UPF / **Controle Automático I** **Trabalho II** [27/06/2024]
Prof. Fernando Passold

# Trabalho II

Temas:
Respostas de Sistemas Lineares
Root Locus
Diagrama de Bode
Série de Fourier

O item à seguir se referente à Diagrama de Bode:

1) Trace esboços (assíntotas) para os diagramas de Bode associados com as funções transferência abaixo:

a) $G_a(s) = \dfrac{20s}{s+10}$

b) $G_b(s) = \dfrac{2000s + 4000}{s^2 + 220s + 4000}$

c) $G_c(s) = \dfrac{40}{s^2 + 0{,}5s + 40}$

d) $G_d(s) = \dfrac{s^3 + 2001s^2 + 1.002.000s + 1.000.0000}{10s^3 + 2100s^2 + 120.000s + 1.000.000}$

Obs.: Cada item deve mostrar o cálculo da linha de base (ou do ganho DC), e nos esboços devem ser destacados as assíntotas associadas com cada polo e zero da função transferência, além da curva final. Para alguns casos, iniciar o diagrama de Bode usando como linha de base = 0 dB. No caso (d) calcular a freqüência onde ocorre o pico ou a ressonância, $\omega_p$ e o pico do ganho, $M_p = |G(j\omega_p)|$ e eventualmente calcular o $\zeta$ e $\omega_n$ do denominador.

2) Simule o sinal $x(t)$ ingressando numa certa função transferência, gerando o sinal de saída $y(t)$. Apresente as formas de onda (no domínio tempo) num mesmo gráfico, tanto o sinal de entrada quanto o sinal de saída, acrescentando ainda uma legenda para que seja possível distinguir o sinal de entrada do de saída. Considere para cálculo de $y(t)$ os seguintes sinais de entrada $x(t)$ e as seguintes funções transferência:

a) $x(t) =$ senoide oscilando na frequência de **1 Hz @ 1,0 Vpp**, passando pelo filtro representado pela função:

$$G_c(s) = \frac{40}{s^2 + 0{,}5s + 40},$$ questão 1, item **(c)**. O sinal é atenuado ou ressaltado?

b) $x(t) =$ senoide oscilando na frequência de **30 Hz @ 1,0 Vpp** passando pelo filtro representado pela função::

$$G_d(s) = \frac{s^3 + 2001s^2 + 1.002.000s + 1.000.0000}{10s^3 + 2100s^2 + 120.000s + 1.000.000},$$ da questão 1, item **(d)**.

c) $x(t) =$ senoide oscilando na frequência de **80 Hz** @ 1,0 Vpp, passando pelo filtro representado pela função:

$$G_d(s) = \frac{s^3 + 2001s^2 + 1.002.000s + 1.000.0000}{10s^3 + 2100s^2 + 120.000s + 1.000.000},$$ da questão 1, item **(d).**

d) Considere um sinal de entrada composto por **2 senóides:** uma oscilando à **30 Hz** (item **(b)**) e outra oscilando à **80 Hz** (item **(c)**), ambas com amplitude de **0,4 Vpp**. Mostre no mesmo gráfico (com $0 \leq t \leq 0{,}1$ segundos) como fica o sinal de entrada e o de saída depois que o mesmo passa pelo filtro representado pela função:

$$G_d(s) = \frac{s^3 + 2001s^2 + 1.002.000s + 1.000.0000}{10s^3 + 2100s^2 + 120.000s + 1.000.000},$$ da questão 1, item **(d)**.

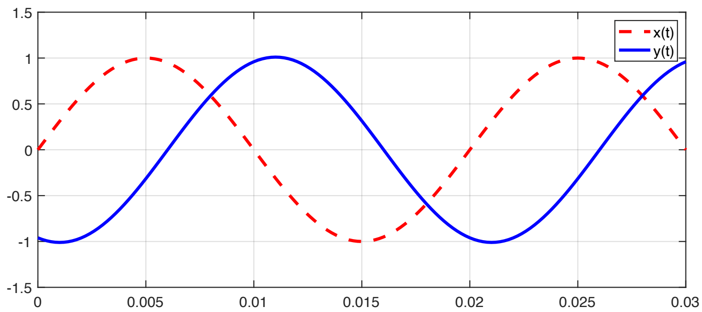
Apresente os cálculos e valores refletindo o impacto do filtro (na amplitude e na fase) de cada um dos sinais de entrada. Eventualmente você pode ressaltar nos Diagramas de Bode anteriores, os pontos de magnitude e de fase que correspondem às frequências de entrada citadas em cada item anterior. Ou você pode usar o Matlab para facilitar os cálculos de Magnitude, $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e de defasagem, $\phi(\omega) = \angle G(j\omega)$, realizando uma sequência de cálculos como:

```
>> w=2*pi*f         % transformando freq de entrada f (em Hz) para (rad/s)
>> s=j*w
>> G=(s^3+2001*s^2+1002000*s+1E6)/(10*s^3+2100*s^2+120E3*s+1E6)       % Função Gd(s)
G =
     -0.39534 -      2.2365i
>> % Note que Matlab retorna número complexo (como esperado)
>> ganho=abs(G)            % calculando magnitude
ganho =
       2.2712
>> fase_rad=angle(G)       % determinando a fase
fase_rad =
      -1.7458
>> fase_deg=rad2deg(fase_rad)
fase_deg =
      -100.02
```

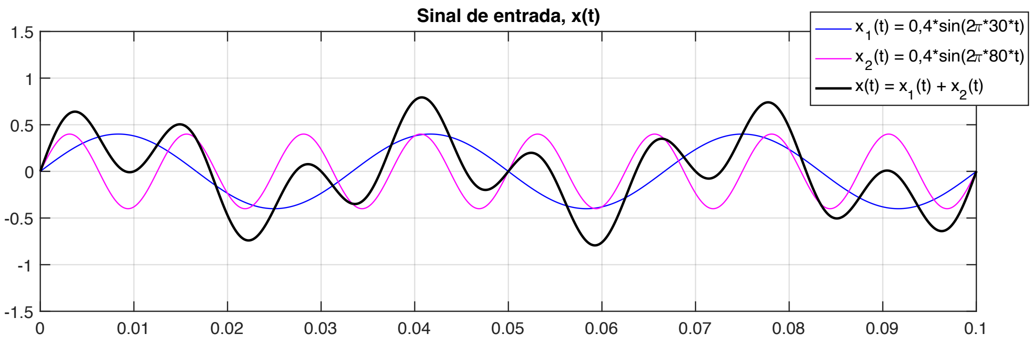
E depois pode ser realizado o gráfico das funções $x(t)$ e $y(t)$, realizando cálculos como:

