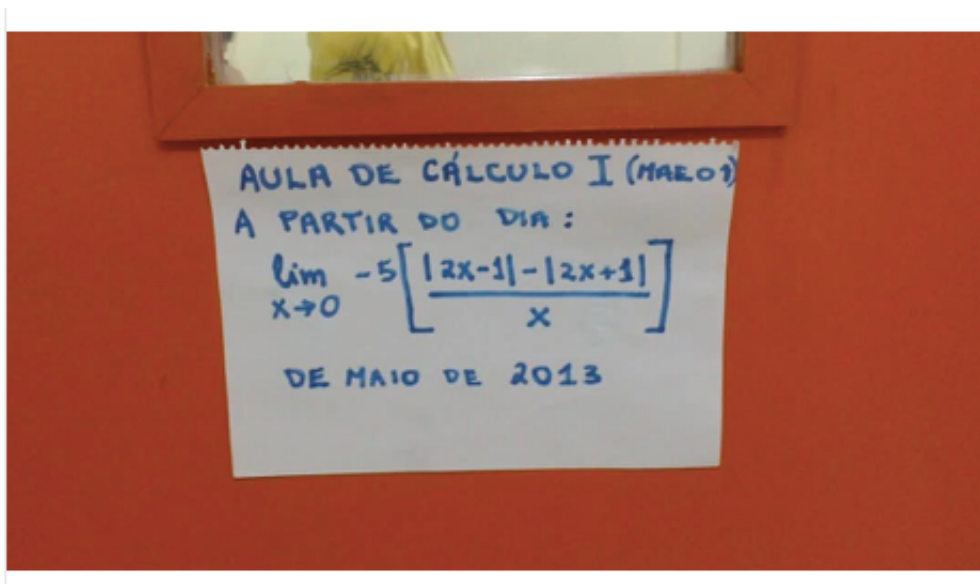


Cálculo de Limites

Suponha que você tivesse que resolver isto:



Aprendendo (ou **tentando** aprender) com DeepSeek (<https://chat.deepseek.com>).

📈 Gráficos e 📈 mais gráficos também podem ajudar.

Obs.: você tem que fazer seu cadastro neste site na primeira vez para poder usar, usando teu email. Instalar o app no celular e fazer o registro pelo celular parece ser bem mais rápido que pelo computador...

Cálculo de Limites

Primeiro: Resolvendo por partes

Se fosse resolver o numerador:

Passo 1: Avaliar diretamente em ($x = 0$)

Passo 2: Verificar os limites laterais

Passo 3: Conclusão

Resposta final:

Se fosse resolver só o denominador:

Comportamento do limite quando x se aproxima de 0:

Conclusão:

Observação sobre infinito:

Resposta final:

Resolvendo corretamente o limite da figura:

Passo 1: Analisar a expressão dentro do limite

Passo 2: Calcular L usando limites laterais

Caso 1: $x \rightarrow 0^+$ (lado direito)

Caso 2: $x \rightarrow 0^-$ (lado esquerdo)

Passo 3: Conclusão para (L)

Passo 4: Multiplicar por -5

Resposta final:

Gráficos

Primeiro: Resolvendo por partes

A **pergunta**: vamos tentar resolver por partes...

Me ajude a resolver este limite: $\lim_{x \rightarrow 1} |2x - 1|$

Esta parte entre $\$$ indica expressão matemática, que o DeepSeek entendeu direitinho. Usa notação LaTeX (a mesma que editores Markdown que entende LaTeX). Este pedaço entre $\$$ rende:

$$\lim_{x \rightarrow 1} |2x - 1|$$

Obs: Este jeito de entrar com a equação segue formato LaTeX, que tu pode tentar adaptar (se precisar) usando o programa on-line:

- <https://editor.codecogs.com> (parece o **editor de equações do Word**, gera a expressão LaTeX);
- <https://www.latex4technics.com> (faz o mesma coisa que o de cima, só um jeito diferente);
- <https://csrgxtu.github.io/2015/03/20/Writing-Mathematic-Fomulars-in-Markdown/> <-- este site só se tu faz questão de querer entender este "código LaTeX". Os outros 2 antes, já geram uma expressão qualquer.

Pode ser ativado o **DeepThink (R1)** que é uma opção que explica como esta "IA" "raciocina". O único problema é que ele explica como "raciocina" mas em inglês (clique em "►" para abrir os detalhes).

► Detalhes

Você pode ver a **tradução do "raciocínio" para português** clicando sobre o "►" em Detalhes (o Chrome, Firefox e acho que o Edge já permite traduzir conteúdo da página WEB de inglês para português). Ou você pode pular diretamente para a [resposta final](#).

► Detalhes

Resposta tradicional sem o DeepThink R1 ativado...

Para resolver o limite: $\lim_{x \rightarrow 1} |2x - 1|$, começamos observando que a função de valor absoluto é contínua em todos os lugares. Portanto, o limite pode ser calculado substituindo $x = 1$ diretamente na expressão dentro do valor absoluto.

