

# Zadanie L1 Matematyka Obliczeniowa

Franciszek Pietrusiak

29 marca 2025

## 1 Implementacja

Funkcja stosująca "szkolne" wzory na obliczenie  $x_1$  i  $x_2$  zapisana w pliku **szkolny.m**:

```
1 function [x1, x2] = szkolny (p, q)
2     delta = p^2 - q;
3     x1 = p + sqrt(delta);
4     x2 = p - sqrt(delta);
5 endfunction
```

Funkcja stosująca wzory Viete'a zapisana w pliku **vieta.m**:

```
1 function [x1, x2] = vieta (p, q)
2     delta = p^2 - q;
3     if (p >= 0)
4         x1 = p + sqrt(delta);
5         x2 = q / x1;
6     else
7         x2 = p - sqrt(delta);
8         x1 = q / x2;
9     endif
10 endfunction
```

## 2 Analiza wyników

Dla małych wartości  $p$  i  $q$  obie funkcje zwracają wyniki z zadowalającą precyzją. Sytuacja zmienia się gdy  $q^2$  jest znacznie większe niż  $q$ . Przykładowo dla  $(p, q) = (10^8, 1)$  dostaję:

```
1 >> [x1,x2]=szkolny(10^8, 1)
2 x1 = 200000000
3 x2 = 0
4 >> [x1,x2]=vieta(10^8, 1)
5 x1 = 200000000
6 x2 = 5.000000000000000e-09
```

W funkcji *szkolny* zachodzi:  $x_2 = 10^8 - \sqrt{10^{16} - 1} \approx 10^8 - 10^8 = 0$ . Podczas gdy w funkcji *vieta*:  $x_2 = 1/(10^8 + \sqrt{10^{16} - 1}) \neq 0$ .

Inny przykład:

```
1 >> [x1,x2]=szkolny(-10^9, 42)
2 x1 = 0
3 x2 = -2000000000
4 >> [x1,x2]=vieta(-10^9, 42)
5 x1 = -2.100000000000000e-08
6 x2 = -2000000000
```

Problem w funkcji *szkolny* polega na utracie precyzji wynikającej z odejmowania liczb, których wartości bezwzględne są bliskie sobie. Jest tak dlatego, że takie odejmowanie jest źle uwarunkowane.

Załóżmy, że mamy  $x, y$  i chcemy obliczyć  $x - y$ . Wtedy:

$$fl(x) - fl(y) = x(1 + \delta_x) - y(1 + \delta_y) = x - y + x\delta_x - y\delta_y = x - y + (x - y) \frac{x\delta_x - y\delta_y}{x - y} = (x - y) \left( 1 + \frac{x\delta_x - y\delta_y}{x - y} \right)$$

, gdzie  $\delta_x, \delta_y$  to błąd zaokrągleń odpowiednio  $x, y$ .

A zatem błąd względny wartości  $fl(x) - fl(y)$  od wartości  $x - y$  może być dowolnie duży jeśli  $|x| \approx |y|$ .