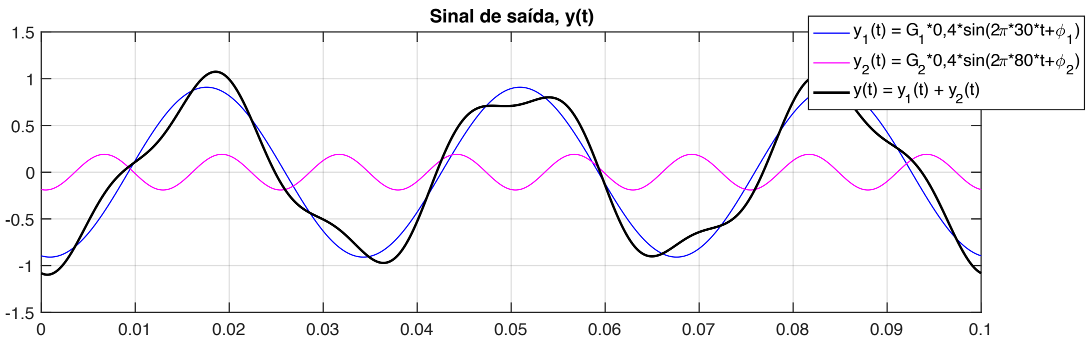
```
>> T=1/f                   % período do sinal de entrada
>> t=0:T/100:1.5*T;        % gera vetor t, de 0 até 1,5 ciclos sinal entrada, 100 amostras/ciclo
>> x=1.0*sin(2*pi*f*t);                 % sintetiza onda de entrada, vetor x(t)
>> y=ganho*1.0*sin(2*pi*f*t+fase_rad);  % sintetiza onda de saída, y(t)
>> figure; plot(t,x,'m--', t,y,'b-')
```

Por exemplo, no caso do item 2) (c), as seguintes formas de onda são esperadas:




Obs.: apenas para item 2) (s), se sugere gerar gráficos em figuras (janelas) diferentes, obtendo algo como:

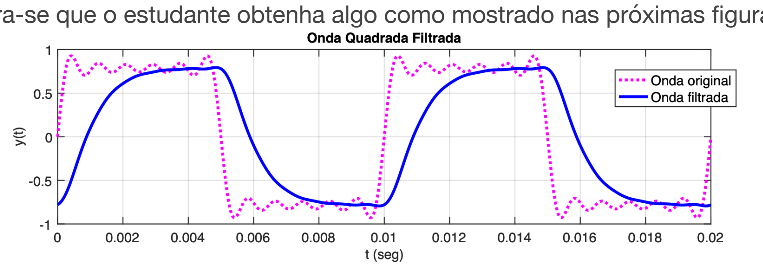


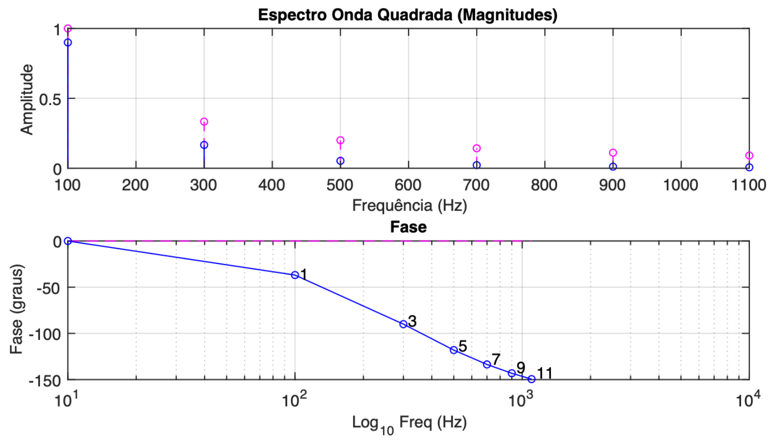
3) Sintetize uma onda quadrada de **20 <u>Hz</u>**, usando série de Fourier (mostre seu gráfico):
   a) Até sua **5a harmonicas**;
   b) Até sua **25a-harmônica**.
   Compare lado à lado as figuras geradas nos itens (a) e (b).
   Obs.: Os itens (a) e (b) devem mostrar um diagrama no tempo da forma de onda resultante e o espectro da onda (somente parte de magnitudes absolutas), além de uma tabela mostrando as amplitudes de cada harmônica.

4) Simule uma onda quadrada de 20 Hz passado por um **filtro passa-baixas de 4a-ordem (Butterworth)** com **frequência de corte em 50 Hz**. Apresente um diagrama no tempo mostrado na mesma figura a onda quadrada original e o sinal filtrado. Mostre também o espectro original e filtrado da onda quadrada.
   Obs.: Use os valores levantados no item (b) anterior, isto é, sintetize a onda quadrada até sua 25a-harmônica.

Espera-se que o estudante obtenha algo como mostrado nas próximas figuras:




Atenção: as figuras ao lado mostram o caso de uma onda quadrada oscilando à 100 Hz (sintetizada até sua 11ª-harmônica), sobre a qual foi aplicado um filtro passa-baixas com frequência de corte em 300 Hz.




Fim.

Obs.: Seguem Anexos que podem auxiliar a resolver os problemas anteriores.

# ANEXO A:
## Série de Fourier e Resposta em Frequência

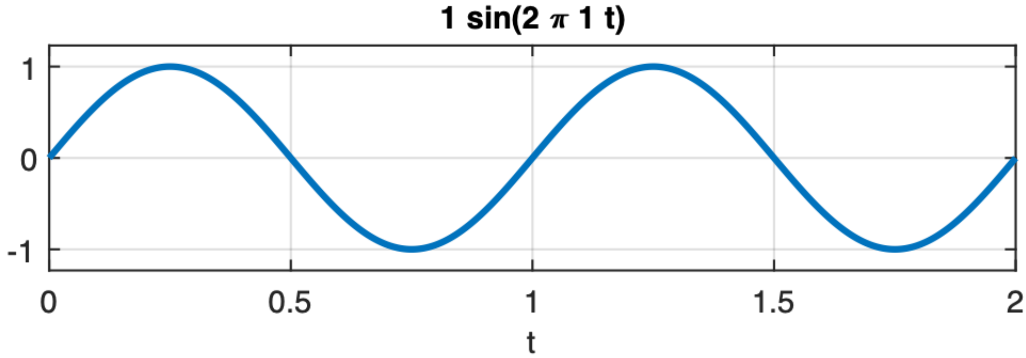
Note que uma onda quadrada pode ser sintetizada através da série de Fourier. Neste caso, esta forma de onda só possui harmônicas ímpares com amplitudes decrescentes conforme aumenta o número da harmônica, ou seja:

$$f(t) = \underbrace{sin(2\pi f \cdot t)}_{1^a\text{harmônica}} + \frac{1}{3}\underbrace{sin(3 \cdot 2\pi f \cdot t)}_{3^a\text{harmônica}} + \frac{1}{5}\underbrace{sin(5 \cdot 2\pi f \cdot t)}_{5^a\text{harmônica}} + \frac{1}{7}\underbrace{sin(7 \cdot 2\pi f \cdot t)}_{7^a\text{harmônica}} + \dots$$