Primeiro, substituímos $x = 1$ na função linear dentro do valor absoluto:

$$|2(1) - 1| = |2 - 1| = |1| = 1$$

Para confirmar este resultado, consideramos a continuidade da composição de funções. A função linear $2x - 1$ é contínua em todos os lugares, e a função de valor absoluto também é contínua em todos os lugares. Portanto, a composição $|2x - 1|$ é contínua em $x = 1$. Essa continuidade nos permite trocar o limite e o valor absoluto:

$$\lim_{x \rightarrow 1} |2x - 1| = \left| \lim_{x \rightarrow 1} (2x - 1) \right| = |2(1) - 1| = |1| = 1$$

Além disso, verificamos os limites esquerdo e direito. Para x se aproximando de 1 pela esquerda ($x \rightarrow 1^-$) e pela direita ($x \rightarrow 1^+$), a expressão dentro do valor absoluto $2x - 1$ se aproxima de 1, que é positivo. Portanto, o valor absoluto não afeta o sinal, e ambos os limites são:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} |2x - 1| = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x - 1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} |2x - 1| = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x - 1) = 1$$

Como os limites do lado esquerdo e direito são iguais a 1, o limite geral é 1.

Portanto, a resposta final é $\boxed{1}$.

Mas, Ops..., depois que notei que entrei com a expressão errada. Epa: na figura era $\lim_{x \rightarrow 0}$ e eu fiz acima $\lim_{x \rightarrow 1}$. Eu devo ser um tanto mesmo. Mas espero que dê para começar a entender.

Se fosse resolver o numerador:

Pergunta feita ao DeepSeek:

Agora me ajude a resolver o limite de: $\lim_{x \rightarrow 0} |2x-1| - |2x+1|$

Note: $\lim_{x \rightarrow 0} |2x-1| - |2x+1|$ rende:

$$\lim_{x \rightarrow 0} |2x - 1| - |2x + 1|$$

Resposta (em português, desta vez com o **DeepThink (R1)** "desligado"):

Para resolver o limite $\lim_{x \rightarrow 0} (|2x - 1| - |2x + 1|)$, podemos proceder da seguinte maneira:

Passo 1: Avaliar diretamente em ($x = 0$)

Como as funções dentro dos módulos são contínuas, podemos substituir ($x = 0$) diretamente:

$$|2(0) - 1| - |2(0) + 1| = |-1| - |1| = 1 - 1 = 0.$$

Passo 2: Verificar os limites laterais

Para garantir que o limite existe, verificamos os limites laterais quando (x) se aproxima de (0) pela esquerda ($x \rightarrow 0^-$) e pela direita ($x \rightarrow 0^+$):

1. **Para** $x \rightarrow 0^-$:

- $2x - 1$ é negativo (pois $2x$ é negativo e -1 domina).
- $2x + 1$ é positivo (pois $2x$ é pequeno e $+1$ domina).

Portanto:

$$|2x - 1| - |2x + 1| = -(2x - 1) - (2x + 1) = -2x + 1 - 2x - 1 = -4x$$

Quando $x \rightarrow 0^-$, $-4x \rightarrow 0$.

2. **Para** $x \rightarrow 0^+$:

- $2x - 1$ é negativo (pois $2x$ é pequeno e -1 domina).

- $2x + 1$ é positivo (pois $2x$ é positivo e $+1$ domina).

Portanto:

$$|2x - 1| - |2x + 1| = -(2x - 1) - (2x + 1) = -2x + 1 - 2x - 1 = -4x$$

Quando $x \rightarrow 0^+$, $-4x \rightarrow 0$.

Passo 3: Conclusão

Como os limites laterais são iguais e coincidem com o valor da função em $x = 0$, o limite existe e é igual a 0.

Resposta final:

0

Mas, este não é o jeito de resolver este problema Pegadinha deste professor de Cálculo? Talvez...

Se fosse resolver só o denominador:

Pergunta: qual é o limite de $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)$?

Resposta:

Vamos analisar o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)$.

Comportamento do limite quando x se aproxima de 0:

A função $f(x) = \frac{1}{x}$ **não está definida** em $x = 0$, e seu comportamento depende da direção pela qual x se aproxima de 0:

1. Limite pela direita ($x \rightarrow 0^+$):

- Quando x se aproxima de 0 por valores positivos (ex.: $x = 0.1, 0.01, 0.001, \dots$),

$\frac{1}{x}$ torna-se muito grande (tende a $+\infty$).

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty.$$

2. Limite pela esquerda ($x \rightarrow 0^-$):

- Quando x se aproxima de 0 por valores negativos (ex.: $x = -0.1, -0.01, -0.001, \dots$),

$\frac{1}{x}$ torna-se muito negativo (tende a $-\infty$).

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty.$$

Conclusão:

Como os limites laterais são diferentes ($+\infty$ à direita e $-\infty$ à esquerda), o **limite bilateral** $\left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}\right)$ **não existe** no sentido convencional (não é finito).

