ⇒ Estruturas básicas:

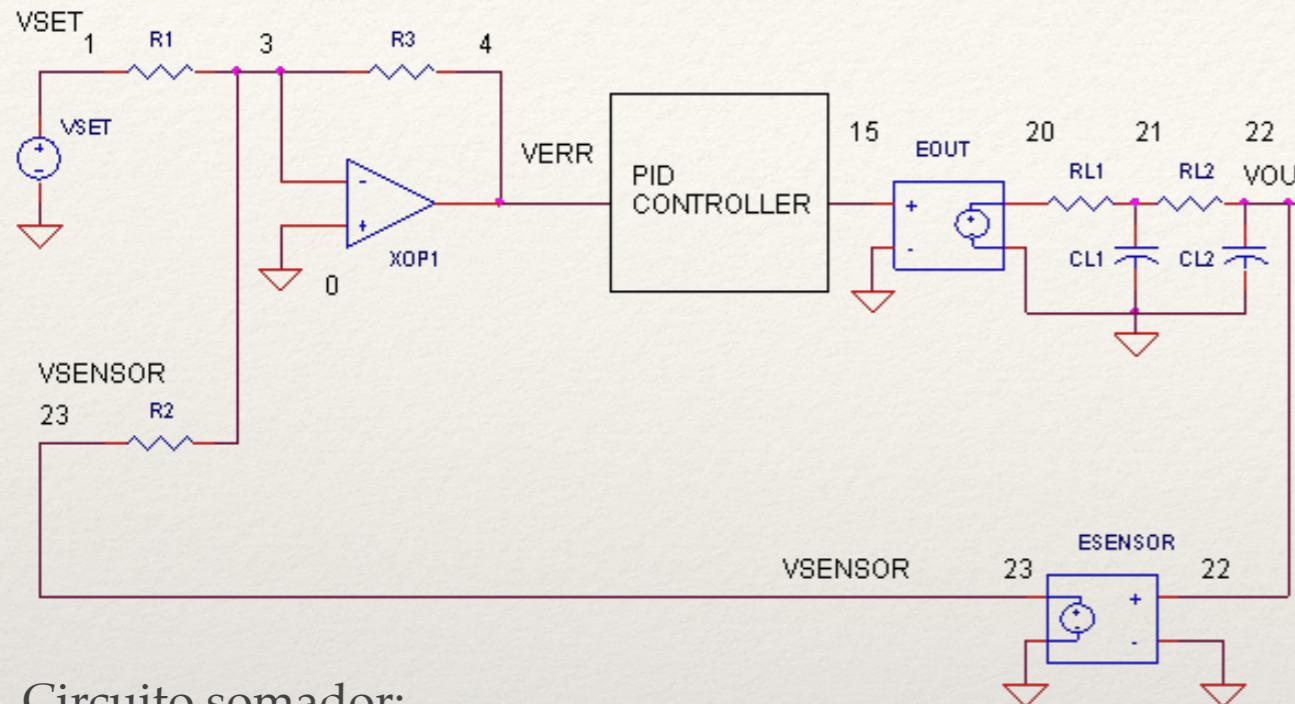


$$v_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_3 + R_4}{R_3} v_1 - \frac{R_4}{R_3} v_2$$



# Ação Proporcional-Integral-Derivativa (PID)

## ❖ Circuito 1)



Circuito somador:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 10K\Omega$$

$$E_{sensor} = 1 \text{ V/100 RPM.}$$

Equações:

$$V_{err} = - \left( \frac{V_{set}}{R_1} + \frac{V_{sensor}}{R_2} \right) \cdot R_3$$

$$V_{err} = (V_{set} + V_{sensor}) \cdot \frac{10k}{10k}$$

$$V_{err} = - (V_{set} + V_{sensor})$$

$V_{err}$  deve produzir tensão negativa.