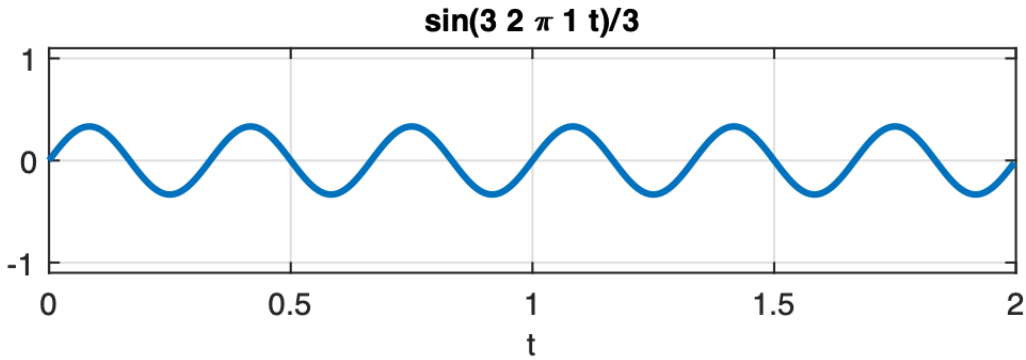
Este tipo de sinal é considerada uma função ímpar, por isto só apresenta componentes harmônicas ímpares.

Note como este sinal é "formado":

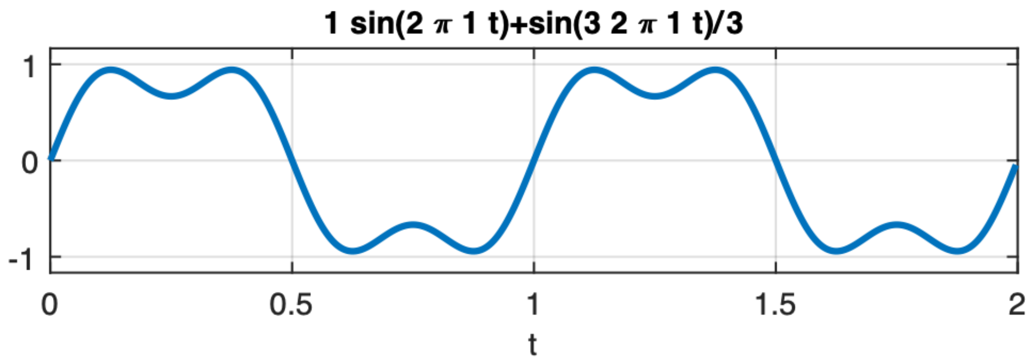
a) Segue forma de onda para: $f(t) = 1sin(2\pi \cdot 1 \cdot t)$:




b) Segue forma de onda para $f(t) = sin(3 \cdot 2\pi \cdot 1 \cdot t)/3$:

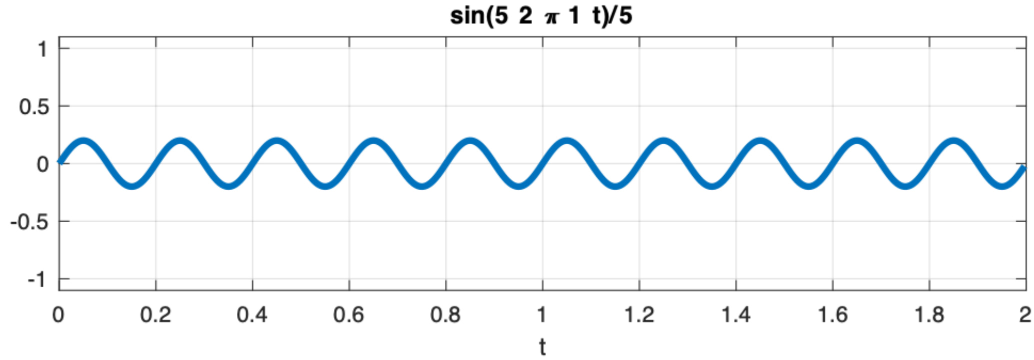



c) Segue forma de onda para: $f(t) = sin(2\pi \cdot 1 \cdot t) + sin(3 \cdot 2\pi \cdot 1 \cdot t)/3$:

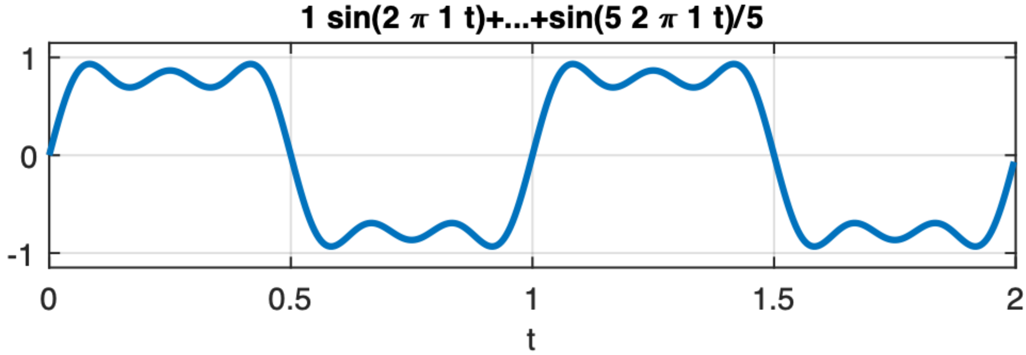



Continua:

d) Segue forma de onda para $f(t) = sin(5 \cdot 2\pi \cdot 1 \cdot t)/5$:

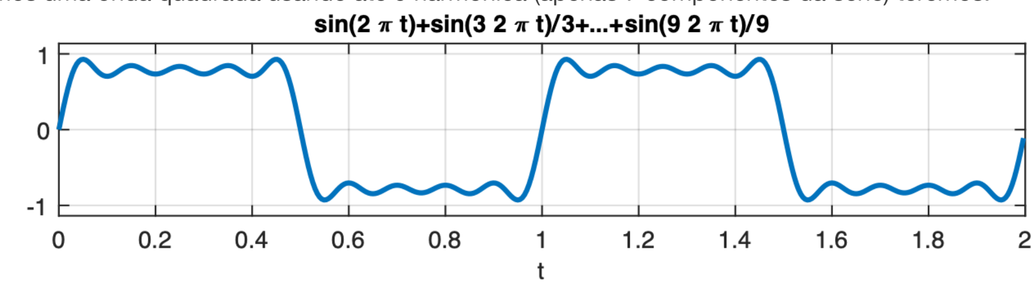



e) Segue forma de onda para $f(t) = sin(2\pi \cdot 1 \cdot t) + sin(3 \cdot 2\pi \cdot 1 \cdot t)/3 + sin(5 \cdot 2\pi \cdot 1 \cdot t)/5$:




Note que estamos nos aproximando do formato esperado para uma onda quadrada. No último caso, sintetizamos apenas 3 termos da série, ou apenas até a 5a-harmônica de onda quadrada.

Se sintetizarmos uma onda quadrada usando até 9 harmônica (apenas 7 componentes da série) teremos:



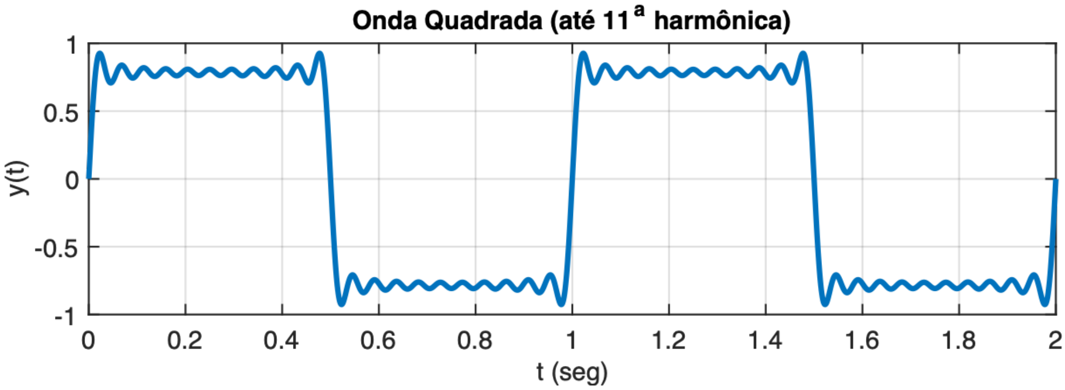

Note que a onda quadrada pode ser sintetizada à partir de uma equação como:

$$f(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)} \cdot sin\left[(2i-1) \cdot 2\pi \cdot f \cdot t\right]$$

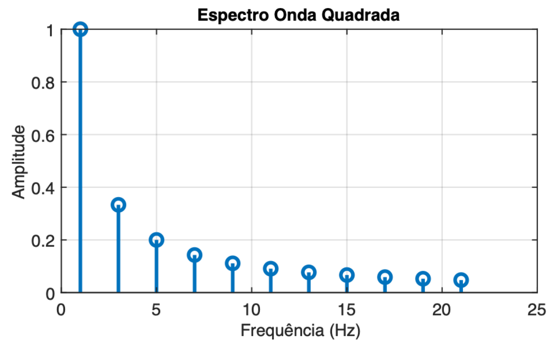
Onde $i = 1, 2, 3, \ldots, \infty$ (componente da série).

[Ref.: https://www.mathsisfun.com/calculus/fourier-series.html (Acessado em 17/06/2022)]

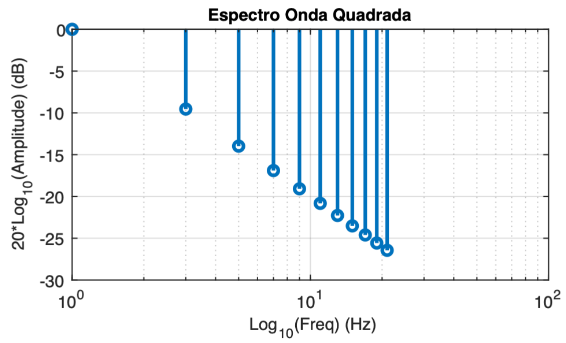
Sintetizando até a 11-harmônica (apenas 6 termos da série), obteremos um sinal como mostrado na próxima figura:




Note o espectro do sinal referente à figura anterior (onda quadrada até $11^a$ harmônica):

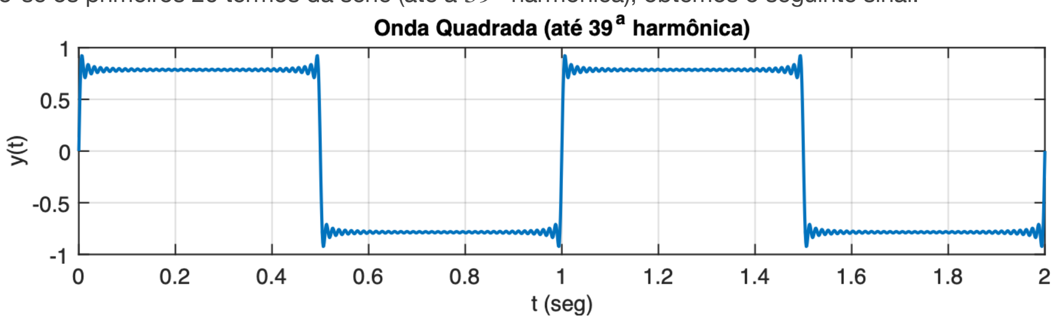



(a) usando escalas lineares.

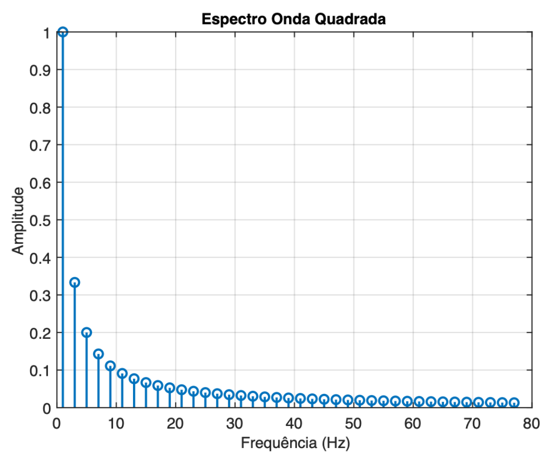



(b) usando escalas logarítmicas.