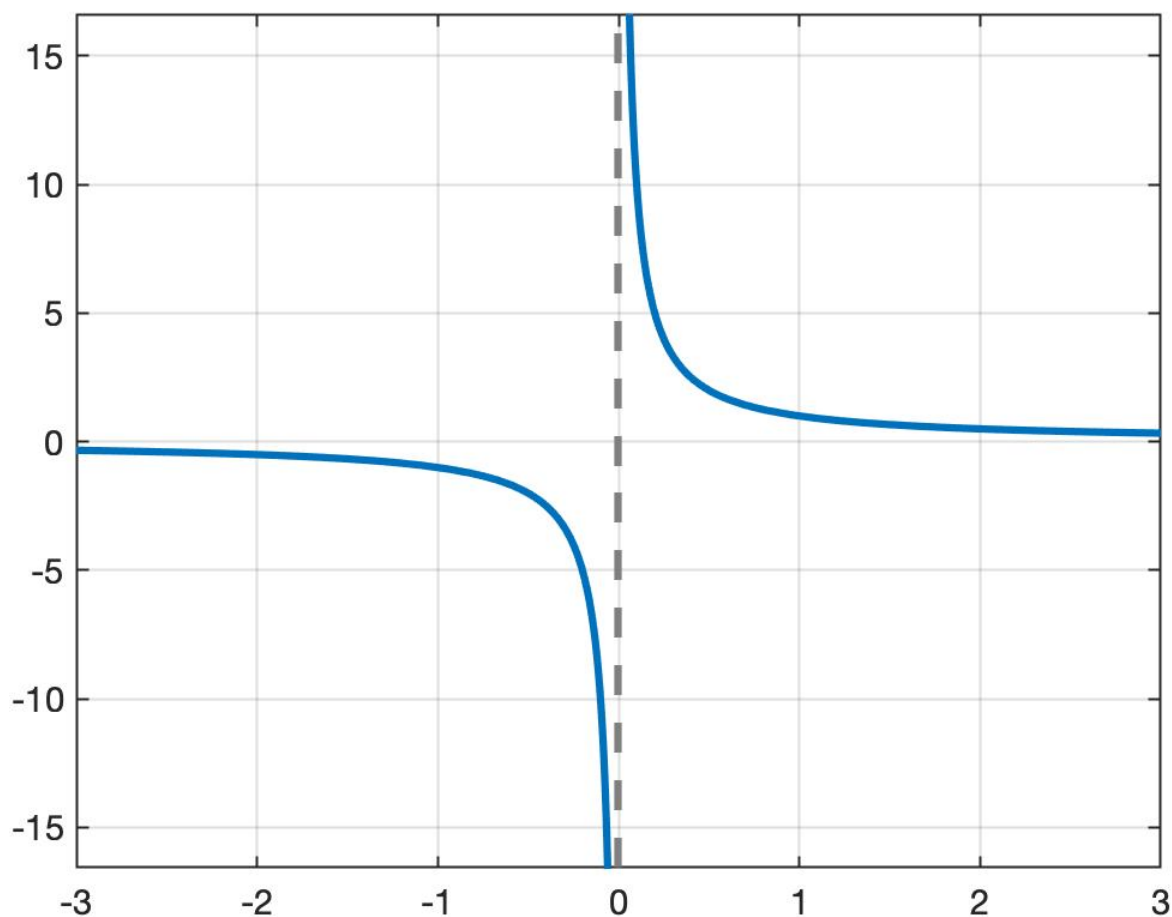
Observação sobre infinito:

Em alguns contextos, diz-se que o limite "**diverge para infinito**", mas tecnicamente, como os sinais são opostos, não há um único limite infinito.

Resposta final:

Nao existe

Note: realmente um **gráfico** de $\frac{1}{x}$ ajuda a entender o que acontece:



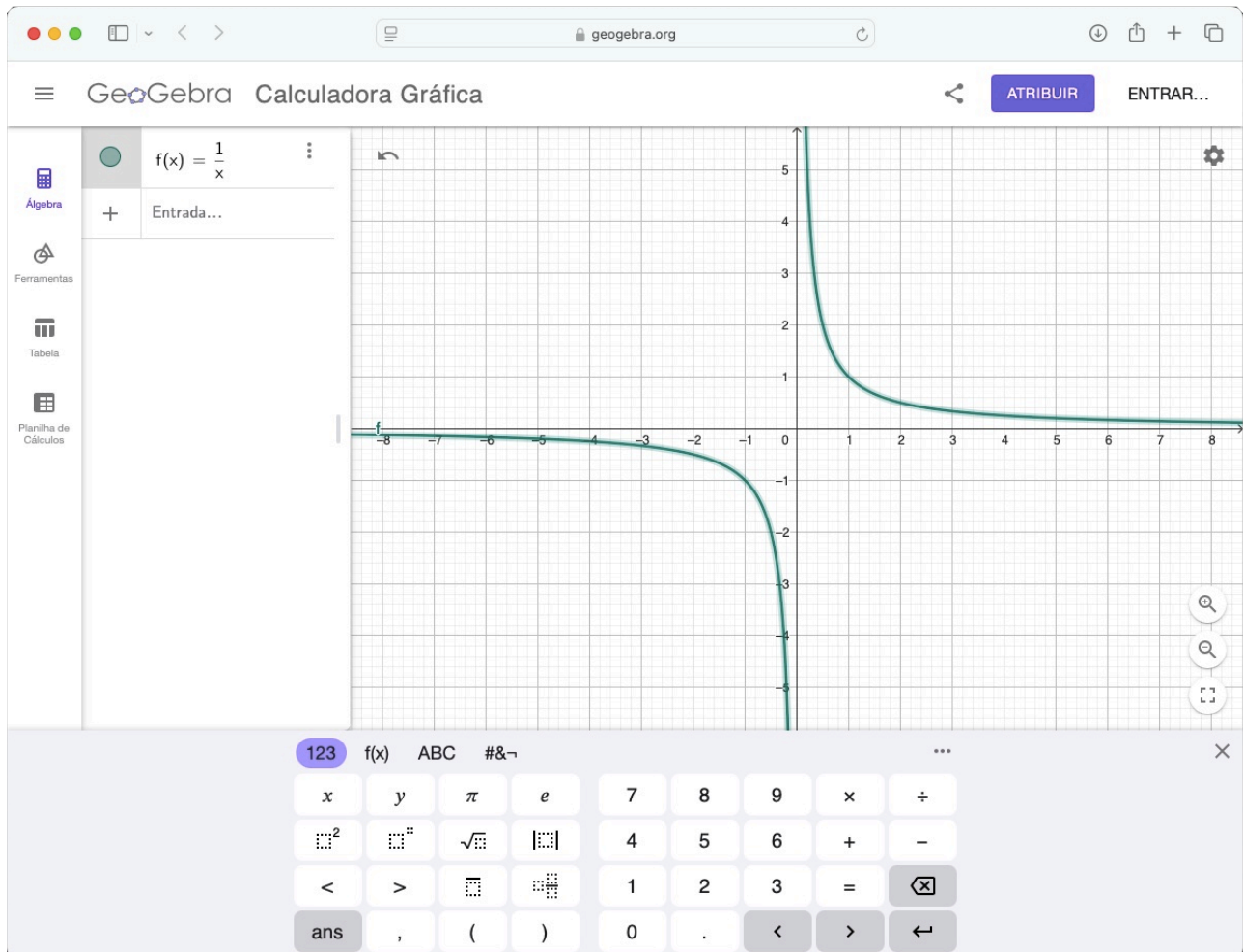
Ou seja, esta função é **descontínua** no ponto $x = 0$ e por isto, o limite $\left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}\right)$ não existe!