Ref.: eCircuit Center: Op Amp PID Controller ([http://www.ecircuitcenter.com/Circuits/op\\_pid/op\\_pid.htm](http://www.ecircuitcenter.com/Circuits/op_pid/op_pid.htm) - acessado em Ago/2020)

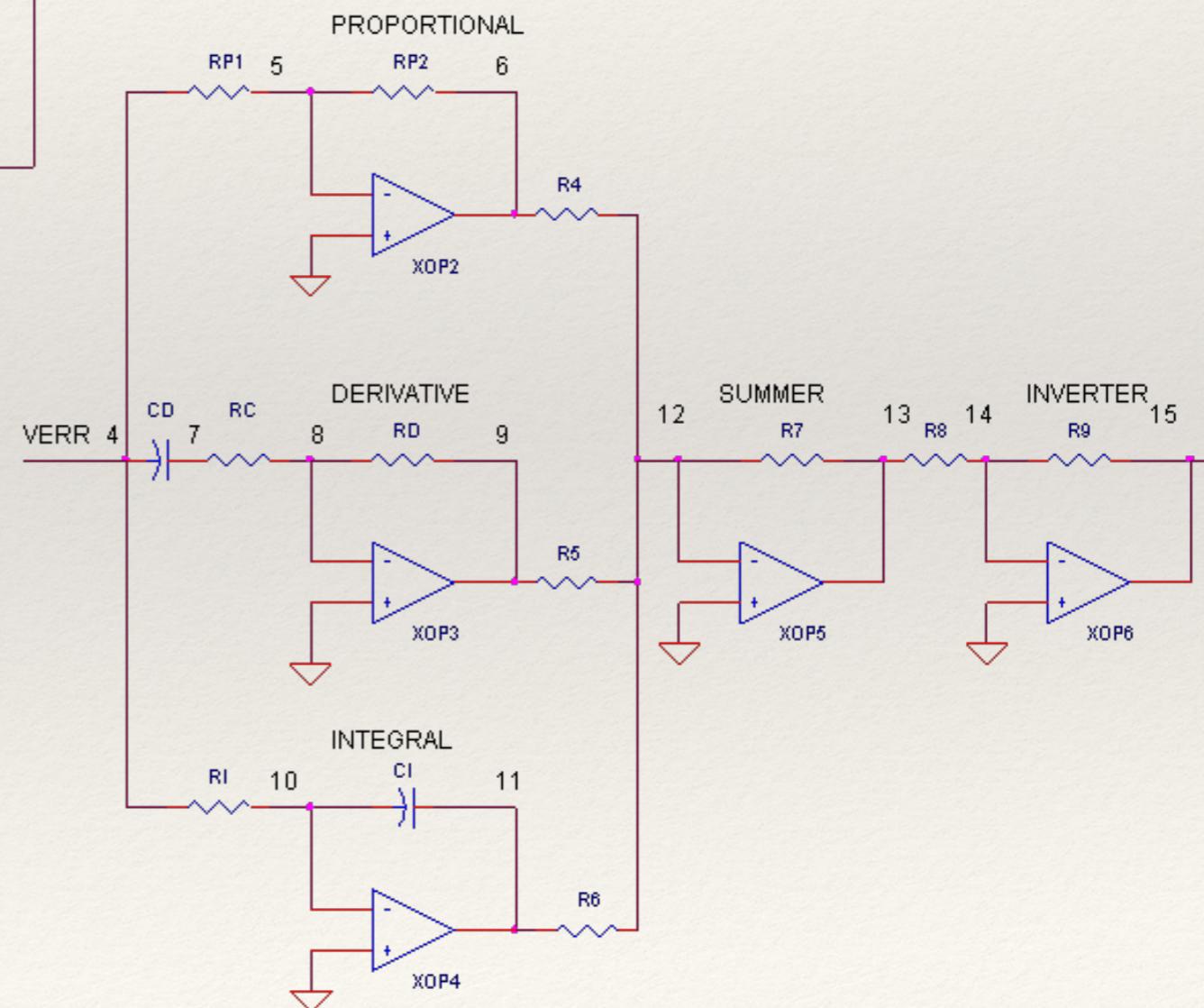
Circuito PID:

$$P \Rightarrow V_o = (R_{P2}/R_{P1}) \cdot V_{err}$$

$$I \Rightarrow V_o = 1/(R_I \cdot C_I) \cdot \int v_{err} dt$$

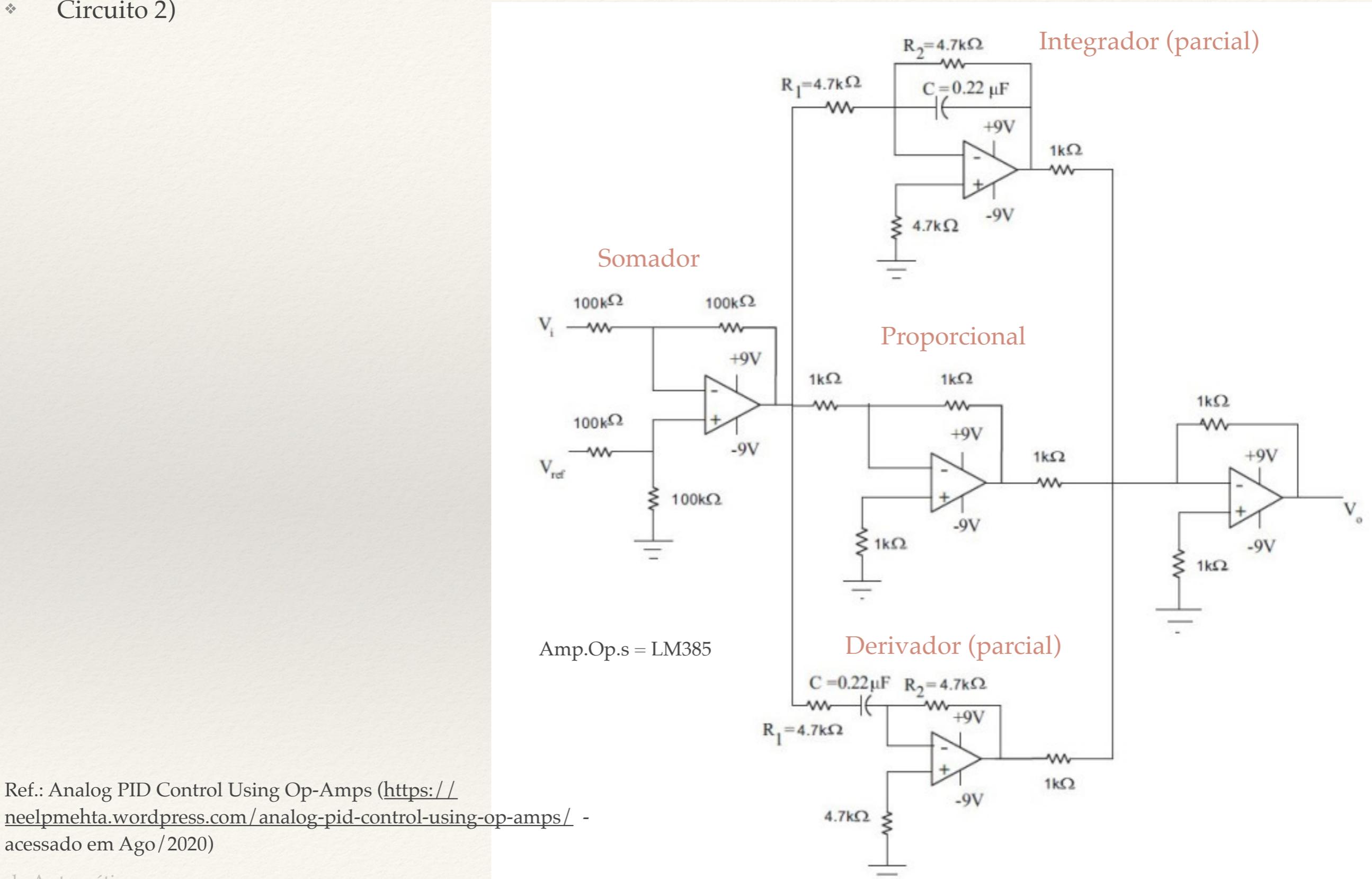
$$D \Rightarrow V_o = R_D \cdot C_D \cdot dV_{err}/dt$$

$$E_{out} = 100 \text{ RPM/V, ganho=100.}$$



# Ação Proporcional-Integral-Derivativa (PID)

❖ Circuito 2)



# Outras ações de Controle

- ❖ Controlador por Atraso de Fase (Lag)  $\rightarrow \cong$  PI;
- ❖ Controlador por Avanço de Fase (Lead)  $\rightarrow \cong$  PD;
- ❖ Controlador por Avanço-Atraso de Fase (Lead-Lag)  $\rightarrow \cong$  PID
- ❖ Diferença em relação aos anteriores: estes podem ser construídos usando redes passivas (circuitos RC).

End.