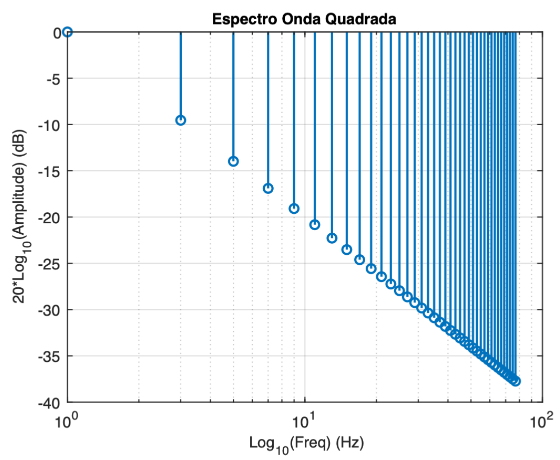
Sintetizando-se os primeiros 20 termos da série (até a $39^a$ harmônica), obtemos o seguinte sinal:




E os espectros deste sinal aparecem na próxima figura:




(a) Usando escalas lineares.




(b) Usando escalas logarítmicas.

Suponha agora que se este sinal será amostrado, numa frequência duas vezes maior que a frequência fundamental da onda quadrada, isto é, $f_s = 2$ Hz. Suponha ainda que antes do conversor A/D que amostrará este sinal, existe um filtro passa baixas com frequência de corte igual à frequência de amostragem adotada: $f_c = f_s = 2$ Hz.

Suponha que este filtro passa-baixas (necessário em todos circuitos analógicos de digitalização de sinais) seja de 2a-ordem, ou de $-40$ db/déc.

Com base nos espectros da onda quadrada levantados anteriormente, esboce um diagrama temporal que mostre o resultado da digitalização da onda quadrada sob estas condições.

*Solução:*
A função transferência de um filtro passa-baixas passivo de 1a-ordem, segue a função transferência:

$$H(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} = \frac{1}{1 + s/\omega_c}$$

No nosso caso, onde $f_c = 2$ Hz, levaria à ($\omega_c = 2\pi f_c = 2\pi \cdot 2 = 12{,}566$ rad/s):

$$H_1(s) = \frac{12{,}566}{s + 12{,}566}$$

Note que o ganho DC (ganho de "base") resulta em:

$$y(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{s}\right)}_{\text{Degrau}} \cdot H_1(s) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \cdot \left(\frac{1}{\cancel{s}}\right) \cdot \left(\frac{12{,}566}{s + 12{,}566}\right) = 1$$

Este tipo de filtro pode ser obtido na prática usando um simples circuito (passivo) RC, com o capacitor conectado ao terra.

Um filtro passa-baixas simples de 2a-ordem pode ser obtido simplesmente, cascateando-se um filtro passa baixas de 1a-ordem em seguida de outro, ou na prática, um circuito RC após outro.

Do ponto de vista de diagramas de blocos, o cascateamento de filtros desta forma leva à:

$H_f(s) = H_1(s) \cdot H_1(s)$, ou seja:

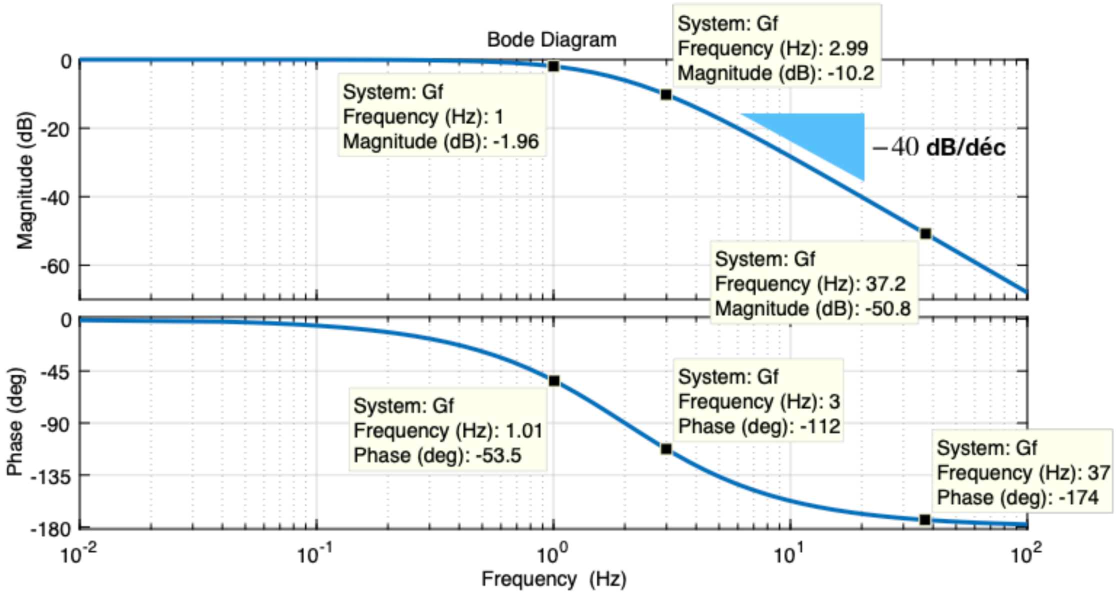
$$H_f(s) = \frac{\omega_c^2}{(s + \omega_c)^2}$$

No nosso caso, levando à:

$$H_f(s) = \frac{157{,}91}{(s + 12{,}57)^2}$$

Note o diagrama de Bode deste filtro:

Diagrama de Bode do filtro passa-baixas passivo de 2a-ordem:




Note que o sistema de aquisição (digitalização) de um sinal analógico pode ser visto como:

O que acontece então quando introduzimos na entrada deste sistema, nossa onda quadrada de 1 Hz?