Este gráfico tu consegues fazer no teu computador usando: <https://www.geogebra.org/graphing?lang=pt> (é **grátis, online**, não precisa instalar no teu computador, só precisa de internet):

e digitando o comando:

$1/x$

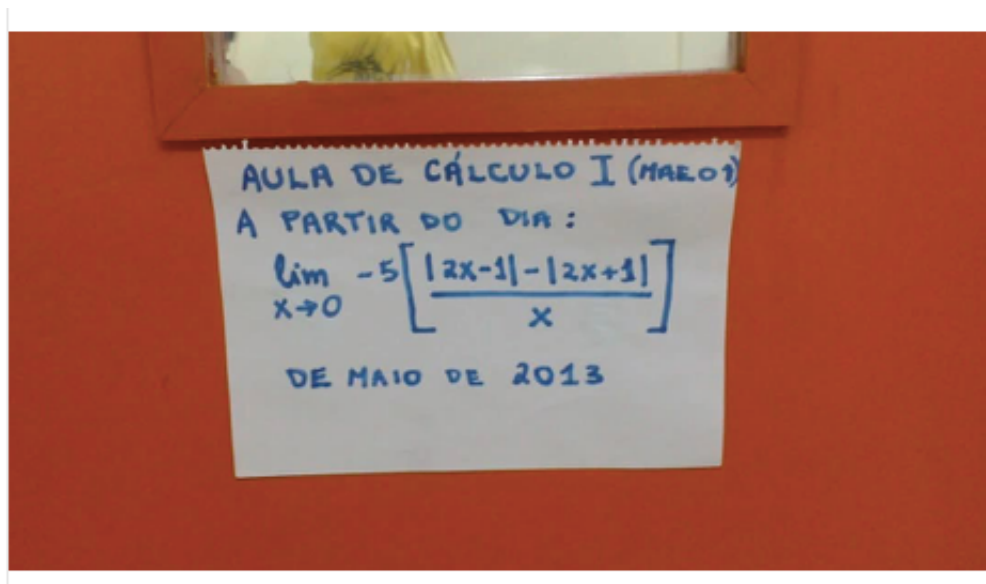
fica algo como:



Nota: você pode digitar qualquer outra função/expressão neste App.

Este tal de <https://www.geogebra.org> permite resolver outros problemas matemáticos. Eu usei a opção de cima para te mostrar um gráfico. Um gráfico ajuda a entender o que está acontecendo.

Resolvendo corretamente o limite da figura:



Pergunta ao DeepSeek:

E qual seria o limite de: $\lim_{x \rightarrow 0} -5 \left[\frac{|2x-1| - |2x+1|}{x} \right]$

Resposta:

Vamos resolver o limite passo a passo:

$$\lim_{x \rightarrow 0} -5 \left[\frac{|2x-1| - |2x+1|}{x} \right]$$

Passo 1: Analisar a expressão dentro do limite

Primeiro, observe que o termo $\frac{|2x-1| - |2x+1|}{x}$ é multiplicado por -5 . Portanto, podemos focar em calcular:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x-1| - |2x+1|}{x}$$

e depois multiplicar o resultado por -5 .

Passo 2: Calcular L usando limites laterais

Como temos um módulo e uma divisão por x , precisamos analisar os limites laterais.

Caso 1: $x \rightarrow 0^+$ (lado direito)

Para $x > 0$ pequeno:

- $2x - 1 < 0$ (pois $2x \approx 0$ e -1 domina), então $|2x - 1| = -(2x - 1) = -2x + 1$.
- $2x + 1 > 0$ (pois $2x + 1 \approx 1 > 0$), então $|2x + 1| = 2x + 1$.

Portanto:

$$|2x - 1| - |2x + 1| = (-2x + 1) - (2x + 1) = -4x$$

Assim:

$$\frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} = \frac{-4x}{x} = -4$$

Logo:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} = -4$$

Caso 2: $x \rightarrow 0^-$ (lado esquerdo)

Para $x < 0$ pequeno:

- $2x - 1 < 0$ (ainda vale, pois $2x \approx 0$ e -1 domina), então $|2x - 1| = -2x + 1$.
- $2x + 1$ pode ser positivo ou negativo, dependendo de x . No entanto, para $x \rightarrow 0^-$, $2x + 1$ ainda é positivo (por exemplo, se $x = -0.1$ então: $2x + 1 = 2(-0.1) + 1 = -0.2 + 1 = 0.8 > 0$), então $|2x + 1| = 2x + 1$.

Portanto, o cálculo é o mesmo que para $x \rightarrow 0^+$:

$$|2x - 1| - |2x + 1| = (-2x + 1) - (2x + 1) = -4x$$

Assim:

$$\frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} = \frac{-4x}{x} = -4$$

Logo:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} = -4$$

Passo 3: Conclusão para (L)

Como os limites laterais são iguais:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} = -4$$

Passo 4: Multiplicar por -5

O limite original é:

$$\lim_{x \rightarrow 0} -5 \left[\frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} \right] = -5 \times L = -5 \times (-4) = 20$$

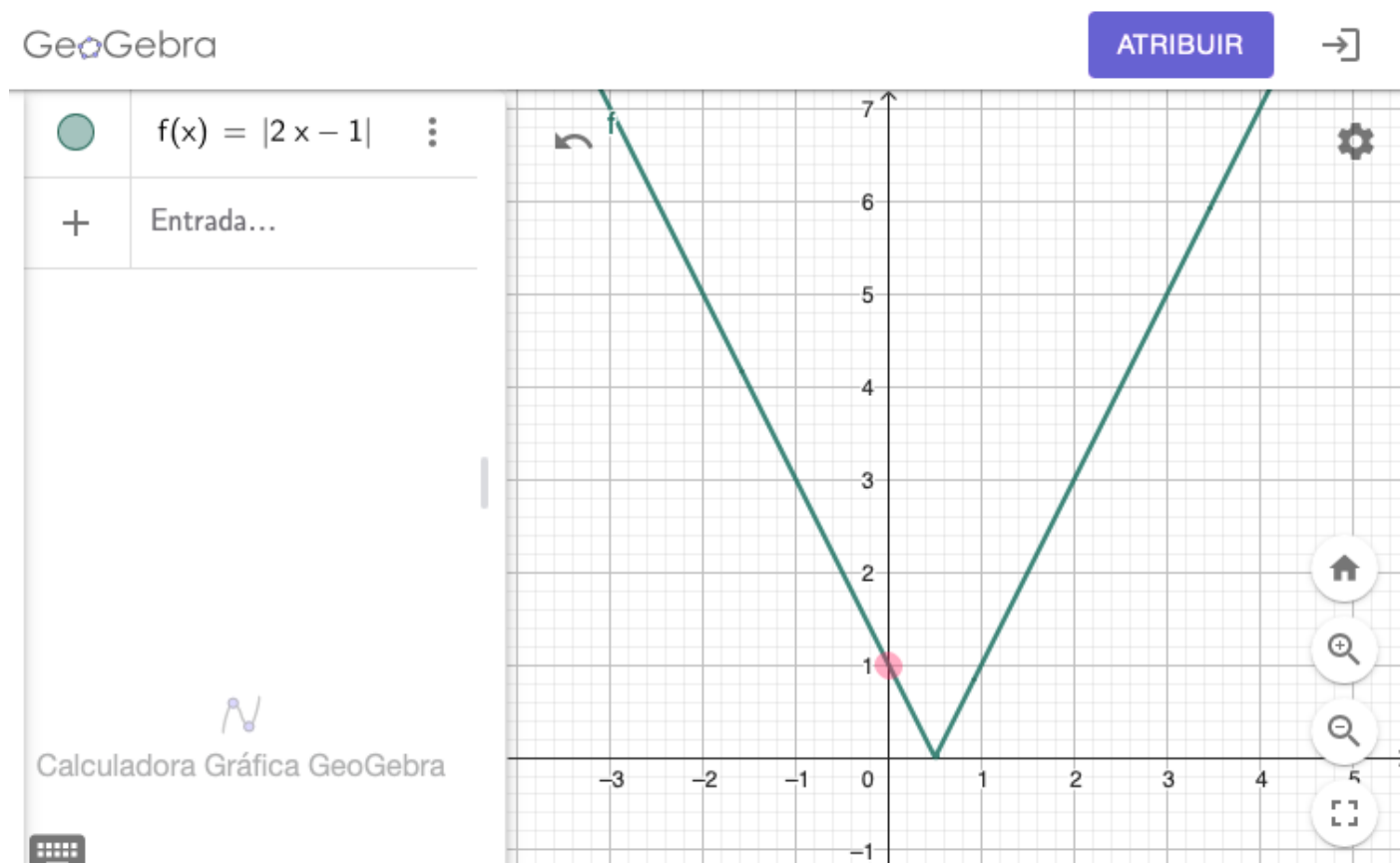
Resposta final:

20

Gráficos

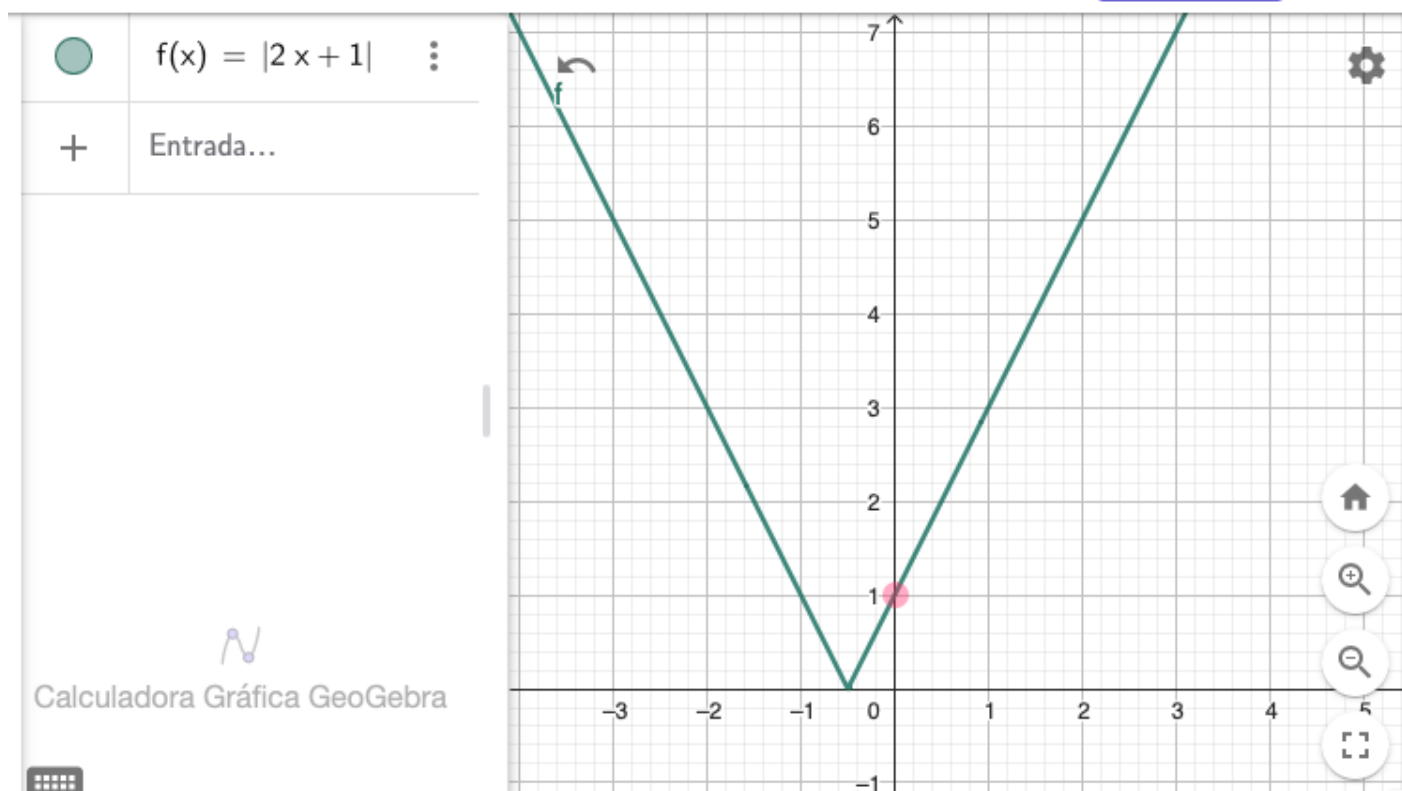
Observação: se ficou complicado para entender... tenta fazer gráficos:

Gráfico de $|2x - 1|$:



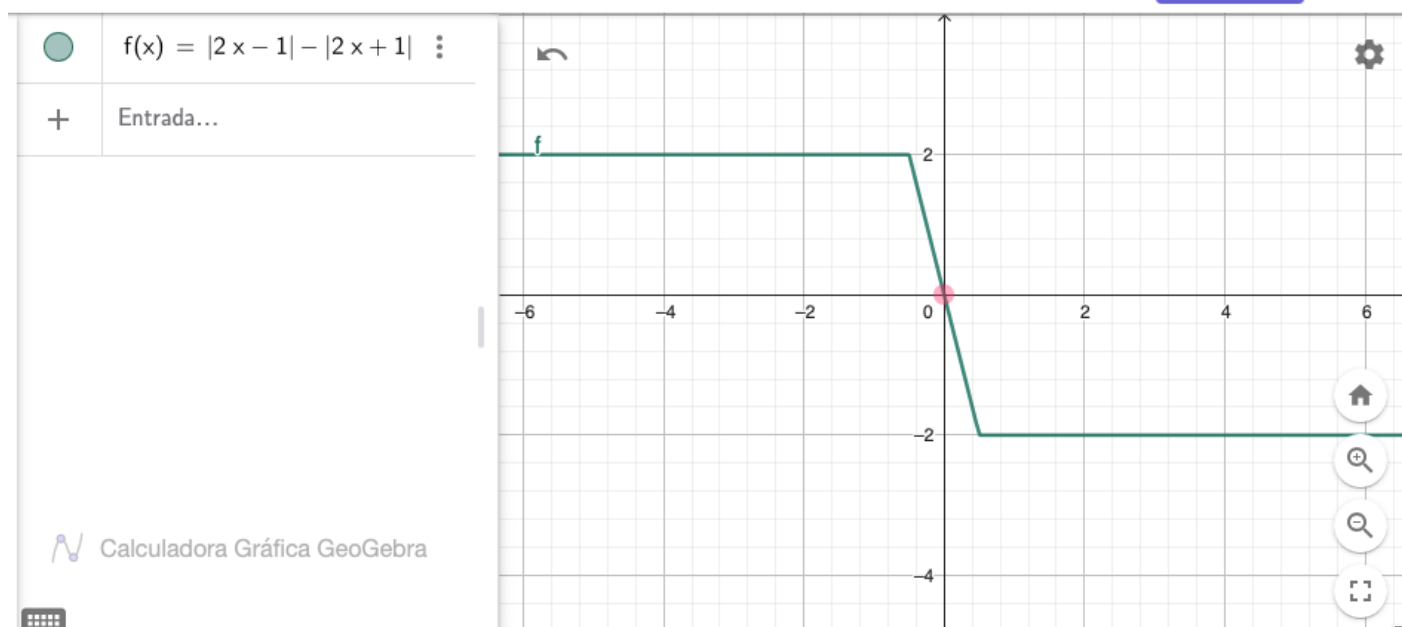
Deste gráfico tu percebe que quando $x = 0$, $f(x) = 1$.

Gráfico de $|2x + 1|$:



E daí dá para perceber que também quando $x = 0$, esta $f(x) = 1$.

Gráfico de $|2x - 1| - |2x + 1|$:



Olhando por este gráfico, esta expressão dá zero (0) quando $x = 0$, **mas**, você não resolve aquele limite resolvendo primeiro numerador e depois denominador. Se fizer assim só vai ser mais complicado e inconclusivo.

Você tem que chegar na expressão:

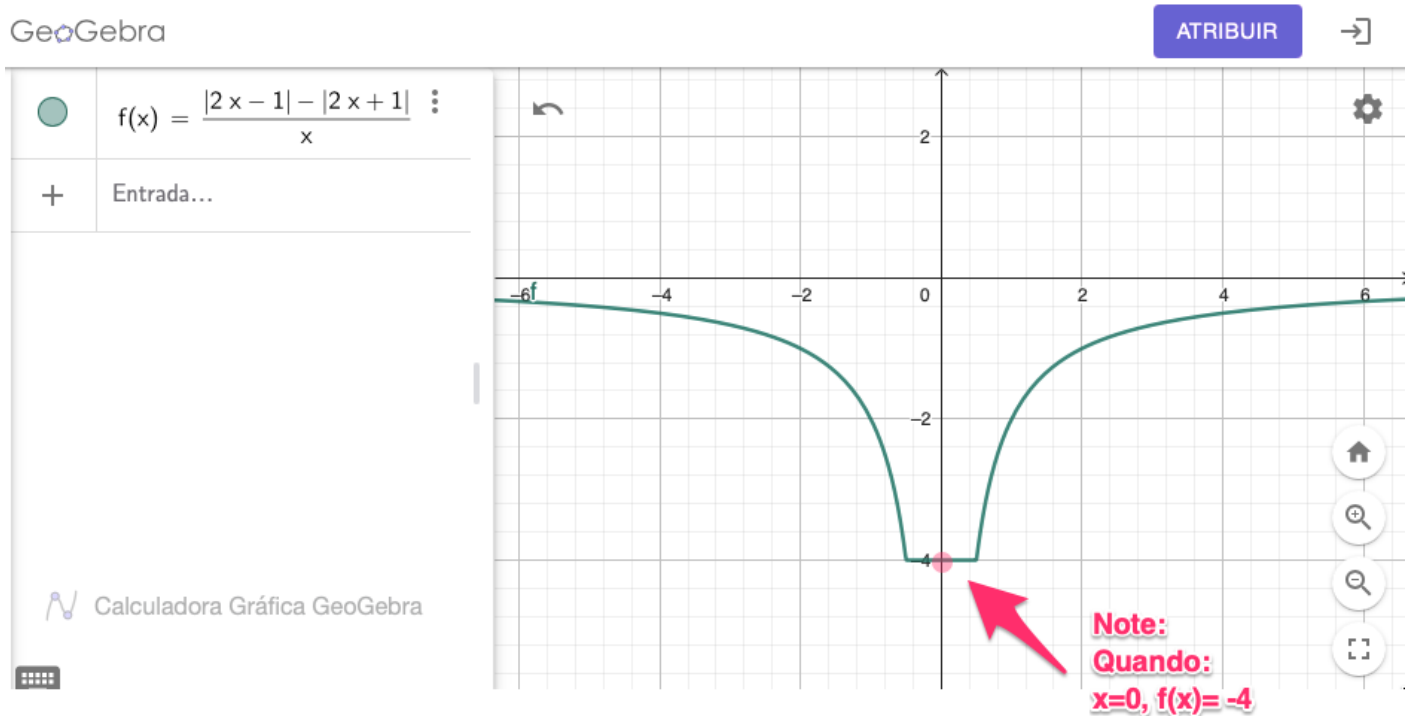
$$\frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} = \frac{-4\cancel{x}}{\cancel{x}} = -4$$

Ou seja, você teria que calcular o limite de tudo que está dentro de: $\lim_{x \rightarrow 0} -5 \cdot [expressao]$, ou resolver primeiro o que estão dentro dos parêntesis: $\left[\quad \cdot \quad \right]$.