*Solução:*

Basta multiplicar o resultado da função transferência (ou espectro do sinal) da onda quadrada, pela função transferência do filtro passa-baixa presente neste sistema. Neste caso, no domínio frequência, basta multiplicar a amplitude que a onda quadrada deveria manter nas suas harmônicas vezes o "ganho" (atenuação) causada pelo filtro naquela frequência. Adicionalmente, deve-se levar em conta a defasagem (atraso no tempo) causada pelo filtro nos componentes do sinal original. Neste caso, cada harmônica do sinal original (seu seno) vai ser deslocado pela defasagem causada pelo filtro naquela frequência. Estes cálculos podem ser facilitados, se montarmos uma tabela comparando o sinal original x sinal filtrado (amplitudes e defasagens de cada harmônica), conforme mostrado na próxima tabela.

Cálculos:

$$H(s) = \frac{\omega_c^2}{(s+\omega_c)^2} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_c^2}$$

$$H(j\omega) = \frac{\omega_c^2}{(j\omega + \omega_c)^2} = \frac{\omega_c^2}{(\omega_c^2 - \omega^2) + j2\omega_c\omega}$$

$$|H(j\omega)| = \omega_c^2 / \sqrt{\left(\omega_c^2 - \omega^2\right)^2 + \left(2\omega_c\omega\right)^2}$$

$$|H(j\omega)| = \omega_c^2 / \sqrt{4\omega^2\omega_c^2 + (\omega^2 - \omega_c^2)^2}$$

$$\angle G(j\omega) = -tan^{-1}\left(\frac{2\omega_c\omega}{\omega_c^2 - \omega^2}\right)$$

Aplicando as equações anteriores para descobrir de que forma o filtro "deforma" o sinal de entrada nas harmônicas componentes da onda quadrada, podemos levantar a seguinte tabela:

Segue tabela relacionando frequências x ganho x defasagens geradas pelo FPB:

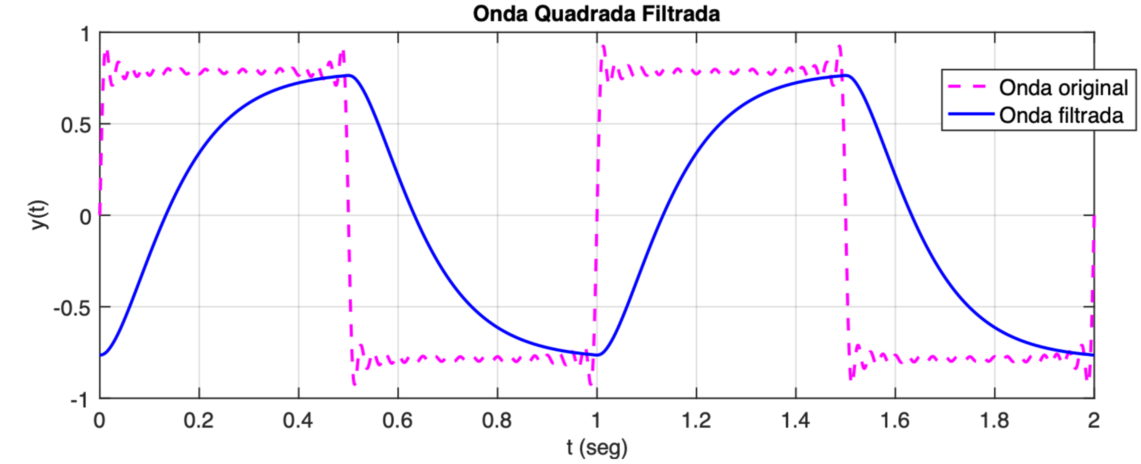
| Hz | Ganho | Atenuação (dB) | Defasagem |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.8 | -1.9382 dB | -53.1301^o |
| 3 | 0.307692 | -10.2377 dB | -112.62^o |
| 5 | 0.137931 | -17.2068 dB | -136.397^o |
| 7 | 0.0754717 | -22.4443 dB | -148.109^o |
| 9 | 0.0470588 | -26.5472 dB | -154.942^o |
| 11 | 0,032 | -29.897 dB | -159.39^o |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 35 | 0.00325468 | -49.7498 dB | -173.459^o |
| 37 | 0.00291333 | -50.7122 dB | -173.812^o |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 75 | 0.000710606 | -62.9674 dB | -176.945^o |
| 77 | 0.000674195 | -63.4243 dB | -177.024^o |

Com os dados desta tabela (gerados usando rotina '`FPB2a_ordem.m`' do Matlab), pode-se montar outra tabela que reflete o impacto do filtro atuando sobre os componentes da onda quadrada na sua entrada.

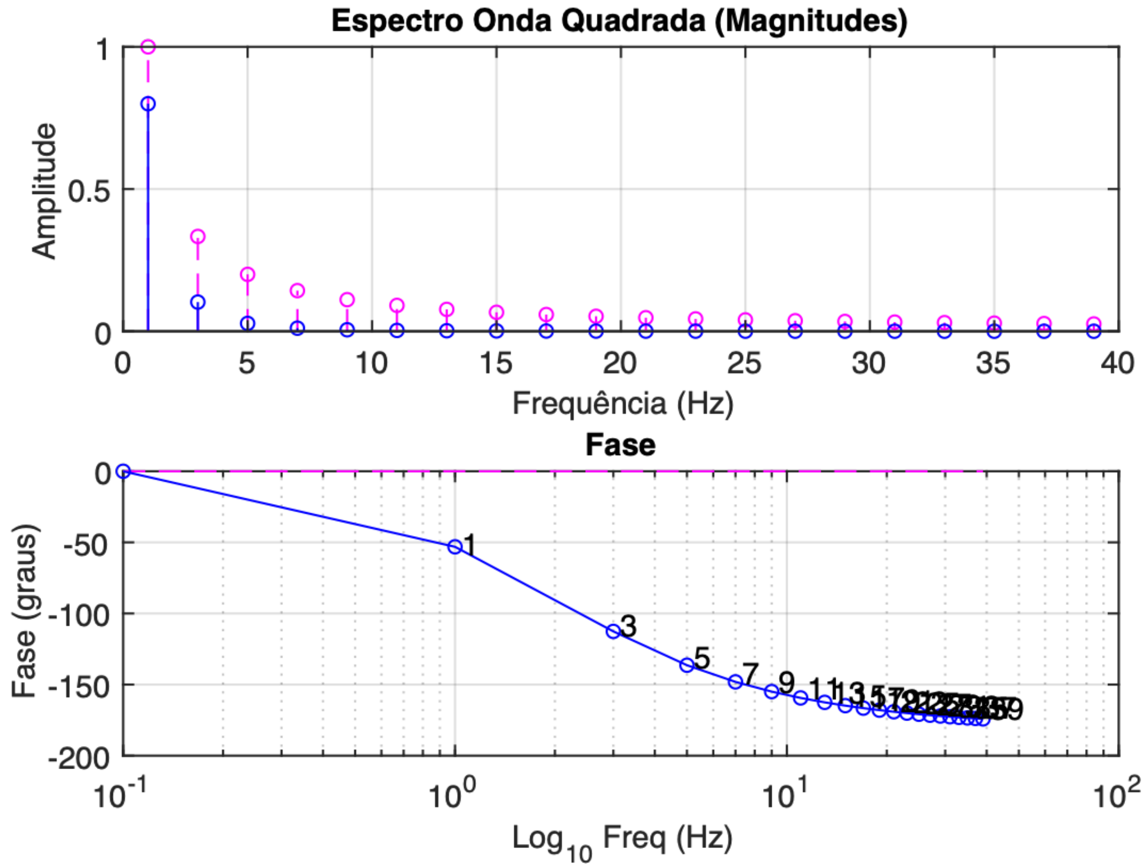
| Freq (Hz) | Amplitude Original | Ganho Filtro | Atenuação Filtro | Amplitude Final | Defasagem |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0.8 | -1.9382 dB | 0.8 | -53.1301° |
| 3 | 0.333333 | 0.307692 | -10.2377 dB | 0.102564 | -112.62° |
| 5 | 0.2 | 0.137931 | -17.2068 dB | 0.0275862 | -136.397° |
| 7 | 0.142857 | 0.0754717 | -22.4443 dB | 0.0107817 | -148.109° |
| 9 | 0.111111 | 0.0470588 | -26.5472 dB | 0.00522876 | -154.942° |
| 11 | 0.0909091 | 0,032 | -29.897 dB | 0.00290909 | -159.39° |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 35 | 0.0285714 | 0.00325468 | -49.7498 dB | 9.29908e-05 | -173.459° |
| 37 | 0.027027 | 0.00291333 | -50.7122 dB | 7.87386e-05 | -173.812° |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 75 | 0.0133333 | 0.000710606 | -62.9674 dB | 9.47474e-06 | -176.945° |
| 77 | 0.012987 | 0.000674195 | -63.4243 dB | 8.75578e-06 | -177.024° |