Quando você resolve primeiro o que está dentro destes parêntesis, descobre que o x inclusive se anula e sobra só o -4 . Note: **Nem precisou calcular o limite!**

Este é talvez o **segredo** desta questão!

Se tentar o **gráfico** de: $\frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x}$ vai dar:



E então se pode perceber o que acontece quando $x = 0$.

Começando a entender!?

Note que esta expressão:

$$\lim_{x \rightarrow 0} -5 \left[\frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} \right]$$

daria o mesmo resultado se fosse pedido:

qual o valor de:

$$y = -5 \left[\frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} \right], \text{ quando } x = 0 ?$$

Neste caso, a pessoa nem precisa saber lidar com limites!!!

Claro, uma "pegadinha" deste professor de cálculo!?

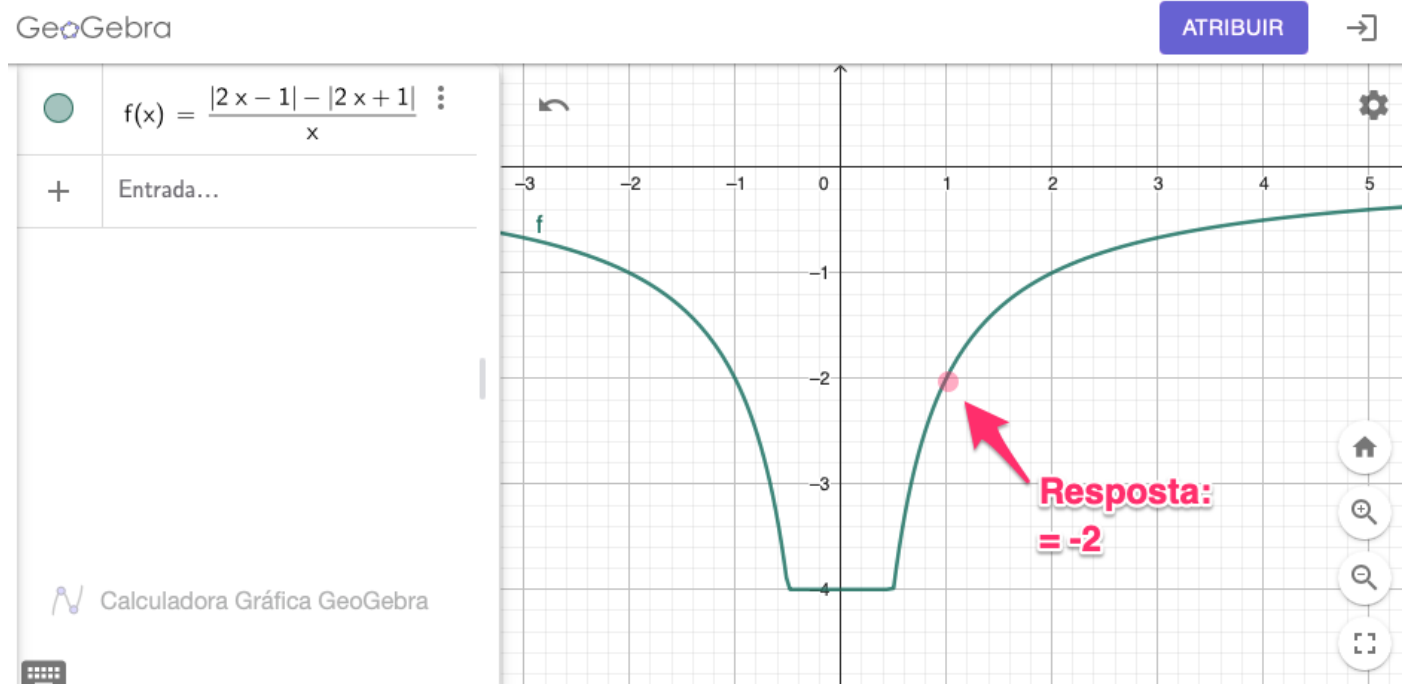
Uma "pegadinha" que eventualmente só têm graça para ele e para outros poucos...

E se fosse:

$$\lim_{x \rightarrow 1} -5 \left[\frac{|2x - 1| - |2x + 1|}{x} \right] \quad ?$$

ia dar outro resultado.

Só pela figura, nota:



Fim.

Conclusão final

A idéia então talvez seja usar esse tal do <https://www.geogebra.org/graphing?lang=pt> para **fazer gráficos** e usar o <https://chat.deepseek.com> para **ajudar a entender os problemas...** Claro, você pode fazer isto quando está sozinho. Ou se quer entender melhor detalhes de cálculo fazendo gráficos. Quando uma pessoa faz os gráficos (ou o computador faz), as coisas começar a ficar mais fáceis porque daí uma pessoa "enxerga" o que significa uma equação matemática.

Mas recomendo tentar resolver **também** com a ajuda de monitores e colegas de sala 🤔.

Boa sorte.