Transformando os dados anteriores num gráfico temporal, obtemos a próxima figura:

Resultado da onda quadrada de 1 Hz após passar pelo filtro passa-baixas com $f_c = 2$ Hz:




Modificações geradas no espectro frequência:




Os diagramas espectrais ajudam a entender de que forma as componentes originais da onda quadrada foram afetadas pelo filtro passa-baixas.

# ANEXO B:
## Rotinas Matlab:

Forma de onda fig (a):
```
>> ezplot(@(t) 1*sin(2*pi*1*t), [0 2])
>> grid
```

Forma de onda para fig (c):
```
>> ezplot(@(t) sin(3*2*pi*1*t)/3, [0 2])
>> axis([0 2 -1.1 1.1])
>> grid
```

Forma de onda fig (c):
```
>> ezplot(@(t) 1*sin(2*pi*1*t) + sin(3*2*pi*1*t)/3, [0 2])
>> grid
```

Forma de onda fig (e):
```
>> ezplot(@(t) 1*sin(2*pi*1*t) + sin(3*2*pi*1*t)/3 + sin(5*2*pi*1*t)/5, [0 2])
>> grid
```

Cálculos relacionados com filtro passivo passa-baixa de 1a-ordem:
```
>> fc=2;
>> wc=2*pi*fc % freq. de corte em rad/s
wc =       12.566
>> G1=tf(wc,[1 wc])

G1 =
    12.57
  ---------
  s + 12.57

>> Gf=G1*G1 % simples blocos em série. FPB de 2a-ordem
Gf =
         157.9
  --------------------
  s^2 + 25.13 s + 157.9

>> zpk(Gf)

    157.91
  -----------
  (s+12.57)^2

>> figure; bode(Gf)
>> grid
>> % Bode com frequência em Hz:
>> options = bodeoptions;
>> options.FreqUnits = 'Hz'; % or 'rad/second', 'rpm', etc.
>> figure
>> bode(Gf,options);
>> grid
```

Desenvolvendo expressões com auxílio do Matlab:
```
>> syms w wc
>> aux=(wc^2-w^2)^2+(2*wc*w)^2
aux =
4*w^2*wc^2 + (w^2 - wc^2)^2
>> sqrt(aux)
ans =
(4*w^2*wc^2 + (w^2 - wc^2)^2)^(1/2)
>> aux2=(wc^2)/sqrt(aux)
aux2 =
wc^2/(4*w^2*wc^2 + (w^2 - wc^2)^2)^(1/2)
>> pretty(aux2)
               2
             wc
----------------------------
        2   2      2     2 2
sqrt(4 w  wc  + (w  - wc ) )
```

Script ‘`onda_quadrada_fourier.m`' usada para gerar dados da onda quadrada sintetizada via série de Fourier:

```
% onda_quadrada_fourier.m
% Sintetizando onda quadrada
% Fernando Passold, em 17/06/2022

clear freq G G_dB t y % evitar problemas se re-executar script

disp('Sintese de Onda Quadrada usando Série de Fourier');
f=input('Frequencia da onda quadrada (Hz)? ');
hh=input('Quantos harmonicas para a onda quadrada? ');
n=floor(hh/2)+1; % quantidade de termos da série a serem gerados

T=1/f; % periodo da onda quadrada
fs=f*50*20; % freq. "amostragem" onda quadrada (p/efeitos síntese gráficos)
TT=1/fs;
ciclos=2*T; % número de ciclos plotados da onda quadrada

t=0:TT:ciclos; % forma vetor tempo
u=length(t); % numero de pontos
for k=1:u   % varrendo vetor tempo
    sum = 0;
    for h=1:n
        termo=2*h-1;
        freq(h)=f*termo; % frequencia da harmonica h
        G(h)=1/termo; % amplitude da harmonica h
        G_dB(h)=20*log10(G(h));
        sum = sum + G(h)*sin(2*pi*freq(h)*t(k));
    end
    y(k)=sum;
end
figure;
plot(t,y);
grid
texto=num2str(termo);
title(['Onda Quadrada (até ' texto '^a harmônica)']);
xlabel('t (seg)');
ylabel('y(t)');

% Espectro da onda quadrada gerada
figure;
stem(freq, G); % note que são "impulsos" em freq's ímpares
title('Espectro Onda Quadrada');
xlabel('Frequência (Hz)');
ylabel('Amplitude');
grid

figure;
stem(freq, G_dB); % note que são "impulsos" em freq's ímpares
title('Espectro Onda Quadrada');
xlabel('Log_{10}(Freq) (Hz)');
ylabel('20*Log_{10}(Amplitude) (dB)');
set(gca, 'XScale', 'log')
grid
```

Script ‘`FPB2a_ordem.m`' criada para computar atuação do Filtro Passa Baixas:

```
% FPB2a_ordem.m
% Sintetizando Filtro Passa Baixas (passivo) de 2a-ordem
% Este filtro é resultado do cascateamento em série de 2 filtros de
% 1a-ordem do tipo:
%   H(s)=wc/(s+wc)
% o que resulta, num filtro de 2a-ordem com:
% Magnitude:
%   |H(jw)|= wc^2/sqrt[(wc^2-w^2)^2+(2*wc*w)^2]
%   /angle G(jw) = atan2(2*wc*w, wc^2-w^2)
% Entrada:
%   freq = vetor com frequencias que devem ter calculadas |G(jw)| /angle
% Obs: dado anterior gerado usando 'onda_quadrada_fourier.m' (executar
% antes).
% Saída gerada:
%   wc = freq de corte do filtro em rad/s
%   Tabela relacionando freq x ganho x defasagem
%
% Fernando Passold, em 18/06/2022

clear Mag Phase % evitar problemas se re-executar script

fc=input('Freq. de corte do Filtro PB (Hz)? ');

u=length(freq); % elementos presentes dentro vetor freq
wc=2*pi*fc;

% gerando tabela na tela em formato compatível MarkDown (table)
disp('Comportamento do Filtro com:')
fprintf('freq de corte, fc = %g Hz', fc)
```

```
fprintf(' (%g rad/s)\n\n', wc)
%disp('\begin{tabular}{rrrr} \hline')
disp('| Freq | Amplitude | Amplitude     | Defasagem |')
disp('| (Hz) | Original  | Original (dB) |  (graus)  |')
disp('| ---: |    ---:   |    ---:       |   ---:    |')

for k=1:u  % varre freq's desejadas
    w = 2*pi*freq(k); % freq em rad/s
    Re = wc*wc - w*w;
    Im = 2*wc*w;
    Mag(k) = (wc*wc)/sqrt( Re*Re + Im*Im ); % ganho absoluto
    Phase(k) = -atan2( Im, Re ); % em rad/s
    fprintf('| %g |', freq(k));
    fprintf(' %g |', Mag(k));
    fprintf(' %g dB |', 20*log10(Mag(k)));
    fprintf(' %g° |\n', Phase(k)*180/pi); % valor em graus
end
% disp('  \hline')
% disp('\end{tabular}')
disp(' ');
```

Script ‘`impacto_FPB.m`’ usado para observar impacto do filtro sobre a onda quadrada:

```
% impacto_FPB.m
% Gera tabela mostrando impacto causado pelo FPB na onda quadrada
% Executar antes: 'FPB2a_ordem.m'
% Fernando Passold, em 18/06/2022

clear amp_orig amp_final y_orig y_filt % evigar problemas se re-executar script

disp('Impacto causado pelo FPB sobre a onda Quadrada');
disp(' ');
u=length(freq); % elementos presentes dentro vetor freq
disp('| Freq (Hz) | Amplitude Original | Ganho Filtro | Atenuação Filtro | Amplitude Final | Defasagem |');
disp('|    ---:   |        ---:        |    ---:      |     ---:         |     ---:        |   ---:    |');
for k=1:u  % varre freq's desejadas
    fprintf('| %g |', freq(k));
    harmonica(k) = 2*k-1; % determina numero da harmonica
    amp_orig(k) = 1/harmonica(k);
    fprintf(' %g |', amp_orig(k));
    fprintf(' %g |', Mag(k)); % "ganho" do filtro
    fprintf(' %g dB |', 20*log10(Mag(k))); % impacto do filtro em dB
    amp_final(k) = amp_orig(k)*Mag(k);
    fprintf(' %g |', amp_final(k));
    fprintf(' %g° |\n', Phase(k)*180/pi); % valor em graus
end
disp(' ');

% Gera gráfico temporal comparando onda quadrada original x filtrada
% Parte do código baseado em 'onda_quadrada_fourier.m'

fs=f*50*20; % freq. "amostragem" onda quadrada (p/efeitos síntese gráficos)
TT=1/fs;
ciclos=2*T; % número de ciclos plotados da onda quadrada

t=0:TT:ciclos; % forma vetor tempo
t_leng=length(t); % numero de pontos
for tt=1:t_leng   % varrendo vetor tempo
    sum_orig = 0;
    sum_filt = 0;
    for k=1:u  % varre as freq's das harmonicas
        % freq(h) = frequencia da harmonica k
        sum_orig = sum_orig + amp_orig(k)*sin(2*pi*freq(k)*t(tt));
        sum_filt = sum_filt + amp_final(k)*sin(2*pi*freq(k)*t(tt)+Phase(k));
    end
    y_orig(tt)=sum_orig;
    y_filt(tt)=sum_filt;
end
figure;
plot(t,y_orig,'m--', t,y_filt,'b-');
grid
texto=num2str(n);
title(['Onda Quadrada Filtrada']);
xlabel('t (seg)');
ylabel('y(t)');
legend('Onda original','Onda filtrada')

% Espectro linear da onda quadrada original x filtrada
figure;
subplot(211);
stem(freq, G, 'm--'); % note que são "impulsos" em freq's ímpares
hold on;
stem(freq, amp_final, 'b-');
title('Espectro Onda Quadrada (Magnitudes)');
xlabel('Frequência (Hz)');
```

```
ylabel('Amplitude');
grid

subplot(212); % gráfico da Fase
% Acrescentando pontos à esquerda do gráfico numa década inferior
% a da 1a-harmônica da onda quadrada.
clear freq2 Phase2 Ph_original
freq2=[f/10 freq];
Phase2=[0 Phase];
uu=length(freq2);
Ph_original=zeros(1,uu);
plot(freq2, Ph_original*180/pi, 'm--')
hold on
plot(freq2, Phase2*180/pi, 'bo-')
% acrescentando texto com No. da harmônica
for k=1:u
    texto = num2str(harmonica(k));
    text(freq(k)*1.05, 0.95*Phase(k)*180/pi, texto);
end
set(gca, 'XScale', 'log')
title('Fase');
xlabel('Log_{10} Freq (Hz)')
ylabel('Fase (graus)');
grid
```

[ ♫ ]